NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

STUDY MATERIAL

SPH

PAPER 02 (2)

SUBSIDIARY PHYSICS

প্রাক্‌কথন

নেতাজি সুভাষ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিভিন্ন যে পাঠক্রম প্রবর্তিত হয়েছে, তার লক্ষণীয় বৈশিষ্ট্য হল প্রতিটি শিক্ষার্থীকে তাঁর পছন্দমতো কোনো বিষয়ে সাম্মানিক (Honours) স্তরে শিক্ষাগ্রহণের সুযোগ করে দেওয়া। এ ক্ষেত্রে ব্যক্তিগতভাবে তাঁদের গ্রহণক্ষমতা আগে থেকেই অনুমান করে না নিয়ে নিয়ত মূল্যায়নের মধ্য দিয়ে সেটা স্থির করাই যুক্তিযুক্ত। সেই অনুযায়ী একাধিক বিষয়ে পাঠ-উপকরণ রচিত হয়েছে সেইসঙ্গে যুক্ত হয়েছে অধ্যেতব্য বিষয়ে নতুন তথ্য, মনন ও বিশ্লেষণের সমাবেশ।

দূর-সঞ্চারী শিক্ষাদানের স্বীকৃত পদ্ধতি অনুসরণ করেই এই সব পাঠ-উপকরণের লেখার কাজ চলছে। বিভিন্ন বিষয়ের অভিজ্ঞ পণ্ডিতমণ্ডলীর সাহায্য এ কাজে অপরিহার্য এবং যাঁদের নিরলস পরিশ্রমে লেখা, সম্পাদনা তথা বিন্যাসকর্ম সুসম্পন্ন হচ্ছে তাঁরা সকলেই ধন্যবাদের পাত্র। আসলে, এঁরা সকলেই অলক্ষ্যে থেকে দূর-সঞ্চারী শিক্ষাদানের কার্যক্রমে অংশ নিচ্ছেন; যখনই কোনো শিক্ষার্থী এই পাঠ্যবস্তুনিচয়ের সাহায্য নেবেন, তখনই তিনি কার্যত একাধিক শিক্ষকমণ্ডলীর পরোক্ষ অধ্যাপনার তাবৎ সুবিধা পেয়ে যাচ্ছেন।

এইসব পাঠ-উপকরণের চর্চা ও অনুশীলনে যতটা মনোনিবেশ করবেন কোনো শিক্ষার্থী, বিষয়ের গভীরে যাওয়া তাঁর পক্ষে ততই সহজ হবে। বিষয়বস্তু যাতে নিজের চেষ্টায় অধিগত হয়, পাঠ-উপকরণের ভাষা ও উপস্থাপনা তার উপযোগী করার দিকে সর্বস্তরে নজর রাখা হয়েছে। এরপর যেখানে যতটুকু অস্পষ্টতা দেখা দেবে, বিশ্ববিদ্যালয়ের বিভিন্ন পাঠ্যকেন্দ্রে নিযুক্ত শিক্ষা-সহায়কগণের পরামর্শে তার নিরসন অবশ্যই হতে পারবে। তার ওপর প্রতি পর্যায়ের শেষে প্রদত্ত অনুশীলনী ও অতিরিক্ত জ্ঞান অর্জনের জন্য গ্রন্থ-নির্দেশ শিক্ষার্থীর গ্রহণ-ক্ষমতা ও চিন্তাশীলতা বৃদ্ধির সহায়ক হবে।

এই অভিনব আয়োজনের বেশ কিছু প্রয়াসই এখনও পরীক্ষামূলক—অনেক ক্ষেত্রে একেবারে প্রথম পদক্ষেপ। স্বভাবতই, ত্রুটি-বিচ্যুতি কিছু কিছু থাকতে পারে, যা অবশ্যই সংশোধন ও পরিমার্জনার অপেক্ষা রাখে। সাধারণভাবে আশা করা যায়, ব্যাপকতর ব্যবহারের মধ্য দিয়ে পাঠ-উপকরণগুলি সর্বত্র সমাদৃত হবে।

অধ্যাপক (ড.) শুভ শঙ্কর সরকার
উপাচার্য

প্রথম পরিমার্জিত সংস্করণ ঃ ডিসেম্বর, 2015

বিশ্ববিদ্যালয় মঞ্জুরি কমিশনের দূরশিক্ষা ব্যুরোর বিধি অনুযায়ী ও অর্থানুকূল্যে মুদ্রিত।
Printed in accordance with the regulations and financial assistance of the Distance Education Bureau of the University Grants Commission.

পরিচিতি

বিষয় ঃ সহায়ক পদার্থবিদ্যা **স্নাতক পাঠক্রম**

পাঠক্রম ঃ পর্যায়

SPH : 02 : II

	রচনা	সম্পাদনা
Unit 6	শ্রী দুলালকৃষ্ণ বিশ্বাস	অধ্যাপক (ড.) বিকাশ ঘোষ
Unit 7	শ্রী দুলালকৃষ্ণ বিশ্বাস	ড. রামকুমার গুহঠাকুরতা
Unit 8	ড. মিতা মণ্ডল	ড. কে. পি. সরকার
Unit 9	ড. নন্দিতা দত্ত	ড. কে. পি. সরকার
Unit 10	শ্রী দুলালকৃষ্ণ বিশ্বাস	অধ্যাপক (ড.) বিকাশ ঘোষ

পরিমার্জন ও সম্পাদনা

ড. সুজিত কুমার চ্যাটার্জি

নেতাজি সুভাষ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়

SPH – 2 (II)

(স্নাতক পাঠক্রম)

পর্যায়
2

একক 6 □ তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ

গঠন

6.1 প্রস্তাবনা, উদ্দেশ্য

উচ্চমাধ্যমিক বা +2 পর্যায়ে তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ সম্পর্কে আলোচনার ক্ষেত্রে মাইকেল ফ্যারাডে (1791-1867) কর্তৃক সম্পাদিত কতকগুলি পরীক্ষা আপনারা নিশ্চয়ই মনে করতে পারেন। সেখানে আপনারা জেনেছিলেন যে যদি একটি গ্যালভানোমিটার যুক্ত বন্ধ-বর্তনীর নিকট একটি চুম্বককে আনা যায় বা তার থেকে চুম্বকটিকে দূরে সরিয়ে নেওয়া হয় তা হলে চুম্বকের গতিশীল থাকা কালে গ্যালভানোমিটারে বিক্ষেপ ঘটে অর্থাৎ তড়িৎ উৎস না থাকলেও বন্ধ বর্তনীতে একটি ক্ষণস্থায়ী তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি হয়। একই ঘটনা ঘটে যদি চুম্বকটি স্থির রেখে কুণ্ডলীটি গতিশীল করা যায়। আবার উল্লেখিত বর্তনীর নিকট অন্য একটি তড়িৎ-উৎস যুক্ত কুণ্ডলী [যাকে বলে মুখ্য কুণ্ডলী] রেখে তাতে তড়িৎ প্রবাহ পাঠালে বা প্রবাহ বন্ধ করলে অথবা প্রবাহমাত্রার হ্রাস বৃদ্ধি ঘটালে উৎসহীন বর্তনীতে যুক্ত গ্যালভানোমিটার বিক্ষেপ প্রদর্শন করে। বিক্ষেপের অভিমুখিতা অবশ্য চুম্বকের মেরু এবং গতির অভিমুখিতা নির্ভর অথবা প্রবাহমাত্রার সঞ্চার বা বন্ধ করা বা হ্রাস-বৃদ্ধির উপর নির্ভর করে।

আপনারা জেনেছেন উৎসহীন বর্তনীতে যুক্ত গ্যালভানোমিটারের এই বিক্ষেপ যে প্রবাহের জন্য ঘটে তাকে বলে আবিষ্ট তড়িৎ প্রবাহ এবং যে কারণে এই আবিষ্ট তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি হয় তাকে বলে তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ। এই এককে

তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ সম্পর্কে আরো বিস্তারিত জানতে পারবেন। এ সম্পর্কিত ফ্যারাডের সূত্রের একটা গুণগত আলোচনাও আপনাদের জানা আছে। ফ্যারাডের সূত্রটি ছিল চুম্বককে গতিশীল করে চৌম্বক ক্ষেত্র তথা কুণ্ডলীর শৃঙ্খলিত চৌম্বক প্রবাহের পরিবর্তন ঘটানকে ভিত্তি করে। কিন্তু যে কোন প্রকার চৌম্বক ক্ষেত্রের চৌম্বকপ্রবাহের বেলাতেও যে সূত্রটি প্রযোজ্য তা প্রমাণ করেন জার্মান গণিতজ্ঞ ও পদার্থ বিজ্ঞানী ফ্রানৎস্ আর্নস্ট নয়মান (Frang Ernst Neumann, 1798-1895)। নয়মানের সূত্রটি হল ফ্যারাডের সূত্রের সামান্যীকরণ (Generalisation)।

উদ্দেশ্য

বর্তমান এককে যা যা জানতে পারবেন তা হলো —

- চৌম্বকক্ষেত্র ও চৌম্বক প্রবাহের দৃশ্যরূপ
- ফ্যারাডে-নয়মান সূত্রের প্রয়োগ সম্পর্কে
- গতীয় এবং ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল সম্পর্কে
- আবেশ ও স্বাবেশ সম্পর্কে
- একাধিক আবেশকের সমবায় সম্পর্কে
- ক্ষণস্থায়ী প্রবাহ সম্পর্কে

6.2 চৌম্বকক্ষেত্র ও চৌম্বক প্রবাহ

আপনারা একক-5-এ চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ সম্পর্কে জেনেছেন। জেনেছেন কীভাবে চৌম্বক ক্ষেত্ররেখা দ্বারা একটি চৌম্বক ক্ষেত্রকে দৃশ্যমান করা যায়। কোন একটা সীমিত ক্ষেত্রের মধ্য দিয়ে যতগুলি ক্ষেত্র রেখা লম্বভাবে গমন করে তাকে বলে চৌম্বক প্রবাহ (Magnetic flux)।

চৌম্বক প্রবাহকে Φ, দ্বারা সূচিত করা হয়। অর্থাৎ Φ হলো কোন ক্ষেত্রকে লম্বভাবে অতিক্রমকারী চৌম্বকক্ষেত্র $\vec{B}$ -এর ক্ষেত্ররেখার সংখ্যা।

$\vec{B}$ -এর সংজ্ঞা : কোন চৌম্বক ক্ষেত্রে রক্ষিত কোন একক ক্ষেত্রকে লম্বভাবে যতগুলি ক্ষেত্ররেখা অতিক্রম করে তাকে বলে ঐ ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ । অর্থাৎ একক ক্ষেত্রে চৌম্বক প্রবাহ হলো $\vec{B}$ ।

যদি ক্ষেত্রটি সুষম হয় তবে

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\Phi}{\left|\vec{S}\right|} = \frac{\Phi}{S}$$

যেখানে $\left|\vec{S}\right| = S$ হল ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের মান।

বা, $\Phi = BS = \vec{B}.\vec{S}$ (সাধারণভাবে)।

Φ-এর একক হলো ওয়েবার (জার্মান বিজ্ঞানী আর্নস্ট্ হাইনরিখ্ ওয়েবার (1795-1878)-এর নামানুসারে)। ওয়েবার

এককের সংজ্ঞা পরে দেওয়া হবে। কিন্তু $\bar{B}$ -এর দিক ও মান সাধারণভাবে সর্বত্র নির্দিষ্ট থাকে না। তাই চৌম্বক ক্ষেত্রে যেকোন অনুক্ষেত্র $d\bar{S}$ কে লম্বভাবে অতিক্রমকারী ক্ষেত্ররেখার সংখ্যা হবে।

$$d\Phi = \bar{B}.d\bar{S} \tag{6.1}$$

এতএব সমগ্র তল S অতিক্রমকারী ক্ষেত্ররেখার সংখ্যা বা চৌম্বক প্রবাহ হবে

$$\Phi = \int_S \bar{B}.d\bar{S} \tag{6.2}$$

যদি অতিক্রান্ত তলটি বন্ধ হয় তবে লেখা হয়

$$\Phi = \oint_S \bar{B}.d\bar{S} \tag{6.3}$$

এখন আপনারা একক-5-এ জেনেছেন $\bar{B}$ -এর ক্ষেত্ররেখা হল বন্ধরেখা। অতএব কোন বন্ধতলে যতগুলি $\bar{B}$ -রেখা প্রবেশ করবে ততগুলিই নির্গত হবে।

$$\therefore \oint_S \bar{B}.d\bar{S} = 0 \tag{6.4}$$

সমীকরণ (6.4) কে বলে $\bar{B}$ ক্ষেত্র সাপেক্ষে গাউসের উপপাদ্য। অর্থাৎ এই উপপাদ্য থেকে বলা যায় $\bar{B}$ ক্ষেত্রের কোন উৎস অর্থাৎ চৌম্বক আধান নেই।

6.3 ফ্যারাডে-নয়মান সূত্র ও লেনৎস্-এর সূত্র

ফ্যারাডে তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ সম্পর্কে যে সূত্রটি উদ্ভাবন করেন তার ভিত্তি ছিল ফ্যারাডে কর্তৃক সম্পাদিত কয়েকটি পরীক্ষালব্ধ তথ্য। নয়মান তত্ত্বগতভাবে এই একই সূত্র প্রাপ্ত হন। এই জন্য ফ্যারাডে-সূত্রকে নয়মান-সূত্রও বলে। সূত্রটি হলো এরূপ :

ফ্যারাডে সূত্র : কোন বন্ধকুণ্ডলীর (Closed Coil) তল অতিক্রমকারী চৌম্বক-প্রবাহের পরিবর্তনের হার কুণ্ডলীতে উৎপন্ন আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের সমানুপাতী।

এক্ষেত্রে সময়ের সঙ্গো Φ পরিবর্তিত হয়। অতএব $\Phi = \Phi(t)$ এবং $\Phi(t + dt) = \Phi + d\Phi$ অর্থাৎ, dt সময়ে চৌম্বক প্রবাহের পরিবর্তন হল $d\Phi$। অতএব, যদি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হয় ε (এপসিলন) তবে ফ্যারাডে সূত্রানুযায়ী

$$\varepsilon \propto \frac{d\Phi}{dt}$$

এই সূত্রে ε-এর অভিমুখিতা সম্পর্কে কিছু বলা হয়নি, তত্ত্বগতভাবে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের অভিমুখ নির্ণয় করা যায়। কিন্তু এ সম্পর্কে একটি সহজ সূত্র উপস্থিত করেন জার্মান বিজ্ঞানী হাইনরিখ্ ফ্রিডরিখ্ এমিল লেনৎস্ (Heinrich Friedrich Emil Leng (1804-1865)। তাঁর নাম অনুসারে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের অভিমুখ সম্পর্কিত সূত্রটিকে বলে লেনৎস্-এর সূত্র।

লেনৎস্-এর সূত্র : কোন কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল বা প্রবাহমাত্রার অভিমুখ এমন হবে যে কুণ্ডলীতল অতিক্রমকারী চৌম্বক প্রবাহের পরিবর্তন বাধা পায়।

অর্থাৎ Φ-এর ধনাত্মক পরিবর্তন হলে ε কে বলা হবে ঋণাত্মক। অতএব ফ্যারাডে সূত্রের সংশোধিত রূপটি হবে—

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (6.5)$$

যেখানে আন্তর্জাতিক এককে অনুপাতের ধ্রুবকটিকে ধরা হয়েছে । (এক)।

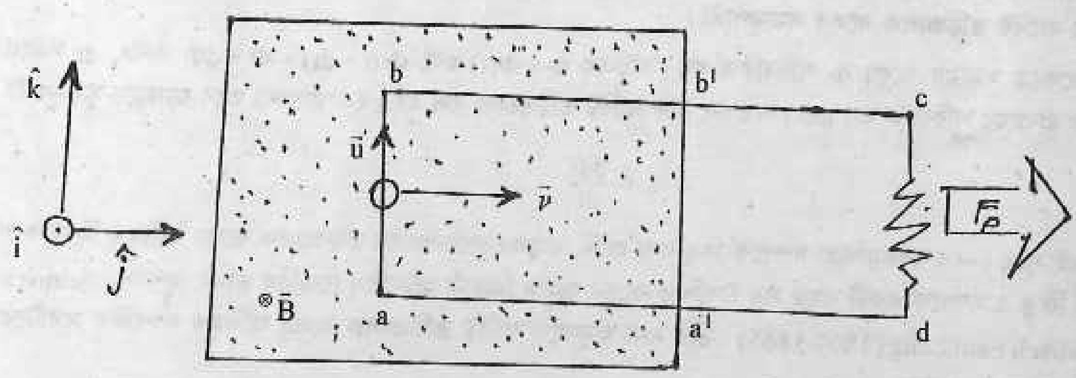
6.4 গতীয় তড়িচ্চালক বল ও ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল

আপনারা উচ্চ মাধ্যমিক পর্যায়ে ওহ্‌ম সূত্র সম্পর্কে জেনেছেন : উষ্ণতা ও অন্যান্য ভৌত অবস্থা অপরিবর্তিত থাকলে কোন পরিবাহীর দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ পরিবাহীর প্রবাহমাত্রার সমানুপাতী। কিন্তু এই অন্যান্য ভৌত অবস্থা বলতে ঠিক ঠিক কী বুঝায় ? এই অন্যান্য ভৌত অবস্থা বলতে বুঝায় তড়িৎ-উৎস এবং তড়িৎ-প্রবাহ প্রভাবিত হতে পারে তেমন ভৌত প্রভাব। যেমন তাপযুগ্ম, আলোক-তড়িৎ উৎস। কোন পরিবর্তনশীল চৌম্বক ক্ষেত্র ইত্যাদি। এমনকি যদি অন্য কোন স্থিতিশীল চৌম্বকক্ষেত্র বর্তমান থাকে এবং বিবেচ্য বর্তনী-অংশ অস্থিতিশীল হয় তখনও তা বর্তনীর প্রবাহকে প্রভাবিত করে।

আরো একটা যান্ত্রিক শর্তও যুক্ত হয় ওহ্‌ম সূত্রে। সেটা হলো বর্তনীর বিবেচ্য পরিবাহীকে স্থিতিশীল হতে হবে। এর কারণ বর্তনীটি ভূচৌম্বক ক্ষেত্রে অবস্থান করে। এই চৌম্বক ক্ষেত্রে বর্তনীর গতিশীলতা বর্তনীতে একটি অতিরিক্ত তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি করে। অর্থাৎ চৌম্বক ক্ষেত্রে কোন পরিবাহী গতি অবস্থায় থাকলে তার মধ্যে একটি তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হয় যাকে বলে গতীয় তড়িচ্চালক বল। এই গতীয় তড়িচ্চালক বলই হলো বিদ্যুৎ উৎপাদক (Electricity generature) বা ডায়নামো (dynamo) কর্তৃক উৎপাদিত বিভবের (voltage) উৎস।

গতীয় তড়িচ্চালক বল নির্ণয় :

চিত্র 6.1-এ একটি সীমিত সুষম চৌম্বক ক্ষেত্র $\bar{B}$ -এর অভিমুখ $\hat{i}$ -এর বিপরীত দিকে। এই চৌম্বক ক্ষেত্রে একটি আয়তকার পরিবাহীতে বিদ্যুৎ প্রবাহ চলছে। পরিবাহীটিকে $\vec{\nu}$ বেগে $\hat{j}$ অভিমুখে একটি বহিস্থ বল $\bar{F}_P$ (pulling force) দ্বারা টানা হচ্ছে।



চিত্র 6.1 : চৌম্বকক্ষেত্রে গতিশীল তড়িৎবাহী পরিবাহী : $\hat{i}$ -এর অভিমুখ

· চিহ্ন দ্বারা বোঝান হয়েছে যার অর্থ $\hat{i}$ পৃষ্ঠ থেকে পাঠক-অভিমুখে। $\oplus$ চিহ্নটি হল · এর বিপরীত অভিমুখ।

ধরা যাক পরিবাহীর ab অংশে আধানের পরিমান q. বল F_P-এর প্রভাবে q আধান $\vec{v}$ বেগে গতিশীল। আবার পরিবাহী বরাবর প্রবাহমাত্রার জন্য q-এর বেগ ধরা যাক $\vec{\nu}$ এখানে

$$\vec{\nu} = \nu\hat{j} \text{ এবং } \vec{u} = u\hat{k} \text{ এবং } \vec{B} = -B\hat{i}$$

চৌম্বকক্ষেত্রে q আধান গতিশীল হওয়ায় তার উপর দুটি লোরেন্ৎস্ বল ক্রিয়া করবে :

$$\vec{F}_L = q\left(\vec{\nu} \times \vec{B}\right) = q\nu B\hat{k}$$

$$\vec{F}_P^{\,l} = q\left(\vec{u} \times \vec{B}\right) = -quB\hat{j} \qquad (6.5)$$

যেহেতু পরিবাহীর গতিবেগ $\vec{\nu}$ স্থির মানের অতএব তার উপর লব্ধি বলশূন্য। অর্থাৎ

$$\vec{F}_P^{\,l} + \vec{F}_P = 0$$

বা, $$\vec{F}_P = -\vec{F}_P^{\,l} = quB\hat{j}$$

লক্ষ্য করুন $\vec{B}$, $\vec{\nu}$ এবং $\vec{u}$ পরস্পর অভিলম্ব। অতএব q-এর $\vec{\nu}$ ও $\vec{u}$ গতির জন্য চৌম্বক ক্ষেত্রের কৃতকার্য শূন্য। আবার $\vec{F}_L = q\nu B\hat{k}$ বলের অভিলম্ব দিকে বর্তনীর সরণ ঘটে বলে এই বল বর্তনীর সরণে কোন কার্য করে না। কিন্তু $\vec{F}_P = -\vec{F}_L^{\,l} = quB\hat{j}$ বলের অভিমুখ $\vec{\nu}$ এর অভিমুখী। অতএব বহিস্থবল $\vec{F}_P$-এর জন্য যে যান্ত্রিক কার্য হবে তা বর্তনীতে তড়িৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হবে। প্রতি একক আধানের উপর এই বহিস্থ বল কর্তৃক কৃত কার্যকে বলে গতীয় তড়িচ্চালক বল ε.

$$\therefore \varepsilon = \oint \frac{\vec{F}_P}{q} . dl \qquad (6.6)$$

ধরা যাক $d\vec{l}$ সরণ ঘটে dt সময়াবকাশে। অতএব

$$d\vec{l} = \vec{v}dt + \vec{u}dt$$

$$= \hat{j}\nu dt + \hat{k}udt$$

অতএব সমীকরণ (6.5) ও (6.6) থেকে

$$\varepsilon = \oint uB\hat{j} . \left(\hat{j}\nu dt + \hat{k}udt\right)$$

বা, $$\varepsilon = \oint uB\nu t \qquad (6.7)$$

কার্যে নিষ্পন্ন হয় কেবলমাত্র a থেকে b বিন্দুতে আধান প্রবাহের জন্য।

$$\therefore \ \varepsilon = \int_a^b uB\nu dt = uB\nu\Delta t$$

যেখানে a থেকে b তে আধান যেতে সময় Δt.

$$\therefore \varepsilon = \nu BL \tag{6.8}$$

যেখানে $L = ab = u\Delta t$

সমীকরণ (6.8) থেকে দেখা যাচ্ছে যে L দৈর্ঘ্যের একটি পরিবাহী $\vec{B}$ চৌম্বক ক্ষেত্রের অভিলম্বে এবং নিজ দৈর্ঘ্যের অভিলম্বে $\vec{\nu}$ বেগে গতিশীল হলে তাতে একটি তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয়। অতএব এই তড়িচ্চালক বলের কারণ হল চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$

এখন বর্তনীটির $\vec{\nu}$ অভিমুখে যদি dy সরণ হয় তবে L দৈর্ঘ্যের পরিবাহী অংশ $dS = Ldy$ তলক্ষেত্র উৎপন্ন করে। এই তলক্ষেত্রগামী চৌম্বক প্রবাহ হবে,

$$d\Phi = \vec{B}\,.\,d\vec{S}$$

বা, $\Phi = \int \vec{B}\,.\,d\vec{S}$

এখন, $dS = |d\vec{S}| = |\,\hat{j}dy \times \hat{k}L\,| = |\,\hat{i}ds\,|$

$$\therefore \Phi = \int \hat{B}\,.\,\hat{i}ds = \int -BdS$$

বা, $\dfrac{d\Phi}{dt} = -BL\cdot\dfrac{dy}{dt} = -BL\nu$

$$\therefore \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{6.9}$$

আপনাদের নিশ্চয়ই মনে পড়ছে যে সমীকরণ (6.9) হল ফ্যারাডের আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের সমীকরণ। অতএব, বলা যায় গতীয় তড়িচ্চালক বল ও ফ্যারাডের আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল একই।

আবার, যদি চৌম্বক ক্ষেত্রের পরিবর্তন ঘটানো যায় তা হলে পরিবাহীর আধানের উপর একটি বল ক্রিয়া করে। কিন্তু $\vec{\nu}$ বেগে পরিবাহীকে গতিশীল করার ফলে পরিবাহী যে হারে চৌম্বক প্রবাহ অতিক্রম করে যদি পরিবাহীকে স্থির রেখে চৌম্বক ক্ষেত্রের পরিবর্তন দ্বারা একই হারে চৌম্বক প্রবাহের পরিবর্তন ঘটানো যায় তবে আধানের উপর উভয় ক্ষেত্রে সমান বল উৎপন্ন হবে। অতএব যদি একক আধানের উপর বল হয় $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}_P}{q}$, তবে

$$\varepsilon = \int \vec{E}\,.\,d\vec{l}$$

সমাকলটি সমগ্র বর্তনীর উপর নিষ্পন্ন হলে

$$\varepsilon = \oint \vec{E}\,.\,d\vec{l} \tag{6.10}$$

কয়েকটি সিদ্ধান্ত :

- যদিও দুই ভিন্ন প্রক্রিয়ায় গতীয় তড়িচ্চালক বল ও ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হয় তবুও উভয়েই কার্যত একই।

- গতীয় তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হয় লোরেন্ৎস্ বল কর্তৃক কৃতকার্য থেকে।
- চৌম্বকক্ষেত্র পরিবর্তিত হলে তড়িৎ ক্ষেত্র আবিষ্ট হয় যা ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন করে।

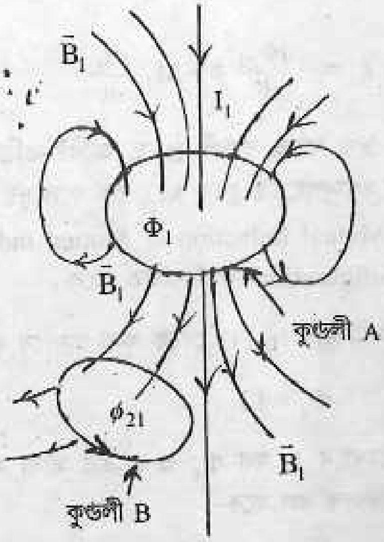
অনুশীলনী - **1 :** চৌম্বক বল কোন কার্য করে না। ব্যাখ্যা করুন।

6.5 আবেশতা ঃ পারস্পরিক আবেশ ও স্বাবেশ

চিত্র 6.2-এ দুটি কুণ্ডলী A ও B কাছাকাছি স্থাপিত। কুণ্ডলী A-তে I_1 প্রবাহমাত্রা প্রেরণ করলে কুণ্ডলীটি ঘিরে একটি চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}_1$ উৎপন্ন হবে। এই কুণ্ডলীগামী চৌম্বক প্রবাহ Φ। ধরা যাক চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}_1$ -এর জন্য কুণ্ডলী B তে Φ_{21} চৌম্বক প্রবাহ গমন করে।

যদি I_1-এর পরিবর্তন ঘটানো হয় তবে $\vec{B}_1, \Phi_1$ এবং Φ_{21} -এরও পরিবর্তন ঘটে। Φ_{21} -এর পরিবর্তন ঘটায় কুণ্ডলী B-তে একটি তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয়। এই ঘটনাকে বলে পারস্পরিক আবেশ (Mutual Induction)।

কিন্তু I_1-এর পরিবর্তনে Φ_1-এরও পরিবর্তন হয় বলে কুণ্ডলী A-তেও একটি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি হয়। নিজের চৌম্বক প্রবাহের পরিবর্তনে এই তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয় বলে একে বলে স্বাবেশ (Self Induction)।



চিত্র 6.2 : আবেশতা

বাস্তব কুণ্ডলীতে অনেক পাকের পরিবাহী তার থাকে এবং এই কুণ্ডলীর আকৃতিও নানা প্রকার। ফলে $\vec{B}_1$ এবং Φ_{21} নির্ণয় বেশ জটিল। কারণ

$$\Phi_{21} = \int_{S_2} \vec{B}_1 . d\vec{S}_2$$

যেখানে $d\vec{S}_2$ হল কুণ্ডলী B-এর তল ক্ষেত্রে একটি অনুক্ষেত্র। কিন্তু বায়ো-সাভার্ত সূত্র থেকে আপনারা জানেন

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

অতএব কুণ্ডলী A-র চৌম্বকক্ষেত্র হবে,

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{l_1} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

এই সমীকরণে $\vec{B}_1$ কুণ্ডলীর গঠনের উপর নির্ভর করে এবং তাই যদি কুণ্ডলী অপরিবর্তিত থাকে তবে $\vec{B}_1$ কেবল কুণ্ডলী A-র প্রবাহমাত্রা I_1-এর উপর নির্ভর করে। অতএব লেখা যায়

$$\Phi_{21} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int_{S_2} \oint_{l_1} \frac{d\vec{l}_1 \times \hat{r} \,.\, d\vec{S}_2}{r^2}$$

বা, $\Phi_{21} = M_{21} I_1$ (6.11)

যেখানে $M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_2} \oint_{l_1} \frac{d\vec{l}_1 \times \hat{r} \,.\, dS_2}{r^2}$ (6.12)

M_{21} হল Φ_{21} এবং I_1-এর মধ্যে সমানুপাতের ধ্রুবক। যা কুণ্ডলীর গঠন ও সংস্থাপনার উপর নির্ভর করে। অতএব ফ্যারাডে সূত্রানুসারে কুণ্ডলী B তে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হবে

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \quad (6.13)$$

দেখা যাচ্ছে কুণ্ডলী B তে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল কুণ্ডলী A-র প্রবাহমাত্রা পরিবর্তনের হারের সমানুপাতি এবং এই সমানুপাতের ধ্রুবক M_{21} কে বলে দুই কুণ্ডলীর মধ্যে পারস্পরিক আবেশ গুণাংক বা আবেশতা (coefficient of Mutual Induction or Mutual Inductance)। M_{21} ধ্রুবক হবে যদি দুই কুণ্ডলীর অবস্থান বিন্যাস (configuration) অপরিবর্তিত থাকে।

সমীকরণ (6.11) থেকে বলা যায় যে কুণ্ডলী A তে প্রবাহমাত্রা I_1-এর জন্য সংশ্লিষ্ট চৌম্বক প্রবাহ হবে–

$$\Phi_1 = LI_1$$

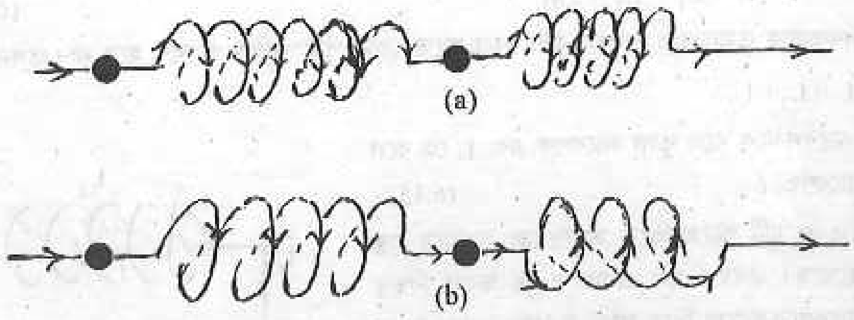
যেখানে L হল Φ_1 ও I_1-এর মধ্যে সমানুপাতের ধ্রুবক। অতএব ফ্যারাডে সূত্রানুযায়ী কুণ্ডলী Aতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হবে–

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L\frac{dI_1}{dt}$$

অতএব L হল একই কুণ্ডলীর তড়িৎ প্রবাহমাত্রার পরিবর্তনের হার ও আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের সমানুপাতের ধ্রুবক তাই L কে বলে স্বাবেশাঙ্ক বা স্বাবেশতা (Coefficient of Self Induction or Self Inductance)। উভয় আবেশাঙ্কের একক হেনরি (H)। এক সেকেণ্ডে এক অ্যাম্পিয়ার প্রবাহমাত্রা পরিবর্তন হলে কুণ্ডলীতে যদি এক ভোল্ট তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয় তবে ঐ কুণ্ডলীর আবশেতা হল এক হেনরি। যেসব পরিবাহী বা কুণ্ডলীর আবেশতা বর্তমান তাদের বলে আবেশক (Inductor)।

6.6 শ্রেণি ও সমান্তরাল সমবায়ে আবেশক

যেসব আবেশক এমনভাবে যুক্ত যে তাদের মধ্য দিয়ে একই প্রবাহমাত্রা গমন করে তাহলে বলা হয় আবেশকগুলি শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত (চিত্র 6.3)



চিত্র 6.3 : শ্রেণি সমবায়ে আবেশক

কিন্তু যেকোন দুটি আবেশকের শ্রেণিসমবায় গঠন করা যায় দুই প্রকারে : (i) একটি সমবায়ে উভয় আবেশকে পরস্পর সহায়ক তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয় [চিত্র 6.3(a)] এবং (ii) অন্য সমবায়ে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলদ্বয় পরস্পরের বিরুদ্ধতা করে [চিত্র 6.3(b)]।

লক্ষ্য করুন যে চিত্র 6.3(a)-তে আবেশকদ্বয় এমনভাবে যুক্ত করা হয়েছে যে বামদিক থেকে দেখলে উভয় আবেশকে প্রবাহ ঘড়ির কাঁটার অভিমুখী। ফলে উভয় আবেশকে চৌম্বক প্রবাহ ও সমমুখী। ফলে স্বাবেশজাত তড়িচ্চালক বল দ্বয়ও সমমুখী। কিন্তু চিত্র 6.3(a)-এ বামদিক থেকে প্রথম আবেশকে প্রবাহ ঘড়ির কাঁটার দিকে এবং দ্বিতীয় আবেশকে প্রবাহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে গমন করে। এই জন্য চৌম্বক প্রবাহ এবং স্বাবেশজাত তড়িচ্চুম্বক পরস্পর বিরোধী।

ধরা যাক আবেশকদ্বয়ের স্বাবেশতা যথাক্রমে L_1 এবং L_2 এবং পারস্পরিক আবেশতা $M_{12} = M_{21} = M$. অতএব স্বাবেশের জন্য তড়িচ্চালক বলদ্বয় হবে—

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} \text{ এবং } \varepsilon_2 = -L_2 \frac{dI}{dt}$$

এখানে $I_1 = I_2 = I$, যেহেতু একই প্রবাহ উভয় আবেশকের মধ্য দিয়ে যায়। আবার পারস্পরিক আবেশ হেতু উৎপন্ন তড়িচ্চালক বলদ্বয় হবে।

$$\varepsilon_{12} = -M \frac{dI}{dt} \text{ এবং } \varepsilon_{21} = -M \frac{dI}{dt}$$

অতএব বর্তনী অংশে মোট তড়িচ্চালক বল

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{dI}{dt}$$

যদি উভয় আবেশকের বদলে একটিমাত্র এমন আবেশক ব্যবহার করা হয় যেন একই হারে প্রবাহমাত্রা পরিবর্তনে একই পরিমাণ তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হয় তা হলে—

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$$

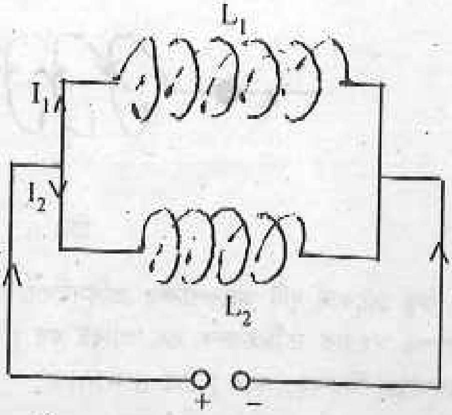
$$L = L_1 + L_2 = 2M \tag{6.14}$$

আবেশকদ্বয়কে এমনভাবে স্থাপন করা সম্ভব যাতে কোন পারস্পরিক আবেশ হবে না। তখন, $M = 0$ হওয়ায়।

$$L = L_1 + L_2$$

এরূপ আবেশককে বলে তুল্য আবেশক এবং L কে বলে তুল্যাংক আবেশতা। (6.15)

চিত্র 6.4-এ দুটি আবেশককে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত দেখানো হয়েছে। এখানে মূল প্রবাহ I দুই ভাগে বিভক্ত হয়ে দুই আবেশকের মধ্য দিয়ে গমন করছে। এরূপ ক্ষেত্রে $I = I_1 + I_2$ এবং সাধারণভাবে $I_1 \neq I_2$ হয়।



চিত্র 6.4 : আবেশকের সমান্তরাল সমবায়

L_1-এ স্বাবেশের জন্য তড়িচ্চালক বল $\varepsilon_{11} = -L_1 \frac{dI_1}{dt}$

এবং পারস্পরিক আবেশের জন্য তড়িচ্চালক বল $\varepsilon_{12} = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$

অতএব L_1 মোট তড়িচ্চালক বল $\varepsilon_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$

অনুরূপভাবে L_2 আবেশকে মোট তড়িচ্চালক বল $\varepsilon_2 = \varepsilon_{22} + \varepsilon_{21} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M_{21} \frac{dI_1}{dt}$

কিন্তু $M_{12} = M_{21}$ এবং L_1 ও L_2 দুই প্রান্ত পরস্পরের সঙ্গে একই বিন্দুতে যুক্ত হওয়ায় $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$

$$\therefore\ L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} + \varepsilon = 0$$

এবং $M \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} + \varepsilon = 0$

সমাধান করে পাওয়া যায়।

$$\frac{\frac{dI_1}{dt}}{(M - L_2)\varepsilon} = \frac{\frac{dI_2}{dt}}{(M - L_1)\varepsilon} = \frac{1}{L_1 L_2 - M^2}$$

$$\therefore\ \frac{dI_1}{dt} = \frac{(M - L_2)\varepsilon}{L_1 L_2 - M^2} \text{ এবং } \frac{dI_2}{dt} = \frac{(M - L_1)\varepsilon}{L_1 L_2 - M^2}$$

আবার $\frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt}$

$$\therefore \quad \frac{dI}{dt} = \left(\frac{2M - L_1 - L_2}{L_1L_2 - M^2}\right)\varepsilon$$

একটিমাত্র আবেশক সম্ভব যার মধ্য দিয়ে I-এর একই হারে পরিবর্তন ε তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন করবে। এই আবেশককে বলে তুল্য আবেশক এবং তার আবেশতা L কে বলে তুল্যাংক আবেশতা।

$$\therefore \ \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

বা, $$\frac{\varepsilon}{L} = -\frac{dI}{dt} = -\left(\frac{2M - L_1 - L_2}{L_1L_2 - M^2}\right)\varepsilon$$

$$\therefore \ L = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \qquad (6.16)$$

দুটি সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত আবেশক যারা পরস্পরের উপর আবেশ সৃষ্টি করে তাদের তুল্যাংক আবেশতা হল সমীকরণ (6.16)। কিন্তু এমন হতে পারে যে স্বাবেশ এবং পারস্পরিক আবেশ পরস্পর বিরুধ, তখন

$$L = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \qquad (6.17)$$

যদি আবেশকদ্বয় পরস্পরকে আবিষ্ট করতে না পারে তবে $M = 0$ এবং

$$L = \frac{L_1L_2}{L_1 + L_2}$$

বা, $$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \qquad (6.18)$$

লক্ষ্যণীয় যে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত দুটি রোধকের তুল্যাংক রোধের রাশিমালাও সমীকরণ (6.18)-এর অনুরূপ।

অনুশীলনী – 2 : সমীকরণ (6.17) প্রমাণ করুন।

6.7 যুগ্মন গুণাংক (Compling Coefficient)

আপনারা জানেন একটি বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহের পরিবর্তন দ্বারা নিকটস্থ অন্য একটি বন্ধ বর্তনীতে তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট করা যায়। এরূপক্ষেত্রে প্রথম বর্তনীকে মুখ্য বর্তনী বা যদি কুণ্ডলী হয় তবে মুখ্য কুণ্ডলী (primary coil) বলে এবং অপরটিকে গৌণ বর্তনী বা কুণ্ডলী বলে। অপর পক্ষে গৌণ কুণ্ডলীতে যদি তড়িৎ প্রবাহের পরিবর্তন ঘটানো যায় তবে মুখ্য কুণ্ডলীতেও একটি তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয়। আবেশী তড়িচ্চালক বলের জন্য বর্তনী কুণ্ডলী আকৃতির হলে অনেক বেশি কার্যকরী হয়। এরূপ দুটি কুণ্ডলীর ক্ষেত্রে যদি ϕ_1 হয় মুখ্য কুণ্ডলীতে সংশ্লিষ্ট চৌম্বক প্রবাহ এবং Φ_{21} হয় গৌণ কুণ্ডলীতে চৌম্বক প্রবাহ তবে $\Phi_{21} \leq \Phi_1$ হবে। অনুরূপে $\Phi_{12} \leq \Phi_2$, যেখানে Φ_2 হলো গৌণ

কুণ্ডলীতে চৌম্বক প্রবাহ এবং Φ_{12} হল মুখ্য কুণ্ডলীতে সংশ্লিষ্ট চৌম্বক প্রবাহ। এখন যেহেতু Φ_{12} এবং Φ_{21} যথাক্রমে Φ_2 এবং Φ_1-এর উপর নির্ভর করে, অতএব লেখা যায়—

$$\Phi_{12} = k_{12}\Phi_2$$

$$\Phi_{21} = k_{21}\Phi_1$$

এখন যদি I_1 ও I_2 হয় উভয় বর্তনীতে মূল প্রবাহমাত্রা, তবে

$$\Phi_{12} = MI_2 \text{ এবং } \Phi_{21} = MI_1$$

যেখানে বিশেষ সংস্থাপনার (orientation) জন্য উভয় কুণ্ডলীর পারস্পরিক আবেশতা হল M. আবার L_1 ও L_2 যদি হয় মুখ্য ও গৌণ কুণ্ডলীর স্বাবেশতা তবে —

$$\Phi_1 = L_1I_1 \quad \text{এবং} \quad \Phi_2 = L_2I_2$$

$$\therefore\ \Phi_{21} = k_{21}\Phi_1 = K_{21}L_1I_1 = MI_1$$

$$\text{এবং}\ \Phi_{12} = k_{12}\Phi_2 = k_{12}L_2I_2 = MI_2$$

$$\therefore M = k_{21}L_1 = k_{12}L_2$$

$$\text{বা}\ M^2 = k_{21}K_{12}L_1L_2 = k^2L_1L_2$$

$$\text{যেখানে}\ k^2 = k_{21}\,k_{12}$$

এবং (6.19)

যেহেতু $\Phi_{21} \le \Phi_1$ এবং $\Phi_{12} \le \Phi_2$, অতএব

$$0 \le k_{21} \le 1 \text{ এবং } 0 < k_{12} \le 1$$

$$\therefore\ 0 < k \le 1$$

k-কে বলে আবেশক কুণ্ডলীদ্বয়ের যুগ্মন গুণাঙ্ক। k-এর মান আবেশক দ্বয়ের গঠন ও সংস্থাপনার উপর নির্ভর করে।

অনুশীলনী **3.** যুগ্মন গুণাঙ্ক এক বা শূন্য হতে পারে এমন আবেশক ব্যবস্থার বর্ণনা দিন।

6.8 ক্ষণস্থায়ী প্রবাহ : প্রস্তাবনা ও উদ্দেশ্য

স্থায়ী প্রবাহ বলতে বুঝায় পরিবাহীতে কোন প্রস্থচ্ছেদ অতিক্রমকারী প্রবাহমাত্রার দিক ও মান স্থির। এই অর্থে দুই ধরনের ক্ষণস্থায়ী প্রবাহ বর্তমান ঃ (i) যে প্রবাহমাত্রার দিক স্থির কিন্তু মান সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয় এবং (ii) যে প্রবাহমাত্রার মান ও দিক উভয়েই সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। আমরা দ্বিতীয় প্রকারের প্রবাহকে বলি প্রত্যাবর্তী প্রবাহ (alternating current) এবং প্রথম প্রকারের প্রবাহকে বলি ক্ষণস্থায়ী বা পরিবর্তী প্রবাহ (Transient or varying currents) যখন কোন বর্তনীতে একটি তড়িৎ উৎস যুক্ত করা হয় তখন প্রবাহমাত্রা একটি নির্দিষ্ট অভিমুখে পরিবাহীর মধ্য দিয়ে গমনকালে শূন্য থেকে একটি সর্বোচ্চ মান অর্জন করে। তত্ত্বগত ভাবে এই সর্বোচ্চ মান অর্জন করতে অসীম সময় লাগে, কিন্তু বাস্তবে খুব কম সময়ের মধ্যেই এই সর্বোচ্চ মান অর্জিত হয়। প্রবাহমাত্রার সর্বোচ্চ মান বর্তনীর উপাদানের উপর নির্ভর করে। আবার বর্তনী থেকে তড়িৎ-উৎসকে বিচ্ছিন্ন করলে প্রবাহমাত্রা তৎক্ষণাৎ শূন্য হবে না,

সর্বোচ্চ মান থেকে ক্রমান্বয়ে শূন্য হবে এবং এই সময়াবকাশে প্রবাহমাত্রার অভিমুখ অপরিবর্তিত থাকবে, অর্থাৎ তড়িৎ সংযোগকালে প্রবাহমাত্রার অভিমুখ যে দিকে হবে, বিচ্ছিন্ন করলেও ক্ষণস্থায়ী প্রবাহমাত্রার অভিমুখ সেই দিকেই থাকবে। পরবর্তী অনুচ্ছেদগুলিতে বিভিন্ন উপাদানের তড়িৎ বর্তনীতে কোন এক সময়ে প্রবাহমাত্রা নির্ণয় করা হবে।

একটি তড়িৎ-বর্তনীর উপাদান হলো উৎস, ধারক, আবেশক এবং রোধক ও পরিবাহী সংযোগতার। আপনারা এই উপাদানগুলির রাশির সঙ্গে পরিচিত ঃ

1. রোধক ও সংযোগ পরিবাহী ও অন্যান্য উপাদানের রোধ R.

2. ধারক এবং তার ধারকত্ব C.

3. আবেশক ও তার আবেশতা L.

এইসব উপাদান নিয়ে যেসব বর্তনী গঠিত হয় তাদের তিনটি ভাগ বর্তমান :

(i) L-R বর্তনী, (ii) C-R বর্তনী এবং (iii) L-C-R বর্তনী। লক্ষ করুন যে L-C বর্তনী হয় না, কারণ সেক্ষেত্রে সংযোগ তারের রোধ শূন্য হবে, যা বাস্তবে হয় না। এই জন্য উল্লেখিত তিনটি বর্তনীরই সাধারণ উপাদান R.

উদ্দেশ্য

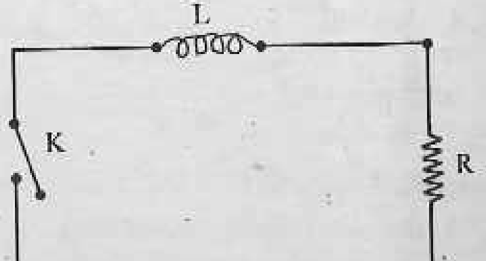
পরবর্তী অনুচ্ছেদগুলিতে আলোচনা ও অধ্যয়নের উদ্দেশ্যগুলি এরূপ—

- L-R শ্রেণিবর্তনীতে প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধি ও ক্ষয় কীভাবে ঘটে সেটা জানতে পারবেন।
- C-R বর্তনীর প্রবাহমাত্রার ক্ষয় ও বৃদ্ধি জানতে পারবেন। কীভাবে রোধের মধ্য দিয়ে ধারককে আহিত করা হয় এবং আহিত ধারকের আধান ক্ষরণ হয় তাও জানতে পারবেন।

6.9 L-R শ্রেণি-বর্তনী ঃ প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধি ও ক্ষয় (L-R Series Circuit : Growth and Decay of Current)

(ক) L-R শ্রেণি বর্তনীতে প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধি

একটি বর্তনীতে আবেশক যখন সোজাসুজি তড়িৎ উৎসের সঙ্গে একটি বৈদ্যুতিক চাবির (key) মধ্য দিয়ে যুক্ত হয় তখন তাকে বলে L-R শ্রেণি বর্তনী। সংযোগ পরিবাহী তারের রোধ আবেশক L-এর সঙ্গে শ্রেণিতে যুক্ত হয়। প্রয়োজনে অতিরিক্ত রোধক উপাদানও যুক্ত করা হয়। রোধক ও সংযোগ পরিবাহীর মোট রোধ R দ্বারা সূচিত হয় (চিত্র 6.5)।



চিত্র 6.5 : L-R শ্রেণি বর্তনী

বৈদ্যুতিক চাবি k-এর সাহায্যে L এবং R-এর শ্রেণি সমবায়কে বৈদ্যুতিক উৎস E-এর সঙ্গে যুক্ত করা হয়। কোন এক সময়ে R-এর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা i হলে, কির্কফের বিভব-সূত্র প্রয়োগ করে লেখা যায়—

$$iR = E + \varepsilon$$

যেখানে উৎসের তড়িচ্চালক বল = E, এবং পরিবর্তনশীল i-এর জন্য আবেশকে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল—

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

$$\therefore \; L\frac{di}{dt} = E - iR \qquad (6.20)$$

সমীকরণ (6.20) হলো L-R বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধিকালীন সমীকরণ। এই সমীকরণ সমাধান করে প্রবাহবৃদ্ধিকালীন কোন সময়ে প্রবাহমাত্রা পাওয়া যাবে। সমীকরণ (6.20) থেকে

$$\frac{di}{E - iR} = \frac{dt}{L}$$

বা, $$\frac{-\frac{1}{R}(E - iR)}{E - iR} = \frac{dt}{L}$$

সমাকল করে পাওয়া যায়—

$$-\frac{1}{R}\ln(E - iR) = \frac{t}{L} + C \qquad [\,6.20(ক)\,]$$

যেখানে C হলো সমাকল ধ্রুবক, যা সূচনাকালের শর্তদ্বারা নির্ণয় করতে হবে। যখন $t = 0$, তখন প্রবাহমাত্রা $i = 0$ হবে। অতএব

$$C = -\frac{1}{R}\ln E$$

সমীকরণ 6.20(ক) থেকে, অতঃপর লেখা যায়—

$$\ln(E - iR) = -\frac{Rt}{L} + \ln E$$

বা, $$\ln\left(\frac{E - iR}{E}\right) = -\frac{Rt}{L}$$

$$\therefore \; \frac{E - iR}{E} = e^{-\frac{Rt}{L}}$$

বা, $$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \qquad 6.20(খ)$$

যখন $t = \infty$, অর্থাৎ t-এর মান এত বেশি যে $e^{-\frac{Rt}{L}} = 0$ ধরা যায় তখন প্রবাহমাত্রা সম্পন্ন হবে এবং ধরা যাক I হলো প্রবাহমাত্রার সর্বোচ্চমান অর্থাৎ $I = \frac{E}{R}$

$$\therefore \; i = I\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \qquad (6.21)$$

সমীকরণ (6.21) দ্বারা প্রবাহ বৃদ্ধিকালে প্রবাহমাত্রার সঙ্গো সময়ের সম্পর্ক জানা যায়। এই সমীকরণে R এবং L ধ্রুবক। আবেশক ও রোধকের পরিবর্তন ঘটিয়ে L এবং R-এর পরিবর্তন ঘটানো যায়। এ জন্য এদের বলা যেতে পারে স্বাধীন চল বা বর্তনীর প্রাচল (Parameters)। কোন একসময়ে যদি $t = \frac{L}{R}$ হয় তবে

$$i = I(1 - e^{-1}) = 0.632I$$

$t = L/R$-কে বলে বর্তনীর সময় ধ্রুবক (time constant) বর্তনী ভেদে L/R বিভিন্ন বলে বর্তনীগুলির সময় ধ্রুবক ভিন্ন হয়। কিন্তু সময় t যখন বর্তনীর সময় ধ্রুবকের সমান তখন বর্তনীর প্রবাহমাত্রা হবে সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 0.632 অংশ বা 63.2%। সময় ধ্রুবক L/R ক্ষুদ্র হলে সেকেন্ডের অতি ক্ষুদ্র ভগ্নাংশ কালে প্রবাহমাত্রা সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 63.2% অর্জন করবে। কিন্তু L/R বৃহৎ মানের হলে এইমান অর্জন করতে বেশ কয়েক সেকেন্ড লেগে যাবে।

কতটা সময় পরে ক্ষণস্থায়ী প্রবাহ i একটা স্থায়ী সর্বোচ্চ মান I অর্জন করবে? তত্ত্বগতভাবে এ প্রশ্নের উত্তর অসীম। কিন্তু বাস্তবে কী সত্যিই অনন্তকাল লাগবে স্থায়ী I পেতে? এই প্রশ্নের একটা উত্তরানুসন্ধানের জন্য i-এর মান I এর 99 শতাংশ পেতে কত সময় লাগে তার একটা হিসাব আমরা করতে পারি। ধরা যাক এই সময় হল t^1.

$$\therefore \; i = 0.99I = I(1 - e^{-\frac{Rt^1}{L}})$$

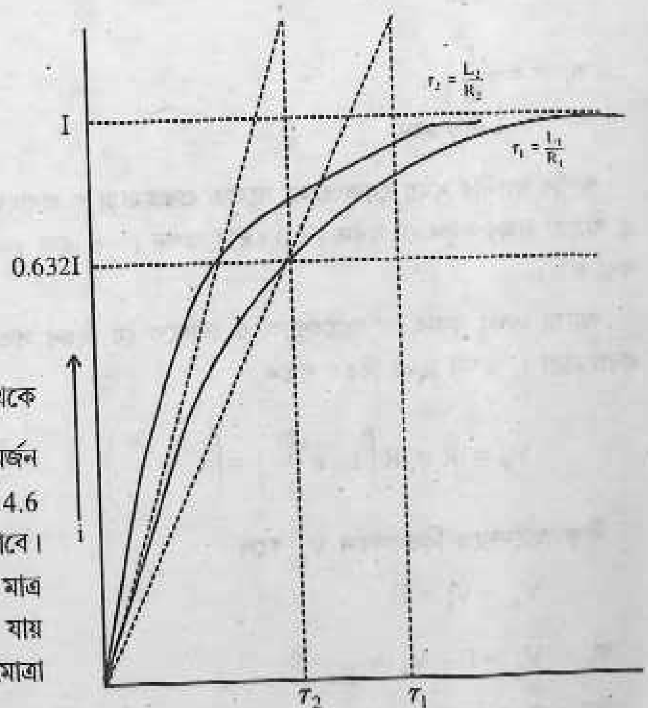
বা, $$e^{-\frac{Rt^1}{L}} = 1 - 0.99 = 0.01$$

$$\therefore \; \frac{Rt^1}{L} = 4.6$$

$$\therefore \; t^1 = 4.6\frac{L}{R} = 4.6\tau$$

যেখানে বর্তনীর সময় ধ্রুবক $\tau = \frac{L}{R}$ এর থেকে বলা যায় যে সর্বোচ্চ প্রবাহ মাত্রার 63.8% অর্জন করতে ক্ষণস্থায়ী প্রবাহমাত্রার যে সময় লাগবে তার 4.6 গুণ সময়ে সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 99% অর্জন করা যাবে। লক্ষ্য করুন এই সময়ে সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার থেকে মাত্র 1% কম প্রবাহমাত্রা অর্জিত হয়। অতএব বলাই যায় বর্তনীর সময় ধ্রুবকের প্রায় 5গুণ সময়ে প্রবাহমাত্রা সর্বোচ্চ হবে।

চিত্র 6.6-এ সময় প্রবাহমাত্রার লেখচিত্র প্রদর্শিত



চিত্র 6.6 : প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধি

হলো। চিত্র থেকে বুঝতে পারা যায় যে ভিন্ন ভিন্ন সময় ধ্রুবক হলে প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধির হার ভিন্ন ভিন্ন হবে। যে বর্তনীর সময় ধ্রুবক বেশি (τ_1 / τ_2) তার প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধির হার কম। দেখা যাচ্ছে $t=0$ বিন্দুতে প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধির হার সর্বোচ্চ এবং সময় বৃদ্ধির সঙ্গো এই হার হ্রাস পায়। এজন্য সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা অর্জন করতে দীর্ঘ সময় প্রয়োজন হয়। সমীকরণ (6.21) থেকে লেখা যায়।

$$\frac{di}{dt}=\frac{IR}{L}\tau^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$\therefore \frac{Ri}{L}+\frac{di}{dt}=\frac{IR}{L}$$ (সমীকরণ 6.21 থেকে)

বা, $$\frac{di}{dt}=\frac{R}{L}(I-i) \qquad (6.22)$$

অতএব, যখন $i=0$, $\frac{di}{dt}=\frac{RI}{L}$ যা হল $\frac{di}{dt}$-এর সর্বোচ্চ মান। i বৃদ্ধি পেতে থাকলে $\frac{di}{dt}$ হ্রাস পায়। $\frac{di}{dt}$ বনাম i হল একটি সরলরেখা যা $i=t$ বক্রের (t, i) বিন্দুতে স্পর্শক। মূল বিন্দুতে $\frac{di}{dt}$ হল চরম।

$$\therefore \left(\frac{dI}{dt}\right)_{\text{চরম}}=\frac{RI}{L}=\frac{I}{\tau}$$

বা, $$\tau=\frac{I}{\left(\frac{dI}{dt}\right)_{\text{চরম}}}$$

অর্থাৎ বর্তনীর সময় ধ্রুবক হলো সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা ও প্রবাহমাত্রা পরিবর্তনের চরম হারের অনুপাত। চিত্র 6.6-এ আরো লক্ষ্য করুন যে যখন $i=0.683I$, তখন $t=\tau_1$ এবং $t=\tau_2$। অতএব এই লেখ থেকেও সময় ধ্রুবক নির্ণয় করা যায়।

আরো লক্ষ্য করার যে আবেশকে ও রোধকে যে বিভব পতম ঘটে তা সময়ের সঙ্গো পরিবর্তিত হয়। যখন প্রবাহমাত্রা i, তখন R-এ বিভব পতন

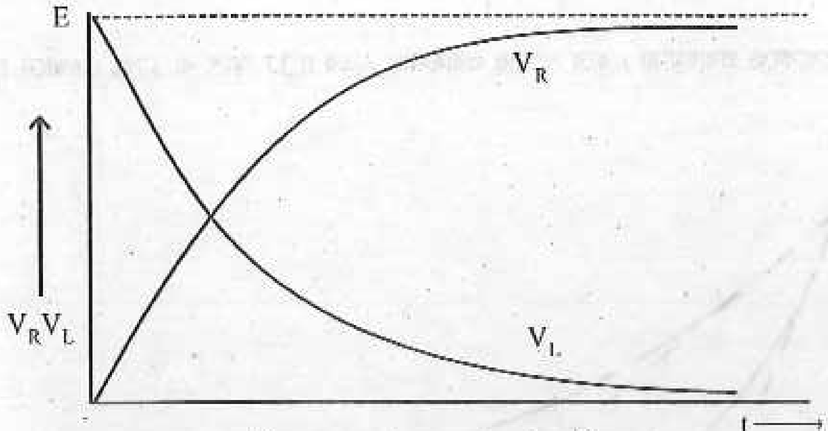
$$V_R=iR=IR\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right)=\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \qquad (6.23)$$

কিন্তু আবেশকে বিভবপতন V_L হলে

$$V_R+V_L=E$$

বা, $$V_L=E-V_R=Ee^{-\frac{Rt}{L}} \qquad (6.24)$$

চিত্র 6.7-এ সময়ের সঙ্গো V_R ও V_L-এর লেখ প্রদর্শিত হয়েছে।



চিত্র 6.7 : রোধক ও আবেশকে বিভব পতন

(খ) যখন প্রবাহমাত্রা ক্ষয়িষ্ণু (Decaying Current)

চিত্র 6.5-এ উৎসকে বর্তনীতে কিছুক্ষণ যুক্ত করে রাখলে প্রবাহমাত্রা চরমমান $I = E/R$ অর্জন করবে। এই অবস্থায় তড়িৎ সংযোগ বিচ্ছিন্ন করলে প্রবাহমাত্রাও শূন্য হওয়ার কথা। কিন্তু প্রবাহমাত্রার এই চরম পরিবর্তন আবেশকে বিপরীত তড়িৎচালক বল আবিষ্ট করবে। ফলে প্রবাহমাত্রা তৎক্ষণাৎ শূন্য হতে পারবে না। ধরা যাক প্রবাহমাত্রার হ্রাসকালে কোন এক সময় তার মান i.

$$iR = \varepsilon = -L\frac{di}{dt} \text{ [সমীকরণ 6.20-এ } E = 0 \text{]}$$

বা, $\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt$

$\therefore \ln i = -\frac{Rt}{L} + C$

এখানে C হলো সমাকল ধ্রুবক এবং সূচনা শর্ত থেকে C-এর মান নির্ণেয়। যখন $t = 0$, তখন $i = I$.

$\therefore C = \ln I$

অর্থাৎ $\ln i = -\frac{Rt}{L} + \ln I$

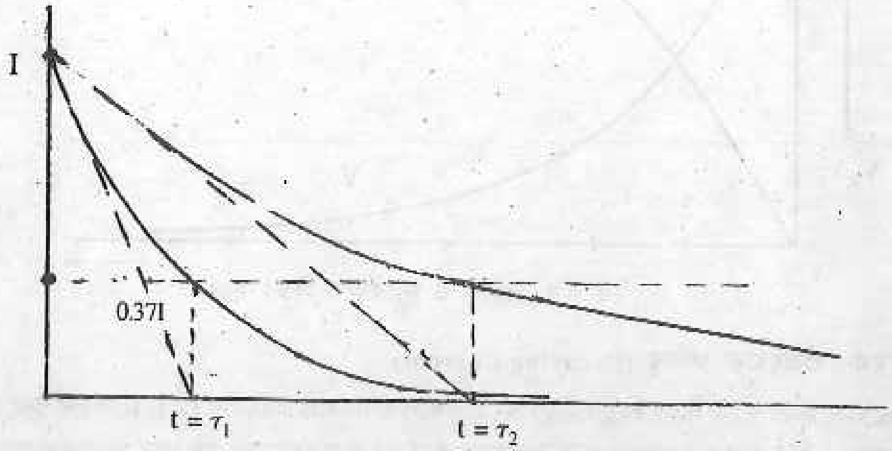
বা, $\ln\frac{i}{I} = -\frac{Rt}{L}$

$$\therefore i = Ie^{-\frac{Rt}{L}} \qquad (6.25)$$

সমীকরণ (6.25) ক্ষয়িষ্ণু প্রবাহমাত্রার সঙ্গে সময়ের সম্পর্ক নির্দেশ করছে। যখন সময় $t = \frac{L}{R}$, অর্থাৎ $t =$ বর্তনীর সময়ধ্রুবক, তখন

$$i = Ie^{-1} = 0.368I \approx 0.37I$$

অর্থাৎ $t = \frac{L}{R}$ সেকেণ্ডে প্রবাহমাত্রা i হবে সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা I-এর 0.37 অংশ বা 37%। এখানে I প্রাথমিক প্রবাহমাত্রাও বটে।



চিত্র 6.8 : ক্ষয়িষ্ণু প্রবাহমাত্রা

চিত্র 6.8-এ যখন প্রবাহমাত্রা ক্ষয়িষ্ণু তখন সময়ের সঙ্গে প্রবাহমাত্রার লেখ দেখানো হয়েছে। প্রবাহমাত্রা পরিবর্তনের হার

$$\frac{di}{dt} = -\frac{RI}{L}e^{-\frac{Rt}{L}} = -\left(\frac{R}{L}\right)i$$

অর্থাৎ প্রবাহমাত্রার পরিবর্তনের হার i-এর ক্ষয়প্রাপ্তির সঙ্গে হ্রাস পায়। এর ফলে i-এর মান শূন্যে পরিণত হতে অধিকতর সময় নেয়। লক্ষ্য করুন যে যখন প্রবামহাত্রা প্রাথমিক প্রবাহমাত্রার 0.37 অংশ বা প্রায় এক-তৃতীয়াংশ তখন সময় হল $t = \tau = \frac{L}{R}$, সময় ধ্রুবকের সমান। এই ক্ষয় হার বর্তনীর প্রাচল R ও L-এর উপর নির্ভর করে।

কোন এক সময়ে R রোধকে বিভব পতন

$$V_R = iR = IRe^{-Rt/L} = Ee^{-Rt/L} \qquad (6.26)$$

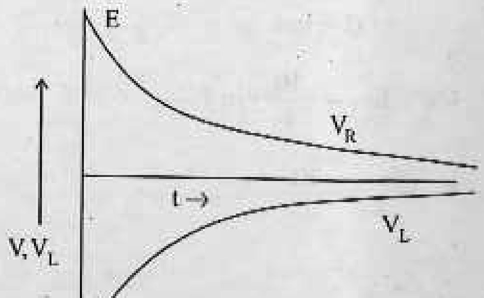
কিন্তু V_L যদি হয় আবেশকে বিভবপতন তবে

$$V_L + V_R = E$$

কিন্তু এই বর্তনীতে $E = 0$

অতএব $V_L = -V_R = -Ee^{-Rt/L}$ (6.27)

চিত্র 6.9-এ V_R ও V_L-এর লেখ প্রদর্শিত হলো।



চিত্র 6.9 : L, R-এ বিভব পতন

আপনার যখন কোন সুইচের সাহায্যে বৈদ্যুতিক সংযোগ বিচ্ছিন্ন করেন তখন ঐ সুইচে স্ফুলিঙ্গ দেখা যায়। কেন এমন হয় ? সুইচ বন্ধ করা বলতে বুঝায় বর্তনীতে অসীম মানের রোধ যুক্ত করা।

অতএব $\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i$ বিপুলভাবে বৃদ্ধি পায়,

কিন্তু, $\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$

অতএব, আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলও বিপুলভাবে বৃদ্ধি পায়। এ জন্য অকস্মাৎ বিদ্যুৎ সংযোগ বিচ্ছিন্ন হলে ঐ স্থানে স্ফুলিঙ্গ দেখা যায়।

অনুশীলনী **4.** যদি আবেশকের পরিবাহীর রোধ R_L হয় তবে তার দুই প্রান্তে যুক্ত ভোল্ট মিটারের পাঠ কী হবে ?

6.10 C-R শ্রেণি বর্তনী : রোধের মধ্য দিয়ে ধারকের আহিতকরণ এবং আধানক্ষরণ

চিত্র 6.10 -এ একটি রোধক R এবং একটি ধারক (যার ধারকত্ব C) শ্রেণিতে তড়িৎ উৎসের (যার তড়িচ্চালক বল E) সঙ্গে যুক্ত আছে। ধরা যাক রোধক ও বর্তনীর পরিবাহীর মোট রোধ R. ধারকের সঙ্গে একটি দ্বিমুখী চাবি বা সুইচ k_1 এবং k_2 যুক্ত করা আছে। ধারককে আহিত করার সময় k_2 খোলা রেখে k_1 বন্ধ করতে হবে এবং ধারকের আধান ক্ষরণের সময় k_1 খোলা রেখে k_2 বন্ধ করতে হবে।

(ক) ধারকের আহিতকরণ (Charging of a Capacitor)

চাবি k_2 খোলা রেখে k_1 বন্ধ করলে উৎস থেকে আধান ধারকে প্রবাহিত হবে ও সঞ্চিত হতে থাকবে। ফলে C-এর বিভব বৃদ্ধি পেতে থাকবে। যখন q আধান ধারকে সঞ্চিত হবে তখন তার বিভব হবে q/C, এ সময় যদি R-এর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা হয় i তবে কির্কফের বিভব সূত্রানুযায়ী—

$$iR = E - \frac{q}{C}$$

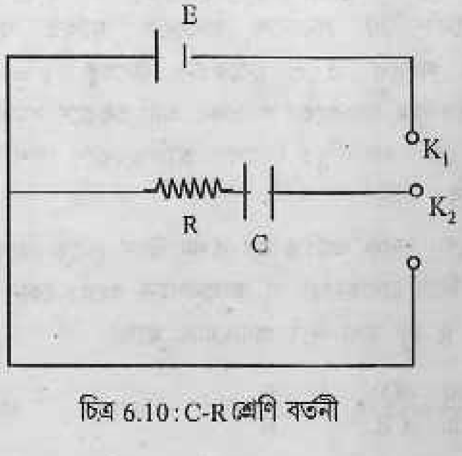
কিন্তু প্রবাহমাত্রার সংজ্ঞানুসারে $i = \frac{dq}{dt}$ অতএব

$$R\frac{dq}{dt} = E - \frac{q}{C}$$

বা, $$\frac{dq}{E - \frac{q}{C}} = \frac{dt}{R}$$

সমাকল করে পাওয়া যায়,

$$-C\ln\left(E - \frac{q}{C}\right) = \frac{t}{R} + C^{1}$$



চিত্র 6.10: C-R শ্রেণি বর্তনী

যেখানে $C^{\prime}$ = সমাকলন ধ্রুবক, যা সূচনা শর্ত থেকে নির্ণয় করতে হবে। সূচনা শর্ত ছিল যখন $t = 0$ তখন $q = 0$ অতএব $C^{\prime} = -C \ln E$. অতঃপর

$$-C \ \ln\left(E - \frac{q}{C}\right) = \frac{t}{R} - C \ln E$$

$$\text{বা,} \quad \ln\left(\frac{E - \frac{q}{C}}{E}\right) = -\frac{t}{CR}$$

$$\therefore E - \frac{q}{C} = E\tau^{-t/CR}$$

$$\text{বা,} \ q = EC\left(e - \tau^{-t/CR}\right)$$

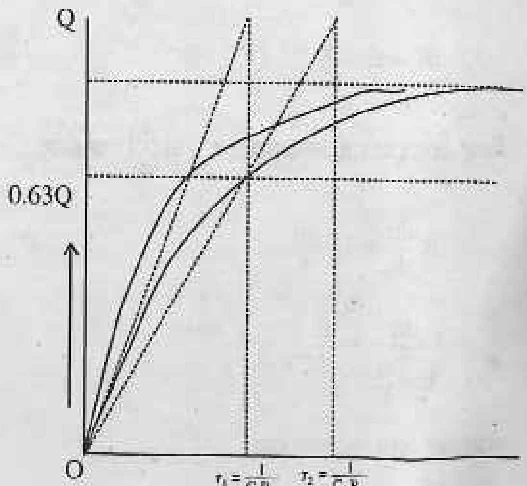
ধারক পূর্ণ আহিত হতে তত্ত্বগতভাবে অসীম সময় লাগবে। যদি পূর্ণ আহিত আধান হয় Q তবে যখন $t = \infty$, তখন $q = Q$. এই শর্ত থেকে $Q = EC$.

$$\therefore \ q = Q\left(1 - \tau^{-\frac{t}{CR}}\right)$$

এক্ষেত্রে সময় ধ্রুবক $\tau = CR$, এই সময়ে আহিত আধানের পরিমাণ হবে

$$q = Q\,(\,1 - e^{-1}) = 0.63Q.$$

অতএব সময়-ধ্রুবক কালের মধ্যে ধারকে সঞ্চিত আধানের পরিমাণ হবে পূর্ণ আহিত আধানের 0.63 অংশ বা 63 শতাংশ। আপনারা আবেশকে সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 99 শতাংশ অর্জিত হতে যে 4.6τ সময় লাগে একথা L-R শ্রেণি বর্তনীতে প্রবাহ বৃদ্ধিকালের আলোচনায় জেনেছেন।



চিত্র 6.11 : ধারকের আহিতকরণ

একইভাবে Q এক্ষেত্রেও দেখানো যায় যে সর্বোচ্চ আধানের 99 শতাংশে ধারককে আহিত করতে সময় লাগবে 4.6τ সেকেন্ড। যেহেতু $\tau = CR$, অতএব কম ধারকত্বের ধারকের আহিতকরণে সময় কম এবং বেশি ধারকত্বের ধারকের আহিতকরণে বেশি সময় লাগবে।

যখন ধারক আহিত হয় তখন উৎস থেকে রোধকের মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা বা আধানগমন করে। কোন এক সময় R-এর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা হবে,

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{Q}{CR}e^{-\frac{t}{CR}} = \frac{E}{R}\tau^{-t/CR} = Ie^{-t/CR} \qquad (6.29)$$

এখানে I হলো সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা যখন $t=0$, অতএব দেখা যাচ্ছে R-এর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা অনন্তকাল ব্যাপী (asymptotically) হ্রাস পেতে থাকবে।

চিত্র 9.11-এ কীভাবে সময় সাপেক্ষে ধারক আহিত হয় তা দেখানো হলো। দেখা যায় যে $\tau_1 < \tau_2$ বলে যে ধারকের সময় ধ্রুবক কম সেটি দ্রুততরভাবে আহিত হয়।

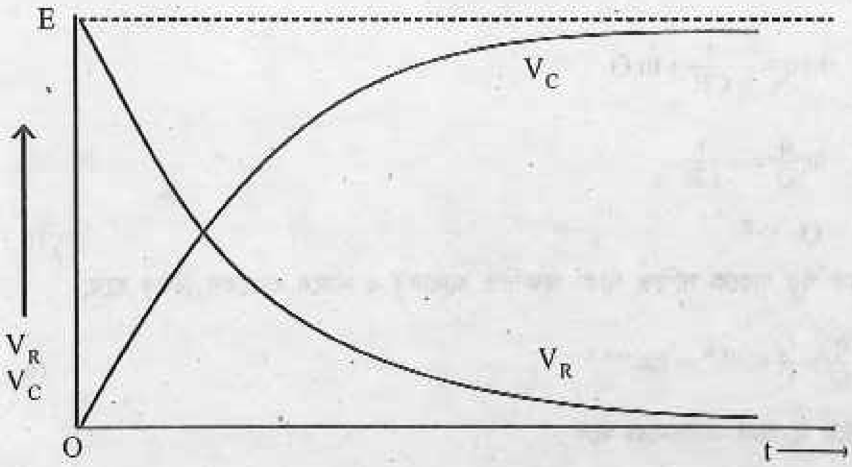
আহিত হওয়ার সময় যখন রোধকে বিভব পতন হবে V_R, তখন ধারকের বিভব হবে $V_C = E - V_R$.

এখন, $V_R = iR = R \times \frac{Q}{CR} e^{-t/CR} = \frac{Q}{C} e^{-t/CR}$

$$\therefore\ V_R = Ee^{-t/CR} \qquad (6.30)$$

আবার, $V_C = E - Ee^{-t/CR} = E\left(1 - e^{t/CR}\right)$ (6.31)

চিত্র 6.12 তে সময় সাপেক্ষে V_R ও V_C লেখ দেখানো হয়েছে —



চিত্র 6.12 : R,C-এ বিভব

(খ) ধারকের আধান ক্ষরণ (Discharging of a Capacitor)

চিত্র 6.10-এ প্রথমে k_2 খোলা রেখে k_1 দ্বারা C-কে তড়িৎ উৎসের সঙ্গে সংযুক্ত করতে হবে। এর ফলে কিছুক্ষণের মধ্যে ধারকটি পূর্ণরূপে আহিত হবে। এবার k_1 খোলা হলে ধারক পূর্ণ আহিত অবস্থায় থাকার কথা। এটা সম্ভব যদি ধারকের অভ্যন্তরণ মাধ্যম হয় পূর্ণ অন্তরক এবং ধারকের দুই পরিবাহী সম্পূর্ণ রূপে বৈদ্যুতিকভাবে পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন। কিন্তু কোন মাধ্যমই পরিপূর্ণ অন্তরক নয় এবং বায়ুর জলীয় বাষ্প দুই তড়িৎ দ্বারের ক্ষীণ বৈদ্যুতিক সংযোগ ঘটায়। এর ফলে ধারকের আধান ক্ষরণ হয় অত্যন্ত ধীরে। এরূপ ক্ষরণকে বলে স্বাভাবিক ক্ষরণ (natural discharge)। কিন্তু যদি চাবি k_2 বন্ধ করা হয় তবে ধারক উচ্চরোধ R-এর মধ্যদিয়ে দ্রুতহারে ক্ষরিত হয়। এই ক্ষরণকালে কোন এক সময়, ধরা যাক, ধারকের আধান q, এবং ঐ সময় R-এর মধ্যদিয়ে প্রবাহমাত্রা i, অতএব বর্তনীতে মোট বিভব পতন হবে $\frac{q}{C} + iR$, কিন্তু যেহেতু এই বর্তনীতে কোন উৎস নেই, সেইজন্য

$$\frac{q}{C} + iR = 0$$

বা, $R \cdot \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C}$

$$\therefore \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{CR}$$

সমাকলন করে পাওয়া যায়,

$$\ln q = -\frac{t}{CR} + C''$$

যেখানে সমাকলন ধ্রুবক C'' সূচনা শর্ত থেকে নির্ণেয়। এক্ষেত্রে শুরুতে ধারকের আধান সর্বোচ্চ। অতএব যখন $t = 0$, তখন $q = Q$.

$\therefore \ln Q = C''$

অতএব $\ln q = -\frac{t}{CR} + \ln Q$

বা, $\ln \frac{q}{Q} = -\frac{t}{CR}$

$$\therefore \quad q = Qe^{-t/CR} \tag{6.32}$$

এই হল t সময় পর ধারকে সঞ্চিত থাকা অক্ষরিত আধান। এ সময়ে ধারকের বিভব হবে,

$$V_C = \frac{q}{Q} = \frac{Q}{C}e^{-t/CR} = Ee^{-t/CR} \tag{6.33}$$

আবার এ-সময়ে R-গামী প্রবাহমাত্রা হবে

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q}{CR}e^{-t/CR}$$

$$= -\frac{E}{R}e^{-t/CR}$$

বা, $V_R = iR = -Ee^{-t/CR}$ (6.34)

লক্ষ্য করুন $V_R = -V_C$

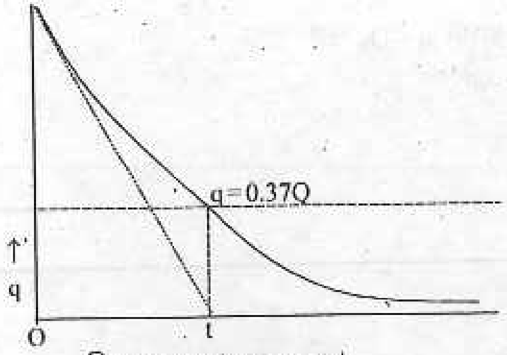
এর অর্থ ধারক ও রোধকের বিভব পার্থক্য পরস্পর বিপরীতে আছে। ক্ষরণ কালেও বর্তনীর সময় ধ্রুবক $\tau = CR$ এবং এই সময়ান্তে ধারকে যে আধান থাকবে তা হলো q.

$$q = Qe^{-1} = 0.37Q$$

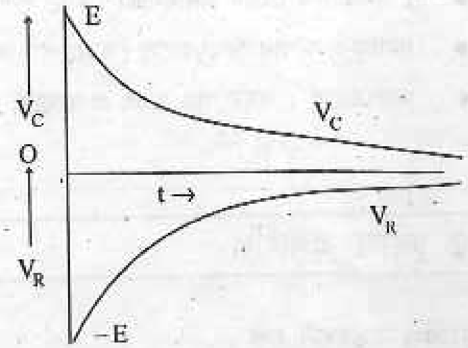
অর্থাৎ সময় ধ্রুবক অবকাশের পর ধারকে মূল আধানের 0.37 অংশ বা 37 শতাংশ অক্ষরিত থাকে। পূর্বের মতই

দেখানো যায় যে যেমন সম্পূর্ণ আহিত হতে সময় লাগে 46τ সেকেন্ড থেকে বেশি, তেমনি ক্ষরিত হতেও সময় নেয় 4.6τ সেকেন্ড থেকে বেশি।

চিত্র 6.13-এ ধারকের আধান ক্ষরণ-সময় লেখ দেখানো হয়েছে এবং চিত্র 6.14-এ V_C ও V_R বনাম সময় লেখ দেখানো হয়েছে,



চিত্র 6.13 : ধারকের ক্ষরণ



চিত্র 6.14 : R, C-এ বিভব

ধারকের নিজস্ব রোধ শ্রেণিতে যুক্ত উচ্চ মানের রোধ মিলিতভাবে হবে R। সাধারণ ওহ্‌মমিটার দ্বারা এই রোধ সূক্ষ্মভাবে পরিমাপ করা যায় না। কিন্তু ধারকের আধানকে বিভিন্ন সময় সাপেক্ষে ক্ষরিত করে চিত্র 6.13-এর অনুরূপ লেখ পাওয়া যায় যা থেকে τ নির্ণয় করা যায়। যেহেতু $\tau = \frac{1}{CR}$, অতএব C জানা থাকলে R নির্ণয় করা সম্ভব।

অনুশীলনী 5 : ক্ষরণ পদ্ধতির সাহায্যে দুটি ধারকের ধারকত্বের তুলনা করবেন কীভাবে ?

6.11 সার-সংক্ষেপ

- চৌম্বক প্রবাহ $\Phi = Bs = \int \vec{B}.d\vec{s}$
- ফ্যারাডে নয়মান সূত্র : $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ এবং লেন্‌ৎস্‌-এর সূত্র।
- গতীয় তড়িচ্চালক বল $\varepsilon = vBL$
- আবেশতা : পারস্পরিক আবেশতা এবং স্বাবেশতা
- L-R বর্তনীতে প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধি কালে প্রবাহমাত্রা $i = I\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$
- L-R বর্তনীতে ক্ষয়িষ্ণু প্রবাহকালে প্রবাহমাত্রা $i = Ie^{-\frac{Rt}{L}}$

- C-R বর্তনীতে t সময় পর ধারকে আহিত আধানের পরিমাণ

$$q = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right),\ Q = EC$$

- t সময় পর রোধে প্রবাহমাত্রা $i = Ie^{-t/CR}$
- ধারকের আধান ক্ষরণকালে t সময় পর অক্ষরিত আধান $q = Qe^{-t/CR}$
- ক্ষরণকালে t সময় পর R-এ প্রবাহমাত্রা $i = -Ie^{-t/CR}$

6.12 চূড়ান্ত প্রশ্নাবলি

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

1. চৌম্বকক্ষেত্র ও চৌম্বক প্রবাহের সংজ্ঞা লিখুন।
2. $\bar{B}$ ক্ষেত্র কোন উৎসজাত নয়। ব্যাখ্যা করুন।
3. ফ্যারাডে নয়মান সূত্রের সাহায্যে কোন বর্তনীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল নির্ণয় করুন।
4. কোন চৌম্বক ক্ষেত্রে অবস্থিত বর্তনীটি যান্ত্রিকভাবে স্থিতিশীল না হলে ঐ বর্তনীতে ওহ্‌মসূত্র প্রযোজ্য নয়। উক্তিটি ব্যাখ্যা করুন।
5. স্বাবেশ ও পারস্পরিক আবেশ কাকে বলে ?
6. কেবলমাত্র L-C বর্তনী সম্ভব নয় কেন ?
7. সময় ধ্রুবক কাকে বলে ?
8. বিভিন্ন বর্তনীর সময় ধ্রুবকের রাশিমালা লিখুন।

বিষয়বস্তু ভিত্তিক প্রশ্ন :

1. চৌম্বক প্রবাহ ও চৌম্বক আবেশের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন।
2. গতীয় তড়িচ্চালক বল কাকে বলে। তার মান নির্ণয় করুন।
3. প্রমাণ করুন কোন L-R বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধি ও ক্ষয়কালে কোন বিশেষ সময়ে মোট প্রবাহমাত্রা ধ্রুবক।
4. C-R বর্তনীতে t সময়ে ধারকের আধান নির্ণয় করুন।
5. যুগ্মন গুণাংক কাকে বলে— আলোচনা করুন।
6. একটি ধারকের ধারকত্ব $1\mu f$ ধারকটি আহিত করে 10 মিনিট অপেক্ষা করলে তার দশ শতাংশ আধান ক্ষরণ হয়। কিন্তু পূর্ণ আহিত ধারককে যদি একটি উচ্চ রোধের মধ্য দিয়ে আধান ক্ষরণ করানো হয় তবে 2 মিনিটে 50 শতাংশ আধান ক্ষরিত হয়। উচ্চরোধের মান নির্ণয় করুন।

7. একটি L-R শ্রেণি বর্তনীর মোট রোধ উপেক্ষা করা চলে। প্রমাণ করুন যে প্রবাহমাত্রার সূত্রটি হবে—

$$i=\left(\frac{E}{L}\right)t$$

6.13 প্রশ্নাবলির সমাধান ও উত্তর

অনুশীলনী

1. চৌম্বক বল

$$\vec{F}_m=q\left(\vec{\nu}\times\vec{B}\right)$$

অতএব $\vec{F}_m$ কর্তৃক q আধানের উপর কৃতকার্য

$$W=\int\vec{F}_m.d\vec{l}$$

এখন $d\vec{l}=\vec{\nu}dt_b=dt$ সময়ে q-এর সরণ।

$$\therefore\ W=\int q\left(\vec{\nu}\times\vec{B}\right).\vec{\nu}\,dt$$

$$=q\int\left(\vec{\nu}\times\vec{\nu}\right).\vec{B}dt=0$$

কারণ $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}.(\vec{C}\times\vec{A})=\vec{C}.(\vec{A}\times\vec{B})$. এবং

$$\vec{\nu}\times\vec{\nu}=0$$

2. অনুচ্ছেদ (6.6) দ্রষ্টব্য।

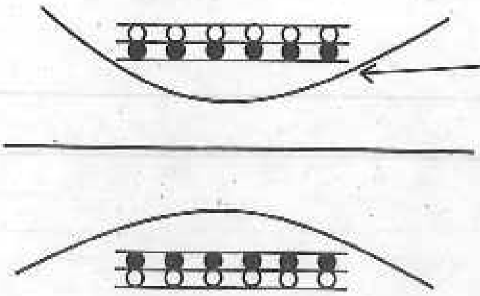
3. যদি Φ_1 ও Φ_2 হয় কোন দুটি কুণ্ডলীর মুখ্য চৌম্বক প্রবাহ এবং Φ_{12} ও Φ_{21} হল যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় কুণ্ডলীতে দ্বিতীয় ও প্রথম কুণ্ডলীতে প্রবাহের জন্য চৌম্বক প্রবাহ, তবে

$$\Phi_{12}=k_{12}\Phi_2 \quad \text{এবং} \quad \Phi_{21}=k_{21}\Phi_1$$

স্পষ্টতই যদি $\Phi_2=\Phi_{12}$ এবং $\Phi_1=\Phi_{21}$ হয় তবে $k_{12}=1$ এবং $k_{21}=1$ হবে।

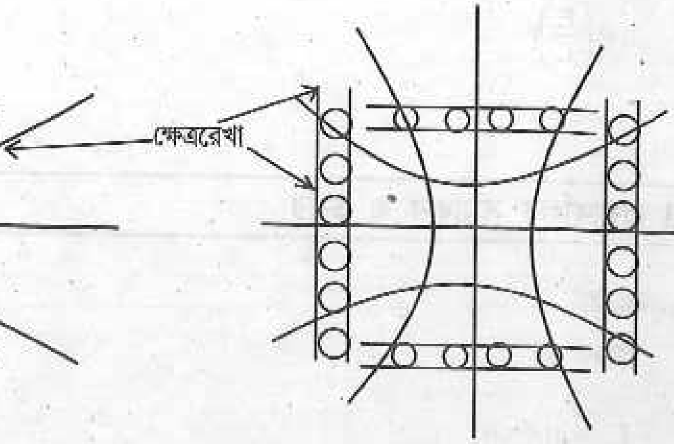
অতএব যুগ্মন গুণাঙ্ক $k=\sqrt{k_{12}k_{21}}=1$ হবে।

প্রায় সমদৈর্ঘ্যের ও সমব্যাসের দুটি কুণ্ডলীকে



$\Phi_{12} = \Phi_2$ বা $\Phi_{21} = \Phi_1$

চিত্র 6.15



$\Phi_{12} = \Phi_{21} = 0$

চিত্র 6.16

সমাক্ষীয় অবস্থায় একটিকে অপরটির অভ্যন্তরে স্থাপন করলে $\Phi_1 = \Phi_{21}$ এবং $\Phi_2 = \Phi_{12}$ হবে (চিত্র 6.15)। তখন $k_{12} = 1, k_{21} = 1$ এবং $k = 1$ হবে।

কিন্তু ক্ষুদ্রতর দৈর্ঘ্যের কুণ্ডলীটির দৈর্ঘ্য যদি বৃহত্তর দৈর্ঘ্যের কুণ্ডলীর ব্যাস অপেক্ষা কম হয় তবে চিত্র 6.16-এর অনুরূপে কুণ্ডলীদ্বয়ের অক্ষদ্বয় যদি পরস্পরের অভিলম্ব হয় তবে যেহেতু কোনটির মুখ্য চৌম্বক প্রবাহ অন্যটির কুণ্ডলীতল ছেদ করবে না, তাই $\Phi_{21} = \Phi_{12} = 0$ হবে। অর্থাৎ $k_{21} = k_{12} = 0$ হবে। অতএব এরূপ ক্ষেত্রে $k = \sqrt{k_{12}k_{21}} = 0$ হবে।

4. L-R বর্তনীর মোট রোধ $R = R_{en} + R_L$, যেখানে R_{en} হল আবেশক বহির্ভূত বর্তনী অংশের রোধ। তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা i হলে—

$$i(R_{en} + R_L) = E - \varepsilon$$

যেখানে E হল বর্তনী প্রযুক্ত তড়িচ্চালক বল এবং ε হল আবেশকে আবিষ্ট বিপরীত তড়িচ্চালক বল।

$$\therefore \ q + iR_L = E - iR_{ex}$$

কিন্তু বাম পক্ষ হল আবেশকে বিভব-পতন। অতএব আবেশকের দুই প্রান্তে যুক্ত ভোল্টমিটার পাঠ করে $E - iR_{ex}$ বা $E - i(R - R_L) = (E - iR) - iR_L$

5. যদি C_1 ও C_2 ধারকত্বের দুটি ধারককে v বিভবে আহিত করা হয় তবে তাদের সঞ্চিত আধান হবে $q_1 = c_1 v$ এবং $q_2 = C_2 v$

$$\therefore \frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

অর্থাৎ দুটি ধারকের ধারকত্বের অনুপাত উহাদের সঞ্চিত আধানের অনুপাতের সমান। অতএব যদি ধারকদ্বয়ের আধান পরিমাপ করা যায় তবে তাদের ধারকত্বের অনুপাত জানা যায়। আধান পরিমাপ করা হয় ব্যালিস্টিক

গ্যালভানোমিটার দ্বারা। কোন এরূপ গ্যালভানোমিটারের মধ্য দিয়ে q আধান গমন করলে যদি গ্যালভানোমিটারের বিক্ষেপ হয় d, তবে $q = k\theta$, যেখানে k হল গ্যালভানোমিটার ধ্রুবক।

$$\therefore \frac{q_1}{q_2} = \frac{k\theta_1}{k\theta_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

বা, $$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

অতএব θ_1 ও θ_2 নির্ণয় করে ধারকদ্বয়ের ধারকত্বের তুলনা করা যায়।

অনুশীলনী 6: বায়ু-মাধ্যমে 3m/s বেগে চলমান 22cm. দীর্ঘ একটি তারের দুই প্রান্তে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল নির্ণয় করুন যখন তারটি 44000 Gauss প্রাবল্যের চৌম্বকক্ষেত্রকে সরাসরি অভিলম্বভাবে অতিক্রম করে।

সমাধান —

আমরা জানি যে, $e = -\frac{1}{10^8} \cdot \frac{d\theta}{dt}$

এখন $d\phi = B.A = \mu\, H.A$

এখানে, $\mu = 1$ (বায়ু-মাধ্যম)

$H = 44000$ Gauss

$A = 22 \times 300\ cm^2$ (প্রতি সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 3m = 300$ cm.)

$$\therefore \frac{d\theta}{dt} = \frac{1 \times 44000 \times 600}{1} (\because dt = 1s)$$

$$= 2904 \times 10^5 \text{ Maxwell}$$

$$\therefore e = \frac{1}{10^8} \times 2904 \times 10^5 \text{ Volt}$$

$$= 2.904V$$

সুতরাং তারটির দুই প্রান্তের মধ্যে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের নির্ণেয় মান 2.904 Volt।

অনুশীলনী 7: বায়ু-মাধ্যমে 10cm ব্যাসার্ধযুক্ত একটি তামার গোলচাকতি প্রতি সেকেন্ডে 30 বার একটি সুষম চৌম্বক ক্ষেত্রের অভিলম্বভাবে ঘুরছে। যদি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল, চাকতির কেন্দ্র এবং সীমান্তের মধ্যে 3.14mV হয়, তাহলে চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রাবল্য নির্ণয় করুন।

সমাধান—

ধরা যাক চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রাবল্য = H oersted চাকতির ক্ষেত্রফল $A = \pi r^2 = 100\pi\ cm^2$

$\therefore$ চাকতি দ্বারা প্রতি সেকেন্ডে অতিক্রান্ত ক্ষেত্রফল

$$= A_1 = 100\pi \times 30 = 3000\pi\ cm^2$$

সুতরাং H চৌম্বক প্রাবল্যের ক্ষেত্রে প্রতি সেকেন্ডে চাকতি কর্তৃক সৃষ্ট চৌম্বক ফ্লাক্সের পরিবর্তন

$= H\,\mu A_1$

$= H.1.3000\pi \quad (\therefore \mu = 1)$

এখন আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল e = ফ্লাক্সের পরিবর্তনের হার

বা, $e = 3000\pi$ H emu of potential

বা, $$e = \frac{3000 \times 3.14 \times H}{10^8} V$$

বা, $$3.14 \times 10^{-3} V = \frac{3000 \times 3.14 \times H}{10^8} V$$

বা, H = 33.3 Qersted

সুতরাং চৌম্বক ক্ষেত্রের নির্ণেয় প্রাবল্য 33.3 Qersted।

অনুশীলনী 8 : 20cm ব্যাসার্ধযুক্ত 500 পাকের একটি ধাতব কুণ্ডলী বায়ু মাধ্যমে টেবিলের উপর অনুভূমিকভাবে রাখা আছে। অর্ধ সেকেণ্ডে কুণ্ডলীটির প্রান্তদ্বয়ের অবস্থান উল্টে দিলে কত তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হবে যদি পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের উল্লম্ব উপাংশের মান 0.43 c.g.s. একক হয় ?

সমাধান—

কুণ্ডলীর সঙ্গে সংশ্লিষ্ট চৌম্বক ফ্লাক্সের প্রাথমিক পরিমাণ

$Q_1 = nA\,V$ (V = পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের উল্লম্ব উপাংশ)

কুণ্ডলীটি উল্টে দিলে যদি ΔQ পরিমাণ ফ্লাক্সের পরিবর্তন হয়, তাহলে—

$\Delta Q = 2nAV$

$$\therefore e = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{2nAV}{0.5} \text{e.m.u. of p.d.} \quad (\because \Delta t = 0.S\, s)$$

এখন $n = 500, A = \pi r^2 = 3.14 \times 400\ cm^2$

V = 0.43 c.g.s একক।

$$\therefore e = \frac{2 \times 500 \times 3.14 \times 400 \times 0.43}{0.5} em\mu \text{ of p.d.}$$

$= 314 \times 34 \times 80$ emu of p.d

$$= \frac{314 \times 43 \times 80}{10^8} \text{Volt}$$

= 10.8 mv

সুতরাং নির্ণেয় আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল 10.8 mv।

অনুশীলনী 9 : একটি ধাতব তার কুণ্ডলীতে 600 পাক আছে এবং কুণ্ডলীর স্বাবেশ 188 mH. 500 পাকযুক্ত অনুরূপ ব্যাসার্ধের একটি দ্বিতীয় কুণ্ডলীর স্বাবেশ কত হবে ?

সমাধান — আমরা জানি যে কোন কুণ্ডলীর স্বাবেশ (L) কুণ্ডলীতে পাকের সংখ্যার (n) বর্গের সমানুপাতিক $L \propto n^2$.

প্রথম এবং দ্বিতীয় কুণ্ডলীর স্বাবেশ যথাক্রমে L_1 এবং L_2 হলে—

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2}$$

এখানে $L_1 = 188$ mH, $n_1 = 600$, $n_2 = 500$

$$\therefore L_2 = L_1 . \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

$$= 188 \times \frac{2500}{3600} \text{mH}$$

$$= 130.55 \text{ mH.}$$

সুতরাং দ্বিতীয় কুণ্ডলীটির নির্ণেয় স্বাবেশ হল 130.55 mH.

অনুশীলনী **10.** : 500 পাক এবং 20 cm ব্যাসার্ধের একটি ধাতব কুণ্ডলী প্রতি মিনিটে 300 পাক বেগে 4 c.g.s. একক সুষম চৌম্বক ক্ষেত্রের অভিলম্বে ঘুরছে। কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের সর্বোচ্চ মান কত হবে নির্ণয় করুন।

সমাধান —

সুষম চৌম্বক ক্ষেত্রের অভিলম্বভাবে ঘূর্ণায়মান কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের রাশিমালা হল —

$$E_{max} = nHA\omega$$

যেখানে n = কুণ্ডলীর পাক সংখ্যা

H = ভূচৌম্বক ক্ষেত্রের অনুভূমিক উপাংশ

A = কুণ্ডলীর মুখের ক্ষেত্রফল

এবং ω = কুণ্ডলীর কৌণিক বেগ।

এখানে $n = 500$, $H = 4$ c.g.s. একক।

$$A = \pi r^2 = \pi \,.\, 400\text{cm}^2$$

$$\omega = 2\pi \times \frac{300}{60} = 10.\pi \text{ radian/s}$$

$$\therefore E_{max} = 500 \times 4 \times 400\pi \times 10.\pi \text{ e.m.u. of p.d.}$$

$$= 8\pi^2 \times 10^6$$

$$= \frac{8 \times 9.86 \times 10^6}{10^8} \text{Volt}$$

$$= 0.789 \text{ Volt.}$$

সুতরাং আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের সর্বোচ্চ মান 0.789 Volt.

চূড়ান্ত প্রশ্নাবলির উত্তর ঃ

সংক্ষিপ্ত উত্তর-ধর্মী প্রশ্নের উত্তর ঃ

1. অনুচ্ছেদ 6.2 দেখুন।

2. $\vec{B}$ -এর ক্ষেত্ররেখা হল বদ্ধরেখা। এর অর্থ কোন বদ্ধতলে যতগুলি $\vec{B}$ -রেখা প্রবেশ করবে ঠিক ততগুলি $\vec{B}$ -রেখা নির্গত হবে। কিন্তু কোন বদ্ধতল অতিক্রমকারী প্রবাহ হলো

$$\Phi = \oint \vec{B}.d\vec{s}$$

$$\therefore \oint \vec{B}.d\vec{s} = 0$$

একে বলে $\vec{B}$ সম্পর্কে গাউসের উপপাদ্য। গাউসের উপপাদ্যানুসারে $\oint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

যেখানে q হলো s-এর অভ্যন্তরস্থ তড়িৎ আধান। যদি $q = 0$ হয় তবে $\oint \vec{E}.d\vec{s} = 0$ এর অর্থ হলো $\vec{E}$ ক্ষেত্রের কোন তড়িৎ আধান উৎস নেই বা $\vec{E}$ ক্ষেত্র উৎসজাত নহে। এই ধারণার সঙ্গে তুলনা করে বলা যায় $\vec{B}$ ক্ষেত্রের কোন চৌম্বক আধান জাতীয় উৎস নেই।

3. অনুচ্ছেদ 6.3 দেখুন।

4. চৌম্বকক্ষেত্রের কোন বদ্ধবর্তনী গতিশীল বলে বর্তনীতে তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব ঘটে। এর ফলে বর্তনীর সর্ব অংশে বিভব পতনের পরিবর্তন ঘটে। ওহ্‌ম সূত্রে এজন্যই বলা হয়েছে 'উষ্ণতা ও অন্যান্য ভৌত অবস্থা' অপরিবর্তিত থাকতে হবে। এই শর্ত বিঘ্নিত হওয়ার জন্য এরূপ পরিবাহীতে ওহ্‌ম সূত্র প্রযোজ্য নয়।

5. অনুচ্ছেদ (6.5) দ্রষ্টব্য।

6. বর্তনী গঠন করতে পরিবাহী তার ব্যবহার করতে হয়। পরিবাহী তারের রোধ কোন বর্তনীতেই পরিহার করা চলে না। তাই কেবল আবেশকের বর্তনীও হয় L-R বর্তনী এবং কেবল ধারকের বর্তনীও হয় C-R বর্তনী। ধারক ও আবেশকের বর্তনীতে পরিবাহী তারের রোধ বর্তমান থাকে বলে এরূপ বর্তনী হলো L-C-R বর্তনী। যেহেতু $R \neq 0$, তাই L-C বর্তনী সম্ভব নয়।

7. যে কোন বর্তনীর ক্ষেত্রে প্রবাহবৃদ্ধির সময় তার সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 63.2% অর্জিত হতে যে সময় লাগে তাকেবলে বর্তনীর সময় ধ্রুবক।

বিপরীত ক্রমে, প্রবাহক্ষয়ের সময় প্রবাহ মাত্রা তার সর্বোচ্চমানের 37% -এ নেমে আসতে যে সময় লাগে তাকে বলে বর্তনীর সময় ধ্রুবক।

8. L-R বর্তনীর ক্ষেত্রে এই সময় ধ্রুবক $\tau = L/R$.

C-R বর্তনীর ক্ষেত্রে এই সময় ধ্রুবক $\tau = CR$.

বিষয়বস্তু ভিত্তিক প্রশ্নের উত্তর

1. অনুচ্ছেদ 6.2 দেখুন।

2. অনুচ্ছেদ 6.4 দেখুন।

3. অনুচ্ছেদ 6.9 (ক) দেখুন। প্রথমে দেখান যে

$$i_1 = \frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \qquad 6.20\,(খ)$$

এরপর অনুচ্ছেদ 6.9(খ) দেখুন এবং দেখান যে t সময়ে প্রবাহমাত্রা

$$i_2 = \frac{E}{R}e^{-\frac{Rt}{L}} \qquad 6.25$$

$\therefore\ i_1 + i_2 = I = \frac{E}{R}$ বা, $I = \frac{E}{R} =$ ধ্রুবক।

4. অনুচ্ছেদ 6.10(ক) দেখুন।

5. অনুচ্ছেদ (6.7) দেখুন।

6. C-R বর্তনীতে আধান ক্ষরণের সমীকরণটি হল

$$q = Qe^{-\frac{t}{CR}}$$

$$\therefore\ \frac{t}{CR} = -\ln\frac{q}{Q} = \ln\frac{Q}{q}$$

$$\therefore\ R = \frac{t}{C\ln\frac{Q}{q}}$$

ধরা যাক ধারকের অভ্যন্তরীণ রোধ R_C এবং শ্রেণিতে যুক্ত রোধকের উচ্চরোধ R_H এখানে $R_c || R_H$. অতএব যদি তুল্য রোধ হয় R_P

তবে $\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_H}$

বা, $\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_P} - \frac{1}{R_C}$

$$\therefore\ R_H = \frac{R_C R_P}{R_C - R_P}$$

এখন স্বাভাবিক ক্ষরণের পর যদি অবশিষ্ট আধান হয় q তবে

$\frac{q}{Q} = \frac{90}{100}$ বা, $\frac{Q}{q} = \frac{10}{9}$

কিন্তু, $R_C = \frac{t}{C\ln\frac{Q}{q}} = \frac{10\times 60}{10^{-6}\ln\frac{10}{9}} = 5695\,\mathrm{M\Omega}$

উচ্চ রোধকে C-এর সমান্তরালে 2 মিনিট যুক্ত করার পর

$$\frac{Q}{q}=\frac{100}{50}=q$$

$$\therefore R_P=\frac{t}{C\ln\frac{Q}{q}}=\frac{2\times 60}{10^{-6}\ln 2}=173\,M\Omega$$

$$\therefore R_H=\frac{173\times 5695}{5695-173}=178\,M\Omega$$

7. প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধি কালে L-R শ্রেণি বর্তনীতে কোন সময় t-এ বর্তনীর প্রবাহমাত্রা

$$i=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

$$=\frac{E}{R}\left[1-\left(1-\frac{Rt}{L}+\frac{R^2t^2}{2!L^2}-\frac{R^3t^3}{3!L^3}+\ldots\ldots\right)\right]$$

$$=\frac{E}{R}\left[\frac{Rt}{L}-\frac{R^2t^2}{2!L^2}+\frac{R^3t^3}{3!L^3}\ldots\ldots\ldots\right]$$

যেহেতু R উপেক্ষণীয়, তাই R-এর উচ্চঘাতের পদগুলি বর্জন করা যায়।

$$\therefore i=\left(\frac{E}{L}\right)t$$

অতিরিক্ত পাঠ

1. Electricity and Magnetisor — C.J. Smith
2. Fundamental of Electricity and Magnetism—D. N. Vasudeva
3. Electricity and Magnetison — D. Chattopadhyay and P.C. Rakahit.
4. Principle of Electricity — Page and Adaens
5. Electricity and Magnetism — Fewks and Yarwood.

একক 7 □ প্রত্যাবর্তী তড়িৎ প্রবাহ

গঠন

7.14 অনুশীলনীর উত্তর ও সমাধান

7.15 চূড়ান্ত প্রশ্নাবলির উত্তর ও সমাধান

7.1 প্রস্তাবনা

আপনারা পর্যাবৃত্ত বা প্রত্যাবর্তী গতি সম্পর্কে ইতিপূর্বে জেনেছেন। যে গতি নির্দিষ্ট সময় অন্তর বিপরীত অভিমুখে দিক পরিবর্তন করে এবং কেবল দিক নয়। গতির মানও পরিবর্তিত হয়। তাকে বলে পর্যাবৃত্ত বা প্রত্যাবর্তী গতি। আপনারা জানেন তড়িৎ প্রবাহ একই অভিমুখে চলতে থাকা অবস্থায় যদি তার মানের হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে তখন তাকে বলে ক্ষণস্থায়ী বা পরিবর্তী প্রবাহ। কিন্তু যে প্রবাহমাত্রার প্রত্যাবর্তী গতির ন্যায় দিক ও অভিমুখ উভয়েরই পরিবর্তন ঘটে তাকে বলে প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রা (alternating current)। কোন পরিবাহী তারের কোন প্রস্থচ্ছেদকে অতিক্রম করে কিছুক্ষণ ধরে এই প্রবাহ একদিকে চলতে থাকে এবং এই সময়াবকাশে তার মান ক্রমাগত বৃদ্ধি পেয়ে একটা সর্বোচ্চ মান অর্জন করে এবং অতঃপর ঐ একই দিকে চলতে থাকা অবস্থায় তার মান ক্রমাগত হ্রাস পেতে থাকে এবং অবকাশ শেষে প্রবাহমাত্রা হয় শূন্য। কিন্তু পর মুহূর্তে আবার প্রবাহমাত্রা বিপরীত দিকে বৃদ্ধি পেয়ে একটি সর্বোচ্চ মান অর্জন করে এবং অতঃপর আবার তা হ্রাস পেয়ে অবকাশ শেষে শূন্য হয়। এই হল প্রত্যাবর্তী প্রবাহের বৈশিষ্ট্য।

অন্য আর এক প্রকার পরিবর্তী প্রবাহ বর্তমান। এরূপ ক্ষেত্রে প্রবাহমাত্রা একই দিকে গমন করে এবং কিছু সময় অন্তর এর মান শূন্য থেকে সর্বোচ্চ মান এবং আবার শূন্য হয়। এই প্রবাহকে বলে স্পন্দনশীল প্রবাহ (pulsating current)।

বিভিন্ন উপাদানের বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ প্রয়োগ করে প্রত্যাবর্তী প্রবাহ সৃষ্টি করা হয়। প্রযুক্ত ভোল্টেজ ও প্রবাহমাত্রার দশাগত সম্পর্ক এবং বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী প্রবাহের শক্তি ক্ষয় সম্পর্কে এই এককে আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এই একক পাঠ করে আপনারা যা জানতে পারবেন সেগুলি এরূপ ঃ

- প্রত্যাবর্তী প্রবাহ ও ভোল্টেজ কী
- প্রত্যাবর্তী প্রবাহের শক্তি ক্ষয় কোথায় ঘটে
- প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজের সঙ্গে উৎপন্ন প্রবাহমাত্রার দশা পার্থক্য
- অনুনাদ বর্তনী কাকে বলে
- বর্তনীর Q-গুণক কী
- L-C-R-এর সমান্তরাল বর্তনী কত প্রকার
- ভোল্টেজ ও প্রবাহের ভেক্টর চিত্র কাকে বলে
- প্রত্যাবর্তী প্রবাহের শক্তি ক্ষয়ে ক্ষমতা গুণকের ভূমিকা

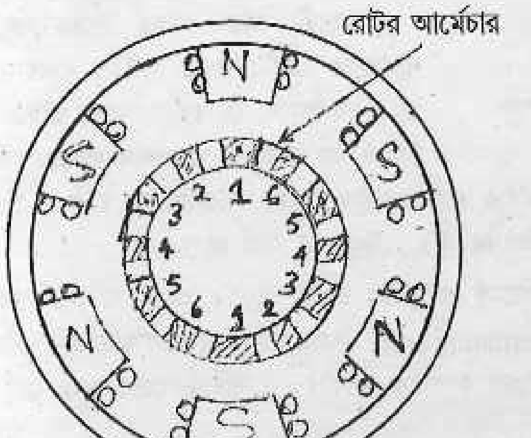
7.2 প্রত্যাবর্তী তড়িৎ প্রবাহ বা ভোল্টেজ উৎপাদন

আপনারা ভূমিকাতে জেনেছেন যে যেসব তড়িৎ প্রবাহের বা ভোল্টেজের পর্যায়ক্রমে দিক ও মানের পরিবর্তন ঘটে তাকে বলে প্রত্যাবর্তী তড়িৎ প্রবাহ বা প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ (alternating current or voltage)। কীভাবে এরূপ ভোল্টেজ উৎপাদন করা যাবে?

একক 6-এ আপনারা তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ সম্পর্কে পড়েছেন। মাইকেল ফ্যারাডের এই আবিষ্কার থেকেই শুরু হয় বৈদ্যুতিক প্রযুক্তির যা অতিদ্রুত বিদ্যুৎ উৎপাদক যন্ত্রের (generator) উদ্ভাবন ঘটায়। বর্তমানে প্রায় সমস্ত বিদ্যুৎ উৎপাদিত হয় চৌম্বক ক্ষেত্রে বৈদ্যুতিক কুণ্ডলীর আবর্জনজাত আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল দ্বারা অথবা আবর্তিত চৌম্বক ক্ষেত্রে এরূপ কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল দ্বারা। তাই বলা যায় দুই শ্রেণির প্রত্যাবর্তী তড়িৎ প্রবাহ উৎপাদনী যন্ত্র (A.C. generators) আছে : (i) চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপাদনকারী চুম্বক স্থির থাকে এবং আর্মেচার (armature) আবর্তন করে এবং (ii) আর্মেচার স্থির থাকে এবং চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপাদনকারী চুম্বক আবর্তন করে।

বিদ্যুৎ উৎপাদক যন্ত্রের স্থির অংশকে বলে স্টেটর (stator) এবং আবর্তনশীল অংশকে বলে রোটর (rotor)। অর্থাৎ প্রত্যাবর্তী তড়িৎ উৎপাদক হল রোটর আর্মেচার শ্রেণির ও রোটর চুম্বক বা রোটর ক্ষেত্র শ্রেণির (rotor armature type and rotor field type)।

(i) রোটর আর্মেচার শ্রেণির প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ উৎপাদক (Rotor armature type A. C. Generator)



চিত্র 7.1 : রোটর আর্মেচার প্রত্যাবর্তী তড়িৎ উৎপাদক

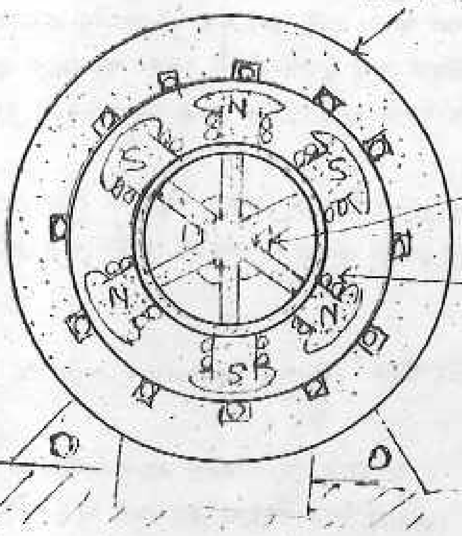
আর্মেচার যে অক্ষদণ্ড বা ঘূর্ণনশীল দণ্ডের (shaft) উপর বসানো হয় সেই দণ্ডের উপর দুটি ধাতব বলয় অন্তরিত অবস্থায় আটকানো থাকে। আর্মেচারে যেসব কুণ্ডলী [(1, 1), (2, 2) ... (6, 6) ইত্যাদি] প্যাচানো থাকে তাদের দুই প্রান্ত এই দুই ধাতব বলয়ের সঙ্গে যুক্ত করা থাকে (চিত্র 7.1), দণ্ড ও বলয় দেখানো হয়নি। ধাতব বলয়দ্বয়ের সঙ্গে হালকাভাবে স্পর্শ করে থাকে দুটি তামার বা কার্বনের ব্রাশ। এই ব্রাশদ্বয় বলয় থেকে আধান সংগ্রহ করে বহির্বর্জনীতে পাঠায়।

আর্মেচারকে ঘিরে থাকে চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপাদনকারী চৌম্বক মেরুসমূহ। এই চুম্বকগুলি আসলে বৈদ্যুতিক চুম্বক যার প্রবাহ পাওয়া যায় অন্য একটি একমুখী প্রবাহ উৎপাদক থেকে। মেরুদণ্ডগুলিকে পরিবাহী তার দিয়ে এমনভাবে পেঁচানো যেন পরপর মেরুগুলি পরস্পর বিপরীত মেরু হবে। লক্ষ্য

করার যে যতগুলি মেরু থাকে, আর্মেচারে ততগুলি কুণ্ডলী থাকে। কুণ্ডলীগুলির কৌণিক দূরত্ব এবং মেরুগুলির কৌণিক দূরত্ব সমান।

আর্মেচার কুণ্ডলীর এক একটি বাহু পর পর N ও S মেরু অতিক্রম করায় উহাতে পর্যায়ক্রমে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক প্রবাহ সৃষ্টি হয়। অতএব সংশ্লিষ্ট বলয় ও তৎসংলগ্ন ব্রাশ পর্যায়ক্রমে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক বিভব প্রাপ্ত হয়। এইজন্য বহিবর্তনীতে প্রত্যাবর্তী প্রবাহ উৎপন্ন হয়।

(ii) রোটর ক্ষেত্র শ্রেণির প্রত্যাবর্তী প্রবাহ উৎপাদক (Rotor field type A.C. Generator)



চিত্র 7.2 : রোটর ক্ষেত্র পদ্ধতিতে প্রত্যাবর্তী প্রবাহ উৎপাদন

এক্ষেত্রে আর্মেচার কুণ্ডলী স্থির (stator armature) থাকে এবং ক্ষেত্র উৎপাদনকারী মেরুগুলি আবর্তন দণ্ডের সঙ্গে আটকানো থাকে। মেরুগুলির কুণ্ডলীর প্রান্ত যুক্ত থাকে একটি সমমুখী প্রবাহ উৎসের পিচ্ছল বলয়ের (slip rings) সঙ্গে (চিত্র 7.2)।

এখানে চৌম্বক ক্ষেত্রের আবর্তনের জন্য স্থির আর্মেচার কুণ্ডলীতে তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হবে। আর্মেচার কুণ্ডলীর প্রান্তগুলি পরস্পরের সঙ্গে এরূপভাবে যুক্ত থাকে যেন উৎপন্ন তড়িচ্চালক বলগুলি গঠনমূলকভাবে সম্মিলিত হতে পারে।

প্রত্যাবর্তী তড়িৎ প্রবাহ উৎপাদনের জন্য সাধারণত রোটর ক্ষেত্র পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এর কারণ, যে D.C. দ্বারা চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তার ভোল্টেজ কম হওয়ায় পরিবাহী তার ও পিচ্ছল বলয়-এর পক্ষে তা, সহনীয় হয়। আবার আর্মেচার কুণ্ডলি স্থির হওয়ায় তাতে কোন পিচ্ছল-বলয় ব্যবহার করার দরকার হয় না। ফলে উচ্চ বিভবের A.C. উৎপাদন করা চলে।

যদি রোটর ক্ষেত্রটি হয় দুই মেরুর, তা হলে এই দ্বিমেরু রোটরটির একটি আবর্তন আর্মেচার কুণ্ডলিতে এক পাকের প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল (one cycle of alternating emf) উৎপন্ন হবে। অতএব যদি প্রতি সেকেন্ডে রোটরটি n পাক খায় তবে প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বলের কম্পাংক হবে $f = n$. যদি p জোড়া N-s মেরু দ্বারা রোটরটি গঠিত হয় তবে

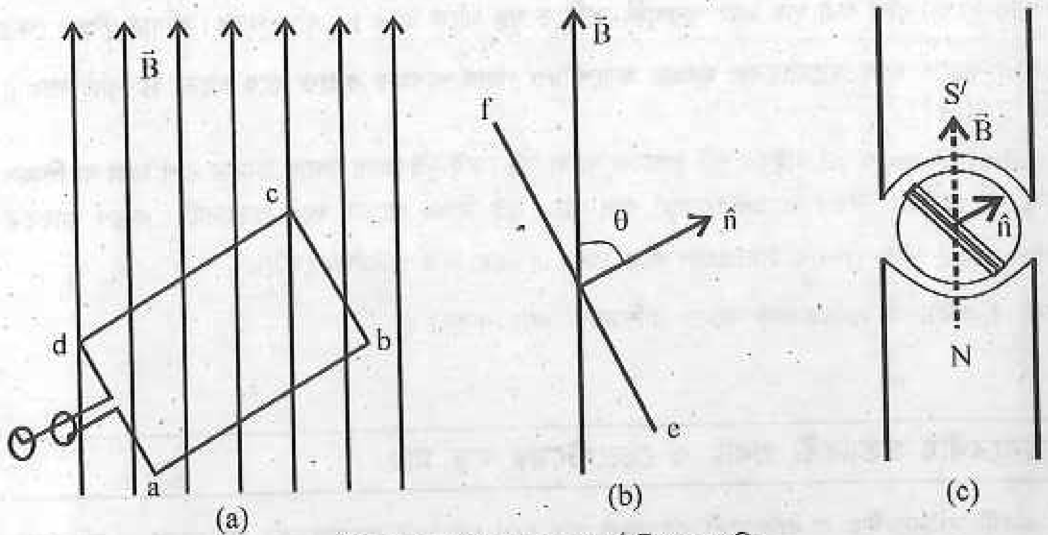
$$f = pn$$

যদি রোটরের আবর্তন গতিবেগ হয় w তবে $w = 2\pi f = 2\pi np$

রোটরকে আবর্তন করতে তাপ ইঞ্জিন তাপ বৈদ্যুতিক প্রকল্প (thermal power projects) ব্যবহার করা হয় অথবা জলের গতিকে কাজে লাগানো হয় (জল বিদ্যুৎ প্রকল্প— hydraulic power projects)।

7.3 প্রত্যাবর্তী তড়িৎ প্রবাহ ও তড়িচ্চালক বলের অপেক্ষক ঃ প্রবাহমাত্রা ও তড়িচ্চালক বলের সাইন অপেক্ষক

ধরা যাক একটি সুষম চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ -এর মধ্যে একটি কুণ্ডলি আবর্তন করছে [চিত্র - 7.3(a)]। এর ফলে কুণ্ডলিতল অতিক্রমকারী চৌম্বক প্রবাহের সময় সাপেক্ষে পরিবর্তন ঘটবে। এবং এই জন্য ফ্যারাডের আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হবে যা সময় সাপেক্ষে পরিবর্তিত হবে।



চিত্র 7.3 : তড়িৎ ক্ষেত্রে আবর্তনশীলন কুণ্ডলি

কুণ্ডলি abcd তলের একক ভেক্টর $\hat{n}$ চিত্র 7.3(b) -এ ef এই তলের অবস্থান যখন $\hat{\theta}$ কুণ্ডলির আবর্তন হেতু t সময়ে $\vec{B}$ ক্ষেত্রের সঙ্গে $\hat{n}$ উৎপন্ন করেছে θ কোণ। যদি কুণ্ডলির আবর্তন বেগ হয় w (যাকে কৌণিক কম্পাংকও বলা হয় তবে θ = wt। অতএব এই সময়ে কুণ্ডলি তল অতিক্রমকারী চৌম্বক প্রবাহ

$$\phi = \vec{B}.\vec{S} = BS\cos\theta = BS\cos wt$$

অতএব ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল অর্থাৎ আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হবে

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = BS\,w\sin wt$$

যদি কুণ্ডলিটি সুষম কৌণিক বেগে আবর্তিত হয় তবে $BSW = E_0$, একটি ধ্রুবক। অতএব

$$\varepsilon = E_0 \sin wt$$

সমীকরণ (7.1) হল পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের (7.1) রাশিমালা বা $E_0 \sin wt$ হলো ε-এর সাইন অপেক্ষক।

যদি বহির্বর্তনী সহ কুণ্ডলির রোধ হয় R তবে ওহম্ সূত্রানুযায়ী বর্তনীতে এবং কুণ্ডলিতে প্রবাহমাত্রা হবে

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{E_0}{R} \sin wt = I_0 \sin wt \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.2)$$

সমীকরণ (7.2) হল প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রার রাশিমালা। অতএব দেখা যাচ্ছে যদি প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল হয় সাইন রেখীয় অপেক্ষক (sinusoidal function) তবে সংশ্লিষ্ট প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রাও হবে একটি সাইন রেখীয় আপেক্ষক।

তড়িচ্চালক বলের পরিমাণ বৃদ্ধি করতে হলে $E_0 = BSW$ অর্থাৎ B এবং S কে বৃদ্ধি করতে হবে। S = ক্ষেত্র abcd। অর্থাৎ কুণ্ডলির আকার বৃদ্ধি করা যেতে পারে। কিন্তু বহুসংখ্যক পাক দ্বারাও S বৃদ্ধি করা যায়। যদি কুণ্ডলির পাক সংখ্যা বৃদ্ধি করা যায় এবং পাকগুলি শ্রেণিতে যুক্ত থাকে তবে E_0 বৃদ্ধি পাবে। আবার চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ কে বৃদ্ধি করতে হলে আর্মেচারেরা মজ্জায় অয়শ্চৌম্বক পদার্থ ব্যবহার করতে হবে যাতে $\vec{B}$ বৃদ্ধি পায় μ গুণ [চিত্র 7.3(c)]।

চিত্র 7.3(a)-তে ab ও cd বাহুদ্বয় দুটি বলয়ের সঙ্গে যুক্ত। এই দুই বলয় থেকে তামার ব্রাশ দ্বারা বা পিচ্ছল বলয় দ্বারা বহির্বর্তনীতে বিভব প্রভেদ প্রয়োগ করা যায়। এই বিভব প্রভেদ হবে প্রত্যাবর্তী। কারণ আবর্তন কালে যখন abcd তল $\bar{B}$-এর সমান্তরাল হবে তখন ε-এর দিক পরিবর্তন ঘটবে।

অনুশীলনী 1. প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বলের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

7.4 সাইনরেখীয় প্রত্যাবর্তী প্রবাহ ও ভোল্টেজের গড় মান

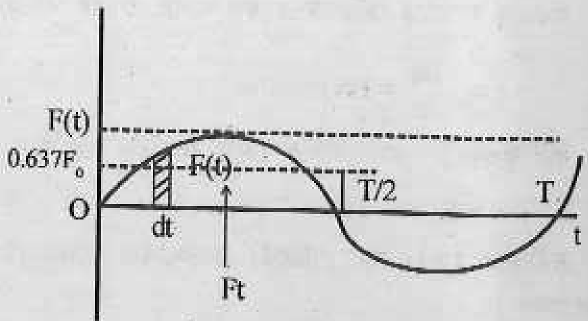
ধরুন একটি সাইনরেখীয় বা প্রত্যাবর্তী অপেক্ষক হল F(t) এবং এই অপেক্ষকের পর্যায়কাল T. যদি সময় অবকাশ τ থেকে $\tau + \Delta\tau$–এর মধ্যে F(t)-এর গড়মান হয় F তবে

$$F\Delta\tau = \int_{t=\tau}^{\tau+\Delta\tau} F(t)dt \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.3)$$

বা, $$F = \frac{1}{\Delta\tau}\int_{t=\tau}^{\tau+\Delta\tau} F(t)dt \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.4)$$

সমীকরণ (7.3) থেকে বলা যায়, কোন প্রত্যাবর্তীয় অপেক্ষকের প্রদত্ত অবকাশে গড়মান হল সেই মান যাকে সময়াবকাশ দ্বারা গুণ করলে ঐ অবকাশে অপেক্ষকটির সমাকলের সমান হবে। আপনারা জানেন যে

$\int F(t)dt$ হল F(t) লেখ ও t-অক্ষের মধ্যবর্তী ক্ষেত্রফল। t-অক্ষের নীচের ক্ষেত্র ঋণাত্মক এবং t-অক্ষের উপরের ক্ষেত্র ধনাত্মক। এবং



চিত্র 7.4 : F(t) -এর গড় মান

$$\left|\int_0^{T/2} F(t)dt\right| = \left|\int_{T/2}^{T} F(t)dt\right|$$

অতএব $\int_0^{T/2} F(t)dt + \int_{T/2}^{T} F(t)dt = 0$

কারণ $\int_{T/2}^{T} F(t)dt$ হল ঋণাত্মক

অর্থাৎ সাইনরেখীয় অপেক্ষকের পূর্ণ পর্যায়কালের উপর সমকালের মান শূন্য। অতএব পূর্ণ পর্যায়কালের উপর অপেক্ষকটির গড় মানও শূন্য। এই জন্য সাইনরেখীয় তথা প্রত্যাবর্তী প্রবাহের বা ভোল্টেজের গড় বলতে $t=0$ থেকে $t=T/2$ বা $t=\frac{T}{2}$ থেকে $t=T$ ইত্যাদি অর্ধ পর্যায়কালের উপর রাশিটির গড়কে বুঝায়।

অতএব $i = I_0 \sin wt$ প্রবাহমাত্রার $t=0$ থেকে $t=T/2$-এর মধ্যে গড় হবে

$$I_{\text{গড়}} = \frac{\int_0^{T/2} i dt}{\frac{T}{2}} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} i\, dt \quad .... (7.5)$$

$$\therefore I_{\text{গড়}} = \frac{2I_0}{T}\int_0^{T/2} \sin wt\, dt = -\frac{2I_0}{Tw}\left[\cos wt\right]_0^{T/2}$$

$$= \frac{2I_0}{Tw}\left[1-\cos\frac{wT}{2}\right]$$

কিন্তু $w = \frac{2\pi}{T}$

$$\therefore I_{\text{গড়}} = \frac{I_0}{\pi}(1-\cos\pi) = \frac{2I_0}{\pi} = 0 \cdot 637 I_0 \quad .... (7.6)$$

অনুরূপভাবে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজের একই সময়কালে গড়মান হবে—

$$E_{\text{গড়}} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} \varepsilon dt = \frac{2E_0}{T}\int_0^{T/2} \sin wt\, dt$$

$$\therefore E_{\text{গড়}} = \frac{2E_0}{\pi} = 0 \cdot 637 E_0 \quad .... (7.7)$$

সমীকরণ (7.1) ও (7.2) থেকে জানা যায় যে E_0 ও I_0 হল প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ ও প্রবাহমাত্রার সর্বোচ্চমান বা বিস্তার। অতএব প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ ও প্রবাহমাত্রার গড়মান হল তাদের বিস্তারের $\frac{2}{\pi}$ বা 0·637 গুণ। অতএব $t=0$ থেকে $t=T/2$ পর্যন্ত i বা ε-এর গড় মানকে T\2 দ্বারা গুণ করলে যে ক্ষেত্র পাওয়া যাবে তা হল i বা ε লেখ এবং t অক্ষের মধ্যবর্তী ক্ষেত্র (চিত্র 7.4-এ) যা $t=0$ থেকে $t=T/2$ -এর মধ্যে বর্তমান।

অনুশীলনী 2. প্রত্যাবর্তী প্রবাহের গড়মান বলতে কি বুঝায় ব্যাখ্যা করুন।

7.5 প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রা ও ভোল্টেজের কার্যকরী মান বা মূল গড়বর্গ মান (Root mean square values)

আপনারা জেনেছেন যে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজের ক্ষেত্রে একটি পূর্ণ পর্যায়কালের মধ্যে গড় ভোল্টেজ বা প্রবাহমাত্রা হয় শূন্য। তা হ'লে কি ঐ পর্যায়কালের মধ্যে ব্যয়িত শক্তি শূন্য হবে ? কেননা, আপনারা জানেন যে বর্তনীতে উদ্ভূত তাপের মান S.1 এককে

$$H = i^2 R t = i\varepsilon t = \frac{\varepsilon^2}{R} t$$

কিন্তু বাস্তবে $H \neq 0$.

এ থেকে বুঝতে পারা যায় প্রবাহমাত্রা বা ভোল্টেজের গড়মান এক্ষেত্রে কোন কার্যকরী ভূমিকা পালন করে না। ধরা যাক t থেকে $t + dt$ সময়ে উৎপন্ন তাপ dH। অতএব

$$dH = i^2 R\, dt$$

অতএব $t = 0$ থেকে $t = T$ সময় অবকাশে উৎপন্ন তাপ $H = R\int_0^T i^2 dt$

অতএব একটি পর্যায়কালে তাপ উৎপাদনের গড় মান

$$\frac{H}{T} = \frac{R}{T}\int_0^T i^2 dt = R\left\{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt\right\}$$

বন্ধনীভুক্ত রাশিমালাকে $t = 0$ থেকে $t = T$-এর মধ্যে প্রবাহমাত্রার বর্গের গড় বলা যাবে। যদি এই গড়কে I^2_{rms} ধরা যায় (rms $\rightarrow$ root mean square, মূল গড়বর্গ) তবে,

$$I^2_{rms} = \frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.8)$$

বা, $$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.9)$$

$$\therefore\ \frac{H}{T} = RI^2_{rms}$$

অতএব, দেখা যাচ্ছে I_{rms} হল সেই প্রবাহমাত্রা যা ব্যয়িত শক্তিতে কার্যকরী ভূমিকা নেয়। একে বলে প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান। যখন প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রার মান কত জানতে চাওয়া হয় তখন যা জানানো হয় তা হলো এই I_{rms} বা প্রবাহমাত্রার মূল গড় বর্গ মান। সমীকরণ (7.8) থেকে লেখা যায়।

$$I^2_{rms} = \frac{1}{T}\int_0^T I_0^2 \sin^2 wt\, dt$$

$$= \frac{I_0^2}{2T}\int_0^T 2\sin^2 wt\, dt$$

$$= \frac{I_0^2}{2T}\int_0^T (1-\cos 2wt)dt$$

$$= \frac{I_0^2\,T}{2T} = \frac{I_0^2}{2}$$

$$\therefore I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0\cdot707I_0 \text{ .... } (7.10)$$

এই হল সাইন রেখীয় প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান যা সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার $\sqrt{2}$ ভাগের একভাগ বা সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 0·707 গুণ।

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে কার্যকরী তড়িচ্চালক বল বা ভোল্টেজ হবে—

$$E_{rms} = \frac{E_o}{\sqrt{2}} = 0\cdot707E_o$$

প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ বা প্রবাহমাত্রা পরিমানের জন্য যে ভোল্টমিটার বা অ্যামিটার ব্যবহার করা হয় তার স্কেলে আপনারা এই কার্যকরী বা মূলগড় বর্গ মানের ভোল্টেজ বা প্রবাহমাত্রা পেয়ে থাকেন।

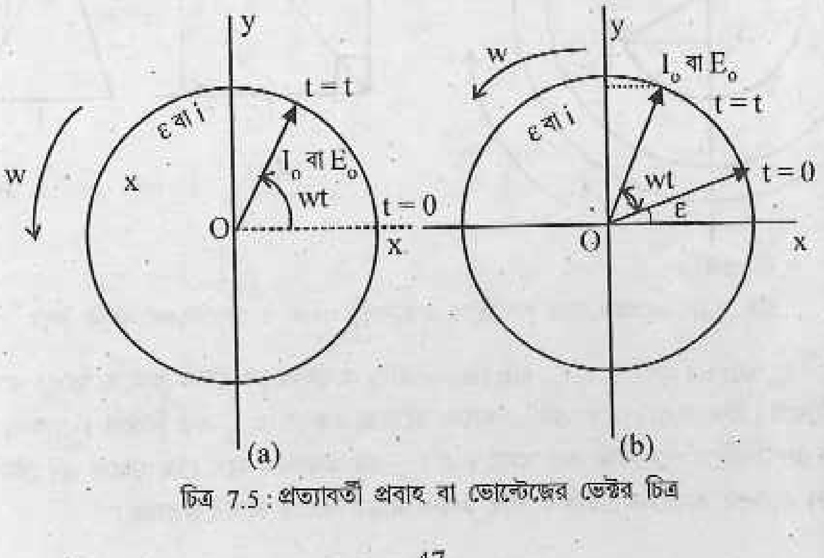
অনুশীলনী **3.** : প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান নির্ণয় করুন।

7.6 প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ ও প্রবাহমাত্রার ভেক্টর চিত্র

আপনারা লক্ষ্য করেছেন যে

$$i = I_o \sin wt \text{ বা } \varepsilon = E_o \sin wt$$

হল I_o বা E_o-এর উল্লম্ব উপাংশ যদি ধরা হয় যে অনুভূমিকের সঙ্গে I_o বা E_o-এর ধৃত কোণ wt। আরো লক্ষ্য করুন যে wt-এর মান ক্রমবর্ধমান যেন I_o বা E_o যথাক্রমে I_o বা E_o ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে গতিশীল কোন বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করে (চিত্র 7.5)



চিত্র 7.5 : প্রত্যাবর্তী প্রবাহ বা ভোল্টেজের ভেক্টর চিত্র

এই বিচেনায় I_0 বা E_0 কে ঘুর্ণন ভেক্টর রূপে ভাবা যেতে পারে। কিন্তু মনে রাখতে হবে I_0 বা E_0 আদৌ মান ও দিক সম্বলিত কোন বাস্তব ভেক্টর নয়। চিত্র 7.5 কে 'সিনর' বা ফেজর চিত্র ও (sinor or phasor diagram) বলে।

চিত্র 7.5 থেকে লক্ষ্য করুন

$$i = I_0 \cos(90^o - wt) = I_0 \sin wt$$

বা, $$\varepsilon = E_0 \cos(90^o - wt) = E_0 \sin wt.$$

যদি $t=0$ সময়ে I_0 বা E_0 অনুভূমি না থাকে এবং যদি OX-এর সঙ্গে ε কোন উৎপাদন করে তবে

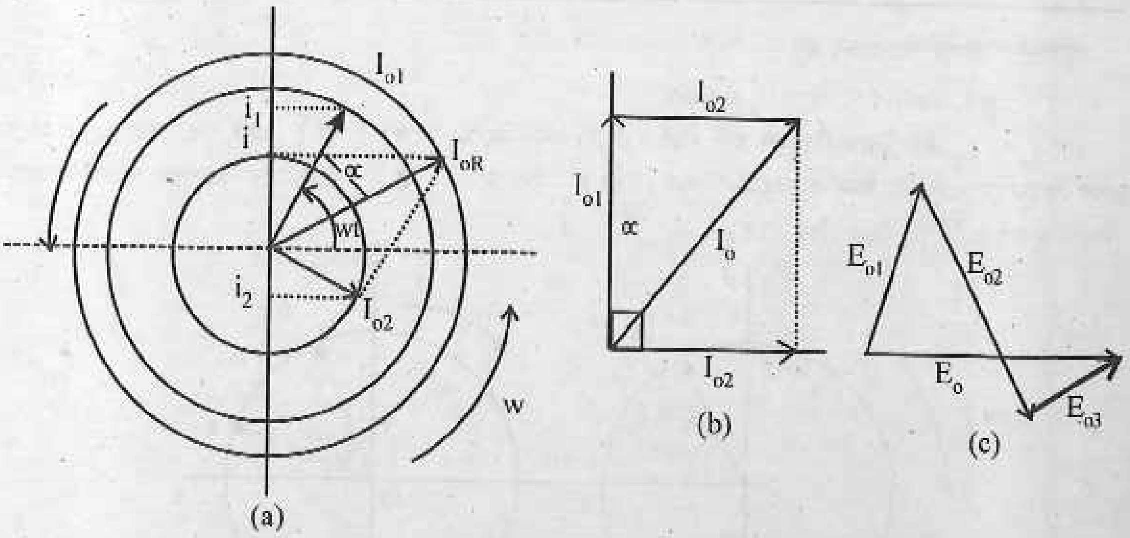
$$i = I_0 [\,90^o - (wt+\varepsilon)\,] = I_0 \sin(wt+\varepsilon)$$

অর্থাৎ এই তাৎক্ষণিক প্রবাহ পূর্ববর্তী তাৎক্ষণিক প্রবাহ থেকে ι দশায় এগিয়ে (advanced imphase)। যদি ε ঋণাত্মক হতো তবে i হত

$$i = I_0 \sin(wt - \varepsilon)$$

এবং বলা হত i দশায় ε পিছিয়ে (lagging in phase)।

এখন প্রশ্ন হল I_0 বা E_0 কে ভেক্টর চিত্রে উপস্থাপিত করার সুবিধা কী ? এককথায় এর উত্তর বল দুই বা ততোধিক প্রবাহ বা ভোল্টেজের সমষ্টি নির্ণয় অতি সহজে করা যায় এই ভেক্টর চিত্রের সাহায্যে। লক্ষ্য করুন যে প্রবাহ বা ভোল্টেজের বিস্তার (অর্থাৎ সর্বোচ্চ মান) জানা থাকলে সহজেই তাৎক্ষণিক মান পাওয়া যায়। তাই সমষ্টি প্রবাহের বা ভোল্টেজের বিস্তার নির্ণয় করাটাই লক্ষ্য এবং একই সঙ্গে দশা নির্ণয়ও করা যায়।



চিত্র 7.6 : ভেক্টর যোগ পদ্ধতিতে প্রত্যাবর্তী প্রবাহ ও ভোল্টেজের সমষ্টি নির্ণয়

ধরা যাক $i_1 = I_{01} \sin wt$ এবং $i_2 = I_{02} \sin(wt - 90^o)$ প্রবাহদ্বয়কে যোগ করতে হবে। এখানে i_1 থেকে i_2 দশায় 90^o পিছিয়ে। চিত্র 7.6(a)-তে এটা দেখানো হয়েছে এভাবে ঃ i_2-এর বিস্তার I_{02}, অন্য প্রবাহ i_1-এর বিস্তার I_{01} থেকে 90^o পিছিয়ে। যেকোন এক সময় t-এ I_{01}-এর অবস্থান হবে OX থেকে wt কৌণিক অবস্থায়। মনে রাখতে হবে যে দশা অর্জনের কৌণিক গতি সর্বদা ঘড়ির কাঁটার বিপরীত গতি।

এখন $i = i_1 + i_2$-এর বিস্তার I_o পেতে কেবল I_{o1} এবং I_{o2} ভেক্টর যোগের সামন্তরিক সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। লক্ষ্য করুন যে i হল I_{o1} ও I_{o2} এর y অক্ষ বরাবর লম্ব অভিক্ষেপের বীজগাণিতিক সমষ্টি মাত্র।

এ ক্ষেত্রে I_{o1} এবং I_{o2} পরস্পর লম্ব বলে

$$I_o = \sqrt{I_{01}^2 + I_{02}^2}$$

এবং I_{o1} সাপেক্ষে I_o-এর দশা পার্থক্য $\in$ হলে

$$\tan\in = \frac{I_{o2}}{I_{o1}}$$

আরো লক্ষ্য করার যে সুষম বেগে ঘূর্ণায়মান ভেক্টরের শীর্ষ থেকে ব্যাসের উপর লম্ব-অভিক্ষেপ সর্বদাই একটি সরল দোলগতি সৃষ্টি করে। এইজন্য বলা যায় I_{o1} এবং I_{o2}-এর লব্ধি I_o-এর লম্ব অভিক্ষেপ ও একটি সাইনরেখীয় প্রবাহমাত্রা সৃষ্টি করবে।

অর্থাৎ, $i = I_o \cos[(90^o - wt) + \in]$

$$= I_o \sin(wt - \in)$$

$$= \left(\sqrt{I_{01}^2 + I_{02}^2}\right) \sin\left[wt - \tan^{-1}\frac{I_{o2}}{I_{o1}}\right]$$

কিন্তু ভেক্টর চিত্র অংকনের মূল লক্ষ্য কিন্তু i নির্ণয় নয়। লক্ষ্য হল লব্ধি i-এর বিস্তার এবং অন্য দুই বিস্তার ভেক্টর সাপেক্ষে i-এর দশা পার্থক্য নির্ণয়। এজন্য ঘুর্ণন ভেক্টরের বৃত্ত অংকন অপ্রয়োজনীয়। বরং অনুভূমিক বা উল্লম্ব অভিমুখে কোন একটি প্রবাহের (বা ভোল্টেজের) বিস্তার উপস্থাপিত করে তার সাপেক্ষে অন্য বিস্তার ভেক্টরকে অংকন করা যায় [চিত্র 7.6 (b)] । এই চিত্রে I_{o2} কে অনুভূমিক ভাবে স্থাপন করার পর দেখা যায় I_{o2}-এর সাপেক্ষে I_{o1} এগিয়ে 90^o অতঃপর সহজেই ভেক্টর যোগের পদ্ধতিতে I_o এবং তার দশা পার্থক্য নির্ণয় করা যায়।

আরো লক্ষ্য করুন, এই পদ্ধতিতে দুই-এর অধিক প্রবাহ বা ভোল্টেজ সহজে যোগ করা যায় [চিত্র 7.6(c)]। এক্ষেত্রে কোন একটি ভেক্টরের চূড়ান্ত বিন্দুতে পরবর্তী ভেক্টরের প্রারম্ভ বিন্দু স্থাপন করে বহুভূজ গঠন করতে হবে। প্রথম প্রারম্ভ বিন্দু থেকে শেষ চূড়ান্ত বিন্দু সংযোগকারী বাহুটি হবে লব্ধি ভেক্টর। যেহেতু ভোল্টেজ বিস্তার E_{o1}, E_{o2}, E_{o3} ইত্যাদি যথার্থ ভেক্টর নয় তাই এইসব বিস্তার রাশির উপরে তীর চিহ্ন বা মোটা দাগের অক্ষরে চিহ্নিত না করে রাশি সূচক অক্ষরের শিরে একটি তরঙ্গাকার রেখা ব্যবহার করা যেতে পারে। যেমন—

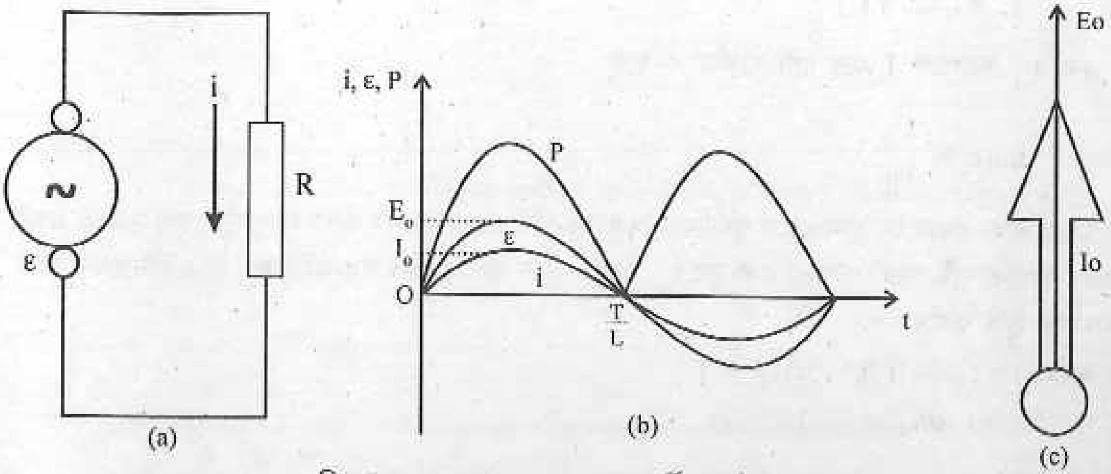
$$\tilde{E}_o = \tilde{E}_{o1} + \tilde{E}_{o2} + \tilde{E}_{o3}$$

ভেক্টর চিত্র কেবলমাত্র সাইন অপেক্ষকের যোগফল নির্ণয়ের জন্যই ব্যবহার করা হয় না। একাধিক সাইনরেখীয় চল অপেক্ষক যাদের কম্পাংক সমান তাদের দশা পার্থক্য দৃষ্টিগ্রাহ্য করতেও ভেক্টর চিত্র ব্যবহার করা হয়।

অনুশীলনী 4. : কী অর্থে প্রত্যাবর্তী প্রবাহ ও তড়িচ্চালক বলকে ভেক্টর বলা যায় ?

7.7 আবেশক ও ধারক বর্জিত রোধ বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ

কেবলমাত্র R রোধের বর্তনীতে একটি প্রত্যাবর্তী সাইনরেখীয় (sinusoidal) ভোল্টেজ $\varepsilon = E_o \sin wt$ যুক্ত করা হয়েছে [চিত্র - 7.7(a)]। প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রার অভিমুখ বলতে কেবল ধনাত্মক প্রবাহের দিক বুঝায়।



চিত্র 7.7 : কেবলমাত্র রোধে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ প্রয়োগ

অতএব ওহ্‌ম্‌-এর সূত্র থেকে তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{E_o \sin wt}{R} = I_o \sin wt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.11)$$

যেখানে, $I_o = \dfrac{E_o}{R}$ .... (7.12)

লক্ষ্য করুন যে E_o হল ε এর বিস্তার বা সর্বোচ্চ মান। অতএব I_o ও i-এর বিস্তার। সমীকরণ (7.11) থেকে দেখা যাচ্ছে যে কেবলমাত্র রোধ বর্তনীতে উৎপন্ন প্রবাহমাত্রা প্রযুক্ত ভোল্টেজের সঙ্গে সমদশায় থাকে [চিত্র 7.7(b) এবং (c)]।

সমীকরণ (7.12)-এর উভয় পার্শ্বকে $\sqrt{2}$ দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যায়

$$\frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{E_o}{\sqrt{2}\,R}$$

কিন্তু কার্যকরী বা মূল গড়বর্গ প্রবাহমাত্রা ও ভোল্টেজ হল,

$$I_{rms} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} \text{ এবং } E_{rms} = \frac{E_o}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \quad I_{rms} = \frac{E_{rms}}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.13)$$

অর্থাৎ সমমুখী প্রবাহের ক্ষেত্রে যেমন ওহ্‌ম্ সূত্র থেকে কার্যকরী প্রবাহমাত্রা এবং ভোল্টেজ পাওয়া যায় ঠিক তেমনিই আবেশক ও ধারকহীন বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী প্রবাহ ও ভোল্টেজের কার্যকরী মান পাওয়া যায়।

কোন বিশেষ মুহূর্তে বর্তনীতে শক্তিক্ষয়ের হার অর্থাৎ ক্ষমতা

$$P = i\varepsilon = I_o E_o \sin^2 wt$$
$$= \frac{1}{2} I_o E_o (1 - \cos 2wt)$$
$$= \frac{1}{2} I_o E_o - \frac{1}{2} I_o E_o \cos 2wt$$

প্রতিটি পর্যায়কালে দ্বিতীয় পদের মোট মান শূন্য। অতএব কার্যকরী ক্ষমতা

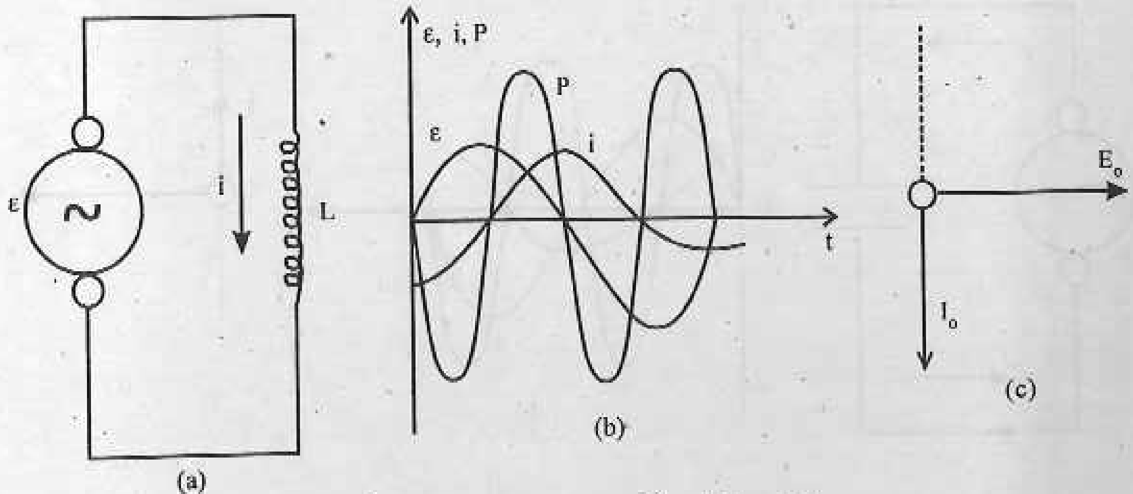
$$P = \frac{1}{2} I_o E_o = \frac{I_o}{\sqrt{2}} \times \frac{E_o}{\sqrt{2}} = I_{rms} . E_{rms}$$

চিত্র 7.7(b)-এ দেখা যাচ্ছে শোষিত শক্তির হার সর্বদা ধনাত্মক। এই শোষিত শক্তি তাপরূপে ক্ষয় পায়।

7.7.1 কেবলমাত্র আবেশক বর্তনী

কেবলমাত্র আবেশক বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ প্রয়োগ করলে আবেশকে একটি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি হয় (চিত্র 7.8)। আবেশক L-এ উৎপন্ন এই তড়িচ্চালক বল $e = -L\frac{di}{dt}$ যেকোন মুহূর্তে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ ε হলে বর্তনীতে মোট ভোল্টেজ $\varepsilon - L\frac{di}{dt}$ কিন্তু যেহেতু কোন রোধ নেই, তাই বর্তনীতে মোট বিভবপতন (iR) শূন্য।

$$\therefore \ \varepsilon - L\frac{di}{dt} = 0$$



চিত্র 7.8 : আবেশকে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ প্রয়োগ

বা, $L\dfrac{di}{dt} = E_o \sin wt$

বা, $di = \dfrac{E_o}{L}\sin wt\, dt$

$$i = -\frac{E_o}{Lw}\cos wt$$

$$= \frac{E_o}{Lw}\sin\left(wt - \frac{\pi}{2}\right)$$

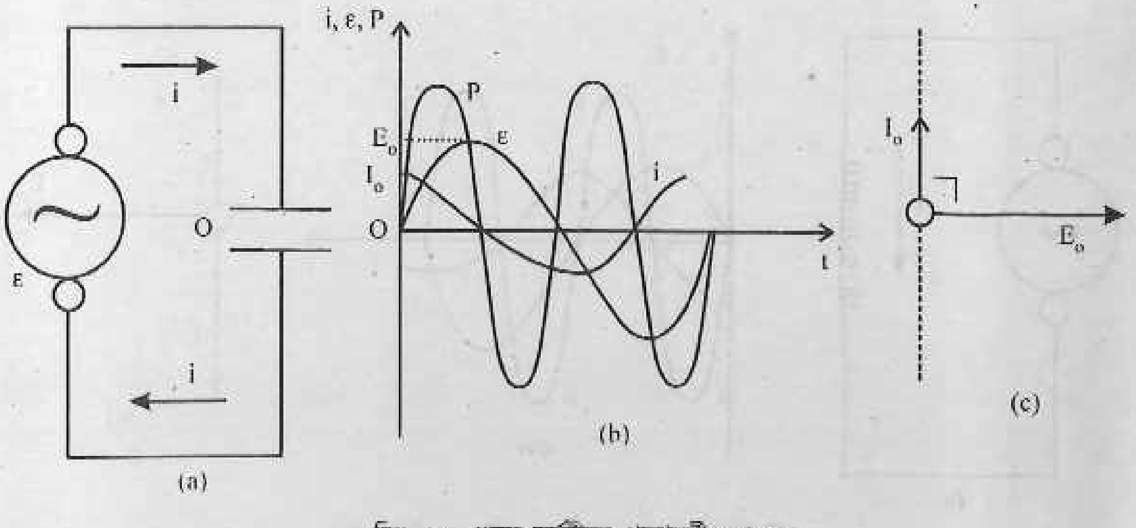
অথবা, $i = I_o \sin\left(wt - \dfrac{\pi}{2}\right)$ .... (7.14)

যেখানে, $I_o = \dfrac{E_o}{wt} = \dfrac{E_o}{X_L}$, $X_L = Lw$ ...... (7.15)

সমীকরণ (7.14) থেকে দেখা যাচ্ছে যে i এবং I_o উভয়েই ε এবং E_o থেকে দশায় $\frac{\pi}{2}$ পিছিয়ে আছে। আরো লক্ষ্য করুন যে $X_L = Lw$ রোধের ভূমিকা পালন করছে। এই রাশিটিকে বলে আবেশী প্রতিরোধকতা (inductive reactance)। যদি L-এর একক হয় হেনরি তবে X_L-এর একক হলো ওহ্‌ম্।

বর্তনীতে শক্তি ক্ষয়ের হার,

$$P = i\varepsilon = I_o E_o \sin\left(wt - \frac{\pi}{2}\right)\sin wt$$



চিত্র 7.৮ ধারক-বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ

$$= -I_o E_o \cos wt \sin wt$$

$$= -\frac{1}{2} I_o E_o \sin 2wt$$

চিত্র 7.8 (b)-তে P বনাম t লেখ চিত্র প্রদর্শিত হয়েছে। দেখা যাচ্ছে যে একটি পূর্ণ পর্যায় কালে শক্তি ব্যয় শূন্য। অর্থাৎ আমরা একটা বিস্ময়কর সিদ্ধান্তে পৌঁছাই যে আবেশক বর্তনীতে i এবং ε শূন্য না হলেও শক্তির কোন শোষণ হয় না। এর অর্থ শক্তি L-এ শোষিত হলেও তা আবিষ্ট উৎসে ফিরে আসে এবং আবার উৎস থেকে আবেশকে গমন করে। অর্থাৎ উৎস ও আবেশকের মধ্যে শক্তির অনপচয়ী আন্দোলন (nondissipative oscillation) সংঘটিত হয়।

7.7.2 কেবলমাত্র ধারকের বর্তনী

চিত্র 7.9-এ কেবলমাত্র ধারক বর্তনী বর্তমান। এখানে $\varepsilon = E_o \sin wt$ তড়িচ্চালক বলকে C ধারকত্বের ধারকের সঙ্গে যুক্ত করা হয়েছে। উৎস থেকে আধান বাহিত হয়ে কোন একসময় t-এ ধারকে q আধান সঞ্চিত হল। অতএব,

$$q = C\varepsilon = CE_o \sin wt$$

ঐ সময় বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা

$$i = \frac{dq}{dt} = CwE_o \cos wt$$

$$\therefore \quad i = I_o \sin\left(wt + \frac{\pi}{2}\right) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.16)$$

যেখানে $I_o = \dfrac{E_o}{\dfrac{1}{Cw}} = \dfrac{E_o}{X_C}$, $X_C = \dfrac{1}{Cw}$ .... (7.17)

অতএব $X_C = \dfrac{1}{Cw}$ বর্তনীর রোধের সমতুল্য। একে বলে ধারকীয় প্রতিরোধকতা (Capacitive reactance)। সমীকরণ (7.16) থেকে বলা যায় বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা ভোল্টেজ অপেক্ষা দশায় $\frac{\pi}{2}$ এগিয়ে [চিত্র 7.8(b) এবং (c)] বর্তনীতে শক্তি ক্ষয়ের হার,

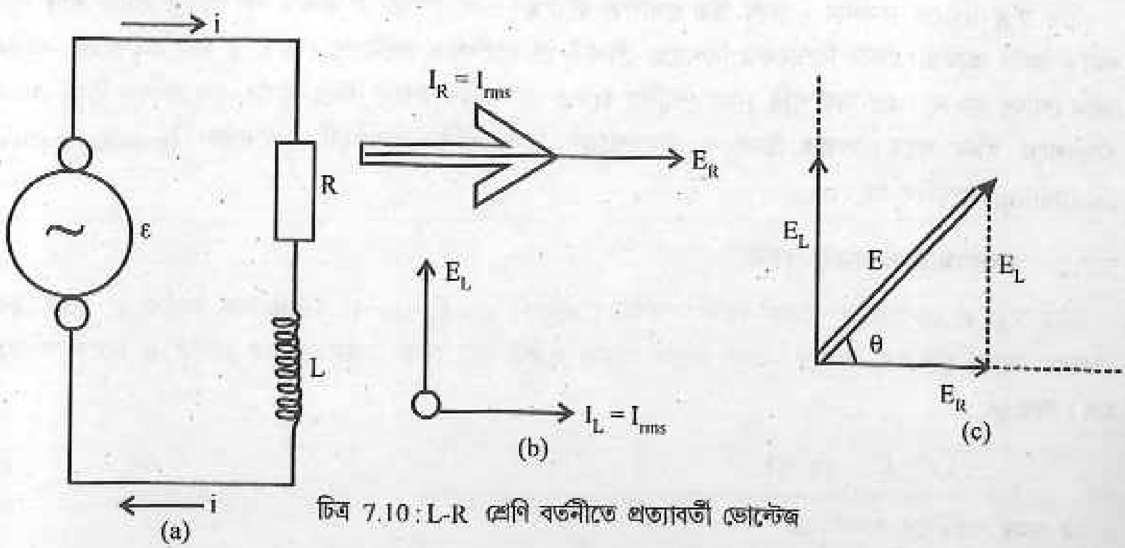
$$P = i\varepsilon = I_o E_o \sin\left(wt + \frac{\pi}{2}\right) \sin wt$$

$$= \frac{1}{2} I_o E_o \sin wt$$

অর্থাৎ বর্তনীতে প্রতি পর্যায়কালে গড় শক্তি ক্ষয়ের হার শূন্য। আবেশক বর্তনীর মতই ধারক বর্তনীতেও কোন শক্তি শোষিত হয় না, কিন্তু ধারক ও উৎসের মধ্যে শক্তির আদান প্রদান চলতে থাকে যাকে বলা হয় শক্তির দোলন (oscillation of energy)।

7.8 L-R শ্রেণি বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ

চিত্র 7.10(a) হল L-R শ্রেণি বর্তনীতে যুক্ত প্রত্যাবর্তী উৎস।



চিত্র 7.10: L-R শ্রেণি বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ

কেবলমাত্র রোধ বর্তনীতে i এবং ε সমদশায় এবং কেবলমাত্র আবেশক বর্তনীতে ε এর দশা i থেকে $\frac{\pi}{2}$ এগিয়ে [চিত্র 7.10 (b)]। এর অর্থ ভেক্টর চিত্রে I_{rms} বা $I_o = I_R$ (R গামী প্রবাহ) এবং R-এর ভোল্টেজ E_R সমদশায় থাকবে। আবার I_2= আবেশক গামী প্রবাহ $I_R = I_o$ এবং আবেশকের ভোল্টেজ $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যে থাকবে যেন E_L, প্রবাহমাত্রা I_L সাপেক্ষে $\frac{\pi}{2}$ এগিয়ে।

এখন $E_R = RI_{rms}$, $E_L = X_L I_{rms} = L_w I_{rms}$ এবং E_L দশায় E_R থেকে $\frac{\pi}{2}$ এগিয়ে [চিত্র 7.9(c)]।

বর্তনীতে মোট ভোল্টেজ $\vec{E} = \vec{E}_L + \vec{E}_R$

অতএব ভেক্টর চিত্রে $\vec{E}_L, \vec{E}_R$ ও $\vec{E}$ একটি ত্রিভূজ গঠন করবে যাকে বলে ভোল্টেজ ত্রিভূজ (voltage triangle)। এক্ষেত্রে এই ত্রিভূজটি সমকোণী।

$$\therefore\ E = \sqrt{E_L^2 + E_R^2} \qquad (E = E_{rms})$$

$$= I_{rms}\sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$= I_{rms} Z_L$$

যেখানে $Z_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + L^2 w^2}$ .... (7.17)

$$\therefore\ I_{rms} = \frac{E}{Z_L} = \frac{E_{rms}}{\sqrt{R^2 + L^2w^2}} \quad .... (7.18)$$

স্পষ্টতই Z_L এর একক হবে ওহম্। অতএব Z_L- রোধের ভূমিকা পালন করে। Z_L-কে বলে L-R বর্তনীর প্রতিবন্ধকতা (impedance)। $E = E_{rms}$-এর দশা E_R সাপেক্ষে ϕ এগিয়ে এবং,

$$\phi = \tan^{-1}\frac{E_L}{E_R}$$

$$= \tan^{-1}\frac{I_{rms}X_L}{I_{rms}R}$$

$$= \tan^{-1}\frac{Lw}{R} \quad .... (7.19)$$

L-R শ্রেণি বর্তনীতে শক্তি অপচয়ের হার

যেহেতু L-R বর্তনীতে লব্ধি ভোল্টেজ $\varepsilon = E_0 \sin wt$-এর সঙ্গে ϕ দশায় এগিয়ে। তাই সর্বোচ্চ প্রবাহ মাত্রা বা বিস্তার I_0 ও ε সাপেক্ষে ϕ দশায় এগিয়ে থাকে। অতএব

$$i = I_0 \sin(wt + \phi)$$

$$\varepsilon = E_R \sin wt = E_0 \sin wt$$

অতএব কোন মুহূর্তে শক্তিক্ষয়ের হার

$$P = i\varepsilon = I_0 E_0 \sin(wt + \phi)\sin wt$$

$$= \frac{1}{2} I_0E_0 \times 2\sin(wt + \phi)\sin wt$$

$$= \frac{1}{2} I_0E_0 \left[\cos\phi - \cos(2wt + \phi)\right]$$

অর্থাৎ ব্যয়িত শক্তির হার বা ক্ষমতার দুটি অংশ।

প্রথম অংশ $\frac{1}{2}I_0E_0\cos\phi$ ধ্রুবক, কিন্তু দ্বিতীয় অংশ $\frac{1}{2}I_0E_0\cos(2wt + \phi)$ সময়-নির্ভর।

এই দ্বিতীয় অংশ পূর্ণ পর্যায়কালে হবে শূন্য। অতএব গড় শক্তিক্ষয়ের হার

$$P_a = \frac{1}{2}I_0E_0\cos\phi$$

$$= \frac{I_0}{\sqrt{2}} \times \frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos\phi$$

$$= I_{rms}E_{rms}\cos\phi$$

cosφ কে বলে বর্তনীর ক্ষমতা গুণক (power factor)। ভেক্টর বা ফেজর বাদশা চিত্র থেকে

$$\cos\phi = \frac{E_R}{E} = \frac{I_0 R}{I_0 Z_L} = \frac{R}{Z_L}$$

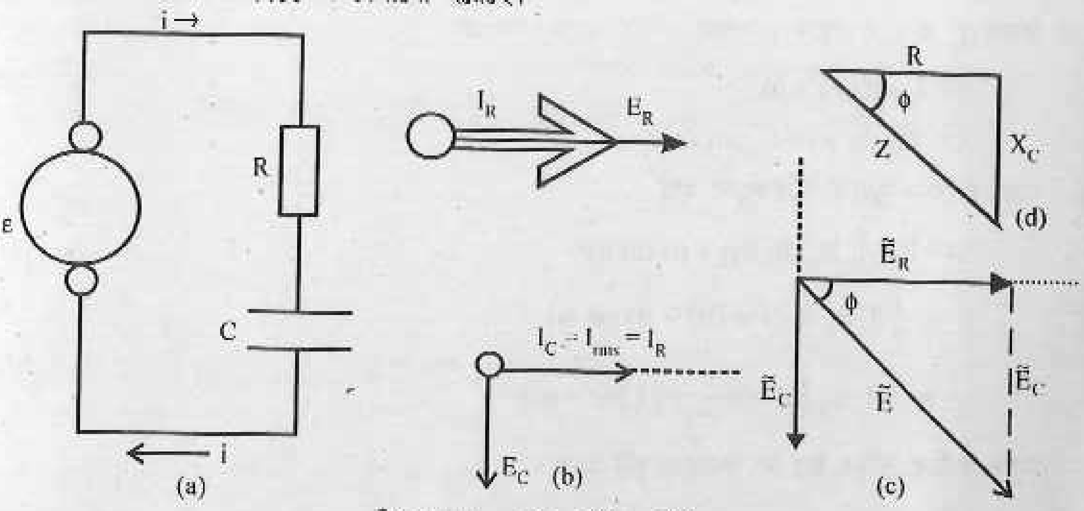
$$\therefore \cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2 w^2}}$$

যদি $R = 0$ হয়, অর্থাৎ কেবলমাত্র আবেশকের বর্তনী হয় তবে $\cos\phi = 0$ এবং $P_a = 0$, যা আমরা কেবল আবেশক বর্তনীতে ইতিপূর্বে পেয়েছি। আবার যদি $L = 0$ হয় অর্থাৎ কেবলমাত্র রোধ বর্তনী হয় তবে $\cos\phi = 1$ এবং $P_a = \frac{1}{2} I_0 E_0$ যা ইতিপূর্বে পাওয়া গেছে।

অনুশীলনী 5 : ক্ষমতা গুণক কী, L-R বর্তনীর ক্ষমতা গুণক নির্ণয় করুন।

7.9 C-R শ্রেণি বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ

C-R শ্রেণি বর্তনী চিত্র 7.11-এ দেখানো হয়েছে।



চিত্র 7.11 : CR শ্রেণি বর্তনী

ইতিমধ্যে কেবলমাত্র ধারক বর্তনীর ক্ষেত্রে আপনারা জেনেছেন যে E_C দশায় I_C থেকে $\frac{\pi}{2}$ পিছিয়ে থাকে। আবার I_R এবং I_C সমদশায় থাকবে এবং তাদের মানও সমান, কারণ, R ও C শ্রেণি সমবায়ে আছে। অধিকন্তু, I_R ও E_R একই দশায়। অতএব E_C দশায় E_R থেকে $\frac{\pi}{2}$ পিছিয়ে [চিত্র 7.10(b)]।

অতএব বর্তনীর লব্ধি ভোল্টেজ

$$\vec{E} = \vec{E}_R + \vec{E}_C$$

বা, $E = \sqrt{\tilde{E}_R^2 + \tilde{E}_C^2}$

$$= \sqrt{(RI_{rms})^2 + (X_C I_{rms})^2}$$

কারণ $E_R = E_{rms}$ (R-এ) $= R\,I_{rms}$

এবং $E_C = E_{rms}$ (C-এ) $= X_C\,I_{rms} = \dfrac{I_{rms}}{Cw}$

[আপনারা ধারক বর্তনীতে জেনেছেন $X_C = \dfrac{1}{Cw}$]

$$\therefore\ E = I_{rms}\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2w^2}} = I_{rms}Z_C$$

যেখানে $Z_C = \sqrt{R^2 + \dfrac{1}{C^2w^2}}$ .... (7.20)

$$\therefore\ I_{rms} = \frac{E}{Z_C} = \frac{E_{rms}}{Z_C} \quad \text{...................... (7.21)}$$

সমীকরণ (7.20) হল ধারক বর্তনীর প্রতিবন্ধকতা (impedance)।

চিত্র 7.10(c) থেকে দেখা যায় $E_{rms} = E$, দশায় E_R থেকে ϕ পিছিয়ে যেখানে

$$\phi = \tan^{-1}\frac{E_C}{E_R} = \tan^{-1}\left(\frac{I_{rms}X_C}{I_{rms}R}\right) = \tan^{-1}\frac{X_C}{R}$$

বা, $\phi = \tan^{-1}\dfrac{X_C}{R} = \tan^{-1}\dfrac{1}{CwR}$ .... (7.22)

চিত্র 9.10(d) দ্বারা রোধ ও C-এর প্রতিরোধকতার সঙ্গে বর্তনীর প্রতিবন্ধকতার সম্পর্ক প্রদর্শন করছে।

শক্তি অপচয়ের হার বা শোষণের হার

তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা i এবং প্রযুক্ত ভোল্টেজ ε হলে তাৎক্ষণিক শক্তি অপচয়ের হার বা ক্ষমতার অপচয় হবে $P = i\varepsilon$ চিত্র 7.10(c) থেকে তাৎক্ষণিক প্রবাহ $\tilde{E}$ বরাবর হওয়ায় $i = I_0 \sin(wt - \phi)$ হবে এবং প্রযুক্ত ভোল্টেজ বা উৎস ভোল্টেজ $\varepsilon = E_0 \sin wt$. অতএব

$$P = I_0E_0 \sin(wt-\phi)\sin wt$$

$$= I_0E_0\,[\sin^2 wt\cos\phi - \cos wt \sin w \sin\phi]$$

$$= \frac{1}{2}I_0E_0(1-\cos 2wt)\cos\phi - \frac{1}{2}I_0E_0 \sin 2wt \sin\phi$$

$$= \frac{1}{2} I_o E_o \cos\phi - \frac{1}{2} I_o E_o \left[\cos 2wt \cos\phi + \sin 2wt \sin\phi\right]$$

কোন পর্যায়কালের উপর গড় নিলে গড় ক্ষমতার অপচয় হবে

$$P_a = \frac{1}{2} I_o E_o \cos\phi$$

$$= \frac{I_o}{\sqrt{2}} \times \frac{E_o}{\sqrt{2}} \cos\phi$$

$$= I_{rms} E_{rms} \cos\phi$$

এখানে ক্ষমতা গুণক

$$\cos\phi = \frac{E_R}{E} = \frac{I_{rms} R}{I_{rms\Delta} Z_C} = \frac{R}{Z_C}$$

বা, $$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + C^{\frac{1}{2}} w^2}}$$

L-R বর্তনীর মতই যখন $R = 0$ হবে, $\cos\phi = 0$ বা $P_a = 0$, অর্থাৎ ধারকে কোন ক্ষমতার অপচয় ঘটে না। অপর পক্ষে যদি ধারক ব্যবহার করা না হয় তবে $\frac{1}{Cw} = 0$ এবং $\cos\phi = 1$। অর্থাৎ সর্বোচ্চ ক্ষমতার অপচয় ঘটে R-এ।

7.9.1 ক্ষমতার বিভিন্ন অপচয় বা শোষণ

আপনারা দেখেছেন যে প্রত্যাবর্তী প্রবাহ-বর্তনীতে গড় ক্ষমতার শোষণ ঘটে তিনটি গুণকের উপর : প্রযুক্ত ভোল্টেজের মূলগড় বর্গ (E_{rms}), প্রবাহমাত্রার মূলগড়বর্গ (I_{rms}) এবং ক্ষমতা গুণক ($\cos\phi$)-এর উপর, যেখানে ϕ হল প্রযুক্ত ভোল্টেজ ও বর্তনীর প্রবাহমাত্রার বিস্তার ভেক্টরের মধ্যে দশা পার্থক্য। অতএব $I_{rms} \cos\phi$ হল E_{rms} বরাবর I_{rms}-এর উপাংশ যা ক্ষমতার কার্যকরী হার নির্ধারণ করে। অর্থাৎ $\cos\phi$ এই হার নির্ধারণে ভূমিকা পালন করে বলে $\cos\phi$ কে বলে বর্তনীর ক্ষমতা গুণক।

আপাত ক্ষমতা :

আপাত ভাবে ক্ষমতা হওয়া উচিত I_{rms} ও E_{rms}-এর গুণফল, কারণ, প্রত্যাবর্তী প্রভাবমাত্রা ও ভোল্টেজ বলতে I_{rms} ও E_{rms}-কেই বুঝানো হয়। এইজন্য বর্তনীর আপাত ক্ষমতা হল,

$$P_{ap} \text{ (apparent power)} = I_{rms} E_{rms}$$

কার্যকরী ক্ষমতা বা সক্রিয় ক্ষমতা :

আপাতভাবে প্রত্যাবর্তী বর্তনীতে ব্যয়িত ক্ষমতা $I_{rms} \times E_{rms}$ হলেও কার্যত ব্যয়িত ক্ষমতা নির্ধারিত হয়

ক্ষমতা গুণক দ্বারা আপাত ক্ষমতা P_{ap}-কে গুণ করে। একে বলে সক্রিয় (active) বা কার্যকরী (effective) ক্ষমতা P_{ac}.

$$\therefore P_{ac} = I_{rms} E_{rms} \cos\phi$$
$$= P_{ap} \cos\phi.$$

অর্থাৎ সক্রিয় ক্ষমতা = (আপাত ক্ষমতা) ক্ষমতা গুণক সক্রিয় ক্ষমতা পাওয়া যায় প্রযুক্ত ভোল্টেজ অভিমুখে I_{rms}-এর উপাংশ বর্তমান থাকলে। এইজন্য $I_{rms} \cos\phi$ কে বলে প্রবাহ মাত্রার ওয়াট যুক্ত উপাংশ। আরো লক্ষ্য করুন

$$P_{ac} = I_{rms} \times E_{rms} \times \frac{R}{Z} \quad \left[\because \cos\phi = \frac{R}{Z}\right]$$

$$= I_{rms} \times \frac{E_{rms}}{Z} \times R$$

$$= I^2_{rms} R.$$

অর্থাৎ প্রত্যাবর্তী ক্ষমতা ব্যয়িত হয় কেবলমাত্র রোধে।

প্রতি সক্রিয় ক্ষমতা (Reactive power)

$I_{rms} \sin\phi$ উপাংশ প্রযুক্ত ভোল্টেজের অভিলম্বে। এইজন্য এই উপাংশের জন্যও বর্তনীতে একটি ক্ষমতা ব্যয় হয় যাকে বলে অতি সক্রিয় ক্ষমতা (reactive power) P_r.

$$\therefore P_r = I_{rms} E_{rms} \sin\phi$$

এখন L-বর্তনীতে $\sin\phi = \frac{X_L}{Z_L}$ এবং

C-বর্তনীতে $\sin\phi = \frac{X_C}{Z_C}$

$$\therefore P_r = I_{rms} E_{rms} \frac{X_C}{Z_C}, \text{ বা } I_{rms} E_{rms} \frac{X_L}{Z_L}$$

$$= I^2_{rms} X_C, \text{ বা } I^2_{rms} X_L$$

অর্থাৎ প্রতিক্রিয়া ক্ষমতা ব্যয়িত হয় ধারক বা আবেশকে। কিন্তু আমরা জেনেছি ধারকে বা আবেশকে কোন ক্ষমতা ব্যয়িত হয় না। অতএব $P_r = 0$. এরূপ ক্ষেত্রে যেহেতু $E_{rms} \neq 0$ এবং $I_{rms} \sin\phi \neq 0$ তাই $I_{rms} \sin\phi$ কে বলে প্রবাহমাত্রার ওয়াট শূন্য উপাংশ।

ক্ষমতা স্কেলার রাশি যার একক ওয়াট। এই তথ্য আপনারা উচ্চমাধ্যমিক পর্যায়ে জেনেছেন। এখন ভেক্টর চিত্রে বিবেচনা করলে E_{rms} এবং $I_{rms} \sin\phi$ ও $I_{rms} \cos\phi$ কে বলা যায় ভেক্টর।

ধরা যাক $E_{rms} = \tilde{E}$, $I_{rms} \cos\phi = \phi\, \tilde{I}_{II}$

এবং $I_{rms}\sin\phi = \tilde{I}_{I}$ অতএব

$$P_{ac} = \tilde{E}\cdot\tilde{I}_{II} = EI_{II}\cos 0^{\circ}$$

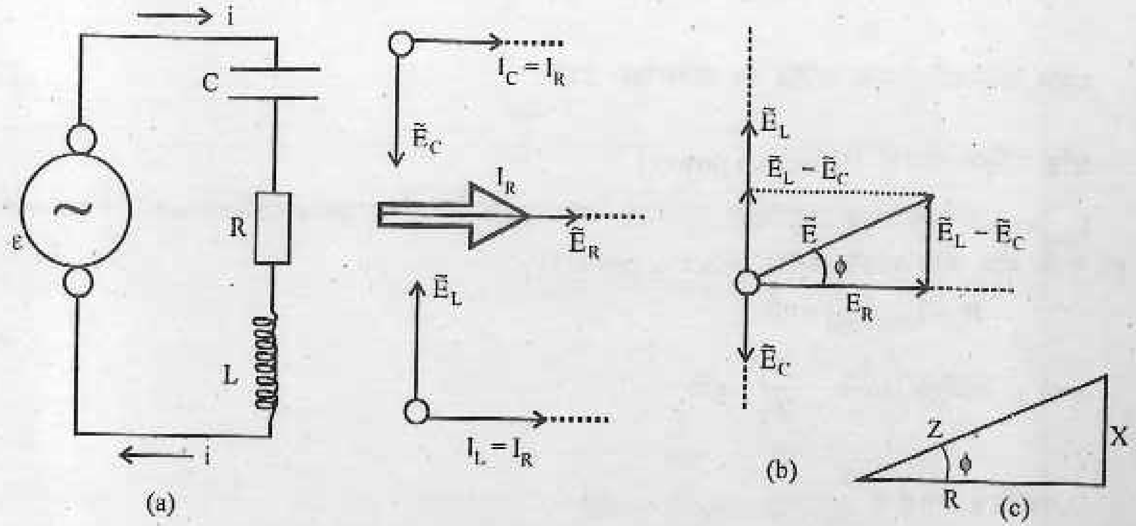
$$= EI_{II} - E_{rms}\, I_{rms}\cos\phi$$

$$P_{r} = \tilde{E}\cdot\tilde{I}_{I} = EI_{I}\cos 90^{\circ} = 0$$

অনুশীলনী - **6:** প্রবাহের ওয়াট শূন্য উপাংশ বলতে কী বুঝেন ?

7.10 L-C-R শ্রেণি বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ

চিত্র 7.12 দ্বারা L-C-R শ্রেণিবর্তনী প্রদর্শিত হলো।



চিত্র 7.12 : L-C-R বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজ

বর্তনীতে কোন এক সময়ই যখন প্রবাহমাত্রা i তখন প্রযুক্ত ভোল্টেজ $\varepsilon = E_0 \sin wt$. একই প্রবাহ C, R ও L-এর মধ্য দিয়ে যায়। কেবলমাত্র R, বর্তনী থেকে আমরা জানি যে i-এর সঙ্গে R-এ বিভব পতন সমদশায় থাকে। এই বিভব পতন $\tilde{E}_R$ হলে $\tilde{E}_R$ থেকে দশায় C-এর বিভব $\frac{\pi}{2}$ পিছিয়ে এবং L-এর বিভব $\frac{\pi}{2}$, এগিয়ে থাকে [চিত্র 7.12(b)]। অর্থাৎ বর্তনীর মোট প্রযুক্ত ভোল্টেজ হবে।

$$\tilde{E} = \tilde{E}_R + \tilde{E}_L + \tilde{E}_C$$

$\tilde{E}_L$ সাপেক্ষে $\tilde{E}_C$ বিপরীত দশায় (অর্থাৎ π দশা পার্থক্যে) আছে। অতএব

$$\tilde{E} = \tilde{E}_R + \left(\tilde{E}_L - \tilde{E}_C\right)$$

চিত্র 7.12(b) থেকে লেখা যায়

$$E_{rms} = \sqrt{E_R^2 + (E_L - E_C)^2}$$

$$= \sqrt{I_{rms}^2 R^2 + (I_{rms} X_L - I_{rms} X_C)^2}$$

$$= I_{rms}\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

এখানে মনে করুন $E_L = L$-এ E_{rms}, $E_C = C$-এ E_{rms}..এই জন্য $E =$ বর্তনীর E_{rms}.

$$\therefore I_{rms} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{E}{Z} \quad \text{.................... (7.23)}$$

যেখানে $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$= \sqrt{R^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2} \quad \text{.................. (7.24)}$$

E_R সাপেক্ষে $I = I_{rms}$ দশায় ϕ এগিয়ে যখন [চিত্র 7.12(c) থেকে]

$$\tan\phi = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \text{.................. (7.25)}$$

এখানে $X = X_L - X_C =$ মোট প্রতি রোধকতা

$Z = \sqrt{R^2 + X^2} =$ বর্তনীর মোট প্রতিবন্ধকতা।

L-C-R শ্রেণি বর্তনীতে ক্ষমতার অপচয়

তাৎক্ষণিক ক্ষমতার অপচয়

$$P = i\varepsilon = I_o \sin(wt + \phi)\, E_o \sin wt$$

$$= I_o E_o [\, \sin^2 wt \cos\phi + \cos wt \sin wt \sin\phi \,]$$

$$= \frac{1}{2} I_o E_o [\, (1 - \cos 2wt)\cos\phi + \sin 2wt \sin\phi \,]$$

অতএব একটি পূর্ণ পর্যায় কালে মোট শক্তি ক্ষয়ের হার

$$P = \frac{1}{2} I_o E_o \cos\phi$$

$$= \frac{I_o}{\sqrt{2}} \times \frac{E_o}{\sqrt{2}} \cos\phi$$

$$= I_{rms} \times E_{rms} \times \cos\phi$$

চিত্র 7.12 (c) থেকে $= \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2}}$

যদি বর্তনীটি কেবলমাত্র L-C বর্তনী হত, তবে $R = 0$ এবং $P = 0$ কিন্তু যদি বর্তনীতে L এবং C না থাকত তাহলে $\cos\phi = 1$ এবং

$$P = I_{rms} \times E_{rms} = I^2_{rms} R$$

যদি $\tilde{V}_C > \tilde{V}_L$ হয় তবে

$$\phi' = \tan^{-1} \frac{X_C - X_L}{R} \quad \text{.....................} \quad (7.26)$$

সমীকরণ (7.25)-এর সঙ্গে তুলনা করলে $\phi' = -\phi$ অর্থাৎ $\tilde{E}$-এর দশা প্রবাহমাত্রার তুলনায় ϕ পিছিয়ে।

যদি $E_L = E_C$ হয় তবে $X_L = X_C$ হবে এবং $\cos\phi = 1$ অর্থাৎ I-এর দশা হবে E-এর দশার সমান। এই অবস্থায় I_{rms} হবে সর্বোচ্চ এবং ক্ষমতা অপচয়ও হবে সব চাইতে বেশি। এই অবস্থাকে বলে শ্রেণি অনুনাদ এবং শ্রেণি অনুনাদের শর্তটি হল

$$X_L = X_C$$

$$Lw = \frac{1}{Cw}$$

বা, $$w^2 = \frac{1}{C_L}$$

$$\therefore\ 4\pi^2 f^2 = \frac{1}{C_L}$$

$$\therefore\ f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_L}} \quad \text{...............} \quad (7.27)$$

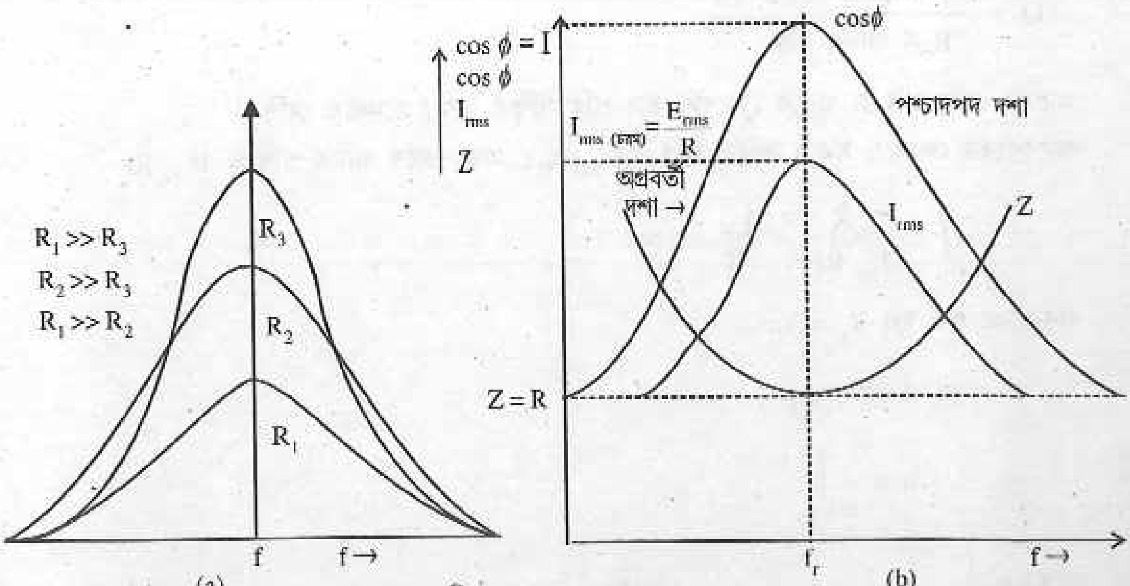
f হল অনুনাদের কম্পাংক $= f_r$.

অনুশীলনী 7 : অনুনাদ কাকে বলে। L-R-C বর্তনীর অনুনাদী কম্পাংক নির্ণয় করুন।

7.10.1 অনুনাদ লেখ এবং Q সংখ্যা

একটি L C R বর্তনীতে প্রযুক্ত প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজের কম্পাংক এবং সংশ্লিষ্ট প্রবাহমাত্রাকে যথাক্রমে x– ও y-অক্ষ বরাবর উপস্থাপিত করে যে বক্র বা লেখ পাওয়া যায় তাকে বলে অনুনাদ লেখ বা অনুনাদ বক্র

(resonance curve) । চিত্র 7.13-এ এরূপ লেখ বিভিন্ন রোধ-এর ক্ষেত্রে দেখানো হয়েছে। যখন রোধ R-এর



চিত্র 7.13 : অনুনাদ লেখ

মান খুব বেশি (R_1) তখন লেখের শীর্ষ অনেকটা বিস্তৃত (flat) কিন্তু যখন R-এর মান খুবই কম (R_3) তখন লেখ শীর্ষ বেশ তীক্ষ্ণ [চিত্র 7.13 (a)]।

চিত্র 7.13(b)-এ তিনটি লেখ প্রদর্শিত হয়েছে :

(i) ক্ষমতাগুণক $\cos\phi$ বনাম কম্পাংক f

(ii) বর্তনী প্রবাহমাত্রা I_{rms} বনাম f

(iii) প্রতিবন্ধকতা Z বনাম f.

লক্ষ্য করুন যে যখন কম্পাংক হয় অনুনাদ কম্পাংক f_r-এর সমান তখন (i) ক্ষমতা গুণকের মান সর্বোচ্চ, অর্থাৎ $\cos\phi = i$, (ii) প্রবাহমাত্রার মূল গড় বর্গ I_{rms}-এর মান হয় সর্বোচ্চ, এবং (iii) প্রতিবন্ধকতা Z-এর মান হয় কেবলমাত্র রোধ R-এর সমান, অর্থাৎ বর্তনী হয় কেবলমাত্র রোধবর্তনী (X_L ও X_C থাকা সত্ত্বেও)।

উৎকর্ষতা সংখ্যা বা Q-সংখ্যা

L-, C-, L-R, C-R, L-C-R প্রভৃতি বর্তনীকে বলা হয় প্রতিক্রিয়া জ্ঞাপক বর্তনী (Reactive circuits)। এরূপ বর্তনীতে বিদ্যুৎ সংযোগ ঘটলে আবেশক বা ধারক শক্তি সঞ্চয় করে। এরূপ কোন একটি বর্তনীর শক্তি সঞ্চয় করার সামর্থ্যকে পরিমাপ করা হয় যে রাশি দ্বারা তাকে বলে উৎকর্ষতা সংখ্যা (quality factor) বা Q-সংখ্যা (Q-factor)। এটা হল একটা দক্ষতা সূচক রাশি (a figure of merit) যার দ্বারা দুটি বর্তনীকে তুলনা করা যায়।

Q-সংখ্যাকে দুভাবে সংজ্ঞা দেওয়া হয় ঃ

(i) কোন আবেশক কুণ্ডলি বা ধারকে সঞ্চিত শক্তি ও রোধে ব্যয়িত শক্তির অনুপাতকে বলে Q-সংখ্যা।

$$\therefore Q = \frac{\text{L বা C-এ সঞ্চিত শক্তি}}{\text{R-এ ব্যয়িত শক্তি}}$$

অতএব যে কুণ্ডলি বা ধারকে Q বেশি তার শক্তি সঞ্চিত রাখার সামর্থ্যও বেশি।

আবেশকের ক্ষেত্রে t সময়ে সঞ্চিত শক্তি $= I^2_{rms} X_L t$ এবং রোধে ব্যয়িত শক্তি $= I^2_{rms} Rt$

$$\therefore Q = \frac{I^2_{rms} X_L t}{I^2_{rms} Rt} = \frac{Lw}{R}$$

অনুনাদের শর্ত হল $X_L = X_C$

$$\text{বা, } Lw = \frac{1}{Cw}$$

$$\therefore w = \frac{1}{\sqrt{CL}}$$

$$\therefore Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.28)$$

অনুরূপে ধারকে সঞ্চিত শক্তি $= I^2_{rms} X_C t$ এবং তাই

$$Q = \frac{I^2_{rms} X_C t}{I^2_{rms} Rt} = \frac{1}{CwR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.28)$$

যে বর্তনীতে X_L-এর তুলনায় X_C নগন্য, তাকে বলে আবেশীয় বর্তনী (Inductive circuit) এবং যেখানে $X_C >> X_L$, তাকে বলে ধারকীয় বর্তনী। (Capacitive Circuit)। আবেশীয় বর্তনীর Q-সংখ্যা 5 থেকে 100 পর্যন্ত হতে পারে এবং ধারকীয় বর্তনীর Q-সংখ্যা হতে পারে 1400 থেকে 10,000 পর্যন্ত। L-C-R বর্তনীর ক্ষেত্রে শক্তি পাক (Cycle) বা সিকি ভাগ সময় পর্যন্ত L-এ সঞ্চিত হতে থাকে এবং পরবর্তী সিকি পর্যায়কালে C-এ শক্তি সঞ্চিত হয়। এভাবে শক্তি L ও C-এর মধ্যে যাতায়াত করে। শক্তি যা কিছু অপচয়িত হয় তা ঐ রোধের মধ্যে। অতএব রোধ নগন্য হলে বাইর থেকে শক্তি সরবরাহ না করলেও শক্তির এই দোলন চলবে দীর্ঘ ক্ষণ ধরে। তখন বর্তনী হলে দোলন বর্তনী (oscillatory circuit)।

(ii) Q-সংখ্যার দ্বিতীয় সংজ্ঞা হল যে L-C-R বর্তনীতে L বা C-এ ভোল্টেজ বিবর্ধনকে বলে L বা C-এর Q- সংখ্যা।

বর্তনীতে I_{rms}-এর চরম মান

$$(I_{rms})_{\text{চরম}} = \frac{E_{rms}}{R}$$

এই সময় আবেশকের দুই প্রান্তের মধ্যে ভোল্টেজ $= (I_{rms})_{\text{চরম}} \times L.$

অতএব ভোল্টেজ বিবর্ধন $= \dfrac{(I_{rms})_{চরম}\ X_L}{E_{rms}} = \dfrac{(I_{rms})_{চরম}\ X_L}{(I_{rms})_{চরম}\ R}$

$$\therefore\ Q = \frac{X_L}{R} = \frac{Lw}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{1}{C}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.28)$$

এসময় ধারকে ভোল্টেজ $= (I_{rms})_{চরম}\ X_C$

অতএব ধারকে ভোল্টেজ বিবর্ধন $= \dfrac{(I_{rms})_{চরম}\ X_C}{E_{rms}} = \dfrac{X_C}{R}$

$$\therefore\ Q = \frac{1}{CwR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.28)$$

অনুশীলনী 8 : Q-সংখ্যা কাকে বলে ? L-R ও C-R শ্রেণি বর্তনীর Q সংখ্যা নির্ণয় করুন।

7.10.2 Q- সংখ্যা ও বর্তনীর গ্রাহিতা (Selectivity)

আপনারা জানেন যে L-C-R বর্তনীতে একটা বিশেষ কম্পাংকের ভোল্টেজ প্রয়োগ করলে বর্তনীর প্রবাহমাত্রা হয় সর্বোচ্চ এবং এই অবস্থায় মোট প্রবাহমাত্রা প্রযুক্ত ভোল্টেজের সঙ্গো সমদশায় থাকে। এই কম্পাংককে বলে বর্তনীর অনুনাদ কম্পাংক (resonance frequency) f_r. এই কম্পাংকের উভয় পার্শ্বের (অর্থাৎ f_r-এর কম বা বেশি) কম্পাংকের ক্ষেত্রে বর্তনীর প্রবাহমাত্রা দ্রুত হ্রাস পায় [চিত্র-7.13(a), (b)]। এর অর্থ বর্তনীর ভোল্টেজ গ্রহণের ক্ষেত্রে নিজস্ব পছন্দ বর্তমান, অর্থাৎ বিশেষ কম্পাংকের ভোল্টেজ প্রয়োগে বর্তনীতে সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা সৃষ্টির এই প্রবণতা বর্তনীর একটি বৈশিষ্ট্য। দেখা যায় এই প্রবণতার সঙ্গো বর্তনীর Q-সংখ্যার সম্পর্ক বর্তমান।

অনুনাদ কম্পাংক বা তার সন্নিকটস্থ কম্পাংকে বর্তনীর বিশেষ করে সাড়া দেওয়ার প্রবণতাকে বলে বর্তনীর গ্রাহিতা (Selectivity of the circuit)। এইজন্য এই বর্তনীকে বলে গ্রাহক বর্তনী (acuptor circuit)। এই গ্রহণ দক্ষতা অনুনাদ কম্পাংকের উভয় পার্শ্বে কতটা বিস্তার পর্যন্ত সাড়া দেয় তা বিবেচনা করা যেতে পারে।

লক্ষ্য করার যে যখন অনুনাদ কম্পাংকে বর্তনী সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রায় থাকে তখন শক্তি ব্যয়ের হার সর্বাধিক। এই ক্ষমতা অপচয় কম্পাংকের বৃদ্ধি বা হ্রাসের সঙ্গো হ্রাস পায়। আমাদের অনুসন্ধানের বিষয় হতে পারে এই যে কোন্ কোন্ কম্পাংকে ক্ষমতার অপচয় সর্বোচ্চ ক্ষমতার অর্ধেক হবে ? আপনারা জানেন সর্বোচ্চ ক্ষমতা ব্যয়ের পরিমাণ

$$P_m = (I_{ms})^2 \qquad R = \frac{(E_{rms})^2}{R}$$

একে বলে অনুনাদ অবস্থায় ক্ষমতার অপচয়। অতএব এর অর্ধেক ক্ষমতার অপচয় হলে

$$P = \frac{1}{2}P_m = \frac{E_{rms}^2}{2R}$$

এই অবস্থায় যদি বর্তনীর প্রতিবন্ধকতা হয় Z, তাহলে $I_{rms} = \dfrac{E_{rms}}{Z}$

$$\therefore\ P = \frac{1}{2} P_m = \left(\frac{E_{rms}}{Z} \right)^2 R = \frac{E_{rms}^2}{2R}$$

$$\therefore\ \frac{R}{Z^2} = \frac{1}{2R}$$

বা, $Z^2 = 2R^2$

$$\therefore\ Z = \sqrt{2}\,R$$

কিন্তু $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$\therefore\ R^2 + (X_L - X_C)^2 = 2R^2$$

বা, $X_L - X_C = \pm\ R$

স্পষ্টতই যখন বর্তনীর প্রতিরোধকতা হবে

$X_L - X_C = R$ বা, $X_C - X_L = R$, তখনই বর্তনীতে ক্ষমতার অপচয় হবে সর্বোচ্চ ক্ষমতার অর্ধেক। এই অবস্থায় উৎস ভোল্টেজের কম্পাংক কী কী হবে ?

ধরা যাক যখন $X_L - X_C = R$, অর্থাৎ $X_L > X_C$ অর্থাৎ যখন বর্তনী আবেশীয় তখন কৌণিক কম্পাংক w_u এবং যখন $X_C - X_L = R$, অর্থাৎ $X_C > X_L$, অর্থাৎ বর্তনী ধারকীয় তখন কৌণিক কম্পাংক w_l.

$$\therefore\ \frac{1}{Cw_l} - Lw_l = R$$

এবং $Lw_u - \dfrac{1}{Cw_n} = R$

উভয় সমীকরণকে যোগ করে পাওয়া যায়

$$(w_n - w_l)L + \frac{1}{C}\left(\frac{w_n - w_l}{w_u w_l} \right) = 2R$$

বা, $(w_n - w_l)\left[L + \dfrac{1}{cw_n w_l} \right] = 2R$

বা, $(w_n - w_l)\left[l + \dfrac{1}{CLw_u w_l} \right] = \dfrac{2R}{L}$

যদি w_n ও w_ln-এর সংশ্লিষ্ট কম্পাংক হয় f_n এবং f_l তবে $w_u = 2\pi f_u$ এবং $w_l = 2\pi f_l$. এখন যেহেতু f_l ও f_n অনুনাদ কম্পাংকের অতি নিকটবর্তী (চিত্র 7.14)। তাই এ অবস্থায় $X_L \approx X_C$

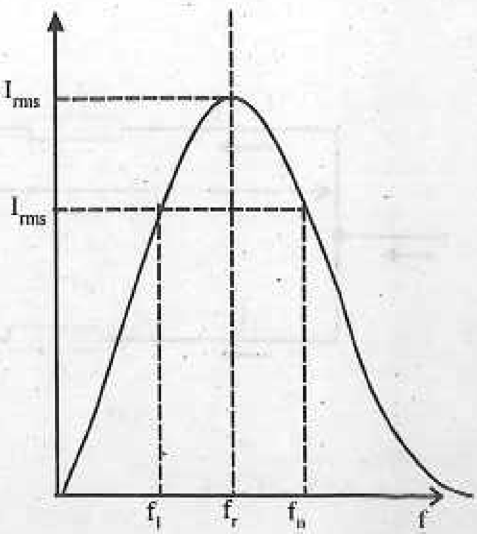
এবং প্রাথমিকভাবে ধরা যায়

$$w_l L = \frac{1}{w_u C}$$

বা, $CLw_l w_u = 1$

$$\therefore w_u - w_l = \frac{R}{L}$$

বা, $f_u - f_l = \frac{R}{2\pi L}$ .... (7.29)



চিত্র 7.14 : বর্তনীর গ্রাহীতা

কিন্তু অনুনাদ অবস্থায় Q-সংখ্যা = Q_r হলে

$Q_r = \frac{w_r L}{R}$, যেখানে w_r হল অনুনাদী কম্পাংক।

বা, $\frac{2\pi f_r L}{R} = Q_r$ বা, $f_r = \frac{R}{2\pi L} Q_r$

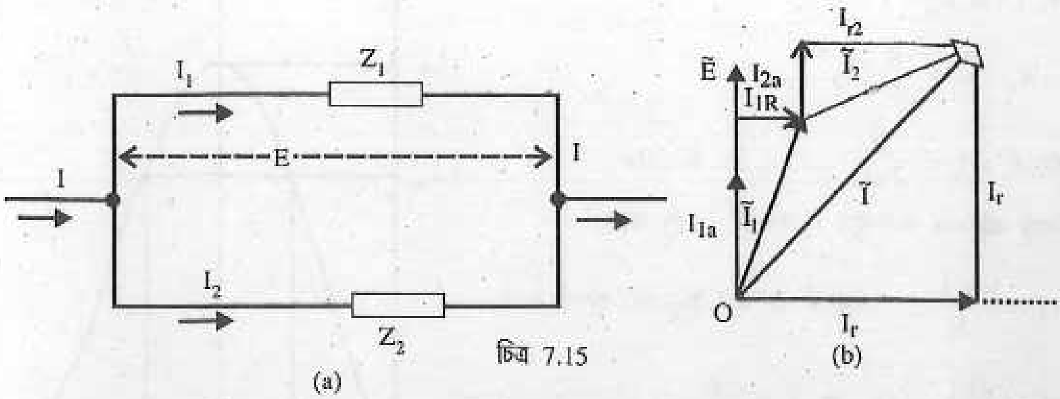
বা, $f_r = (f_u - f_l) Q_r$

বা, $\frac{f_u - f_l}{f_r} = \frac{1}{Q_r}$ .... (7.30)

$f_u - f_l = B$-কে বলে ব্যান্ড বিস্তার (band width) বা অনুনাদ কম্পাংক বিস্তার। অনুনাদ Q-সংখ্যা যত বেশি হবে $B = f_u - f_l$ ততই সংকীর্ণ হবে। এর অর্থ অনুনাদের তীক্ষ্ণতা ততই বৃদ্ধি পাবে। ব্যান্ড বিস্তার যত ক্ষুদ্র হবে ততই বর্তনীর গ্রাহিতা সুক্ষ্মতর হবে। গ্রাহিতার সুক্ষ্মতা $\frac{L}{R}$ বা $\frac{1}{CR}$ বৃদ্ধি করেও উন্নত করা যায়।

7.11 L, C, R- এর সমান্তরাল বর্তনী গঠন

নানাভাবে সমান্তরাল বর্তনী গঠন করা যায়। C-R উপাদানের সমান্তরাল বর্তনীতে R এবং C পরস্পরের সমান্তরালে থাকে এবং L–R উপাদানের সমান্তরাল বর্তনীতে L এবং R পরস্পরের সমান্তরালে থাকে। কেবলমাত্র L ও C সমান্তরাল বর্তনীতে L এবং C সমান্তরালে থাকে। কিন্তু L, C, R উপাদানের সমান্তরাল বর্তনীতে L ও R-এর শ্রেণি এবং C ও R-এর শ্রেণির সমান্তরাল বর্তনী গঠন করা যায়। একে বলে সাধারণ প্রত্যাবর্তী সমান্তরাল বর্তনী। এই বিশেষ বিশেষ বর্তনীর ক্ষেত্রে I_{rms} ও E_{rms} এর দশা সম্পর্ক কী হবে এবং I_{rms}-এর মানই বা কী হবে তা নির্ণয় করতে হবে। সমান্তরাল অনুনাদ বর্তনীর অনুনাদ কম্পাংক এবং বর্তনীর Q-সংখ্যাও নির্ণয় করতে হবে। সাধারণ সমান্তরাল বর্তনীর চিত্রটি দেখানো হলো চিত্র 7.15–w। Z_1 এবং Z_L এক বা একাধিক বর্তনী উপাদানের সমাহার প্রতিবন্ধকতা। এখানে $I = I_{rms}$ এবং অনুরূপে শাখা প্রবাহমাত্রা I_1 বা I_2 হল মূল গড়বর্গ প্রবাহ। $E = E_{rms}$, প্রবাহমাত্রার $\vec{E}$-মুখী উপাংশকে বলে সক্রিয় উপাংশ এবং $\vec{E}$-অভিলম্বমুখী উপাংশকে বলে প্রবাহমাত্রার প্রতিসক্রিয় উপাংশ (reactive component)। I_r = প্রবাহমাত্রার সক্রিয় উপাংশ (active componet) I_r = প্রবাহমাত্রার প্রতি-সক্রিয়া উপাংশ। চিত্র 7.15(b) থেকে



চিত্র 7.15

$$\therefore \; \tilde{I} = \tilde{I}_1 + \tilde{I}_2$$

এবং $I_a = I_{1a} + I_{2a}$

$I_r = I_{1r} + I_{2r}$

বিশেষ ক্ষেত্রগুলিতে এই ধারণাগুলিকে কাজে লাগানো হবে।

7.11.1 L-R সমান্তরাল বর্তনী

চিত্র 7.16-এ L-R সমান্তরাল বর্তনী ও প্রবাহমাত্রার দশা চিত্র দেখানো হয়েছে। প্রযুক্ত ভোল্টেজ $E_{rms} = E$ এবং প্রবাহমাত্রা I_R সমদশায় থাকে, কিন্তু I_L দশায় $\frac{\pi}{2}$ পিছিয়ে থাকে।

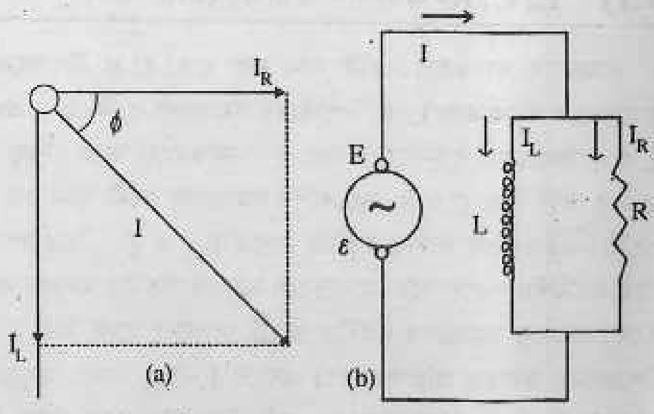
প্রবাহমাত্রা $I = I_{rms}$ বিভাজিত হয়ে I_R ও I_L মানে যথাক্রমে R ও L গামী হয়।

অতএব $\tilde{I} = \tilde{I}_R + \tilde{I}_L$

অতএব দশা চিত্র [চিত্র 7.16(b)] থেকে

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2$$

যেহেতু R ও L উভয়েরই প্রান্তিক বিভব পার্থক্য



চিত্র 7.15 : L-R সমান্তরাল বর্তনী

$E = E_{rms}$, তাই $I_R = \frac{E}{R}$ এবং $I_L = \frac{E}{X_L}$

যেখানে X_L হল আবেশক L-এর প্রতিরোধকতা = Lw

এখানে I_R হল সক্রিয় ও I_C হল প্রতি সক্রিয় প্রবাহ।

$$\therefore\ I = E\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}$$

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{E}{RX_L}\sqrt{R^2 + X_L^2} \\ &= \frac{E}{R} \times \frac{Z_L}{X_L} = \frac{E}{X_L} \cdot \frac{Z_L}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (7.31)$$

যেখানে $Z_L = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ = বর্তনীর প্রতিবন্ধকতা।

অথবা, $I = I_R \times \frac{Z_L}{X_L} = I_L \times \frac{Z_L}{R}$

$$\therefore\ I_R = I \times \frac{X_L}{Z_L} \text{ এবং } I_L = I \times \frac{R}{Z_L} \quad \ldots\ldots\ldots\ (7.32)$$

ধরা যাক I-এর দশা E থেকে ϕ পিছিয়ে অর্থাৎ I_R থেকে I-এর দশা ϕ পিছিয়ে। অতএব চিত্র [7.16(b)] থেকে $I_R = I\cos\phi$ এবং $I_L = I\sin\phi$.

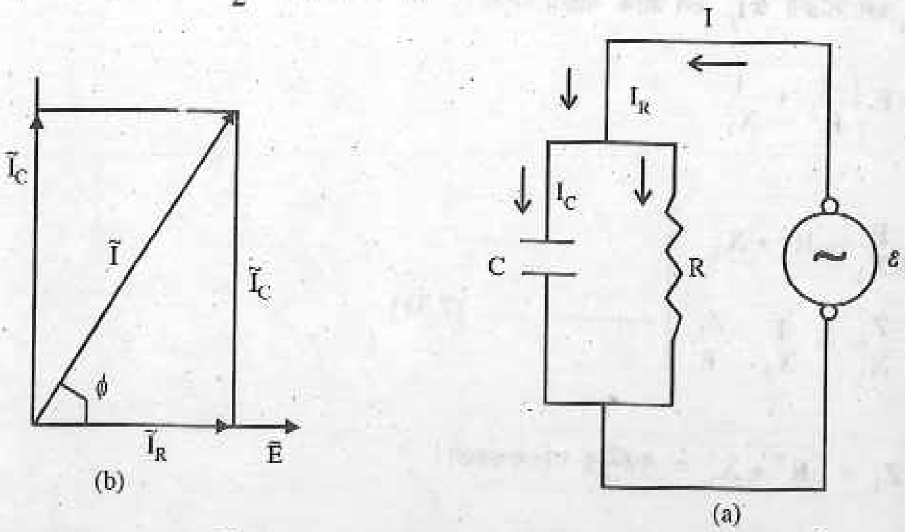
$$\therefore \cos\phi = \frac{X_L}{Z_L} \text{ এবং } \sin\phi = \frac{R}{Z_L}$$

$$\therefore\ \tan\phi = \frac{R}{X_L}$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{R}{X_L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (7.33)$$

7.11.2 C-R সমান্তরাল বর্তনী

চিত্র 7.17-এ C-R সমান্তরাল বর্তনী এবং প্রবাহমাত্রার দশা চিত্র দেখানো হয়েছে। প্রযুক্ত ভোল্টেজ $\varepsilon = E_o \sin wt$ এবং মূল গড়বর্গ ভোল্টেজ $E = E_{rms}$ ও R গামী প্রবাহমাত্রা I_R থাকে সমদশায়, কিন্তু C গামী প্রবাহমাত্রা I_C দশায় E থেকে $\frac{\pi}{2}$ এগিয়ে থাকে।



চিত্র 7.17 : C-R সমান্তরাল বর্তনী ও দশা চিত্র

চিত্র 7.17(b) থেকে মোট প্রবাহমাত্রা $\tilde{I} = \tilde{I}_R = \tilde{I}_C$

যেহেতু $\tilde{I}_R$ ও $\tilde{E}$ সমদশায় তাই R-এ ব্যয়িত শক্তি বা ক্ষমতা হল সক্রিয় ক্ষমতা (active power) এবং $\tilde{I}_R$ হল সক্রিয় প্রবাহমাত্রা। $\tilde{I}_C$ এবং $\tilde{E}$-এর মধ্যে দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ অতএব $\tilde{I}_C$ হল প্রতিসক্রিয় (reactive) প্রবাহমাত্রা। অতএব $I_{rms} = I$ হলে $I^2 = I_R^2 + I_C^2$

R এবং C, উভয়ের প্রান্তিক ভোল্টেজ E, অতএব

$$I_R = \frac{E}{R}, \; I_C = \frac{E}{X_C}$$

যেখানে $X_C = \frac{1}{Cw}$ = ধারকের প্রতিরোধকতা।

$$\therefore \; I = E\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}}$$

$$\therefore \; I = \frac{E}{RX_C}\sqrt{R^2 + X_C^2} = \frac{E}{RX_C} Z_C \quad \text{..................} \; (7.34)$$

যেখানে Z_C বর্তনীর প্রতিবন্ধকতা = $\sqrt{R^2 + X_C^2}$

$$\therefore\ I = \frac{E}{R} \times \frac{Z_C}{X_C} = I_R \times \left(\frac{Z_C}{X_C}\right) = I_C\left(\frac{Z_C}{R}\right)$$

বা, $I_R = I\left(\frac{X_C}{Z_C}\right)$ এবং $I_C = I\left(\frac{R}{Z_C}\right)$ .... (7.35)

এখন, $\tan\phi = \frac{I_C}{I_R} = \frac{E/X_C}{E/R} = \frac{R}{X_C}$

$$\therefore\ \phi = \tan^{-1}\left(\frac{R}{X_C}\right) \quad .... (7.36)$$

আবার চিত্র 7.17(b) থেকে

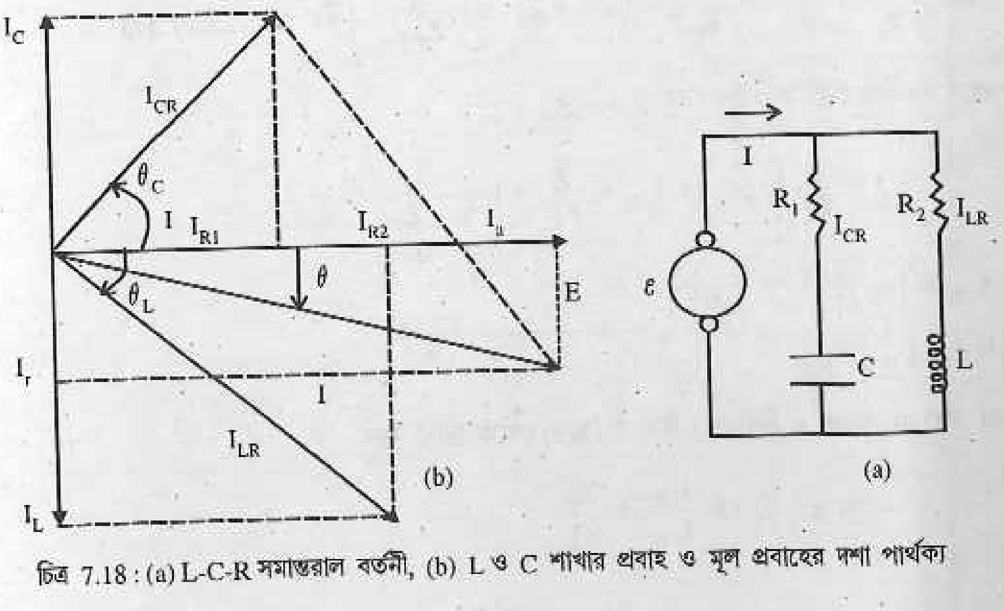
$I_R = I\cos\phi$ এবং $I_C = I\sin\phi$.

$\therefore \cos\phi = \frac{X_C}{Z_C}$ এবং $\sin\phi = \frac{R}{Z_C}$

7.11.3 L-C-R সমান্তরাল বর্তনী

চিত্র 7.18 এ L-C-R সমান্তরাল বর্তনী দেখানো হয়েছে। L ও R -এর শ্রেণি সমবায়ের সঙ্গে C ও R-এর শ্রেণি সমবায় পরস্পরের সমান্তরালে আছে।

ধরা যাক L-R শাখায় প্রবাহমাত্রা I_L এবং C-R শাখায় প্রবাহমাত্রা I_C । এই উভয় প্রবাহ মাত্রার দশা পরস্পর থেকে যেমন ভিন্ন তেমনি মূল প্রবাহমাত্রা I-এর দশা থেকেও ভিন্ন [চিত্র 7.18]।



চিত্র 7.18 : (a) L-C-R সমান্তরাল বর্তনী, (b) L ও C শাখার প্রবাহ ও মূল প্রবাহের দশা পার্থক্য

কিন্তু C-R শাখায় প্রবাহমাত্রা $\tilde{I}_{CR} = \tilde{I}_C + \tilde{I}_{R1}$ যেখানে $|\tilde{I}_C| = |\tilde{I}_{R1}|$, কারণ উভয় প্রবাহ C-শাখায়। আবার L-R শাখায় প্রবাহমাত্র $\tilde{I}_{LR} = \tilde{I}_L + \tilde{I}_{R2}$ যেখানে $|\tilde{I}_L| = |\tilde{I}_{RL}|$ কারণ উভয় প্রবাহ L শাখায়। অধিকন্তু, $\tilde{I}_{R1}$ এবং $\tilde{I}_{R2}$ ভোল্টেজ E-এর সমদশায়, কিন্তু $\tilde{I}_C$ এবং $\tilde{I}_L$-এর দশা $\tilde{E}$ থেকে যথাক্রমে $\frac{\pi}{2}$ এগিয়ে এবং $\frac{\pi}{2}$ পিছিয়ে। অতঃপর ধরা যাক C-R শাখার প্রবাহমাত্রা $\tilde{I}_{CR}$-এর দশা ϕE থেকে ϕ_C এগিয়ে এবং $\tilde{I}_{LR}$ -এর দশা ϕ_L পিছিয়ে। বর্তনীর মোট প্রবাহমাত্রা I-এর দশা E থেকে ϕ পিছিয়ে, যেখানে

$$I_a = I_{R1} + I_{R2} \text{ এবং } I_r = I_L - I_C$$

ধরা যাক L-R শাখার প্রতিবন্ধকতা $Z_L = \sqrt{R_2^2 + X_L^2}$

এবং C-R শাখার প্রতিবন্ধকতা $Z_C = \sqrt{R_1^2 + X_C^2}$

যেহেতু উভয় শাখার প্রান্তিক ভোল্টেজ E, অতএব L-R শাখার প্রবাহমাত্রা $I_{LR} = \frac{E}{Z_L}$

এবং C-R শাখার প্রবাহমাত্রা $I_{CR} = \frac{E}{Z_C}$

এখন I_{LR} দশায় ϕ_L পিছিয়ে এবং $\phi_L = 45°$, কারণ $I_{R2} = I_L$ (একই প্রবাহ যায় একই শাখায়) অনুরূপে, $\phi_c = 45°$ যা E-এর দশা থেকে এগিয়ে।

$$\therefore \phi_C + \phi_L = 90°$$

$$\therefore I^2 = I^2_{CR} + I^2_{LR} = I^2_a + I_r^2$$

$$\text{বা } I = \sqrt{\frac{E^2}{Z_C^2} + \frac{E_1^2}{Z_L^2}} = \frac{E}{Z_C Z_L}\sqrt{Z_C^2 + Z_L^2} = \left(\frac{E}{Z_C Z_L}\right)Z. \quad \text{.............(7.37)}$$

যেখানে বর্তনীর মোট প্রতিবন্ধকতা $Z = \sqrt{Z_C^2 + Z_L^2}$

$$\therefore I = \frac{E}{Z_C}\left(\frac{Z}{Z_L}\right) = I_{CR} \times \frac{Z}{Z_L} = I_{LR} \times \frac{Z}{Z_C}$$

$$\left.\begin{aligned} \therefore I_{CR} &= \left(\frac{I}{Z}\right) Z_L \\ I_{LR} &= \left(\frac{I}{Z}\right) Z_C \end{aligned}\right\} \quad \text{.......................... (7.38)}$$

I-এর দশা E থেকে ϕ পিছিয়ে। চিত্র 7.18(b) থেকে লেখা যায়

$$\tan(\phi + \phi_C) = \frac{I_{LR}}{I_{CR}} = \frac{Z_C}{Z_L}$$

কিন্তু $\phi_C = 45^\circ$,   অতএব

$$\frac{1+\tan\phi}{1-\tan\phi} = \frac{Z_C}{Z_L}$$

বা, $\tan\phi = \dfrac{Z_C - Z_L}{Z_C + Z_L}$

$$\therefore \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{Z_C - Z_L}{Z_C + Z_L}\right) \text{ .... (7.39)}$$

অনুশীলনী 9 : একটি L-C-R সমান্তরাল বর্তনীর প্রবাহমাত্রাগুলির দশা চিত্র অংকন করুন ও ব্যাখ্যা করুন।

7.11.4 সমান্তরাল বর্তনীতে অনুনাদ

চিত্র 7.18(a)-তে যে সাধারণ সমান্তরাল বর্তনী দেখানো হয়েছে সেখানে আবেশক শাখায় প্রবাহমাত্রা I_{LR} এবং ধারক শাখায় প্রবাহমাত্রা I_{CR}। উভয় প্রবাহের সক্রিয় উপাংশের সমষ্টি [চিত্র 7.18(b)]

$$I_a = I_{LR}\cos\phi_L + I_{CR}\cos\phi_C$$

এবং প্রতিসক্রিয় উপাংশের সমষ্টি

$$I_r = I_{LR}\sin\phi_L - I_{CR}\sin\phi_C$$

এবং বর্তনীর মোট প্রবাহ

$$\tilde{I} = \tilde{I}_a + \tilde{I}_r$$

বা, $I^2 = I_a^2 + I_r^2$

যতই I_r (reactive component) হ্রাস পাবে ততই I_a (active component) বৃদ্ধি পাবে। I_r হলো ওয়াট শূন্য (watt less) প্রবাহ। অতএব I_a সর্বোচ্চ হবে অর্থাৎ বর্তনীতে ক্ষমতা অপচয় হবে র্সবাধিক। যখন $I_r = 0$ হবে। এই অবস্থাকে বলে সমান্তরাল অনুনাদ। তখন

$$I_{LR}\sin\phi_L - I_{CR}\sin\phi_C = 0$$

অর্থাৎ $I_L - I_C = 0$ সমান্তরাল অনুনাদের শর্ত হলো যখন I-এর দশা E-এর দশার সমান, $\phi = 0$।

বা, $\dfrac{E}{Z_L} = \dfrac{E}{Z_C}$

$\therefore Z_L = Z_C$

বা, $\sqrt{R_L^2 + X_L^2} = \sqrt{R_C^2 + X_C^2}$

এখানে, $R_L = R_L +$ L-এর পরিবক্ষায় রোধ

$R_C = R_1 +$ C-এর রোধ

অতএব $X_C^2 - X_L^2 = R_L^2 - R_C^2$

বা, $\frac{1}{C^2w^2} - L^2w^2 = R_L^2 - R_C^2$

বা, $L^2C^2w^4 + C^2(R_L{}^2 - R_C{}^2)\, w^2 - 1 = 0$

$$\therefore\ w^2 = \frac{-\left(R_L^2 - R_C^2\right)C^2 \pm \sqrt{\left(R_L^2 - R_C^2\right)^2 C^4 + 4L^2C^2}}{2L^2C^2}$$

C খুবই ক্ষুদ্র। অতএব C^4 সম্বলিত পদটি বর্জন করা যায়। এবং w^2 ধনাত্মক বলে

$$w^2 = \frac{2LC - \left(R_L^2 - R_C^2\right)C^2}{2L^2C^2} = \frac{1}{LC} - \frac{R_L^2 - R_C^2}{2L^2}$$

$$\therefore\ w = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_L^2 - R_C^2}{2L^2}}$$

যদি অনুনাদ কম্পাংক হয় f_r তবে $w = 2\pi f_r$

$$\therefore\ f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_L^2 - R_C^2}{2L^2}}$$

যদি C শাখায় রোধ $R_C = 0$ হয় তবে

$$f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_L^2}{2L^2}}$$

যদি কেবলমাত্র $L-C$ বর্তনী হয় তবে

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

এই অনুনাদ কম্পাংক শ্রেণি অনুনাদ কম্পাংকের সমান।

এখন, $I^2 = I_a{}^2 + I_r{}^2$

অতএব $I_r = 0$ হলে অর্থাৎ সমান্তরাল অনুনাদ হলে I হবে সর্বনিম্ন এবং

$$I_{\text{অবম}} = I_a = I_{LR}\, Cos\phi_L + I_{CR}\, Cos\phi_C$$

$$= I_{R2} + I_{R1} = \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_1}$$

$$\therefore\quad I_{\text{অবম}} = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$= E\,\frac{R_1 + R_2}{R_1R_2} = \frac{E}{\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{E}{R}$$

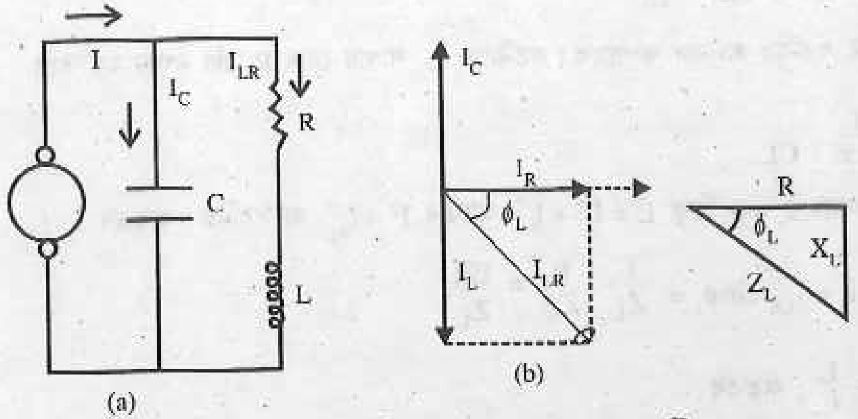
যেখানে $R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ = সমান্তরাল অনুনাদী বর্তনীর ক্ষেত্রে সমান্তরাল রোধের তুল্য রোধ।

অর্থাৎ যখন সমান্তরাল বর্তনীতে অনুনাদ হয় তখন বর্তনীতে L ও C-এর কোন প্রতিসক্রিয়তা (reactance) থাকে না। যেহেতু অনুনাদে প্রবাহ মাত্রা সর্বনিম্ন অর্থাৎ অনুনাদ কম্পাংকে বর্তনী সর্বনিম্ন প্রবাহমাত্রা অর্জন করে তাই বলা যায় অনুনাদ কম্পাংকে বর্তনী শক্তি প্রত্যাখ্যান করে (reject)। এই জন্য এই বর্তনীকে বলে প্রত্যাখ্যান বর্তনী (rejector circuit) বা বর্জক বর্তনী।

অনুশীলনী 10 : প্রবাহ অনুনাদ কম্পাংক ও ভোল্টেজ অনুনাদ কম্পাংক পরস্পর সমান। প্রমাণ করুন।

7.11.5 একটি ব্যবহারিক সমান্তরাল বর্তনীতে অনুনাদ

এরূপ বর্তনীতে (চিত্র 7.19) একটি রোধক ও আবেশকের শ্রেণি সমবায়কে ধারকের সঙ্গে সমান্তরালে যুক্ত করা হয়।



চিত্র 7.19 : একটি বিশেষ সমান্তরাল L-C-R বর্তনী

দশা চিত্র 7.19(b) থেকে দেখা যাচ্ছে প্রবাহমাত্রার সক্রিয় ও প্রতিসক্রিয় উপাংশ হল

$$I_a = I_{LR} \cos\phi_L$$
$$I_r = I_C - I_{LR} \sin\phi_L$$

অনুনাদ কালে $I_r = 0$, অতএব

$$I_{LR} \sin\phi_L = I_C$$

কিন্তু $I_{LR} = \dfrac{E}{Z_L}$, $\sin\phi_L = \dfrac{X_L}{Z_L}$ এবং $I_C = \dfrac{E}{X_C}$

$$\therefore \frac{E}{Z_L} \cdot \frac{X_L}{Z_L} = \frac{E}{X_C} \text{ বা, } X_L X_C = Z_L{}^2$$

$$\therefore Lw_r \frac{1}{Cw_r} = Z_L^2 \text{ বা, } Z_L^2 = \frac{L}{C}$$

কিন্তু $Z_L^2 = R^2 + X_L 2$

$$\therefore \frac{L}{C} = R^2 + L^2 w_r^2, \quad w_r = \text{অনুনাদী কৌণিক কম্পাংক}$$

বা, $w_r^2 = \frac{1}{CL} - \frac{R^2}{L^2}$

$$\therefore w_r = \sqrt{\frac{1}{C_L} - \frac{R^2}{L^2}}$$

এখন $= w_r = 2\pi f_r$, f_r = অনুনাদী কম্পাংক।

$$\therefore f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{L^2}}$$

এটা হল এই বর্তনীর অনুনাদ কম্পাংক। বর্তনীতে L শাখায় রোধ R যদি নগণ্য হয় তবে

$$f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{CL}}$$

অনুনাদ অবস্থায় $I_r = 0$. কিন্তু $I^2 = I_r^2 + I_a^2$. অতএব $I^2 = I_a^2$ যা সর্বনিম্ন। অতএব

$$I_{\text{অবম}} = I_a = I_{LR} \cos\phi_L = \frac{E}{Z_L} \cdot \frac{R}{Z_L} = \frac{ER}{Z_L^2}$$

কিন্তু $Z_L^2 = \frac{L}{C}$, অতএব

$$I_{\text{অবম}} = \frac{ER}{\frac{L}{C}} = \frac{E}{\frac{L}{CR}}$$

স্পষ্টতই L/CR হল প্রতিবন্ধকতা (impedence)। একে বলে সমান্তরাল অনুনাদ বর্তনীর তুল্য যা গতি প্রতিবন্ধকতা। প্রবাহমাত্রা অবম বলে L/CR হবে চরম। এটি একটি প্রত্যাখ্যান বর্তনী বা বর্জক বর্তনী। কারণ অনুনাদ কম্পাংকে এই বর্তনী উৎস থেকে শক্তি গ্রহণ করতে চায় না বলে তার প্রবাহমাত্রা হয় সর্বনিম্ন।

7.11.6 সমান্তরাল বর্তনীর Q-গুণক

সমান্তরাল বর্তনীর Q-গুণকের দুটি সংজ্ঞা বর্তমান ঃ (i) C বা L শাখায় প্রবাহমাত্রা ও মূল প্রবাহমাত্রার অনুপাতকে বলে বর্তনীর ঐ বিশেষ শাখার Q-গুণক এবং (ii) অনুনাদ অবস্থায় প্রবাহমাত্রার বিবর্ধনকে বলে Q-গুণক। (i) ও (ii) সংজ্ঞানুসারে,

L-শাখার Q-গুণক $= \frac{I_L}{I}$

C- শাখার Q-গুণক = $\frac{I_C}{I}$

অতএব আবেশক শাখার Q-গুণক

$$Q = \frac{I_L}{I} = \frac{I_L}{I_{min}} = \frac{E/X_L}{E/(L/CR)}$$

$$\therefore\ Q = \frac{L/CR}{XL} = \frac{L}{CR.Lw_r} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

শ্রেণি বর্তনীতে Q-গুণক হল ভোল্টেজ বিবর্ধন কিন্তু সমান্তরাল বর্তনীতে Q-গুণক হল প্রবাহমাত্রার বিবধন। এইজন্য শ্রেণি অনুনাদকে বলে ভোল্টেজ অনুনাদ এবং সমান্তরাল অনুনাদকে বলে প্রবাহ অনুনাদ। লক্ষ্য করার যে উভয় বর্তনীতে Q-গুণকের রাশিমালা একই।

অনুরূপভাবে $Q = I_C/I$ নির্ণয় করা যেতে পারে এবং তারও রাশিমালা হবে $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

7.12 সারসংক্ষেপ

আপনারা এই এককটি পাঠ করে যা জেনেছেন সংক্ষেপে তা এরূপ :

✡ প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল উৎপাদন করা হয় প্রধানত দুই শ্রেণির উৎপাদক যন্ত্রে : (i) চৌম্বক ক্ষেত্রে আর্মেচারকে রোটর (আবর্তক) রূপে ব্যবহার করে এবং (ii) আর্মেচারকে স্থির রেখে চৌম্বক ক্ষেত্রে উৎপাদনকারী ব্যবস্থাকে রোটর বা আর্বতক রূপে ব্যবহার করে।

✡ উৎপাদিত তড়িচ্চালক বল হল $\varepsilon = E_o \sin wt$ এবং বহির্বতনীতে প্রবাহ মাত্রা $i = I_o \sin(wt + \phi)$

যেখানে $I_o = \frac{E_o}{Z}$, $Z =$ বহির্বতনীর প্রতিবন্ধকতা এবং ϕ হল বর্তনী কর্তৃক আরোপিত দশা।

✡ তড়িচ্চালক বলের গড় মান

$$E_{গড়} = \frac{2}{T}\int_o^{T/2} \varepsilon dt = 0.637 E_o$$

এবং $I_{গড়} = 0.637\ I_o$

✡ তড়িচ্চালক বল ও প্রবাহমাত্রার মূল গড় বর্গমান

$$E_{rms} = \frac{E_o}{\sqrt{2}} = 0.707 E_o,\ I_{rms} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = 0.707 I_o$$

✡ কেবল রোধবর্তনীতে $\phi = 0, Z = R.$

✡ L-R শ্রেণি বর্তনীতে

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + L^2w^2}, \phi = -\frac{\pi}{2}$$

✡ C-R বর্তনীতে $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2w^2}}$ এবং $\phi = \frac{\pi}{2}$

✡ কোন বর্তনীতে পূর্ণ পর্যায়কালে শোষিত শক্তি $P = \frac{1}{T}\int_0^T 2\varepsilon dt = i\varepsilon$

✡ L বর্তনীতে $P = 0$

✡ C-বর্তনীতে $P = 0$

✡ L-R বর্তনীতে $P = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \times \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos\phi = I_{rms}E_{rms}\cos\phi$

যেখানে $\cos\phi$ = ক্ষমতা গুণক $= \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2w^2}}$

✡ C-R বর্তনীতে $P = I_{rms}\, E_{rms} \cos\phi$

যেখানে ক্ষমতা গুণক $\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2w^2}}}$

✡ L-C-R শ্রেণি বর্তনীতে $P = I_{rms}\, E_{rms} \cos\phi$

$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2}}$$

✡ L-C-R শ্রেণি বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা উৎস ভোল্টেজের কম্পাংকের উপর নির্ভর করে। একটি বিশেষ কম্পাংকে বর্তনী সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা বহন করে বা শক্তির অপচয় ঘটায়। একে বলে অনুনাদ। অনুনাদ কম্পাংক $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$

✡ L-C-R সমান্তরাল বর্তনীতে অনুনাদে প্রবাহমাত্রা হয় সর্বনিম্ন : $I_{অবম} = \frac{E}{L/CR}$

7.13 চূড়ান্ত প্রশ্নাবলি

1. কোন প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রার শীর্ষমান, গড়মান ও মূল গড় বর্গ মানের পার্থক্য নির্দেশ করুন।
2. একটি প্রত্যাবর্তী প্রবাহের গড়মান ও মূলগড় বর্গ মান নির্ণয় করুন।

3. দেখান যে কেবলমাত্র আবেশক বর্তনীতে ও কেবলমাত্র ধারক বর্তনীতে শোষিত ক্ষমতা শূন্য।

4. একটি L-C শ্রেণি বর্তনীর প্রবাহমাত্রা, প্রতিবন্ধকতা ও শোষিত ক্ষমতা নির্ণয় করুন।

5. সংজ্ঞা দিন ঃ

   (i) আপাত ক্ষমতা, (ii) সক্রিয় বা কার্যকরী ক্ষমতা, (iii) প্রতিসক্রিয় ক্ষমতা এবং (iv) ক্ষমতা গুণক

6. Q-সংখ্যা কাকে বলে। কোন বর্তনীর Q-সংখ্যা নির্ণয় করুন।

7. একটি L-C-R শ্রেণি বর্তনীর ব্যাণ্ড বিস্তার ও Q-সংখ্যার সম্পর্ক নির্ণয় করুন।

8. একটি ধারক, আবেশক ও রোধকের শ্রেণি বর্তনীতে $C = 30$ dct, $L=0.08H$ এবং $w = 400$ rad / sec. ভোল্টেজ সাপেক্ষে প্রবাহমাত্রার দশা নির্ণয় করুন যদি $R = 10\Omega$ হয়।

9. একটি L-C-R শ্রেণি বর্তনীতে দেখা গেল প্রবাহমাত্রা $i = 5\cos(2000t - 40°)$ যখন প্রযুক্ত ভোল্টেজ $\varepsilon = 140\cos(2000t + 5°)$। আবেশকতা 0.02 H হলে বর্তনীর মোট রোধ, ধারকত্ব আবেশতা নির্ণয় করুন।

10. 20 ভোল্ট 35 ওয়াট এর একটি বৈদ্যুতিক আলোকে একটি ধারকের সঙ্গো শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত করে 200 ভোল্ট 50 কম্পাংকের প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বলের উৎসের সঙ্গো যুক্ত করা হলো। ধারকের ধারকত্ব কত ?

11. $\varepsilon = 320 \sin 320t$ এবং $i = 2\sin(320t - 1.5)$ তড়িচ্চালক বলের কম্পাংক, বর্তনীর রোধ এবং ε ও i-এর দশা পার্থক্য নির্ণয় করুন।

12. রোধ R এবং আবেশক L-এর শ্রেণি সমবায়কে রোধ R ও ধারক C-এর শ্রেণি সমবায়ের সঙ্গো সমান্তরালে যুক্ত করা হল। যদি $R = \sqrt{L/C}$ হয় তবে প্রতিবন্ধকতা কম্পাংক নিরপেক্ষ হবে। প্রমাণ করুন।

7.14 অনুশীলনীর উত্তর ও সমাধান

1. অনুচ্ছেদ 7.3 দেখুন এবং সমীকরণ 7.1 নির্ণয় করুন।

2. প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রা সময় সাপেক্ষে একটি সাইন অপেক্ষক $i = I_0 \sin wt$

পর্যায়কালের এক অর্ধে i ধনাত্মক এবং অপর অর্ধে i ঋণাত্মক। অতএব একটি পূর্ণ পর্যায় কালে মোট প্রবাহমাত্রা শূন্য। যদি পূর্ণ পর্যায় কালের উপর প্রবাহমাত্রার গড় নেওয়া হয় তবে $I_{গড়} = 0$ হবে। এই ফল থেকে প্রবাহমাত্রার গড় সম্পর্কে কোন ধারণা করা যায় না। এই জন্য অর্ধ পর্যায়কালের উপর এই গড় নেওয়া হলে প্রবাহমাত্রা সম্পর্কে ধারণা করা সম্ভব। তাই প্রবাহমাত্রার গড় হল

$$I_{গড়} = \frac{\int_0^{T/L} i\,dt}{T/2} = \frac{2}{T} I_0 \int_0^{T/L} \sin wt\,dt$$

$$বা,\ I_{গড়} = \frac{2I_0}{\pi} = 0637 I_0$$

3. প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান বলতে প্রবাহমাত্রার মূল গড় বর্গ মানকে বুঝায়। অতএব প্রবাহমাত্রার কার্যকরীমান $= I_{rms}$ এবং $I_{rms} = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt$

যেহেতু পূর্ণ পর্যায়কালের উপর i^2 সর্বদা ধনাত্মক, তাই এই গড় পূর্ণ পর্যায় কালের উপর নেওয়া হয়।

$$\therefore I_{rms} = \frac{I_o^2}{T}\int_0^T \sin^2 wtdt$$

$$= \frac{I_o}{\sqrt{2}} = 0.707 I_o$$ (সমাকলটি সম্পূর্ণ করুন।)

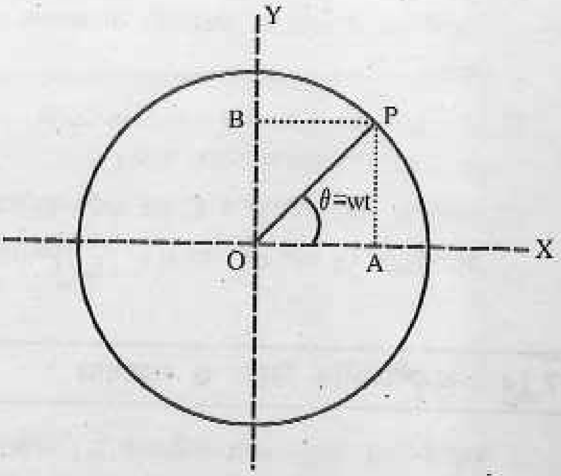
4. বৃত্ত পথে সুষম গতিতে গতিশীল কণার অবস্থান ভেক্টর সময়ের সঙ্গে আবর্তিত হয় (চিত্র 7.20)। কোন এক সময় অবস্থান ভেক্টর $\vec{OP}$ কোন নির্দেশক রেখা OX-এর সঙ্গে θ কোন উৎপন্ন করে। যদি $\vec{OP}$-এর ঘূর্ণন বেগ হয় w, তবে $\theta = wt$.

অতএব $\vec{OP}$ এর OX-এর উপর অভিক্ষেপ হবে

$OA = x = |\vec{OP}| \cos wt$ এবং OX-এর অভিলম্ব OY দিকে $\vec{OP}$-এর অভিক্ষেপ হবে

$$OB = y = |\vec{OP}| \sin wt$$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে একটি $|\vec{OP}| \sin wt$ যা কিনা $I_o \sin wt$ বা $E_o \sin wt$ হবে পরে তা একটি ঘূর্ণনশীল ভেক্টরের সঙ্গে যুক্ত। এই জন্য প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রা বা তড়িচ্চালক বলকে ভেক্টর চিত্র (এখানে $\vec{OP}$) দ্বারা উপস্থাপিত করা চলে।



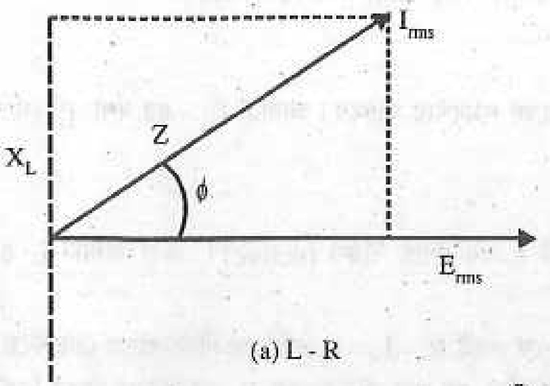
চিত্র - 7.20

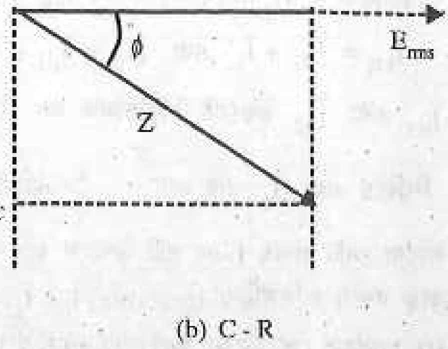
5. কোন প্রত্যাবর্তী বর্তনীতে ক্ষমতা শোষণ বা অপচয়ের হার কেবলমাত্র প্রবাহমাত্রা ও তড়িচ্চালক বলের মূলবর্গ মানের উপর নির্ভর করে না, তাদের দশা পার্থক্যের উপরও নির্ভর করে। এই দশা পার্থক্যের কোসাইনকে বলে ক্ষমতা গুণক। কারণ ক্ষমতা গুণক $\cos\phi$, আপাত ক্ষমতা $I_{rms} \times E_{rms}$-এর সঙ্গে গুণক রূপে থাকে।

[বাকি অংশ অনুচ্ছেদ 7.8 এর L-R শ্রেণি বর্তনীতে শক্তি অপচয়ের হার অংশে দেখুন।]

6. কোন বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা যখন তড়িচ্চালক বলের সঙ্গে সমদশায় থাকে না তখন প্রবাহমাত্রার কোসাইন উপাংশ তড়িচ্চালক বল বরাবর সক্রিয় (active) ক্ষমতা এবং অভিলম্ব উপাংশ প্রতিসক্রিয় (reactive) ক্ষমতা উৎপাদন করে। যদি ε ও i-এর মধ্যে দশা পার্থক্য ϕ হয় তবে এই প্রতিসক্রিয় ক্ষমতা হল

$P_r = E_{rms} I_{rms} \sin\phi$





চিত্র 7.21

চিত্র 7.21 থেকে L-R বর্তনীর ক্ষেত্রে $\sin\phi = \dfrac{X_L}{Z}$

এবং C-R বর্তনীর ক্ষেত্রে $\sin\phi = \dfrac{X_C}{Z}$

$\therefore\ P_{rL} = E_{rms} I_{rms} \times \dfrac{X_L}{Z}$ এবং $P_{rC} = E_{rms} I_{rms} \times \dfrac{X_C}{Z}$

$= I^2_{rms} X_L \qquad = I^2_{rms} X_C$

অর্থাৎ ক্ষমতা ব্যয়িত হয় X_L বা আবেশকে অথবা X_C বা ধারকে। কিন্তু $P_{rL} = 0$ এবং $P_r = 0$.
কিন্তু $E_{rms} = 0$ বা $I_{rms} \sin\phi = 0$ অথচ $P_r = 0$. এইজন্য $I_{rms} \sin\phi$ কে বলে প্রবাহমাত্রার ওয়াট শূন্য উপাংশ।

7. L-C-R শ্রেণি বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা হল

$$I_{rms} = \frac{E}{Z},\ Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

যখন I_{rms} সর্বোচ্চ হয় তখন বর্তনীকে বলে অনুনাদী বর্তনী। Z সর্বনিম্ন হলে $I_{চরম}$ হবে। এবং $Z = Z_{অবম}$ হবে যখন $X_L = X_C$ অর্থাৎ $Lw = \dfrac{1}{Cwr}$

$$\therefore\ w_r = \frac{1}{\sqrt{CL}} = 2\pi f_r$$

যেখানে $w_r = 2\pi f_r$ হল অনুনাদ কৌণিক কম্পাংক এবং f_r হল অনুনাদ কম্পাংক।

$$\therefore\ f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$$

8. অনুচ্ছেদ 7.10.1 দেখুন।

9. চিত্র 7.18(a) এবং 7.18(b) অংকন করুন।

L-R ও C-R শাখায় প্রবাহমাত্রা I_{LR} ও I_{CR}-এর দুটি করে উপাংশ থাকবে। তাই

$\tilde{I}_{LR} = \tilde{I}_{R2} + \tilde{I}_L$ এবং $\tilde{I}_{CR} = \tilde{I}_{R1} + \tilde{I}_C$

$\tilde{I}_{R1}$ এবং $\tilde{I}_{R2}$ উভয়েই তড়িচ্চালক বল $\tilde{E}$-এর সঙ্গে সমদশায় থাকবে। আবার $\tilde{E}_L$-এর দশা $\tilde{E}$ থেকে $\frac{\pi}{2}$ পিছিয়ে এবং $\tilde{I}_L$-এর দশা $\frac{\pi}{2}$ এগিয়ে।

আবার মোট প্রবাহ I-এর দুটি উপাংশ হবে ঃ একটি E-এর দশায় সক্রিয় (active) I_a এবং অন্যটি E-এর অভিলম্ব দশায় প্রতিসক্রিয় (reactive) $I_r = I_L - I_C$.

10. সরবরাহ ভোল্টেজের কম্পাংক এমন হতে পারে যে একই $R, -L, -C$ শ্রেণি বর্তনীতে প্রদত্ত ভোল্টেজের জন্য R, L, C-এর একই মান থাকা সত্ত্বেও প্রবাহমাত্রা সর্বোচ্চ হয় যার মান কেবল R এর মানের উপর নির্ভর করে। এই ঘটনাকে বলে শ্রেণি অনুনাদ বা ভোল্টেজ অনুনাদ। এই ঘটনা ঘটে যখন $X_L = X_C$ বা $Lw = \frac{1}{Cw}$

অতএব ভোল্টেজ অনুনাদ কম্পাংক $w_r = \frac{1}{\sqrt{CL}}$

আবার সমান্তরাল বা প্রবাহমাত্রা অনুনাদ ঘটে যখন বর্তনীর প্রবাহমাত্রার সক্রিয় উপাংশের (active component) মান I_a হবে চরম এবং প্রতিসক্রিয় উপাংশের মান (I) হবে শূন্য। এখন I_{LR} ও I_{CR}-এর প্রতিসক্রিয় উপাংশের বীজগাণিতিক সমষ্টি $I_r = I_{LR}\sin\phi_L - I_{CR}\sin\phi_C$

কারণ I_{LR}-এর দশা E থেকে ϕ_L এগিয়ে এবং I_{CR} দশা ϕ_C পিছিয়ে। অতএব প্রবাহ অনুনাদের শর্তানুসারে $I_r = 0$ বা, $I_{LR}\sin\phi_L = I_{CR}\sin\phi_C$

এখন বর্তনী চিত্র 7.19 অনুসারে

$$\phi_C = \frac{\pi}{2} \text{ এবং } I_{CR} = I_C$$

$$\therefore I_{LR}\sin\phi_L = I_C$$

কিন্তু $I_{LR} = \frac{E}{Z}, \sin\phi_L = \frac{X_L}{Z}$ এবং $I_C = \frac{E}{X_C}$

$$\therefore \frac{E}{Z}\cdot\frac{X_L}{Z} = \frac{E}{X_C}$$

বা, $X_L X_C = Z^2$

বা, $Lw.\frac{1}{Cw} = R^2 + X_L^2 = R^2 + L^2w^2$

$$\therefore L^2w^2 = \frac{L}{C} - R^2$$

$$w = \sqrt{\frac{1}{C_L} - \frac{R^2}{L^2}}$$

যদি R নগণ্য হয় $w = \frac{1}{\sqrt{CL}} = w_r$

7.15 চূড়ান্ত প্রশ্নাবলির উত্তর ও সমাধান

1. প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রা

$$i = I_o \sin wt$$

যখন $wt = (2n +) \frac{\pi}{2}, = 0, 1, 2....$ ইত্যাদি তখন $\sin wt = \pm 1$. অর্থাৎ $i = \pm I_o$ অতএব I_o হল প্রত্যাবর্তী প্রবাহমাত্রার সর্বোচ্চ বা শীর্ষ মান, কারণ 1 ± 1 হল $\sin wt$ এর শীর্ষ মান।

[এর পর অনুশীলনী 2- এর উত্তর যোগ করুন।]

2. অনুচ্ছেদ 7.4. ও 7.5 দেখুন।

3. অনুচ্ছেদ 7.7.1 থেকে আবেশক বর্তনীর ক্ষমতা শোষণের রাশিমালা এবং অনুচ্ছেদ 7.7.2 থেকে ধারকে শোষিত ক্ষমতার রাশিমালা নির্ণয় করুন ও অনুসৃত মন্তব্য যোগ করুন।

4. অনুচ্ছেদ (7.10) থেকে L-C-R শ্রেণি বর্তনীতে

$$E = I_{rms}\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

বা, $I_{rms} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$

যদি কেবলমাত্র L ও C দ্বারা বর্তনী গঠিত হয় তবে $R = 0$, অতএব

$$I_{rms} = \frac{E}{X_L - X_C} = \frac{E}{Lw - \frac{1}{Cw}}$$

অতএব প্রতিবন্ধকতা $Z = X_L - X_C = Lw - \frac{1}{Cw}$

শোষিত ক্ষমতা $P = I^2_{rms} R$

কিন্তু $R = 0$, তাই $P = 0$

5. যথাস্থানে দেখুন।

6. অনুচ্ছেদ 7.10.1 দেখুন।

7. অনুচ্ছেদ 7.10.2 দেখুন।

8. সমীকরণ (7.25) থেকে

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R}$$

প্রদত্ত আছে $L = 0.08H, C = 30\mu f, R = 10\Omega$, এবং $w = 400$ rad/sec.

$$\frac{1}{Cw} = \frac{1}{30\times10^{-6}\times400} = \frac{1000}{12} = 83.33\Omega$$

$$Lw = 0.08\times400 = 32\Omega$$

$$\therefore \tan\phi = \frac{32-83\cdot33}{10} = -\frac{51\cdot33}{10} = 5\cdot133$$

$$\therefore \phi = \tan^{-1}(-5.133) = -79^o$$

অতএব প্রযুক্ত ভোল্টেজ সাপেক্ষে প্রবাহমাত্রা দশা পার্থক্যে 79° পিছিয়ে।

9. এখানে প্রবাহমাত্রা তড়িচ্চালক বল থেকে দশায় পিছিয়ে আছে।

$$\phi = 5-(-40^o) = 45^o$$

$$\therefore \tan\phi = \tan(+45) = \frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R}$$

বা, $Lw - \frac{1}{Cw} = R$

অতএব প্রতিবন্ধকতা $Z = \sqrt{R^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2} = \sqrt{2R^2} = \sqrt{2}R$

কিন্তু $Z = \frac{E_{rms}}{I_{rms}} = \frac{E_o/\sqrt{2}}{I_o/\sqrt{2}} = \frac{E_o}{I_o} = \frac{140}{5} = 28$

$$\therefore \sqrt{2}R = 28$$

বা, $R = \frac{28}{\sqrt{2}} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2} = 19.8\Omega$

অতএব $Lw - \frac{1}{Cw} = 19\cdot8$

$$Lw = 0.02\times2000 = 40\Omega$$

$$\therefore \frac{1}{Cw} = 40 - 19\cdot8 = 20\cdot2$$

বা, $\frac{1}{C} = 20.2\times2000 = 40,400$

$\therefore\ C = 0{\cdot}248 \times 10^{-6}\,F$
$= 0{\cdot}248\mu F$

10. $w = VA$

$\therefore\ A = \frac{w}{V} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ অ্যাম্পিয়ার

এবং $R = \frac{V}{A} = \frac{20}{V4} = 80\Omega$ বাতির রোধ।

কিন্তু $I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{Cw}\right)^2}}$, $L = 0$

প্রদত্ত আছে, $E_{rms} = 200V$, $f = 50/s$.

$\therefore\ \frac{1}{4} = \frac{200}{\sqrt{(80)^2 + \left(\frac{1}{Cw}\right)^2}}$

বা, $(80)^2 + \left(\frac{1}{Cw}\right)^2 = (800)^2$

$\left(\frac{1}{Cw}\right)^2 = (800)^2 - (80)^2 = 880 \times 720$

$\therefore\ \frac{1}{Cw} = \sqrt{88 \times 7200} = 80\sqrt{11 \times 9} \approx 800$

$C = \frac{1}{900w} = \frac{1}{900 \times 2\pi f} = \frac{1}{900 \times 2 \times 50 \times \pi}$
$= 3{\cdot}54\ \mu f$

11. এখানে $w = 320 = 2\pi f$, $f = \frac{160}{\pi} = 50.93$ Hz

দশা পার্থক্য $\phi = 1.5\ \text{rad} = 1.5 \times \frac{180}{\pi} = 85.94^\circ$

এখন $\cos\phi = \frac{R}{Z}$

$\therefore\ R = Z\cos\phi$

কিন্তু, $Z = \frac{E_{rms}}{I_{rms}} = \frac{E_o / V_2}{I_o / V_2} = \frac{E_o}{I_o} = \frac{320}{2} = 160$

$\therefore\ R = 160 \times \cos 85{\cdot}94^\circ = 11{\cdot}33\Omega$

12. জটিল রাশির ধারণা প্রয়োগ করে লেখা যায় $Z_L = R + JLw$

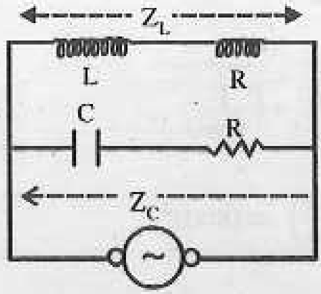
$$Z_C = R - \frac{j}{Cw}$$

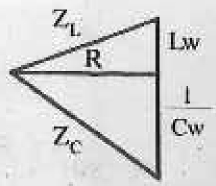
যেহেতু Z_L এবং Z_C সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত,

অতএব $$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{Z_L + Z_C}{Z_L Z_C}$$

বা, $$2 = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{(R + jLw)\left(R - \frac{j}{Cw}\right)}{R + jLW + R - \frac{j}{Cw}}$$

$$= \frac{R^2 + Rj\left(Lw - \frac{1}{Cw}\right) + \frac{1}{C}}{2R + j\left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)}$$





কিন্তু $\frac{L}{C} = R^2$

$$\therefore\ Z = \frac{R\left[2R + j\left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)\right]}{2R + j\left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)} = R$$

অতএব প্রতিবন্ধকতা Z তড়িচ্চালক বলের কম্পাংক নিরপেক্ষ।

অতিরিক্ত পাঠ

1. Electricity and Magnetism – C. J. Smith
2. Fundamentals of Electricity and Magnetism – D. N. Vasudeva
3. Electricity and Magnetism — Chattopadhyay and Rakshit
4. EPH 09, Block 2 - NSOU

একক 8 □ ইলেকট্রনিক্স

গঠন

8.1 প্রস্তাবনা এবং উদ্দেশ্য

8.2 P-N সন্ধি ডায়োড (p-n junction diode)

  8.2.1 অগ্রবায়াস ও বিপরীত বায়াস

  8.2.2 একমুখী করণ বর্তনী (Rectifier Circuits)

    (i) অর্ধ-তরঙ্গ একমুখীকরণ (Half-wave rectification)

    (ii) পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখীকরণ (Full wave rectification)

    (iii) ব্রিজ একমুখীকরণ (Bridge rectifiction)

8.3 ফিল্টার বর্তনী (Filter circuits)

  8.3.1 C-ফিল্টার

  8.3.2 L-ফিল্টার

  8.3.3 LC-ফিল্টার

  8.3.4 π– ফিল্টার

8.4 জেনার ডায়োড (ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রক)

8.5 ট্রানজিস্টার

  8.5.1 ট্রানজিস্টার নির্মাণ ও এর বিন্যাস

  8.5.2 সাধারণ ভূমি বিন্যাস

  8.5.3 সাধারণ বিকিরক বিন্যাস

  8.5.4 ভার রেখা ও Q-বিন্দু (Load Line & Q-point)

  8.5.5 সাধারণ গ্রাহক বিন্যাস ও আদর্শ ট্রানজিস্টার

8.6 সংখ্যা প্রকাশের পদ্ধতি

8.7 বাইনারি ও দশমিক পদ্ধতি (Binary and Decimal System)

8.8 দশমিক থেকে বাইনারি

8.9 বাইনারি থেকে দশমিক

8.10 বাইনারি যোগ-বিয়োগ

8.1 প্রস্তাবনা

ভৌত ইলেকট্রনিক্সের দুটি অংশ। একটি অংশে বায়ুশূন্য নলের মধ্যে ইলেকট্রনের গতিবিধি নিয়ন্ত্রণ করা হয়। একে ভালভ্ ইলেকট্রনিক্স বলে। এই এককে কঠিন পদার্থে ইলেকট্রনের গতি নিয়ন্ত্রণ করার পদ্ধতি ব্যাখ্যা দেওয়া হবে। একটি কঠিন পদার্থকে পরিবাহী ও অর্ধ পরিবাহী দুই শ্রেণিতে ভাগ করা যায়। যে সব পদার্থ এই দুইয়ের মাঝামাঝি পরিবহন করার ক্ষমতা রাখে তারা অর্ধপরিবাহী। অর্ধপরিবাহী কঠিন পদার্থের পরিবাহিতা নির্ভর করে উষ্ণতা, আলো ও অপবস্তুর মাত্রার উপর। ভৌত ইলেকট্রনিক্সে অর্ধপরিবাহী নির্মিত ব্যবস্থাদির ব্যাখ্যা দেওয়া হল। এই ব্যবস্থা খুবই সুলভ এবং আধুনিক প্রযুক্তিতে প্রভূত ব্যবহারযোগ্য।

উদ্দেশ্য ঃ এই এককটি পাঠ করার পর নিম্নলিখিত বিষয়গুলি সম্বন্ধে আপনি অবহিত হবেন ঃ

- সন্ধি ডায়োডের গঠন, কার্যকারিতা ও বৈশিষ্ট্য ও ব্যবহার
- ডায়োডের একমুখীকরণের কার্যকারিতা
- ব্রিজ ডায়োডের কার্যকারিতা ও বৈশিষ্ট্য
- ফিল্টার বর্তনীর কার্যকারিতা ও বৈশিষ্ট্য
- জেনার ডায়োডের বৈশিষ্ট্য ও কার্যকারিতা
- ট্রানজিস্টারের গঠন, বিন্যাস, কার্যকারিতা ও বৈশিষ্ট্য

আজকের দিনে একটি অত্যাধুনিক ইলেকট্রনিক যন্ত্র বলতে আমরা বুঝি কমপিউটার এবং ক্যালকুলেটর। কিন্তু যন্ত্রের সাহায্যে গণনা করার প্রক্রিয়া অনেক প্রাচীনতম পদ্ধতি। ষোড়শ শতাব্দীতে জন নেপিয়ার স্লাইড বুল এবং লগারিদম পদ্ধতি আবিষ্কার করেন। এছাড়াও পরবর্তী কালে অনেক যান্ত্রিক গণক আবিষ্কৃত হয়েছে।

বিংশ শতাব্দীর শুরুতেই ইলেকট্রনিকসের যুগ শুরু হওয়ার সঙ্গে কমপিউটারেরও নবজন্মলাভ হয়। একদিকে যেমন ভালভ্, ট্রানজিস্টার ও আইসির আবিষ্কার হয়েছে, তার সঙ্গে তাল মিলিয়ে কমপিউটারের ইলেকট্রনিক বর্তনী আরও ছোটো, নিখুঁত এবং কর্মক্ষম হয়েছে। তবে একেবারে মূল দুটি বিষয় একই থেকে গেছে :

(i) যাবতীয় প্রক্রিয়া করা হয় সংখ্যার সংকেতে। সেই সংখ্যা আমাদের পরিচিত দশমিক সংখ্যা নয়। তারা 0 আর 1 এই দুটি অঙ্কযুক্ত বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি।

(ii) সংখ্যাগুলি অর্থাৎ 0 আর 1, এদের বাস্তবে প্রয়োগ করার উপযুক্ত কিছু ইলেকট্রনিক বর্তনী আছে, তাদের বলে ডিজিটাল বর্তনী। তাতে বিভব বা প্রবাহমাত্রার উপস্থিতি ও অনুপস্থিতি রূপে যথাক্রমে 1 এবং 0 বোঝানো হয়। এই বিশেষ ধরনের ইলেকট্রনিক বর্তনী সুইচের মতো কাজ করে। আমাদের পরিচিত ইলেকট্রনিক যন্ত্রাংশ, যেমন ডায়োড, ট্রানজিস্টার ইত্যাদি দিয়েই ডিজিটাল বর্তনী নির্মাণ করা হয়। কমপিউটারের অভ্যন্তরীণ যন্ত্রপাতি প্রধানত বিভিন্ন ডিজিটাল বর্তনীর সমন্বয় এবং কমপিউটারই হল ডিজিটাল ইলেকট্রনিকসের সবচেয়ে বড় প্রয়োগ ক্ষেত্র। এছাড়া টেলিফোন ব্যবস্থা, রাডার, চিকিৎসা বিজ্ঞান ইত্যাদি অন্যান্য ক্ষেত্রে ডিজিটাল ইলেকট্রনিক বর্তনী ব্যবহার করা হয়। এই এককটিতে ডিজিটাল ইলেকট্রনিকস নিয়ে বিশদ আলোচনা করা হয়েছে।

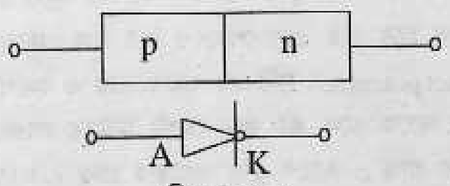
উদ্দেশ্য ঃ

এই এককটিতে কমপিউটার, ক্যালকুলেটর বা নানা ডিজিটাল ব্যবস্থা কীভাবে কাজ করে, তার প্রাথমিক ধারণা দেওয়া হল। একটি হল বাইনারি ও অন্যান্য সংখ্যাপদ্ধতির ব্যবহার এবং বুলীয় বীজগণিতের প্রয়োগ। অন্যটি হল ডিজিটাল বর্তনীর বৈশিষ্ট্য ও ব্যবহার।

- বর্তমান এককটিতে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি এবং দশমিক সংখ্যা পদ্ধতির আলোচনা এবং তাদের পারস্পরিক সম্পর্ক ইত্যাদি জানতে পারবেন, এক কথায় ডিজিটাল বর্তনীর তাত্ত্বিক পটভূমি সম্বন্ধে আপনার একটি স্পষ্ট ধারণা হবে।
- মূল ডিজিটাল বর্তনী অর্থাৎ AND-গেট, OR-গেট, NOT-গেট ইত্যাদি বাস্তবে প্রয়োগ করতে পারবেন।
- বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির সাহায্যে কী করে যোগ-বিয়োগ করা হয়, সে বিষয়ে ধারণা অর্জন করতে পারবেন।
- ডিজিটাল বর্তনী কত রকমের হয় এবং তাদের ব্যবহার কী, সেই সামগ্রিক চিত্রটা উপলব্ধি করতে পারবেন।

8.2 P-N সন্ধি ডায়োড (p-n junction diode)

একটি n-শ্রেণি ও একটি p-শ্রেণি অর্ধপরিবাহী পরপর যুক্ত করলে একটি নতুন ও বিশেষ ধর্ম পরিলক্ষিত হয়, যে তলে n ও p শ্রেণি যুক্ত হয় তাকে p-n সন্ধিতল (p-n junction) বলে এবং p-অঞ্চল অ্যানোড A ও n-অঞ্চল ক্যাথোড K রূপে চিহ্নিত করা হয়। [চিত্র 8.2(a)]



চিত্র 8.2(a)

এই বিশেষ বর্হিজাত অর্ধপরিবাহীকে p-n সন্ধিডায়োড বা সংক্ষেপে সন্ধিডায়োড বলে।

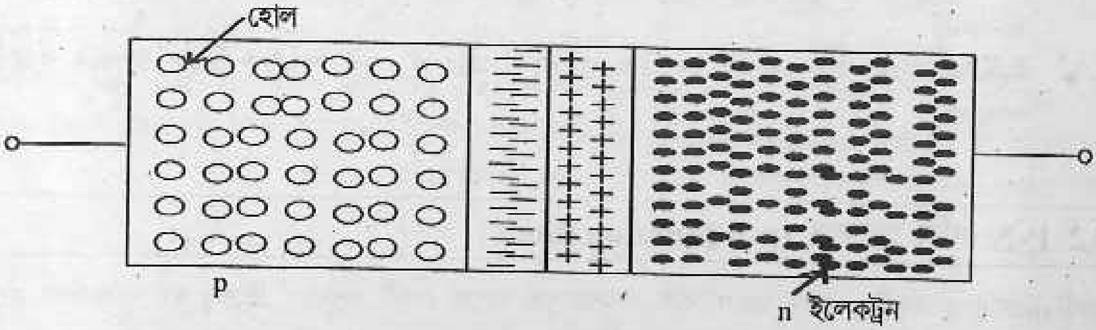
সন্ধিডায়োড দুইভাবে তৈরী করা যেতে পারে।

(i) সন্ধিবৃদ্ধি পদ্ধতি (grown junction type) : যেখানে গলিত অর্ধপরিবাহীর কোনও একক কেলাসের (single crystal) এক অংশে n ও বাকী অংশে p শ্রেণির অপবস্তু মেশানো হয়।

(ii) সন্ধি গলন পদ্ধতি (fused junction type) : n বা p শ্রেণির অর্ধপরিবাহীর উপর বিপরীত ধরনের অপবস্তুর একটি ছোট বিন্দুকে (dot) একপ্রকার তাপ প্রক্রিয়ায় (heat treatment) কিছুক্ষণ দেখে ডোপিং করা হয় ও সন্ধি ডায়োড তৈরী হয়। সাধারণত ডায়োড, ট্রানজিস্টার ইত্যাদি তৈরীর জন্য অর্ধপরিবাহী হিসাবে সিলিকন (Si) ব্যবহৃত হয়। জারমেনিয়াম (Ge)-এর ব্যবহার তুলনামূলকভাবে কম হয়। এবার বায়াস সম্বন্ধে আলোচনা করব।

8.2.1 অগ্রবায়াস ও বিপরীত বায়াস (Forward and Reverse bias)

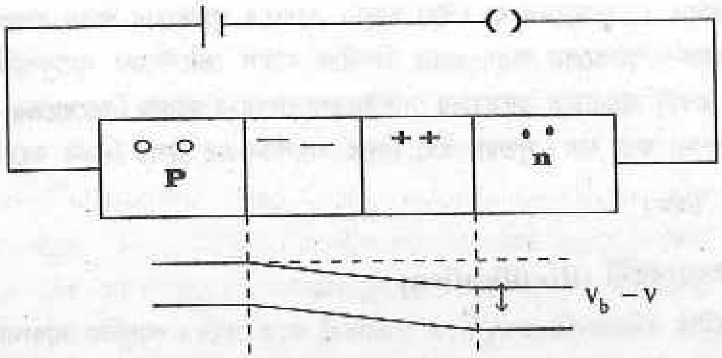
যদি সন্ধি ডায়োডের দুই প্রান্ত তড়িৎশক্তি উৎসের সঙ্গে যুক্ত না থাকে তখন ডায়োডকে বায়াসহীন ডায়োড বলে, অন্যথায় বায়াসযুক্ত ডায়োড, এখন n-অংশে কেবল ইলেকট্রন-এর সংখ্যাধিক্য এবং p-অংশে হোল (অর্থাৎ +ve e) বর্তমান। আধান বৈপরীত্য হেতু হোল ইলেকট্রনের দিকে ও ইলেকট্রন হোলের দিকে আকৃষ্ট হবে। তাছাড়া হোল-হোল ও ইলেকট্রন-ইলেকট্রন বিকর্ষণ বলের প্রভাবে n-অংশ হতে ইলেকট্রন সন্ধিতল অতিক্রম করে ব্যাপন (diffusion) পদ্ধতিতে p-অংশে পৌঁছবে ও হোল-এ পতিত হবে। এই ব্যাপনের দরুণ সন্ধিতলের দুইপাশে (চিত্র 8.2(b)) ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আধান সৃষ্টি হবে। ফলে সন্ধিতলের কাছে তড়িৎ দ্বিমেরু তৈরী হবে। সন্ধিতলের দুইপাশ এইভাবে বাহকশূন্য হয়ে বাহকহীন অঞ্চল (depletion region) সৃষ্টি করে। বাহকহীন অঞ্চলের বেধ সাধারণত 0·5 মাইক্রোমিটার।



চিত্র 8.2(b)

এই বায়াসহীন ডায়োডে কোনও ভোল্টেজ বা তড়িৎ উৎস না থাকার ফলে ভোল্ট মিটারে কোনও পাঠ পাওয়া যাবে না। বর্তনীতে যে তাপ উৎপন্ন হবে সেই তাপ শোষণও হয়ে যায়। ফলে সন্ধি ডায়োড শীতলই থাকবে। শুধু একটি সংস্পর্শ বিভব (Contact potential) সৃষ্টি হয় ধাতব তার ও অর্ধপরিবাহী মধ্যে ওহমীয় সংস্পর্শের জন্য। অর্ধপরিবাহী সাম্য অবস্থায় থাকে বলে এই পাঠ ভোল্ট মিটারে পাওয়া যায় না।

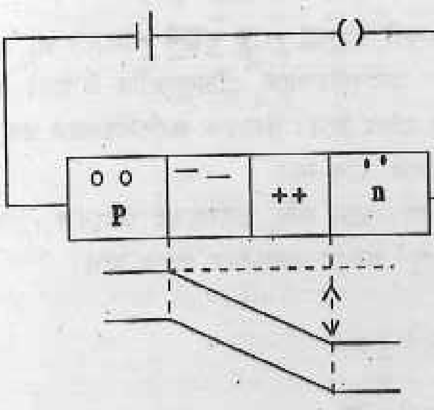
এখন যদি কোনো তড়িৎকোষের প্রান্ত p অংশে এবং ঋণাত্মক প্রান্ত n-অংশে পরিবাহী তার দিয়ে যুক্ত করা হয়, তাহলে অগ্রবায়াস বর্তনী পাওয়া যায়। [চিত্র 8.2(c)]



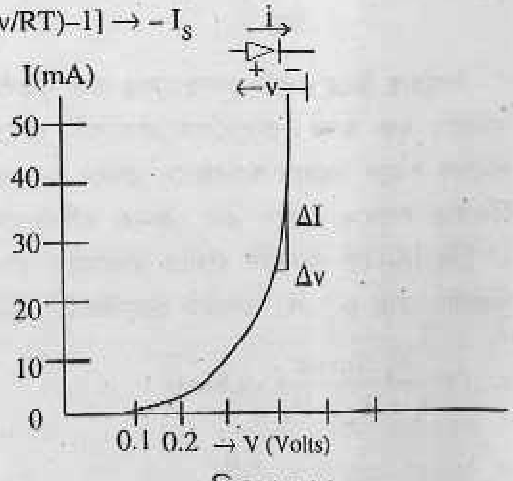
চিত্র 8.2(c)

ভোল্টেজ প্রয়োগের ফলে p অঞ্চলের হোল ও n অঞ্চলের ইলেকট্রন সন্ধিতলের দিকে বিচলন গতিবেগ অর্জন করে। এর ফলে বাহকহীন অঞ্চলের বেধ কমে যায় ও একইসঙ্গে সন্ধিতলের বাধক বিভবের (depletion potential) মান কমে যায়। ফলে হোল ও ইলেকট্রনের একটি প্রবাহ সৃষ্টি হয়ও সহজেই এরা সন্ধিতল অতিক্রম করে। অগ্রবায়াস ভোল্টেজ বৃদ্ধি করলে প্রবাহ বৃদ্ধি পায়। যে ভোল্টেজের পর প্রবাহ দ্রুত প্রায় সরলরেখায় বৃদ্ধি পায় তাকে হাঁটু ভোল্টেজ (knee voltage) বা ছেদক ভোল্টেজ (cut-in-voltage) বা সূচনা ভোল্টেজ (threshold voltage) v_γ বলে। v_γ-এর মান বেড়া বিভবের সমান $v_\gamma = v_b$। অগ্রবায়াস ভোল্টেজ v হলে বাধক বিভবের মান কমে দাঁড়ায় $v_b - v$ [চিত্র 8.2(c)] এবং প্রবাহ ও ভোল্টেজের সম্পর্ক দেখানো যায় $I = I_S [\exp(ev/KT)-1]$ যেখানে, e : ইলেকট্রন আধান, K : বোল্টস্‌ম্যান ধ্রুবক, T : পরম উষ্ণতা ও I_S : বিপরীত সংপৃক্ত প্রবাহ (reverse saturation current)।

তড়িৎকোষের ঋণাত্মক প্রান্ত p অংশে এবং ধনাত্মক প্রান্ত n-অংশে যুক্ত করে বিপরীত বায়াস পাওয়া যায়। [চিত্র 8.2(d)] ইলেকট্রন ও হোল সন্ধিতলের বিপরীতে বিচলন গতিবেগ অর্জন করে বলে বায়াসহীন অঞ্চলের বেধ বৃদ্ধি পায় ও বাধক বিভব বৃদ্ধি পায়। ফলে সংখ্যাগুরু বাহকেরা প্রবাহিত হতে পারে না। কিন্তু সংখ্যালঘু বাহকেরা তড়িৎকোষের প্রভাবে বিকর্ষিত হয়ে সন্ধিতল অতিক্রম করে অল্প প্রবাহ সৃষ্টি করে। এটি বিপরীত সংপৃক্ত প্রবাহ (reverse saturation current)। বিপরীত বায়াস ভোল্টেজ v হলে বাধক বিভব হবে $-(v+v_b)$ এবং প্রবাহ ভোল্টেজ সম্পর্ক লেখা যায়— $I = I_S \ \exp(-ev/RT)-1] \rightarrow -I_S$



চিত্র 8.2 (d)



চিত্র 8.2 (e)

বিপরীত সংপৃক্ত প্রবাহ I_S ধ্রুবমানের হয়। ইহা ছাড়াও এক্ষেত্রে পৃষ্ঠতলের ক্ষরণ প্রবাহ surface bakage current) উপস্থিত থাকে। পৃষ্ঠতলের ক্ষরণ প্রবাহ বিপরীত বায়াস ভোল্টেজের সমানুপাতিক।

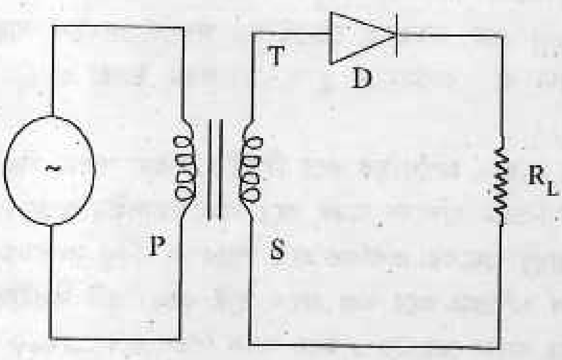
চিত্র 8.2(c) নিম্নে একটি অগ্রবায়াস ডায়োডের বৈশিষ্ট্যরেখা দেখানো হয়েছে। ডায়োডের রোধ (resistance) যে কোনও বিন্দুতে গণনা করা যায়। সুতরাং ইহা বিন্দুর অবস্থান-এর উপর নির্ভর করে।

রোধ $r_{ae} = \dfrac{\Delta V}{\Delta I}$ ওহম।

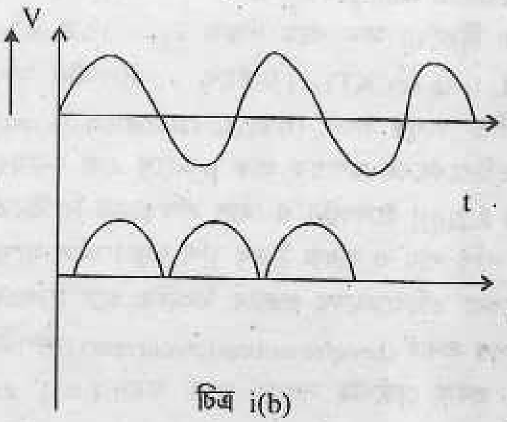
8.2.2 একমুখীকরণ বর্তনী (Rectification)

কোনো একটি বর্তনীর তড়িৎপ্রবাহ একমুখী বা প্রত্যাবর্তী হতে পারে। আধুনিক ব্যবস্থায় প্রত্যাবর্তী প্রবাহ উৎপন্ন হয় এবং বিভিন্ন জায়গায় তা সরবরাহ করা হয়। প্রত্যাবর্তী প্রবাহের কম্পাঙ্ক সাধারণতঃ 50 Hz থাকে এবং শীর্ষমান 220V থাকে। অথচ ব্যবহৃত বিভিন্ন বৈদ্যুতিক সরঞ্জামে স্থির বা সম প্রবাহের প্রয়োজন। এমন অবস্থায় প্রত্যাবর্তী প্রবাহকে স্থির প্রবাহে রূপান্তরিত করার বিভিন্ন বর্তনী সম্পর্কে আলোচনা করা হবে। এই পদ্ধতির নাম একমুখীকরণ এবং বর্তনীর নাম একমুখীকারক। মূলতঃ দুই ধরনের বর্তনী আছে। (ক) অর্ধ-তরঙ্গ একমুখীকারক ও (খ) পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখীকারক।

8.2.2 (i) অর্ধ-তরঙ্গ একমুখীকরণ (Half wave rectification)



চিত্র i(a)



চিত্র i(b)

উপরোক্ত চিত্রে একটি রূপান্তরকের গৌণ কুণ্ডলীর (S) সাথে একটি ডায়োড D ও একটি ভাররোধ R_L শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত আছে। আরোপিত প্রত্যাবর্তী ভোল্টেজের ধনাত্মক অর্ধপর্যায়কালে গৌণকুণ্ডলীর উপরের প্রান্ত ধনাত্মক ধরলে ডায়োড অগ্রবায়াসে থাকবে এবং ভাররোধে তড়িৎ প্রবাহ হবে। ঋণাত্মক অর্ধপর্যায়কালে ডায়োড বিপরীত বায়াসে থাকবে এবং কোনও তড়িৎপ্রবাহ ভাররোধে প্রবাহ হবে না।

চিত্র i(b) তে দেখানো হয়েছে ভাররোধে তাৎক্ষণিক তরঙ্গরূপ। মনে করি, ডায়োডের অগ্ররোধ r_f, গৌণ কুণ্ডলীর রোধ R_S এবং আগমন ভোল্টেজ $V_S \sin \omega t$। সুতরাং পূর্ণ পর্যায়ে ভাররোধে প্রবাহ হবে।

$$i = \frac{V_S \sin \omega t}{r_f + R_L + R_S} = i_s \sin\theta \qquad \text{যখন } 0 \le \theta \le \pi$$

$$= 0 \qquad \text{যখন } \pi \le \theta \le 2\pi$$

যেখানে, $i_S \equiv \dfrac{V_s}{r_f + R_S + R_L}$

$$= \frac{V_s}{r_f + R_L} \quad \text{যেহেতু } R_L >> R_S \text{ এবং } \theta = \omega t$$

প্রত্যাবর্তী ও স্থির উভয় প্রবাহই i-এর মধ্যে বর্তমান।

ভাররোধে গড় স্থির প্রবাহ

$$I_{dc} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i\, d\theta = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} i_s \, \text{Sin}\theta \, d\theta$$

$$= \frac{i_s}{\pi} \quad \text{............. (x)}$$

প্রত্যাবর্তী অংশের নাম লহরী প্রবাহ এবং এর মান

$$i_{ac} = i - I_{dc}$$

গড় বর্গ লহরী প্রবাহের বর্গমূল হবে—

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i_{ac}^2 d\theta} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(i^2 + I_{dc}^2 - 2i\,I_{dc}\right)d\theta}$$

এখন, $\displaystyle\int_0^{2\pi} i^2 d\theta = i_s^2 \int_0^{\pi} \text{Sin}^2\theta \, d\theta = \frac{i_s^2}{2}\int_0^{\pi}(1-\cos 2\theta)d\theta = \frac{\pi\, i_s^2}{2}$

$$\int_0^{2\pi} I_{dc}^2 d\theta = I_{dc}^2 \int_0^{2\pi} d\theta + 2\pi \times i_s^2 / \pi^2 = 2i_s^2 / \pi$$

$$\int_0^{2\pi} 2I_{dc} i \, d\theta = 2I_{dc} i_s \int_0^{\pi} \text{Sin}\theta \, d\theta = 4i_s^2 / \pi$$

সুতরাং, $I_{rms} = \sqrt{\dfrac{1}{2\pi}\left(\dfrac{\pi i_s^2}{2} + \dfrac{2i_s^2}{\pi} - \dfrac{4i_s^2}{\pi}\right)}$

$$= \sqrt{\frac{i_s^2}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}\right)}$$

$$= \sqrt{i_s^2\left(\pi^2 - 4\right) / 4\pi^2}$$

লহরী গুণাঙ্ক $\gamma = I_{rms} / I_{dc}$

$$= \sqrt{i_s^2\left(\pi^2-4\right)/4\pi^2} \;/\; (i_s/\pi)$$

$$= \sqrt{\left(\pi^2-4\right)/4} \quad = 1\cdot21$$

অর্ধ-তরঙ্গ একমুখী কারকের দক্ষতা $\eta = \dfrac{\text{স্থির ক্ষমতা}}{\text{আগমন ক্ষমতা}}$

$$= \frac{P_{dc}}{p_i} = \frac{I_{dc}^2 R_L}{\dfrac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(R_L + r_f)\, i^2 d\theta}$$

$$\therefore \eta = \frac{i_s^2 R_L/\pi^2}{\dfrac{\left(r_f + R_L\right)}{2\pi} i_s^2 \int_0^{\pi} \operatorname{Sin}^2\theta d\theta} = \frac{R_L/\pi^2}{\dfrac{\left(r_f + R_L\right)}{2\pi}\dfrac{\pi}{2}} = \frac{4}{\pi^2}\left[1 + r_f/R_L\right]^{-1}$$

যদি $r_f << R_L$ হয়, সর্বোচ্চ দক্ষতা হবে $\eta_m = 4/\pi^2 = 0{\cdot}406$

$R_L \to \infty$ হলে ভাররোধের প্রান্তে নির্গমন ভোল্টেজ $= V_{NL}$, কোন নির্দিষ্ট প্রবাহে ভোল্টেজ V_L হলে ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রণের হারের সংজ্ঞা হবে,

$$G = \frac{V_{NL} - V_L}{V_L}$$

এখন $V_{dc} = I_{dc} R_L$

$$= \frac{i_s R_L}{\pi} \qquad [\, I_{dc} = i_s/\pi \text{ সমীকরণ—(x)} \,]$$

$$= \frac{V_s R_L}{\pi(r_f + R_L)} = \frac{V_s}{\pi} - r_f I_{dc}$$

যখন $I_{dc} \to 0,\ V_{NL} = V_{dc} = \dfrac{V_s}{\pi}$

সুতরাং, $G = \left[V_s/\pi - \{V_s/\pi - I_{dc} r_f\}\right] / \left[V_s/\pi - I_{dc} r_f\right]$

$$= \frac{I_{dc} r_f}{V_s/\pi - I_{dc} r_f}$$

অর্ধ-তরঙ্গ একমুখীকরণের নির্গমন ভোল্টেজের মান ফুরিয়ার শ্রেণি ব্যবহার করে নির্ণয় করা যায়। এক্ষেত্রে নির্গমন প্রবাহকে লেখা যায়—

$$i = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\,wt + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{Sin} n\,wt$$

যেখানে $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T i\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i\,d\theta = \frac{i_s}{2\pi}\int_0^{\pi} \operatorname{Sin}\theta\,d\theta = i_s/\pi$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T i \operatorname{Cos} n\,wt\,dt$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} i \operatorname{Cos} n\theta\,d\theta = \frac{i_s}{\pi}\int_0^{\pi} \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Cos} n\,\theta\,d\,\theta$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\operatorname{Sin}(n+1)\theta - \operatorname{Sin}(n-1)\theta\right]d\theta$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\left[\frac{\operatorname{Cos}(n-1)\theta}{n-1} - \frac{\operatorname{Cos}(n+1)\theta}{n+1}\right]_0^{\pi} \quad (n \neq 1)$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\left[\frac{\operatorname{Cos}(n-1)\pi}{n-1} - \frac{\operatorname{Cos}(n+1)\pi}{n+1} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n-1}\right]$$

এখানে $a_1 = a_5 = a_7 = \text{..........} = 0$

$$a_1 = \frac{i_s}{\pi}\int_0^{\pi} \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Cos}\theta\,d\theta = \frac{i_s}{2\pi}\int_0^{\pi} \operatorname{Sin} 2\theta\,d\theta = \frac{i_s}{\pi}\left[-\operatorname{Cos} 2\theta\right]_0^{\pi} = 0$$

আবার, $a_2 = -2i_s/3\pi,\ a_4 = -2i_s/15\pi,\ a_6 = \frac{-2i_s}{35\pi}$........

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T i \operatorname{Sin} n\,wt\,dt$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} i \operatorname{Sin} n\theta\,d\theta$$

$$= \frac{i_s}{\pi}\int_0^{\pi} \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Sin} n\theta\,d\theta$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\operatorname{Cos}(n-1)\theta - \operatorname{Cos}(n+1)\theta\right]d\theta$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\left[\frac{\text{Sin}(n-1)\theta}{n-1} - \frac{\text{Sin}(n+1)\theta}{n+1}\right]_0^\pi \text{.............(Y)}$$

এক্ষেত্রে, $b_1 = \frac{i_s}{\pi}\int_0^\pi \text{Sin}^2\theta\, d\theta = i_s / 2$

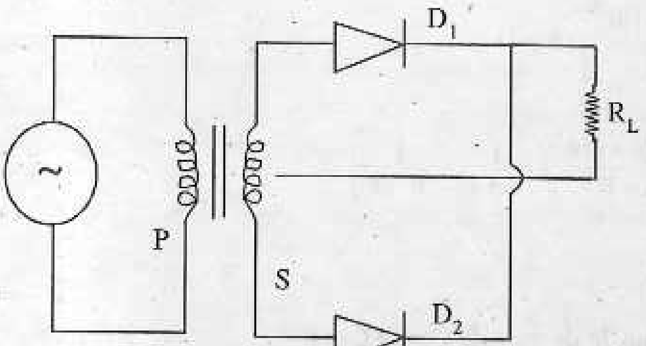
এবং সমীকরণ (Y) থেকে পাই

$$b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = \text{..........} = 0$$

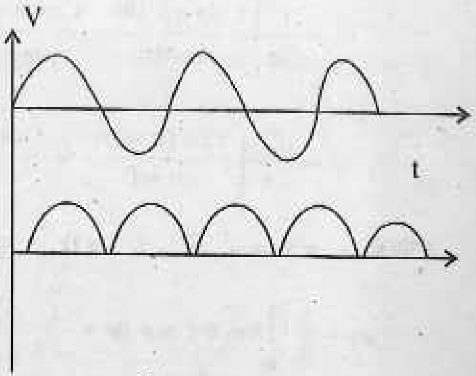
সুতরাং, $i = (i_s / \pi) + [\,(-2i_s / 3\pi)\text{ Cos } 2\text{ wt} + (-2i_s / 15\pi)\text{ Cos } 4\text{wt} + (-2i_s / 35\pi)\text{ Cos } 6\text{wt} + \text{.........} + (i_s / 2)\text{ Sin wt}]$

$$= i_s\left[\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\text{Sin wt} - \left(\frac{2}{3\pi}\text{Cos }2\text{wt} + \frac{2}{15\pi}\text{Cos }4\text{wt} + \frac{2}{35\pi}\text{Cos }6\text{wt}+\text{.....}\right)\right]$$

8.2.2 (ii) পূর্ণতরঙ্গ একমুখীকরণ (Full wave rectification)



চিত্র (ii) a



চিত্র (ii) b

চিত্রে পূর্ণ তরঙ্গ একমুখীকারকের চিত্র দেখানো হয়েছে। এখানে রূপান্তরকের গৌণ কুণ্ডলী S-এর দুই প্রান্তের সাথে দুটি ডায়োড D_1 ও D_2 শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত। গৌণকুণ্ডলীর মধ্যবিন্দুর সাথে (Centre tap) ডায়োড দুটির সংযোগ বিন্দুকে একটি ভাররোধের সাহায্যে (R_L) যুক্ত করা হয়েছে। গৌণ কুণ্ডলীর প্রবাহের ধনাত্মক অর্ধপর্যায়কালে D_1 ডায়োড যদি অগ্রবায়াসে থাকে, তাহলে ভাররোধে প্রবাহ হয় এবং ঋণাত্মক অর্ধপর্যায়কালে D_2 ডায়োড অগ্রবায়াসে ও D_1 বিপরীত বায়াসে থাকে। ফলে D_2 ডায়োডে প্রবাহ হয়। প্রবাহ ও সময়ের লেখ চিত্রে দেখানো হয়েছে। আমরা লিখতে পারি,

$$i = [V_s / (r_f + R_L)]\text{ Sin wt}$$

$$= i_s \text{ Sin } \theta$$

সুতরাং, $i = i_s \text{ Sin}\theta$ যখন $0 \le \theta \le \pi$

$= -i_s \text{ Sin}\theta$ যখন $\pi \le \theta \le 2\pi$

আবার, $I_{dc} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i\, d\theta$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\pi} i_s \operatorname{Sin}\theta + \right]\int_{\pi}^{2\pi} -i_s \operatorname{Sin}\theta\, d\theta$$

$$= 2i_s / \pi$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(i - I_{dc})^2 d\theta}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left[i^2 + I_{dc}^2 - 2I_{dc}i\right]d\theta}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{2\pi} i_s^2 \operatorname{Sin}^2\theta\, d\theta + \frac{4i_s^2}{\pi^2}\int_0^{2\pi} d\theta - \frac{4i_s}{\pi}\left\{\int_0^{\pi} i_s \operatorname{Sin}\theta\, d\theta - \int_{\pi}^{2\pi} i_s \operatorname{Sin}\theta\, d\theta\right\}\right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left[i_s^2\pi + 8i_s^2/\pi - 16i_s^2/\pi\right]} = \sqrt{i_s^2\left(\pi^2 - 8\right)/2\pi^2}$$

লহরী গুণাঙ্ক $\gamma = I_{rms} / I_{dc}$

$$= \sqrt{i_s^2\left(\pi^2 - 8\right)/2\pi^2} \;/\; (2i_s/\pi) = \sqrt{\left(\pi^2 - 8\right)/8} = 0 \cdot 48$$

ক্ষমতা $\eta = P_{dc} / P_i$

$$= I_{dc}^2 R_L \Big/ \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(r_f + R_L)i^2 d\theta = \frac{4i_s^2 R_L/\pi^2}{\frac{r_f + R_L}{2\pi}\, i_s^2\pi}$$

$$= \frac{8R_L}{\pi^2(r_f + R_L)} = \frac{8}{\pi^2}(1 + r_f/R_L)^{-1}$$

ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রণের হার

$$G = \frac{V_{NL} - V_L}{V_L} = \frac{2V_s/\pi - \left(2V_s/\pi - I_{dc}r_f\right)}{2V_s/\pi - I_{dc}r_f}$$

$$= \frac{I_{dc}r_f}{2V_s/\pi - I_{dc}r_f}$$

ফুরিয়ার শ্রেণি ব্যবহার করে নির্গমন প্রবাহ i পাওয়া যায়।

যেখানে, $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T i\, dt$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i\, d\theta$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\left[\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta - \int_0^{2\pi} \sin\theta\, d\theta\right] = 2i_s / \pi$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T i \cos n\omega t\, dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} i \cos n\theta\, d\theta$$

$$= \frac{i_s}{\pi}\left[\int_0^{\pi} \sin\theta \cos n\theta\, d\theta - \int_{\pi}^{2\pi} \sin\theta \cos n\theta\, d\theta\right]$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\left[\int_0^{\pi} \sin(n+1)\theta - \sin(n-1)\theta\right] d\theta - \int_{\pi}^{2\pi} \sin(n+1)\theta - \sin(n-1)\theta\, d\theta$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\left[\left\{\frac{-\cos(n+1)\theta}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\theta}{n-1}\right\}_0^{\pi} - \left\{\frac{-\cos(n+1)\theta}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\theta}{n-1}\right\}_{\pi}^{2\pi}\right]$$

$$= \frac{i_s}{2\pi}\left[\frac{\cos(n-1)\pi}{n-1} - \frac{\cos(n+1)\pi}{n+1} - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1} + \frac{\cos(n+1)2\pi}{n+1} - \frac{\cos(n-1)2\pi}{n-1} - \frac{\cos(n+1)\pi}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\pi}{n-1}\right]$$

$$= \frac{i_s}{\pi}\left[\frac{\cos(n-1)\pi}{n-1} - \frac{\cos(n+1)\pi}{n+1} - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1}\right] (n \neq 1)$$

for, $n = 1, a_1 = \frac{i_s}{\pi}\left[\int_0^{\pi} \sin\theta \cos\theta\, d\theta - \int_0^{2\pi} \sin\theta \cos\theta\, d\theta\right]$

$$= 0$$

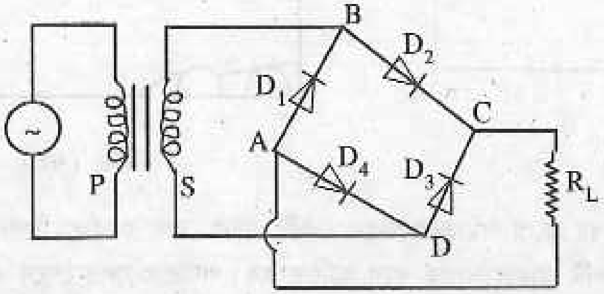
সুতরাং $a_1 = 0, a_2 = -4i_s / 3\pi, a_3 = 0, a_4 = -4i_s / 15\pi, a_5 = 0, a_6 = -4i_s / 35\pi$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T i \sin n\omega t\, dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} i \sin n\theta\, d\theta$$

$$= \frac{i_s}{\pi}\left[\int_0^{\pi} \text{Sin}\theta \ \text{Sin} \ n\theta \ d\theta - \int_{\pi}^{2\pi} \text{Sin}\theta \ \text{Sin} \ n\theta \ d\theta\right] = 0$$

সুতরাং, $i = \frac{2i_s}{\pi} - \frac{4i_s}{3\pi}\text{Cos } 2wt - \frac{4i_s}{15\pi}\text{Cos } 4wt - \frac{4i_s}{35\pi}\text{Cos } 6wt$ .... (z)

8.2.2(iii) ব্রিজ একমুখীকরণ (Bridge rectification)



চিত্র (iii)

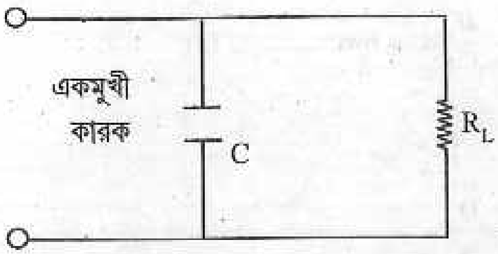
উপরের চিত্রে ব্রিজবর্তনীর সাহায্যে পূর্ণতরঙ্গ একমুখীকরণের ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। এখানে চারটি ডায়োড D_1, D_2, D_3, D_4 একটি ব্রিজের মতো ব্যবস্থাতে চারটি বাহুতে লাগানো আছে। এটি হুইটস্টোন্ ব্রিজের মতো ব্যবস্থা। এখানে একটি ভাররোধ R_L লাগানো হয়েছে। হুইটস্টোন ব্রিজে R_L-এর পরিবর্তে একটি গ্যালভানোমিটার লাগানো থাকে। রূপান্তরকের গৌণ কুন্ডলীর উপরের প্রান্ত ধণাত্মক অর্ধপর্যায়কালে থাকলে D_2 ও D_4 অগ্রবায়াসে থাকে এবং R_L-এর মধ্যে প্রবাহ হবে। কিন্তু অন্য দুটো ডায়োড এক্ষেত্রে কাজ করবে না। ঋণাত্মক অর্ধপর্যায়কালে D_1 ও D_3 অগ্রবায়াসে থাকার ফলে R_L-এর ভিতর প্রবাহ যায়। এক্ষেত্রে গৌণকুন্ডলীতে কোনো মধ্যবিন্দুর প্রয়োজন হয় না। গৌণ কুন্ডলীতে একই ভোল্টেজ থাকলেও মধ্য বিন্দু ব্যবহার না করার ফলে নির্গমন ভোল্টেজ দ্বিগুণ হয়। অবশ্য এক্ষেত্রে চারটি ডায়োড ব্যবহারের ফলে ক্ষমতার অপচয় বেশী হয়, তাই অল্প মাত্রার ভোল্টেজ একমুখীকরণের ক্ষেত্রে এটি ব্যবহার করা হয়।

এখানে পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখীকারকের মতো লহরী গুণাঙ্ক 0·482 ও সর্বোচ্চ দক্ষতার মান 0·812।

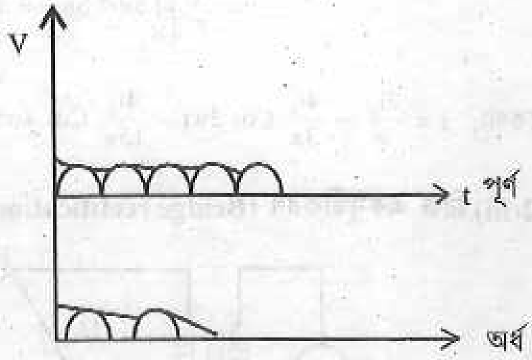
8.3 ফিল্টার বর্তনী (Filter Circuits)

আমরা এ পর্যন্ত দেখলাম যে প্রবাহকে নিয়ন্ত্রণ করার পরেও নির্গমনে স্থিরমানের ভোল্টেজ কখনই পাওয়া যাবে না। স্থিরমানের ভোল্টেজ বা প্রবাহমাত্রার সঙ্গে কিছু প্রত্যাবর্তী মানের ভোল্টেজ বা প্রবাহ মিশে থাকে। এর কারণ, আমরা দেখলাম লহরী গুণাঙ্কের সর্বনিম্ন মান 0·482। লহরীর পরিমাণ কমানোর জন্য নির্গমন প্রান্তে ভাররোধের আগে ও একমুখীকারকের পরে ফিল্টার বর্তনী যোগ করা হয়। ফিল্টারের কাজ লহরীকে নির্গমনে যেতে বাধা দেওয়া। বিভিন্ন ধরনের ফিল্টার বর্তনী হতে পারে যেমন : (ক) C-ফিল্টার, (খ) L-ফিল্টার (গ) LC-ফিল্টার। (ঘ) π-ফিল্টার। আমরা এখানে এই বর্তনীগুলি বিষয়ে আলোচনা করবো।

(i) ধারক ফিল্টার বা C ফিল্টার



চিত্র (ক)



চিত্র (খ)

একমুখীকারক ও ভার রোধের মধ্যে সমান্তরালভাবে একটি ধারক যোগ করে C-ফিল্টার পাওয়া যায় (চিত্র (ক)। ধনাত্মক পর্যায়কালে ধারকটি আধান সংগ্রহ করে আহিত হয়। পর্যায় কালের শেষে তড়িৎমোক্ষমের ফলে ভাররোধে প্রবাহ হয়। ফলে লহরী গুণাঙ্কের মান হ্রাস পায়। ভোল্টেজের গড় স্থির মান শীর্ষমানের প্রায় সমান। শীর্ষমান যদি V_S হয় এবং হ্রাস মান V_r হয়, তবে গড় স্থির ভোল্টেজ হবে $V_{dc} = V_s - V_{r/2}$,

ধারকে তড়িৎমোক্ষণ অর্ধপর্যায়কাল ধরে ঘটে থাকলে ধারকে আধানমোক্ষনের পরিমাণ হবে $I_{dc}\,T/2$, ধারকে লহরী ভোল্টেজের মান

$$V_r = I_{dc}\frac{T}{2C} = \frac{I_{dc}}{2fc}$$

গড় স্থির ভোল্টেজ $V_{dc} = V_s - \dfrac{I_{dc}}{4fc}$

ভাররোধে নির্গমন ভোল্টেজের রূপ ত্রিভূজাকৃতির এবং ঐ ভোল্টেজের গড়বর্গের বর্গমূল হবে,

$$V_{rms} = \frac{V_r}{2\sqrt{3}}$$

সুতরাং লহরী গুণাঙ্ক $\gamma = \dfrac{V_{rms}}{V_{dc}}$, যেখানে $V_{dc} = I_{dc}R_L$

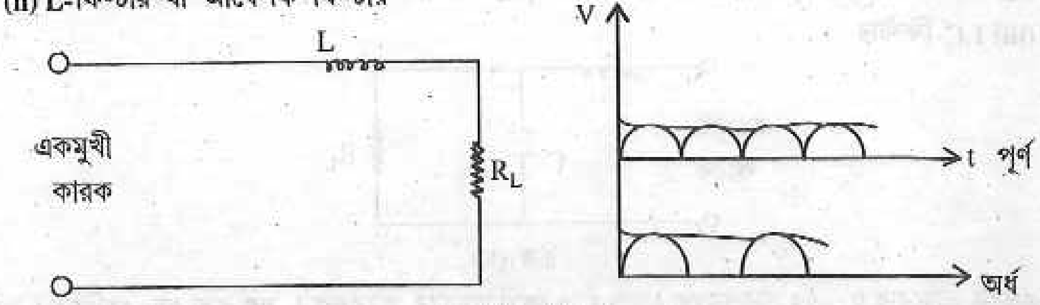
$$= \frac{V_r}{2\sqrt{3}} \times \frac{1}{I_{dc}R_L}$$

$$= \frac{V_r}{2\sqrt{3}\,R_L} \times \frac{1}{2fcV_r}$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{3}\,fcR_L}$$

এবং দক্ষতা $\eta = 1/\sqrt{2}\,fcR_L$

(ii) L-ফিল্টার বা আবেশক ফিল্টার



চিত্র (গ)

এক্ষেত্রে শ্রেণি সমবায়ে একটি আবেশক, ভাররোধ R_L ও একমুখীকারক যুক্ত করা হয়েছে। (চিত্র-গ) পূর্ণতরঙ্গ একমুখীকারক-এর ক্ষেত্রে ভোল্টেজের মান এর আগের একক 8.2.2(z) সমীকরণ থেকে পাই

$$V = \frac{2V_s}{\pi}\left[1 - \frac{2}{3}\operatorname{Cos} 2\omega t - \frac{2}{15}\operatorname{Cos} 4\omega t - \frac{2}{35}\operatorname{Cos} 6\omega t \ldots\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

সুতরাং, $V_{dc} = 2V_s / \pi$

$I_{dc} = V_{dc} / (r_f + R_L + r)$ [r_f : ডায়োডের রোধ, r : আবেশকের রোধ]

$$= \frac{2V_s}{\pi(r_f + R_L + r)}$$

এক্ষেত্রে, $V_{dc} = I_{dc}R_L = \frac{2V_s}{\pi}\left(1 + \frac{r_f + r}{R_L}\right)$

উপরের (1) নং সমীকরণ অনুযায়ী লহরী ভোল্টেজ হবে $\frac{4V_s}{3\pi}\operatorname{Cos} 2\omega t$ এবং লহরী প্রবাহ $(4V_s \operatorname{Cos} 2\omega t) / 3\pi\,(r_f + r + R_L + 2j\omega L)$

সুতরাং গড়বর্গ লহরী প্রবাহের বর্গমূল

$$I_{rms} = \frac{4V_s}{3\sqrt{2}\pi\left[(r_f + r + R_L)^2 + 4\omega^2 L^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

লহরী গুণাঙ্ক $\gamma = I_{rms} / I_{dc}$

$$= \frac{4V_s}{3\sqrt{2}\,\pi\sqrt{(r_f + r + R_L)^2 + 4\omega^2 L^2}} \times \frac{\pi(r_f + r + R_L)}{2V_s}$$

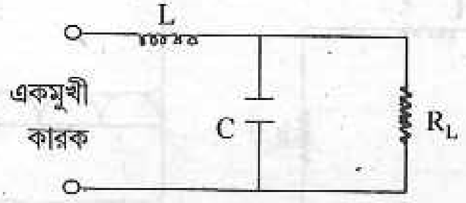
$$= \frac{\sqrt{2}\,(r_f + r + R_L)}{3\sqrt{(r_f + r + R_L)^2 + 4\omega^2 L^2}}$$

সাধারণতঃ $2\omega L >> (r_f + r + R_L)$ এবং $(r_f + r) << R_L$ ।

সুতরাং $\gamma = 0.236\frac{R_L}{\omega L}$, অর্থাৎ

ωL-এর মান R_L-এর তুলনায় বেশী বলে লহরী গুণাঙ্কের মান কম এবং কম্পাঙ্ক বাড়লে লহরী কম হবে।

(iii) LC-ফিল্টার



চিত্র (ঘ)

এখানে ভাররোধ R_L-এর সমান্তরালে ধারক C ও শ্রেণি সমবায়ে আবেশক L যুক্ত করা হয়। শ্রেণিতে L লহরীর পথে বাধার সৃষ্টি করে। এক্ষেত্রে লহরীগুণাঙ্ক ভাররোধের উপর নির্ভরশীল নয়।

সমীকরণ (1) নং থেকে পাই,

$$V_{dc} = 2V_s / \pi$$

$$I_{dc} = V_{dc} / (r_f + r + R_L)$$

$$= 2V_s / \{\pi(r_f + r + R_L)\}$$

লহরী ভোল্টেজ $= \dfrac{4V_s}{3\pi} \text{Cos}\, 2\omega t$

প্রতিবাধা $z = (r_f + r + 2j\omega L) + \dfrac{R_L / (2j\omega c)}{R_L + 1/(2j\omega c)}$

এক্ষেত্রে $R_L >> 1/2\omega c$ এবং $(r_f + r) << R_L$, সুতরাং

$$z = r_f + r + j\left(\frac{4\omega^2 LC - 1}{2\omega c}\right)$$ এবং এর মান

$$|z| = \left[(r_f + r)^2 + \left(\frac{4\omega^2 LC - 1}{2\omega c}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

লহরী প্রবাহের শীর্ষমান $= \dfrac{4V_s}{3\pi |z|}$

গড়বর্গ লহরী প্রবাহের বর্গমূল $I_{rms} = \dfrac{4V_s}{(3\sqrt{2}\pi |z|)}$

এবং লহরী গুণাঙ্ক $\gamma = I_{rms} / I_{dc}$

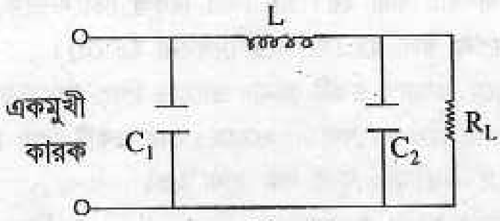
$$= \frac{4V_s}{3\sqrt{2}\,\pi |z|} \times \frac{\pi(r_f + r + R_L)}{2V_s}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(r_f + r + R_L)}{3\left[(r_f + r)^2 + \left(\dfrac{4\omega^2 LC - 1}{2\omega c}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

LC-ফিল্টারের ক্ষেত্রে $2\omega L >> 1/2\omega c$ বা $4\omega^2 LC >> 1/R_L$ ও C-এর মধ্যে বিভব প্রভেদ সমান বলে আমরা লিখতে পারি, $R_L = 1/2\omega c$। এখান $(r_f + r) << R_L$.

সুতরাং, $\gamma = \dfrac{\sqrt{2}R_L}{3.2\omega L} = \dfrac{\sqrt{2}}{6\omega L.2\omega c} = \dfrac{\sqrt{2}}{12\omega^2 LC}$

(iv) π– ফিল্টার



চিত্র (ঙ)

উপরের (ঙ) নং চিত্রে πফিল্টার বর্তনী দেখানো হয়েছে। এখানে C_1 ধারক LC_2 ফিল্টার বর্তনীর সাথে সমান্তরালভাবে লাগানো হয়েছে। সুতরাং C_1 ফিল্টারের জন্য লহরী গুণাঙ্ক হবে $\gamma_1 = \dfrac{\pi}{2\sqrt{3}\,\omega C_1 R_L}$

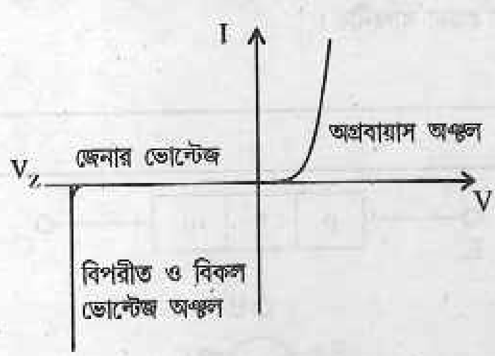
বাকী LC_2 ফিল্টারের জন্য লহরী গুণাঙ্ক হবে

$$\gamma_2 = \frac{\sqrt{2}}{12\omega^2 LC_2}$$

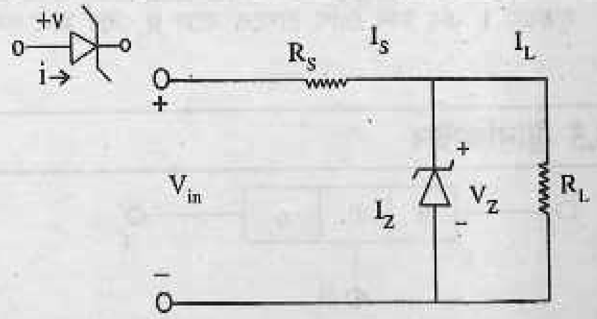
সুতরাং π-ফিল্টারের লহরী গুণাঙ্ক $\gamma = \gamma_1 \gamma_2$

$$\frac{\pi}{12\sqrt{6}\omega^3 C_1 C_2 L R_L}$$

8.4 জেনার ডায়োড : ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রক (Zener diode as a voltage regulater)



চিত্র 2.4(a)
জেনার ডায়োডের চিহ্ন
বা সংকেত বৈশিষ্ট্যরেখা



চিত্র 2.4(b)
জেনার ডায়োড একটি
সহজ ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রক

উপরোক্ত চিত্রে (a) একটি জেনার ডায়োডের প্রবাহ ও ভোল্টেজ বৈশিষ্ট্যরেখা দেখান হয়েছে। ইহার অগ্রবায়াস বৈশিষ্ট্য একটি সাধারণ অগ্রবায়াসযুক্ত সিলিকন p-n সন্ধি ডায়োডের মতো এবং ইহা ডায়োডের সমীকরণ ন্যায় একই হয়। জেনার ডায়োড সাধারণত বিপরীত বায়াসে বিকল ভোল্টেজ অঞ্চলে কাজ করে। এই অঞ্চলে ভোল্টেজের যৎসামান্য পরিবর্তনে প্রবাহমাত্রার ব্যাপক পরিবর্তন হয়। তাই জেনার ডায়োডকে এই অঞ্চলে একটি স্থির ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রক হিসাবে ব্যবহার করা হয়। এই স্থির বিকল ভোল্টেজকে, যাহা বিপরীত প্রবাহমাত্রার উপর নির্ভরশীল নয়, জেনার ভোল্টেজ বলা হয় (যা চিত্রে দেখানো হয়েছে)।

চিত্র 2.4(b) তে দেখানো হয়েছে কিভাবে একটি জেনার ডায়োড স্থির ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রক হিসাবে কাজ করে। বর্তনীতে একটি রোধ R_L যাহা লোড হিসাবে দেখানো হয়েছে। তার একটি রোধ R_S থাকে যাহার মান জেনার প্রবাহকে নিয়ন্ত্রণ করে। সুতরাং R_s-এর মান খুবই কম রাখা হয়।

অর্থাৎ রোধ R_s দিয়েই জেনারের শক্তির অপচয় (Power dissipation) নিয়ন্ত্রণ করা হয়।

বর্তনী চিত্র হতে আমরা অনায়াসে লিখতে পারি, $I_s = I_Z + I_L$

এবার $I_s = \dfrac{\text{বিভব পার্থক্য}}{\text{রোধ } R_s}$

$$= \frac{V_{in} - V_Z}{R_S}$$

তাহলে জেনার ডায়োডের শক্তির অপচয় হবে, $P_Z = V_Z I_Z$

সুতরাং, $R_s = \dfrac{V_{in} - Vz}{I_s}$

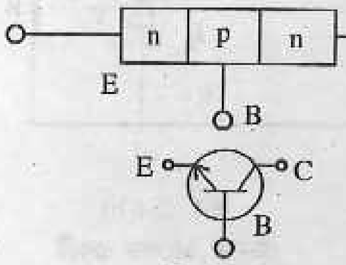
এবং $I_s = I_z + I_L$

$$\therefore R_s = \frac{V_{in} - V_z}{I_z + I_L}$$

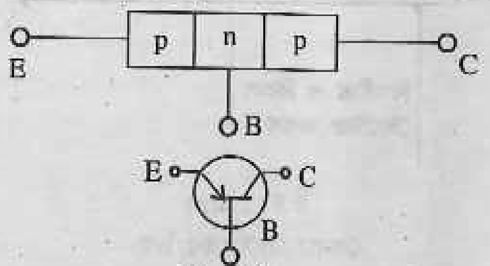
$$\therefore R_s \leq \frac{V_{in\,(min.)} - V_z}{I_{z(min.)} + I_{L(max.)}}$$

সুতরাং I_L-এর মান বেশি রাখতে হলে R_L-এর মান কম হওয়া বাঞ্ছনীয়।

8.5 ট্রানজিস্টার



চিত্র (ক)



চিত্র (খ)

ট্রানজিস্টার হল দুটি সন্ধি ডায়োডের সমন্বয়। তাই একে দ্বিমেরু সন্ধি ট্রানজিস্টার (bipolar junction transistor / BJT) বলা হয়। Ge বা Si দিয়ে প্রস্তুত p শ্রেণি অর্ধপরিবাহী কেলাসের দুইপাশে n শ্রেণির অনুরূপ অর্ধপরিবাহী জুড়ে আমরা npn সন্ধি ট্রানজিস্টার বা সংক্ষেপে npn ট্রানজিস্টার পাই। একইভাবে n শ্রেণি অর্ধপরিবাহীর উভয় পাশে p শ্রেণি যুক্ত করে pnp ট্রানজিস্টার পাওয়া যায়। উপরোক্ত চিত্রে (ক) ও (খ) npn ও pnp ট্রানজিস্টারের সংকেত দেখানো হয়েছে। তিনটি অর্ধপরিবাহী স্তরকে বামদিকের থেকে যথাক্রমে বিকিরক (emitter) বা E, ভূমি (base) বা B এবং গ্রাহক (collector) বা C বলে।

সংকেত npn ও pnp বোঝানোর জন্য বিকিরকে যথাক্রমে বাইরের ও ভিতরের দিকে তীর চিহ্ন দেওয়া থাকে। ভূমির বেধ বিকিরক ও গ্রাহকের তুলনায় কম রাখা হয় এবং বিকিরক ভূমি সন্ধিতলের ক্ষেত্রফল গ্রাহক-ভূমি সন্ধিতলের ক্ষেত্রফলের চেয়ে কম রাখা হয়। এই তিনটে স্তরে তড়িৎপ্রবাহ I_E, I_B ও I_C-ধনাত্মক যখন এরা ট্রানজিস্টার অভিমুখী। একইভাবে বিকিরক ভূমি, গ্রাহক-ভূমি ও গ্রাহক বিকিরক তলে বিভব পার্থক্য যথাক্রমে V_{EB}, V_{CB} ও V_{CE}। বিভব পার্থক্যগুলি ধনাত্মক যখন প্রথম পাদাঙ্ক (subscript) দ্বিতীয় পাদাঙ্ক সাপেক্ষে ধনাত্মক।

8.5.1 ট্রানজিস্টার নির্মাণ ও এর বিন্যাস

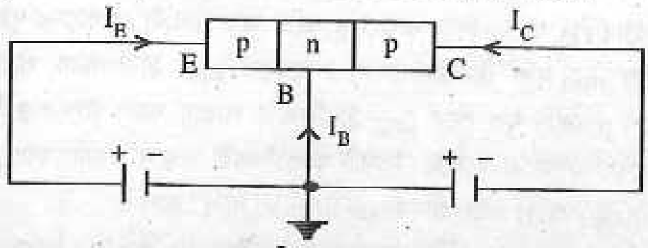
ট্রানজিস্টার নির্মাণের চারটি বিভিন্ন পদ্ধতি রয়েছে। যেমন (১) বৃদ্ধি পদ্ধতি (grown type) : ইহা গলিত অবস্থা হতে Ge বা Si অর্ধপরিবাহী একক কেলাস (single crystal) দিয়ে অপবস্তু দিয়ে ট্রানজিস্টার নির্মাণ করা হয়। (২) সংকর পদ্ধতি (alloy type) : এই পদ্ধতিতে অর্ধপরিবাহীর পাতলা চাকতির দুইপাশে সংকর ধাতু তৈরী করে npn ও pnp ট্রানজিস্টার নির্মিত হয়। (৩) ব্যাপন পদ্ধতি (diffusion type) : এখানে ব্যাপন পদ্ধতিতে এক ধরনের অর্ধপরিবাহীকে অন্য ধরনের অর্ধপরিবাহী অপবস্তু দিয়ে ট্রানজিস্টার তৈরী করা হয়। (৪) ঊর্ধ্বসজ্জা পদ্ধতি (epitaxial type) : এখানে Ge বা Si-এর পাতলা একক কেলাসের উপর ডোপিং করে ট্রানজিস্টার তৈরী হয়।

ট্রানজিস্টারে বিকিরক ভূমি ও গ্রাহক ভূমি দুটি সন্ধিতল বর্তমান। তাই ইহাকে দুটি সন্ধি ডায়োড-এর সমষ্টি রূপে ভাবা যায়। দুটি ডায়োড অগ্রবায়াসে থাকলে ট্রানজিস্টার সংপৃক্ত অঞ্চলে কার্যকর হয়। ডায়োড দুটি বিপরীত বায়াসে থাকলে ছেদক অঞ্চলে ট্রানজিস্টার চলে যায়। এই দুই রীতির ক্ষেত্রে ট্রানজিস্টার সংখ্যীয় ইলেকট্রনিক্স বর্তনীতে ব্যবহৃত হয়।

একটি ডায়োড অগ্রবায়াসে ও অন্যটি বিপরীত বায়াসে থাকলে ট্রানজিস্টার সক্রিয় অঞ্চলে অবস্থান করে এবং সমরূপ বর্তনীতে ব্যবহৃত হয়। ব্যবহার অনুযায়ী ট্রানজিস্টার বর্তনী দুই ধরনের হতে পারে। সমরূপ (analog) ও সংখ্যীয় (digital)।

ট্রানজিস্টারে বিকিরক, ভূমি ও গ্রাহক—এই তিনটির যে-কোনো একটিকে সাধারণ প্রান্ত হিসেবে ব্যবহার করে ট্রানজিস্টারকে সরল জালপথ হিসেবে ভাবা যায়। অর্থাৎ একটি আগমন প্রান্তে, একটি সাধারণ ও শেষেরটি নির্গমন প্রান্তে। এইভাবে যে কোনো একটি প্রান্ত কিন্তু সাধারণ প্রান্ত হতে পারে। ফলে, তিন ধরনের বিন্যাস তৈরী হয় : (ক) সাধারণ ভূমি বিন্যাস (CB) (খ) সাধারণ বিকিরক বিন্যাস (CE) এবং (গ) সাধারণ গ্রাহক-বিন্যাস (CC)। এই বিন্যাসগুলি পরের পাতায় আলোচনা করা হল।

8.5.2 সাধারণ ভূমি বিন্যাস (Common base / CB Configuration)



চিত্র 8.5(i)

চিত্রে 8.5(i) pnp ট্রানজিস্টার-এর বিভিন্ন প্রবাহ দেখানো হয়েছে।

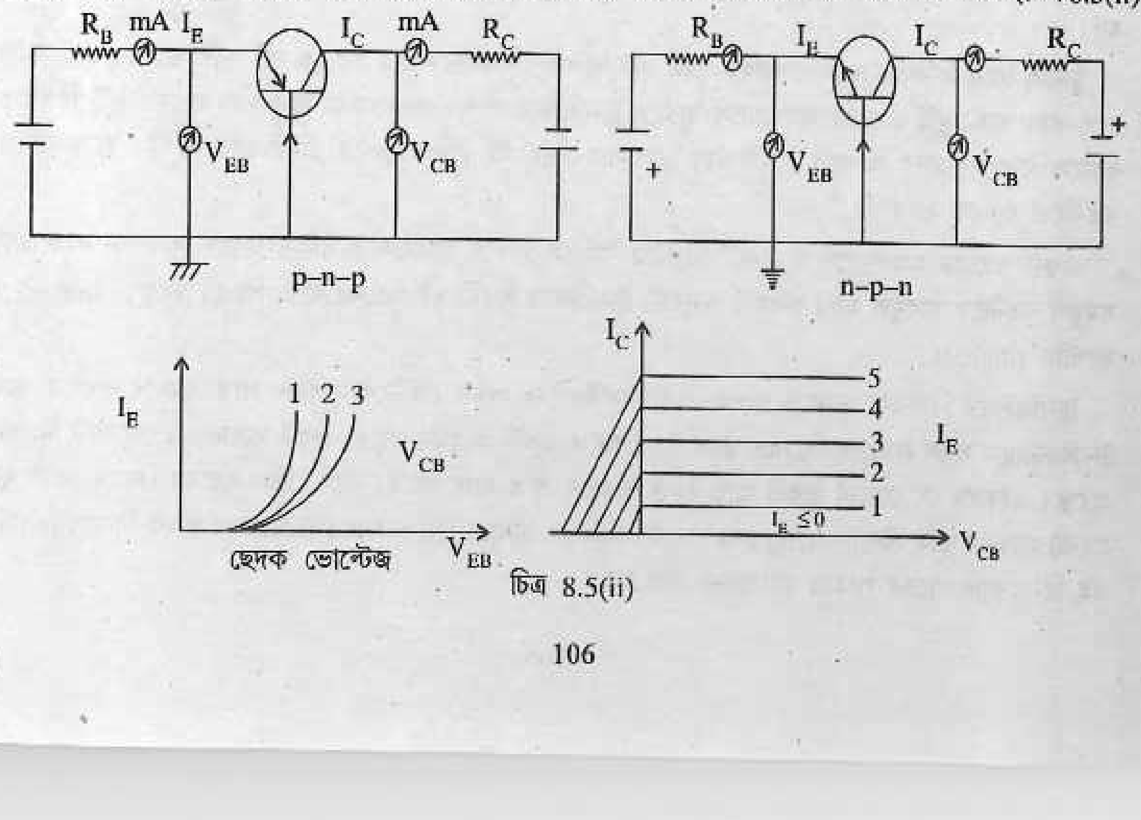
আগমন প্রান্তে বিকিরক ভূমি অগ্রবায়াসে এবং নির্গমন প্রান্তে গ্রাহক-ভূমি বিপরীত বায়াসে রেখে সাধারণ ভূমি বা CB বিন্যাস পাওয়া যায়। যদি বিকিরক প্রবাহ $I_E = 0$ হয়, তবে গ্রাহক প্রবাহ হবে বিপরীত সংপৃক্ত প্রবাহ I_{CO}, এই অবস্থায় গ্রাহক ভূমি সন্ধিতল বিপরীত বায়াসে থাকার ফলে সংখ্যালঘু হোল ও ইলেকট্রন ঐ সন্ধিতল অতিক্রম করে I_{CO} সৃষ্টি করে। অর্থাৎ এখানে $-I_{CO} = I_{COh} + I_{COe-}$ । এখন $I_E = 0$ হলে গ্রাহক প্রবাহ লেখা যায়—

$$I_C = -\alpha I_E$$

যেখানে, $\alpha = -I_C / I_E$

অর্থাৎ এখানে, α হল স্থির প্রবাহের বিবর্ধনাঙ্ক (d.c. current gain)। α-এর মান 0·9 থেকে 0·995 হয় এবং I_E, V_{CB} ও উষ্ণতার উপর এর মান নির্ভরশীল। pnp ট্রানজিস্টারের ক্ষেত্রে I_E ধনাত্মক, I_C ও I_{CO} ঋণাত্মক এবং npn-এর ক্ষেত্রে I_E ঋণাত্মক ও I_C, I_{CO} ধনাত্মক।

CB বিন্যাসে ট্রানজিস্টার-এর বৈশিষ্ট্যরেখা দুই ধরনের ঃ (ক) আগমন ও (খ) নির্গমন। নিম্নে CB বিন্যাসে ট্রানজিস্টার-এর pnp ও npn বর্তনী চিত্রে দেওয়া হল এবং তাদের বৈশিষ্ট্যরেখাও দেখানো হল। (চিত্র 8.5(ii)



চিত্র 8.5(ii)

আগমন বৈশিষ্ট্যরেখার ক্ষেত্রে বিভিন্ন গ্রাহক-ভূমি ভোল্টেজের (V_{CB}) জন্য বিকিরক ভূমি ভোল্টেজ (V_{EB}) অনুভূমিক অক্ষে ও বিকিরক প্রবাহ (I_E) উলম্ব অক্ষস্থিত হয়। বৈশিষ্ট্যরেখাগুলি ডায়োডের অগ্রবায়াস বৈশিষ্ট্যের মতো। নির্দিষ্ট ছেদক ভোল্টেজের পর নির্দিষ্ট V_{CB}-এর জন্য V_{EB} প্রায় ধ্রুবমানের হলেও I_E বৃদ্ধি পায়। যখন V_{CB} বাড়ে গ্রাহক-ভূমি সন্ধিতলের উভয়পাশে বাহকহীন অঞ্চলের বেধ বাড়ে। ফলে ভূমির বেধ হ্রাস পায় এবং কিছু হোল প্রবাহ (pnp ট্রানজিস্টারের ক্ষেত্রে) বিকিরক ভূমি ও গ্রাহক ভূমি সন্ধিতল অতিক্রম করে। ফলে V_{EB} স্থির থাকলেও I_E বৃদ্ধি পায়। একে আর্লি প্রভাব (Early effect) বলে।

নির্গমন বৈশিষ্ট্যরেখায় বিভিন্ন বিকিরক প্রবাহের (I_E) জন্য গ্রাহক ভূমি ভোল্টেজ (V_{CB}) অনুভূমিক অক্ষে এবং গ্রাহক-প্রবাহ (I_C) উলম্ব অক্ষে অঙ্কিত হয় (চিত্র 8.5(ii)) বৈশিষ্ট্যরেখাগুলির তিনটি অঞ্চল : (১) ছেদক অঞ্চল (cut-off region) : এখানে $I_E \leq 0$ । সুতরাং $I_C = I_{CO}$ ও গ্রাহক ও বিকিরক উভয়েই বিপরীত বায়াসে আছে। $I_E = 0$ রেখার নীচের অঞ্চল হল ছেদক অঞ্চল। (২) সক্রিয় অঞ্চল (active region) : এখানে $I_E > 0$ এবং বিকিরক অগ্রবায়াসে ও গ্রাহক বিপরীত বায়াসে। I_{CO}-এর মান ধ্রুব হওয়ায় গ্রাহক প্রবাহ বিকিরক প্রবাহের সমানুপাতিক। অবশ্য এখানে আর্লি প্রভাব (Early efect)-এর ফলে I_C-এর মান V_{CB}-এর বৃদ্ধির সাথে অল্প বাড়বে। এর ফলে সক্রিয় অঞ্চলে বিভিন্ন I_E-এর মান-এর জন্য কতগুলি সরলরেখা পাওয়া যাবে। যেহেতু $\alpha < 1$ সুতরাং $I_C < I_E$, (৩) সংপৃক্ত অঞ্চল (Saturated region) : এখানে গ্রাহক ও বিকিরক উভয়েই অগ্রবায়াসে থাকে। ফলে অল্প গ্রাহক-ভূমি ভোল্টেজের (V_{CB}) পরিবর্তনে গ্রাহক প্রবাহ (I_C) অনেক পরিবর্তিত হ

$V_{CB} \leq 0$ হতে সক্রিয় অঞ্চলের বামপাশ অবধি সংপৃক্ত অঞ্চল।

8.5.3 সাধারণ বিকিরক বিন্যাস (Common emitter / CE configuration)

এক্ষেত্রে বিকিরক সাধারণ প্রান্ত এবং বিকিরক ভূমি অগ্রবায়াসে থাকবে। বিকিরক উচ্চ ডোপিং যুক্ত এবং ভূমিতে অপেক্ষাকৃত কম ডোপিং করা হয় ও বেধ কম রাখা হয়। npn ট্রানজিস্টারের ক্ষেত্রে বাধক বিভব-এর চেয়ে বেশি বিভব প্রভেদ প্রয়োগে ইলেকট্রনগুলি সন্ধিতল অতিক্রম করে ভূমিতে পৌছায় ও প্রায় সবগুলি গ্রাহকে গিয়ে প্রচুর বাহক সরবরাহ সৃষ্টি করে। এক্ষেত্রে কার্শফের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$I_E = I_B + I_C$$

যেহেতু $I_C = \alpha I_E$,

সুতরাং, $I_C = \alpha (I_B + I_C)$

বা, $I_C = \alpha I_B / (1 - \alpha) = \beta I_B$

সুতরাং, $\beta = \dfrac{\alpha}{(1 - \alpha)}$

এবং $\alpha = \dfrac{\beta}{(1 + \beta)}$

β-কে বলা হয় স্থির প্রবাহ বিবর্ধনাঙ্ক। আবার যেহেতু

$I_C = \alpha I_E + I_{CO}$,

সুতরাং, $I_C = \beta (I_B + I_C) / (\beta + 1) + I_{CO}$

বা, $I_C = \beta I_B + (\beta + 1) I_{CO} = \beta I_B + I_{CEO}$

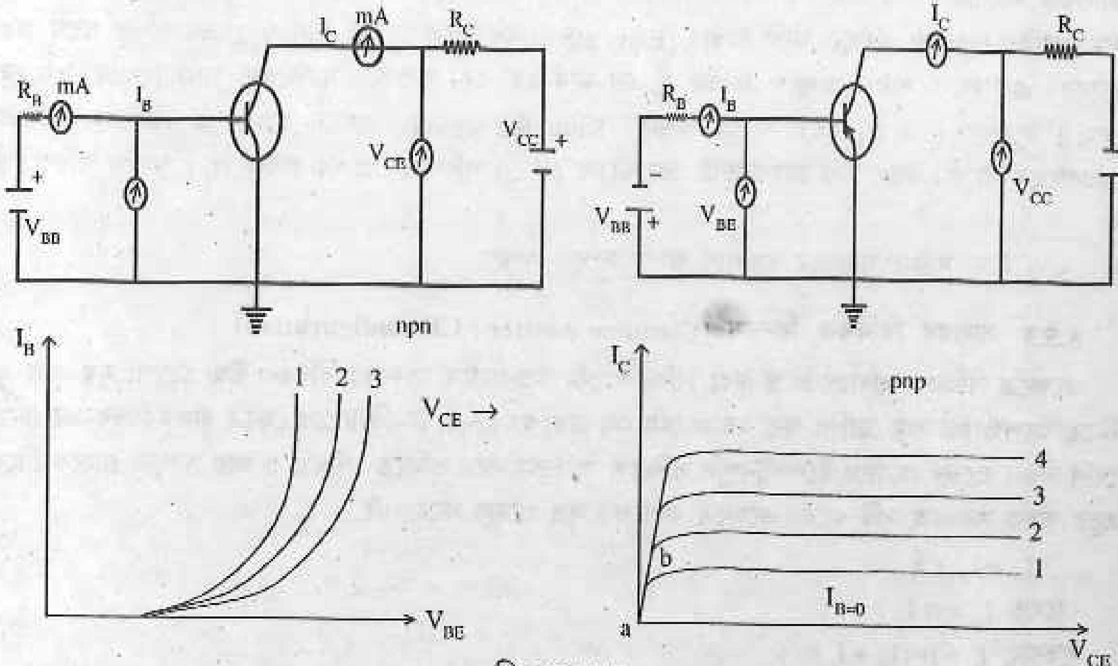
যেহেতু, $I_{CEO} = (\beta+1)I_{CO}$

$$= \frac{I_{CO}}{(1-\alpha)}$$

I_{CEO} হল গ্রাহক প্রবাহ যখন ভূমি খোলা বর্তনীতে থাকে। চিত্রে 8.5(iii) npn ও pnp বর্তনী দেখানো হয়েছে।

CB বিন্যাসের মতোই CE বিন্যাসেও দুই ধরনের বৈশিষ্ট্যরেখা থাকে। আগমন বৈশিষ্ট্যরেখার ক্ষেত্রে বিভিন্ন V_{CE}-এর মান এর জন্য $V_{BE} - I_B$ লেখচিত্র করা হয়। ইহা অগ্রবায়াস ডায়োডের মতো লেখচিত্র হয়। এক্ষেত্রে I_B-এর মান V_{CE}-র সাথে পরিবর্তিত হয়। V_{BE}-এর মান Si-এর ক্ষেত্রে 0·5V থেকে 0·6V-এর থেকে এবং Ge-এ ক্ষেত্রে 0·1V থেকে 0·2V-এর মধ্যে থাকে।

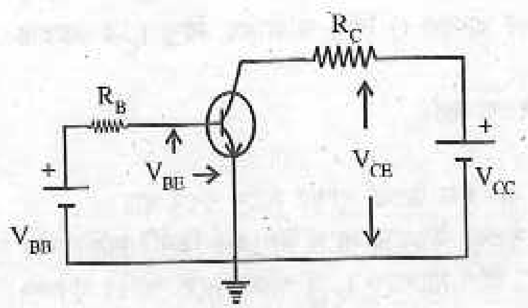
নির্গমন বৈশিষ্ট্যরেখায় V_{CE}-I_C লেখচিত্র অঙ্কিত হয় বিভিন্ন I_B-এর মান এর জন্য। নিম্নে চিত্র 8.5(iii)-এ CE বিন্যাসের বর্তনী (n-p-n ও p-n-p-র জন্য) এবং তাদের বৈশিষ্ট্যরেখা দেখানো হয়েছে।



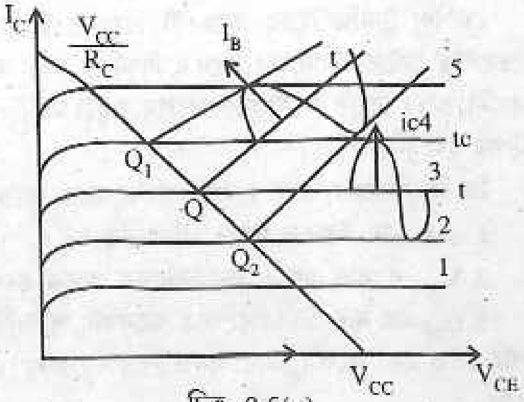
চিত্র 8.5(iii)

পূর্বেকার মতো ছেদক অঞ্চলে (bc) $I_B = 0$ এবং $I_C = I_{CEO}$। I_{CEO} কে সাধারণ বিকিরক ক্ষরণ প্রবাহ বলা হয়ে থাকে। ইহা বিপরীত সংখ্যালঘু প্রবাহ ও পৃষ্ঠতলের ক্ষরণ প্রবাহের উপর নির্ভরশীল। যদি $I_E = 0$ হয়, তবে বিপরীত গ্রাহক সংপৃক্ত প্রবাহকে বলা হবে I_{CBO} যেখানে $I_{CBO} > I_{CO}$, কারণ পৃষ্ঠতলের ক্ষরণ প্রবাহ ভোল্টেজের সমানুপাতিক। তাছাড়া বিকল ভোল্টেজে পৌঁছানোর আগেই সম্প্রপাত ক্রিয়া শুরু হয়ে যায়। তাই ছেদক অঞ্চলে অল্প বিপরীত বায়াস বিশেষ জরুরী। Ge ট্রানজিস্টারের ক্ষেত্রে এই বিপরীত বায়াস 0·1V এবং Si-এর ক্ষেত্রে ইহা 0V। সক্রিয় অঞ্চলে আর্লি প্রভাবের জন্য I_C-এর মান V_{CE}-র সাথে সামান্য হারে বৃদ্ধি পায় (bc-এর উপরের অঞ্চল)। সংপৃক্ত অঞ্চলে ab (Saturated region) V_{CE}-র অল্প পরিবর্তনে I_C-র মান অনেক পরিবর্তিত হয়। তাই I_C-র মান I_B-র উপর নির্ভর করে না।

8.5.4 ভার রেখা ও Q- বিন্দু (Load Line & Q-point)



চিত্র 8.5(iv)



চিত্র 8.5(v)

ধরা যাক, একটি ট্রানজিস্টার CE বিন্যাসে আছে। চিত্র 8.5(iv) কার্শপের সূত্রানুযায়ী এর আগমন ও নির্গমন অংশের সমীকরণগুলি হবে—

$$V_{BB} = V_{BE} + I_B R_B$$

এবং $V_{CC} = V_{CE} + I_C R_C$

এখন নির্গমন বা গ্রাহক প্রবাহ (I_C), ভূমি প্রবাহ (I_B)-র উপর নির্ভরশীল কারণ $I_C = \beta I_B$। নির্গমন বৈশিষ্ট্য রেখায় ইহা স্পষ্টভাবে পরিলক্ষিত হয়।

উপরের দ্বিতীয় সমীকরণ হতে পাওয়া যায়,

$V_{CE} = 0$ হলে $I_C = \frac{V_{CC}}{R_C}$

$= V_{CC}$ যখন $I_C = 0$

উপরোক্ত সমীকরণের দুইটি বিন্দু অর্থাৎ $(0, V_{CC}/R_C)$ ও $(V_{CC}, 0)$-কে ছেদক বিন্দু ও সংপৃক্ত বিন্দু বলে। নির্গমন বৈশিষ্ট্য রেখার 8.5(v) নং চিত্রে এই দুই বিন্দু সরলরেখায় যুক্ত হয়ে ভাররেখা সৃষ্টি করে। অন্যভাবে আমরা বলতে পারি যে, সংকেত শূন্য বর্তনীতে $= I_C = \frac{-V_{CE}}{R_C} + \frac{V_{CC}}{R_C}$

সরলরেখাটি হল ভাররেখা যার নতি $-\frac{1}{R_C}$, এই সংকেত শূন্য অবস্থার V_{CE} ও I_C-এর মান ভাররেখার যে বিন্দু নির্দেশ করে তা হল নিশ্চল কার্যকর বিন্দু (quiescent point) বা Q বিন্দু (চিত্র 8.5(v)।

উপরোক্ত প্রথম সমীকরণ হতে বলা যায় যে, নির্দিষ্ট ভূমি প্রবাহের (I_B) জন্য নির্গমন বৈশিষ্ট্য রেখাস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু (V_{CE}, I_C)-ই হবে ভাররেখাস্থিত Q বিন্দু। অর্থাৎ ভাররেখা ও নির্দিষ্ট I_B-র নির্গমন বৈশিষ্ট্য রেখার ছেদবিন্দু হল Q বিন্দু। যদি প্রবাহ I_B-র মান পরিবর্তিত হয়, তবে Q-বিন্দু ভাররেখা বরাবর ডানে বা বাঁয়ে সরে যাবে এবং অন্য একটি বৈশিষ্ট্যরেখায় গিয়ে স্থির হবে। (চিত্রে দেখানো হয়েছে)

চিত্র 8.5(v) এ দেখানো হয়েছে একটি বিবর্ধক বর্তনীতে স্বল্প মান সংকেত আরোপিত হলে সেটির বিবর্ধন ক্রিয়া কিভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। আগত সংকেতের জন্য ভূমি প্রবাহের পরিবর্তন হবে $i_B = (i_B)_0$ Sin wt— এটিকে একটি সাইন বক্র এঁকে চিত্রে দেখানো হয়েছে—এই বক্রের সময় অক্ষ ভাররেখার সাথে লম্ব। সময়ের সাথে গ্রাহক প্রবাহ I_C-র পরিবর্তন ও অনুরূপভাবে Q বিন্দুর সাপেক্ষে দেখানো হয়েছে i_C-এর সময় অক্ষটি বৈশিষ্ট্যরেখায় প্রায় সমাপতিত এটাই লক্ষণীয়। এই তরঙ্গ রূপগুলির স্কেল কিন্তু পৃথক।

Q-বিন্দুর স্থায়ীকরণ (Q-point Stabilisation)

Q-বিন্দু ট্রানজিস্টারের কয়েকটি বিষয়ের উপর নির্ভরশীল। যেন—ট্রানজিস্টারের প্রকৃতি, সংকেতের মান, ভোল্টেজ উৎসের মান, সংকেতের বিকৃতির মাত্রা ও প্রতিবাধার মান। সেজন্য যে কোনো ইলেকট্রনিক বিবর্ধক বর্তনীতে Q বিন্দুর স্থায়ীকরণ বিশেষ জরুরী। V_{CE} ও I_C স্থির থাকলে Q বিন্দু স্থায়ী হয়, কিন্তু I_C-র উষ্ণতার উপর ইহা নির্ভরশীল।

কি কি বিষয়ের উপর I_C পরিবর্তিত হতে পারে নিম্নে দেওয়া হল।

1. β-র মান উষ্ণতার সাথে পরিবর্তিত হয়।

2. V_{BE}-র মান একটি ট্রানজিস্টারের ক্ষেত্রে ধ্রুবক থাকে না। ইহা উষ্ণতা বৃদ্ধির সাথে কমে যায়।

3. I_{CO}-এর মান উষ্ণতা বৃদ্ধিতে অনেকটা পরিবর্তিত হয়। সুতরাং উষ্ণতার সাথে উপরোক্ত তিনটি রাশির মান পরিবর্তিত হয়। ফলে I_C-এর মানও স্থির থাকে না। এই তিনটে রাশি সাপেক্ষে I_C-র পরিবর্তনকে স্থায়িত্ব গুণাঙ্ক বলে।

প্রথম স্থায়িত্ব গুণাঙ্ক $S_\beta = \frac{\partial I_C}{\partial \beta}\Big|_{I_{CO},\, V_{BE}}$

দ্বিতীয় স্থায়িত্ব গুণাঙ্ক $S_{BE} = \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}}\Big|_{I_{CO},\, \beta}$

তৃতীয় স্থায়িত্ব গুণাঙ্ক $S_{CO} = \frac{\partial I_C}{\partial I_{CO}}\Big|_{V_{BE},\, \beta}$

তিনটের মধ্যে S_{CO} সবচেয়ে প্রয়োজনীয়।

আমরা জানি $I_C = \beta I_B + (1+\beta) I_{CO}$

সুতরাং $S_{CO} = (\partial I_C / \partial I_{CO})_{VBE,\, \beta}$

সুতাং $S_{CO} = (1+\beta) / (1-\beta)(\partial I_B - \partial I_C) V_{BE,\, \beta}$

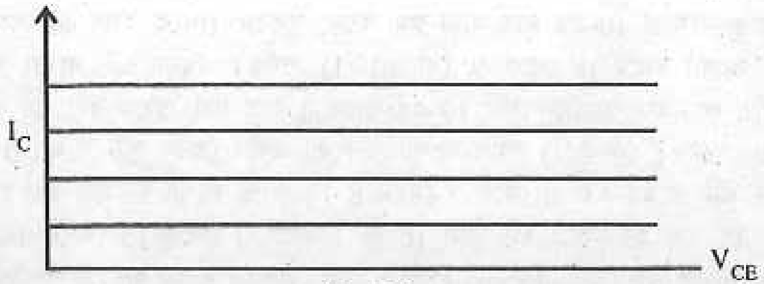
[প্রথম I_C-এর সমীকরণকে ডিফারেনসিয়াল $(\partial/\partial I_C)$ করে পাই]

উপরের সমীকরণ থেকে বোঝা যায় যে S_{CO}-র মান যত কম হবে অর্থাৎ যখন $S_{CO} = 1$ হবে তখন $(\partial I_B / \partial I_C)_{VBE},\, \beta$ এই রাশিটির মান হইবে -1, সুতরাং I_B বৃদ্ধির সাথে I_C-র মান হ্রাস হওয়া দরকার সুতরাং I_B ও β এমনভাবে পরিবর্তিত হওয়া দরকার যাতে I_C ও V_{BE} স্থির থাকে এবং Q বিন্দুর স্থায়িত্ব বজায় থাকে।

8.5.5 সাধারণ গ্রাহক বিন্যাস ও আদর্শ ট্রানজিস্টার (Common Collector / CC Configuration and ideal transister)

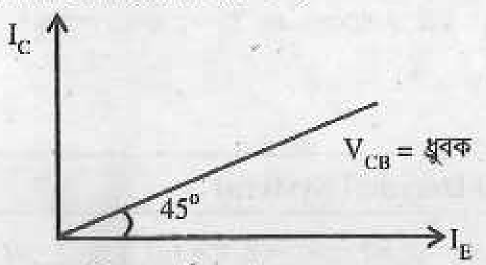
সাধারণ প্রান্তে যখন গ্রাহক থাকে অর্থাৎ সাধারণ বিকিরক বিন্যাসে (CE) গ্রাহক ও বিকিরকের স্থান পরিবর্তন করে সাধারণ গ্রাহক বা CC বিন্যাস পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে বৈশিষ্ট্য রেখাগুলি CE বিন্যাসের মতোই হয়। এটাকে অনেক সময় বিকিরক অনুচর বা (emitter follow) বিন্যাস বলা হয়।

এবারে আদর্শ ট্রানজিস্টারের বিষয় কিছু বলা হবে। এই ট্রানজিস্টারে বাস্তব ট্রানজিস্টারের মতো কোনো বিকল ও সংপৃক্ত অঞ্চল থাকে না। $I_B = 0$ হলে $I_C = 0$ হয়। অর্থাৎ এক্ষেত্রে $I_{CO} = 0$। বিকিরক ও ভূমি আদর্শ সন্ধি ডায়োডের মতো আচরণ করবে। অর্থাৎ শূন্যমানের অগ্ররোধ থাকবে। নির্গমন রেখাগুলি স্বাভাবিক ভাবে V_{CE} অক্ষের সমান্তরাল হবে। নিম্নে চিত্র (ক)-এ দেওয়া হল।

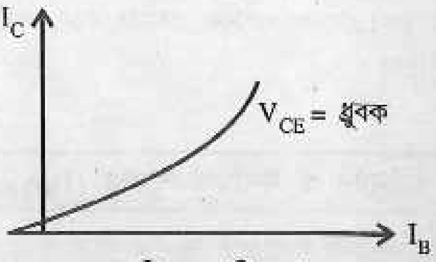


চিত্র (ক)

এই আগমন ও নির্গমন বৈশিষ্ট্যরেখা ছাড়া ট্রানজিস্টারের আর একটি বৈশিষ্ট্যরেখা অঙ্কন করা যায়। তাহার নাম বিনিময় বৈশিষ্ট্যরেখা। (চিত্র খ)



CB বিন্যাস (চিত্র-খ)



CE বিন্যাস (চিত্র-গ)

CB বিন্যাসে স্থির V_{CB}-র জন্য $I_C - I_E$ লেখচিত্রকে বিনিময় বৈশিষ্ট্যরেখা বলা হয়। এটি প্রায় 45^o কোণে নত একটি সরলরেখা। অর্থাৎ প্রবাহ বিবর্ধন $\alpha = I_C / I_E = \tan 45^o = 1$

pnp ট্রানজিস্টারের ক্ষেত্রে $I_E = I_C + I_B$। সুতরাং বলা যায় ভূমি প্রবাহ (I_B) নগন্য। CE বিন্যাসে বিনিময় বৈশিষ্ট্যরেখা স্থির V_{CE}-র জন্য $I_C - I_B$ লেখচিত্র সৃষ্টি করে। এখানে I_B-র অল্প পরিবর্তনে I_C অনেকখানি পরিবর্তিত হয়। যখন I_B=0, তখনও কিছু গ্রাহক প্রবাহ পাওয়া যায়। ইহা সাধারণ বিকিরক ক্ষরণ প্রবাহ (I_{CEO})।

8.6 সংখ্যা প্রকাশের পদ্ধতি

আমরা সাধারণত দশমিক পদ্ধতিতে সংখ্যা লেখা এবং হিসাব করার কাজ করে থাকি। এটা এতই পরিচিত যে, লেখার সাধারণ পদ্ধতি নিয়ে আমাদের মাথা ঘামাতে হয় না। কিন্তু কমপিউটার বা একটি যন্ত্র যখন গণনা করার কাজে ব্যবহৃত হয়, তখন তার সংখ্যা প্রকাশের একটি নিজস্ব পদ্ধতি আছে। এই বিশেষ পদ্ধতি আমরা এই এককে আলোচনা করছি। মনে করা যাক, একটি সংখ্যা

5482·753

দেওয়া হল। এখন এটা তৈরি হল কীভাবে ? দশমিক বিন্দুর বাঁদিকের সংখ্যাগুলি সব 10-এর ক্রমাগত বাড়তে থাকা ধনাত্মক ঘাত। ডানদিকের সংখ্যাগুলি 10-এর ক্রমাগত বাড়তে থাকা ঋণাত্মক ঘাত। অর্থাৎ

$$5482{\cdot}753 = 5 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 2 \times 10^o$$
$$+ 7 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$$

যেহেতু উপরোক্ত সংখ্যায় 10-এর ঘাত বাড়া-কমা হচ্ছে, সুতরাং 10-কে বলব এই সংখ্যা পদ্ধতির ভূমি (base)। এখানে সংখ্যা আছে 0 থেকে 9 (বা 10 - 1) পর্যন্ত। এজন্য এই সংখ্যা পদ্ধতিকে দশমিক (Decimal) পদ্ধতি বলা হয়। যেখানে ভূমি 10-এর বদলে 2 হয়ে যায়, তাকে বলা হয় বাইনারি (binary) পদ্ধতি সেখানে 0 থেকে 1 (বা 2-1) পর্যন্ত সংখ্যা থাকবে। অর্থাৎ কেবল দুটি সংখ্যা 0 আর 1 থাকবে।

একইভাবে যদি ভূমি 8 হয় এবং 0 থেকে 7 (মানে 8–1) পর্যন্ত সংখ্যা ব্যবহার করা হয়, সেই পদ্ধতিকে অষ্টক (octal) পদ্ধতি বলা হয়। আর যদি ভূমি 16 হয়,। অর্থাৎ 0 থেকে 15 (মানে 16–1) পর্যন্ত সংখ্যা ব্যবহৃত হয়, তাকে ষট দশমিক (hexadecimal) পদ্ধতি বলে। এখানে সংখ্যা ব্যবহার পদ্ধতি একটু অন্যরকম। ষোলটা আলাদা সংখ্যা বা সংকেত হতে হবে। মাত্র দশটা অর্থাৎ 0 থেকে 9 এবং বাকি ছটা সংখ্যা A, B, C, D, E এবং F সংকেত ব্যবহার করা হয়। অর্থাৎ মোট 16 টি সংখ্যা ব্যবহার করা হয়।

এইভাবে যে কোনও ভূমির সংখ্যা পদ্ধতি গঠন করা সম্ভব। তবে বাস্তবে যন্ত্রগণনার কাজে বাইনারি পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়। কোনও কোনও ক্ষেত্রে যেমন, কমপিউটারের মাইক্রোপ্রসেসর-এর চালনাতে ষটদশমিকও কাজে লাগানো হয়।

8.7 বাইনারি ও দশমিক পদ্ধতি (Binary and Decimal System)

সর্বপ্রথম দশমিক পদ্ধতিতে আপনি কীভাবে সংখ্যা লেখেন, তা আলোচনা করা যাক। 0, 1, 2, ..., 9 পর্যন্ত তারপর এককের ঘরে 0, দশকের ঘরে 1, এইভাবে আপনি লিখে থাকেন। এইভাবে 10, 11, 12, ... 99 পর্যন্ত, লেখা যায়, তারপর একক-দশক দুটোই 0 হয়ে শতকের ঘরে। এইভাবে এগিয়ে চলেন।

বাইনারি পদ্ধতিতে কেবল দুটো সংখ্যা ব্যবহার করা যায়, 0 আর 1। এই পদ্ধতিতে 10 মানে 2 (দশমিক পদ্ধতিতে), তারপর 11 (মানে দশমিকে 3), 100, 101 ইত্যাদি।

আপনাদের সুবিধার জন্য সারণী (A) তে কয়েকটি সংখ্যা দেওয়া হল। এগুলি নিজে নিজে অভ্যাস করুন ও মিলিয়ে দেখুন।

এরপর আলোচনা করব—দশমিক ও বাইনারি সংখ্যার পারস্পরিক পরিবর্তন। তার বিভিন্ন পদ্ধতি আছে। সবচেয়ে জনপ্রিয় পদ্ধতিটি এখানে উল্লেখ করা হয়েছে।

8.8 দশমিক থেকে বাইনারি

প্রদত্ত দশমিক সংখ্যাটিকে 2 দিয়ে ভাগ করে যান, যতক্ষণ না ভাগফল 0 হয়। প্রতি ক্ষেত্রে ভাগশেষ ডানদিকে লিখতে থাকুন। অবশ্যই তা 0 অথবা 1 হবে, এইবার বিপরীত দিক থেকে ভাগশেষের যে ক্রমটি পাওয়া যাবে, তাই হবে প্রদত্ত সংখ্যার বাইনারি রূপ। উদাহরণ নীচে দেওয়া হল।

মনে করুন প্রদত্ত দশমিক সংখ্যা 17, একে ক্রমাগত 2 দিয়ে ভাগ করে এবং ভাগশেষ লিখে দাঁড়াবে নিম্নরূপ।

$$\begin{array}{r|l l}
2 & 17 & \\
2 & 8 & 1 \\
2 & 4 & 0 \\
2 & 2 & 0 \\
 & 1 & 0
\end{array} \uparrow$$

সুতরাং 17-র বাইনারি সমতুল্য 10001

আর একটি উদাহরণ :

$$
\begin{array}{r|l l}
2 & 25 & \\
2 & 12 & 1 \\
2 & 6 & 0 \\
2 & 3 & 0 \\
2 & 1 & 1 \\
 & 0 & 1 \\
\end{array}
\uparrow
$$

অতএব 25-এর বাইনারি সমতুল্য 11001 .

যদি কোনও দশমিক সংখ্যায় পূর্ণসংখ্যা ও ভগ্নাংশ দুই-ই থাকে, তখন উভয়কে পৃথকভাবে বাইনারিতে পরিবর্তন করে। একসঙ্গে লিখে দেবেন।

যথা ঃ $(25{\cdot}625)_{10} \equiv (11001{\cdot}101)_2$

8.9 বাইনারি থেকে দশমিক

দশমিক পূর্ণসংখ্যাকে দশ (10)-এর ক্রমবর্ধমান ধনাত্মক ঘাত দিয়ে গুণ করে তাদের যোগফল হিসাবে লেখা যায়। যেমন

$$
\begin{aligned}
203 &= 2 \times 10^{3-1} + 0 \times 10^{2-1} + 3 \times 10^{1-1} \\
&= 2 \times 10^2 + 0 + 3 \times 10^0
\end{aligned}
$$

অনুরূপভাবে বাইনারি পধ্বতির ক্ষেত্রে লিখতে হবে 2-এর ক্রমবর্ধমান ধনাত্মক ঘাত দিয়ে গুণ এবং তাদের যোগফল, এইভাবেই বাইনারি সংখ্যাকে দশমিকে পরিবর্তন করা হয়। যেমন—

$$
\begin{aligned}
11001 &\Rightarrow 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
&= 16 + 8 + 0 + 0 + 1 \\
&= 25 \\
\therefore\ & (11001)_2 = (25)_{10}
\end{aligned}
$$

আর একটা উদাহরণ ঃ

$$
\begin{aligned}
10111 &\Rightarrow 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
&= 16 + 0 + 4 + 2 + 1 \\
&= 23 \\
\therefore\ & (10111)_2 = (23)_{10}
\end{aligned}
$$

যদি বাইনারি পূর্ণসংখ্যা না হয়ে বাইনারি ভগ্নাংশ হয়, তখন 2-এর ঋণাত্মক ঘাত ব্যবহার করা হয়। যেমন—

$$
\begin{aligned}
0{\cdot}1011 &\Rightarrow 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} \\
&= 0{\cdot}687 \\
\therefore\ & (0{\cdot}1011)_2 = (0{\cdot}6875)_{10}
\end{aligned}
$$

বাইনারি সংখ্যার 0 বা 1 কে বিট (bit) বলা হয়। শব্দটি binary digit-এর সংক্ষেপে লিখন। কোনো বাইনারি সংখ্যার সবচেয়ে বাঁদিকের বিটটিকে MSB (Most Significant Bit) বলে। সবচেয়ে ডানদিকের বিটটিকে LSB

(Least Significant Bit) বলে। অনেকসময় সংখ্যার নীচে ক্ষুদ্র অক্ষরে তার ভূমিও লেখা হয়। যেমন—

$25_{10} = 11001_2$

অর্থাৎ ভূমি 10-(বা দশমিক) পদ্ধতির সংখ্যা 25-এর ভূমি –2 (বা বাইনারি) পদ্ধতির রূপ হল 11001.

এ হল দশমিক পূর্ণসংখ্যাকে বাইনারিতে রূপান্তরিত করার পদ্ধতি। দশমিক ভগ্নাংশকে বাইনারিতে রূপান্তরণের পদ্ধতি একটু অন্যরকম। সে ক্ষেত্রে 2 দিয়ে ভাগ না করে গুণ করতে হয়। প্রতি ক্ষেত্রে পূর্ণসংখ্যা 0 বা 1 হবে। তা পাশে লিখতে হয়। অবশিষ্ট ভগ্নাংশকে আবার 2 দিয়ে গুণ করতে হয়। এরকম চলবে যতক্ষণ ভগ্নাংশ শূন্য হয়ে না যায়। তবে শূন্য নাও হতে পারে। কতখানি সূক্ষ্মতা (accuracy) প্রয়োজন, তার উপর নির্ভর করে প্রক্রিয়াটি কিছুদূর অবধি চালিয়ে নিয়ে যেতে হবে। পাশে অর্থাৎ ডানদিকে 1 বা 0-এর যে ক্রম তৈরি হল, তাই দশমিক ভগ্নাংশটির বাইনারি রূপ। উদাহরণ নীচে দেখান হল :

মনে করা যাক্ প্রদত্ত ভগ্নাংশ 0·625

$0{\cdot}625 \times 2 = 1{\cdot}250 \rightarrow 1$

$0{\cdot}250 \times 2 = 0{\cdot}50 \rightarrow 0$

$0{\cdot}50 \times 2 = 1{\cdot}0 \rightarrow 1$

এখানে গুণফলের ভগ্নাংশ 0 হয়ে গেছে তাই সমাপ্ত।

যদি কোনও বাইনারি সংখ্যায় পূর্ণসংখ্যা এবং ভগ্নাংশ দুই-ই একে উভয়কে পৃথকভাবে দশমিকে পরিবর্তন করে এককে লিখতে হবে। যেমন,

$(1111{\cdot}101)_2 = (15{\cdot}625)_{10}$

সারণী—A : বিভিন্ন (দশমিক ও বাইনারি) সংখ্যা পদ্ধতির পারস্পরিক তুলনা দেওয়া হল।

দশমিক সংখ্যা	বাইনারি সমতুল্য
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001

8.10 বাইনারি যোগ-বিয়োগ

বাইনারি পদ্ধতিতে মাত্র দুটি সংখ্যা 0 এবং 1-কে ব্যবহার করে যোগ ও বিয়োগের অঙ্ক কষার কাজ করা হয়ে থাকে। ক্যালকুলেটর বা কমপিউটারের ভেতরকার ইলেকট্রনিক বর্তনীতে সেই কাজই করা হয় বৈদ্যুতিক সংকেতে। এই কারণের বাইনারি সংখ্যার ব্যবহার খুবই প্রচলিত। মাত্র দুটি সংখ্যা 0 ও 1 দিয়েই বোঝানো যায় সুইচ অন-অফ বা বিভবের উপস্থিতি বা অনুপস্থিতি। কিন্তু দশমিক পদ্ধতি হলে 0 থেকে 9-এর জন্য দশ রকমের সংকেত প্রয়োজন হত।

প্রসঙ্গত, কমপিউটারে যাবতীয় গাণিতিক প্রক্রিয়া কেবল বাইনারি যোগ দ্বারাই করা হয়। যেমন বিয়োগ মানে ঋণাত্মক সংখ্যা যোগ, গুণ মানে বারে বারে যোগ করা, এমনকি বড় বড় লগারিদম বা এক্সপোনেনসিয়াল সবই যোগ আকারে প্রকাশ করা হয়। কমপিউটারের ভিতরে ইলেকট্রনিক বর্তনীতে 0 ও 1ই আদান-প্রদান হয়। এখন দেখা যাক্ বাইনারি যোগ কিভাবে করা হয়। চারটি মূল যোগ প্রক্রিয়া হল —

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
এবং $1 + 1 = 10$

শেষেরটি এক আর এক দুই, মানে বাইনারি 10, একইভাবে

$1 + 1 + 1 = 11$ (মানে তিন)

$1 + 1 + 1 + 1 = 100$ (মানে চার)

এখন নীচের যোগটি দশমিক পদ্ধতির মতো একই নিয়মে হবে।

$$\begin{array}{r} 1101 \\ +\ 1011 \\ \hline 11000 \end{array}$$

এখানে,

এককের ঘরে : 1 আর 1-এ 10-এর 0, হাতে রইল 1

দশকের ঘরে : 1 আর 0 আর হাতের 1 যোগ করে 10, তার 0 নামল, আবার হাতের রইল 1

শতকের ঘরে : 0 আর 1 আর হাতের 1 যোগ করে 10 তার 1 নামল, হাতে রইল 1.

সহস্রের ঘরে : 1 আর 1 আর হাতের 1, যোগ করে 11, তার 1 নামল, হাতের 1 গেল অযুতের ঘরে।

ইচ্ছা করলে এই সংখ্যাগুলি দশমিক পরিবর্তন করে মেলানো যেতে পারে। যেমন অঙ্কটা $13 + 11 = 24$

আর একটি উদাহরণ :

$$\begin{array}{r} 1011{\cdot}01 \\ +\ 1100{\cdot}10 \\ \hline 10111{\cdot}11 \end{array}$$

বাইনারি বিয়োগেরও যুক্তি একই। মূল বিয়োগ প্রক্রিয়া হল—

$0 - 0 = 0$
$1 - 0 = 1$
$1 - 1 = 0$
এবং $10 - 1 = 1$

0 – 1 হলে তা ঋণাত্মক হবে, সেজন্য বাঁদিকে উচ্চতর স্থান থেকে 1 ধার করে আনতে হবে, যেমন সাধারণ দশমিক নাম্বারের ক্ষেত্রে করা হয়ে থাকে।

এখানে 0 থাকলে 10 ধরতে হবে। যেমন দশমিকে 3 থাকলে 13 ধরা হয় ইত্যাদি। উদাহরণস্বরূপ,

$$\begin{array}{r} 11011 \\ -\,10101 \\ \hline 00110 \end{array}$$

8.11 বুলীয় বীজগণিত (Boolean Algebra)

বীজগণিতে যে প্রকৃত সংখ্যা (real number) নিয়ে আমরা অভ্যস্ত, তাতে চলরাশিগুলি পূর্ণ সংখ্যা, ভগ্নাংশ, জটিল রাশি সবই হতে পারে। কিন্তু বুলীয় বীজগণিতে 0 আর 1 ছাড়া আর কোনও সংখ্যা হতে পারে না। ব্রিটিশ গণিতজ্ঞ জর্জ বুল (George Boole) এই লজিকীয় পধ্বতি উদ্ভাবন করেন। এই বুলীয় বীজগণিতের তিনটি মূল সংকারক (Operator) আছে।

(i) OR সংকারক ঃ বুলীয় চলরাশি (Boolean variable) A and B-এর OR সংকরণকে যদি অপেক্ষক (function) Y দ্বারা নির্দেশ করা হয়, তা হলে

$$Y = A + B$$

+ চিহ্ন দ্বারা OR সংকরণ (OR Operation) বোঝানো হয়। একে বাইনারি পদ্ধতিতে যোগের সঙ্গে কখনই এক করা যায় না। এর মানে হচ্ছে,

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 1$$

অর্থাৎ যে কোনো একটি চলরাশি 1 হলেই অপেক্ষকটি 1 হয়ে যাবে। সবগুলি সম্ভাব্য অবস্থাকে সারণী B-এর দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে। এই সারণী OR সংকরণের সবগুলি অবস্থা যথাযথভাবে প্রকাশ করে। একে OR সংকরণের সত্য সারণী (truth table) বলা হয়ে থাকে। প্রসঙ্গত, এর প্রতিষ্ঠাতা বুল 'সত্য' আর 'মিথ্যা' দিয়েই দুটি লজিকীয় দশা নির্দেশ করেছিলেন।

সারণী B : দুই চলরাশি যুক্ত OR সংকরণের সত্য সারণী

A	B	Y = A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR সংকরণ দুই-এর বেশি চলরাশির জন্য প্রযোজ্য। তখনও একই নিয়মে, এক বা একাধিক চলরাশি 1 হলে অপেক্ষকটির মান 1 হবে। n-সংখ্যক চলরাশির OR সংকরণ প্রকাশ করতে 2^n সংখ্যক সারিযুক্ত সত্য সারণী প্রয়োজন হবে। OR-সংকরণকে লজিকীয় যোগ (logical Sum)-ও বলা হয়।

(ii) AND সংকারক : দুটি বুলীয় চলরাশি A এবং B-এর AND সংকরণকে লেখা হবে

$$Y = A \cdot B$$

গুণ ($\cdot$) চিহ্ন দ্বারা AND সংকরণ নির্দেশ করা হয়, AND সংকরণ-এর সত্য সারণী নিম্নরূপ :

সারণী C : দুই চলরাশিযুক্ত AND সংকরণের সত্য সারণী

A	B	$Y = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

তাহলে AND সংকরণের অর্থ হল

$$0 \cdot 0 = 0$$
$$0 \cdot 1 = 0$$
$$1 \cdot 0 = 0$$
$$1 \cdot 1 = 1$$

AND -সংকরণও দুই-এর বেশি চলরাশির জন্য প্রযোজ্য। সবগুলি চলরাশির মান 1 হলে তবেই Y-এর মান 1 হবে। যে কোনও একটি বা একাধিক চলরাশি 0 হলেই $Y = 0$ হয়ে যাবে।

AND-সংকরণকে লজিকীয় গুণ (logical product)-ও বলা হয়।

(iii) NOT সংকারক

একটি বুলীয় চলরাশি 0 বা 1 হতে পারে। NOT সংকারক -এর কাজ হল যা সংখ্যা আছে তাকে বিপরীত করে দেখানো।

যেমন— $Y = \overline{A}$

NOT সংকরণকে চলরাশির উপর শীর্ষরেখা (bar) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এর মানে $A = 0$ থাকলে তা 1 হয়ে যাবে এবং $A = 1$ থাকলে তা 0 হয়ে যাবে।

সারণী D : NOT সংকরণের সত্য সারণী

A	$Y = \overline{A}$
0	1
1	0

বুলীয় বীজগণিতের প্রধান তিনটে সংকারক AND, OR, NOT আলোচনা করা হল।

প্রকৃত সংখ্যার বীজগণিতের সঙ্গে এর কতগুলি বিশেষ পার্থক্য আছে যাহা নীচে দেওয়া হল।

যে কোনও বুলীয় চলরাশি A-এর জন্য

$$A + A = A$$

এবং $A \cdot A = A$

এছাড়া, যে কোনো বুলীয় চলরাশি A এবং B, C-এর জন্য

$$\left.\begin{aligned} A + B &= B + A \\ A \cdot B &= B \cdot A \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} A + (B + C) &= (A + B) + C \\ A(BC) &= (AB)C \end{aligned}\right\}$$

$$A(B+C) = AB + AC$$

এছাড়া

$$A + \overline{A} = 1$$
$$A \cdot \overline{A} = 0$$
$$\overline{\overline{A}} = A$$

এখানে আলোচিত AND, OR, NOT সংকরণগুলিকে গেট বলা হয়, যেগুলি বিশেষ ধরনের এক একটি বর্তনী। পরের এককে সেগুলি আলোচনা করা হল।

8.12 ডি-মরগ্যানের উপপাদ্য (De Morgan's Theorem)

বিশিষ্ট গণিতজ্ঞ ডি মরগ্যান বুলীয় চলরশি সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য প্রতিষ্ঠা করেছিলেন, যার ফলে বুলীয় বীজগণিত এবং তার ডিজিটাল বর্তনীতে প্রয়োগ আরো সমৃদ্ধিলাভ করে।

প্রথম উপপাদ্য ঃ চলরাশিসমূহের যোগের পূরক তাদের পূরকসমূহের লজিকীয় গুণের সমান হয়। অর্থাৎ A, B, ... N এগুলি যদি বুলীয় চলরাশি হয় তবে

$$\overline{A + B + \ldots\ldots\ldots + N} = \overline{A} \cdot \overline{B} \ldots\ldots\ldots \overline{N}$$

এটি যে সত্য তা এর সত্য-সারণী থেকে যাচাই করা যায়। প্রথমে একে সহজ করার জন্য দুটি মাত্র চলরাশি A এবং B নিয়ে আলোচনা করা যাক। সেক্ষেত্রে

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

নিম্নে সারণী থেকে আমরা এর সত্যতা প্রমাণ করতে পারি, অতঃএব উপরোক্ত উক্তিটি সত্য, একইভাবে আরও বেশি সংখ্যক চলরাশির ক্ষেত্রেও ইহা প্রমাণ করা যায়।

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	A+B	$\overline{A+B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0

সারণী E : $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$ এই উক্তির সত্য সারণী (truth table)

দ্বিতীয় উপপাদ্য ঃ বুলীয় চলরাশিসমূহের লজিকীয় গুণের পূরক আর তাদের পূরকের লজিকীয় যোগ সমান।

যেমন, $\overline{A \cdot B \cdot \ldots\ldots\ldots N} = \overline{A} + \overline{B} + \ldots\ldots\ldots + \overline{N}$

দুটি মাত্র চলরাশি A এবং B থাকলে,

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

সারণী F : $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ এই উক্তির সত্য সারণী (truth table)

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	A·B	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

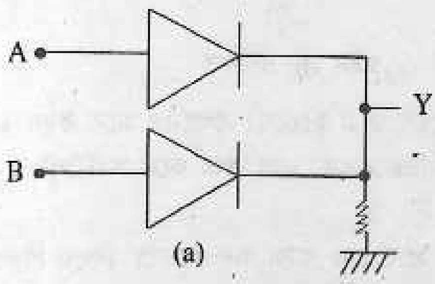
সত্য সারণীর সাহায্যে যেমন ডি মরগ্যানের উপপাদ্য দুটির সত্যতা যাচাই করা হল, ঠিক একইভাবে যে কোনও লজিকীয় উক্তি (logical expression)-এর সত্যতা পরীক্ষা করা যায়।

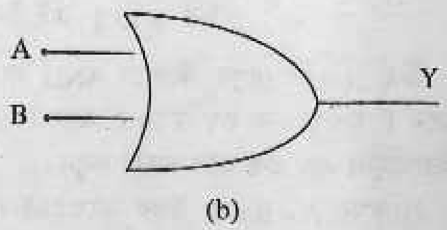
8.13 লজিক গেট (Logic gate)

এটি একটি ইলেকট্রনিক বর্তনী যেটি দুটো ডিজিট বা নম্বরের উপর নির্ভরশীল। এই বর্তনীতে এক বা একাধিক ইনপুট, সাধারণত একটিই আউটপুট থাকে। ইনপুট, আউটপুট সবই 1 অথবা 0 হয় এবং ইনপুটের কিছু নির্দিষ্ট সমন্বয়ের উপর আউটপুট অবস্থা নির্ভর করে। যেহেতু এক্ষেত্রে ইনপুট, এবং আউটপুট দুটি মাত্র অবস্থা বা নম্বরের মধ্যে সীমাবদ্ধ, সেজন্য একে ডিজিটাল বর্তনী বলে। এর ইনপুট আউটপুট অবস্থাগুলি একপ্রকার বীজগণিতের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়, তাকে বুলীয় বীজগণিত বলা হয়। (আবিষ্কার করেছিলেন বুলীয়ান নামে এক বিজ্ঞানী) এজন্য একে লজিক বর্তনী বলে। সর্বোপরি এর আউটপুট অবস্থা ইনপুটের সমন্বয়ের উপর নির্ভরশীল। অর্থাৎ এ যেন গেট বা দরজার মতো। এই সব কারণে দেখতে পাবেন, বিভিন্ন লেখায় লজিক গেট, ডিজিটাল গেট, লজিক বর্তনী, বুলীয়ান বর্তনী প্রভৃতি নানা ধরনের নাম দেওয়া হয়েছে। এখানে আমরা গেট বলব।

গেটই হল যাবতীয় জটিল ডিজিটাল বর্তনীর মূল উপাদান। কমপিউটার, ক্যালকুলেটার ইত্যাদির মধ্যে যে সব জটিল বর্তনী আছে, তাহা প্রধানত গেটের সমন্বয়। এ কারণে প্রথমেই আপনাকে গেট সম্বন্ধে ভালভাবে জানতে হবে। এই গেটের মধ্যে তিনটে মূল গেট হল AND গেট, OR গেট এবং NOT গেট। এরা ডায়োড, ট্রানজিস্টার ইত্যাদি ইলেকট্রনিক উপাদানেই তৈরী হয়ে থাকে।

8.13.1 OR গেট





8.13.1 দুই ইনপুটযুক্ত OR গেট (a) গঠন (b) সংকেত

উপরোক্ত চিত্রে (a) ডায়োড ও রোধের সাহায্যে একটি দুই ইনপুট যুক্ত OR গেট নির্মাণ করা হয়েছে। মনে করা যাক্ +5V এবং 0V পরিমাণ বিভবকে যথাক্রমে 1 এবং 0 বলে গণ্য করা হবে।

এখন A ও B ইনপুটের জন্য নিম্নলিখিত অবস্থাগুলি হতে পারে।

(i) যদি $A = B = 0$ হয়, দুটি ডায়োডই কাট্ অফ্ হয়ে থাকবে এবং আউটপুট বিভব শূন্য হবে। অতএব $Y = 0$ হবে।

(ii) যদি $A = 0$ এবং $B = 1$ হয়, B ডায়োডটি সম্মুখ বায়াসিত (forward biased) হয়ে আউটপুটে প্রায় 5V (ডায়োডের মধ্যে 0·6V বিভব পতন ছাড়া বাকিটা) বিভব এনে ফেলবে। অতএব $Y = 1$ হবে।

(iii) একইভাবে $A = 1$ এবং $B = 0$ হলে A ডায়োডটি সম্মুখ বায়াসিত হয়ে $Y = 1$ করে দেবে।

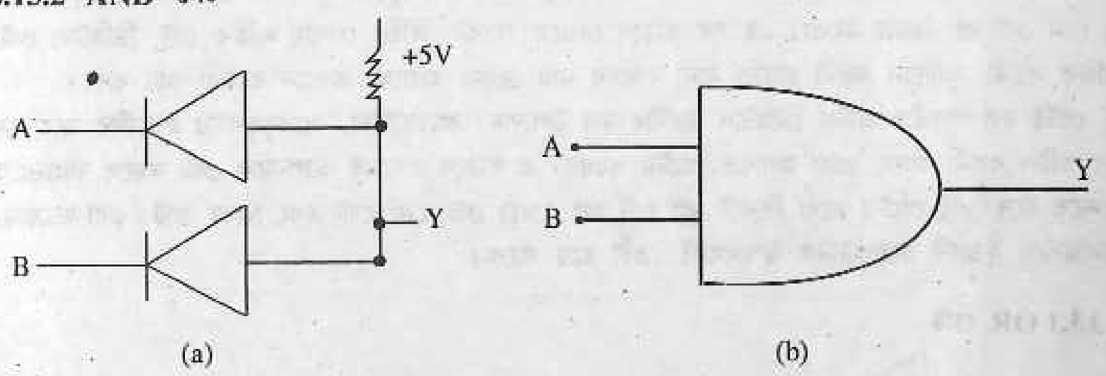
(iv) A এবং B উভয়েই 1 হলে দুটি ডায়োডই সম্মুখ বায়াসিত হবে এবং এক্ষেত্রে $Y = 1$ হবে।

উপরের চারটি অবস্থা একত্র করে দেখুন :

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

এই বর্তনীটা একটা বাস্তব OR গেট। এর একটা নির্দিষ্ট সংকেত আছে, যাহা চিত্র (b) তে দেখানো হয়েছে। এই একই যুক্তিতে আমরা তিন, চার বা তার বেশি ইনপুট যুক্ত OR গেট গঠন করতে পারি, অর্থাৎ যে কোনও একটা ইনপুট 1 হলেই আউটপুট 1 এবং সব ইনপুট 0 হলে আউটপুট 0 হবে।

8.13.2 AND গেট



চিত্র 8.13.2 : এই ইনপুটযুক্ত AND গেট (a) গঠন (b) সংকেত

চিত্র 2(a) তে দেখুন, কীভাবে AND সংকারকের বাস্তব প্রয়োগ করা হয়েছে। এখানেও মনে করুন +5V মানে 1 অবস্থা এবং 0V মানে 0 অবস্থা। A ও B ইনপুটের বিভিন্ন অবস্থা এবং তার ফলে আউটপুট Y-এর অবস্থাগুলি এক এক করে যাচাই করুন।

(i) যখন $A = B = 0$, উভয় ডায়োডেই সম্মুখ বায়াস প্রযুক্ত হবে এবং তারা অন হয়ে Y বিন্দুর বিভবকে প্রায় শূন্য মানে (0·6 v) নামিয়ে দেবে, অতএব $Y = 0$.

(ii) যখন $A = 0, B = 1$, B ডায়োডটিতে বিপরীত বায়াস প্রযুক্ত হচ্ছে বলে তা অফ্ থাকবে। কিন্তু A - ডায়োডটি সম্মুখ বায়াসিত হয়ে $Y = 0$ করে দেবে।

(iii) একইভাবে $A = 1, B = 0$ হলে A-ডায়োড অফ, B-ডায়োড অন, ফলে $Y = 0$.

(iv) যদি $A = B = 1$ হয়, উভয় ডায়োডই অফ থাকবে, সুতরাং $Y = 1$.

এই অবস্থাগুলিকে এক জায়গায় জড়ো করে দেখুন,

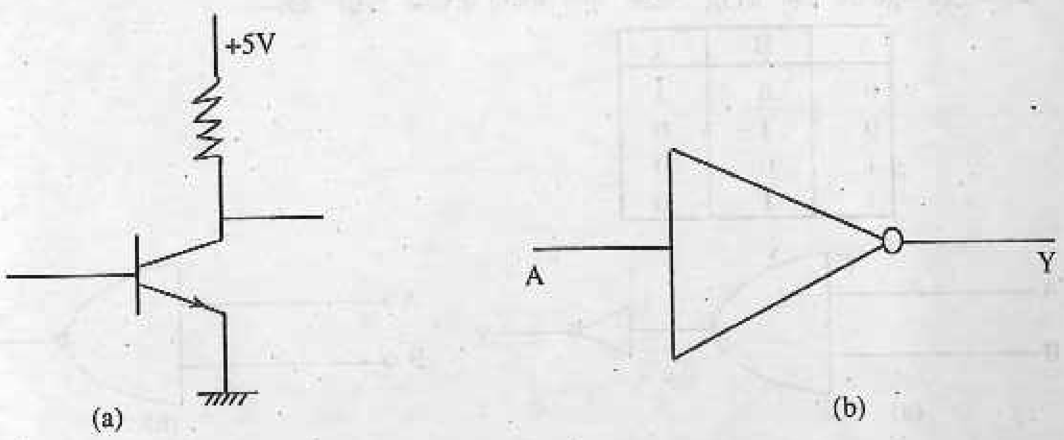
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ইহা একটি AND গেট-এর সত্য সারণী এরও নির্দিষ্ট সংকেত আছে যাহা চিত্র 8.13.2(b) তে দেখানো হয়েছে।

আরও বেশি ইনপুটযুক্ত AND গেট নিজেই গঠন করুন। যুক্তিটা হলো— যে কোনও একটা ইনপুট 0 মানেই আউট 0 এবং সব ইনপুট 1 হলে তবে আউটপুট 1.

8.13.3 NOT গেট

চিত্র 8.13.3(a) একটি NOT গেটের বর্তনী।



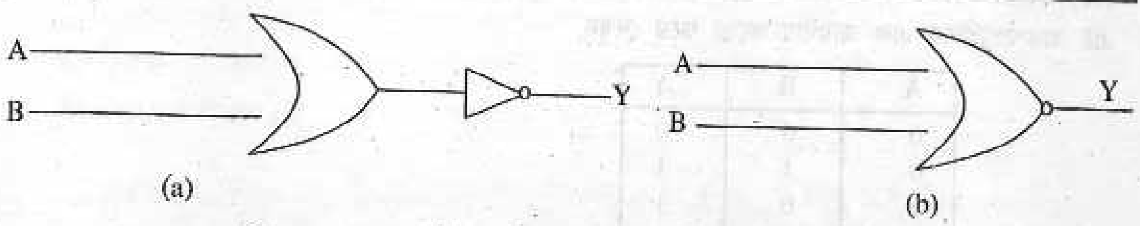
চিত্র 8.13.3 : NOT গেট (a) গঠন (b) সংকেত

ট্রানজিস্টারটি সুইচের মতো কাজ করে। যখন বেসে প্রযুক্ত ইনপুট $A = 1$, মানে উচ্চ বিভব, তখন ট্রানজিস্টর সংপৃক্ত (Saturated) হয়ে গিয়েছে এবং কালেকটারে প্রযুক্ত আউটপুট Y কে 0 করে দেবে। কিন্তু যখন ইনপুট $A = 0$ ট্রানজিস্টর কাট অফ, সুতরাং $Y = 1$ অর্থাৎ ইনপুট আউটপুট পরস্পরের বিপরীত, যেমন নীচে দেখানো হয়েছে।

A	Y
0	1
1	0

চিত্র 8.13.3(b) তে NOT গেটের সংকেত প্রদর্শিত হয়েছে।

8.14 NOR ও NAND গেট



চিত্র 8.14.1 (a) গঠন (b) সংকেত দুই ইনপুটযুক্ত NOR গেট

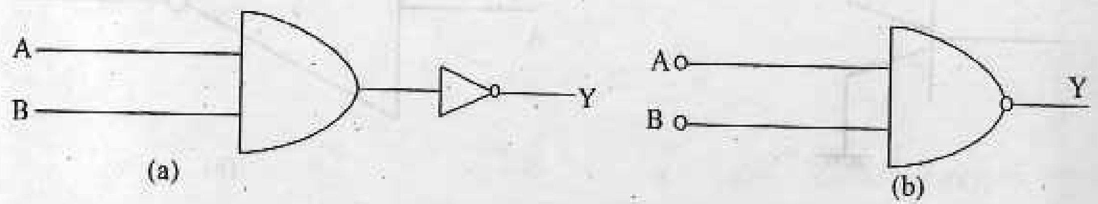
উপরোক্ত চিত্রে লক্ষ করুন একটি দুই ইনপুটযুক্ত OR গেটের পরে NOT গেট লাগানো আছে। অতএব আউটপুট হবে $Y = \overline{A + B}$ .... (8.14.1)

সম্পূর্ণ বর্তনীটির নাম দেওয়া হয় NOR গেট এবং এর সংকেত চিহ্ন চিত্র 8.14.1(b) অনুযায়ী। OR বা AND গেটের মতো এর ইনপুট বাড়ানো যায়।

যুক্তি হচ্ছে— যে কোনও একটা ইনপুট 1 হয়ে গেলেই আউটপুট 0 হয়ে যাবে। সমস্ত ইনপুট 0 হলে তবে আউটপুট 1 হবে।

আপনাদের সুবিধার জন্য NOR গেটের সত্য সারণী এখানে দেওয়া হল—

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



চিত্র 8.14.2 : (a) গঠন (b) সংকেত দুই ইনপুটযুক্ত NAND গেট

(i) চিত্রটিতে একটি দুই ইনপুটযুক্ত AND গেটের পরে NOT গেট লাগানো আছে। অতএব আউটপুট হবে

$Y = \overline{AB}$ .... (8.10.2)

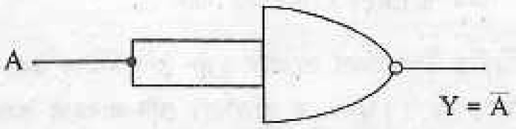
এই গেটটির নাম NAND গেট। চিত্র 8.10.2(b) তে দেওয়া হল এর সংকেত। এর সত্য সারণী এখানে দেওয়া হল

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

8.15 সর্বজনীন গেট (Universal gate)

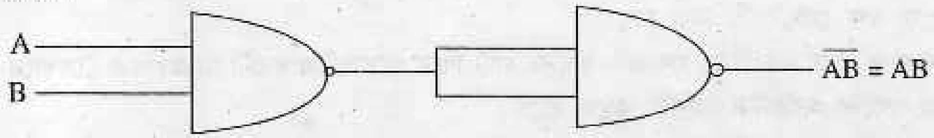
NOR এবং NAND গেটকে সর্বজনীন গেট বলা হয়। এর প্রধান কারণ হলো এই দুটো গেট থেকে আমরা মূল গেটগুলি অর্থাৎ AND গেট, OR গেট এবং NOT গেট প্রস্তুত করতে পারি। তাছাড়া এই গেটগুলিকে বিভিন্নভাবে যোগ করে অন্য যে কোনও ধরনের গেট তৈরি করা সম্ভব। কেবল NOR বা কেবল NAND গেট দিয়ে যে কোনও গেট প্রস্তুত করা সম্ভব।

নিম্নে 8.15(a) চিত্রে NOT গেট প্রস্তুতি ও গঠন দেওয়া হল। শুধু NAND গেট ব্যবহার করা হয়েছে। শুধু ইনপুটগুলিকে জুড়ে একটা ইনপুট বানানো হয়েছে।

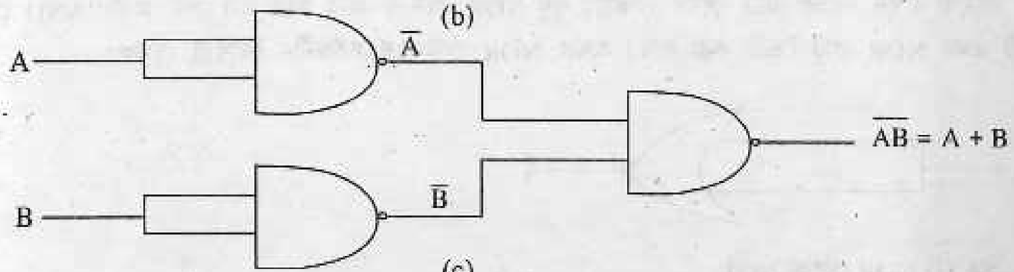


চিত্র 8.15(a)

চিত্র 8.15(b) হল, AND গেট, যাহা 'পূরিতের পূরিত' (Complement of Complement) যুক্তিতে নির্মিত হয়েছে।



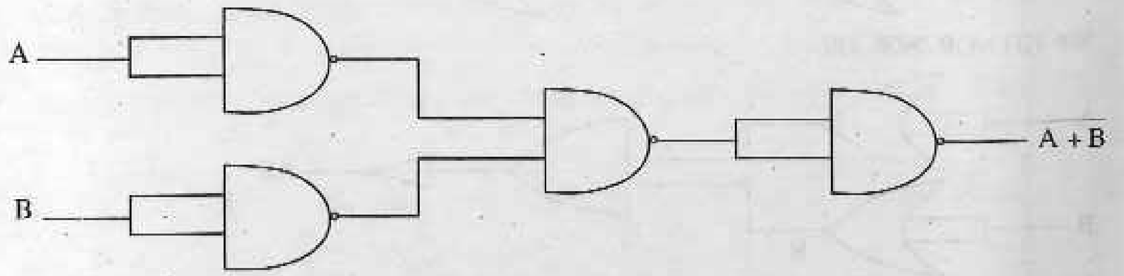
(b)



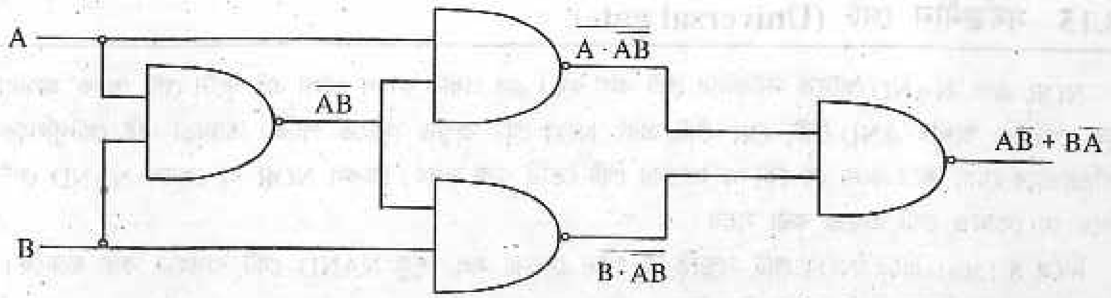
(c)

চিত্র 8.15 (a) NAND গেটের সর্বজনীন বৈশিষ্ট্য

(a) NOT গেট গঠন, (b) AND গেট গঠন, (c) OR গেট গঠন



চিত্র 8.15 (d) NOR গেট গঠন



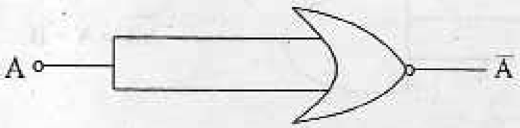
চিত্র 8.15(e) XOR গেট গঠন

চিত্র 8.15(c) তে ডি-মরগ্যানের দ্বিতীয় উপপাদ্যের প্রয়োগে OR গেট নির্মাণ করা হয়েছে। চিত্র 8.15(d) তে NOR গেট গঠন করা হয়েছে। সবশেষে 8.15(e) তে NAND গেট ব্যবহার করে এক্সক্লুসিভ OR গেট গঠিত হয়েছে। পাশে যুক্তিগুলো লিখে দেওয়া হল।

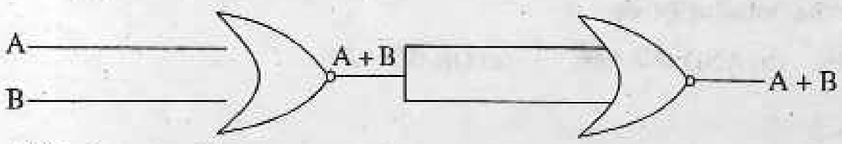
বর্তমান ইলেকট্রনিকস্ এর জগতে প্রধান অবলম্বন আই সি (Integrated Circuits)। যে কোনও বাণিজ্যিক বর্তনী এই আই সি-র সাহায্যে গঠিত হয়। এই আই সি প্রযুক্তিতে অনায়াসে সামান্য জায়গায় একই প্রয়াসে হাজার হাজার বা লক্ষ লক্ষ গেট তৈরী করা যায়।

সুতরাং গেটের সংখ্যার চেয়ে বড় বিষয় হল এক ধরনের গেট দিয়ে প্রয়োজনীয় বর্তনী নির্মাণ করা। সেখানে NAND এবং NOR গেটের সর্বজনীন বৈশিষ্ট্য কাজে লাগে।

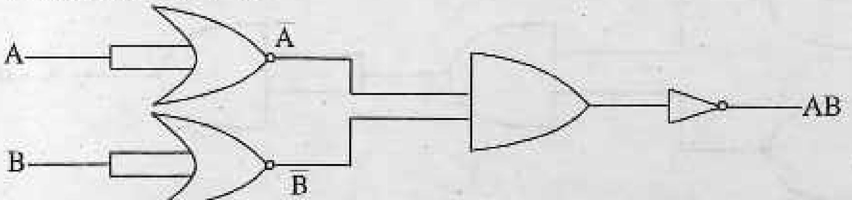
আমরা এখন নিচের চিত্রে দেখব কিভাবে শুধু NOR গেট ব্যবহার করে মূল গেট অর্থাৎ AND গেট, OR গেট এবং NOR গেট তৈরী করা যায়। অর্থাৎ NOR গেট-এর সর্বজনীন বৈশিষ্ট্য দেখব।



চিত্র (i) NOR থেকে NOT



চিত্র (ii) NOR থেকে OR



চিত্র (iii) NOR থেকে AND

8.16 সারাংশ

1. n ও p অর্ধ পরিবাহী পরস্পর যুক্ত হয়ে সন্ধি ডায়োড সৃষ্টি করে। বায়াসহীন অবস্থায় বাধক বিভব সৃষ্টি হয় যাহা কোনো ভোল্টমিটারে মাপা যায় না।

2. অগ্রবায়াসে বিচলন গতিবেগের ফলে হোল ও ইলেকট্রন সন্ধিতল অতিক্রম করে প্রবাহ সৃষ্টি করে। বিপরীত বায়াসে সংখ্যালঘু বাহকের জন্য সংপৃক্ত প্রবাহ সৃষ্টি হয়।

3. জেনার ডায়োডের বিপরীত বায়াসে ন্যূনতম ভোল্টেজের পর প্রবাহ হঠাৎ দ্রুত বৃদ্ধি পেতে থাকে। ইহাকে বিকল ভোল্টেজ বলে। ইহা ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রক হিসাবে ব্যবহৃত হয়।

4. পরপর n, p, n বা p, n, p অর্ধপরিবাহী যুক্ত করে ট্রানজিস্টার পাওয়া যায়। বামে বিকিরক E, মধ্যে ভূমি B এবং ডানে গ্রাহক C। সংকেতে যথাক্রমে বাইরের ও ভিতরের দিকে তীরচিহ্ন দিয়ে npn ও pnp ট্রানজিস্টার বোঝানো হয়। CB, CE এবং CC বিন্যাসের মধ্যে বহুল ব্যবহৃত হয় CE বিন্যাস।

5. আগমন, নির্গমন ও বিনিময়—তিন ধরনের বৈশিষ্ট্য রেখা একটি ট্রানজিস্টারের থাকে।

   বিশ্বস্ত বিবর্ধনের জন্য কার্যকর বা Q বিন্দু স্থিতিশীল হওয়া জরুরী।

6. প্রত্যাবর্তী প্রবাহ ও ভোল্টেজকে স্থির প্রবাহ ও ভোল্টেজে রূপান্তরিত করার বর্তনীকে একমুখী কারক বলে। অর্ধতরঙ্গ ও পূর্ণ তরঙ্গ একমুখী কারক ছাড়া ব্রিজ বর্তনী ব্যবহার করা হয়।

7. নির্গমন ভোল্টেজে লহরী থাকার ফলে একমুখী কারকের পর ফিল্টার বর্তনী ব্যবহার করা হয়।

8. সংখ্যা প্রকাশের বাইনারি পদ্ধতি এবং বাইনারি সংখ্যা থেকে দশমিক সংখ্যা বা দশমিক থেকে বাইনারি সংখ্যাতে আনার পদ্ধতি।

9. বুলীয় বীজগণিত ও বিভিন্ন লজিক গেট।

10. ডি মরগ্যান-এর উপপাদ্য ও সর্বজনীন গেট।

8.17 প্রশ্নমালা ও উত্তরমালা

1. সন্ধি ডায়োড কি ? ইহার নির্মাণ প্রণালী সংক্ষেপে লিখুন। বায়াসহীন ও বায়াসযুক্ত অবস্থার ব্যাখ্যা দিন।
   (8.2, 8.2.1 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)
2. একমুখী কারক কাকে বলে ?
   (8.2.2 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)
3. অর্ধ ও পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখী কারকের কি কি পার্থক্য ?
   (8.2.2(i), 8.2.2(ii) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

4. পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখী কারকের গড় বর্গ ভোল্টেজে বর্গমূল, লহরী গুণাঙ্ক ও দক্ষতার মান নির্ণয় করুন।
(8.2.2(ii) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

5. ব্রিজ একমুখী কারক কি? ইহার সুবিধা ও অসুবিধা কি কি?
(অনুচ্ছেদ 8.2.2(iii) দ্রষ্টব্য)

6. ফিল্টার বর্তনী কী? ইহা বর্তনীতে কেন ব্যবহৃত হয়?
(8.3 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

7. L-ফিল্টার কি? ইহার পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখী কারকের জন্য লহরী গুণাঙ্ক কি? ইহার মান কত?
(8.3(ii) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

8. LC-ফিল্টার ও পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখী কারকে লহরী গুণাঙ্ক কত নির্ণয় করুন।
(8.3(iii) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

9. π-ফিল্টার-এ কি হয়? পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখী কারকের ক্ষেত্রে লহরী গুণাঙ্ক নির্ণয় করুন।
(অনুচ্ছেদ 8.3(iv) দ্রষ্টব্য)

10. একটি পূর্ণ-তরঙ্গ একমুখী কারকে $I_{dc} = 350mA$, $V_{dc} = 10V$ $f = 100$ Hz। ধারক ফিল্টার ব্যবহার করলে γ ও η-এর মান কত? ($C = 200\mu$ F)

11. জেনার ডায়োড কিভাবে বর্তনীতে ভোল্টেজ নিয়ন্ত্রক হিসাবে ব্যবহৃত হয়?
(8.4 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

12. ট্রানজিস্টার কি? কি কি ধরনের ট্রানজিস্টার হয়? ইহাদের দ্বিমেরু সন্ধি ট্রানজিস্টার বলে কেন?
(8.5, 8.5(i) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

13. বিকিরক, ভূমি ও গ্রাহক কি? এদের মধ্যে প্রবাহ ও বিভবপ্রভেদের মান কিভাবে চিহ্নিত হয়?
(8.5(ii), (iii) ও (v) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

14. CB বিন্যাসে ট্রানজিস্টারের কার্যধারা, বৈশিষ্ট্যরেখা সহ ও বর্তনী সহযোগে আলোচনা করুন।
(অনুচ্ছেদ 8.5(ii) দ্রষ্টব্য)

15. চিত্র ও বর্তনীসহ CE বিন্যাসে ট্রানজিস্টারের কার্যধারা ও বৈশিষ্ট্যসমূহ আলোচনা করুন।
(8.5(iii) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

16. α ও β কি? ইহাদের মধ্যে কি সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করুন।
(8.5(iii) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

17. ট্রানজিস্টারের বিকল অঞ্চল কি? I_{CEO} ও I_{CBO} কি? দেখাও যে $I_C = \beta I_B + (1+\beta)I_{CO}$
(8.5(iii) অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

18. CB বিন্যাসে বিনিময় বৈশিষ্ট্যরেখা 45^o কোণে নত বলতে কি বোঝায় ব্যাখ্যা করুন। আদর্শ ও বাস্তব ট্রানজিস্টারের তুলনা করুন।
(8.5(v) অনুচ্ছেদ দ্রবষ্ট্য)

19. npn ট্রানজিস্টারের $\alpha = 0{\cdot}99$, $I_{CO} = 12\mu A$ ও $I_E = 2mA$ হলে I_B ও I_C-এর মান কত ?
(0·02 mA, −1·97 mA)

20. ভাররেখা ও Q বিন্দু বলতে কি বোঝায় ? Q বিন্দুর স্থায়ীকরণের শর্ত কি ?
(অনুচ্ছেদ 8.5(iv) দ্রষ্টব্য)

21. বাইনারি পদ্ধতি কি ? এই পদ্ধতির সাথে দশমিক পদ্ধতির মূল পার্থক্য কি ?
বাইনারি থেকে একটি সংখ্যাকে কিভাবে দশমিক সংখ্যায় আনা যায় উদাহরণসহ দেখান।
(অনুচ্ছেদ 8.7 ও 8.9 দ্রষ্টব্য)

22. একটি দশমিক সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় কিভাবে প্রকাশ করা যায় উদাহরণসহ লিখুন।
(8.8 অনুচ্ছেদ দেখুন)

23. বুলীয় বীজগণিত কি ? ডি মরগ্যান-এর উপপাদ্যটি বলুন।
(8.11 ও 8.12 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

24. বাইনারি পদ্ধতিতে মূল গেট কী কী এবং কেন তাদের মূল গেট বলা হয়।
সর্বজনীন গেট বলতে কি বোঝেন ?
(8.13, 8.13.1, 8.13.2, 8.13.3 ও 8.15 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)

25. দশমিক সংখ্যায় পরিবর্তন করুন।
(a) 11001, (b) 100000, (c) 111
(25, 32, 7)

26. বাইনারি সংখ্যায় পরিবর্তন করুন।
(a) 11, (b) 15, (c) 45, (d) 15.625
[$(1011)_2$, $(1111)_2$, $(101101)_2$, $(1111.101)_2$]

27. 34 ও 15-এই দুটি সংখ্যা যাহা দশমিকে আছে তাদের বাইনারি সংখ্যায় পরিবর্তন করুন এবং বাইনারি যোগ করুন এবং যোগফলকে আবার দশমিক সংখ্যায় পরিবর্তন করুন।
($34_{10} = 100010_2$ ও $15_{10} = 1111_2$ এদের যোগফল হয় $110001_2 = 49_{10}$)

28. বাইনারি পদ্ধতিতে নিম্নের সংখ্যার বিয়োগ করুন।
(a) 1011 − 111
(b) 1101 − 101
(c) 11011 − 10100
(100, 1000, 111)

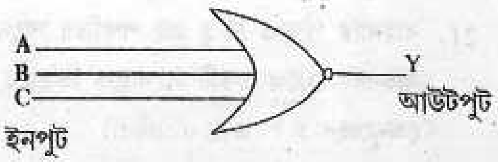
29. সরল করুন
(a) $(A + B)(A + \overline{B})$
(b) $A + \overline{A}B + \overline{A}\,\overline{B}$
(A, 1)

30. ডিজিটাল বর্তনী বলতে কী বোঝায় ? একটি 3-ইনপুটযুক্ত OR গেট-এর সত্যসারণী লিখুন।

(৪.1 অনুচ্ছেদ দেখুন।)

A	B	C	Y
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

OR গেট (3-ইনপুট) সত্য সারণী



OR গেট (সংকেত)

একক 9 □ বিশেষ অপেক্ষবাদ, তাপের কোয়ান্টাম তত্ত্ব এবং তরঙ্গ বলবিদ্যা

গঠন

9.1 প্রস্তাবনা

আপনারা নিউটনীয় বলবিজ্ঞান পড়ার সময়ে নিশ্চয় জড়ত্বীয় নির্দেশ ফ্রেম (inertial frame of reference) এর সঙ্গে পরিচিত হয়েছেন। এই ফ্রেমে যে-কোনো বেগের সাপেক্ষে নিউটনীয় সূত্রগুলির রূপ একই রকম। প্রাত্যহিক জীবনে যে একটি বস্তু যে গতিতে পৃথিবীর উপর চলে বেড়ায় তাকে একটি সমবেগে ধাবিত ট্রেনের মধ্যে কিংবা প্লেনের মধ্যে রাখলে সে একইভাবে চলবে। যেমন ধরুন আপনি একটি বল উপর দিকে ছুঁড়ে দিলেন বা একটি মুদ্রা নীচের দিকে ফেলে দিলেন, এইসব ক্ষেত্রে আপনি ভূপৃষ্ঠের উপরে থাকুন বা সমান বেগে চলছে ট্রেন বা প্লেনের মধ্যেই থাকুন — ফলাফলের কোনও তারতম্য ঘটবে না। গ্যালিলিও এবং নিউটন দুজনে এ বিষয়ে অবহিত ছিলেন যে সনাতন বলবিজ্ঞানের সূত্রগুলি সব জড়ত্বীয় ফ্রেমেই খাটে। এটিকেই আমরা সনাতন অপেক্ষাবাদের তত্ত্ব (Classical Relativity) বলতে পারি। সুতরাং নিউটনীয় বলবিজ্ঞানের সাহায্যেই আমাদের রোজকার পৃথিবীর সমস্ত ঘটনাকে ব্যাখ্যা করা যাচ্ছিল কিন্তু যখন এই সনাতন তত্ত্বকে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের বিস্তারের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হল তখন দেখা গেল যে তড়িৎচুম্বকত্বের সূত্রগুলির ব্যাখ্যা দেওয়া সম্ভব হচ্ছে না। তখনই নিউটনীয় বল বিজ্ঞানের ধারণাগুলির কিছু পরিবর্তনের প্রয়োজন হল। এটি করলেন এ্যালবার্ট আইনস্টাইন 1905 সালে, আমাদের পারিপার্শ্বিক জগৎকে চেনা ও বোঝার জন্য এই যুগান্তকারী তত্ত্বের সাহায্যে। একেই আমরা বলি বিশিষ্ট অপেক্ষাবাদ (বা আপেক্ষিকতাবাদ) (Special theory of relativity)।

আইনস্টাইনকে কিন্তু অপেক্ষবাদের ধারণার প্রতিষ্ঠাতা বলা যাবে না। তিনি শুধু অপেক্ষবাদের সনাতন ধারণাগুলিকে (যেগুলি বলবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য) যাতে ব্যাপকভাবে সব ভৌতিক ঘটনার ব্যাখ্যার ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যায় সেটি করেছিলেন। এই এককে আমরা সনাতন অপেক্ষবাদ এবং আইনস্টাইনের বিশেষ অপেক্ষবাদের নীতির সঙ্গে পরিচিত হবো। এবং এই বিশেষ অপেক্ষবাদের ফলে নিউটনীয় বলবিদ্যা থেকে লব্ধ ধারণার কিভাবে পরিবর্তন হল সেটি দেখব।

এককের দ্বিতীয় অংশে আমরা জানব বিকীরণের কোয়ান্টাম তত্ত্ব, যেটির সাহায্যে আইনস্টাইন আলোক তাড়িত ক্রিয়ার (Photoelectric effect) যথার্থ ব্যাখ্যা দিতে সক্ষম হয়েছিলেন। পুরাতন কোয়ান্টাম তত্ত্বের ধারণাকে আরও বর্ধিত করে বিজ্ঞানী লুই ডি ব্রগলী (De Broglie), হাইসেনবার্গ ও শ্রোডিংগার (Schrodinger) একটি নূতন বলবিদ্যার সৃষ্টি করেন। এটিই কোয়ান্টাম বলবিদ্যা। এইসবগুলি সম্বন্ধেই আমরা কিছু কিছু জানব এই এককে।

উদ্দেশ্য ঃ

এই এককটি পড়লে আপনি —

- বিশেষ অপেক্ষবাদ কাকে বলে জানতে পারবেন এবং বিশেষ অপেক্ষবাদের সাপেক্ষে দৈর্ঘ্য সংকোচন এবং কাল শ্লথন কাকে বলে বুঝতে পারবেন।
- আইনস্টাইনের বিখ্যাত ভরশক্তি সমতা সূত্রের উৎস কি জানতে পারবেন।
- বিকিরণের কোয়ান্টাম তত্ত্ব কাকে বলে জানবেন।
- ডি ব্রগলীর তরঙ্গ কণা দ্বৈতবাদ কি সেটি বুঝতে পারবেন।
- শ্রোডিংগারের তরঙ্গ সমীকরণ কাকে বলে জানবেন।

9.2 সনাতন অপেক্ষবাদ

প্রথমেই আমরা আমাদের আলোচনা আরম্ভ করি 'ঘটনা' শব্দটির সংজ্ঞা দিয়ে। আদর্শ অর্থে ঘটনা এমন একটি জিনিস সেটি কোনো একটি বিশেষ বিন্দুতে এবং একটি বিশেষ তাৎক্ষণিক সময়ে ঘটে থাকে। সুতরাং একটি ঘটনা বর্ণনা করার জন্য দুটি তথ্যের প্রয়োজন, যথা—ঘটনাটি কোথায় ঘটেছে এবং ঘটনাটি কখন ঘটেছে।

এই প্রশ্নের উত্তর জানার জন্য আমরা ঘটনাটিকে একটি বিশেষ নির্দেশতন্ত্রে চারটি পরিমাপের দ্বারা প্রকাশ করি। এই চারটির তিনটি হল অবস্থান সূচক এবং চতুর্থটি হল সময় সূচক। আমরা সাধারণতঃ অবস্থান নির্দেশ করি কার্টেজিয় নির্দেশাঙ্ক x, y, z দিয়ে আর সময়কে নির্দেশ করি t দিয়ে। উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে —কোনো নির্দেশতন্ত্রে (ধরা যাক পরীক্ষাগারে) দুটি বস্তু $x = 1m, y = 2m, z = 3m$ তে এবং $t = 4s$ সময়ে তখন সেই নির্দেশতন্ত্রে $(1, 2, 3, 4)$ বিন্দুটির দ্বারা ঘটনাটিকে প্রকাশ করা যায়। এর প্রথম তিনটি সংখ্যা দ্বারা বোঝা যায় ঘটনাটি কোথায় ঘটেছে এবং চতুর্থ সংখ্যাটি নির্দেশ করে কখন ঘটেছে।

সুতরাং বোঝা গেল যে কোনো ঘটনা কোথায় এবং কখন ঘটেছে সেটিকে যথার্থভাবে বর্ণনা করার জন্য আমাদের একটি নির্দেশতন্ত্র প্রতিষ্ঠা করতে হবে। এখানে আমরা আমাদের আলোচনা সে নির্দেশতন্ত্রে সীমাবদ্ধ রাখব তাকে বলে জড়ত্বীয় নির্দেশতন্ত্র বা Inertial Frame.

জড়ত্বীয় নির্দেশতন্ত্র এমন একটি নির্দেশতন্ত্র যেখানে নিউটনের প্রথম সূত্রের সত্যতা প্রতিপন্ন হয়। সুতরাং জড়ত্বীয় নির্দেশতন্ত্রে স্থির বস্তু সদা স্থির থাকে এবং বাইরের থেকে বল প্রযুক্ত না হলে গতিশীল বস্তু একই বেগে চলতে থাকে।

উপরের ধারণা থেকে এই সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে অন্য একটি জড়ত্বীয় তন্ত্রের সাপেক্ষে সমবেগে গতিশীল একটি তন্ত্র নিজেও জড়ত্বীয়।

প্রশ্নমালা — 1

নিজে করুন ঃ নীচের উদাহরণগুলি যে ফ্রেমের অন্তর্ভুক্ত সেগুলি জড়ত্বীয় না অজড়ত্বীয় লিখুন।

(a) বৃত্তীয় গতিতে ঘুর্ণায়মান গাড়ী

(b) তড়িৎ ক্ষেত্রে একটি ইলেকট্রনের ত্বরণ

(c) সর্বত্র সমগতিতে বহমান স্রোতে একটি স্থিরগতিতে চলন্ত নৌকা।

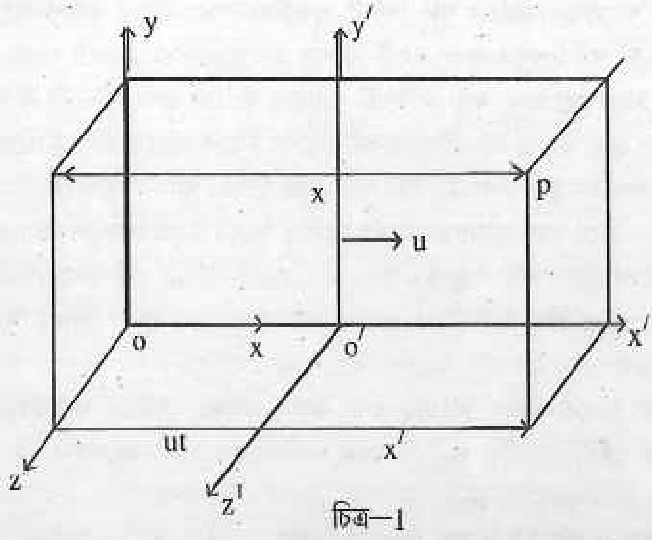
(d) টেবিলের উপর রাখা একটি আপেল।

এখন আমরা একটি জড়ত্বীয় তন্ত্রের সাপেক্ষে বর্ণিত এই ঘটনার দেশ ও কালের (space and time) মাপকে অন্য একটি জড়ত্বীয় তন্ত্রের সাপেক্ষে প্রকাশ করতে চাই। উদাহরণ স্বরূপ ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে একটি ট্রেন সমগতিতে চলেছে। এই ট্রেনের মধ্যে একটি বল উপর দিকে ছোঁড়া হল। ট্রেনের মধ্যে নির্দেশাঙ্ক অনুসারে এই বলটি সোজা উপরে উঠে আবার সেই পথেই নেমে আসবে। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন নির্দেশাঙ্কের সাপেক্ষে বলের গতির বর্ণনা কিভাবে দেওয়া যাবে ? এজন্য যে উপায়টির সাহায্য নিতে হবে তাকে বিজ্ঞানী গ্যালিলেওর নাম অনুসারে বলা হয় গ্যালিলেওর নির্দেশাঙ্কের রূপান্তর।

9.2.1 গ্যালিলেওর নির্দেশাঙ্কের রূপান্তর এবং গ্যালিলেওর অপেক্ষবাদ

আমরা দুটি জড়ত্বীয় ফ্রেম বা তন্ত্র S এবং S' নিলাম। মনে করি s', s-এর সাপেক্ষে $\bar{u}$ বেগে চলেছে। $\bar{u}$-এর মান স্থির। আমরা এই দুটি ফ্রেমের x এবং x' অক্ষকে গতির দিকে নিলাম। এবার ধরা যাক y অক্ষটি

y' অক্ষের এবং z অক্ষটি z' অক্ষের সমান্তরাল। এছাড়া যখন দুটি ফ্রেমের মূলবিন্দু o এবং o' একই বিন্দুতে অবস্থান করে সেই সময়টিকে $t = o$ ধরা হল।



চিত্র—1

মনে করি একটি ঘটনা E কে P বিন্দু দ্বারা প্রকাশ করা হল। (চিত্র 1 দ্রষ্টব্য)। দুটি ফ্রেমের দর্শক তাদের নিজ নিজ মিটার স্কেল এবং ঘড়ির সাহায্যে মাপার যন্ত্রগুলিকে ক্রমাঙ্কিত (calibrate) করে নিলেন। S ফ্রেমের দর্শকের কাছে P বিন্দুর ক্রমাঙ্কন (x, y, z, t) এবং S' ফ্রেমের কাছে P বিন্দুর ক্রমাঙ্কন হল (x', y', z', t'). আমাদের সুবিধার জন্য আমরা ধরে নিয়েছি যে যে সময়ে মূল বিন্দু O এবং O' একই স্থানে ছিল সেই সময়ে উভয় দর্শকের ঘড়িই শূন্য সময় নির্দেশ করছে। গ্যালিলেওর নির্দেশাঙ্কের রূপান্তর অনুযায়ী আমরা এই দুই নির্দেশাঙ্কের মধ্যের সম্পর্ককে লিখতে পারি

$$x' = x - ut$$
$$y' = y \qquad \qquad .... (9.1)$$
$$z' = z$$
$$t' = t$$

ভেক্টর চিহ্নে ব্যাপক অর্থে (generalised) গ্যালিলেও রূপান্তরকে লেখা যায় $\bar{r}' = \bar{r} - \bar{u}t$ ....(10.2a)

$t' = t$ ....(10.2b)

এখানে $\bar{r}$, P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর s ফ্রেমে এবং $\bar{r}'$, P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর s' ফ্রেমে [এখানে আমরা ধরে নিয়েছি $\bar{u} - u\hat{i}$]

(9.2a) কে t-এর সাপেক্ষে অবকল করলে পাই

$$\frac{d\bar{r}'}{dt} = \frac{d\bar{r}}{dt} - \bar{u} = \bar{v} - \bar{u}$$

কিন্তু যেহেতু $t = t'$

আমরা পাই $\frac{d\bar{r}'}{dt} = \frac{d\bar{r}'}{dt'} = \bar{v}$

সুতরাং আমরা লিখতে পারি

$$v' = \bar{v} - \bar{u}$$

t-এর সাপেক্ষে অবকলন করে এবং (9.2b) সমীকরণ ব্যবহার করে লিখতে পারি

$\bar{a}' = \bar{a}$ (যেহেতু $\bar{u}$ অপরিবর্তিত) $\bar{a}' = \bar{a} \rightarrow s'$ এবং s ফ্রেমে ত্বরণ।

সুতরাং গতীয় সমীকরণের রূপ (equation of motion) হবে

$$m\bar{a}' = m\bar{a} = \bar{F} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9.3)$$

(9.3) সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে s′ ফ্রেম ও s ফ্রেমে গতীয় সমীকরণের রূপ একই।

এখন প্রশ্ন হচ্ছে যে এক ফ্রেম থেকে আর এক ফ্রেমে যেতে এই বলের কোনও রূপান্তর ঘটে কি ? বলবিদ্যা। বা Mechanics অনুসারে বল সাধারণতঃ তিনটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। প্রথম দূরত্ব দ্বিতীয়তঃ আপেক্ষিক বেগ, তৃতীয়তঃ সময়।

আমরা দুটি বস্তু P ও Q নিলাম। মনে করি তাদের মধ্যে সংঘর্ষ ঘটলো ফলে যে বলের উদ্ভব হল সেটি তাদের মধ্যে দূরত্ব। তাদের মধ্যের আপেক্ষিক বেগ এবং সময়ের উপর নির্ভর করবে। (9.1) সমীকরণ থেকে বলতে পারি যে P ও Q এর মধ্যের দূরত্ব একই সময়ে মাপা হলে তার মান s-এর s′ ফ্রেমে সমান হবে। সুতরাং লেখা যায়

$$x_P' - x'_Q = x_P - x_Q,\ y_P' - y_Q' = y_P - y_Q\ ,\ z_P' - z_Q' = z_P - z_Q$$

কিংবা ভেক্টর রূপে $\bar{r}_P' - \bar{r}_Q' = \bar{r}_P - \bar{r}_Q \ldots\ldots\ldots\ldots (9.4)$

(9.4)-কে t-এর সাপেক্ষে অবকলন করলে দেখা যায় যে Q-এর সাপেক্ষে P-এর আপেক্ষিক বেগ s এবং s′ ফ্রেমে একই অর্থাৎ, $\vec{v}_P' - \vec{v}_Q' = \vec{v}_P - \vec{v}_Q \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9.5)$

(9.5) সমীকরণটি পাওয়ার জন্য আমরা এই তথ্য ব্যবহার করেছি যে গ্যালিলেওর রূপান্তরে সময়ের কোনো পরিবর্তন হয় না। সুতরাং দুটি ঘটনার মধ্যে সময়ের ব্যবধান ও অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং আমরা লিখতে পারি,

$$t_A' - t_B' = t_A - t_B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9.6)$$

উপরের তথ্যগুলি থেকে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে বলবিজ্ঞান অনুসারে, দূরত্ব, সময় এবং আপেক্ষিক গতির উপর নির্ভরশীল বলগুলি গ্যালিলেওর রূপান্তরের ফলে অপরিবর্তিত থাকে। অর্থাৎ সনাতন বলবিজ্ঞানের মূল সমীকরণ — নিউটনে দ্বিতীয় সূত্রের s ফ্রেমে যে রূপ হবে, s ফ্রেমের সাপেক্ষে স্থির বেগে গতিশীল s′ ফ্রেমেও সেই রূপ অপরিবর্তিত থাকবে। সুতরাং এবার আমরা গ্যালিলেওর অপেক্ষবাদের মূলতত্ত্ব লিখতে পারি ঃ বলবিজ্ঞানের সূত্রগুলি সব জড়ত্বীয় ফ্রেমে একইভাবে প্রযোজ্য হয়।

যেমন এটি স্থির গতিতে চলন্ত গাড়ীতে বসে কোনো ব্যক্তি যদি কোনো যান্ত্রিক পরীক্ষা করণে তখন সেই পরীক্ষার ফলের থেকে তিনি বুঝতে পারবেন না যে গাড়ীটি চলছে না স্থির আছে। তিনি যদি গাড়ীর ভিতরে থেকে একটি বলকে সোজা উপরে ছুঁড়ে দেন তাহলে বলটি একই পথে নীচে এসে পড়বে যা গাড়ীটি স্থির থাকলেও ঘটত। এমন কোনো বিশেষ নির্দেশ ফ্রেম নেই কেবল সেখানে সনাতন সূত্রগুলিকে তাদের মৌলিক চেহারায় (classical laws in their most basic form) প্রকাশ করা যায়। অর্থাৎ গ্যালিলেওর অপেক্ষবাদের তত্ত্ব অনুযায়ী কোনো পরম নির্দেশ ফ্রেম নেই (absolute frame of reference).

যে নিউটনীয় ধারণায় দেশ এবং কাল একে অন্যের প্রভাব মুক্ত এবং চতুর্দিকের জড়বস্তু ও তাদের ভৌতপরিবর্তন দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

আমরা দেখলাম যে গ্যালিলেওর অপেক্ষবাদের সাহায্যে বলবিজ্ঞানের ঘটনাগুলির ব্যাখ্যা দেওয়া যায়। কিন্তু আলোক বিজ্ঞান, তড়িৎচুম্বকত্ব ইত্যাদির ক্ষেত্রে দেখা গেল যে গ্যালিলেও কৃত নির্দেশাঙ্কের রূপান্তরের নিয়ম ব্যবহার করতে গিয়ে অসুবিধার সৃষ্টি হচ্ছে।

বিশেষ করে দেখা গেল যে ম্যাক্সওয়েলের তড়িৎচুম্বকীয় তত্ত্ব (আপনারা নিশ্চয় এ সম্বন্ধে পড়েছেন), নিউটনীয় বলবিজ্ঞান এবং গ্যালিলেওর অপেক্ষবাদের মধ্যে মৌলিক মতপার্থক্য রয়েছে। সেটি হচ্ছে আলোকের বিস্তারণ এবং গতিবেগ নিয়ে। ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলির ফলশ্রুতি স্বরূপ জানা যায় যে আলোক হচ্ছে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ, যে তরঙ্গগুলি সবদিকে সমান বেগে ($c = 3\times10^8$ m/s) বিস্তারিত হচ্ছে। আলোক উৎস গতিশীল হলেও আলোক তরঙ্গ c বেগেই ধাবিত হবে।

এই আলোকের বিস্তারণের ক্ষেত্রে গ্যালিলেওর অপেক্ষবাদকে প্রয়োগ করলে ফল কি হয় দেখা যেতে পারে।

ম্যাক্সওয়েলের আগেই ফ্রেনেল হাইগেনস, ইয়াং-এর পরীক্ষা থেকে আলোক যে একপ্রকার তরঙ্গ সেই ধারণার সঙ্গে পরিচিতি ছিল। কোনো তরঙ্গ প্রবাহের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন (যেমন শব্দ তরঙ্গ বাতাসের সাহায্যে গমন করে)। ঊনবিংশ শতাব্দীর বৈজ্ঞানিকরা বিশ্বাস করতেন যে একটি সর্বত্র পরিব্যাপ্ত অনুভূত (rarefied) স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আলোকতরঙ্গ প্রবাহিত হয়। এই মাধ্যমটির নাম তাঁরা দিয়েছিলেন — আলোকবাহী ঈথার। ঈথারকে এত সূক্ষ্ম কল্পনা করা হয়েছিল যে এই মাধ্যমের মধ্যে গ্রহ নক্ষত্র ঘর্ষণহীন অবস্থায় চলা ফেরা করতে পারে। ম্যাক্সওয়েল আলোক তরঙ্গের তড়িৎ চুম্বকীয় ধর্ম ব্যাখ্যা করার জন্য তড়িতীয় ও চুম্বকীয় ক্ষেত্রগুলি এই ঈথার মাধ্যমে পীড়ন ও বিকৃতির ফলে সৃষ্ট হয় বলে ধরে নিয়েছিলেন। এই মাধ্যমে আলোকের গতিবেগ c এর মান $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ । কিন্তু গ্যালিলিওর অপেক্ষবাদের ক্ষেত্রে ঈথারের অস্তিত্বের ধারণাকে ব্যবহার করতে গিয়ে অসংগতি ধরা পড়লো।

মনে করা যাক s ফ্রেমে আলোক বেগ $\vec{c}$ । আর একটি ফ্রেম s', s-এর সাপেক্ষে $\vec{u}$ (স্থির) বেগে ধাবমান। এখন s' ফ্রেমে আলোর গতিবেগ কি হবে ? গ্যালিলেওর বেগ রূপান্তরের নিয়ম অনুসারে বেগ হবে—

$$\vec{v}' = \vec{c} - \vec{u}$$

s'-এ আলোর বেগের মান নির্ভর করবে s'-এর গতির দিকের ওপর। $\vec{c}$ এবং $\vec{u}$ একই দিকে হলে বেগের মান হবে c+u, বিপরীত দিকে হলে হবে c – u। অতএব আলোর গতিবেগের মান স্থির থাকছে না। কিন্তু ম্যাক্সওয়েলের তড়িৎচুম্বকীয় সূত্র অনুযায়ী আলোর গতিবেগের মান একটি স্থির সংখ্যা।

এখন যদি গ্যালিলেওর রূপান্তরের তত্ত্ব এবং তড়িৎচুম্বকীয় সূত্র দুটিকেই মূলতঃ ঠিক বলে ধরে নেওয়া যায় তাহলে আমরা বলতে পারি যে একটি অদ্বিতীয় (unique) জড়ত্বীয় নির্দেশ ফ্রেম আছে (পরম নির্দেশ ফ্রেম বা Absolute Frame) যেখানে ম্যাক্সওয়েলের সূত্রগুলি সিদ্ধ।

বিজ্ঞানী মাইকেল সন ও মর লে 1887 সালে এই পরম নির্দেশ ফ্রেমের খোঁজে তাঁদের বিখ্যাত পরীক্ষা করেন।

9.2.2 মাইকেলসন মরলে (Michelon - Morley) পরীক্ষা

ইথার তত্ত্ব অনুযায়ী পৃথিবী এই ইথারের মধ্য দিয়েই সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে। সুতরাং আমরা বলতে পারি

যে পৃথিবীর উপর এক দর্শকের কাছে আলোর গতিবেগের মান ইথারের সাপেক্ষে পৃথিবীর গতির সঙ্গো সঙ্গো পরিবর্তিত হবে। পৃথিবী সূর্যকে 30 kms^{-1} বেগে প্রদক্ষিণ করছে (আলোর গতিবেগের প্রায় 10^{-4} ভাগ)। সুতরাং ইথারের মধ্য দিয়ে যাওয়ার ফলে পৃথিবীর দর্শকের কাছে আলোর গতিবেগের পরিবর্তনের সর্বাপেক্ষা বেশী মান একই হওয়া উচিত। 1881 সালে মাইকেলসন একা এবং 1887 সালে মরলের সঙ্গো মিলে আলোর গতিবেগের এই পরিবর্তন নির্ণয় করার জন্য একটি পরীক্ষা করেন।

এই পরীক্ষাটির মূল উদ্দেশ্য ছিল যে একটি উৎস থেকে আলোক সংকেতের একটি আয়নার উপর প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসতে কতটা সময় লাগে সেটি মাপা। পরীক্ষাটি দুভাগে করা হয়েছিল প্রথমতঃ পৃথিবীর গতির দিকে এবং দ্বিতীয়তঃ গতির লম্বের দিকে। পরীক্ষাটির বিস্তারিত বিবরণে না গিয়ে বলা যায় যে তাঁরা দেখলেন যে ইথার মাধ্যমের উপস্থিতি ধরে নিয়ে যে ফল আশা করা হয়েছিল তা পাওয়া গেল না। অর্থাৎ আলোর গতিবেগের কোনো পরিবর্তন লক্ষ করা গেল না। সুতরাং ইথারের ধারণা পরিত্যাগ করতে হল। এবং বোঝা গেল যে আলোকের গতিবেগের মান সর্বত্র এক (universal constant)

9.3 অপেক্ষতাবাদের বিশেষ তত্ত্ব

আমরা দেখলাম যে আলোকের গতিবেগ সমস্ত জড়ত্বীয় ফ্রেমেই অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু এটি গ্যালিলেওর রূপান্তরের নিয়মের পরিপন্থী। এই অসংগতির সমাধান করার জন্য বিজ্ঞানী আইনস্টাইন তাঁর "On the Electrodynamics of Moving Bodies" পত্রে একটি যুগান্তকারী ধারণার উপস্থাপনা করেন। এই তত্ত্বে দুটি স্বীকার্য আছে। স্বীকার্য (postulates) দুটিকে নিম্নলিখিত ভাষায় লেখা যায়।

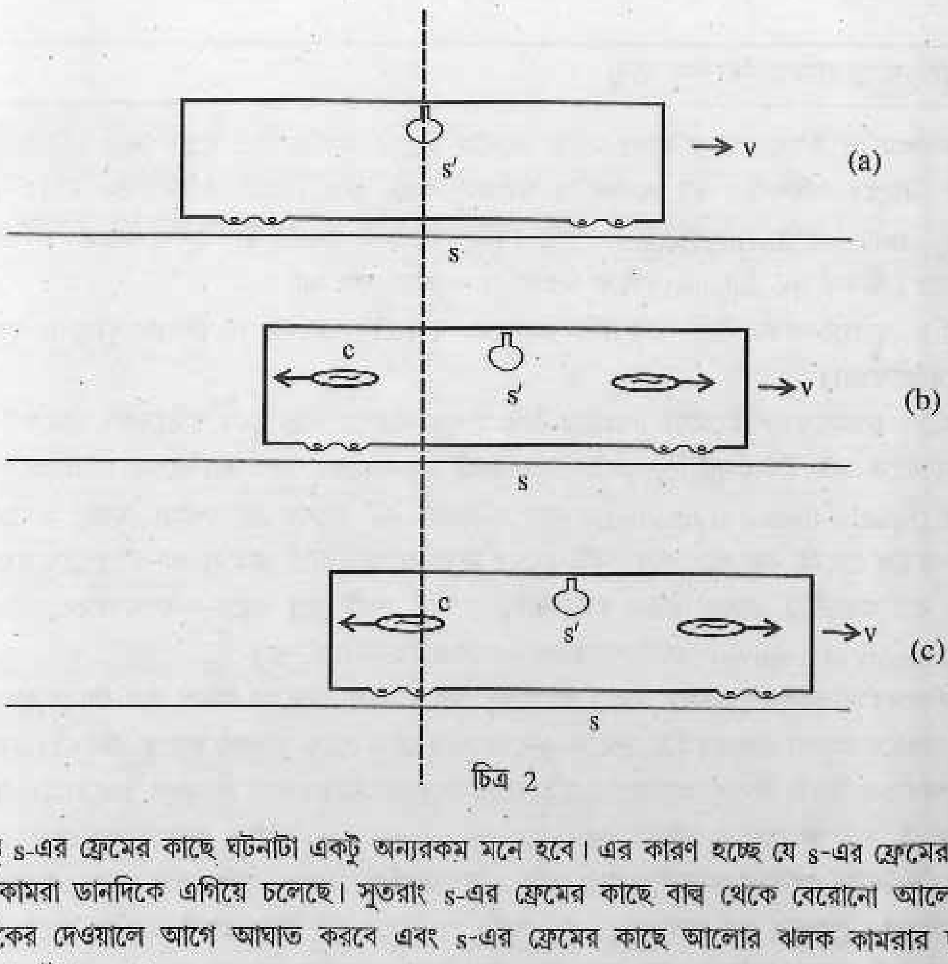
স্বীকার্য 1 – আপেক্ষিকতার নীতি—এই নীতি অনুসারে সব জড়ত্বীয় ফ্রেমেই পদার্থবিদ্যার সূত্রগুলির রূপ একই। (সমানভাবে প্রযোজ্য)।

স্বীকার্য 2 – আলোকের গতিবেগের স্থিরতার নীতি ঃ শূন্য মাধ্যমে আলোকের গতিবেগের মান সব জড়ত্বীয় ফ্রেমে স্থির থাকে। এই স্বীকার্য দুটি দিয়ে আইনস্টাইন একটি নতুন তত্ত্বের অবতারণা করেন। এটিই অপেক্ষবাদের বিশেষতত্ত্ব (Special theory of relativity) নামে পরিচিত। এটি বিশেষ এই কারণে যেহেতু এখানে সমস্ত পরিমাপ জড়ত্বীয় ফ্রেমেই করা হয়ে থাক। দুটি ফ্রেমের মধ্যে আপাত ত্বরণ থাকলে এই তত্ত্বে তার সম্বন্ধে কিছু জানা যায় না। অজড়ত্বীয় তন্ত্রের বিষয়ে আইনস্টাইনের আর একটি তত্ত্ব আছে—অপেক্ষবাদের সাধারণ তত্ত্ব (General theory of relativity) সেটি আমাদের এখনকার বিচার্যবিষয় নয়।

অপেক্ষবাদের বিশেষ তত্ত্বের প্রথম স্বীকার্য আপেক্ষিকতার নীতিকে এভাবেও প্রকাশ করা যায় যে পদার্থবিদ্যার সূত্রগুলির সাহায্যে আমরা এক জড়ত্বীয় ফ্রেমকে অন্য জড়ত্বীয় ফ্রেম থেকে আলাদা করতে পারি না। এবার দেখা যাক অপেক্ষবাদের দ্বিতীয় স্বীকার্য আলোকের গতিবেগের স্থিরতার নীতি থেকে কি নুতন তথ্য পাওয়া যায়। এই নীতি পরম বা নিরপেক্ষ দেশ ও কালের (absolute space and time) সনাতন ধারণার যুগান্তকারী পরিবর্তন ঘটিয়েছিল। নিউটনীয় বলবিদ্যা অনুযায়ী আমরা জানি যে সব জড়ত্বীয় ফ্রেমের নির্দেশাঙ্কেই সময়ের মাপক্রম একই হবে। (গ্যালিলেও রূপান্তরে ধরা হয়েছিল $t = t'$)। অর্থাৎ যে কোনো দুটি ঘটনা একটি জড়ত্বীয় ফ্রেমে একসঙ্গো ঘটেছে বলে সেই ফ্রেমের দর্শকের কাছে মনে হলে অন্য কোনো জড়ত্বীয় ফ্রেমের কাছেও একই সঙ্গো ঘটেছে

বলে মনে হবে। তাহলেই নিউটনের ধারণা অনুযায়ী সময় স্কেলকে পরম বা নিরপেক্ষ বলতে পারব। বাস্তবে কি তা ঘটে ? যদি আমরা আলোর গতিবেগের স্থিরতার তত্ত্ব মেনে নিই তাহলে কিন্তু ঘটবে না।

একটি কাল্পনিক পরীক্ষার সাহায্য নেওয়া যাক—মনে করি ভূপৃষ্ঠে দাঁড়িয়ে থাকা একজন দর্শক s-এর সাপেক্ষে একটি ট্রেনের কামরা অত্যন্ত দ্রুত কিন্তু স্থির বেগ v তে (very high constant) ডানদিকে চলেছে। এই কামরার ঠিক মাঝখানে একটি ফ্ল্যাশ বাল্ব লাগানো আছে। এটি জ্বলে উঠলে ডানদিকে ও বামদিকে আলোর ঝলক ছড়িয়ে পড়ে। কামরার দুই প্রান্তে দুটি ফোটো সেল (Photo cell) রয়েছে। কামরা ভিতরে অবস্থিত দর্শক s′ এই সেলগুলির সাহায্যে আলোর ঝলকগুলির পৌঁছানোর সময়ের পরিমাপ করতে পারবেন। সবশেষে মনে করা যাক যে জ্বলে ওঠার সময় ফ্ল্যাশ বাল্ব, s দর্শক এবং s′ দর্শক একই সরলরেখায় থাকে। (2 নং চিত্র) ট্রেনের কামরায় অবস্থিত দর্শক s′-এর তুলনায় বাল্বটি স্থির আছে এবং এটি কামরার মধ্যবিন্দুতে আছে বলে এর থেকে বেরোনো আলোর ঝলক সমান দূরত্বে অবস্থিত ডানদিকের দেওয়াল এবং বামদিকের দেওয়ালে আঘাত করতে সমান সময় নেবে। সুতরাং s′-এর কাছে আলোর ঝলক একই সময়ে ডানদিক এবং বামদিকের দেওয়ালে পৌঁছেছে বলে মনে হবে।



চিত্র 2

কিন্তু s-এর ফ্রেমের কাছে ঘটনাটা একটু অন্যরকম মনে হবে। এর কারণ হচ্ছে যে s-এর ফ্রেমের সাপেক্ষে ট্রেনের কামরা ডানদিকে এগিয়ে চলেছে। সুতরাং s-এর ফ্রেমের কাছে বাল্ব থেকে বেরোনো আলোর ঝলক বাম দিকের দেওয়ালে আগে আঘাত করবে এবং s-এর ফ্রেমের কাছে আলোর ঝলক কামরার দুই প্রান্তে একসঙ্গে পৌঁছাবে না।

নিউটনীয় বলবিদ্যা এখানে সত্য হতে হলে সময়ের এই পার্থক্যকে ব্যাখ্যা করা যেতে পারে এই বলে যে s-এর কাছে এই দুই দিকে আলোর গতিবেগ একমনে হবে না। s-এর কাছে বামদিকে আলোর গতিবেগ মনে হবে $c-v$ এবং ডানদিকে $c+v$। গতিবেগের এই পরিবর্তন ধরে নিলে দুটি সময়ই এক মনে হবে এবং s ধরে নেবেন দুটি ঝলকই একই সময়ে দুই প্রান্তে পৌছেছে। কিন্তু আলোর গতিবেগের মান স্থির থাকে। সুতরাং s-এর ফ্রেমে এই দুটি ঘটনা একসঙ্গে ঘটতে পারে না।

উপরের উদাহরণটি দ্বারা এটি পরিস্কার হল যে পরম কাল-এর (absolute time) ধারণাটি গ্রহণযোগ্য নয়। কেননা বিভিন্ন দর্শকের কাছে একই সময় কথাটির অর্থ এক নয়। সুতরাং অপেক্ষবাদের দ্বিতীয় বিচার্যের সাহায্যে আমরা বলতে পারি যে বিভিন্ন স্থানে ঘটিত ঘটনাকে এক জড়ত্বীয় ফ্রেমে সমকালীন মনে হলেও অন্য ফ্রেমে নাও হতে পারে।

এই ব্যাপারটিকে যুগপত্তার (simultancity) আপেক্ষিকতা বলা যেতে পারে।

9.3.1 লরেঞ্জের রূপান্তর (Lorentz Transformation)

মনে করি দুটি জড়ত্বীয় ফ্রেম s এবং s′ পরস্পরের সাপেক্ষে v বেগ নিয়ে যাচ্ছে। একটি ঘটনাকে এই দুটি ফ্রেমের সাপেক্ষে দেখতে গেলে আমাদের দেশ ও কালের নির্দেশাঙ্কের রূপান্তরের একটি নতুন রূপের প্রয়োজন। এটিই লরেঞ্জ রূপান্তর।

আমরা দুটি জড়ত্বীয় ফ্রেম s এবং s′ নিয়ে শুরু করলাম s কে বলি পরীক্ষাগারের ফ্রেম, যেটি স্থির—এটি হল নির্দেশ ফ্রেম। s′, s-এর সাপেক্ষে x অক্ষের ধনাত্মক দিকে $\bar{v}$ গতিবেগে চলেছে এটিকে বলব চলন্ত ফ্রেম। ফ্রেম দুটিকে সমকোণী অক্ষ দিয়ে প্রকাশ করা হয়েছে একটি অক্ষ অপরটির সমান্তরাল। সবশেষে যখন s ফ্রেম এবং s′ ফ্রেমের মূলবিন্দু একসঙ্গে মেলে তখনই সময় অক্ষের শুরু অর্থাৎ s′ ফ্রেমে $t=0$ এবং s′ ফ্রেমে $t'=0$ ধরা হবে।

নির্দেশাঙ্কের পরিবর্তনের এই নতুন উপায় নির্ণয় করার আগে s জড়ত্বীয় ফ্রেমের ঘটনাকে নির্দেশাঙ্কের দ্বারা নির্দিষ্ট করার জন্য প্রত্যেক দর্শকের কাছে সময় মাপার জন্য একটি মানক (Standard) ঘড়ি আছে এবং দৈর্ঘ্য মাপার জন্য একটি মানক স্কেল (যথা মিটার স্কেল) আছে বলে ধরে নেওয়া যায়। এদের সাহায্যে দর্শক কোনো ঘটনাকে একটি দক্ষিণাবর্তী কার্টেজীয় স্থানাঙ্কিক তন্ত্রের (right handed cartesian co-ordinate system) (x, y, z) বিন্দু দিয়ে নির্দিষ্ট করলেন। দর্শকের থেকে ঘটনা বিন্দুর দুরত্ব জানা থাকলে এবং কতক্ষণ পরে এই ঘটনা থেকে আলোক সংকেত দর্শকের কাছে পৌছাল সেটি দেখে এই ঘটনার সময়াঙ্ক হল t.

(ঘটনা ঘটা এবং দর্শকের কাছে আলোক সংকেত পৌছানোর সময়ের ব্যবধান t_1 এটিকে ঘটনার সময়াঙ্ক বলা যায়।) (x, y, z, t) কে মানক স্থানাঙ্ক বা Standard co-ordinates বলা হয়।

মনে করা যাক $t=t'=0$ সময়ে ফ্রেম দুটির মূলবিন্দুতে অবস্থিত বিন্দু উৎস থেকে একটি আলোক তরঙ্গ ছড়িয়ে পড়ল। নির্দেশ ফ্রেম s, যেখানে উৎসটি স্থির আছে, সেখান থেকে দেখলে এই তরঙ্গের তরঙ্গামুখের চেহারা হবে গোলকাকৃতি (Spherical)। বিশেষ অপেক্ষবাদের তত্ত্ব অনুসারে s′ ফ্রেম থেকে দেখলেও এই তরঙ্গামুখ (wavefront) গোলকাকৃতি মনে হবে।

s ফ্রেমে $t=0$ সময়ে উদ্ভূত তরঙ্গের তরঙ্গামুখের সমীকরণ হবে—$x^2+y^2+z^2=c^2t^2$ .... (9.7a)

অনুরূপে s' ফ্রেমে তরঙ্গামুখের সমীকরণ হবে—

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \text{ .... (9.7b)}$$

এখানে বিশেষ আপেক্ষিকতার দ্বিতীয় বিচার্য অনুসারে আলোর গতিবেগ c-এর মান দুটি ফ্রেমেই এক।

উপরের দুটি সমীকরণ গ্যালিলেও রূপান্তরের নিয়ম অনুযায়ী সিদ্ধ নয়। সুতরাং আমাদের এমন একটি রূপান্তর স্থির করতে হবে যার দ্বারা উপরের সমীকরণ দুটির ব্যাখ্যা করা যায়।

এজন্য প্রথমেই আমরা ধরে নেব যে দেশ ও কাল সমসত্ব (Space and time are homogeneous) অর্থাৎ দেশ ও কালের সব বিন্দুই সমতুল্য (equivalent) যদি কোনো বিশেষ ফ্রেমে একটি ঘটনার সময় অথবা দৈর্ঘ্য মাপা হয় তাহলে সেই ফলের যে মান পাওয়া যাবে, দেশ ও কালের যে কোনো বিন্দুতে ঘটনা ঘটলে সেই মানের কোনও পরিবর্তন হবে না।

উপরের অঙ্গীকার (assumption) গুলি দ্বারা আমরা একটি রৈখিক রূপান্তরের রূপ পেতে পারি,

মনে করি $x' = a_1 x + a_2 t$ .... (9.8a)

$y' = y$ .... (9.8b)

$z' = z$ .... (9.8c)

$t' = b_1 x + b_2 t$ .... (9.8d)

$x' = 0$ একটি বিন্দু নেওয়া হল। s ফ্রেমের সাপেক্ষে এটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকে v বেগে চলেছে। সুতরাং s ফ্রেমে এটির নির্দেশাঙ্ক হবে $x = vt$

$$\therefore \; x' = 0, \; \frac{dx}{dt} = v \text{ .... (9.9a)}$$

অনুরূপভাবে $x = 0$ বিন্দু s' ফ্রেমের সাপেক্ষে x' অক্ষের ঋণাত্মক (negative) দিকে v বেগে চলেছে। সুতরাং s' ফ্রেমে এটির নির্দেশাঙ্ক হবে $x' = -vt$

$$\therefore \; x = 0 \; \frac{dx'}{dt} = -v \text{ .... (9.9b)}$$

$x' = 0$-এর জন্য (9.8a) থেকে পাই

$$a_1 x + a_2 t = 0$$

অথবা, $\dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{a_2}{a_1} = v$ .... (9.10a)

আবার $x = 0$-এর জন্য (9.8a) এবং (9.8d)-এর থেকে পাই

$x' = a_2 t$ এবং $t' = bt$

অথবা, $x' = \dfrac{a_2}{b_2} t'$

$$\therefore \frac{dx'}{dt'} = \frac{a_2}{b_2} = -v \text{ .... (9.10b)}$$

(9.10a) এবং (9.10b) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়

অথবা, $a_1 = b_2$ .... (9.11)

অতএব $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$ সমীকরণে আমাদের স্থানাঙ্ক রূপান্তরের রূপ (9.8a, b,c, d) এবং $a_1 = b_2$ বসিয়ে পাই,

$$(a_1x + a_2t)^2 + y^2 + z^2 = c^2(b_1x + a_1t)^2$$

অথবা $a_1x^2 + 2a_1a_2x + a_2t^2 + y^2 + z^2 = c^2(b_1^2x^2 + a_1^2t^2 + 2a_1b_1xt)$

উপরের সমীকরণটিকে (9.7a) সমীকরণের সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ (Consistent) হতে হবে।

অতএব দুটিকে তুলনা করলে পাই

xt-এর সহগের মান শূন্য (o) অর্থাৎ $2a_1a_2 = 2c^2a_1b_1$

x^2-এর সহগের মান 1 অর্থাৎ $a_1^2 - c^2b_1^2 = 1$

t^2-এর সহগের মান— c^2 অর্থাৎ $a_2^2 - c^2a_1^2 = -c^2$

উপরের সম্পর্কগুলির সাহায্যে আমরা c এবং v-এর সাপেক্ষে a_1, a_2 এবং b_1-এর মান নির্ণয় করতে পারি। এই মানগুলি (9.8a, b, c, d) সম্পর্কগুলিতে বসালে নূতন সম্পর্কগুলিকে নিম্নলিখিত রূপে লেখা যায়।

$$x' = \frac{x - vt}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

এই চারটি সম্পর্ক লরেঞ্জ রূপান্তর নামে খ্যাত। এই রূপান্তরগুলি x এবং t-এর মানের জন্য রৈখিক।

সাধারণভাবে লেখা হয় $\beta = \frac{v}{c}$ এবং $\gamma = \frac{1}{(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$

লরেঞ্জ রূপান্তরের অন্য একটি রূপ হবে

$$x' = \gamma(x - vt) = \gamma(x - \beta ct)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) = \gamma\left(t - \frac{\beta x}{c}\right)$$

উপরের রূপগুলির থেকে এটি নিশ্চয়ই আপনাদের কাছে স্পষ্ট হয়েছে যে v-এর মান c থেকে বেশী কখনও হতে পারে না। কেননা $v > c$ হলে দেশ ও সময়ের স্থানাঙ্কগুলির মান অর্থাৎ x' ও t' এর মান ঋণাত্মক হয়ে যাবে যা বাস্তবে অসম্ভব। সুতরাং আমরা এই সিদ্ধান্তে পৌঁছালাম যে আলোর বেগের থেকে বেশী বেগ মাপা অসম্ভব।

বিপরীত লরেঞ্জ রূপান্তরের জন্য আমাদের x-এর জায়গায় x' y-এর জায়গায় y', z-এর জায়গায় z' t-এর জায়গায় t' এবং v-এর পরিবর্তে $-v$ বসাতে হবে।

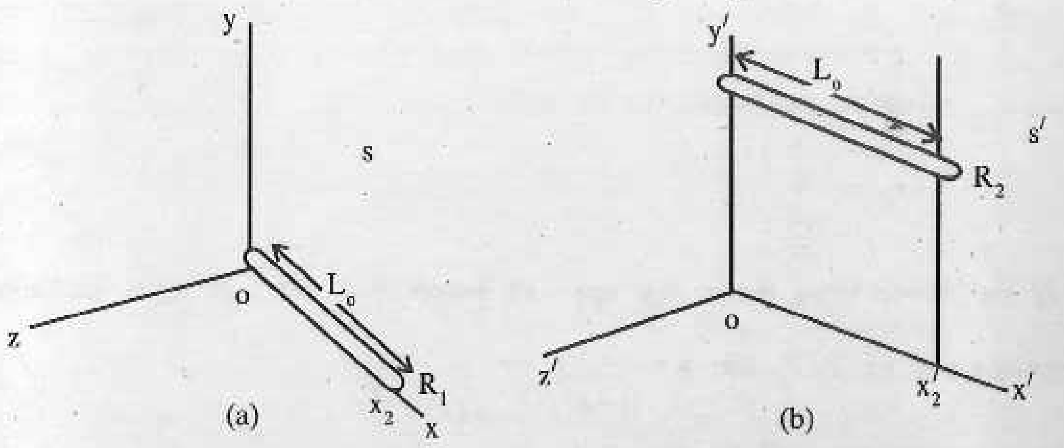
তাহলে আমরা পাব,

$$x = \gamma\,(x' + \beta ct')$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = \gamma\left(t' + \beta\,\frac{x'}{c}\right)$$

আমরা দেখলাম সনাতন আপেক্ষিকতা অনুসারে s ফ্রেমের কোনো বিন্দুতে দুটি ঘটনা একসাথে ঘটলে s' ফ্রেমের দর্শকের কাছেও সেই দুটি ঘটনা একসঙ্গেই ঘটেছে বলে মনে হবে। এবং এই উক্তি সব বিন্দুর জন্যই সত্য। উপরের সম্পর্কগুলি থেকে দেখা যাচ্ছে যে যখন $\frac{v}{c} << 1$।

অর্থাৎ $\gamma \rightarrow 1$ তখন সর্বত্র $t' = t$ হবে।

বিশেষ আপেক্ষিকতার ক্ষেত্রে কিন্তু তা হবে না। s ফ্রেমে দুটি বিভিন্ন বিন্দুতে দুটি ঘটনা একসঙ্গে ঘটল $(x_2 \neq x_1, t_2 = t_1)$। কিন্তু s' ফ্রেমের দর্শকের কাছে এই ঘটনা দুটি বিভিন্ন সময়ে ঘটেছে বলে মনে হবে $(t_2' \neq t_1')$, একইভাবে s ফ্রেমে একই বিন্দুতে কিন্তু বিভিন্ন সময়ে দুটি ঘটনা ঘটল $(x_2 = x_1, t_2 \neq t_1)$, কিন্তু s' এর দর্শক এই দুটি ঘটনাকে বিভিন্ন বিন্দুতে ঘটতে দেখবেন $(x_2' \neq x_1')$।



চিত্র 3 (a) একটি অনমনীয় রড R_1, সঠিক দৈর্ঘ্য L_0 স্থির S ফ্রেমে
(b) আর একটি সমধর্মী রড R_2 সঠিক দৈর্ঘ্য L_0 স্থির S' ফ্রেমে।
চিত্রে $x_1 = 0$ এবং $x_1' = 0$ নেওয়া হয়েছে।

উপরে বর্ণিত দুটি ঘটনার যুগপৎ ঘটার ব্যাপারে দেশ কালের সব বিন্দুতে যে অসাম্য (breakdown of Simultaneity at all points in space and time) দেখা দেয় তার থেকেই জন্ম নিয়েছে দৈর্ঘ্য সংকোচন এবং কাল শ্লথনের ধারণা (Length Contraction and time dilation)।

9.3.2 দৈর্ঘ্য সংকোচন (Length Contraction)

প্রথমে আমরা দৈর্ঘ্য সংকোচন দিয়ে আলোচনা শুরু করি।

মনে করি স্থির অবস্থায় থাকায় একটি জড়ত্বীয় ফ্রেমের সাপেক্ষে একটি বস্তুর দৈর্ঘ্যের মাপ L_O বস্তুটির সাপেক্ষে চলেছে এইরকম কোনো জড়ত্বীয় ফ্রেমের দর্শকের কাছেও কি বস্তুটির দৈর্ঘ্য L_O হবে? এর উত্তরের

জন্য s ফ্রেমের x অক্ষবরাবর একটি রড (R_1) কে স্থির অবস্থায় রডটি স্থির অবস্থায় আছে সুতরাং এটির দুই প্রান্তের স্থানাঙ্ক x_2 এবং x_1 এর মান সময় নিরপেক্ষ হবে। সুতরাং s ফ্রেমে এটির দৈর্ঘ্য

$L_O = x_2 - x_1$ .... (9.12a)

L_O কে স্থির দৈর্ঘ্য বা প্রকৃত দৈর্ঘ্য (rest length or proper length) বলা হয়।

অনুরূপে আর একটি রড (R_2)কে s' ফ্রেমের x' অক্ষ বরাবর স্থির অবস্থায় রাখা হল। R_2-এর দৈর্ঘ্য হবে

$$L_O = x'_2 - x_1' \text{ .... (9.12b)}$$

যেহেতু s' এর সাপেক্ষে রডটি স্থির অবস্থায় (at rest) আছে, সুতরাং L_O হচ্ছে s' ফ্রেমে রডটির প্রকৃত দৈর্ঘ্য।

এবার মনে করি s' s-এর সাপেক্ষে সমবেগ $v\hat{i}$ তে চলেছে। আমাদের এবার s ফ্রেম থেকে মাপতে হবে। সেজন্য s' ফ্রেমে রডের দুটি প্রান্তের স্থানাঙ্কের মান (x_1', x'_2) একই সময়ে (t') নির্ণয় করতে হবে। অন্যভাবে আমরা বলতে পারি যে গতিশীল ফ্রেম s'এ R_1 রডের দৈর্ঘ্য L হচ্ছে s' ফ্রেম থেকে R_1-এর দুটি প্রান্তবিন্দু x'_1 এবং x'_2-এর এককালীন মাপের মধ্যের দূরত্ব।

যেহেতু আমরা দেশ ও কালের মান নির্ণয় s' ফ্রেমে করছি, আমাদের বিপরীত লরেঞ্জ রূপান্তরের সমীকরণগুলির সাহায্য নিতে হবে।

এখানে আমরা $\Delta t' = 0$ সময়ে x এবং x'-এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে চাইছি। | রূপান্তরের সমীকরণগুলি নির্ধারণ করার আগে আমাদের দেখে নিতে হবে যে কোনো ফ্রেমে রডের দুই প্রান্তের মাপ একসঙ্গে (Simultaneous) নেওয়া হচ্ছে আমরা এবার লিখতে পারি।

$$x_1 = \gamma (x_1' + vt')$$
$$x_2 = \gamma (x_2' + vt_2')$$
$$x_2 - x_1 = L_o = \gamma (x_2' - x_1') + \gamma v (t_2' - t_1')$$

যেহেতু আমাদের s' ফ্রেমে x_2' এবং x_1' কে একই সঙ্গে নির্ণয় করতে হবে, $\therefore t_2' = t_1'$

সুতরাং $L_o = \gamma (x_2' - x_1') = \gamma L$

অতএব $L = \dfrac{L_o}{\gamma} = L_o\left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ .... (9.13)

যেহেতু $\gamma > 1$ সুতরাং $L < L_o$ অর্থাৎ একটি গতিশীল ফ্রেমে (s') দৈর্ঘ্যের মাপ তার প্রকৃত দৈর্ঘ্যের (স্থির ফ্রেমে) থেকে কম হবে।

আবার আমরা R_2 রডের দৈর্ঘ্য (s' ফ্রেমের সাপেক্ষে স্থির), s ফ্রেম থেকে নির্ণয় করতে পারি। এক্ষেত্রে s ফ্রেম R_2 রড, যেটি s' ফ্রেমে স্থির আছে, সেটির সাপেক্ষে $-v\hat{i}$ গতিবেগে চলবে। এখন s ফ্রেম থেকে R_2-র দূরত্ব হবে s ফ্রেমের স্থানাঙ্ক x_1 এবং x_2 (যেটি R_2 দুটির প্রান্ত বিন্দুর সঙ্গে মিলে যাবে) এর এককালীন মাপ, অর্থাৎ এখানে $\Delta t = 0$ লরেঞ্জ রূপান্তরের সমীকরণগুলির সাহায্যে লিখতে পারি,

$$x_1' = \gamma (x_1 - vt) \qquad x_2' - x_1' = L_O = \gamma (x_2 - x_1)$$
$$x_2' = \gamma (x_2 - vt_2) \qquad \gamma v(t_2 - t_1)$$

যেহেতু $t_2 = t_1$ $\therefore L_o = \gamma (x_2 - x_1) = \gamma L$

অথবা, $L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ .... (9.13)

এখানেও দেখা যাচ্ছে যে গতিশীল ফ্রেম থেকে মাপা দৈর্ঘ্য স্থিতিশীল ফ্রেম থেকে মাপা দৈর্ঘ্যের থেকে কম। অতএব আমরা বলতে পারি যে কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্যের মাপ একটি স্থির সংখ্যা নয় যে নির্দেশ ফ্রেমে মাপা হচ্ছে তার ওপর এর মান নির্ভর করে।

দর্শকের সাপেক্ষে নিজের দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল দিকে গতিশীল রডের এই যে দৈর্ঘ্য সংকোচন ঘটে তাকে লরেঞ্জ ফিট্‌সজেরাল্ড সংকোচন (Lorentz Fitzgerald Contraction) বলা হয়।

রডের দৈর্ঘ্য কিন্তু সত্যিই কমে না। আসলে গতিশীল ফ্রেম থেকে মাপন প্রক্রিয়ার জন্যই দৈর্ঘ্যের মান নির্ণয়ে পরিবর্তন দেখা যায়।

দুটি ফ্রেমের আপাত গতির লম্বদিকে রডটির দৈর্ঘ্য মাপতে গেলে কি হবে? R_1 রড (যেটি s ফ্রেমে স্থির আছে) এর দৈর্ঘ্য s' ফ্রেমে মাপতে গেলে আমরা জানি যে

$y' = y$ এবং $z' = z$

অর্থাৎ দুটি ফ্রেমেই দৈর্ঘ্যের মান একই হবে।

অন্যভাবে বলতে গেলে—একটি রড যদি তার দৈর্ঘ্যের লম্বদিকে গতিশীল হয় তাহলে দর্শকের গতির ওপর এটির দৈর্ঘ্যের মাপ নির্ভর করে না।

9.3.3 কালপ্লথন বা Time Dilation (or Dilation)

মনে করা যাক s' ফ্রেমে আমাদের দুটি ঘটনার সময়ের ব্যবধান (time interval) মাপতে হবে যে ঘড়ির সাহায্যে সেটি স্থির আছে। এই সময়ের ব্যবধানকে প্রকৃত সময় অন্তর বা সঠিক সময় অন্তর (proper time interval) বলা যায়। তাহলে আমরা বলতে পারি ঘড়ির স্থির ফ্রেমে দুটি ঘটনা একই স্থানে বিভিন্ন সময়ে ঘটলে যে সময়ের ব্যবধান পাওয়া যায় সেটিই সঠিক সময়ের ব্যবধান (বা সঠিক সময়)। কিন্তু দুটি বিভিন্ন ঘড়ির সাহায্যে মাপা বিভিন্ন স্থানে ঘটা দুটি ঘটনার সময়ের অন্তরকে কখনই সঠিক সময় ব্যবধান বলা চলে না। একে আমরা বলব অপ্রকৃত সময়।

সুতরাং s' ফ্রেমে প্রকৃত সময়,

$\tau = t_2' - t_1'$ ... [$t_2', t_1' \rightarrow$ s' ফ্রেমে একই ......(9.14) সঙ্গে ঘটা দুটি ঘটনার সময়ের মান।]

যেহেতু দুটি ঘটনাই একস্থানে ঘটেছে।

সুতরাং আমরা লিখতে পারি $x_2' = x_1' = x'$

এখন s ফ্রেমের কথা চিন্তা করা যাক। আমরা দেখেছি s' ফ্রেম s ফ্রেমের সাপেক্ষে $\vec{v} = v\hat{i}$ বেগে গতিশীল। তাহলে s ফ্রেমে অবস্থিত একটি স্থির ঘড়ির (clock at rest) সাহায্যে এই দুটি ঘটনার সময়ের মান নির্ণয় করতে হলে আমাদের বিপরীত লরেঞ্জ রূপান্তরের সাহায্য নিতে হবে। আমরা লিখতে পারি।

$t_1 = \gamma\,(t_1' + vx_1' / c^2)$ .... (9.15a)

$t_2 = \gamma\,(t_2' + vx_2' / c^2$ .... (9.15b)

কিন্তু আমরা জানি যে দুটি ঘটনা s' ফ্রেমে একস্থানে ঘটলেও s ফ্রেমে একস্থানে ঘটবে না। অর্থাৎ s ফ্রেমে $x_2 \neq x_1$ । সুতরাং s ফ্রেমে এই দুটি ঘটনার জন্য দুটি ভিন্ন ঘড়ির প্রয়োজন। এই ঘড়ি দুটিকে x_1 এবং x_2 বিন্দুতে

রাখা হল এবং এদের দ্বারা নির্ণীত সময়কে t_1 এবং t_2 বলা হল। এ অবস্থায় দুটি ঘটনার মধ্যের সময় $(t_2 - t_1)$ হবে অপ্রকৃত সময়।

উপরের সমীকরণ দুটির সাহায্যে আমরা লিখতে পারি

$$t_2 - t_1 = \gamma(t_2' - t_1') + \frac{\gamma v}{c^2}\left(x_2' - x_1'\right)$$

$$= \gamma(t_2' - t_1') \quad (\text{যেহেতু } x_2' = x_1')$$

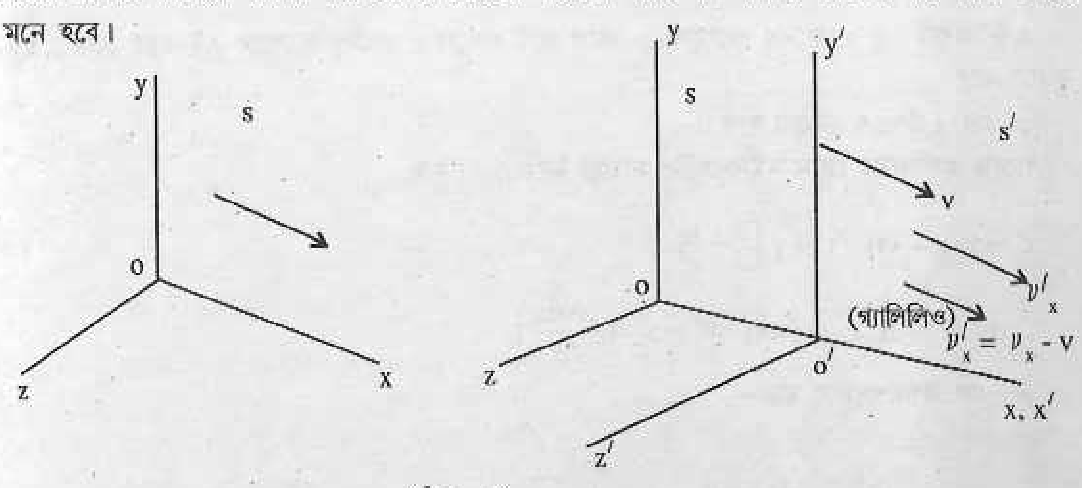
$$\therefore t_2 - t_1 = \gamma\tau = \frac{\tau}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{.................. (9.16)}$$

$v \neq 0$ এর জন্য $\gamma > 1$ সুতরাং s ফ্রেমের ঘড়ির দ্বারা লব্ধ দুটি ঘটনার সময়ের পার্থক্যের মান s' ফ্রেমের ঘড়ির দ্বারা পাওয়া মানের থেকে বেশী হবে।

একটি উদাহরণের সাহায্য নেওয়া যাক : মনে করি s', s-এর সাপেক্ষে c/2 বেগে গতিশীল। সুতরাং এখানে y = 1·15 । এখন যদি দুটি সময়ের ব্যবধান যদি s' ফ্রেমে 10s হয় তাহলে s ফ্রেমে হবে $\gamma\tau = 1.15 \times 10 = 11.5$ sec.

এই ব্যাপারটিকে বলা হয় কাল শ্লথন।

উপরের আলোচনা থেকে বোঝা যাচ্ছে যে s ফ্রেমের দর্শকের কাছে গতিশীল s' ফ্রেমের ঘড়ি ধীরে চলছে বলে মনে হবে।



(চিত্র - 4)

আর এই ধীরে চলার পরিমাণ $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ভাগ আপনাদের মনে হতে পারে যে যেহেতু গতি একটি আপেক্ষিক চল সুতরাং s'-এর দর্শকের কাছে কিন্তু s-এর ঘড়িকে গতিশীল মনে হবে। সুতরাং s'-এ অবস্থিত স্থির ঘড়ির সাপেক্ষে s এর ঘড়ির ও ধীরে চলা উচিত। s ফ্রেমে একই বিন্দুতে $(x_2 = x_1)$ এমন দুটি ঘটনার মধ্যে যদি প্রকৃত সময় মাপা যায় তখনই এই উক্তি সত্য হবে। এখানে আমরা লরেঞ্জ রূপান্তরের সমীকরণ ব্যবহার করে লিখতে পারি।

$$t_1' = \gamma\left(t_1 - \frac{vx_1}{c^2}\right)$$

$$t_2' = \gamma\left(t_2 - \frac{vx_2}{c^2}\right)$$

যেহেতু $x_2 = x_1$

$\therefore t_2' - t_1' = \gamma(t_2 - t_1)$

অথবা, $t_2' - t_1' = \tau\gamma = \dfrac{\tau}{\left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$ .... (9.17)

এখানে τ = s ফ্রেমে নির্ণীত প্রকৃত সময়।

সুতরাং মনে রাখা প্রয়োজন যে একই স্থানে ঘটেছে এই রকম দুটি ঘটনার মধ্যে ঘড়ি যে সময় মাপবে সেটিই সর্বাপেক্ষা কম সময় হবে। অন্যভাবে সহজ কথায় বলা যায় যে দর্শকের সাপেক্ষে যে ঘড়িটি স্থির থাকে সেটিই সবচেয়ে তাড়াতাড়ি চলে।

9.3.4 বেগের অপেক্ষকীয় রূপান্তর (Relativistic transformation of velocities)

মনে করা যাক নির্দেশ ফ্রেম s' অপর একটি নির্দেশ ফ্রেম s-এর সাপেক্ষে সমান বেগ $v\tau$ তে চলেছে। (চিত্র 4)

এখন একটি বস্তু s ফ্রেমের সাপেক্ষে $\bar{\nu}$ বেগে চলে তাহলে s' ফ্রেমের সাপেক্ষে এই বস্তুর বেগ $\bar{\nu}'$ কে নির্ণয় করতে হবে।

$\bar{\nu}$ এর x উপাংশ নেওয়া যাক।

লরেঞ্জ রূপান্তরের প্রথম সমীকরণটির সাহায্য নিয়ে লেখা যায়,

$$x' = \gamma(x - vt) \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

$\therefore dx' = \gamma(dx - vdt)$ এবং $dt' = \gamma\left(dt - \dfrac{vdx}{c^2}\right)$

$\bar{\nu}'_x$ এর উপাংশগুলির মান—

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - v\dfrac{dx}{c^2}} = \frac{\dfrac{dx}{dt} - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}\dfrac{dx}{dt}}$$

অথবা, $\nu'_x = \dfrac{\nu_x - v}{1 - \nu_x \dfrac{v}{c^2}} = \dfrac{\nu_x - \beta c}{1 - \nu_x \beta / c}$ .... (9.18a)

(এখানে $\beta = \dfrac{v}{c}$)

$\bar{v}'$ এর y এবং z উপাংশগুলি নির্ণয় করার জন্য আমরা জানি যে, $y' = y$ এবং $z' = z$

$$\therefore \; \nu'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\gamma(dt - v dx / c^2)} = \frac{\frac{dy}{dt}}{y\left(1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}\right)}$$

অথবা, $$\nu'_y = \frac{\nu_y}{\gamma\left(1 - \nu_x \frac{v}{c^2}\right)} \text{ .... (9.18b)}$$

এবং $$\nu'_z = \frac{\nu_z}{\gamma\left(1 - \frac{\nu_x v}{c^2}\right)} \text{ .... (9.18c)}$$

অনুশীলনী 2

দেখান যে, $$\nu_x = \frac{\nu'_x + \nu}{1 + \frac{\nu'_x v}{c^2}}$$

$$\left.\begin{aligned} \nu_y &= \frac{\nu'_y}{\gamma\left(1 + \frac{\nu'_x v}{c^2}\right)} \\ \nu_z &= \frac{\nu'_z}{\gamma\left(1 + \frac{\nu'_x v}{c^2}\right)} \end{aligned}\right\} \text{ .... (9.19)}$$

আপনারা নিশ্চয় লক্ষ করেছেন যে v-এর মান যদি c অপেক্ষা অনেক কম হয় অর্থাৎ $v << c$ হলে উপরের রূপান্তর আর গ্যালিলেও রূপান্তরের রূপ একই হয়ে যায়। (9.18a), (9.18b) এবং (9.18c) কে বলা হয় বেগের অপেক্ষকীয় রূপান্তরের সমীকরণ।

বিপরীত রূপান্তরের (inverse transformation) সূত্রগুলি (9.19)কে অপেক্ষকীয় বেগ সংযোজন সূত্র (relativistic velocity addition formulace) বলা হয়। এই সূত্র থেকে দেখা যায় যে দুটি বেগ $\bar{v}' = (v'_x, v'_y, v'_z)$ এবং $\bar{v} = (v, 0, 0)$ এর লব্ধি বেগ হবে $\bar{v} = (v_x, v_y, v_z)$

9.3.5 অপেক্ষকীয় গতিবিদ্যার (Relativistic dynamics) সাপেক্ষে রৈখিক ভরবেগের রূপ

নিউটনের গতি বিদ্যা অনুসারে রৈখিক ভরবেগের সময়ের সাথে পরিবর্তনের হারকেই 'বল' বলা হয়। অর্থাৎ $\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}$ সংরক্ষী ক্ষেত্রে (Conservative field) স্থিতিশক্তির স্থান পরিবর্তনের হার কে 'বল' বলা যায় অর্থাৎ $\bar{F} = -\nabla u$ ।

অপেক্ষকীয় গতিবিদ্যায় আমাদের, নিউটনীয় বলবিদ্যা থেকে পাওয়া জড়ত্বীয় ভর এবং বল সম্বন্ধে ধারণার কিছু পরিবর্তন করতে হবে। এবং বলের সঙ্গে সঙ্গে শক্তির ধারণারও পরিবর্তন করা দরকার। এই পরিবর্তিত ধারণার ফলেই আমরা আইনস্টাইনের বিখ্যাত ভর-শক্তির সমতার (mass energy equivalence) সূত্রে অর্থাৎ $E = mc^2$ সমীকরণে পৌঁছাতে পারি।

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জেনেছি যে যদি কোনো তন্ত্রের উপর প্রযুক্ত মোট বলের পরিমাণ শূন্য হয় তাহলে ঐ তন্ত্রের রৈখিক ভরবেগ সংরক্ষিত হয়। রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ বিশিষ্ট অপেক্ষবাদেও হওয়া উচিত। কেননা দেশ কালের সমসত্ত্বের কারণে ভরবেগের সংরক্ষণ হয় এবং লরেঞ্জীয় রূপান্তরের সময় আমরা স্থান (বা দেশ) কে সমসত্ব বলে ধরে নিয়েছিলাম। নিউটনীয় গতিবিদ্যা অনুসারে ভরবেগের রূপ আমরা জানি $\vec{P} = m\vec{v}$ । কিন্তু দেখা গেল যে পরস্পরের সাপেক্ষে স্থির বেগ গতিশীল ফ্রেমের ক্ষেত্রে ভরবেগের এই রূপটি সংরক্ষিত থাকে না। সুতরাং ভরবেগের একটি নূতন রূপের প্রয়োজন যাতে লরেঞ্জীয় রূপান্তরেও সেটি সংরক্ষিত থাকে। সেটি করতে গিয়ে দেখা গেল যে ভরকে একটি অপরিবর্তনীয় রাশি বলা যাবে না। বেগের সঙ্গে ভরেরও পরিবর্তন হয়। সেটি কি করে হয় দেখা যাক।

N টি কণিকা P_i $(i = 1, 2 \ldots N)$ যুক্ত একটি তন্ত্রের কথা কল্পনা করা যাক। এই কণিকাগুলি একে অন্যের উপর ক্রিয়া করতে পারে।

এই তন্ত্রের i তম কণিকার ভর m_i এবং s জড়ত্বীয় ফ্রেমে এই কণিকার বেগ $\vec{vi}$ ও s জড়ত্বীয় ফ্রেমে $\vec{vi'}$ । s -এর সাপেক্ষে s′ ফ্রেমের বেগ $\vec{u} = v\hat{i}$ ।

কণিকাগুলি s ফ্রেমে এমনভাবে গতিশীল যাতে তাদের মোট ভর এবং মোট রৈখিক ভরবেগ সংরক্ষিত হয়।

অর্থাৎ $\sum_i m_i =$ ধ্রুবক .... (9.20a)

এবং $\sum_i m_i \bar{v}_i =$ ধ্রুবক ....(9.20b)

এবার আমাদের কিছু শর্ত আরোপ করতে হবে যাতে s′ ফ্রেমেও মোট ভর এবং মোট ভরবেগ সংরক্ষিত থাকবে।

অর্থাৎ $\sum_i m_i' =$ ধ্রুবক .... (9.21a)

এবং $\sum_i m_i' \bar{v}_i' =$ ধ্রুবক .... (9.21b)

হবে।

এখানে m_i', s′ ফ্রেমে i তম কণার ভর।

উপরের সমীকরণ (9.20) এবং (9.21) গুলিকে সমতুল্য (Compatible) বলা যাবে যদি ভরের নূতন সংজ্ঞা দেওয়া যায়। সেজন্য প্রথমে আমরা লিখব—

$$\left.\begin{aligned} \gamma_i &= \frac{1}{\left(1-\frac{v_i^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad \gamma_i' = \frac{1}{\left(1-\frac{v_i'^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \\ \text{এবং } \gamma &= \frac{1}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9.22)$$

সুবিধার জন্য আমরা ধরে নেব কণাগুলি x অক্ষ বরাবর গতিশীল।
সুতরাং v_i এবং v_i'-এর মান (বেগ রূপান্তরের সূত্র থেকে)

$$v_i' = \frac{v_i - u}{1 - v_i \frac{u}{c^2}} \quad \text{.................(9.23a)}$$

এবং $$v_i = \frac{v'_i + u}{1 + v'_i \frac{u}{c^2}} \quad \text{................. (9.23b)}$$

(9.23a) কে γ_i' দিয়ে গুণ করে পাই

$$\gamma_i' v_i' = \frac{v_i - u}{\left(1 - \frac{v_i u}{c^2}\right)\left(1 - \frac{v_i'^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{v_i - u}{\left[\left(1 - \frac{v_i'^2}{c^2}\right)\left(1 - \frac{v_i u}{c^2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

সমাধান করে পাই

$$\therefore \gamma_i' v_i' = \frac{v_i - u}{\left(1 - \frac{v_i^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{..................... (9.24)}$$

অথবা, $v_i' v_i' = \gamma_i \gamma (v_i - u)$ .... (9.25)
এখানে γ এবং u ধ্রুবক রাশি, সুতরাং (9.20a) এবং (9.20b) কে রূপ পরিবর্তন না করে লিখতে পারি,

$$\sum_i m_i \gamma u = \text{ধ্রুবক}$$

$$\sum_i m_i v_i \gamma = \text{ধ্রুবক}$$

একটির থেকে অপরটিকে বিয়োগ করলে পাই,

$$\sum_i m_i \gamma (v_i - u) = \text{ধ্রুবক} \quad \text{..................... (9.26)}$$

কিন্তু (9.25) সমীকরণ থেকে লেখা যায় $(v_i - u) = \frac{\gamma_i' v_i'}{\gamma_i \gamma}$

(9.26)-এর রূপ হবে $\sum m_i \frac{\gamma_i' v_i'}{\gamma_i}$ = ধ্রুবক..................... (9.27)

(9.21b) এবং (9.27)-এ তুলনা করলে পাওয়া যায়

$$m_i' = \frac{m_i \gamma_i'}{\gamma_i} \quad .... (9.28)$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে s′ ফ্রেমে ভর এবং ভরবেগ সংরক্ষণের জন্য m_i এর মান উপরের সমীকরণের ন্যায় পরিবর্তিত হবে।

উপরের সমীকরণ থেকে আমরা লিখতে পারি

$$\frac{m_i'}{\gamma_i'} = \frac{m_i}{\gamma_i} = \text{ পরম ধ্রুবক (absolute constant)}$$

$$= m_{io} \text{ ধরা যাক } .... (9.29)$$

এই সম্পর্ক থেকে আমরা সাধারণভাবে লিখতে পারি যে, কোনো জড়ত্বীয় ফ্রেমের সাপেক্ষে m ভরের একটি কণিকার বেগ যদি $\vec{v}$ তবে

$$m = m_o \gamma = \frac{m_o}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad .... (9.30a)$$

এখানে $v = 0$ হলে $m = m_o$ .... (9.30b)

(9.30b) সম্পর্কের m_o অথবা (9.29)-এর m_{io} কে কণিকার স্থির ভর বলা হয়। এটিকে কণিকার প্রকৃত ভরও বলা যায়।

(9.30a) এবং (9.30b) প্রমাণ করছে যে একটি কণিকার ভর তার বেগের সঙ্গে সঙ্গে পরিবর্তিত হয় এবং বেগ বাড়লে ভরও বাড়ে। সুতরাং আপেক্ষিক ভরবেগের রূপ হবে,

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_o \vec{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad .... (9.31a)$$

এই ভরবেগের তিনটি উপাংশের মান—

$$p_x = \frac{m_o v_x}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad p_y = \frac{m_o v_y}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad p_z = \frac{m_o v_z}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad .... (9.31b)$$

সুতরাং ভর এবং ভরবেগের পরিবর্তিত সংজ্ঞার সাহায্যে ভরবেগের সংরক্ষণের সূত্রটিকে বজায় রাখা যাবে এবং এই রূপটি লরেঞ্জের রূপান্তরে অপরিবর্তিত থাকবে।

9.3.6 আপেক্ষকীয় বলের সূত্র (Relativistic force law)

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে কোনো বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বলের সমান এবং বল যেদিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেই দিকেই ঘটে। (অবশ্য সঠিক একক বেছে নেওয়ার ওপরই এটি নির্ভর করবে।) এটিকে সাধারণভাবে লেখা যায় $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$ বিশেষ অপেক্ষিকতাবাদ অনুসারে।

অথবা, $F = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} + \vec{\nu}\dfrac{dm}{dt}$

m এর মান (9.30a) থেকে বসিয়ে পাই

$$\vec{F} = \frac{m_o}{\left(1-\frac{\nu^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{\nu}\frac{d}{dt}\frac{m_o}{\left(1-\frac{\nu^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{.................. (9.31)}$$

নিউটনের সূত্র অনুসারে বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল বস্তুর ভর ও ত্বরণের গুণফল হিসাবে প্রকাশ করা যায়। কিন্তু অপেক্ষকীয় বলের সূত্র (relativistic force law) অনুযায়ী কোনো বস্তর ওপর প্রযুক্ত বল এবং বস্তুর ত্বরণ এমনকী সমান্তরাল নাও হতে পারে।

$\vec{F}$-এর মান শূন্য হলে আমরা লিখতে পারি

$$\vec{p} = \frac{m_o\vec{v}}{\left(1-\frac{\nu^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$ এটি একটি স্থির রাশি।

অতএব বলা যেতে পারে যে বহিঃস্থ কোনো বলের অনুপস্থিতিতে অপেক্ষকীয় ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে। যদি $\vec{F}$ এর মান শূন্য না হয় তাহলে মনে করি বস্তুটির ওপর $\vec{F}$ বলের ক্রিয়ার ফলে বস্তুটির অপেক্ষকীয় ভরবেগের পরিবর্তন ঘটল। এই পরিবর্তন $\Delta\vec{P}$ হলে আমরা লিখতে পারি,

$$\Delta\vec{P} = \vec{J} = \int \vec{F}dt \quad \text{..................... (9.32)}$$

এখানে $\vec{J}$ হচ্ছে তন্ত্রে সৃষ্ট ঘাত।

$\frac{v}{c} << 1$ হলে উপরের সমীকরণের (9.31) রূপ হবে $\quad \vec{F} = m_o\dfrac{d\vec{v}}{dt}$ .... (9.33)

এটি আমাদের চির পরিচিত নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র। সুতরাং বস্তুর বেগ যদি আলোর গতিবেগের তুলনায় খুব কম হয় অর্থাৎ যে সমস্ত ক্ষেত্রে $\gamma \approx$। হয় সে ক্ষেত্রে নিউটনীয় বলবিদ্যা এবং আপেক্ষিক বলবিজ্ঞানের ফল এক হয়।

শক্তির আপেক্ষিক রূপ (Relativistic Energy)

এবার আমরা অপেক্ষিকীয় বলের সূত্র প্রয়োগ করে আপেক্ষিক শক্তির (Relativistic Energy) রূপ নির্ণয় করার চেষ্টা করব।

মনে করি যে কোনো বিন্দু A তে একটি কণার বেগের মান ν_A বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে B বিন্দুতে বেগের মান হল ν_B ν_A থেকে ν_B তে বেগ বৃদ্ধির জন্য বহিঃস্থ বল যে কাজ করল তাকেই A ও B বিন্দুর মধ্যে কণাটির গতিশক্তির পার্থক্য বলা যায়।

$$\therefore\ T_B - T_A = \int_A^B \vec{F}\,.\,dt \quad \text{............................. (9.34)}$$

অথবা, $$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o\vec{v}}{\left(1-\frac{\nu^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$\therefore\ T_B - T_A = \int_A^B \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o\vec{v}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right].\vec{dt}$$

আমরা লিখতে পারি,

$$d\vec{t} = \frac{d\vec{t}}{dt}\,dt = \vec{v}\,.dt$$

$$\therefore\ T_B - T_A = \int_A^B \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o\vec{v}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right].\vec{v}\,dt$$

$$= \int_A^B v\,.\,\frac{d}{dt}\left[\frac{m_o\vec{v}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]dt$$

$$= \int_A^B v\,.\,d\left[\frac{m_o\vec{v}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$= \frac{m_o v^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\Bigg|_A^B - \int_A^B \frac{m_o\vec{v}.\vec{dt}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

(যেহেতু আমরা জানি যে $d(\bar{v}\,.\,\bar{p}) = \bar{v}\,d\bar{p} + d\bar{v}\,.\,\bar{p}$

উপরের সমীকরণটিকে লিখতে পারি

$$T_B - T_A = \frac{m_o v^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\Bigg|_A^B + m_o c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}\Bigg|_A^B$$

এখানে দ্বিতীয় সমাকলনটি চরের মান পরিবর্তন করে অর্থাৎ $\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = t$ বসিয়ে সমাধান করা

হয়েছে। এখন যদি কণাটিকে A বিন্দুতে স্থির আছে বলে কল্পনা করা যায় তাহলে $v_A = 0$ এবং B বিন্দুতে বেগের মান $v_B = v$ সেক্ষেত্রে স্থির অবস্থা থেকে বেগবান কোনো বিন্দুর অপেক্ষকীয় গতিশক্তির রূপ হবে,

$$T = \frac{m_0 v^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} + m_0 c^2 \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} - m_0 c^2$$

$$= \frac{m_0^2 v^2 + m_0 c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - m_0 c^2$$

$$= \frac{m_0 c^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - m_0 c^2$$

অথবা, $T = mc^2 - m_0 c^2$ .... (9.35)

উপরের সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে $\frac{v}{c} << 1$ সীমায়

উপরের সমীকরণটিকে অন্যভাবে লিখলে পাই, $mc^2 = T + m_0 c^2$

(এখানে $T \longrightarrow$ কণাটির গতিশক্তি অর্থাৎ কণাটিকে স্থির অবস্থা থেকে v বেগে গতিশীল করার জন্য কৃতকার্য)

আইনস্টাইন এই সমীকরণটির একটি যুগান্তকারী ব্যাখ্যা দিলেন। তাঁর ব্যাখ্যা অনুসারে mc^2 হচ্ছে কণাটির মোট শক্তি E_1 সমীকরণের ডানদিকের প্রথম পদটি কণাটির ওপর বহিঃস্থ মোট বল দ্বারা কৃতকার্য নির্দেশ করছে। দ্বিতীয় পদ $m_0 c^2$ কে বলা হয় 'স্থির শক্তি' (rest energy)। স্থির অবস্থার এই শক্তির কারণ কণাটির ভর।

সুতরাং আমরা লিখতে পারি $E = mc^2$ .... (9.36)

এটিই আইনস্টাইনের ভর ও শক্তির সমতূল্যতার সূত্র।

উপরের সমীকরণটি থেকে দেখা যাচ্ছে যে কোনো বস্তুর ভর যদি m হয় তবে এর শক্তি ও থাকবে যার মান $E = mc^2$। আবার কোনো বস্তুর শক্তির পরিমাণ যদি E হয় তবে তার ভর হবে $\frac{E}{c^2}$। যদি সেই বস্তুর ΔE পরিমাণ শক্তির পরিবর্তন হয় তাহলে তার ভরের পরিবর্তনের মান হবে $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$। ΔE যে কোনো প্রকার শক্তির পরিবর্তন বোঝাতে পারে (যথা তাপীয় শক্তি, যান্ত্রিক শক্তি ইত্যাদি)।

ভর ও শক্তির সমতুল্যতার এই সূত্র বিজ্ঞানের জগতে বৈপ্লবিক পরিবর্তন আনতে সক্ষম হয়েছে। এর একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ হচ্ছে পরমানুর নিউক্লীয় বিভাজন ও সংযোজন প্রক্রিয়ায় (nuclear fission and fusion) অপরিমিত শক্তির উদ্ভাবন।

মুক্ত কণিকার ক্ষেত্রে অপেক্ষকীয় শক্তি এবং ভরবেগের রূপ :

সনাতন পদ্ধতি অনুসারে একটি মুক্ত কণিকার শক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক নিম্নরূপ : $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

অপেক্ষকীয় মুক্ত কণিকার ক্ষেত্রে আমরা জানি

$$p^2 = \frac{m_o^2 v^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

অথবা, $p^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_o^2 \frac{v^2}{c^2} . c^2$

$$\therefore \frac{v^2}{c^2}\left(m_o^2 c^2 + p^2\right) = p^2$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{p^2}{\left(m_o^2 c^2 + p^2\right)}$$

সুতরাং $\gamma = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = \left(1 + \frac{p^2}{m_o^2 c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

আমরা জানি যে $m = \gamma m_o$

সুতরাং লিখতে পারি, $E = mc^2$

$$= \gamma m_o c^2 = m_o c^2 \left(1 + \frac{p^2}{m_o^2 c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$\therefore E^2 = p^2c^2 + (m_o c^2)^2$ .... (9.37)

এটিই 'অপেক্ষকীয় শক্তি এবং ভরবেগের সম্পর্ক'। এই সম্পর্ক থেকে আমরা 'ভরহীন' কণিকা যে কণিকার শক্তি এবং ভরবেগ আছে কিন্তু কোনো স্থির ভর (rest mass) নেই, তার সম্ভাব্যতার আভাস পাই। (9.37) সমীকরণে $m_o = 0$ বসালে পাই,

$E = pc$ (বর্গমূলের ধনাত্মক চিহ্নটি এই কারণে নেওয়া হয়েছে যে ভরবৃদ্ধি হলে শক্তি কমে এরকম কণার অস্তিত্ব অস্থায়ী)

ভরবেগের মানও যাতে শূন্য না হতে পারে সেজন্য $m_o \to 0$ সীমায় $\bar{p} = \frac{m_o \bar{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$ এর একটি সসীম মান থাকতে হবে।

এটি তখনই সম্ভব যখন $m_0 \to 0$ সীমায় v-এর মান c-এর কাছাকাছি হবে অর্থাৎ $v \to c$ হবে। অর্থাৎ ভরহীন কণার বেগ আলোর বেগের সমান হতে হবে। এই ধরনের ভরহীন কণিকার উদাহরণ হল ফোটন (Photon)

9.4 কোয়ান্টাম তত্ত্বের গোড়ার কথা

আমরা দেখলাম যে মাইকেলসন মর্লির পরীক্ষার নেতিবাচক ফলাফল সনাতন বলবিদ্যার ক্ষেত্রে যে ত্রুটি প্রকট করেছিল, আইনস্টাইন তাঁর বিশেষ অপেক্ষবাদের তত্ত্বের সাহায্যে তার সংশোধনের চেষ্টা করেন। অপরদিকে কৃষ্ণবস্তু বিকিরণ সংক্রান্ত ফলাফলের ব্যাখ্যা সনাতন তড়িৎচুম্বকীয় তত্ত্বের সাহায্যে দেওয়া সম্ভব হয় নি। এই ফলাফলগুলির যথার্থ ব্যাখ্যা দেওয়ার জন্য জার্মান বিজ্ঞানী ম্যাক্স প্ল্যাংক বিকিরণের নিঃসরণ ও শোষণের (emission and absorption of radiation) ক্ষেত্রে এক বৈপ্লবিক মতবাদের সূচনা করেন যা কোয়ান্টাম তত্ত্ব নামে খ্যাত (1900)। কৃষ্ণবস্তু বিকিরণের ক্ষেত্রে কোনো বিশেষ তাপমাত্রায় তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সঙ্গে নিঃসৃত বিকিরণের তীব্রতার (E_λ) পরিবর্তনের সঠিক সূত্র নির্ণয় করতে গিয়ে তিনি প্রস্তাব করেন যে বস্তু (বিকিরকের দেওয়াল) এবং বিকিরণের (বিকিরকের কোটর) মধ্যে শক্তির আদান প্রদানের মান একটি ক্ষুদ্রতম শক্তির মানের পূর্ণগুণিতক হয়। প্ল্যাংকের স্বীকার্য অনুসারে শক্তির এই একক (প্ল্যাংক যাকে বলেছিলেন শক্তির কোয়ান্টাম) U_0 এর কম্পনের কম্পাঙ্কের সমানুপাতিক অর্থাৎ

$U_0 = h\nu$ এখানে $h =$ ধ্রুবক $= 6{\cdot}62618 \times 10^{-34}$JS

h কে বলা হয় প্ল্যাংক ধ্রুবক। এটি একটি সার্বিক ধ্রুবক (universal constant)

প্ল্যাংকের এই নুতন ধারণা পদার্থবিদ্যার একটি নূতন শাখার জন্ম দিল যার নাম কোয়ান্টাম পদার্থবিদ্যা। পরবর্তীকালে আইনস্টাইন প্ল্যাংকের কোয়ান্টাম প্রকল্পের (Quantum hypothesis) সাহায্যে আলোক তাড়িত ক্রিয়ার ব্যাখ্যা দিতে সক্ষম হন।

9.4.1 আলোক তাড়িত ক্রিয়া (Photo electric effect)

বিজ্ঞানী হাইনরিয় হার্ৎজ তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ নিয়ে পরীক্ষা নিরীক্ষা করার সময় আবিষ্কার করেন যে কোনো স্ফুলিঙ্গের পথকে যদি অতি বেগুনী রশ্মি দ্বারা আলোকিত করা যায় তাহলে পথের মধ্যের বায়ু সুপরিবাহীতে পরিণত হয়। তিনি এও লক্ষ করেন যে একটি দস্তার চাকতির ওপর অতিবেগুনী রশ্মি ফেললে সেটির উপরিতল থেকে ঋণাত্মক আধান বেরোয়। পরে লেনার্ড দেখান যে এই ঋণাত্মক কণিকাগুলি হচ্ছে ইলেকট্রন।

আরও কিছু পরীক্ষার পর এই সিদ্ধান্তে আসা গেল যে উচ্চ কম্পাংকের আলো কোনও ধাতব পাতের উপর পড়লে পাতটি থেকে ইলেকট্রন নিঃসারিত হয়। এই নিঃসৃত ইলেকট্রনগুলিকে আলোক ইলেকট্রন (photoelectron) এবং প্রক্রিয়াটিকে আলোকতাড়িত ক্রিয়া (Photoelectric effect) বলা হয়।

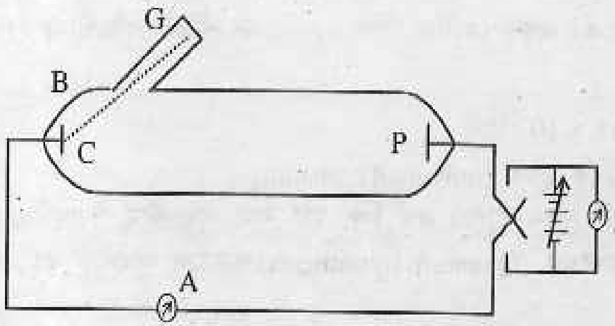
(5a) চিত্রে B একটি বায়ুশূন্য টিউব। এতে দুটি ইলেকট্রোড আছে $C \to$ অ্যানোড। এটি যে ধাতব পাতের উপর আলোক তাড়িত ক্রিয়ার পরীক্ষা করা হবে সেই ধাতু দিয়ে তৈরি $P \to C$ -এর সাপেক্ষে ঋণাত্মক একটি প্লেট (এটি ইলেকট্রন সংগ্রাহক হিসাবে কাজ করে)

$G \to$ জানালা। এটির ভেতর দিয়ে অতিবেগুনী রশ্মি C প্লেটের উপর পড়ে। ফলে C থেকে ফোটোইলেকট্রন নিঃসৃত হয় এবং P দ্বারা আকৃষ্ট হয়।

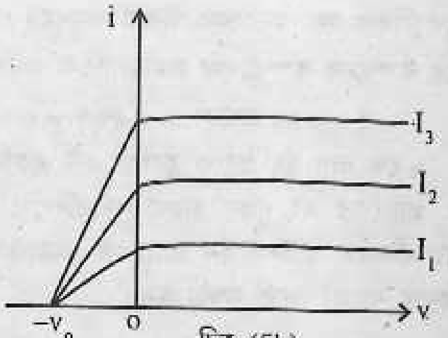
A $\rightarrow$ অ্যামিটার V $\rightarrow$ ভোল্টমিটার।

বর্তনীতে একটি কম্যুটেটর এবং পরিবর্তনীয় তড়িৎবিভব উৎস যুক্ত আছে। কম্যুটেটরের সাহায্যে P প্লেটকে C-এর সাপেক্ষে ঋণাত্মক করা যায়।

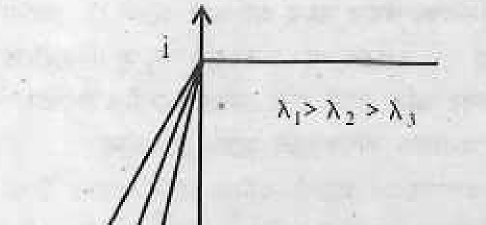
প্রথমে B টিউবটিকে অন্ধকারে রেখে P-এর ওপর ধনাত্মক বিভব প্রয়োগ করলেও A কোনো তড়িৎ প্রবাহ নির্দেশ করে না। কিন্তু C-এর ওপর অতিবেগুনী রশ্মি পড়লে A অল্প প্রবাহ নির্দেশ করে।P-এর বিভব বাড়ালে এই প্রবাহ বাড়তে থাকে, অবশেষে যখন বিভবের মান 10 ভোল্টের কাছাকাছি হয় তখন এই প্রবাহের মান আর বাড়ে না (অর্থাৎ সম্পৃক্ত হয়ে যায়)। এই সম্পৃক্ত প্রবাহের মান আপতিত আলোর তীব্রতা I বাড়ালে বাড়তে থাকে। এটি লক্ষ করার বিষয় যে P-এর বিভব যখন শূন্য হয় তখন প্রবাহের মান শূন্য হয় না (চিত্র 5b), একটি নির্দিষ্ট মানের তড়িৎ প্রবাহ বজায় থাকে। এরপর আমরা যদি C-এর সাপেক্ষে P-এর বিভবকে ঋণাত্মক করি তাহলে দেখা যাবে যে তড়িৎ প্রবাহের মান কমেছে। অবশেষে ঋণাত্মক বিভবের একটি মানে v_o এলে বিভব প্রভেদ শূন্য হয়। v_o-এর মানকে বলা হয় নিরোধ বিভব (Stopping portential) এই বিভবের মান আলোর তীব্রতার উপর নির্ভর করে না, তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভর করে। কিন্তু বিভিন্ন ধাতুর ক্ষেত্রে একই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে v_o-এর মান পৃথক হয়।



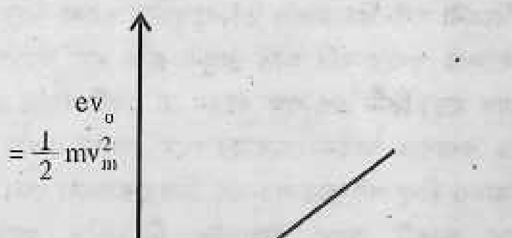
চিত্র (5a)



চিত্র (5b)



চিত্র (5c)



চিত্র (5d)

চিত্র (5b) তে বিভিন্ন আলোক তীব্রতায় v-এর সঙ্গে আলোক তাড়িত প্রবাহের পরিবর্তনের রূপ দেখানো হয়েছে।

চিত্র 5cতে দেখানো হয়েছে একই তীব্রতার কিন্তু বিভিন্ন আলোক তরঙ্গ ব্যবহার করে v-এর সঙ্গে i-এর পরিবর্তনের রূপ।

এখানে দেখা যাচ্ছে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সঙ্গে v_0-এর মান পবিরর্তিত হয়। তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কম হলে v_0 বাড়ে।

এই দুটি চিত্রের ব্যাখ্যা নিম্নলিখিত উপায়ে দেওয়া যায়।

ধাতব চাকতির উপর আলো পড়ার ফলে ফোটো ইলেকট্রনগুলি বিভিন্ন গতিবেগে নিঃসৃত হয়। তাদের মধ্যে সর্বাপেক্ষা গরিষ্ঠ মানকে v_m বলা হল ; যখন P-এর বিভব ধনাত্মক হয় তখন মোট ফোটোইলেকট্রনগুলির একটি অংশ Pতে পৌঁছায় এবং P-এর বিভব বাড়ালে এর পরিমাণ বাড়ে। অবশেষে বিভবের মান +10v-এ সবকটি নিঃসৃত ফোটোইলেকট্রন Pতে পৌঁছায়। এর ফলে আলোক তাড়িত প্রবাহ সম্পৃক্ত হয়। এখন P-এর উপর ঋণাত্মক প্রতিবন্ধ বিভব প্রয়োগ করলে নিম্ন গতি সম্পন্ন ইলেকট্রনগুলি এর বাধা কাটিয়ে P পর্যন্ত আসতে পারে না। সেই কারণে P-এর ঋণাত্মক বিভববৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে i-এর মান কমতে থাকে। অবশেষে বিভবের একটি নির্দিষ্ট মান $-v_0$-এ পৌঁছলে সর্বাপেক্ষা গরিষ্ঠ গতিবেগ (ν_m) সম্পন্ন ইলেকট্রনগুলিও P তে পৌঁছাতে পারে না। এই অবস্থায় C থেকে নিঃসৃত ইলেকট্রনগুলির গরিষ্ঠ গতিশক্তি, নিরোধ বিভব v_0 অতিক্রম করে P পর্যন্ত যাওয়ার জন্য অর্জিত শক্তির সমান হবে। e কে ইলেকট্রনের আধান এবং m কে ইলেকট্রনের ভর ধরে আমরা পাই,

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eV_0$$

তাহলে এই পরীক্ষা থেকে আমরা দেখতে পেলাম যে,

(i) আলোক তাড়িত প্রবাহের মান আপতিত আলোর তীব্রতার ওপর নির্ভর করে। আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভর করে না।

(ii) ফোটো ইলেকট্রনগুলি o থেকে v_m (সর্বাপেক্ষা বেশী মান) গতিবেগ নিয়ে নির্গত হয়। এই v_m-এর মান আলোর তীব্রতার ওপর নির্ভর করে না, কিন্তু আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অর্থাৎ কম্পাংক ν এর ওপর নির্ভর করে (যেহেতু $\nu = \frac{c}{\lambda}$)। ফোটো ইলেকট্রনগুলির গরিষ্ঠ শক্তি $\frac{1}{2}mv_m^2$ কম্পাংক ν এর বৃদ্ধির সঙ্গে সরলরৈখিক ভাবে বাড়ে (চিত্র 5c).

(iii) ফোটো ইলেকট্রনগুলির নিঃসরণ একটি তাৎক্ষণিক প্রক্রিয়া।

(iv) 5d চিত্র থেকে স্পষ্ট যে ν-এর সঙ্গে ev_0-এর পরিবর্তনের ফলে যে সরলরেখা পাওয়া যায় ν অক্ষকে $\nu = \nu_0$ বিন্দুতে ছেদ করে। অর্থাৎ $\nu < \nu_0$ হলে কোনো ফোটো ইলেকট্রনের নিঃসরণ ঘটে না। যে ন্যূনতম কম্পাংকে (ν_0) ফোটো ইলেকট্রনের নিঃসরণ ঘটে, তার মান ধাতুর প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। এই ন্যূনতম কম্পাংককে বলা হয় 'সূচনা কম্পাংক' (threshold frequency)।

আলোকতাড়িত ক্রিয়ার ফলাফলকে তড়িৎচুম্বকীয় তত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা সম্ভব হয় নি। আলোকে তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ হিসাবে গণ্য করলে নির্দিষ্ট কম্পাংকের আলোর তীব্রতা তড়িৎচুম্বকীয় কম্পনের বিস্তারের উপর নির্ভর করে। এই বিস্তার যত বেশি হবে নিঃসৃত ইলেকট্রনটির অর্জিত শক্তি তত বেশি হওয়া উচিত। কিন্তু বাস্তবে তা হয় না।

এছাড়া এই তত্ত্বের সাহায্যে ফোটোইলেকট্রনের তাৎক্ষণিক নিঃসরণের ব্যাখ্যাও দেওয়া যায় না। কেননা ইলেকট্রনটিকে পরমাণু থেকে নিঃসৃত হতে গেলে যে শক্তির প্রয়োজন সেটি আপতিত তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গগুলি থেকে সংগ্রহ করার জন্য কিছু সময় প্রয়োজন।

9.4.2 আইনস্টাইনের আলোক কোয়ান্টাম প্রকল্প এবং আলোক তাড়িত সমীকরণ

পরীক্ষালব্ধ ফলের চিত্র 5d অনুযায়ী আমরা দেখেছি যে আপতিত আলোর কম্পাংক বাড়ালে ফোটোইলেকট্রনগুলির গরিষ্ঠ গতিশক্তি সরলরৈখিকভাবে বাড়ে।

সরলরেখাটির সমীকরণকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়।

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eV_o = a\nu - \varepsilon_o$$

এখানে a এবং ε_o দুটি ধ্রুবক। ε_o কে বলা হয় নিঃসারকের নিস্পাদনীয় কার্য (work function)

মিলিকান (R A Millikan) এবং অন্যান্য বিজ্ঞানী a-এর মান সঠিক ভাবে নির্ণয় করেন এবং দেখান যে a-এর মান প্ল্যাংক ধ্রুবক h-এর সমান। সুতরাং আমরা লিখতে পারি $\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - \varepsilon_o$

যদি লেখা যায় $\nu = \nu_o$ এই বিন্দুতে $\frac{1}{2}mv_m^2 = eV_o$ এর মান শূন্য হবে।

$$\therefore\ h\nu_o = \varepsilon_o \quad \text{অথবা,}\quad \nu_o = \frac{\varepsilon_o}{h} \quad \nu_o \rightarrow \text{ সূচনা কম্পাংক}$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}mv_m^2 = eV_o = h\nu - \varepsilon_o \quad \text{আইনস্টাইনের আলোক তাড়িত সমীকরণ।}$$

আইনস্টাইন দেখান যে আলোক তাড়িত প্রক্রিয়াকে কোয়ান্টাম প্রকল্পের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায় এবং উপরের সমীকরণটি তিনি যুক্তির সাহায্যে নির্ণয় করেন।

প্ল্যাংকের মত অনুসারে কৃষ্ণবস্তুর মধ্যে পারমানবিক বিকিরকগুলির শোষণ এবং নিঃসরণ অবিচ্ছিন্নভাবে ঘটে (discrete) এবং এর মান $h\nu$। আইনস্টাইন এই ধারণাটি আলো নিঃসরণের ক্ষেত্রেও প্রয়োগ করেন। তিনি প্রস্তাব করেন যে কোনো উৎস থেকে আলো নিঃসৃত হয় শক্তিগুচ্ছের আকারে। প্রত্যেকটি শক্তিগুচ্ছের মান $h\nu$, এগুলিকে বলা হয় আলোক কোয়ান্টাম বা ফোটন। এটিই আইনস্টাইনের আলোক কোয়ান্টাম প্রকল্প।

পরমাণুর মধ্যে বন্ধ একটি ইলেকট্রনের ওপর $h\nu$ শক্তির একটি ফোটন আপতিত হল। $h\nu$-এর মান যদি ধাতুর মধ্যে ইলেকট্রনের বন্ধন শক্তি ε_o এর বেশী হয়—তাহলে ইলেকট্রনটি $h\nu$ শক্তি শোষণ করে এবং বাকি শক্তি $(h\nu - \varepsilon_o)$ ইলেকট্রনটি গতিশক্তি হিসাবে অর্জন করে ধাতু থেকে নিঃসৃত হয়। যদি $h\nu < \varepsilon_o$ অর্থাৎ $\nu < \nu_o$ হয়। তাহলে ফোটো ইলেকট্রন নিঃসরণ ঘটতে পারেনি।

এই তত্ত্ব অনুযায়ী ধাতুর ওপর যত বেশী সংখ্যক ফোটন আপতিত হয় ততই ফোটন এবং ইলেকট্রনের মধ্যে সংঘাতের সম্ভাব্যতা বৃদ্ধি পায়, তার ফলে প্রবাহ বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ আপতিত আলোর তীব্রতা বৃদ্ধির সঙ্গে আলোক তাড়িত প্রবাহ বৃদ্ধি পায়।

সবশেষে, কোনো ইলেকট্রনের উপরে ফোটনের আপতনের সঙ্গে সঙ্গেই সেটি নিঃসৃত হয়। অতএব আলোকতাড়িত ক্রিয়ার সবকটি বিশেষত্বই আইনস্টাইনের তত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা সম্ভব।

আইনস্টাইনের সমীকরণের সাহায্যে প্ল্যাংক ধ্রুবক h -এর মান সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায়। এই সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$V_o = \left(\frac{h}{e}\right)\nu_o - \frac{\varepsilon_o}{e}$ । এখন v_o এবং ν-এর মধ্যে একটি লেখচিত্র আঁকা যায়, সেটি একটি সরলরেখা

হবে। এই সরলরেখার নতি $\frac{h}{e}$। এই পদ্ধতিতে h নির্ণয় করে মিলিকান পান $h = 6{\cdot}55 \times 10^{-34}$ JS.

সাম্প্রতিক কালে আরও সঠিকভাবে নির্ণয় করে h-এর মান পাওয়া গেছে $h = 6{\cdot}6262 \times 10^{-34}$ JS

আমরা দেখলাম যে আইনস্টাইনের ফোটনের ধারণার সাহায্যে আলোক তাড়িত ক্রিয়ার ব্যাখ্যা দিতে সমর্থ হয়েছিলেন। আমরা দেখেছি এই ফোটনের স্থির ভরের মান শূন্য, গতিবেগ আলোর বেগের সমান এবং এটির ভরবেগের মান $\frac{h\nu}{c}$। প্ল্যাংকের কোয়ান্টাম প্রকল্পের সাহায্যে 1913 সালে নীলস্ বোর হাইড্রোজেন সদৃশ পরমাণুর বর্ণালী তত্ত্বের অবতারণা করেন এবং হাইড্রোজেন পরমাণুর বিভিন্ন বর্ণালী শ্রেণির ব্যাখ্যা দিতে সক্ষম হন। এর সাহায্যে পদার্থবিদ্যার একটি নতুন শাখার জন্ম হল যাকে আমরা বলি পুরানো কোয়ান্টাম তত্ত্ব।

9.5 ডি ব্রগলি প্রকল্প (De Broglie hypotresis)

বিজ্ঞানী লুই ডিব্রগলী, হাইসেনবার্গ, শ্রোডিংগার উপরের ধারণাকে আরও বর্ধিত করে একটি নূতন বলবিদ্যার সৃষ্টি করেন। এটিই কোয়ান্টাম বলবিদ্যা।

এই কোয়ান্টাম বলবিদ্যার প্রাথমিক ভিত্তি এসেছে ডি ব্রগলীর তরঙ্গ-কণিকা দ্বৈতবাদের ধারণা থেকে যেটি তিনি বিখ্যাত ডি ব্রগলী প্রকল্পে বর্ণনা করেছেন। ডি ব্রগলী প্রস্তাব করেন যে আলোকের মতই পরমাণুর ভিতরের কণিকাগুলিরও দ্বৈতরূপ থাকে। ডি ব্রগলী, বোরের কোয়ান্টাম শর্তের অন্তর্নিহিত অর্থ নির্ণয়ের চেষ্টা করেন। আমরা জানি যে একটি তারকে দুই প্রান্তে টান করে আটকে রাখলে তার দুই প্রান্তের মধ্যে পূর্ণ সংখ্যক স্থানু তরঙ্গ বা অর্ধতরঙ্গ থাকতে পারে, তিনি কল্পনা করলেন যে অনুরূপে পরমাণুর ইলেকট্রনীয় কক্ষপথে পূর্ণসংখ্যক স্থানু তরঙ্গ থাকবে।

ধরা যাক n ক্রমের ইলেকট্রনীয় কক্ষপথের ব্যাসার্ধ r_n (এখানে n একটি পূর্ণ সংখ্যা) তাহলে উপরের ধারণা অনুযায়ী লেখা যায় যে $2\pi r_n = n\lambda$,

বোরের কোয়ান্টাম শর্ত বলে যে ইলেকট্রনের পক্ষে সেই কক্ষপথেই ঘোরা সম্ভব যে কক্ষপথে এটি কৌণিক ভরবেগের মান হবে = $\frac{nh}{2\pi}$ এই কক্ষপথকে স্থায়ী কক্ষ পথ বলে।

অথবা, $mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$ $\qquad$ m = ইলেকট্রনের ভর

r_n-এর মান বসিয়ে $\qquad$ v = ইলেকট্রনের রৈখিক বেগ

আমরা পাই, $mv.\frac{n\lambda}{2\pi} = \frac{nh}{2\pi}$

$\therefore mv\lambda = h$ অথবা, $mv = p = \frac{h}{\nu}$

$\therefore \lambda = \frac{h}{p}$

ডি ব্রগলীর প্রস্তাব অনুযায়ী E শক্তি ও P ভরবেগ সম্পন্ন একটি বস্তু কণিকার মধ্যে $\lambda = \frac{h}{p}$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সম্পন্ন তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য দেখা যায়। এই তরঙ্গের কম্পাংক ν কে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায় $E = h\nu$.

$E = h\nu$ এবং $P = \frac{h}{\nu}$ রূপ দুটিক অন্যভাবে লিখলে আমরা পাই, $E = \frac{h}{2\pi} 2\pi\nu = h\omega$

এবং $p = \frac{\frac{h}{2\pi}}{\frac{\gamma}{2\pi}} = \hbar k$ (এখানে $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ এবং $k = \frac{2\pi}{\lambda}$)

k হল তরঙ্গ বিস্তারণ ভেক্টরের মান এবং ω হচ্ছে কৌণিক কম্পাংক।

কোনো ভৌত সত্ত্বার (আলো বা ইলেকট্রনের) তরঙ্গ এবং কণিকারূপ পরস্পর থেকে পৃথক। সনাতন ধারণা অনুযায়ী নির্দিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং কম্পাংকযুক্ত তরঙ্গের বিস্তার অসীম এবং সেটি অনন্তকাল স্থায়ী হয়। কিন্তু একটি কণিকা একটি নির্দিষ্ট মুহূর্তে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে অবস্থান করে। এর নির্দিষ্ট ভরবেগ p ও শক্তি E থাকে। অর্থাৎ কণিকা ও তরঙ্গের বিশেষত্বগুলি পরস্পরবিরোধী।

এই পরস্পর বিরোধীতা কাটাবার জন্য তরঙ্গাকে কোনো নির্দিষ্ট অঞ্চলে বধ রাখতে হবে। এটি করার জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সম্পন্ন তরঙ্গের উপরিপাতন ঘটানো প্রয়োজন। একে বলা হয় 'ফুরিয়ে রূপান্তর'।

$\nu = \frac{h}{p} \rightarrow$ সমীকরণ কণা তরঙ্গের দ্বৈত সত্তার সম্পূর্ণরূপটি প্রকাশ করে। এই সমীকরণটি থেকে দেখা যাচ্ছে যে একটি কণা, যেটির ভরবেগ p। সেটিও তরঙ্গের ন্যায় আচরণ করতে পারে এবং সংশ্লিষ্ট তরঙ্গ কণার তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের মান $\frac{h}{p}$। এর বিপরীত ঘটনাটিও সম্ভব অর্থাৎ λ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গের পক্ষে কণার ধর্ম প্রদর্শন করা সম্ভব এবং তরঙ্গকণার ভরবেগের মান হবে $\frac{h}{\lambda}$।

উপরের আলোচনার ফলে আপনার হয়তো মনে হবে যে কণা যদি তরঙ্গের ধর্ম প্রদর্শন করতে পারে তাহলে বৃহৎ বস্তুগুলি আমাদের কাছে তরঙ্গের ন্যায় মনে হয় না কেন?

একটি সহজ উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টিকে পরিষ্কার করা যাক, মনে করি একটি বলের ভর 10^{-3}kg এবং এটি $10^{-2}ms^{-1}$ বেগে চলেছে। বলটির ডি ব্রগলী তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত হবে?

$$\therefore \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6 \cdot 626 \times 10^{-34} JS}{10^{-3} kg \times 10^{-2} ms^{-1}} = 6 \cdot 626 \times 10^{-29} m$$

এই অতি ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্যকে পরীক্ষা দ্বারা নির্ণয় করা অসম্ভব।

সুতরাং আমরা বলতে পারি যে বৃহৎ বস্তুগুলির সংশ্লিষ্ট কণা তরঙ্গগুলির ধর্ম দৃশ্যমান হয় না। এই অবস্থায় সেগুলিকে কণা বলেই ধরে নেওয়া হয়। ক্ষুদ্র কণার (যথা ইলেকট্রন) বিচ্ছুরণ ও ব্যাতিচার পরীক্ষা দ্বারা তরঙ্গ কণার অস্তিত্বের প্রমাণ পাওয়া যায়।

9.5.1. তরঙ্গ কণা দ্বৈতসত্ত্বা (Wave-Particle Duality)

এই আলোচনার প্রথমেই আমাদের জানতে হবে কণা কাকে বলে। কণার বিশেষ ধর্মগুলি হল—

(i) কণার একটি বিশেষ অবস্থান থাকে।

(ii) কণার একটি নির্দিষ্ট অবস্থান থাকে।

(iii) কণার ভর আছে, নির্দিষ্ট বেগে গমন করতে পারে। নির্দিষ্ট ভরবেগ এবং শক্তি আছে। কণার গতি নিউটনের সূত্র মেনে চলে।

উপরোক্ত ধর্মগুলি যে সত্তার (entity) মধ্যে পাওয়া যায় না তাকে আমরা কণা বলতে পারি না।

এখন তরঙ্গ বলতে কি বুঝায় ? তরঙ্গের প্রধান ধর্ম হ'ল স্থানের পর্যাবৃত্তি (Periodicity) এবং কালের পর্যাবৃত্তি। তরঙ্গের সঙ্গে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, বিস্তার, কম্পাংক শব্দগুলি জড়িত। এবং তরঙ্গ একটি বিশেষ তরঙ্গ বেগে বিস্তারিত হয়। তরঙ্গের মাধ্যমে বস্তুর স্থানান্তর না ঘটিয়ে শক্তির স্থানান্তর ঘটে। তরঙ্গ কোন নির্দিষ্ট স্থানে সীমাবন্ধ থাকে না। সর্বত্র বিস্তৃত হয় (extends in space)। এইগুলিই তরঙ্গের বিশেষ ধর্ম।

প্রকৃতিতে যদি এমন কিছু পাওয়া যায় যেটি সম্পূর্ণভাবে কণার ধর্ম পালন করে না আবার পুরোপুরি তরঙ্গের ধর্মও অনুসরণ করে না কিন্তু এটির মধ্যে দুই ধর্মই কিছু কিছু বর্তমান, অর্থাৎ ভর, ভরবেগ, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, বিস্তার কম্পাংক আছে এবং এটি একটি বিন্দুতেও সীমাবধ নয় আবার অসীম পর্যান্তও বিস্তৃত নয়, তাহলে এটিকে আমরা কণাও বলতে পারি না আবার তরঙ্গাও বলতে পারি না। এটিকে আমরা বলব তরঙ্গ কণা।

এই তরঙ্গ-কণা দ্বৈতসত্তার সমস্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। এই দ্বৈতসত্ত্বার তত্ত্ব থেকে পাওয়া যায় তরঙ্গ ও কণার সম্পর্ক প্ল্যাংকের ধ্রুবকের ওপর নির্ভর করে। এই ধ্রুবকের মান খুবই ছোট হওয়ায় অতিসূক্ষ্ম পারমানবিক পরিমাপের ক্ষেত্রে এর প্রভাব লক্ষ করা যায়। কিন্তু আমাদের প্রতিদিনের চাক্ষুষ জগতে বস্তু, নিউটনের গতিসূত্র মেনেই চলে। (কেননা সনাতন পদার্থবিদ্যায় আমাদের শক্তির কোয়ান্টামের কোনো ধারণা ছিল না, ফলে সেখানে $h = 0$)।

আমরা দেখলাম যে সনাতন পদার্থবিদ্যা অনুযায়ী একটি বিন্দুতে অবস্থিত হতে পারে যেটি একটি তরঙ্গের পক্ষে সম্ভব নয়। কিন্তু তরঙ্গ কণা দ্বৈতসত্ত্বা অনুসারে পারমানবিক জগতের কণাদের সংজ্ঞা এমন হবে যাতে সেটি ডি ব্রগলীর তত্ত্ব মেনে চলে। আমরা জানি, কতকগুলি নিরবচ্ছিন্নভাবে পরিবর্তনশীল কম্পাংক সম্পন্ন সরল সমঞ্জস তরঙ্গের উপরিপাতন ঘটালে একটি বিশেষ সীমিত স্থানে তরঙ্গগুচ্ছ (wave packet) পাওয়া যায়। এই তরঙ্গগুচ্ছের বিস্তারের কোথাও কণাটির অবস্থানের সম্ভাব্যতা আছে বলে ধরে নেব।

সুতরাং আমরা বলতে পারি যে একটি পারমানবিক কণাকে পাওয়ার সম্ভাব্যতাকে তরঙ্গ গুচ্ছের দ্বারা প্রকাশ করা যেতে পারে ; তরঙ্গগুচ্ছ হচ্ছে কতকগুলি নিরবচ্ছিন্নভাবে পরিবর্তনশীল তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং কম্পাংকের সমষ্টি, সেগুলি একে অপরের ওপর এমনভাবে উপাতীত হয় যাতে কেবল কণিকার সম্ভাব্য অবস্থানের কাছাকাছিই এর বিস্তারের মান শূন্য হয় না।

এই তরঙ্গগুচ্ছের গুচ্ছবেগই কণার গতিবেগের সমান।

9.5.2 অনিশ্চয়তাবাদ (uncertainty principle)

যেহেতু একটি সূক্ষসত্ব কণার তরঙ্গধর্ম আছে, সেই তরঙ্গের প্রকৃতি নির্ধারণ করার জন্য একটি তরঙ্গ সমীকরণের প্রয়োজন, যে সমীকরণটির সমাধান করলে কণাটির স্থানকালীন আচরণ সম্বন্ধে জানা সম্ভব। সমাধানটি $\psi(x, t)$ দিয়ে নির্ধারণ করলে, এর বর্গের সাহায্যে বিভিন্ন ঘটনার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করা যায়।

ψ সাধারণতঃ নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোনো সাইন তরঙ্গ হবে না। কেননা $-\infty$ থেকে $+\infty$ সীমার মধ্যে এর বিস্তার সর্বত্র সমান। কাজেই এই বিস্তারের মধ্যে কণাটির থাকার সম্ভাব্যতা সর্বত্র সমান হবে। কিন্তু কণাটির একটি নির্দিষ্ট স্থানে থাকার কথা। সুতরাং একটি সাইন তরঙ্গ দিয়ে কণাটিকে নির্দেশ করা সম্ভব নয়। কিন্তু আমরা দেখেছি যে কতকগুলি নিরবচ্ছিন্ন পরিবর্তনশীল কম্পাংকের সরল সমঞ্জস (simple hormonic) তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে নির্দিষ্ট গন্ডির মধ্যে তরঙ্গগুচ্ছ সৃষ্টি করা যায়। এই গন্ডির মধ্যে তরঙ্গ প্যাকেটটির বিস্তারের বর্গকণাটির সেখানে অবস্থানের সম্ভাব্যতা নির্দেশ করে।

সুতরাং দেখতে পাচ্ছি যে কোনো তরঙ্গ কণার সম্ভাব্যতাভিত্তিক ব্যাখ্যার জন্য একই সঙ্গে কণাটির অবস্থান এবং ভরবেগ নিশ্চিতভাবে নির্ণয় করা সম্ভব নয়। যে তরঙ্গাগুচ্ছের দ্বারা কণাটির অবস্থান স্থির হয় তার বিস্তৃতির মধ্যে যে কোনো স্থানে কণাটি থাকতে পারে। আবার এই তরঙ্গাগুচ্ছ বা প্যাকেট যে সরল সমঞ্জস তরঙ্গাগুলি দিয়ে তৈরী তাদের তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ র দ্বারা কণার ভরবেগের বিস্তৃতি নির্ণীত হয় (কারণ $p = \frac{h}{\lambda}$) যদি তরঙ্গাগুচ্ছের বিস্তৃতি খুব কমিয়ে নিয়ে আসা হয় কণাটির অবস্থানের মানের অনিশ্চয়তা কমবে কিন্তু উপরিপাতিত তরঙ্গাগুলির সংখ্যা বৃদ্ধির ফলে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বিস্তৃতির পাল্লা আরও বেড়ে যাবে অর্থাৎ কণাটির ভরবেগের বিস্তৃতি আরও বেশী হবে।

সুতরাং আন্তঃ পারমানবিক কণার তরঙ্গাসত্ত্বার অস্তিত্বের জন্য এর অবস্থা নির্ণয়ে কিছুটা অনিশ্চয়তা থাকবে এবং একই সঙ্গো ভরবেগ নির্ণয়েও কিছুটা অনিশ্চয়তা থাকবে।

ä ìä ìæ äÚ ìæé äìÈì ¾æûìü Þ (Heisenberg) সর্বপ্রথম কোনো আন্তঃপারমানবিক (খুব ক্ষুদ্র) কণার ক্ষেত্রে একই সঙ্গো সঠিক অবস্থান এবং সঠিক ভরবেগ নির্ণয়ে অসুবিধার কথা উপলব্ধি করেন।

তিনি প্রমাণ করেন যে একই সঙ্গো অবস্থান এবং ভরবেগ নির্ণয়ের অনিশ্চয়তা Δx ও Δp-এর মধ্যে নিম্নলিখিত সম্পর্কটি খাটে

$$\Delta x \, \Delta p \geq \hbar \quad \left(\hbar = \frac{h}{2\pi}\right.$$ এবং h হচ্ছে প্ল্যাংক ধ্রুবক)

উপরের সম্পর্কটিকে বলা হয় হাইসেনবার্গের অনিশ্চয়তার নীতি।

অনিশ্চয়তার নীতিকে অন্যভাবেও প্রকাশ করা যায়। যদি t সময়ে কোনো ভৌততন্ত্রের শক্তি E হয় তাহলে লেখা যায়, $\Delta E \Delta t \geq h$

9.6 তরঙ্গ অপেক্ষক ও সময় নিরপেক্ষ শ্রোডিংগার তরঙ্গ সমীকরণ (Time independent Schrodinger equation)

অনিশ্চয়তা নীতির ফলস্বরূপ আমরা দেখলাম যে কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় একই সঙ্গো অবস্থান ভরবেগ, শক্তি ইত্যাদি ভৌতধর্মগুলি সম্পূর্ণ সঠিকভাবে নির্ণয় করা সম্ভব নয়। এই অনিশ্চয়তার জন্য কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় ভৌত চলগুলিকে তাদের সম্ভাব্য মানের দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কোনো কোয়ান্টাম তন্ত্রের সংশ্লিষ্ট মিশ্র তরঙ্গ অপেক্ষক $\Psi(x, t)$ দ্বারা তন্ত্রটির স্থানকালীন আচরণ নির্ধারিত হয়।

আমরা এখানে একটি বিশেষ ক্ষেত্রে সমীকরণটি নির্ণয়ের চেষ্টা করব। তন্ত্রে যদি বিভব সময় নিরপেক্ষ হয় তাহলে আলোচ্য তন্ত্রটির মোট শক্তি ধ্রুবক হয়।

মনে রাখতে হবে এই সমীকরণ কোনো তাত্ত্বিক উপায়ে নির্ণয় করা সম্ভব নয়। এই সমীকরণ অনুমান ভিত্তিক হবে।

সময় নিরপেক্ষ শ্রোডিংগার সমীকরণ নির্ধারণ করতে আমরা একটি সাধারণ তরঙ্গ সমীকরণ দিয়ে শুরু করব। মনে করি ψ একটি তরঙ্গের প্রতিরূপ v বেগে অগ্রসর হচ্ছে। এটির গতির অবকল সমীকরণের রূপ হবে $$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$$

m ভরের একটি কণা ν বেগে ($\nu << c$) কোনো বলের ক্ষেত্রের মধ্যে দিয়ে ধাবিত হওয়ার ফলে এটির স্থিতিয় শক্তি হচ্ছে $V(x, y, z)$ এবং এর মোট শক্তি E এটির গতির শ্রোডিংগার সমীকরণ নির্ণয় করতে গেলে এটির অনুষঙ্গী তরঙ্গ ψ এর গতিবেগ (v) নির্ণয় করা প্রয়োজন।

অনপেক্ষকীয় ক্ষেত্রে $\nu << c$ গতি শক্তির রূপ $\frac{1}{2}m\nu^2 = E - V$

অথবা, $m\nu^2 = 2(E-V)$

এবং ভরবেগ $p = mv = \sqrt{2m(E-V)}$

আমরা জানি এই কণার অনুষঙ্গী তরঙ্গের

বেগ $v = \nu\lambda$

এবং ভরবেগ $p = \frac{h}{\lambda}$

শক্তি $E = h\nu$

$\therefore$ আমরা লিখতে পারি $v = \frac{h\nu}{p}$ অথবা, $v = \frac{h\nu}{\sqrt{2m(E-V)}}$ .... (9.39)

সাধারণভাবে ψ এর যে মানগুলি সময়ের সমঞ্জস অপেক্ষক সেগুলিই গ্রহণযোগ্য। এই অপেক্ষকগুলিকে $\sin 2\pi\nu t$ এবং $\cos 2\pi\nu t$-এর মিলিত সূচকীয় (exponential) অপেক্ষক, $\exp 2\pi\gamma i t$-এর সাপেক্ষে প্রকাশ করা যায়। এখানে γ তরঙ্গের কম্পাংক। সুতরাং ψ কে দুটি গুণকের সমষ্টি হিসাবে নিম্নলিখিত উপায়ে প্রকাশ করা যায়—

$\overline{\psi}(x, y, z, t) = \Psi(x, y, z)\exp(2\pi vit)$ .... (9.40)

এখানে Ψ কেবল স্থানাংকের অপেক্ষক।

উপরের সমীকরণকে সময়ের সাপেক্ষে অবকলন করলে

$$\frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial t^2} = 4\pi^2\gamma^2\psi\exp(2\pi vit) \quad \text{........................ (9.41)}$$

ψ কে x, y, z প্রত্যেকের সাপেক্ষে অবকলন করলে পাই,

$$\frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial z^2} \pm \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)(\exp 2\pi vit) \quad \text{........................ (9.42)}$$

(9.38), (9.41) ও (9.42)-এর সাহায্যে লিখতে পারি

$$\frac{1}{w^2}\frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)(\exp 2\pi\, v\, it)$$

অথবা, $-\frac{1}{v^2} \times 4\pi^2\gamma^2\psi\ \exp(2\pi vit) = \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) \times (\exp 2\pi\nu it)$

$$\therefore \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial z^2} = -\frac{4\pi^2\gamma^2\psi}{v^2}$$

আমরা দেখেছি যে $v = \frac{hv}{\sqrt{2m(E-V)}}$

w-এর এই মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=-\frac{4\pi^2v^2}{h^2v^2}2m(E-V)\psi$$

$$\therefore\ \Delta^2\psi=-\frac{8\pi^2m(E-V)}{h^2}\psi=-\frac{2m(E-V)}{\hbar^2}\psi$$

(এখানে $\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$)

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+V\right)\psi=E\psi$$

এটিই একটি সময় নিরপেক্ষ শ্রোডিংগার অবকল সমীকরণের রূপ। E-এর যে মানগুলির জন্য উপরের সমীকরণের সমাধান পাওয়া যাবে সেগুলিই তন্ত্রের বিভিন্ন শক্তিস্তর চিহ্নিত করবে।

9.6.1 তরঙ্গ অপেক্ষকের ভৌত ব্যাখ্যা (Physical explanation of wave function)

মনে করা যাক আমরা একটি কণার জন্য একটি শ্রোডিংগার সমীকরণ লিখলাম। এখন এ কথা কি বলা যায় যে এই সমীকরণের প্রত্যেকটি সমাধানই কণাটির সঙ্গে যুক্ত সম্ভাব্য একটি তরঙ্গকে বোঝাবে ? এই প্রশ্নের উত্তর না।

যে সমাধানগুলি কতকগুলি বিশেষ শর্ত পূরণ করবে, সেগুলিই গ্রহণযোগ্য হবে। এই শর্তগুলি এসেছে অংশত ψ -এর ভৌতিক বিশ্লেষণ থেকে এবং বাকীটা তরঙ্গ সমীকরণের চরিত্র থেকে।

একটি কণাকে কোনো একটি অঞ্চলের মূলবিন্দুর সাপেক্ষে একটি বিশেষ অবস্থানে পাওয়ার সম্ভাব্যতার পরিমাপকে ψ বলা যেতে পারে।

আমরা দেখেছি যে একমাত্রিক গতিসম্পন্ন একটি কণার স্থানকালীন আচরণ $\psi(x, t)$ তরঙ্গ অপেক্ষক দিয়ে প্রকাশ করা হয়। যে সব বিন্দুতে $\psi(x, t)$ -এর বিস্তার বেশি, সে সব বিন্দুতে কণাটিকে পাওয়ার সম্ভব্যতাও বেশি হবে। $\Psi(x, t)$ এর বিস্তারের মানের বর্গের সাহায্যে কোনো বিন্দুতে কণাটির অবস্থানের সম্ভাব্যতা পাওয়া যায়।

এই ব্যাখ্যা অনুযায়ী $|\psi(x,t)|^2\,dx=\psi^*(x,t)\,\psi(x,t)\,dx$

উপরের রাশিটিকে লেখা যায়,

$$P(x,t)=\psi^*(x,t)\,\psi(x,t)=|\psi(x,t)|^2 \quad .... (9.43)$$

(ψ^* হচ্ছে ψ এর সংমিশ্র যুগ্ম)

যে $P(x,t)$ বলা যায় সম্ভাব্যতা ঘনত্ব।

সুতরাং আমরা বলতে পারি যে কোনো কণাকে একটি ক্ষুদ্র ব্যাপ্তি dx -এর মধ্যে পাওয়ার সম্ভাব্যতাকে, কণা এবং পরিসর সংক্রান্ত তরঙ্গ অপেক্ষকের মাপাংকের (modulus) বর্গের দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$\therefore$ কণাটিকে কোনো নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য $L=x_2-x$-এর মধ্যে পাওয়ার সম্ভাব্যতা হবে; $P_L(t)=\int_{x_1}^{x_2}P(x,t)dx$

$$............ (9.44)$$

সুতরাং শ্রোডিংগার তরঙ্গ সমীকরণ সম্ভাব্যতা তরঙ্গরূপকে বর্ণনা করে। যেখানে কণাটির থাকার সম্ভাবনা বেশী সেখানে তরঙ্গের বিস্তার বেশী হবে অন্যথা তরঙ্গের বিস্তার অত্যন্ত কম হবে।

সম্ভাব্যতার ধারণা থেকে বলা যায় যে যেহেতু কণাটির দেশের (Space) যে কোনো স্থানে থাকার সম্ভাবনা নিশ্চিত, সুতরাং সমগ্র দেশের (whole space) মধ্যে কণাটিকে পাওয়ার সম্ভাব্যতার একক মান হবে। অর্থাৎ সমগ্র দেশের সাপেক্ষে সম্ভাব্যতার রূপকে সমাকল করলে আমরা পাব,

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \overline{\psi}^*(x,t)\,\overline{\psi}(x,t)dx = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (9.45) \quad \text{(t-এর প্রত্যেক মানের জন্য)}$$

(9.43, (9.44) এবং (9.45)-তে তরঙ্গ অপেক্ষকের আলোচনা থেকে এটি স্পষ্ট হ'ল যে ψ -এর মান একমানী এবং সসীম হতে হবে (Single valued and finite) নচেৎ কোনো কণাকে দেশের মধ্যে কোনো স্থানে থাকার সম্ভাব্যতার একমাত্র (unique) এবং সসীম মান পাওয়া সম্ভব হবে না। এছাড়াও স্থানাঙ্কের সাপেক্ষে ψ -এর প্রথম ক্রমের অবকলজের মান সন্ততঃ হওয়া প্রয়োজন (Ist derivative continuous)।

উপরের তিনটি ধর্ম যে সমস্ত তরঙ্গ অপেক্ষকে পাওয়া যায় তাদের বলা হয় সদাচারী অপেক্ষক (well-behaved functions)

9.6.2 পরিমিতিকরণ (normalization)

আমরা দেখেছি যে শ্রোডিংগার সমীকরণ একটি সমসত্ত্ব এবং রৈখিক সমীকরণ। সুতরাং আমরা যদি এই সমীকরণের কোনো সমাধানকে একটি ধ্রুব সংখ্যা (সাধারণতঃ একটি জটিল রাশি) দিয়ে গুণ করি তাহলে সেই গুণফলও একটি সমাধান হবে। আমাদের সুবিধামত একটি তরঙ্গ অপেক্ষকের পরিমিতিকরণ করার জন্য তরঙ্গ অপেক্ষকের এই ধর্ম কাজে লাগাতে পারি।

মনে করি $\psi'(x,t)$ শ্রোডিংগার সমীকরণের একটি সমাধান ধরা যাক,

$$\int |\psi'(x,t)|^2\, dx = N^2$$

যেহেতু $|\psi'(x,t)|^2$ একটি ধনাত্মক রাশি সুতরাং N^2 একটি ধনাত্মক রাশি। এটিকে বলা যায় পরিমিতি ধ্রুবক।

আমরা $\psi(x,t)$ তরঙ্গ অপেক্ষককে নিলাম যেটির মান $\overline{\psi}(x,t) = \frac{1}{N}\psi'(x,t)$ যেহেতু $\psi(x,t)$ এবং $\overline{\psi}'(x,t)$ এর মধ্যে একটি ধ্রুবকের ব্যবধান সুতরাং আমরা বলতে পারি যে $\overline{\psi}(x,t)$ শ্রোডিংগার সমীকরণের একটি সমাধান এছাড়াও আমরা পাই, $\int |\overline{\psi}(x,t)|^2\, dx = 1$

যে তরঙ্গ অপেক্ষকের পরিমিতি ধ্রুবকের মান একক সেই তরঙ্গ অপেক্ষককে পরিমিত অপেক্ষক (normalized function) বলা হয়। পরিমিত অপেক্ষকের সংজ্ঞা থেকে এটি স্পষ্ট হয় যে N-এর মান সসীম হতে হবে। সুতরাং সেই অপেক্ষকগুলিকে পরিমিত অপেক্ষক বলা যেতে পারে যাদের পরিমিতি ধ্রুবকের মান সসীম হবে। পরিমিতি ধ্রুবকের মান, $|\overline{\psi}|^2$ -এর সমগ্র স্থানের (all space) সাপেক্ষে সমাকলনের সমান সুতরাং পরিমিতি ধ্রুবকের মান সসীম হওয়ার অর্থ $|\psi(x,t)|^2$-এর মান অসীমে গিয়ে শূন্য হবে (vanishes at infinity)

অর্থাৎ $\psi(x,t) \to 0$ when $x \to \infty$

এই শর্তটিকে বলা হয় তরঙ্গ অপেক্ষকের বর্গসমাকলতা (Square integrability).

আইগেন অপেক্ষক এবং আইগেন মান ঃ মনে করি $\psi(x)$ একটি সদাচারী অপেক্ষক যেটি নিরবচ্ছিন্নতা এবং সীমানার শর্ত মেনে চলে। এই অপেক্ষকটির ওপর একটি সংকারক A_{OP}-এর ক্রিয়াকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায়।

$$A_{OP}\psi(x) = a\psi(x)$$

এখানে $\psi(x)$ কে বলা যায় A_{OP} সংকারকের আইগেন অপেক্ষক। শুধুমাত্র 'a' দিয়ে গুণ হওয়া ছাড়া এটি সংকারকে ক্রিয়ার ফলেও অপরিবর্তিত থাকে। 'a' কে বলা হয় সংকারকের আইগেন মান।

সময় নিরপেক্ষ শ্রোডিংগার সমীকরণের রূপটি লিখলে পাই,

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V\right)\psi = E\psi$$

এখানে $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V\right)$ কে হ্যামিলটনীয় সংকারক (Hamiltonian) H হিসাবে লেখা যায়।

অর্থাৎ শ্রোডিংগার সমীকরণের রূপ হবে।

$H\psi = E\psi$ হ্যামিলটনীয় = মোট শক্তির রূপ যেখানে স্থিতিশক্তি সময়ের উপর নির্ভর করে না।

এখানে E = আইগেন মান।

শ্রোডিংগার সমীকরণের সমাধানের উদাহরণ ঃ

9.6.3 একমাত্রিক বিভব পেটিকা (Particle in an one-dimensional potential box)

মনে করি m ভর সম্পন্ন কণা $x = 0$ থেকে $x = l$ অঞ্চলে আবদ্ধ আছে।

$x = 0$ এবং $x = l$ দুই সীমানায় দুটি অসীম উচ্চতার, অপ্রবেশ্য এবং দৃঢ় বিভব প্রাচীর আছে। (চিত্র 6a)

সুতরাং $x = 0$ ও $x = l$ এ $V = \infty$

এবং $0 < x < l$ অঞ্চলে $V = 0$

$x = 0$ এবং $x = l$ পর্যন্ত বিস্তৃত বিভব পেটিকার থেকে কণাটিকে বেরিয়ে আসতে হলে কণাটিকে অসীম পরিমাণ কার্য্য করতে হবে যা কখনই সম্ভব নয়। সুতরাং $x = 0$ এবং $x = l$ বিন্দুতে কণাটির অবস্থানের সম্ভাব্যতা শূন্য হবে।

অর্থাৎ $\psi(0) = \psi(l) = 0$-এই দুটি হ'ল সীমা শর্ত।

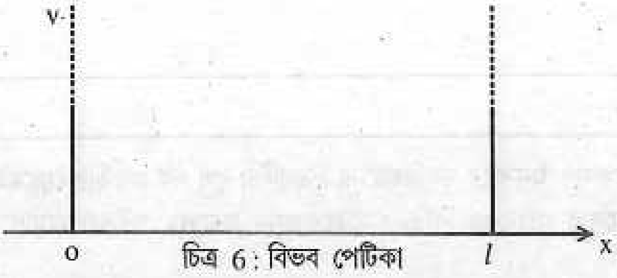
ψ-এর নিরবচ্ছিন্নতার শর্ত থেকে পাওয়া যায় যে বিভব পেটিকার বাইরে সর্বত্র $\psi = 0$ হবে।

এখানে v সময় নিরপেক্ষ সুতরাং, $0 < x < l$ অঞ্চলে সময় নিরপেক্ষ শ্রোডিংগার সমীকরণ ব্যবহার করতে হবে।

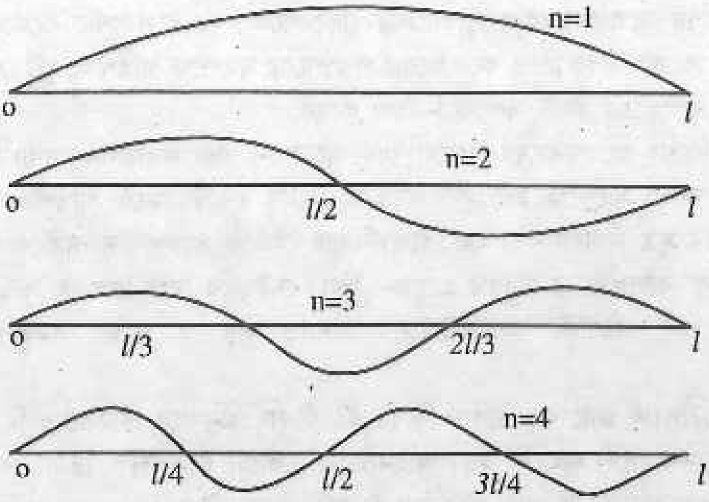
$$\text{বা, } \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi(x)$$

$$\text{অথবা, } \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0$$

অর্থাৎ, $\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$ এখানে $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ বা $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$



চিত্র 6 : বিভব পেটিকা



চিত্র 6a : একমাত্রিক বিভব পেটিকার ক্ষেত্রে তাৎক্ষণিক তরঙ্গ অপেক্ষকগুলি

এই সমীকরণটির সমাধানের রূপ

$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$

$x = 0$ বিন্দুতে $\psi(x) = \theta$ সুতরাং সীমাশর্ত থেকে পাওয়া যায় $= 0$

অতএব $\psi(x) = A \text{ Sin } kx$

আবার $x = l$ বিন্দুতে $\psi(x) = 0$

$\therefore$ দ্বিতীয় সীমা শর্ত থেকে পাওয়া যায়,

$A \text{ Sin } kl = 0$

অর্থাৎ $\text{Sin } kl = \text{Sin } n\pi$ $\quad n = 1, 2 ....$ (একটি পূর্ণসংখ্যা)

$n = 0$ হতে পারে না কেননা সেক্ষেত্রে সর্বত্র $\psi = 0$ হবে।

$\therefore k_n = \frac{n\pi}{l}$

k_n-এর মান বসালে পাওয়া যায় $\psi_n(x) = A \operatorname{Sin} \frac{n\pi x}{l}$

সুতরাং আমরা n সংখ্যক আইগেন মান পাই। (চিত্র (6a)

9.7 সারাংশ

গ্যালিলেওর সনাতন অপেক্ষবাদ অনুসারে বলবিজ্ঞানের সূত্রগুলির রূপ সব জড়ত্বীয় ফ্রেমেই এক। এই তত্ত্ব অনুসারে বিভিন্ন জড়ত্বীয় ফ্রেমে আলোর গতিবেগ বিভিন্ন। মাইকেলসন মরলের পরীক্ষা প্রমাণ করল আলোর গতিবেগ অপরিবর্তিত থাকে।

আইনস্টাইন তাঁর বিশেষ অপেক্ষবাদের তত্ত্বে আলোর গতিবেগকে স্থির বলে বর্ণনা করেছেন।

বিশেষ অপেক্ষবাদের তত্ত্বের উপর ভিত্তি করে লরেঞ্জ পরস্পরের সাপেক্ষে গতিশীল দুটি ফ্রেমের মধ্যে দেশ ও সময়ের নির্দেশাংকের রূপান্তরের চারটি সম্পর্ক নির্ধারণ করেন।

লরেঞ্জ রূপান্তর এবং বিশেষ অপেক্ষবাদের সাহায্যে 'দৈর্ঘ্য সংকোচন' এবং কালশ্লথন ব্যাখ্যা করা যায়। লরেঞ্জ রূপান্তরের সাহায্যে পরস্পরের সাপেক্ষে চলা দুটি জড়ত্বীয় ফ্রেমের একটির মধ্যে গতিশীল এক বস্তুর জন্য অপেক্ষকীয় বেগ সংযোজন সূত্র নির্ধারণ করা যায়। পদার্থবিদ্যার মৌলিক সংরক্ষণ সূত্রগুলিকে ঠিক রাখার জন্য যেমন দৈর্ঘ্য সংকোচন এবং কালশ্লথনের ধারণার প্রয়োজন ছিল। সেইভাবে দেখা গেল যে 'ভর' ও একটি স্থির সত্তা (entity) নয়। এই ধারণাটিই আইনস্টাইনের বিখ্যাত ভর ও শক্তির সমতুল্যতার সমীকরণ $E = mc^2$ এর উৎস।

কোয়ান্টাম তত্ত্বের গোড়াপত্তন প্ল্যাঙ্কের স্বীকার্য দিয়ে। এই স্বীকার্য অনুসারে বিকিরণের নিঃসরণ ও শোষণ একটি ক্ষুদ্রতম শক্তির মানের ($h\nu$) সাহায্যে হয়। আইনস্টাইন 'ফোটো ইলেকট্রিক ক্রিয়া' কে, প্ল্যাংকের এই কোয়ান্টাম তত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করেছিলেন। তাঁর তত্ত্ব অনুযায়ী কোনো উৎস থেকে আলো নিঃসৃত হয় শক্তির গুচ্ছের ($h\nu$) আকারে। এই গুচ্ছগুলির নাম ফোটন। সুতরাং দেখা গেল যে আলোকে তরঙ্গ এবং কণিকা দ্বৈতরূপেই দেখা যায়। বিজ্ঞানী লুই ডিব্রগলী প্রস্তাব করেন যে আলোর মতই ক্ষুদ্রতম কণাগুলিরও দ্বৈতরূপ থাকে। এই তরঙ্গ কণা দ্বৈতরূপের সম্পর্ক হ'ল,

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad p = \text{ভরবেগ}, \ \lambda = \text{তরঙ্গদৈর্ঘ্য}$$

এটি সব বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। কিন্তু $h = 6{\cdot}6262 \times 10^{-34}$ এর মান খুবই ছোট হওয়ায় অতি সূক্ষ্ম পরিমাপের ক্ষেত্রেই এর প্রভাব লক্ষ করা যায়। ডিব্রগলী তরঙ্গ কিন্তু একটি সম্ভাব্যতা তরঙ্গ (probability wave) এই তরঙ্গরূপ কণাটির সেখানে থাকার সম্ভাব্যতা বোঝায়। এই সম্ভাব্যতার ধারণা থেকে দেখা গেল যে কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় একই সঙ্গে অবস্থান, ভরবেগ, শক্তি ইত্যাদি সম্পূর্ণ সঠিকভাবে নির্ণয় করা সম্ভব নয়। এই জন্য ভৌত চলগুলি তাদের সম্ভাব্য মানের দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কোনো তন্ত্রের স্থানকালীন আচরণ নির্ণয়ের জন্য তন্ত্রের সংশ্লিষ্ট তরঙ্গ অপেক্ষককে ψ বললে, ψ এর একটি তরঙ্গ সমীকরণ উদ্ভাবনা করা প্রয়োজন। শ্রোডিংগার (Schdodinger) ψ–এর জন্য একটি তরঙ্গ সমীকরণ উদ্ভাবন করেন, যেটির যথার্থতা বিভিন্ন ক্ষেত্রে প্রয়োগ করে নির্ণয় করা যায়।

9.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

3. আমরা দেখলাম যে দুটি নক্ষত্রমণ্ডলী একে অন্যের থেকে .3c বেগে দূরে সরে যাচ্ছে। এদের একটির মধ্যে অবস্থিত দর্শকের কাছে অন্যটির বেগ কত মনে হবে ?

4. দেখান যে $\nu'^2 = \nu_x'^2 + \nu_y'^2$ এবং $\nu^2 = \nu_x^2 + \nu_y^2$ হলে $c^2 - \nu^2 = c^2 \dfrac{(c^2 - \nu^2)(c^2 - v^2)}{(c^2 - \nu_x v)^2}$ হবে

এখানে $v = s$ ফ্রেমের সাপেক্ষে s' ফ্রেমের বেগ

$\nu = s$ ফ্রেমে একটি কণার বেগ

$\nu' = s'$ ফ্রেমে সেই কণার বেগ

5. একটি ইলেকট্রনের 150ev শক্তিবৃদ্ধি হওয়াতে এটির ডিব্রগলী তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ পরিবর্তন হয়। ইলেকট্রনের প্রাথমিক ডি ব্রগলী তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

6. স্থির অবস্থায় একটি মুক্ত নিউট্রনের গড় আয়ুর মান 900 সে. এক দর্শক এই গড় আয়ুর মান 2700 সে. নির্ণয় করলেন। দর্শকের সাপেক্ষে এই নিউট্রনের গতিবেগ কত ?

9.9 উত্তরমালা

1. (a) অজড়ত্বীয় ফ্রেম—কেননা গাড়িটির ত্বরণ আছে।
   (b) অজড়ত্বীয় ফ্রেম—ইলেকট্রনের ত্বরণ আছে।
   (c) জড়ত্বীয় ফ্রেম
   (d) জড়ত্বীয় ফ্রেম।

2. বিপরীত লরেঞ্জ রূপান্তরের রূপগুলির

$$x = \gamma(x' + \beta ct') = \gamma(x' + vt) \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma\left(t' + \beta\frac{x'}{c}\right) = \gamma\left(t' + v\frac{x'}{c^2}\right)$$

সাহায্যে আমরা লিখতে পারি,

$$dx = \gamma(dx' + vdt') \qquad dt = \gamma\left(dt' + \gamma\frac{dx'}{c^2}\right)$$

$$\therefore\ v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + vdt'}{dt' + v\frac{dx'}{c^2}} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt'}} = \frac{v_x' + v}{(1 + v\frac{v_x'}{c^2})}$$

অনুরূপে $v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{\gamma\left(dt' + v\frac{dx'}{c^2}\right)} = \frac{v_y'}{\gamma\left(1 + v\frac{v_x'}{c^2}\right)}$

এবং $v_z = \frac{v_z'}{\gamma\left(1 + \frac{v_x'}{c^2}\right)}$

3. ধরা যাক আমরা যেখানে আছি (অর্থাৎ ভূপৃষ্ঠ) সেটি s ফ্রেম। প্রথম নক্ষত্রমণ্ডলীর বেগ

$$\nu_x = +\cdot 3c \quad \nu_y = 0 \quad \nu_z = 0$$

মনে করি s′ ফ্রেমে অবস্থিত দ্বিতীয় নক্ষত্রমণ্ডলী প্রথমটির বিপরীত দিকে চলেছে। s-এর সাপেক্ষে এর বেগের উপাংশগুলি হবে—

$$v_x = -0\cdot 3c \quad v_y = 0 \quad v_z = 0$$

∴ s′-এর দর্শকের কাছে

1-এর বেগ হবে—

$$\nu x' = \frac{\nu_x - v}{1 - \frac{\nu_x v}{c^2}} = \frac{0\cdot 3c - (-0\cdot 3c)}{1 + (0\cdot 3)^2}$$

$$= \frac{0\cdot 6c}{1\cdot 09} = 1\cdot 65 \times 10^8\ \text{ms}^{-1}$$

4. 2-এর প্রশ্নমালার উত্তরের সাহায্যে লিখতে পারি

$$\nu^2 = \nu_x^{\ 2} + \nu_y^{\ 2}$$

$$= \frac{(\nu_x' + v)^2}{\left(1 + \frac{\nu x' v}{c^2}\right)^2} + \frac{\nu_y'^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 + \frac{\nu x' v}{c^2}\right)^2}$$

$$= \frac{\nu_x'^2 + v^2 + 2\nu_x' v + \nu_y'^2 - \nu_y'^2\frac{v^2}{c^2}}{\left(1 + \nu_x'\frac{v}{c^2}\right)^2}$$

$$= \frac{\nu'^2 + v^2 + 2\nu'_x v - \nu'^2_y - \nu'^2_y \dfrac{v^2}{c^2}}{\left(c^2 + \nu'_x v\right)^2} \cdot c^4$$

$$\therefore\ c^2 - \nu^2 = \frac{\left[c^2\left(c^2 + \nu'_x v\right)^2 - c^4\left(\nu'^2 + v^2 + 2\nu'_x v - \nu'^2_y v^2 / c^2\right)\right]}{\left(c^2 + \nu'_x v\right)^2}$$

$$= \frac{c^6 + c^2 v^2 \nu'^2 - c^4 \nu'^2 - c^4 v^2}{\left(c^2 + \nu'_x v\right)^2}$$

$$= \frac{c^2\left[c^4 - c^2 v^2 - c^2 \nu'^2 + v^2 \nu'^2\right]}{\left(c^2 + \nu'_x v\right)^2}$$

$$= \frac{c^2\left[c^2\left(c^2 - v^2\right) - \nu'^2\left(c^2 - v^2\right)\right]}{\left(c^2 + \nu'_x v\right)^2}$$

$$= \frac{c^2\left(c^2 - \nu'^2\right)\left(c^2 - v^2\right)}{\left(c^2 + \nu'_x v\right)^2}$$

5. যেহেতু ইলেকট্রনের শক্তিবৃদ্ধি হয়েছে, সুতরাং এটির ডি ব্রগলী তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কমবে (অর্থাৎ অর্ধেক হবে)। মনে করি ইলেকট্রনের প্রাথমিক শক্তি E, প্রাথমিক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এবং শক্তির পরিবর্তনের মান ΔE

$\therefore$ আমরা লিখতে পারি $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{\sqrt{2mE}}$

এবং $\dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{h}{\sqrt{2m(E + \Delta E)}}$

সুতরাং $\lambda^2 = \dfrac{h^2}{2mE}$ এবং $\dfrac{\lambda^2}{\Delta} = \dfrac{h^2}{2m(E + \Delta E)}$

সাধারণ বীজগাণিতিক সমাধানের সাহায্যে দেখানো যায় যে,

$\lambda^2 = \dfrac{3h^2}{2m\Delta E}$ অথবা, $\lambda = h\left(\dfrac{3}{2m\Delta E}\right)^{1/2}$

h, m এবং $\Delta E = 150ev$ মান বসিয়ে পাই,

$$\lambda = 6 \cdot 6262 \times 10^{-34} JS \left[\frac{1 \cdot 5}{9 \cdot 1 \times 10^{-31} kg \times 150 \times 1 \cdot 6 \times 10^{-19} J} \right]^{1/2}$$

$$= 1 \cdot 734 A^o$$

6. স্থির অবস্থায় নিউট্রনের গড় আয়ুর সঠিক মান —900 সে. আমাদের সাপেক্ষে গতিশীল নিউট্রনের গড় আয়ু, 2700 সে.

$\therefore$ 2700 সে. $= \gamma \times 300$ সে. $\quad \therefore \gamma = 3$

কিন্তু $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{\nu^2}{c^2}}} \quad \therefore 3 = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{\nu^2}{c^2}}}$

অথবা, $9 = \dfrac{1}{\left(1 - \dfrac{\nu^2}{c^2}\right)} \quad \therefore \left(1 - \dfrac{\nu^2}{c^2}\right) = \dfrac{1}{9}$

$$\frac{\nu^2}{c^2} = \frac{8}{9} \quad \therefore \nu = \frac{2}{3}\sqrt{2}c = \left(c = 3 \times 10^8 m.s^{-1}\right) = 2 \cdot 8 \times 10^8 ms^{-1}.$$

একক 10 □ পারমাণবিক ও কেন্দ্রকীয় পদার্থ বিদ্যা (Atomic and Nuclear Physics)

গঠন

10.11 এক্স্-রশ্মির ব্যবর্তন : লাউয়া-এর তত্ত্ব

11.11.1 লাউয়া নকশার ব্যাখ্যা

10.11.2 ব্র্যাগ-এর সূত্র

10.11.3 ব্র্যাগ সূত্রের সাহায্যে লাওয়া দাগের ব্যাখ্যা

10.12. কেন্দ্রর গঠন ও উপাদান

10.12.1 কেন্দ্রকীয় ভর ও বন্ধন-শক্তি

10.12.2 পারমাণবিক ভরের একক

10.12.3 বন্ধন-শক্তি এবং কেন্দ্রকের স্থায়িত্ব

10.13 তেজস্ক্রিয়

10.13.1 তেজস্ক্রিয়তা ক্ষয় সূত্র

10.13.2 তেজস্ক্রিয় বিকিরণের ধর্ম

10.13.3 তেজস্ক্রিয় ভাঙনের স্থানচ্যুতি সূত্র

10.13.4 তেজস্ক্রিয় সাম্য

10.14. কেন্দ্রকীয় বিক্রিয়া বা বিঘটন

10.14.2 কেন্দ্রীয় বিঘটনের বলবিদ্যা : Q-মান

10.14.3 আলফা বর্ণালি

10.14.4 বেটা (বা বিটা) বর্ণালি

10.14.5 B বর্ণালির ব্যাখা : পাউলির নিউট্রিনো প্রকল্প

10.14.6 গামা বর্ণালি

10.15 কেন্দ্রের বিখণ্ডন

10.15.1 বিখণ্ডনে শক্তির বিমোচন

10.15.2 কেন্দ্রকের শৃঙ্খল বিক্রিয়া

10.15.3 পরিবর্ধন গুণকের উপাদান-সমূহ

10.15.4 নিউক্লিয় চুল্লি

10.15.5 নিউক্লিয় শক্তিভিত্তিক বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্র

10.15.6 বিখণ্ডন বোমা—পারমাণবিক বোমা

10.16 কেন্দ্রক সংযোজন : তাপীয়-কেন্দ্রকীয় বিক্রিয়া

10.16.1 কেন্দ্রক সংযোজনে শক্তির উদ্ভব

10.16.2 সংযোজন বিক্রিয়া কিভাবে ঘটে

10.16.3 নক্ষত্রের শক্তি উৎস

10.16.4 হাইড্রোজেন বোমা

10.1 প্রস্তাবনা, উদ্দেশ

উচ্চমাধ্যমিক পর্যায়ে পরমাণুর গঠন সম্পর্কে আপনারা একটি প্রাথমিক ধারণা পেয়েছেন। জেনেছেন যে পরমাণুতে এক বা একাধিক ঋণাত্মক তড়িৎধর্মী ভরকণা ইলেকট্রন এক বা একাধিক কক্ষপথে পরমাণুর কেন্দ্রে অবস্থিত ধণাত্মক তড়িৎধর্মী কেন্দ্রককে কেন্দ্র করে আবর্তিত হয়। পরমাণুর এই গঠন সম্পর্কে কিছু পরীক্ষালব্ধ তথ্যের কথাও আপনাদের জানা আছে। সেখানে এমন কথাও আপনারা জেনেছেন যে বিভিন্ন গ্যাসের তড়িৎ মোক্ষণ নলের আলোর বর্ণালির সঙ্গে পরমাণুর এই গঠন প্রতিরূপের (model) সম্পর্ক বর্তমান।

এই এককে পরমাণুর গঠন ও পরমাণুকেন্দ্রক বা কেবলমাত্র কেন্দ্রকের (nuclers) গঠন সম্পর্কে কিছু বিস্তৃত আলোচনার সঙ্গে আপনাদের পরিচয় হবে। কিন্তু এই পরিচয়কে দৃঢ় ভিত্তি দিতে রেখা বর্ণালি সম্পর্কে একটা প্রাথমিক পরিচয় অপরিহার্য। এজন্য এই এককে প্রথমে এ বিষয়ে দৃষ্টি দেওয়া হয়েছে।

এরই সঙ্গে আপনারা এক্স্-রশ্মি সম্পর্কে জানবেন। বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যের এক্স্-রশ্মি সম্পর্কেও এই এককে আপনারা জানবেন।

এই এককে আধুনিক পদার্থ বিজ্ঞানের দুটি প্রধান শাখা-পারমাণবিক পদার্থ বিদ্যা এবং কেন্দ্রক পদার্থ বিদ্যা (atomic physics and nuclear physics) সম্পর্কে একটা রূপরেখা পাওয়া যাবে।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করলে আপনারা যা জানতে পারবেন তা হল :

★ পারমাণবিক বর্ণালি কী, তার সঙ্গে ইলেকট্রনের বিকিরিত শক্তির সম্পর্কটিই বা কী।
★ বিজ্ঞানী নিল্স্ বোহ্র (Neils Bohr) যে পরমাণুর প্রতিরূপ করেন তার সঙ্গে বিকিরণ বর্ণালির সম্পর্ক।
★ বর্ণালিতে রেখা বর্ণালির সঙ্গে কেন সুক্ষ্মতর রেখা বর্ণালি (fine structure) থাকে।
★ হাইড্রোজেন-অনুরূপ মৌল বলতে কী বুঝবেন, তাদের বর্ণালির ব্যাখ্যা।
★ সামারফেল্ড্ কর্তৃক বোহ্র-এর পরমাণু প্রতিরূপ তত্ত্বের পরিবর্ধন।
★ পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপ।
★ কোয়ান্টাম সংখ্যা ও পাউলির বর্জন নীতি।
★ পর্যায় সারণি ও মৌলের শ্রেণি বিভাজন।
★ এক্সরশ্মির উৎপাদন তার বৈশিষ্ট্য সূচক বর্ণালি।
★ ব্র্যাগ ও মোজ্লের সূত্রাবলি।

★ পারমাণবিক কেন্দ্রের ভর ও বন্ধন শক্তি।

★ তেজস্ক্রিয়তা ও তার বিকিরণ সমূহ এবং তাদের বর্ণালি সমূহ।

★ কৃত্রিম মৌলান্তর, কেন্দ্রকীয়বিক্রিয়া।

★ কেন্দ্রকীয় সংযোজন ও বিখণ্ডন।

10.2 পরমাণু (atoms)

ইতিমধ্যে আপনারা জেনেছেন, যে ক্ষুদ্রতম পদার্থ কণিকা রাসায়নিক বিক্রিয়ায় অংশগ্রহণ করে তাকে বলে পরমাণু। প্রশ্ন হল, এই পরমাণুর গঠন কেমন ? যদি পরমাণুকে দৃষ্টিগ্রাহ্য করা সম্ভব হয় তখন তাকে দেখতে কেমন হবে ? ইতিপূর্বে পদার্থের একটা গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম সম্পর্কে আমরা অবগত হয়েছি। সেটা হল বৈদ্যুতিক ধর্ম।

সাধারণভাবে পদার্থে বৈদ্যুতিক ধর্ম দেখা যায় না। ঘর্ষণ বা অন্যকোন উপায়ে পদার্থে এই ধর্মের বহিপ্রকাশ ঘটে। এবং দেখা যায়, যে-দুটি বস্তুর ঘর্ষণে এই বস্তুদ্বয়ে আধানের সঞ্চার ঘটে তারা পরস্পর বিপরীত আধানে আহিত হয় এবং দুটিকে মিলিয়ে দিলে কোনরূপ আধানের অস্তিত্ব পাওয়া যায় না। এ থেকে বুঝা গেল বস্তু বা তার অনু অথবা পরমাণু নিস্তড়িৎ। কিন্তু স্যার জোসেফ জন টমসন (1856-1940) কর্তৃক ইলেকট্রন আবিষ্কার হওয়ায় জানা গেল যে এই ইলেকট্রন ঋণাত্মক তড়িৎধর্মী কণা যার ভর নগণ্য। অথচ রসায়ন বিদ্যা থেকে জানা গেছে যে পরমাণুর একটা পরিমিত ভর বর্তমান। তাই এটা অনুমান করা হল যে পরমাণুতে সমপরিমাণের বিপরীত আধান বর্তমান যার ধণাত্মক আধান বর্তমান থাকে পরমাণুর বাকি অংশে। এই ধারণার ভিত্তিতে পরমাণুর গঠন সম্পর্কে নানা প্রতিরূপ (model) প্রস্তাবিত হয়। যেমন, টমসন-এর পরমাণু প্রতিরূপ (Thomson's atom model) এবং রাদারফোর্ড-এর কেন্দ্রকীয় পরমাণু-প্রতিরূপ (Rutherfords' nuclear atom model)।

আপনারা জেনেছেন যে টমসন-এর পরণাণু প্রতিরূপ ছিল এরূপ : পরমাণুর মোট ধণাত্মক আধান তার ব্যাসার্ধের সমান ব্যাসার্ধের একটি গোলকের উপর সুষমভাবে বণ্টিত থাকে এবং ইলেকট্রনগুলি এই ধণাত্মক আধানের গোলকের মধ্যে এরূপ ভাবে গেঁথে থাকে যে পরমাণু একই সঙ্গে নিস্তড়িৎ হয় এবং স্থায়ী হয়। অপরদিকে রাদারফোর্ড-এর কেন্দ্রকীয় বা কেন্দ্রক-বিশিষ্ট পরমাণু প্রতিরূপটি ছিল এরূপ : পরমাণুর সমগ্র ভর ধণাত্মক তড়িৎগ্রস্ত কেন্দ্রক গঠন করে এবং তাকে আবৃত করে বিরাজ করে ইলেকট্রনের মেঘপুঞ্জ। কিন্তু এই উভয় প্রতিরূপে এমন সব ত্রুটি বর্তমান যা পরমাণুর ধর্মের ব্যাখ্যা দিতে ব্যর্থ। এইসব ত্রুটি মুক্ত একটি আদর্শ পরমাণু প্রতিরূপের প্রস্তাব করেন ডেনমার্ক-বিজ্ঞানী নিলস্ বোহ্র (Niels Bohr, 1885-1962)। বোহ্র-এর পরমাণু প্রতিরূপটিকে সক্ষমভাবে বুঝতে হলে পারমাণবিক বর্ণালি (atomic spectra) সম্পর্কে আমাদের একটা প্রাথমিক ধারণা থাকা প্রয়োজন।

10.2.1 পারমাণবিক বর্ণালি (Atomic Spectra)

আপনারা জানেন যে আলোক হল তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ। তরঙ্গ সম্পর্কে আপনারা উচ্চমাধ্যমিক পর্যায়ে জেনেছেন। যান্ত্রিক বা স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের সঙ্গে তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের মৌলিক পার্থক্য হল এই যে প্রথমোক্ত তরঙ্গের গমনের জন্য মাধ্যম প্রয়োজন এবং তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ মাধ্যম ব্যতিরেকে স্থানান্তরে গমনক্ষম। কিন্তু উভয় প্রকার তরঙ্গই হল শক্তির স্থানান্তরের একটি পদ্ধতি (mode of propagation of energy)। তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ হল বিকিরণ শক্তির (radiation energy) বাহক। এই বিকিরণ শক্তি পদার্থের পারমাণবিক বা আনবিক অবস্থায় ইলেকট্রনের কক্ষ পরিবর্তনের সময় (উচ্চতর বা বৃহত্তর ব্যাসার্ধের কক্ষ থেকে নিম্নতর বাসার্ধের কক্ষে

গমন কালে) বর্জিত হয় যা তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ রূপে ছড়িয়ে পড়ে। বিকিরিত শক্তির তারতম্যের উপর নির্ভর করে তরঙ্গ বৈশিষ্ট্যেরও পরিবর্তন ঘটে, অর্থাৎ তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের বা কম্পাঙ্কের পরিবর্তন ঘটে।

কোন উৎস থেকে একই সঙ্গে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের তরঙ্গ নির্গত হয়। যেমন সূর্য থেকে নির্গত তরঙ্গগুলির মধ্যে দৃষ্টিগ্রাহ্য তরঙ্গগুলিকে আপনারা বিভিন্ন বর্ণের আলোক বলে সনাক্ত করেন। বিভিন্ন বর্ণে বিশ্লেষিত তরঙ্গ-সমাহারকে বলে আলোকীয় বা আলোক বর্ণালি (Optical spectrum)। দৃষ্টিগ্রাহ্য তরঙ্গ-পাল্লার (wave range) বাইরেও অদৃশ্য তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ বর্তমান। এইসব তরঙ্গাকে ও তাদের কম্পাঙ্কের বা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপাদানে বিশ্লিষ্টকরা যায়। অতএব বর্ণালির সাধারণ পরিচয় হবে এরূপ :

বর্ণালি—যখন কোন তড়িচ্চুম্বকীয় বিকিরণে উপস্থিত নানা কম্পাঙ্কের (বা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের) তরঙ্গাগুলিকে পরস্পর থেকে বিভাজিত করে স্বতন্ত্র অস্তিত্ব দেওয়া হয় তখন তাকে বলে ঐ বিকিরণের বর্ণালি।

আপনারা জানেন যে কোন প্রিজমের মধ্য দিয়ে সূর্য রশ্মি প্রেরণ করলে নির্গত আলোক হয় সাতটি রঙের। ব্যবর্তন গ্রেটিং (diffraction grating)-এর মধ্য দিয়ে বহুবর্ণী বিকিরণ প্রেরিত হলে দৃষ্টিক্ষেত্রে স্লিটের বহুবর্ণী প্রতিবিম্ব গঠিত হয়। একেও বলে বর্ণালি।

বর্ণালির দুটি শ্রেণি—নিঃসরণ বর্ণালি ও (emission spectra) শোষণ বর্ণালি (absorption spectra)। উজ্জ্বল বস্তু থেকে আগত তরঙ্গের বর্ণালিকে বলে নিঃসরণ বর্ণালি। কিন্তু কোন শ্বেতবর্ণের উজ্জ্বল বস্তু (যেমন সূর্য) থেকে আগত আলোকে যদি আংশিক স্বচ্ছ কোন মাধ্যমের মধ্য দিয়ে প্রেরণ করা হয় তা হলে ঐ মাধ্যম কিছু কিছু তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোকে শোষণ করে। নির্গত আলোর বর্ণালিকে তখন বলা হয় শোষণ বর্ণালি।

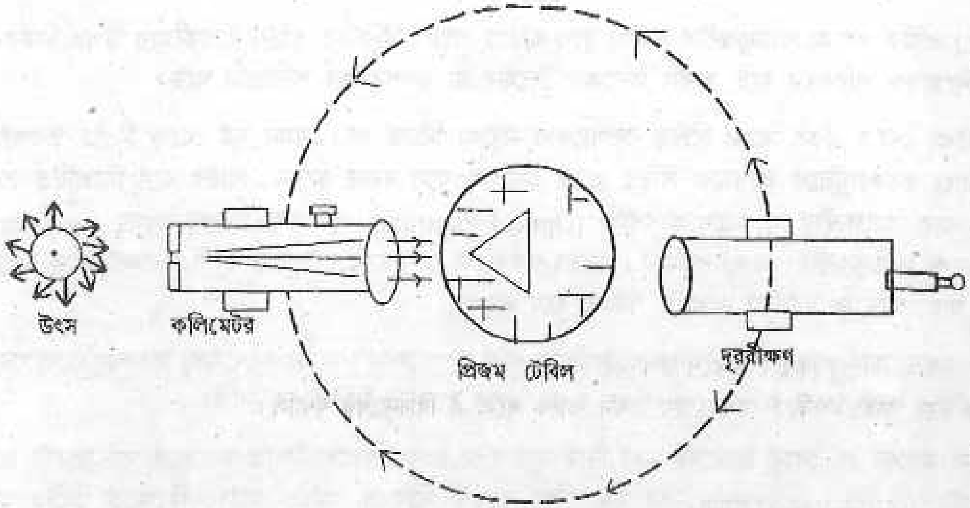
বর্ণালিকে আরো তিন প্রকারে শ্রেণিভুক্ত করা হয় : অবিচ্ছিন্ন বর্ণালি (continuous spectrum) পটি বর্ণালি (Band spectrum) এর রেখা বর্ণালি (Line spectrum)।

অবিচ্ছিন্ন বর্ণালিতে একটা সীমিত সীমার মধ্যে সব দৈর্ঘ্যের তরঙ্গের উপস্থিতি থাকে। **পটিবর্ণালিতে** একগুচ্ছ বহুসংখ্য ঘণ সন্নিবিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ বর্তমান থাকে। আনবিক অবস্থায় কোন উদ্দীপ্ত গ্যাস থেকে যে আলো পাওয়া যায় সেই আলো পটিবর্ণালি সৃষ্টি করে। রেখা বর্ণালিতে নির্দিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের কিছু সংখ্যক তরঙ্গ বর্তমান থাকে, তাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের মধ্যে সুস্পষ্ট ব্যবধান আছে। পারমাণবিক অবস্থার উদ্দীপ্ত গ্যাস-নির্গত আলো থেকে রেখা বর্ণালি পাওয়া যায়। এই রেখা বর্ণালি বিশেষ বিশেষ মৌলের বিশেষত্ব সূচক এবং এজন্যই রেখা বর্ণালির দ্বারা উৎসটি কী উপাদানে গঠিত তা জানা যায়। এই জন্য রেখা বর্ণালিকে বলা হয় পারমাণবিক বর্ণালি (atomic spectra)।

10.2.2 পারমাণকি বর্ণালির উৎপাদন (Production of atomic or lius spectra)

পারমাণকি বর্ণালির উৎপাদন ও বিশ্লেষণের জন্য যে যন্ত্রটি ব্যবহার করা হয় তাকে বলে স্পেকট্রোমিটার (Spectrometer)। এর প্রধান তিনটি অংশঃ কলিমেটর (collimator), প্রিজম টেবল এবং দূরবীক্ষণ (Telescope)।

কলিমেটর কথাটার অর্থ হল আলোক রশ্মির সমান্তরাল কারক। এটি একটি নল যার এক প্রান্তে থাকে স্লিট এবং অপর প্রান্তে থাকে একটি উত্তল লেন্স। এই একটি নল যার এক প্রান্তে থাকে স্লিট এবং অপর প্রান্তে থাকে একটি উত্তল লেন্স। এই স্লিট ও লেন্সের মধ্যে দূরত্বকে বাড়ানো বা কমানো যায়। এভাবে যখন স্লিট লেন্সের ফোকাস তলে স্থাপিত হয় তখন আলোকিত স্লিট থেকে আগত আলো লেন্স থেকে অক্ষের সমান্তরালে নির্গত হয় (চিত্র 10.1)। কলিমেটরটি প্রিজম টেবিল সাপেক্ষে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ কিন্তু দূরবীক্ষণ। প্রিজম টেবিলের কেন্দ্রগামী



চিত্র- 10.1 স্পেকট্রোমিটার

উল্লম্ব অক্ষকে কেন্দ্র করে উভয় দিকে আবর্তন ক্ষয়। কলিমেটর থেকে নির্গত সমান্তরাল আলোক রশ্মিগুচ্ছ প্রিজম টেবিলের উপর রক্ষিত প্রিজম [বা গ্রেটিং]-এর উপর আপতিত হয় এবং প্রিজম থেকে নির্গত হওয়ার পর বর্ণালি গঠন করে যা দূরবীক্ষণ দ্বারা দেখা যায়। বর্ণালি গঠিত হওয়ার কারণ, বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর প্রতিসরাংক বিভিন্ন হওয়ায় নির্গমন কোণ বিভিন্ন হয় এবং সেজন্য বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো বিভিন্ন অভিমুখে নির্গত হয়, অর্থাৎ, পরস্পর থেকে বিভাজিত হয়ে পড়ে। এই বিভাজনের ফলে বর্ণালি গঠিত হয়।

বর্ণালির উৎস হিসেবে ব্যবহার করা হয় বিভিন্ন গ্যাসভর্তি তড়িৎ-মোক্ষণ নল (gas filled discharge tube) উৎপন্ন বর্ণালিতে বিভিন্ন যেসব রেখা দৃষ্টিগোচর হয় (যখন আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য দৃষ্টিগ্রাহ্য অঞ্চলের মধ্যে থাকে) অথবা ফটোগ্রাফিক ফিল্মের উপর চিত্রিত হয়, তাদের অবস্থান ঐ গ্যাসের উপর নির্ভর করে। রেখা বর্ণালির অবস্থান থেকে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্য বা কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। রেখা বর্ণালির প্রতিটি রেখা হল আলোকিত কলিমেটর স্লিটের প্রতিবিম্ব। আলোতে উপস্থিত প্রতিটি তরঙ্গ ভিন্ন ভিন্ন প্রতিবিম্ব গঠন করে।

10.2.3 পারমাণবিক বর্ণালির বৈশিষ্ট্য

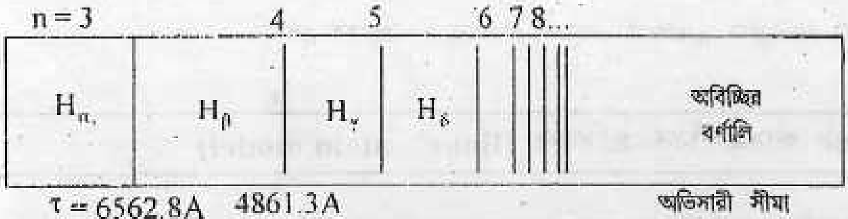
আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন যে যখন কোন উদ্দীপ্ত গ্যাস থেকে আগত আলোর বর্ণালি গঠিত হয় তখন সেটা হয় অনেকগুলি রঙিন আলোক রেখার সমাহার (দৃষ্টিগ্রাহ্য আলোর ক্ষেত্রে)। গ্যাস যখন পারমাণবিক অবস্থায় থাকে তখনই এরূপ রেখা বর্ণালির সৃষ্টি হয় এবং এজন্য একে পারমাণবিক বর্ণালি বলা হয়। অতএব পারমাণবিক বর্ণালির প্রথম বৈশিষ্ট্য হল যে এটা হবে রেখা বর্ণালি।

রেখা বর্ণালিকে গাণিতিক পদ্ধতিতে বিবৃত করা হয় প্রতিটি রেখার (অর্থাৎ তরঙ্গের) কম্পাঙ্ক দ্বারা, অথবা তরঙ্গ সংখ্যা (wave number) $\frac{1}{\lambda}$ দ্বারা। $\frac{1}{\lambda}$ হল প্রতি মিটারে তরঙ্গ। বর্ণালি সংক্রান্ত গবেষণার কার্য প্রথমে শুরু হয় প্রথম মৌল হাইড্রোজেন গ্যাস ভর্তি তড়িৎ মোক্ষণ নলে উৎপন্ন দৃষ্টিগ্রাহ্য আলোর বর্ণালির উপর। এই দৃশ্যমান বর্ণালির রেখাগুলির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কী হবে সে সম্পর্কে মাধ্যমিক স্কুল শিক্ষক সুইস বিজ্ঞানী জোহান জেকব

বামার [Johann Jakob Balmer, 1825-1898] 1885 খৃষ্টাব্দে একটি প্রয়োগিক রাশিমালা (empirical formula) আবিষ্কার করেন (একে অনুমানভিত্তিক রাশিমালাও বলা যেতে পারে)। রাশিমালাটি নিম্নরূপ :

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{m^2}\right) \qquad (10.1)$$

যেখানে R কে বলে রিডবার্গ ধ্রুবক (Rydberg Constant)। সমীকরণ (10.1)-কে বামার-রিডবার্গ রাশিমালাও বলা হয়। রিডবার্গ ধ্রুবকের মান $R = 10967757m^{-1}$. সমীকরণ (10.1)-এ $m = 3,4,5...$ ইত্যাদি বসিয়ে যে তরঙ্গ সংখ্যা পাওয়া যায় সেগুলি হাইড্রোজেন গ্যাসের তড়িৎ মোক্ষণ জাত আলোর বর্ণালির $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma$ ...ইত্যাদি রেখা বর্ণালির অবস্থান সূচিত করে (চিত্র 10.2)। এই চিত্রে H-এর রেখা বর্ণালির রেখাগুলির আপেক্ষিক অবস্থান সূচিত করা হয়েছে। দেখা যাচ্ছে যে H-এর বর্ণালি H_α (লাল রেখা) রেখা বর্ণালি দিয়ে শুরু হচ্ছে এবং যত তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হ্রাস পাচ্ছে ততই রেখা বর্ণালিগুলি পরস্পরের সন্নিকটবর্তী হচ্ছে এবং শেষ পর্যন্ত অবিচ্ছিন্ন বর্ণালিতে পরিণত হচ্ছে।



চিত্র- 10.2 : হাইড্রোজেন-এর পারমাণবিক বর্ণালি

সব মৌলের ক্ষেত্রে চিত্র 10.2-এর অনুরূপ বর্ণালি পাওয়া যায়। কেবল অভিসারী সীমা ও প্রারম্ভিক রেখার অবস্থানের বিভিন্নতা থাকে। যেহেতু n -এর স্থানে পরপর পূর্ণ সংখ্যা 3, 4, 5,... ইত্যাদি ব্যবহার করে বর্ণালি রেখার একটি শ্রেণি পাওয়া যায় তাই সমীকরণ (10.1)কে বলে বামার শ্রেণি (Balmer series) পরবর্তী সময়ে অতিবেগুনি ও অবলোহিত (ultra voilet and infra red) অঞ্চলে অনুরূপ কয়েকটি শ্রেণি আবিষ্কৃত হয় যাদের সাধারণ রাশিমালা হল

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right), m > n \qquad (10.2)$$

যেখানে কোন বিশেষ শ্রেণির ক্ষেত্রে n ধ্রুবক এবং $m = n+1, n+2...$ ইত্যাদি। যখন $n = 1, 2, 3, 4, 5$ এবং 6 তখন যথাক্রমে পাওয়া যায় লিম্যান শ্রেণি (lyman series), বামার শ্রেণি, প্যাশেন শ্রেণি (Paschen series), ব্র্যাকেট শ্রেণি (Brackett series. ফান্ড শ্রেণি (Pfund series) এবং হাম্‌ফ্রেস শ্রেণি (Humphreys series)। লিম্যান শ্রেণিটি পাওয়া যায় অতিবেগুনি অঞ্চলের দূরপ্রান্তে, বামার শ্রেণি দৃশ্যমান অঞ্চলে এবং অন্যগুলি পাওয়া যায় অবলোহিত অঞ্চলে। সমীকরণ (10.2) থেকে তরঙ্গ সংখ্যার পরিবর্তে কম্পাঙ্কের দ্বারা রেখা বর্ণালির শ্রেণি নির্ণয় করা যায়। তরঙ্গ বেগ C ও কম্পাঙ্ক v হলে $c = \upsilon\tau$ বা, $\frac{1}{\lambda}=\frac{\upsilon}{c}$

$$\therefore \upsilon = CR\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad (10.3)$$

শ্রেণিগুলির সীমা পাওয়া যায় যখন $m = \infty$ যখন কম্পাঙ্ককে বলে বর্ণালি পদ (spectral terms) T_n হাইড্রোজেনের ক্ষেত্রে বর্ণালিপদ হল

$$T_m = \frac{CR}{n^2} \quad (10.4)$$

সংশ্লিষ্ট বর্ণালির শক্তি হবে

$$h\nu = hCR\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad (10.5)$$

অতএব $\frac{hCR}{m^2}$ এবং $\frac{hCR}{n^2}$ হবে আলোক কণা (photon) শক্তির রাশিমালা এবং কোন বর্ণালি রেখার কম্পাঙ্ক হবে দুটি শক্তিপদের পার্থক্যের h ভাগের একভাগ যেখানে h = প্ল্যাঙ্ক ধ্রুবক।

10.3 বোহ্‌র-এর পারমাণবিক প্রতিরূপ (Bohr's atom model)

বামার-রিড্‌বার্গ রাশিমালার তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা দেওয়ার জন্য নিলস্‌ বোহ্‌র হাইড্রোজেন পরমাণুর গঠন সম্পর্কে কতকগুলি স্বীকার্য (postulates) প্রস্তাব করেন যা অন্যান্য মৌলের পরমাণুর গঠন সম্পর্কেও প্রযোজ্য। স্বীকার্য হল এমন কিছু প্রকল্প যা মানা করলে যুক্তির ভিত্তিতে সংশ্লিষ্ট ভৌতধর্মের ব্যাখ্যা দেওয়া যায়। এই প্রকল্প এমন হবে যে তা পূর্ববর্তী ধ্যান ধারণার ভ্রান্ত দিকগুলি নিরসন যেমন ঘটাবে তেমনি প্রাপ্ত তথ্যের ও ব্যাখ্যা দেবে।

রাদারফোর্ডের আণবিক প্রতিরূপে কেন্দ্রে থাকে ধণাত্মক আধানগ্রস্ত ভারী পরমাণু কেন্দ্রক (nucleus) যা চতুপার্শস্থ ঋণাত্মক তড়িৎগ্রস্ত ইলেকট্রনের উপর কেন্দ্রাভিমুখী কুলম্ব বলে প্রয়োগ গরে। স্পষ্টতই এই বলের প্রভাবে ইলেকট্রন হয় কেন্দ্রাভিমুখে ধাবিত হবে, অথচ, পরমাণু কেন্দ্রককে কেন্দ্র করে আবর্তিত হবে। প্রথম ক্ষেত্রে কেন্দ্রক ও ইলেকট্রন মিশে যাবে এবং অতঃপর, রাদারফোর্ডের পরমাণু প্রতিরূপটিই বাতিল হয়ে যাবে। অতএব, দ্বিতীয়, প্রকল্পটিই গ্রহণযোগ্য। কিন্তু এখানেও একটি প্রশ্ন বর্তমান। তড়িৎ ক্ষেত্রে ত্বরণ-সহ গতিশীল আধানের শক্তি ক্ষয় পায়। যেহেতু ইলেকট্রন কক্ষপথে আবর্তন করে, তাই তার উপর একটি অভিকেন্দ্র ত্বরণও বর্তমান। অতএব এক্ষেত্রে ইলেকট্রনের শক্তিক্ষয় হেতু গতি হ্রাস পাবে, এবং ফলে অপকেন্দ্র বল হ্রাস পাওয়ায় কুলম্ববলের প্রভাবে ইলেকট্রন কেন্দ্রকের দিকে সরতে থাকবে ও একসময় কেন্দ্রকে মিশে যাবে। তখনও পরমাণুর প্রতিরপ বাতিল হবে। বিজ্ঞানী বোহ্‌র এই সমস্যা থেকে আবর্তনশীল ইলেকট্রন যুক্ত পরমাণুর প্রতিরূপকে স্থায়িত্ব দিতে অতিরিক্ত দুটি স্বীকার্য প্রস্তাব করেন। এই স্বীকার্যগুলিই হল পরমাণু সম্পর্কে বোহ্‌র-এর বা বোহ্‌র-এর পরমাণু প্রতিরূপ :

বোহ্‌র-এর প্রথম স্বীকার্য : পরমাণুর কিছু কিছু স্থায়ী বা স্থিতিশীল অবস্থা বর্তমান যে অবস্থায় পরমাণু শক্তি বিকিরণ করে না। এই অবস্থায় থাকলে পরমাণুর ইলেকট্রনগুলি যে-কক্ষ পথে আবর্তন করে। তাদের বলে স্থায়ী

কক্ষপথ (stationary orabits) বা অবিকিরণী কক্ষপথ (non-radiating orbits)। অর্থাৎ কেন্দ্রকের তড়িৎক্ষেত্রে ত্বরণসহ গতিশীল হওয়া সত্ত্বেও স্থায়ী কক্ষপথে আবর্তনশীল ইলেকট্রন তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ বিকিরণ করে না। এই স্বীকার্যকে বলে স্থিতিশীল অবস্থার স্বীকার্য (steady states pastulaete)।

বোহ্‌র্‌-এর দ্বিতীয় স্বীকার্য ঃ

যখন পরমাণু স্থিতিশীল অবস্থায় থাকে তখন বৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনরত ইলেকট্রনের কৌণিক ভর বেগ হবে $\frac{h}{2\pi}$-এর পূর্ণ গুণিতক। গাণিতিক ভাবে এই স্বীকার্যটি হবে

$$m_e v_n r_n = \frac{nh}{2\pi} \qquad (10.6)$$

যেখানে $r_n = n$-তম কক্ষপথের ব্যাসার্ধ।

$m_e v_n r_n = n$-তম কক্ষপথে ইলেকট্রনের কৌণিক ভরবেগ

n = পূর্ণ সংখ্যা 1, 2, 3,... ইত্যাদি, কিন্তু $\neq 0$. বোহ্‌র্‌-এর এই স্বীকার্যকে বলে কক্ষ কোয়ান্টায়নের নীতি (object quantization rule)। এই স্বীকার্য চিরায়ত পদার্থবিদ্যার শক্তি বা ভরবেগের অবিচ্ছিন্ন পরিবর্তনকে অস্বীকার করছে। অর্থাৎ ইলেকট্রন কেবলমাত্র সেইসব কক্ষপথে থাকে যেখানে তার কৌণিক ভরবেগ $\frac{h}{2\pi}$-এর n গুণ।

বোহ্‌র্‌-এর তৃতীয় স্বীকার্য :

যখন ইলেকট্রন উচ্চতর কক্ষপথ (n বৃহত্তর) থেকে নিম্নতর কক্ষপথে (n ক্ষুদ্রতর) গমন করে তখন ইলেকট্রন এক কোয়ান্টাম তড়িচ্চুম্বকীয় শক্তি বিকিরণ করে, বিপরীত ক্রমে, যখন ইলেকট্রন নিম্ন কক্ষ থেকে উচ্চকক্ষে গমন করে তখন কোয়ান্টাম পরিমাণ শক্তি শোষণ করে। এই কোয়ান্টাম পরিমাণ শক্তি E হবে ঐ দুই কক্ষে অবস্থানকালে ইলেকট্রনের যে-শক্তির তাদের পার্থক্য। যদি n-তম কক্ষ থেকে ইলেকট্রন m-তম কক্ষে ঝাপ দেয় তবে বিকিরিত বা শোষিত শক্তির পরিমাণ হবে

$$E = E_m - E_n = h\nu_{mn}$$

অতএব বিকিরিয়ত বা শোষিত আলোক কণার (photon) কম্পাঙ্ক হবে।

$$V_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h} \qquad (10.7)$$

এখান E_m ও E_n যথাক্রমে m ও n কক্ষে ইলেকট্রনের শক্তি। এজন্য এই স্বীকার্যকে বলে বোহ্‌র্‌-এর কম্পাঙ্ক শর্ত (frequency condition)।

10.3.1 ইলেকট্রনের স্থায়ী কক্ষপথের ব্যাসার্ধ

বোহ্‌র-এর স্বীকার্যে স্থায়ী কক্ষপথ সম্পর্কে একটি কোয়ান্টাম শর্ত (দ্বিতীয় স্বীকার্য) বর্তমান এবং তা হলে সমীকরণ (10.6) এখান থেকে লেখা যায়

$$v_n = \frac{nh}{2\pi m_e r_n} \qquad (A)$$

আবার স্থায়ী কক্ষে আবর্তনরত ইলেকট্রনের উপর কুলম্ব বল ও অপকেন্দ্র বল হবে সমান। অতএব

$$\frac{Ze.C}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{mv_n^2}{r_n}$$

যেখানে Z হল পরমাণুটির পারমাণবিক সংখ্যা যা H-এর ক্ষেত্রে 1. অতএব,

$$v_n^2 = \frac{Ze^2}{4\pi m_e t_o r_n} \qquad (\beta)$$

(A) এবং (B) থেকে

$$\frac{Ze^2}{4\pi m_e t_0 r_n} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e^2 r_n^2}$$

$$\text{বা,} \quad r_n = \frac{\varepsilon_o n^2 h^2}{\pi Z m_e e^2} \qquad (10.8)$$

এবং সমীকরণ (10.8) ও (A) থেকে

$$v_n = \frac{Ze^2}{z\varepsilon_0 nh} \qquad (10.9)$$

দেখা যাচ্ছে কোন স্থায়ী কক্ষের ব্যাসার্ধ এবং ঐ কক্ষে ইলেকট্রনের গতিবেগ পূর্ণ সংখ্যা n-এর উপর নির্ভর করে: n কে বলে কোয়ান্টাম সংখ্যা বা সুনির্দিষ্ট ভাবে বলা হয় মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যা।

10.3.2 স্থায়ীকক্ষে ইলেকট্রনের শক্তি

n তম স্থায়ী কক্ষে ইলেকট্রনের গতি শক্তি $E_K = \frac{1}{2} m_e v_n^2$ এবং স্থিতি শক্তি $E\rho = \int_\infty^{r_n} -\vec{F_e}.d\vec{r}$.

সমীকরণ (B) থেকে $$E_K = \frac{1}{2} mc.\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o m_e r_n} = \frac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}$$

এখানে $\vec{Fe}$ হল r দূরত্বে অবস্থিত ইলেকট্রনের উপর কুলম্ব বল

$$\vec{Fe} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(-\hat{r})$$

$$\therefore -\vec{Fe}.d\vec{r} = \frac{Ze^2 dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

অতএব
$$E\rho = \int_{\infty}^{r_n} \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 n^2} dr = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$$

যদি n-তম স্থায়ী কক্ষে ইলেকট্রনের মোটশক্তি হয় E_n, তবে

$$E_n = E_K + E_P = -\frac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}$$

সমীকরণ (10.8) থেকে r_n এর মান ব্যবহার করে পাওয়া যায়

$$E_n = -\left(\frac{meZ^2e4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\right)\frac{1}{n^2} \qquad (10.10)$$

যেহেতু n পূর্ণসংখ্যা, সেজন্য E_n-এর যেকোন মান সম্ভব নয়, E_n-এর মান হবে বিচ্ছিন্ন (discrete)। অতএব বলা যায়, পরমাণুর কোন ইলেকট্রনের শক্তি ও কোয়ান্টায়িত (quantised)। E_n ঋণাত্মক, এবং অসীমে $E_n = 0$. আবার E_n-এর সর্ব নিম্ন মান পাওয়া যায় যখন $n = 1$. অর্থাৎ ক্ষুদ্রতম ব্যাসার্ধের স্থায়ী কক্ষপথে ইলেকট্রনের শক্তি সর্বনিম্ন। অতএব, এই কক্ষপথে যখন H-এর পরমাণুর ইলেকট্রনটি আবর্তন করে তখন সেটা হবে পরমাণুর সর্বোচ্চ স্থিতিশীল অবস্থা।

10.3.3 বিকিরণের বা আলোক কণার কম্পাঙ্ক

সমীকরণ (10.7) থেকে বা বোহ্‌র-এর তৃতীয় স্বীকার্য যাকে বলে বোহ্‌র-এর কম্পাঙ্ক শর্ত (frequency condition) তার থেকে বিকিরিত বা শোষিত বিকিরণের কম্পাঙ্ক পাওয়া যায়। ধরা যাক কোন H পরমাণুর ইলেকট্রনটি n_i-তম স্থায়ী কক্ষথেকে ঝাপ দিয়ে n_f-তম স্থায়ীকক্ষে গমন করল। ফলে ইলেকট্রনের শক্তির পরিবর্তন ঘটবে $\Delta E = E_f - E_i$. যেখানে E_f ও E_i হল n_f ও n_i-তম স্থায়ী কক্ষে ইলেকট্রনের মোট শক্তি।

$$\therefore \Delta E = -\frac{meZ^2e^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\left(\frac{1}{n_f{}^2} - \frac{1}{n_i{}^2}\right)$$

যদি $n_i > n_f$ হয় তবে $\frac{1}{n_f{}^2} - \frac{1}{n_i{}^2} > 0$ ΔE হবে ঋণাত্মক। অর্থাৎ ইলেকট্রন শক্তি হারাবে যা তড়িচ্চুম্বকীয়

তরঙ্গরূপে বিকিরিত হবে। অপরপক্ষে $n_i < n_f$ হলে ΔE হবে ধণাত্মক, অর্থাৎ, ইলেকট্রন শক্তি অর্জন বা শোষণ করবে। সমীকরণ (10.7) থেকে শোষিত বা বিকিরিত আলোক কণার কম্পাঙ্ক হবে

$$\nu = \frac{|\Delta E|}{h} = \frac{m_e Z^2 e^4}{8\varepsilon_o^2 h^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i 2}\right) \tag{10.11}$$

এখন, $C = \nu\lambda$, অতএব তরঙ্গ সংখ্যা (wave number)

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{m_e z^2 e^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\text{বা} \quad \bar{\nu} = z^2 R_\infty\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{10.12}$$

যেখানে

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3} = 1.09737 \times 10^7 m^{-1} \tag{10.13}$$

অনুশীলনী

- R_∞ দ্বারা nতম কক্ষের ইলেকট্রনের মোট শক্তির রাশিমালা প্রকাশ করুন।

10.4 পারমাণবিক বর্ণালি শ্রেণি-সমূহের ব্যাখ্যা

বোহ্‌র-এর পারমাণবিক তত্ত্বের দ্বারা এবার সহজে হাইড্রোজেনের বর্ণালি শ্রেণিগুলির (spectral series) রাশিমালা নির্ণয় করা যায়। সমীকরণ (10.12)-এ হাইড্রোজেন পরমাণুর জন্য $Z = 1$ বসালে তরঙ্গ সংখ্যা

$$\frac{i}{\lambda} = \bar{\nu} = r_\infty\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{10.14}$$

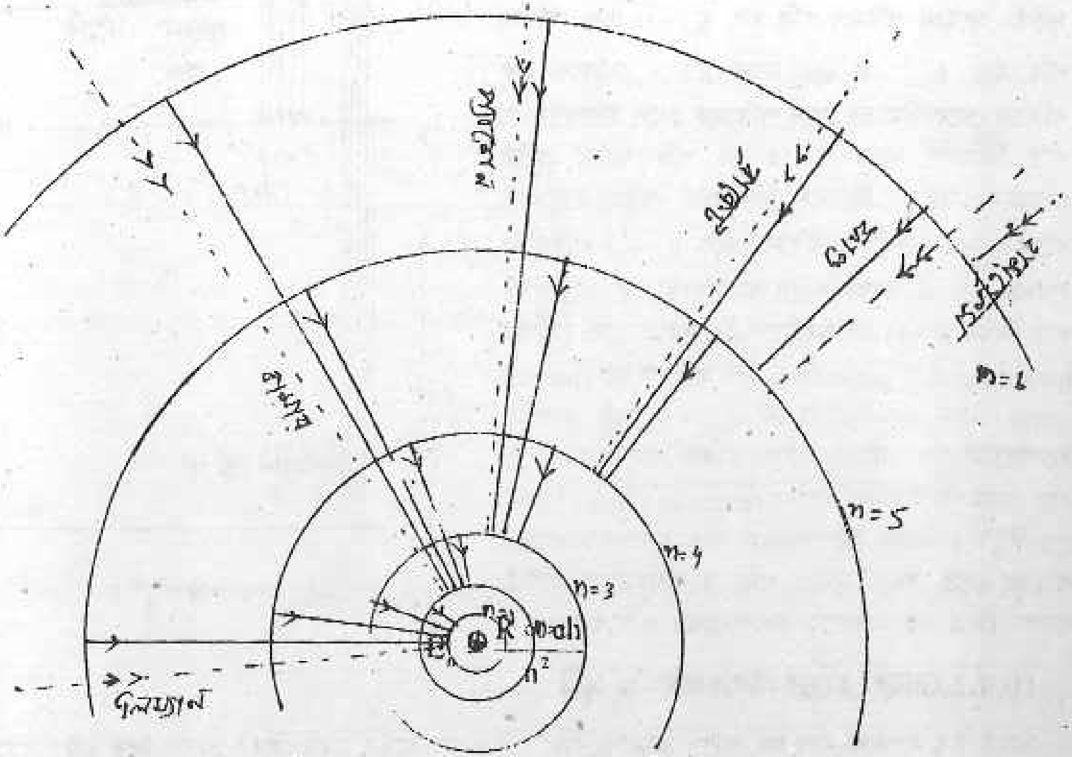
এখন $n_i = n$-তম কক্ষ থেকে ইলেকট্রন যদি $n_f = 2$ তম কক্ষে গমন করে তবে

$$\frac{i}{\lambda} = \bar{\nu} = R_\infty\left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{n^2}\right) \tag{10.15}$$

যা কিনা বামার বামার শ্রেণি, কারণ $R_\infty = 1.09737 \times 10^7\ m^{-1}$ এবং $R = 1.0967757^{m-1}$ মোটামুটি সমান, এখানে R হল R_∞-এর প্রায়োগিক মান। অতএব, R_∞ হলো রিডবার্গ ধ্রুবক। অনুরূপে $n_f = 1, 3, 4, 5, 6$ বসিয়ে অন্যান্য শ্রেণিগুলিও পাওয়া যাবে।

অতএব একথা বলা চলে যে পারমাণবিক বর্ণালির উৎস হল উচ্চতর শক্তি কক্ষ থেকে ইলেকট্রোনের নিম্নতর শক্তিকক্ষে গমন কালে ছেড়ে দেওয়া শক্তির তড়িচ্চুম্বকীয় শক্তিতে রূপান্তরিত হওয়া। আরো বলা চলে যে পরমাণু

কেন্দ্রককে কেন্দ্র করে ইলেকট্রোন কেবলমাত্র কিছু বিচ্ছিন্ন স্থায়ী কক্ষেই আবর্তন করতে পারে। চিত্র 10.3-এ এই সিদ্ধান্তটি প্রদর্শিত হল। এখানে কক্ষের ব্যাসার্ধ যথাযথ ভাবে প্রদর্শিত হয়নি [কেননা, $R_n \propto n^2$ হওয়ায় চিত্র তখন পৃষ্ঠা সীমানা অতিক্রম করে যাবে]।



চিত্র- 10.3 : H_2 -এর ইলেকট্রন কর্তৃক শক্তির নিঃসরণ।

10.4.1 শক্তিস্তর (Energy levels)

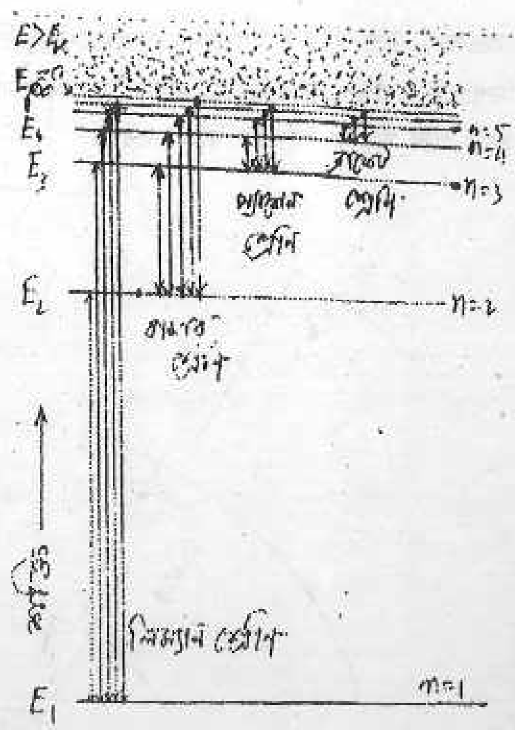
আপনারা জেনেছেন যে কোন পরমাণু বা তার ইলেকট্রোন-এর শক্তির মান যা খুশি হতে পারে না, কেবলমাত্র, কিছু কিছু নির্দিষ্ট পরিমাণের শক্তিই কেবল থাকে। এই শক্তির মানকে বলে অনুমোদিত শক্তি যা একটা নির্দিষ্ট পরিমানের $\frac{1}{n^2}$ গুণ, যেখানে $n = 1, 2, 3, ...$ ইত্যাদি। এই অনুমোদিত শক্তিকে বলে শক্তিস্তর (energy levels) বা শক্তি অবস্থা (energy states)। সমীকরণ (10.10) এবং (10.13) থেকে লেখা যায়,

$$E_n = -\frac{R_\infty ch}{n^2} Z^2 \tag{10.16}$$

অথবা H_n পরমাণুর জন্যে
$$E_n = \frac{R_\infty ch}{n^2}$$

$$\therefore E_1 = R_\infty ch,\ E_2 = -\frac{R_\infty ch}{4} = \frac{E_1}{4},\ E_3 = \frac{E_1}{9} \text{ ইত্যাদি।}$$

অতএব E_1 সাপেক্ষে অন্যান্য শক্তিস্তরকে অনুভূমিক রেখা দ্বারা সূচিত করা যায় যেমন চিত্র-10.4-এ প্রদর্শিত হয়েছে। একে বলে শক্তিস্তর চিত্র (energy level diagram)। প্রতিটি শক্তিস্তর এক একটি কোয়ান্টাম সংখ্যার (n) দ্বারা সূচিত। সর্বোচ্চ পরিমাণ শক্তি হল $E_\infty = 0$ এবং সর্বনিম্ন শক্তি হল $E_1 = -R_\infty ch$ যখন $n = 1$. যেকোন এক শক্তিস্তর থেকে নিম্নতর কোন শক্তিস্তরে গেলে ইলেকট্রন যে শক্তি নিঃসরণ ঘটায় তা ঐ দুই শক্তি স্তরের শক্তির ব্যবধানের সমান। নিঃসরণ বিকিরণের শক্তিও হবে এই শক্তির ব্যবধান। যে কোন শক্তিস্তর থেকে $E_\infty = 0$ শক্তিস্তরের ব্যবধান হল ঐ স্তরের শক্তির সমানুপাতী। E_1 শক্তিস্তরের শক্তি (যখন $n = 1$) হল সর্বনিম্ন। এই স্তরকে বলে ভূমিস্তর (groudn level বা ground state) বা স্বাভাবিক স্তর (normal state)। যখন $n \to \infty$, তখন $E_n \to 0$. এই অবস্থায় ইলেকট্রোন মূল পরমাণু থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়। একে বলে পরমাণুর আয়নন অবস্থা (ionisation state)। যখন $E > E_\infty = 0$, তখন ইলেকট্রনের শক্তি ধনাত্মক। এখানে শক্তিস্তর লুপ্ত হয়; অর্থাৎ শক্তি অবিচ্ছিন্নভাবে বন্টিত থাকে। চিত্রে এই অঞ্চলকে অন্ধকারাচ্ছন্ন করা হয়েছে।



চিত্র- 10.4 শক্তিস্তর চিত্র।

10.4.2 বোহ্‌র তত্ত্বের উৎকর্ষতা ও ত্রুটি

বোহ্‌র তত্ত্ব সম্পর্কে বলা হয়, পদার্থ বিজ্ঞানে বিপ্লব : কিন্তু সব তত্ত্বের মতই বোহ্‌র তত্ত্বের কিছু ত্রুটিও বর্তমান। এগুলির কিছু কিছু নিয়ে বিবৃত করা হল।

বোহ্‌র তত্ত্বের উল্লেখযোগ্য অবদানগুলি হল এরূপ :

1. পারমাণবিক বর্ণালির তত্ত্বগত ব্যাখ্যা পাওয়া যায় বোহ্‌র-এর পারমাণবিক প্রতিরূপ তত্ত্ব থেকে।

2. কেবলমাত্র বামার শ্রেণি নয়, পরবর্তীকালে আবিষ্কৃত অন্যান্য শ্রেণি সম্পর্কে বোহ্‌র তত্ত্ব থেকে পূর্বেই ধারণা পাওয়া যায়।

3. রিডবার্গ ধ্রুবকের প্রায়োগিক মান এবং বোহ্‌র তত্ত্ব থেকে পাওয়া গণনাকৃত মান প্রায় সমান। এ থেকেই বোহ্‌র তত্ত্বের বস্তুগত সত্যতা (objective truthfulness) প্রমাণিত হয়।

4. অন্যান্য সমতুল্য ক্ষেত্রে বোহ্‌র তত্ত্বের নীতিগত ধারণার সফল প্রয়োগ সম্ভব হয়েছে।

বোহ্‌র তত্ত্বের ত্রুটি

1. বোহ্‌র পরমাণুর ইলেকট্রোনের কক্ষপথ বৃত্তাকার ধরাটা খুব যুক্তিসম্মত নয় যা বোহ্‌র নিজেও স্বীকার করেছেন।

2. কোয়ান্টাম ধারণাকেও চিরায়ত পদার্থ বিজ্ঞানের কুলম বলের সঙ্গে একাকার করার মধ্যে কোন যুক্তি বিস্তার নেই।

3. হাইড্রোজেন বর্ণালির ব্যাখ্যা বোহ্‌র তত্ত্বের দ্বারা অত্যন্ত নিখুঁতভাবে সম্ভব হলেও অন্যান্য পরমাণু বর্ণালির ব্যাখ্যা দেওয়া নিখুঁতভাবে সম্ভব হয়নি।

4. বর্ণালিতে যে সূক্ষ্ম রেখা বর্ণালি (fine structures) বর্তমান সে সম্পর্কে বোহ্‌র তত্ত্ব কোন আলোকপাত করে না।

এইসব ত্রুটির কিছু কিছু সংশোধন করার লক্ষ্যে আর্নোল্ড সামারফেল্ড (Arnold Sammerfeld, 1868-1951) বোহ্‌র তত্ত্বকে আরো বিকশিত করেন এবং উপবৃত্তীয় কক্ষপথের ধারণা পরমাণুর প্রতিরূপে উপস্থিত করেন। এ বিষয়ে এ পর্যায়ে আলোচনা করা হবে না।

10.5 সামারফেল্ড কোয়ান্টাম শর্ত : উপবৃত্তাকার কক্ষপথ

আপনারা জেনেছেন যে বোহ্‌র-এর দ্বিতীয় স্বীকার্য অনুসারে কোন স্থায়ী কক্ষপথে ইলেকট্রোনের কৌণিক ভরবেগ $\frac{h}{2\pi}$ -এর পূর্ণসংখ্যক গুণিতক।

অর্থাৎ
$$p = n\frac{h}{2\pi},\ n = 1, 2, 3, ...$$

এটাও হল বোহ্‌র-এর কোয়ান্টাম শর্ত। কিন্তু উপবৃত্তাকার কক্ষপথে ইলেকট্রনের মোট কৌণিক ভরবেগ-এর দুটি উপাংশ থাকে। কেন্দ্র সাপেক্ষে ইলেকট্রনের অবস্থান স্থানাংক হল (r, θ) (চিত্র 10.5). অতএব r ও θ–এর পরিবর্তনের হারের সঙ্গে ইলেকট্রনের কৌণিক ভরবেগের উপাংশ দ্বয় সংশ্লিষ্ট। অতএব একটি উপাংশ p_r হল কেন্দ্রানুগ (radial) এবং অন্যটি p_θ হল কক্ষীয় (orbital). p_r-কে বলে কেন্দ্রানুগ কৌণিক ভরবেগ এবং p_θ-কে বলে কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ। এক্ষেত্রে, অতএব, দুটি কোয়ান্টায় শর্ত প্রয়োজন। বোহ্‌র-এর কোয়ান্টাম শর্তকে অনুসরণ করে এই শর্তদ্বয় হবে

$$p_r = n_r\frac{h}{2\pi} \text{ এবং } p_\theta = k\frac{h}{2\pi}$$

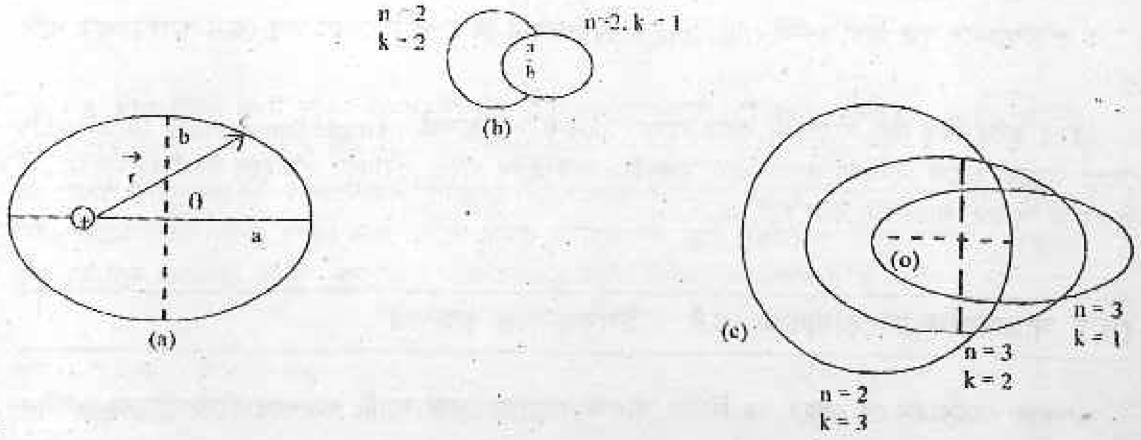
যেখানে n_r এবং k উভয়েই পূর্ণ সংখ্যা। n_r ও k-কে যথাক্রমে বলে কেন্দ্রানুগ ও কক্ষীয় কোয়ান্টাম সংখ্যা (radial and orbital quntum numbers)। কেন্দ্রানুগ কোয়ান্টাম সংখ্যাকে অরীয় [অর = চাকার পাখি বা ব্যাসার্ধ বরাবর অবস্থিত হয়] কোয়ান্টাম সংখ্যাও বলে।

ইলেকট্রোনের উপবৃত্তীয় কক্ষপথ

আপনারা জানেন যে একটি উপবৃত্তের অর্ধ-উপাক্ষ b (semi-minor axis) ও অর্ধ-পরাক্ষ (semi-major axis) a-এর সম্পর্ক হল

$$\frac{b}{a} = \sqrt{1-\varepsilon^2}$$

যেখানে ε = উপবৃত্তীয় পথের উৎকেন্দ্রতা (eccentricity)। আবার উপবৃত্তীয় কোয়ান্টাম শর্ত থেকে দেখানো



চিত্র- 10.5 : ইলেকট্রনের উপবৃত্তীয় কক্ষপথ।

যায় যে

$$\frac{k}{n} = \sqrt{1-\varepsilon^2}$$

যেখানে মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যা $n = n_r + k$. অতএব

$$\frac{b}{a} = \frac{k}{n}$$

যেহেতু n_r এবং k উভয়েই পূর্ণ সংখ্যা, তাই n-ও পূর্ণসংখ্যা। n -কে বলে মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যা (principal quantum number)। যখন কক্ষপথ বৃত্তাকার, তখন $\varepsilon = 0$ এবং $a = b$ অর্থাৎ তখন $k = n$, অর্থাৎ $n_r = 0$ এই অবস্থায় k-এর মান সর্বোচ্চ (= n) হবে (চিত্র 10.5 (b) c)। কক্ষীয় কৌণিক ভ্রামক $p_\theta \neq 0$, অতএব $k \neq 0$. এইজন্য k-এর সর্বনিম্ন মান = 1. এ থেকে লেখা যায়,

$$n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$k = 1, 2, 3, \ldots n$$

$$n_r = 0, 1, 2, \ldots (n-1)$$

অতএব n-এর নির্দিষ্ট সর্বোচ্চ মানের জন্য উপবৃত্তীয় সম্ভাব্য পথগুলির অর্ধ উপাক্ষ ও অর্ধ পরাক্ষের অনুপাত হবে।

$$\frac{a}{b}=\frac{n}{1},\frac{n}{2},\frac{n}{3}\ldots\frac{n}{n}(=1)$$

চিত্র 10.5 (3C)-এ $n = 2$ এবং $n = 3$ -এর ক্ষেত্রে সম্ভাব্য উপবৃত্তীয় পথগুলি দেখানো হয়েছে। আবার দেখানো যায় যে ইলেকট্রনের উপবৃত্তীয় কক্ষপথে থাকা কালেও মোট শক্তি বৃত্তীয় কক্ষপথে থাকার মোট শক্তির সমান। অর্থাৎ

$$E=-\left(\frac{m_e Z^2 e^4}{8\varepsilon_0{}^2 h^2}\right)\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

[সমীকরণ (10.10) দ্রষ্টব্য।] এর অর্থ, ইলেকট্রোনের মোট শক্তি কেবলমাত্র n-এর উপর নির্ভর করে, k বা n_r-এর উপর নয়। অতএব উপবৃত্তীয় প্রতিরূপের ক্ষেত্রেও শক্তিস্তরগুলি বোহ্‌র-এর শক্তিস্তরের থেকে অভিন্ন হবে। কিন্তু পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে হাইড্রোজেন-প্রতিম পরমাণুর বর্ণালি বোহ্‌র বা সামারফেল্ড-এর তত্ত্বানুযায়ী পাওয়া যায় না : উচ্চক্ষমতা সম্পন্ন বর্ণালি পর্যবেক্ষক যন্ত্রে দেখা যায় যে বামার শ্রেণির কোন বিশেষ বর্ণালি রেখা আদৌ একক রেখা নয়, তারা একাধিক অতি সন্নিকটবর্তী বর্ণালিরেখার সমন্বয়ে গঠিত। এই সূক্ষ্ম বর্ণালি রেখাদের বলা হয় সূক্ষ্ম অবয়ব বা সূক্ষ্ম গঠন (fine structure)।

সূক্ষ্ম অবয়বের ব্যাখ্যাও দেন সামারফেল্ড। তিনি বলেন ইলেকট্রোন উপবৃত্তীয় পথে ভ্রমণকালে যখন কেন্দ্রকের খুব কাছে চলে আসে তখন তার গতিবেগ খুব বৃদ্ধি পায় ফলে আপেক্ষিকতার তত্ত্বানুযায়ী তার ভরও বৃদ্ধি পায়। এই সিদ্ধান্তের ভিত্তিতে প্রাপ্ত ইলেকট্রনের মোট শক্তি বোহ্‌র-এর বৃত্তীয় বা আমারফেল্ড্ এর উপবৃত্তীয় কক্ষপথের ইলেকট্রনের শক্তি থেকে ভিন্ন হয়। প্রাপ্ত শক্তিস্তরে চিত্র 10.6-এ প্রদর্শিত হয়েছে। কিন্তু এই সূক্ষ্ম অবয়ব পরীক্ষা লব্ধ সূক্ষ্ম অবয়বের সঙ্গে হুবহু মেলে না। এই অমিলের কারণ অনুসন্ধানের ফলে আবিষ্কৃত হয় ইলেকট্রোনের ঘূর্ণন (spin) এবং উদ্ভাবিত হয় ভেক্টর প্রতিরূপ।

10.5.1 স্থান কোয়ান্টায়ন সূত্র (Space Quantization Rule)

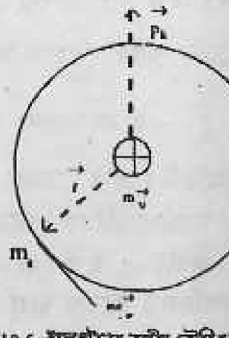
আপনারা ইতিমধ্যে দেখেছেন, পরমাণুতে অবস্থিত ইলেকট্রোনের কক্ষ পথে থাকার শর্ত থেকে দুটি কোয়ান্টাম সংখ্যা পাওয়া গেছে। একটি হল মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যা n যেটা পাওয়া গেছে বোহ্‌র-এর পরমাণু প্রতিরূপ থেকে, অন্যটি হল কক্ষীয় কোয়ান্টাম সংখ্যা k যেটা পাওয়া গেছে কক্ষে অবস্থিত ইলেকট্রনের কৌণিক ভরবেগের কোয়ান্টাম শর্ত থেকে।

কিন্তু দেখা যায় যে কৌণিক ভরবেগ-এর সংস্থাপনা (orientation) বহিঃস্থ চৌম্বক বা তড়িৎক্ষেত্রের উপরও নির্ভর করে। এরূপ ক্ষেত্রে ইলেকট্রনের কৌণিক ভরবেগের সংস্থাপনা কীরূপ হবে। এই সংস্থাপনা নির্ধারিত হয় যে-সূত্রের সাহায্যে তাকে বলে সামারফেল্ড-এর স্থান কোয়ান্টায়ন সূত্র (space Quantization Rule)।

আপনারা জানেন কৌণিক ভরবেগ হল ভরবেগের ভ্রামক। অতএব,

$$\vec{p}=\vec{r}\times me\,\vec{v}$$

যেখানে ইলেকট্রনের ভর m_e-এর কক্ষীয় বেগ $\vec{v}$ এবং কোন এক সময়ে m_e-এর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ স্পষ্টতই (চিত্র 10.6)



চিত্র- 10.6: ইলেকট্রনের কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ।

ভেক্টর $\vec{p_k}$ -এর অভিমুখ হবে কক্ষতলের ($\vec{r}$ ও $m\vec{v}$ যে তলে অবস্থিত) অভিলম্বে দক্ষিণ হস্ত স্ক্রু-গতির অভিমুখে।

এখন পরমাণুকে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ -এর মধ্যে স্থাপন করলে $\vec{p_k}$ -এর অভিমুখ পরিবর্তিত হবে। যদি $\vec{B}$ এবং $\vec{p_k}$ -এর মধ্যবর্তী কোণ হয় θ তবে স্থান কোয়ান্টায়নের সূত্রানুযায়ী $\vec{p_k}$ -এর উপাংশের মান এমন হবে যেন

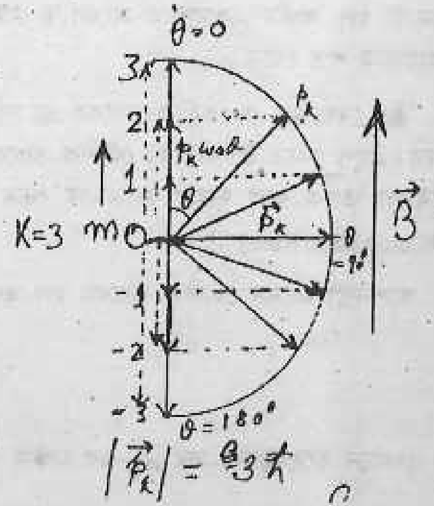
$$p_k \cos\theta = m\frac{h}{2\pi} = m\hbar \qquad (10.17)$$

হয়, যেখানে $= \frac{h}{2\pi}$ এবং $m = k, k-1, k-2, \ldots 2, 1, 0, -1, -2 \ldots -k$. যেহেতু k একটি পূর্ণ সংখ্যা, তাই m-ও হবে পূর্ণসংখ্যা। m-কে বলে চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা (magnetic quantum number)। স্পষ্টতই m-এর সর্বমোট $(2k+1)$ সংখ্যক মান থাকবে। সমীকরণ (10.17) থেকে

$$\cos\theta = \frac{m\hbar}{p_k} = \frac{m\hbar}{k\hbar} = \frac{m}{k}$$

অতএব θ-এর ও $(2k+1)$ সংখ্যক মান থাকবে। এর অর্থ হল $\vec{p_k}$ -এর সংস্থাপন $\vec{B}$ সাপেক্ষে $2k+1$ দিকের যেকোন দিকে থাকতে পারে (চিত্র 10.7)।

ইতিপূর্বে আপনারা জেনেছেন, $\vec{p_k}$ -এর অভিমুখ যাইহোক না কেন, যদি পরমাণুটি কোন $\vec{E}$ বা $\vec{B}$ ক্ষেত্রে অবস্থিত না হয় তবে ইলেকট্রনের শক্তি কেবল n ও k কোয়ান্টাম সংখ্যার উপর নির্ভর করবে। কিন্তু যদি পরমাণু $\vec{B}$ বা $\vec{E}$ ক্ষেত্রে স্থাপিত হয় তবে ইলেকট্রনের শক্তির পরিবর্তন ঘটে, কেননা, এইক্ষেত্র ইলেকট্রনের কক্ষের বা $\vec{p_k}$ -এর সংস্থাপনা পরিবর্তিত করতে কার্য নিষ্পন্ন করে। এই অতিরিক্ত শক্তি চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m-এর উপর নির্ভর করে। অতএব চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপিত পরমাণুর ইলেকট্রনের শক্তি নির্ভর করবে n, k ও m এর উপর। পরবর্তীকালে যখন কোয়ান্টাম বলবিদ্যার প্রয়োগ দ্বারা তত্ত্বগত ভাবে ইলেকট্রনের শক্তি নির্ধারণ করা হয় তখন কক্ষীয় কৌণিক ভ্রামক k-এর স্থলে $l+1$



চিত্র- 10.7 : স্থান কোয়ান্টায়ন

ব্যবহৃত হয়। এখন, যেহেতু $k = 1, 2, 3 \ldots n$, অতএব $l = 0, 1, 2, \ldots n-1$.

10.5.2 ঘূর্ণ-চৌম্বক অনুপাত এবং বোহর ম্যাগনেটন (Gyromagnetic Ratio and Bohr Magneton)

পরমাণুর ইলেকট্রন, কেন্দ্র সাপেক্ষে, একটি বদ্ধ কক্ষপথে আবর্তিত হয়। এজন্য বলা চলে যে কক্ষপথে আবর্তনরত ইলেকট্রন একটি বৃত্তীয় বা উপবৃত্তীয় প্রবাহমাত্রা সৃষ্টি করে। আবার, বৃত্তীয় বা উপবৃত্তীয় প্রবাহ পাতচুম্বক-এর (magnetic shell) মত আচরণ করে। এখন কোন চৌম্বক পাতের চৌম্বক ভ্রামক

$$\vec{M} = \phi \vec{A}$$

যেখানে $\vec{A}$ = চৌম্বক পাতের ক্ষেত্রফল এবং

ϕ = চৌম্বক পাতের তীব্রতা (strength). যদি চৌম্বক পাতের পরিসীমা বরাবর কোন পরিবাহীর প্রবাহমাত্রা $i = \phi$ হয় তবে তাকে বলে তুল্য চৌম্বক পাত। অতএব পরমাণুর কক্ষপথের ইলেকট্রন প্রবাহ হেতু চৌম্বক ভ্রামক হবে

$$\vec{\mu} = \vec{A}\, i = \pi r^2 \hat{n} \tag{10.18}$$

যেখানে $\hat{n} = \frac{\vec{A}}{|A|}$ = কক্ষতলের একক ভেক্টর। এবং $\vec{A}$ কক্ষতলের ক্ষেত্র ভেক্টর।

স্পষ্টতই $\vec{\mu}$ এর অভিমুখ $\vec{A}$-এর অভিমুখী। কিন্তু i ঋণাত্মক এবং $i = e\nu$, যেখানে ν হল ইলেকট্রোনের আবর্তন কম্পাঙ্ক কত অর্থাৎ প্রতি সেকেণ্ডে কক্ষপথের উপর কোন বিন্দু দিয়ে $e\nu$ আধান গমন করে, এবং সেইজন্য $e\nu$ = প্রবাহমাত্রা = i

$$\therefore \left|\vec{\mu_l}\right| = \mu_l = \pi r^2 e\nu \tag{10.19}$$

যেখানে r = কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, অর্থাৎ $\left|\vec{A}\right| = \pi r^2$ কিন্তু ইলেকট্রনের

কৌণিক বেগ ω হলে, $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$

$$\therefore \mu_l = \frac{1}{2} e\omega r^2$$

চিত্র- 10.8 : পরমাণুর চৌম্বক ভ্রামক

এবং
$$\vec{p_l} = \vec{r} \times m_e \vec{v}$$

$$= p_l \hat{n} \quad (10.20)$$

$$\text{বা } \left|\vec{p_l}\right| = p_l = m_e vr$$

$$= m_e wr^2 \quad (10.21)$$

চিত্র 10.8 -এ $\vec{P_l}$ এর অভিমুখ কক্ষতল $\vec{A}$-এর অভিমুখী, অর্থাৎ $\hat{n}$ অভিমুখী। কিন্তু $i = ev$ ঋণাত্মক বলে $\vec{\mu_l}$ এর অভিমুখ হল $-\hat{n}$ এর অভিমুখ। অতএব (10.19) ও (10.21) থেকে

$$\frac{\mu_l}{p_l} = \frac{\pi r^2 ev}{m_e wr^2} = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{v\pi}{w} = \frac{e}{2m_e} \quad (10.22)$$

সমীকরণ (20.22) হল ঘূর্ণ চৌম্বক অনুপাত। আবার

$$p_l = \frac{l\lambda}{2\pi} = l\lambda \quad \text{যেখানে } l = 0, 1, 2, \ldots n-1$$

$$\therefore \mu_l = \frac{e}{2m_e} lh = l.\mu_\beta$$

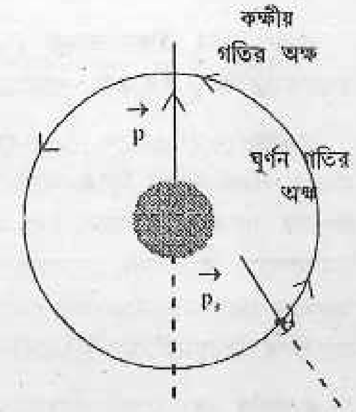
যেখানে
$$\mu_\beta = \frac{e\lambda}{em_e} \quad (10.23)$$

$= 9.274 \times 10^{-24}$ জুল/ তেসলা। μ_βকে বলে বোহ্‌র ম্যাগনেট। এটিই হল পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকের মৌলিক একক।

10.5.3 ইলেকট্রন ঘূর্ণন (Electron Spin)

যেসব বস্তু থেকে বিকিরণের রেখা বর্ণালি পাওয়া যায় তাদের যদি শক্তিশালী চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপন করা যায় তাহলে প্রতিটি একক বর্ণালি রেখা এক এক গুচ্ছ ঘনসন্নিবিষ্ট বর্ণালি রেখাতে বিশ্লিষ্ট হয়ে পড়ে। এই ঘটনা সর্ব প্রথম লক্ষ করেন পিটার যেমান (Pieter Zeeman, 1865-1943), এক বিশিষ্ট ওলন্দাজ (Dutch, Sctoland বাসী) বিজ্ঞানী। যখন চৌম্বক ক্ষেত্র তীব্রতা একটি সীমার মধ্যে থাকে, এই ঘটনাকে বলা হয় স্বাভাবিক যেমান ক্রিয়া (Normal Zeeman Effect)। এরূপ ক্ষেত্রে প্রতিটি একক বর্ণালি রেখা তিনটি বর্ণালি রেখাতে পরিণত হয়। এই বর্ণালি রেখার উৎপত্তি সনাতন তড়িচ্চুম্বকীয় তত্ত্বের দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়। কিন্তু যখন প্রযুক্ত চৌম্বক ক্ষেত্রের তীব্রতা কয়েক সহস্র তেসলা অতিক্রম করে তখন মূল একক বর্ণালিরেখা তিনের অধিক সংখ্যক বর্ণালি রেখায় বিভাজিত

হয়। তখন এই বিভাজনকে বলে অস্বাভাবিক যেমান ক্রিয়া (Pieter Zeeman, 1865-1943), এক বিশিষ্ট ওলন্দাজ (Dutch, Stolland-বাসী) বিজ্ঞানী। যখন চৌম্বক ক্ষেত্র তীব্রতা একটি সীমার মধ্যে থাকে, এই ঘটনাকে বলা হয় স্বাভাবিক যেমান ক্রিয়া (Normal Zeeman Effect)। এরূপ ক্ষেত্রে প্রতিটি একক বর্ণালি রেখা তিনটি বর্ণালি রেখাতে পরিণত হয়। এই বর্ণালি রেখার উৎপত্তি সনাতন তড়িচ্চুম্বনীয় তত্ত্বের দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়। কিন্তু যখন প্রযুক্ত চৌম্বক ক্ষেত্রের তীব্রতা কয়েক সহস্র তেসলা অতিক্রম করে তখন মূল একক বর্ণালিরেখা তিনের অধিক সংখ্যক বর্ণালি রেখায় বিভাজিত হয়। তখন এই বিভাজনকে বলে অস্বাভাবিক যেমান ক্রিয়া (Anomalous Zeeman Effect)। এই ঘটনার ব্যাখ্যা পাওয়া যায় না তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ তত্ত্বের কাছে বা এ যাবৎ কালের কোয়ান্টাম তত্ত্বের (quantum theory) কাছে।



চিত্র- 10.9 : ইলেকট্রনের ঘূর্ণন গতি

এই অস্বাভাবিক যেমান ক্রিয়াকে ব্যাখ্যা করতে পরমাণুর ইলেকট্রনের অতিরিক্ত আর একটি গতি আরোপ করা হয়। এই গতি হল ইলেকট্রনের ঘূর্ণন গতি (spin motion) 1925 খৃষ্টাব্দে জর্জ ইউজিন উহ্‌লেনবেক (george engene uhlembeck) এবং স্যামুয়েল গোউড্‌স্‌মিট (Sammuel Gondsmit) যুগ্মভাবে ইলেকট্রনের ঘূর্ণনগতির প্রস্তাব উত্থাপন করেন। পরমাণুর ইলেকট্রন কেন্দ্রকে ঘিরে আবর্তন গতির সঙ্গে নিজ অক্ষ সাপেক্ষে ঘূর্ণন গতিতেও গতিশীল থাকে (চিত্র 10.9)। এই প্রস্তাব যদিও ছিল তদর্থক (ad hoc-এর বিশেষ ক্ষেত্রে প্রয়োগের স্বার্থে) তথাপি পল এড্রিয়ান মরিস ডিরাক (Paul Adrian Maurice 1902-1984) তত্ত্বগতভাবেই কোয়ান্টাম বলবিদ্যার (Quantum Mechanics) দ্বারা ইলেকট্রোনের ঘূর্ণন গতি পেয়ে যান। তবে যেহেতু ইলেকট্রোন বিন্দুবৎ কণিকা, তাই তার ঘূর্ণন ধারণা সনাতন পদার্থবিদ্যা অনুমোদন করে না।

অতপর ইলেকট্রনের ঘূর্ণন গতি থাকলে তার এই গতির কোয়ান্টাম শর্ত হবে

$$p_s = s\hbar$$

যেখানে p_s হল ঘূর্ণন কৌণিক ভরবেগ (spin angular momentum) এবং s হল ঘূর্ণন কোয়ান্টাম সংখ্যা (spin quantum number) এবং $S = \frac{1}{2}$ আবার p_s একটি ভেক্টর রাশি, কিন্তু তার মাত্র দুটি সংস্থাপনা বর্তমান, কারণ, ঘূর্ণন হতে পারে দুই বিপরীত ক্রমে। এইজন্য $s = \pm\frac{1}{2}$ ধরা হয়।

অর্থাৎ ইলেকট্রনের দুটি কৌণিক গতির জন্য থাকবে দুটি কৌণিক ভরবেগ—কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ এবং ঘূর্ণন কৌণিক ভরবেগ (spin angular momentum)। চিত্র 10.9-এ কক্ষীয় আবর্তন গতির অক্ষ বরাবর সংস্থাপিত থাকে কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ $\vec{p}_l$ এবং ইলেকট্রনের ঘূর্ণন অক্ষ বরাবর থাকে ঘূর্ণন কৌণিক ভরবেগ $\vec{p}_s$. ঘূর্ণন কৌণিক ভরবেগের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট চৌম্বক ভ্রামক $\vec{\mu}_s$ হলে দেখানো যায়

$$\frac{\left|\vec{\mu_s}\right|}{\left|\vec{p_s}\right|}=\frac{\mu_s}{p_s}=g_s\frac{e}{cm_e}$$

যেখানে পরীক্ষালব্ধ ফলাফলকে ব্যাখ্যা করতে g_s এর মান তদর্থক 2 ধরা হয়। অতএব

$$\mu_s = 2\times\frac{e}{2m_e}\times p_s=\frac{e}{m_e}.\frac{1}{2}\hbar=\frac{e\lambda}{2m_e}=\mu_\beta$$

অর্থাৎ ঘুর্ণন চৌম্বক ভ্রামক μ_s = বোহ্‌র ম্যাগনেটন μ_β যদিও g_s এর তদর্থক 2 ধরা হয়েছে, কিন্তু ডিরাক তত্ত্বগতভাবেও g_s এর মান পেয়েছিলেন 2

লক্ষনীয় যে $l = 0$ হলে $p_l = 0$ হবে। অর্থাৎ ইলেকট্রনের কোন কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ থাকবে না। এরূপ ক্ষেত্রে, সনাতন পদার্থ বিদ্যার নিয়মানুসারে ইলেকট্রন কেন্দ্রক কর্তৃক আকর্ষিত হবে এবং জাড্যের নিয়মে কেন্দ্রক ভেদ করে বিপরীত দিকে চলে যাবে এবং আবার আকর্ষিত হয়ে কেন্দ্রক গামী হবে। এইভাবে ইলেকট্রন কেন্দ্রককে সাম্যাবস্থানে রেখে সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হবে। কিন্তু কোয়ান্টাম বলবিদ্যা ইলেকট্রনকে কোন এক বিশেষ অবস্থানে দেখে না, দেখে কেন্দ্রকের চতুপার্শ্বে যেকোন অবস্থানে যেন কেন্দ্রককে ঘিরে আছে ইলেকট্রনের মেঘ থাকে বলা চলে আধানের মেঘ (clould of charges)।

এ পর্যন্ত দেখা গেল পরমাণুর ইলেকট্রোনের গতি সংক্রান্ত তিনটি কোয়ান্টাম শর্ত বর্তমান : (১) বোহ্‌র কোয়ান্টাম শর্ত, (২) সামারফেল্ড কোয়ান্টাম শর্ত এবং (৩) গোউড্‌স্মিট্‌ উহ্‌লেনবেক কোয়ান্টাম শর্ত। এই শর্তগুলি থেকে n, l, s -এই তিনটি কোয়ান্টাম সংখ্যা পাওয়া যায় যা ইলেকট্রনের গতি অবস্থা নির্ধারণ করে। যদি পরমাণু চৌম্বক বা তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থাপিত হয় তবে আরো একটি কোয়ান্টাম সংখ্যা m প্রয়োজন যা ইলেকট্রন কক্ষের সংস্থাপনা নির্ধারণ করে।

10.6 পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপ (Vector atom model)

বোহ্‌র বা সমারফেল্ড্‌ পরমাণু প্রতিরূপকে যেমন চিত্রের সাহায্যে দৃষ্টি গ্রাহ্য করা যায়, অর্থাৎ ঐ প্রতিরূপ দ্বয়ের যেমন ভৌতরূপ বর্তমন, পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপের তেমন কোন ভৌত দৃষ্টিগ্রাহ্য রূপ নেই। পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপ হল পরমাণুর ইলেকট্রনের কক্ষীয় ও ঘুর্ণন কৌণিক ভরবেগ ও লব্ধ ভরবেগের সম্পর্কের এক গাণিতিক উপস্থাপনা। অতএব পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপ হল পরমাণুর এক গাণিতিক প্রতিরূপ যা 'ভেক্টর' শব্দেই বুঝতে পারা যায়। ভেক্টর যোগের পদ্ধতি অনুসরণ করে পরমাণুর ইলেকট্রনের কক্ষীয় ও ঘুর্ণন কৌণিক ভরবেগের লব্ধি কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করার গাণিতিক পদ্ধতিকে বলে পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপ।

কোয়ান্টাম বলবিদ্যার প্রয়োগ দ্বারাই ভেক্টর প্রতিরূপ পাওয়া গেছে। চিরায়ত কোয়ান্টাম তত্ত্ব (classical quantum theory) থেকে কক্ষীয় ঘুর্ণন কৌণিক ভরবেগের কোয়ান্টাম শর্ত হল

$$p_l = l\hbar \quad \text{এবং} \quad p_s = s\hbar$$

কিন্তু কোয়ান্টাম বলবিদ্যা (Quantum Mechanics) থেকে অর্জিত সংশ্লিষ্ট কোয়ান্টাম শর্ত হল

$$p_1 = \hbar\sqrt{l(l+1)}$$

কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় $\vec{p_1}$ ও $\vec{p_s}$-কে $\vec{l}$ ও $\vec{s}$ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয়। অতঃপর পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপের গাণিতিক বর্ণনা যেসব কোয়ান্টাম সংখ্যা নির্ভর সে সম্পর্কে নিম্নে আলোচনা করা হল। এই কোয়ান্টাম সংখ্যা পরমাণুর ইলেকট্রনের সঙ্গে সংযুক্ত এবং এইসব সংখ্যা দ্বারাই পরমাণুতে ইলেকট্রনের সহা বা বিন্যাস নির্ধারিত হয়।

1. মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যা n— এই সংখ্যাটি কেবলমাত্র পূর্ণসংখ্যা (1, 2, 3 ....∞) হতে পারে। বোহ্‌র সামার ফেল্‌ড তত্ত্বের n-এর সঙ্গে এই কোয়ান্টাম সংখ্যাকে সমান বিবেচনা করতে হবে। ইলেকট্রনের শক্তির কোয়ান্টায়ন থেকে মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যার উৎপত্তি। এই সংখ্যা দ্বারা ইলেকট্রনের কক্ষপথের আকার (size) নির্ধারিত হয়।

2. **কক্ষীয় কোয়ান্টাম সংখ্যা l :** আপনারা জানেন বোহ্‌র-সামারফেল্‌ড্‌ তত্ত্বানুসারে কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগের কোয়ান্টায়নের শর্ত হল

$$p_1 = l\hbar$$

এবং কোয়ান্টাম বলবিদ্যানুসারে এই শর্ত হল

$$p_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$$

যেখানে $l = 0, 1, 2 \ldots n-1$. প্রথাগতভাবে যখন কোন ইলেকট্রনের কক্ষীয় কোয়ান্টাম সংখ্যা হয় 0, 1, 2, 3, 4 ... ইত্যাদি তখন সেই ইলেকট্রনকে যথাক্রমে বলে s, p, d, f.... ইত্যাদি ইলেকট্রন। এই s, p, d, f, ... ইত্যাদি বিভিন্ন কক্ষপথের নাম, যে কক্ষপথের আকৃতি (shape) নির্ধারিত হয় l-এর মান দ্বারা।

উল্লেখ্য যে $\vec{p_l}$ ও $\vec{p_s}$ কে এখন $\vec{l}$ ও $\vec{s}$ দ্বারা সূচিত করা হয়। যখন পরমাণুতে একাধিক ইলেকট্রন থাকে তখন পরমাণুর ইলেকট্রন সমূহের লব্ধি কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ হবে

$$\vec{L} = \sum \vec{l} = \sum \vec{l_1} + \vec{l_2} + \vec{l_3} + \ldots.$$

3. **ঘূর্ণন কোয়ান্টাম সংখ্যা s :** আপনারা জেনেছেন $s = \left|\vec{s}\right| = \frac{l}{2}$ এবং ইলেকট্রনের ঘূর্ণনের মাত্র দুটি ক্রম (অর্থাৎ দক্ষিণাবর্তী ও বামাবর্তী) থাকে, তাই $s = \pm\frac{1}{2}$. এক্ষেত্রেও পরমাণুতে একাধিক ইলেকট্রন থাকলে পরমাণুটিতে বর্তমান ইলেকট্রন সমূহের লব্দি ঘূর্ণন কৌণিক ভ্রামক হবে

$$\vec{s} = \sum \vec{s_i} = \vec{s_1} + \vec{s_2} + \vec{s_3} + \ldots$$

4. **মোট কৌণিক কোয়ান্টাম সংখ্যা :** যেহেতু পরমাণুতে উপস্থিত প্রতিটি ইলেকট্রনের দুটি কৌণিক ভরবেগ বর্তমান তাই তার একটি লব্ধি কৌণিক ভরবেগ $\vec{p_1}$ থাকবে এবং

$$\vec{p}_j = \vec{p}_l + \vec{p}_s$$

কোয়ান্টাম বলবিদ্যানুসারে

$$p_j = \hbar\sqrt{j(j+1)}$$

$\vec{p}_j$ কে $\vec{j}$ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করলে

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$$

$\vec{l}$ ও $\vec{s}$ সমান্তরাল হলে $j = l \pm \frac{1}{2}$ হবে, $s = \pm\frac{1}{2}$ হবে যখন $\vec{l}$ ও $\vec{s}$ সমাবর্তী এবং $s = -\frac{1}{2}$ হবে

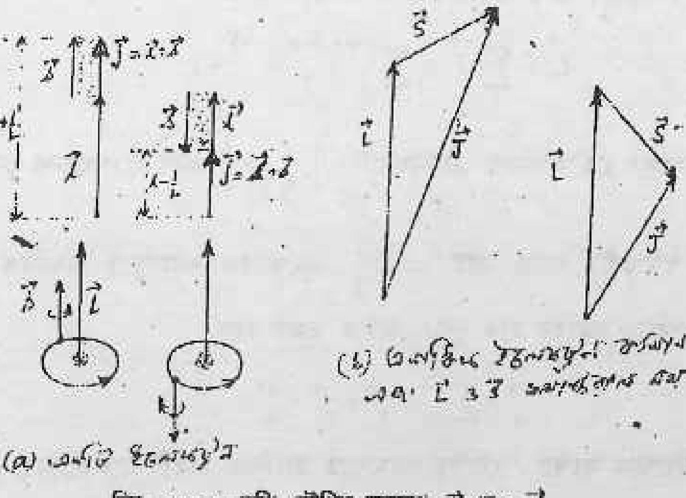
যখন $\vec{l}$ ও $\vec{s}$ বিপরীতবর্তী। একাধিক ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে লব্ধি মোট কৌণিক ভরবেগ হবে

$$\vec{J} = \sum \vec{j} = \vec{j_1} + \vec{j_2} + \vec{j_3} + \ldots$$

চিত্র 10.10-এ মোট কৌণিক ভরবেগের প্রাণ ও দিক প্রদর্শিত হল।

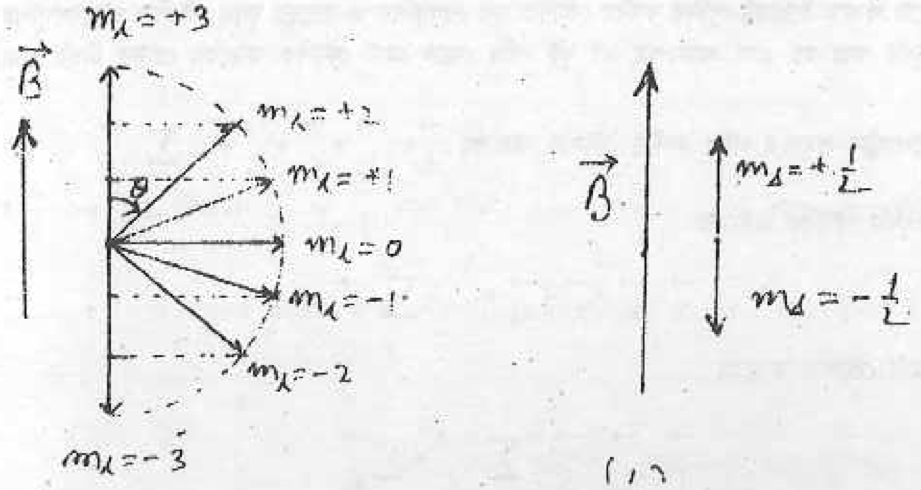
5. চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m_l এবং m_s : চৌম্বক থেকে রক্ষিত পরমাণুর ইলেকট্রনের কক্ষীয় ও ঘূর্ণন গতির উপর চৌম্বিক ক্ষেত্র বলপ্রয়োগ করে এবং $\vec{l}$ ও $\vec{s}$ এর সংস্থাপনার পরিবর্তন ঘটায়। এই পরিবর্তনের জন্য কোয়ান্টাম শর্ত আরো দুটি কোয়ান্টাম সংখ্যা দান করে যাদের m_l ও m_s দ্বারা সুচিত করা হয় ঃ

i) কক্ষীয় চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m_l হল পূর্ণসংখ্যা যার পাল্লা বলে $-l$ থেকে $+l$, এবং শূন্য। অর্থাৎ



চিত্র- 10.10 : লব্ধি কৌণিক ভরবেগ $\vec{j}$ এবং $\vec{J}$

$m_1 = -(l-1), \ldots 2, 1, 0, 1, 2 \ldots (l-1)$ Q সর্বমোট m_lএর সংখ্যা হল $(2l+1)$ টি। কোন চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B} - \omega\ \vec{p_l}$ এর অবস্থান কী হবে তারই কোয়ান্টাম শর্তের কোয়ান্টাম সংখ্যা হল ml যদি $\vec{B}$ ও $\vec{p_l}\left(=\vec{l}\right)$ এর মধ্যবর্তী কোণ হয় θ, তবে $\cos\theta = \frac{m_l}{l}$ বা কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় $\cos\theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(1+l)}}$ (চিত্র 10.11 (a))।



চিত্র- 10.11 : $\vec{l}$ এবং $\vec{s}$ এর চৌম্বক ক্ষেত্রে $\vec{\beta}$ বিন্যাস সজ্জা

ii) ঘূর্ণন চৌম্বক কৌণিক ভরবেগের কোয়ান্টাম সংখ্যা m_s দ্বারা চৌম্বক ক্ষেত্রে $\vec{s}$-এর বিন্যাস সূচিত হয়। $m_s = +\frac{1}{2}$ হলে $\vec{s}$ এর বিন্যাস চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{\beta}$ অভিমুখী এবং $m_s = -\frac{1}{2}$ এবং $m_s = -\frac{1}{2}$ হলে $\vec{s}$ এর বিন্যাস হবে $\vec{B}$-এর বিপরীতমুখী (চিত্র- 10.11 (b))।

6. মোট চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m_j: চৌম্বক ক্ষেত্রে $\vec{j}\left(\vec{l} + \vec{s}\right)$-এর অবস্থানের কোয়ান্টাম শর্তের কোয়ান্টাম সংখ্যা হল m_j. m_j প্রকৃত পক্ষে j-এর মতই অর্ধ-পূর্ণসংখ্যা (half integer), কারণ $j = l + s = l \pm \frac{1}{2}$ এবং l হল পূর্ণসংখ্যা। আবার m_j-এর সংখ্যাগুলি হল $-j, -(j-1) \ldots -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} +\frac{3}{2} \ldots j-1, j$ এবং m_j-এর সর্বমোট সংখ্যা হল $2j + 1$.

10.6.1 LS- এবং jj- যুগ্মন [L S-and jj-Couplings]

কোন পরমাণুতে যখন একের অধিক ইলেকট্রন থাকে তখন তাদের লব্ধি ভরবেগ $\vec{j}$ দুইভাবে নির্ণয় করা যায় : i) $\vec{L}$ ও $\vec{S}$ এর ভেক্টর যোগ দ্বারা, যাকে বলে LS-যুগ্মন এবং ii) $\vec{Q}$ একটি ইলেকট্রনের $\vec{j}$ -এর সঙ্গে অন্য ইলেকট্রনের $\vec{j}$ -এর ভেক্টর যোগ দ্বারা, যাকে বলে jj-যুগ্মন।

i) LS-যুগ্মন (LS'-coupling)

এই পদ্ধতিতে প্রথমে ইলেকট্রনগুলির কক্ষীয় কৌণিক ভর বেগগুলির ও তাদের ঘূর্ণন কৌণিক ভরবেগগুলির লব্ধি পৃথক ভাবে নির্ণয় করা হয় এবং অতঃপর এই দুই লব্ধি থেকে মোট কৌণিক ভরবেগ ভেক্টর নির্ণয় করা হয়।

অতএব, ইলেকট্রন সমূহের লব্ধি কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ $\vec{L} = \vec{l_1} + \vec{l_2} + \vec{l_3} + \dots \sum_i \vec{l_i}$

এবং লব্ধি ঘূর্ণন কৌণিক ভরবেগ

$$\vec{S} = \vec{s_1} + \vec{s_2} + \vec{s_3} + \dots = \sum_i \vec{s_i}$$

অতঃপর মোট কৌণিক ভরবেগ

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \sum_i \vec{l_i} + \sum \vec{s_i}$$

দুইটি ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে $\vec{J}$ নির্ণয় চিত্র 10.12-এ প্রদর্শিত হল।

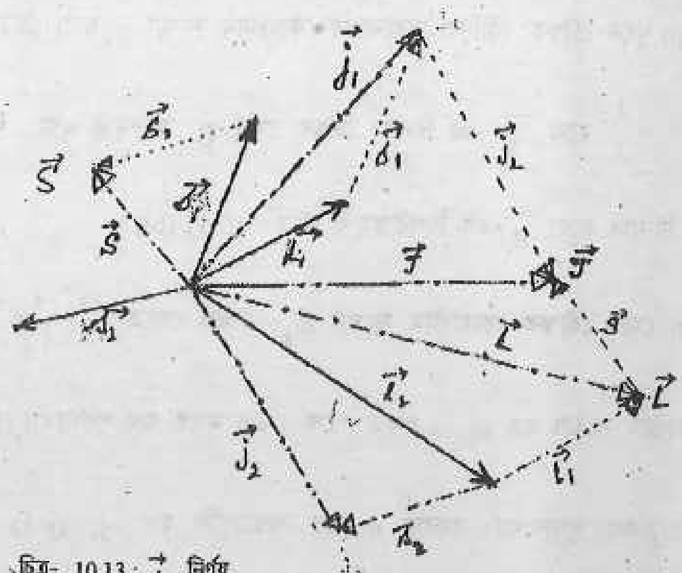
$$\vec{L} = \vec{l_1} + \vec{l_2}$$

$$\vec{S} = \vec{s_1} + \vec{s_2}$$

$$\vec{j_1} = \vec{l_1} + \vec{s_1}$$

$$\vec{j_2} = \vec{l_2} + \vec{s_2}$$

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \vec{j_1} + \vec{j_2}$$



চিত্র- 10.13 : $\vec{J}$ নির্ণয়

ii) jj-যুগ্মন

এই পদ্ধতিতে প্রতিটি ইলেকট্রনের $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}$ পৃথকভাবে নির্ণয় করতে হবে এবং পরে প্রতিটি ইলেকট্রনের মোট ভরবেগ গুলির লব্ধি নির্ণয় করে সমস্ত ইলেকট্রনের মোট কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করতে হবে। অর্থাৎ যদি দুটি ইলেকট্রন তবে

$\vec{j_1} = \vec{l_1} + \vec{s_1}$ এবং $\vec{j_2} = \vec{l_2} + \vec{s_2}$

অতঃপর $\vec{J} = \vec{j_1} + \vec{j_2}$

চিত্র 10.12 -এ যুগ্মন পদ্ধতি প্রদর্শিত হল।

10.7 পাউলির বর্জননীতি (Paule's Principle) :

পরমাণুতে ইলেকট্রনের বিন্যাস (Configuration of Electrons in atoms)

ইলেকট্রনের শক্তিস্তর বা শক্তি-অবস্থা সম্পর্কে জানতে যেসব কোয়ান্টাম সংখ্যার মান জানা প্রয়োজন সেগুলি হল— n, l, s, j, m_l, m_s এবং m_j. এই সংখ্যাগুলি সম্পর্কে আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন। তাই আপনারা জেনেছেন যে এই সংখ্যাগুলির সকলেই যেমন পরস্পর নিরপেক্ষ বা স্বাধীন নয়, তেমনি সকলেরই স্থিরমানও নেই। কিন্তু যখন চৌম্বকক্ষেত্র অনুপস্থিত থাকে তখন ইলেকট্রনের (পরমাণুস্থ) শক্তিস্তর নির্ধারিত হয় n, l, এবং s এবং j কোয়ান্টাম সংখ্যার দ্বারা যার মধ্যে $s = \frac{1}{2}$ সব ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে স্থির। অতএব ইলেকট্রনের পরস্পর নিরপেক্ষ কোয়ান্টাম সংখ্যা হল n, l, j. এখন একটি পরমাণুকে চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপন করলে মোট কৌণিক ভরবেগ ভেক্টর $\vec{j}$ যে বিভিন্ন দিকে সংস্থাপিত হয় তার সংখ্যা $(2j + 1)$। অতএব (n, l, j) সূচিত শক্তিস্তর চৌম্বক ক্ষেত্রে $(2j + 1)$ শক্তিস্তরে বিভাজিত হয়ে পড়ে। এই স্তরগুলির কোয়ান্টাম সংখ্যাকে বলে মোট চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m_j, এবং $m_j = -j, (-j-1), \ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots j-1, j$, অর্থাৎ সর্বমোট $(2j + 1)$ টি।

কিন্তু তীব্র চৌম্বক ক্ষেত্রে $\vec{l}$ ও $\vec{s}$ পরস্পর নিরপেক্ষ হয়ে পড়ে এবং এই জন্য $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ সম্পর্কটি বর্জিত হয়। এই অবস্থায় $\vec{l}$ ও $\vec{s}$ -এর চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা হল m_l এবং m_s. অতএব কার্যত n, l, m_l এবং m_s এই চারিটি কোয়ান্টাম সংখ্যাই পরস্পর নিরপেক্ষ। s সব ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে একই বলে ইলেকট্রনের শক্তিস্তর নিরূপণে তার ভূমিকাকে উপেক্ষা করা যায়।

পরমাণুতে আবদ্ধ ইলেকট্রনগুলির n, l, m_l ও m_s সংখ্যাগুলির মান কী হবে সে সম্পর্কে অস্ট্রিয় বিজ্ঞানী ভোল্‌ফ্‌গ্যাঙ : পাউলি [Wolgans Pauli, 1900-1958] 1925 খৃষ্টাব্দে একটি গুরুত্বপূর্ণ নীতির প্রস্তাব করেন, যাকে বলে পাউলির বর্জন নীতি (Pauli's enculsion principle)। নীতিটি এরূপ :

কোন দুটি ইলেকট্রনের সবগুলি কোয়ান্টাম সংখ্যার (n, l, m_l ও ms_s)-এর মান হুবহু এক হতে পারে না।

এই নীতির ব্যাখ্যা হল এই যে দুটি ইলেকট্রনের তিনটি কোয়ান্টাম সংখ্যা (ধরা যাক n, l, m_l) সমান হলে তাদের চতুর্থ কোয়ান্টাম সংখ্যাটি (এখানে m_s) পরস্পর থেকে ভিন্ন হবে।

এই নীতি প্রয়োগ করে পরমাণুতে ইলেকট্রনসমূহ কী রূপে সজ্জিত থাকে অর্থাৎ পরমাণুর ইলেকট্রন গঠন (electronic structure) কী রূপ তা নির্ণয় করা যায়। এই সজ্জা সম্পর্কে একটি প্রাথমিক ধারণা দেন তরুণ ব্রিটিশবিজ্ঞানী হেনরি গড়ইন জেফ্রিয় মোয্লি (Henry Geogn Geffreys Moseley (1887-1915) 1914 খৃষ্টাব্দে, প্রথম বিশ্বযুধে নিহত হওয়ার এক বৎসর পূর্বে। তিনি জানান যে পরমাণু কেন্দ্রককে ঘিরে বিভিন্ন আকারের (size) খোলকের উপর শায়িত কক্ষ পথে পরমাণুর ইলেকট্রনসমূহ গতিশীল থাকে।

যখন ইলেকট্রনের মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যা হয় $n = 1$, তখন ক্ষুদ্রম আকারের খোলকের উপর থাকে ইলেকট্রনের কক্ষপথ এবং এই খোলককে বলে K খোলক। অনুরূপে যখন $n = 2, 3, 4...$ ইত্যাদি হয় তখন যথাক্রমে খোলকগুলিকে বলে L, M, N, O, P ইত্যাদি খোলক।

এইসব খোলকের উপর শায়িত কক্ষপথগুলি কোয়ান্টায়িত এবং এই কোয়ান্টায়িত কক্ষপথগুলিকে বলে উপকক্ষ পথ যাদের চিহ্নিত করা হয় কক্ষীয় কৌণিক কোয়ান্টাম সংখ্যা $l = 0, 1, 2, ... n-1$ দ্বারা এবং এবং কক্ষপথগুলিকে যথাক্রমে s, p. d, f, ইত্যাদি নামে চিহ্নিত করা হয় [নামগুলি sharp, principal, diffuse, fundamental... ইত্যাদি series এর প্রথম অক্ষর থেকে পাওয়া। খোলকগুলির প্রথমটির নাম। জার্মান বিজ্ঞানী আলব্রেখ্ট কোস্ল্ (Albrecht Kossel, 1853-1927)-এর পদবির প্রথম অক্ষর। অন্য খোলকগুলি অতঃপর ইংরেজি বর্ণমালার পরবর্তী অক্ষর দিয়ে পরপর নামাংকিত এবং বড় হরফে।]

এখন l-বিশিষ্ট উপকক্ষপথে চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m_l-এর মানগুলির সংখ্যা $2l + 1$ এর অর্থ, l-বিশিষ্ট ইলেকট্রনের শক্তিস্তরের সংখ্যা বা উপকক্ষ পথের সংখ্যা $2l + 1$. কিন্তু কোন বিশেষ m_l উপকক্ষ পথের m_s হবে $\pm\frac{1}{2}$ প্রতিটি m_l আবার দুটি শক্তিস্তরে বিভাজিত। অতএব কোন বিশেষ l মানের ইলেকট্রনের মোট শক্তিস্তরের সংখ্যা $2(2l + 1)$। অতএব, যেহেতু কোন n-বিশিষ্ট খোলকে $l = 0, 1, 2, ... n-1$, তাই ঐ খোলকে মোট শক্তিস্তরের সংখ্যা হবে

$$2\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2n^2$$

এই সমীকরণ থেকে প্রতিটি খোলকে এবং উপখোলক বা উপকক্ষ পথে [আসলে কক্ষপথ পরিবর্তিত হয়েছে খোলকে, তাই উপকক্ষ পথকে বলা চলে উপখোলক।] সর্বোচ্চ কয়টি ইলেকট্রন থাকবে তা নির্ণয় করা যায়। পাউলির নীতিদ্বারা এই নির্ণীত সংখ্যা যাচাই করেও দেখা যায়। সারণী 10.1 দেখুন। যদি $n = 1$ হয় অর্থাৎ K খোলকে, $l = 0$ অতএব $m_l = 0$ এবং $m_s = \pm\frac{1}{2}$. অতএব K-খোলকের s উপখোলকে [থাকে $K_s = 1s$ দ্বারা সূচিত করা হয়] সর্বাধিক দুটি ইলেকট্রন থাকতে পারে এখানে কোয়ান্টাম সংখ্যার গুচ্ছ দুটি হল $\left(1,0,0,+\frac{1}{2}\right)$ এবং

$\left(1,0,0,-\frac{1}{2}\right)$। তৃতীয় কোন ইলেকট্রন যদি K খোলকে

সারণি 10.1 : খোলক, উপখোলকে সর্বাধিক ইলেকট্রন সংখ্যা

খোলক	K	L		M			N				O
n	1	2		3			4				5
উপখোলক	s	s	p	s	p	d	s	p	d	f	s...
l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	...
উপখোলকে সম্ভাব্য সর্বাধিক ইলেকট্রন সংখ্যা $2(2l+1)$	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	....
খোলকে সম্ভাব্য সর্বাধিক ইলেকট্রন সংখ্যা $2n^2$	2	2+6 8		2+6+10 18			2+6+10+14 32				...

থাকে তবে তার কোয়ান্টাম সংখ্যাদল $\left(1,0,0,+\frac{1}{2}\right)$ অথবা $\left(1,0,0,-1\frac{1}{2}\right)$ হতে হবে যা পাউলির বর্জন নীতির পরিপন্থী। অতএব এমন ইলেকট্রোনের কোন জায়গা নেই K-খোলকে। ঐ ইলেক্ট্রনটি L খোলকে জায়গা পেতে পারে বা পাবে।

পরমাণুতে K-খোলকের প্রথম ইলেকট্রনটির বিন্যাস বা সজ্জাকে $1s'$ দ্বারা সূচিত করা হয়। এখানে 1 বলতে খোলক K-কে বুঝাবে এবং s হল সেই উপখোলক যেখানে থাকতে হলে ইলেকট্রনের $l = 0$ হতে হবে। এই উপখোলকে সর্বাধিক দুটি ইলেকট্রন থাকতে পারে। যখন s-উপখোলকে ২টি ইলেকট্রন থাকবে তখন পরমাণুর ইলেকট্রন বিন্যাস হবে $2s^2$. অতএব $1s^2$ হল পরমাণুতে ইলেকট্রনের সেই বিন্যাস যখন s-উপখোলক ইলেকট্রন দ্বারা পরিপূর্ণ (filled up)।

যদি পরমাণুতে 3টি ইলেকট্রন থাকে তবে দুটি দ্বারা K-খোলক পূর্ণ হবে এবং বাকিটি যাবে L-খোলকে। L-খোলকের $n = 2$. অতএব $l = 0$ এবং $1, m_l = -1, 0, +1$ এবং $m_s = +\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$. অতএব L-খোলকে দুটি উপখোলক বর্তমান : $l = 0$ হলে উপখোলক s, এবং $l = 1$ হলে উপখোলক p. যথারীতি L এর s উপখোলক 2টি ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ হবে। তৃতীয় ইলেকট্রনটির বিন্যাস তাই হবে 2s. পরমাণুতে ৩টি ইলেকট্রনের বিন্যাস হবে $1s^22s$.

এখন L-খোলকে যখন $l = 1$, তখন ইলেকট্রন সংখ্যা হবে 6. অর্থাৎ p-উপখোলকে 6টি ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ হবে। চতুর্থ ইলেকট্রন দ্বারা s-উপখোলক পূর্ণ হলে চার ইলেকট্রনের বিন্যাস হবে $1s^22s^2$. পঞ্চম ইলেকট্রনটি। অতএব, p-উপখোলকে স্থাপিত হবে এবং তার বিন্যাস সূচক হবে $2p^1$. অতএব যে পরমাণুতে 5টি ইলেকট্রন থাকবে তার ইলেকট্রনের বিন্যাস সূচক হবে $1s^22s^22p^1$. যখন সর্বমোট দশটি ইলেকট্রন থাকবে তখন পরমাণুর ইলেকট্রন বিন্যাস হবে $1s^2s2^22p^6$. এখানে যে পাউলির বর্জন নীতি মান্য হচ্ছে তা পরীক্ষা করে দেখা যেতে পারে। সারণি 10.2 লক্ষ করুন।

সারণি 10.2 : L খোলক ইলেকট্রন সজ্জা (n = 2)

n	l	m_l	m_s	উপখোলক	ইলেকট্রন সংখ্যা ও সজ্জা							
					3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	0	+½	s	$2s^2$							
2	0	0	−½	s		$2s^2$	2p					
2	1	0	+½	p		$2s^2$	2p	$2p^2$				
2	1	0	−½	p		$2s^2$			$2p^3$			
2	1	−1	+½	p		$2s^2$				$2p^4$		
2	1	−1	−½	p		$2s^2$					$2p^5$	
2	1	+1	+½	p		$2s^2$						
2	1	+1	−½	p		$2s^2$						$2p^6$

p-উপখোলকের ক্ষেত্রে $n = 2$ এবং $l = 1$. এই উপখোলকে প্রতিটি m_l-এর জন্য দুটি m_s সংখ্যা বর্তমান। m_l আছে তিনটি— $-1, 0, +1$. অতএব m_l ও m_s-এর মোট বিন্যাস $3 \times 2 = 6$. অতিরিক্ত কোন ইলেকট্রন p উপখোলকে স্থাপন করলে তার কোয়ান্টাম সংখ্যা দল পূর্ববর্তী কোন না কোন ইলেকট্রনের সংখ্যাদলের সজ্জা হুবহু একই হবে যা পাউলি নীতি অনুমোদন করে না।

এবার কয়েকটি মৌলের পরমাণুর ইলেকট্রন বিন্যাস লক্ষ্য করা যেতে পারে। মনে রাখতে হবে যে মৌলের পারমাণবিক সংখ্যা তার পরমাণুর ইলেকট্রন সংখ্যার সমান। পূর্ণ খোলককে ঘর কেটে দেখানো হয়েছে। Z হল পারমাণবিক সংখ্যা = পরমাণুর মোট ইলেকট্রন সংখ্যা। অতএব,

H (z = 1) $\rightarrow 1s^1$; He (z = 2) $\rightarrow 1s^2 \rightarrow$ $\boxed{K}$

L_i (z = 3) $\rightarrow 1s^2 2s^1 \rightarrow$ $\boxed{K}$ $2s^1$, অর্থাৎ K খোলক পূর্ণ হওয়ার পর L খোলকের (L→2)s উপখোলকে তৃতীয় ইলেকট্রন বর্তমান।

B (z = 5) $\rightarrow 1s^2\, 2s^2\, 2p^1 \rightarrow$ $\boxed{K}$ $2s^2\, 2p^1$

Ne (z = 10) $\rightarrow 1s^2\, 2s^2\, 2p^6 \rightarrow$ $\boxed{K \mid L}$

Ar (z = 18) $\rightarrow$ $\boxed{K \mid L}$ $3s^2\, 3p^6$ M_n (z = 25) $\rightarrow$ $\boxed{K \mid L}$ $3s^2\, 3p^6\, 3d^5\, 4s^2$

Cu (z = 29) $\rightarrow$ $\boxed{K \mid L}$ $3s^2\, 3p^6\, 3d^{10}\, 4s$, ইত্যাদি।

এখানে লক্ষ করার যে 3rd উপখোলক পূর্ণ হওয়ার পূর্বেই 4s উপখোলক পূর্ণ হয়। এর কারণ, এই বিন্যাসে পরমাণুর শক্তি হয় সর্বনিম্ন যা তার স্থায়িত্বের জন্য প্রয়োজন।

10.8 পর্যায় সারণি ও তার ব্যাখ্যা (Periodic Table and Its explanation)

রুশ রসায়নবিদ্ দমিত্রি ইভানোভিচ মেন্দেলইয়েভ্ (Dmitry Ivanovicsk Mendelyen–1834-1907) মৌল গুলিকে তাদের পারমাণবিক ভার (atomic weights) অনুসারে পারমাণবিক ভার (atomic weights) অনুসারে একটি তালিকাকে সজ্জিত করেন, এবং আবিষ্কার করেন যে মৌলসমূহের রাসায়নিক ধর্ম একটি পর্যায় সূত্র (Periodic law) মেনে চলে, যে সূত্রানুসারে মৌলের রাসায়নিক ধর্ম তাদের পারমাণবিক ভারের পর্যায়ী অপেক্ষক

সারণি- 10.3 : মৌলের পর্যায়ী তালিকা (Periodic Table)

দল / পর্যায়	1A	2A	3B	4B	5B	6B	7B		8		1B	2B		3A	4A	5A	6A	7A	0
1s	H 1																		He 2
2s	Li 3	Be 4											2p	B 5	C 6	N 7	O 8	F 9	Ne 10
3s	Na 11	Mg 12											3p	Al 13	Si 14	P 15	S 16	Cl 17	Ar 18
4s	K 19	CA 20	Sc 21	Ti 22	V 23	Cr 24	Mn 25	Fe 26	Co 27	Ni 28	Cu 29	Zn 30	4p	Ga 31	Ge 32	As 33	Se 34	Br 35	Kr 36
5s	Rb 37	Sr 38	Y 39	Zr 40	Nb 41	Mo 42	Tc 43	Ru 44	Rh 45	Pd 46	Ag 47	Cd 48	5p	In 49	Sn 50	Sb 51	Te 52	I 53	Xe 54
6s	Cs 55	Ba 56	La* 57	Hf 72	Ta 73	W 74	Re 75	Os 76	Ir 77	Pt 78	Au 79	Hg 89	6p	Tl 81	Pb 82	Bi 83	Po 84	At 85	Rn 86
7s	Fr 87	Ra 88	Ac* 89																
	s^1	s^2	d^1	d^2	d^3	d^4	d^5	d^6	d^7	d^8	d^9	d^{10}		p^1	p^2	p^3	p^4	p^5	p^6

Lanthanides	Ce 58	Pr 59	Nd 60	Pm 61	Sm 62	Eu 63	Gd 64	Tb 65	Dr 66	Ho 67	Er 68	Tm 69	Yb 70	Lu 71
Actinides	Th 90	Pa 91	U 92	Np 93	Pu 94	Am 95	Cm 96	Bk 97	Cf 98	Es 99	Fm 100	Md 101	No 102	Lw 103
	f^1	f^2	f^3	f^4	f^5	f^6	f^7	f^8	f^9	f^{10}	f^{11}	f^{12}	f^{13}	f^{14}

(periodic functions)। তাঁর উক্ত তালিকাকে বলে মৌলের পর্যায় সারণি (Periodic table) [দ্রষ্টব্য সারণি-10.3]। বর্তমানে এই সারণি গঠিত হয় মৌলের পারমাণবিক সংখ্যার ক্রমবর্ধমান মান অনুসারে। দেখা যায় যে নিয়মিত ভাবে একটা পর্যায় পরপর মৌল সমূহের ভৌত ও রাসায়নিক ধর্মের পুনরাবৃত্তি ঘটে। অর্থাৎ, মৌলের ভৌত ও রাসায়নিক ধর্ম তার পারমাণবিক সংখ্যার পর্যায়ী অপেক্ষক।

তালিকাতে অনুভূমিক সারিগুলিকে বলে পর্যায়, এর সংখ্যা সাতটি এবং স্তম্ভগুলিকে বলে দল (groups) যার সংখ্যা আঠারো। প্রতিটি দলের মৌলগুলির ধর্ম সদৃশ (similar)। প্রতিটি পর্যায়ের মৌলগুলির প্রথমটি হল ক্ষার ধাতু, (alkali metals), শেষটি নিষ্ক্রিয় গ্যাস এবং দ্বিতীয়টি ক্ষারীয় মৃত্তিকা ধাতু (alkaline earth metal)। স্তম্ভ 2A এবং 3A-এর মধ্যবর্তী মৌলগুলি পরস্পরের সদৃশ। এদের বলে ট্রানজিশন মৌল (transition elements)।

ব্যাখ্যা : প্রথম পর্যায়ের তো বটেই, সমগ্র পর্যায়ে সারণির প্রথম মৌল H (z=1)। অতএব H পরমাণুর ইলেকট্রনের মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যা $n = 1$, অর্থাৎ, এই ইলেকট্রন থাকে K খোলকে যা কেন্দ্রকের নিকটতম। এই জন্য ইলেকট্রনটি পরমাণুতে দৃঢ় ভাবে বন্ধ থাকে এবং তার শক্তিও তাই ন্যূনতম। H-এর পারমাণবিক গঠন 1s, কিন্তু S উপখোলকে আরো একটি ইলেকট্রন গঠিত $1s^1$. কিন্তু s উপখোলকে আরো একটি ইলেকট্রন থাকতে পারে। সেই জন্য H পরমাণু অন্য কোন H পরমাণুর সঙ্গে পরস্পরের ইলেকট্রন ভাগাভাগি করে। রাসায়নিক ভাবে H তাই খুবই সক্রিয়। কিন্তু এই পর্যায়ের শেষ মৌল He ($z = 2$)-এ দুটি ইলেকট্রন থাকায় তার পারমাণবিক গঠন বিন্যাস হবে $1s^2$ এই বিন্যাসে $n = 1$ খোলক পূর্ণ হয়। এরূপক্ষেত্রে বলা হয় বন্ধখোলক (closed shell)। অর্থাৎ এখানেই প্রথম পর্যায় শেষ হয়।

দ্বিতীয় পর্যায়ে প্রথম মৌল Li ($z = 3$) এবং যেহেতু $n = 1$ খোলক বন্ধ, তাই L_i এর তৃতীয় ইলেকট্রনটি স্থাপিত হবে $n = 2$ অর্থাৎ L খোলকের s উপখোলকে। তাই Li এর ইলেকট্রন বিন্যাস $1s^2\,2s^1$. কিন্তু L খোলকের পূর্ণ ইলেকট্রন বিন্যাস হল $2s^2 2p^6$. অর্থাৎ L খোলক পূর্ণ হতে লাগে ৪টি ইলেকট্রন। অতএব যেসব মৌলের পারমাণবিক সংখ্যা $z = 3$ থেকে $z = 10$, তারা থাকবে দ্বিতীয় পর্যায়ে এবং এই পর্যায় শেষ হবে নিষ্ক্রিয় গ্যাস Ne (z=10)-এ যার ইলেকট্রন বিন্যাস $1s^2 2s^2 2p^6$. | সারণির দ্বিতীয় পর্যায়ে, উদাহরণ স্বরূপ, N-এর $z - 7^1$. লক্ষ করুন 5A স্তম্ভের পাদদেশে ইলেকট্রন বিন্যাস p^3 এবং দ্বিতীয় সারির 2s খোলক নির্দেশ করেছে। 2S স্তম্ভের পাদদেশের s^2 তাই হবে $2s^2$ এবং 3A, স্তম্ভের পাদদেশের p^3 হবে $2p^3$ এবং অতঃপর দ্বিতীয় পর্যায়ে N-এর ইলেকট্রন বিন্যাস $2s^2sp^3$। N-এর পূর্ণ ইলেকট্রন বিন্যাস [প্রাথমিক পর্যায়ের বিন্যাস] + $2s^2$ + $2p^3$ = $1s^2\,2s^2\,2p^3$.]।

তৃতীয় পর্যায়ের প্রথম মৌল Na ($z = 11$) এবং তার 10টি ইলেকট্রন K ও L খোলক পূর্ণ করবে এবং একাদশ ইলেকট্রনটি স্থাপিত হবে M খোলকের ($n - 3$) s -উপখোলকে। অর্থাৎ Na-এর ইলেকট্রন বিন্যাস হবে $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^1 \equiv \boxed{K}\ \boxed{L}\ 3s^1$. এই পর্যায়ে M খোলক পূর্ণ হবে $3s^2\,3p^6$-এই ইলেকট্রন বিন্যাস দ্বারা। অতএব তৃতীয় পর্যায়ের শেষ মৌলের ইলেকট্রন বিন্যাস হবে $\boxed{K\,|\,L}$ $\boxed{K\,|\,L}\,3s^2\,3p^6$ এবং ইলেকট্রন সংখ্যা হবে $2+8+8 = 18$. অর্থাৎ তৃতীয় পর্যায়ের শেষ মৌল হবে আর্গন Ar ($z = 18$)।

চতুর্থ পর্যায়ের $n = 4$, খোলক N. এই খোলকের $4s^1$ এ থাকবে K (z=19). N-এর ইলেকট্রন সংখ্যা 18. অতএব এই পর্যায়ের শেষতম মৌলের $z = 18 + 18 = 36$ এবং মৌলটি ক্রিপটন (Kr)। অনুরূপে দেখা যায় পঞ্চম বা ষষ্ঠ পর্যায়ের শেষ মৌলগুলির p উপকক্ষ পূর্ণ হওয়ায় তারাও (X_e এবং R_n) নিষ্ক্রিয় গ্যাস।

দেখা যায় প্রতিটি পর্যায়ের প্রথম মৌল রাসায়নিক ভাবে খুবই সক্রিয় এবং ক্রমান্বয়ে এই সক্রিয়তা হ্রাস পেয়ে

শেষ মৌল একেবারেই নিষ্ক্রিয় হয়। ইলেকট্রন বিন্যাসের ক্রম পরিবর্তনের ফলেই এরূপ ঘটে। পাউলির বর্জন নীতির সঙ্গে তাই পর্যায় সারণি খুবই সামঞ্জস্যপূর্ণ। অবশ্য সামান্য ব্যতিক্রমও লক্ষ করা যায়। যেমন 3d উপকক্ষপথ পূর্ণ হওয়ার পূর্বেই 4s কক্ষপথে ইলেকট্রন স্থান নিতে থাকে। এই ঘটনা পাউলি বর্জন নীতি দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায় না। ল্যান্থানাইডসভুক্ত 14টি মৌলকে বলে বিরল মৃত্তিকা ধাতু (rare earth metals)।

10.9 এক্স্-রশ্মি (X-rays) : প্রাথমিক বৈশিষ্ট্য

বিশিষ্ট জার্মান পদার্থবিজ্ঞানী ভিল্‌হেল্‌ম্ করণ্‌ড্ রেন্টনগান (বা রেন্টজান বা রেন্টান) [Willium Corirad Roentgen or Röntgen 1845-1923] 1895 খৃষ্টাব্দে এক্স্-রশ্মি আবিষ্কার করেন আকস্মিকভাবে। রেন্টগান লঘুচাপে রক্ষিত গ্যাসের মধ্য দিয়ে বিদ্যুৎ মোক্ষমে এর উপর পর্যবেক্ষণ করতে যে তড়িৎ-মোক্ষণ নল ব্যবহার করেন সেটিকে কালো কার্ড বোর্ড দিয়ে ঢেকে দিয়ে নলের তড়িৎদ্বার দ্বয়ের মধ্যে খুব উচ্চ বিভব প্রভেদ (প্রায় 40,000 ভোল্ট) প্রয়োগ করেন এবং নিকটে বেরিয়াম-প্লাটিনো সায়ানাইডে লেপা কাগজের পর্দা ধরলে দেখতে পান যে কাগজটিতে প্রতিপ্রভা (Flurenscence) সৃষ্টি হচ্ছে। নল থেকে বেশ কিছুটা দূরেও (২ মি.) এই প্রতিপ্রভা দেখতে পাওয়া গেল। এই প্রতিপ্রভা নিশ্চয়ই কোন অদৃশ্য বিকিরণের প্রভাবে সৃষ্টি হচ্ছে, এমন সিদ্ধান্ত করলেন বিজ্ঞানী। কিন্তু তক্ষুনি সেই অদৃশ্য রশ্মির সম্পর্কে কিছু জানা গেল না। তাই অজ্ঞাত এই রশ্মিকে গণিতের অজ্ঞাত রাশি যেমন ধরা হয় x, তেমনি বলা হল এক্স্‌রশ্মি (X-rays)।

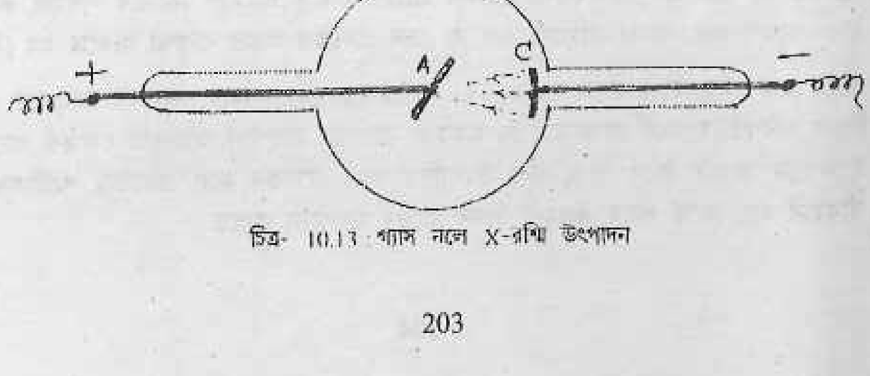
এক্স-রশ্মির প্রাথমিক বৈশিষ্ট্য হয় তার ভেদন ক্ষমতা। কাগজ, পাতলা টিনের পাত, অ্যালুমিনিয়ামের পুরুপাত, কাঠের তক্তা প্রভৃতিতে এক্স্ রশ্মি প্রায় শোষিত হয় না। কিন্তু উচ্চ পারমাণবিক সংখ্যার পদার্থে এক্স্-রশ্মি সহজেই শোষিত হয়। আবার রেন্টগান এও লক্ষ করেন যে প্রাণিদেহের ত্বক ও পেশী এক্স্-রশ্মি ভেদ করতে পারলেও সাধারণভাবে অস্থি ভেদ করতে পারে না। এই আবিষ্কার মানবদেহের অস্থির চিত্র গ্রহণের সহায়ক হয় ও চিকিৎসা বিজ্ঞানে এক্স্-রশ্মির ব্যবহারের পথ করে দেয়।

10.9.1 এক্স্-রশ্মির উৎপাদন (Production of X-rays)

এক্স্ রশ্মি উৎপাদনের দুটি পদ্ধতি সংক্ষেপে আলোচনা করা হবে : (ক) রেন্টগান্ কর্তৃক উদ্ভাবিত গ্যাস নল পদ্ধতি এবং (খ) কূলিজ নল পদ্ধতি। গ্যাসনল পদ্ধতি এখন আর এক্স্-রশ্মি উৎপাদনে ব্যবহৃত হয় না। কিন্তু ঐতিহাসিক গুরুত্বের জন্য এই পদ্ধতির রূপরেখাই কেবলমাত্র বর্ণনা করা হবে।

(ক) এক্স্-রশ্মি উৎপাদন : গ্যাস নল পদ্ধতি

রেন্টগান উদ্ভাবিত গ্যাস নলটি (আধারটি) চিত্র 10.13-এ প্রদর্শিত হল। নলটির একদিকে অ্যানোড A ধারকদণ্ড

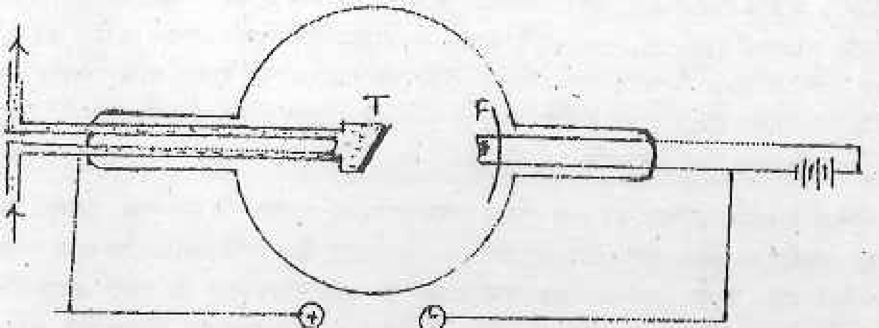


চিত্র- 10.13 গ্যাস নলে X-রশ্মি উৎপাদন

এবং বিপরীত দিকে বক্রতল বিশিষ্ট ক্যাথোড C ধারক দণ্ড প্রবিষ্ট থাকে। এই দুই দণ্ডে বিদ্যুৎ সংযোগ দ্বারা অ্যানোড পাত A ও ক্যাথোড তল C-এর মধ্যে বিভব প্রভেদ আরোপ করা হয়। নল মধ্যস্থ বায়ুর চাপ 10^{-3} মিমি পারদস্তম্ভের চাপের সমান নিম্নচাপের বায়ুকণা অ্যানোড ও ক্যাথোডে প্রযুক্ত 30,000 থেকে 50,000 ভোল্টের বিভব পার্থক্যের প্রভাবে আয়নিত হয়। ধনাত্মক আয়ন কণা ক্যাথোড C-এর আকর্ষণে তার উপর ঝাপিয়ে পড়লে ক্যাথোড থেকে উচ্চশক্তির ইলেকট্রন নিঃসরণ ঘটে। ক্যাথোড C-এর তলটি অবতল-গোলীয় (concaric spherical) যার কেন্দ্রে থাকে অ্যানোড A. এই জন্য নিঃসৃত ইলেকট্রন কেন্দ্রীভূত হয়ে অ্যানোডকে আঘাত করে এবং অ্যানোড থেকে X-রশ্মি নির্গত হয়।

(খ) কুলিজ নলে X-রশ্মি উৎপাদন

মার্কিন বিজ্ঞানী ও ইঞ্জিনিয়ার উইলিয়াম ডেভিড কুলিজ (William David Coolidge, 1873-1975) X-রশ্মি উৎপাদনের যে ব্যবস্থাটি করেন তাকে বলে কুলিজ নল (Coolidge Tube) [চিত্র 10.14] । এই নলে অ্যানোড



চিত্র- 10.14 : কুলিজ নলে X-রশ্মি উৎপাদন।

হল ক্যাথোড F থেকে আগত ইলেকট্রনের আঘাত করার লক্ষ্য স্থল। এখানে তন্তু (Filament) F-কে একটি ধাতব অবতল আধারে রাখা হয় যেখানে তন্তুতে তাপীয় ইলেকট্রন উৎপন্ন হয় এবং অবতল তলের কেন্দ্রে রক্ষিত অ্যানোড বা চাঁদমারিত্ব (Target T.) অভিমুখে এই তাপীয় ইলেকট্রন নিঃসৃত হয় যার আঘাতে চাঁদমারি থেকে X-রশ্মি নির্গত হয়।

যেহেতু এখানে গ্যাসের আয়নিতকরণ দ্বারা ইলেকট্রন উৎপাদন করা হয় না, তাই কুলিজ নলের বায়ুচাপ খুবই কম করা যায়। ফলে অ্যানোড ও ক্যাথোডের মধ্যে লক্ষাধিক ভোল্ট বিভব প্রভেদ প্রয়োগ করা যায়। এতে অধিকতর শক্তির X-রশ্মি উৎপাদন সম্ভব হয়।

উচ্চগতি সম্পন্ন ইলেকট্রন চাঁদমারিতে আঘাত করলে তার উষ্ণতা বৃদ্ধি পায় এবং চাঁদমারি গলে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এরূপক্ষেত্রে হয় উচ্চ গলনাঙ্ক বিশিষ্ট (যেমন টাংস্টেন) ধাতু চাঁদমারি হিসেবে ব্যবহার করা হয়, অথবা চাঁদমারিকে ঠাণ্ডা রাখার জন্য নলের সাহায্যে জল বা তেল প্রবাহিত করার ব্যবস্থা রাখতে হয় (চিত্র 10.14)।

উচ্চ বিভবের জন্য আরোহী ট্রান্সফর্মার (Step up Transformer) ব্যবহার করা হয় অ্যানোড ও ক্যাথোডের মধ্যে। এই বিভব পরিবর্তী হওয়ায় কেবলমাত্র যে অর্ধকাল ক্যাথোড সাপেক্ষে অ্যানোড ধনাত্মক থাকে সেই সময়ে চাঁদমারিতে ইলেকট্রন আঘাত করে ও X-রশ্মি উৎপাদিত হয়। প্রয়োজন হলে ভোল্টেজ স্থায়ীকারক (Voltage stabiliser) ব্যবহার করা যেতে পারে একমুখী বিভব প্রভেদ উৎপাদন করতে।

বর্তমানে বিটাট্রোন যন্ত্রের সাহায্যে 10 কোটি ভোল্টের বিভব পার্থক্য উৎপন্ন করা সম্ভব হচ্ছে।

10.9.2 X-রশ্মির ধর্ম (Properties of X-rays)

নীচে X-রশ্মির কিছু গুরুত্বপূর্ণ ধর্মের উল্লেখ করা হল :

i) X-রশ্মি গ্যাসকে আয়নিত করে। গ্যাসের আয়ণিত হওয়ার হার X-রশ্মির তীব্রতার উপর নির্ভর করে।

ii) X-রশ্মি তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ যার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 10^{-12} m থেকে 10^{-18}m পর্যন্ত হয়। X-রশ্মির গতিবেগ তাই শূন্য মাধ্যমে আলোর গতি বেগেরই সমান, অর্থাৎ 3×10^{8} ms^{-1}.

iii) X-রশ্মি আলোর মত সরলরেখায় গমন করে এবং X-রশ্মির অপবর্তন, ব্যতিচার ও সমবর্তন হয়।

iv) X-রশ্মির খুব গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম হল তার ভেদন ক্ষমতা। প্রায় সকল বস্তুকেই X-রশ্মি ভেদ করতে পারে। অবশ্য বস্তুভেদে ভেদ্যতা বিভিন্ন হয়। অধিক ঘনত্বের বস্তুতে X-রশ্মির ভেদন ক্ষমতা কম। সাধারণ কাচ X-রশ্মির নিকট স্বচ্ছ, কিন্তু সীসা-কাচ প্রায় সম্পূর্ণ অস্বচ্ছ।

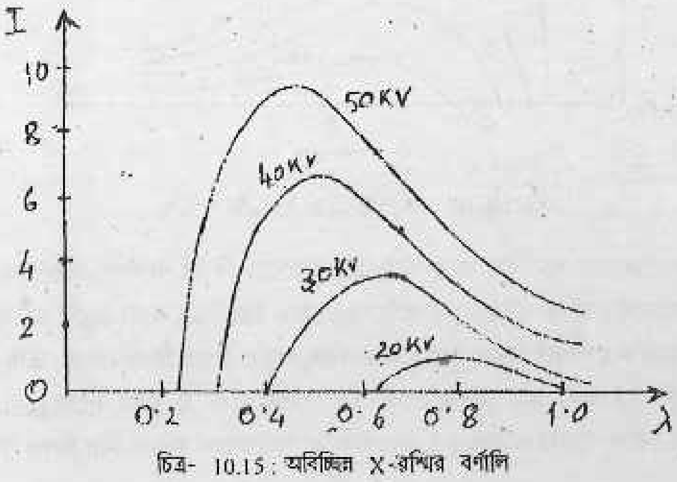
v) X-রশ্মি ফটোগ্রাফিক পাতকে কৃষ্ণরঞ্জিত করে এবং কৃষ্ণবর্ণতার গাঢ়তা আপতত X-রশ্মির তীব্রতার উপর নির্ভর করে।

vi) বেরিয়াম প্লাটিনো সায়ানাইড, খনিজ লবণ, ক্যালসিয়াম যৌগ ইউরেনিয়াম কাচ প্রভৃতিতে X-রশ্মি প্রতিপ্রভা সৃষ্টি করে।

viii) চৌম্বক বা তড়িৎক্ষেত্রে X-রশ্মি বিক্ষিপ্ত (deflected) হয় না।

10.9.3 X-রশ্মির বর্ণালি ঃ তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও তীব্রতার সম্পর্ক

কুলিজনলের বা গ্যাস নলের অ্যানোড ও ক্যাথোডের মধ্যে প্রযুক্ত বিভব পার্থক্য এবং অ্যানোডের ধাতুপাত (চাঁদমারি বা Target) যদি অপরিবর্তিত রাখাও হয় তা হলেও X-রশ্মি উৎপাদক নলে বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের X-রশ্মি উৎপাদিত হয় এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ভেদে X-রশ্মির তীব্রতাও ভিন্ন হয়। X-রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও তীব্রতার সম্পর্ক প্রদর্শিত লেখ চিত্রকে বলে X-রশ্মির বর্ণালি (X-ray spectra) (চিত্র 10.15)।



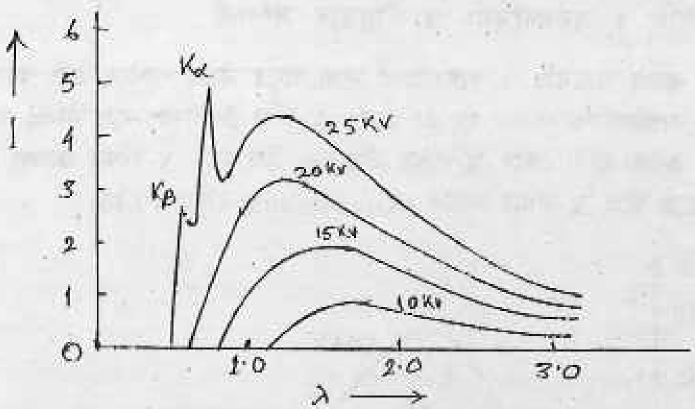
চিত্র- 10.15 : অবিচ্ছিন্ন X-রশ্মির বর্ণালি

চিত্র 10.15-এ যে বর্ণালি লেখ প্রদর্শিত হয়েছে তাকে বলে অবিচ্ছিন্ন বা ধারাবাহিক বর্ণালি (continuous X-rays spectra)। এখানে যেকোন বিশেষ প্রযুক্ত ভোল্টেজের ক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ) এর পরিবর্তনের সঙ্গে তীব্রতা I অবিচ্ছিন্নভাবে পরিবর্তিত হয়েছে। এই ধরনের I-λ সম্পর্ক দৃষ্টি হয় যখন উচ্চ পারমাণবিক সংখ্যার ধাতুকে অ্যানোডের লক্ষ্যবস্তু বা চাঁদমারি (Target) হিসেবে ব্যবহার করা হয়। ক্যাথোড ও অ্যানোডের মধ্যে একটি সীমাবদ্ধ প্রযুক্ত ভোল্টেজের মান যাই হোক উৎপন্ন X-রশ্মির একটি সর্ব নিম্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ_0 (যেমন চিত্রে 20kv ভোল্টেজে λ_0 = 0.4A) থাকে। λ_0 থেকে ক্ষুদ্রতর কোন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের X-রশ্মি উল্লেখিত প্রযুক্ত ভোল্টেজে পাওয়া যায় না।

X-রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ যত বৃদ্ধি পেতে থাকে তীব্রতাও নিরবচ্ছিন্নভাবেএকটা সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত বৃদ্ধি পায় এবং তারপর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সঙ্গে তীব্রতা অন্তহীনভাবে (asymptotically) হ্রাস পেতে থাকে। আরো লক্ষ করার যে উচ্চতর প্রযুক্ত ভোল্টেজে সর্বনিম্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হ্রাস পায় এবং বিভিন্ন ভোল্টেজে একই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের X-রশ্মির তীব্রতা ও বিভিন্ন উচ্চতর ভোল্টেজে তীব্রতা অধিকতর।

10.9.4 বৈশিষ্ট্যসূচক X-রশ্মির বর্ণালি (Characteristic X-ray spectra)

পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদে জেনেছেন যে অ্যানোডের ধাতু যদি উচ্চতর পারমাণবিক সংখ্যা বিশিষ্ট হয় তবে উচ্চ বিভব প্রয়োগ করলেও নিরবচ্ছিন্ন I-λ লেখ বা বর্ণালি পাওয়া যায়। কিন্তু যদি লক্ষ্যবস্তু অর্থাৎ অ্যানোডের ধাতুর পারমাণবিক সংখ্যা নিম্নমানের হয় তবে I-λ লেখ হবে চিত্র 10.16-এর অনুরূপ। দেখা যাচ্ছে যে অ্যানোড-ক্যাথোড বিভব পার্থক্য 20kv-এর কম হয়, তা বলে নিম্ন Z-এর ধাতুর লক্ষ্যবস্তুর X-রশ্মির বর্ণালি নিরবচ্ছিন্নই থাকে। কিন্তু যদি এই প্রযুক্ত ভোল্টেজ > 25kv হয় তবে লেখগুলির নিরবচ্ছিন্নতা বিঘ্নিত হয় (চিত্র 10.16-এ লক্ষ্য বস্তুর Z = 42 যা মলিবডেনামের পারমাণবিক সংখ্যা)। দেখা যায় বিশেষ বিশেষ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে তীব্রতা আকস্মিকভাবে পরিবর্তিত হয়ে চূড়া গঠন করে।



চিত্র 10.16: বৈশিষ্ট্যসূচক X-রশ্মি বর্ণালি

যদি লক্ষ্যবস্তুর ধাতুর Z আরো কম হয় তবে অ্যানোড ক্যাথোড বিভব পার্থক্য আরো কম হলেও এরূপ চূড়া I-λ লেখ-এ দেখতে পাওয়া যায়। যদিও এইসব চূড়াগুলি ধাতু ভেদে ভিন্ন ভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে গঠিত হয়। এটা লক্ষ করা গেছে যে এই চূড়াগুলির অবস্থান (সংশ্লিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্য) লক্ষ্যবস্তুর ধাতুর উপর নির্ভর করে। তাই এই লেখ হল বিশেষ বিশেষ ধাতুর বৈশিষ্ট্য সূচক। এই জন্য এই লেখগুলিকে বলে বৈশিষ্ট্যসূচক X-রশ্মি বর্ণালি (Characteristic X-ray spectra)। পরীক্ষালব্ধ ফল থেকে পাওয়া এইসব I-λ লেখগুলি বা পর্যালোচন করলে নিম্ন বিবৃত সিদ্ধান্ত-সমূহে উপনীত হওয়া যায় ঃ

(i) অ্যানোড-ক্যাথোড বিভব পার্থক্য স্থির থাকলে, লক্ষ্যবস্তুর ধাতুর পারমাণবিক সংখ্যা পরিবর্তনে X-রশ্মির তীব্রতা পরিবর্তিত হয়। দেখা যায় $I \propto Z$, যখন $V =$ ধ্রুবক। v হল অ্যানোড-ক্যাথোড বিভব পার্থক্য।

(ii) কোন বিশেষ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের X-রশ্মির তীব্রতা বিভব পার্থক্য V বৃদ্ধির সঙ্গে বৃদ্ধি পায়।

(iii) কোন বিশেষ বিভব প্রভেদের ক্ষেত্রে ও বিশেষ পারমাণবিক সংখ্যার ধাতুর লক্ষ্যবস্তুর ক্ষেত্রে যেসব X-রশ্মি নিঃসৃত হয় তাদের একটি সর্বনিম্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বর্তমান।

[যদি ইলেকট্রনের সমস্ত শক্তি X-রশ্মি বিকিরণে ব্যয়িত হয় তবে $h\nu_o = ev$ বা $h\frac{C}{\lambda_0} = eV =$ ইলেকট্রনের শক্তি।

$\therefore \lambda_o = \frac{hC}{eV}$ যেখানে $\lambda_o =$ সর্বনিম্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।]

(iv) যখন অ্যানোড-ক্যাথোড প্রযুক্ত ভোল্টেজের মান একটি সর্বনিম্ন মানের উর্ধে থাকে তখন I-λ লেখ-এর অবিচ্ছিন্নতা ব্যাহত হয় এবং বিশেষ বিশেষ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে তীব্রতা হঠাৎ বৃদ্ধি পেয়ে লেখ-এ চূড়া আকৃতি গঠন করে। লক্ষ্যবস্তুর ধাতু ভেদে এই সর্বনিম্ন ভোল্টেজ যেমন ভিন্ন হয় তেমনি চূড়ার গঠনও হয় ভিন্ন ভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে। এই লেখ বা বর্ণালি লক্ষ্যবস্তুর ধাতুর বৈশিষ্ট্য প্রকাশক বলে একে বলে X-রশ্মির বৈশিষ্ট্য বর্ণালি।

(v) বৈশিষ্ট্যসূচক লেখ সর্বনিম্ন কত বিভব প্রভেদে পাওয়া যাবে তা নির্ভর করে লক্ষ্যবস্তুর পারমাণবিক সংখ্যার উপর। পারমাণবিক সংখ্যা যতবৃদ্ধি পায় বৈশিষ্ট্যসূচক X-রশ্মির জন্য সর্বনিম্ন বিভব পার্থক্যও ততই বৃদ্ধি পায়।

10.9.5 X-রশ্মি উৎপাদন হয় কীভাবে

আপনারা জেনেছেন যে X-রশ্মি উৎপাদক নলের ক্যাথোড থেকে আগত উচ্চশক্তির ইলেকট্রন যখন অ্যানোডের লক্ষ্যবস্তুতে (Target) আঘাত করে তখন লক্ষ্যবস্তু থেকে X-রশ্মি নির্গত হয়। আবার আপনারা জেনেছেন যে X-রশ্মি হলো উচ্চ কম্পাংকের বা ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ। প্রশ্ন হলো—কীভাবে এই তড়িচ্চুকম্বকীয় তরঙ্গ উৎপন্ন হয় ? এই তরঙ্গ উৎপন্ন হয় দুই ভাবে :

(১) যখন ক্যাথোড থেকে আগত ইলেকট্রোন লক্ষ্যবস্তুর পরমাণুস্থ ইলেকট্রোনের সঙ্গে সংঘর্ষ ঘটায় তখন তাদের মধ্যে শক্তির বিনিময় ঘটে। পরমাণুর কক্ষস্থিত ইলেকট্রোন আগত ইলেকট্রোন থেকে যে শক্তি পায় তা যদি কক্ষান্তরিত হওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় পরিমাণের শক্তি না হয় তবে সেই শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। অপর পক্ষে আগত ইলেকট্রোন শক্তি হারিয়ে মন্দীভূত গতিতে (decelerated motion) গমন করতে থাকে। তড়িচ্চুম্বকীয় তত্ত্ব থেকে জানা যায় যে ত্বরণসহ বা মন্দনসহ গতিশীল আধান তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ বিকিরণ করে। অতএব ক্যাথোড থেকে আগত ইলেকট্রোনের মন্দন গতির জন্য তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গের কম্পাংক খুব উচ্চ হলে তা হবে X-রশ্মির বিকিরণ। যখন সংঘর্ষের ফলে আগত ইলেকট্রোন সমস্ত শক্তি ব্যয়িত হয় তখন বিকিরণের বা বিকিরিত ফোটনের শক্তি হয় সর্বোচ্চ। অতএব,

$$E_m = h\nu_m = \frac{hC}{\lambda_{min}} = eV$$

যেখানে v = অ্যানোড ও ক্যাথোডের মধ্যে বিভব পার্থক্য। কম্পাংক νm চরম হলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হবে অবম λ_{min}

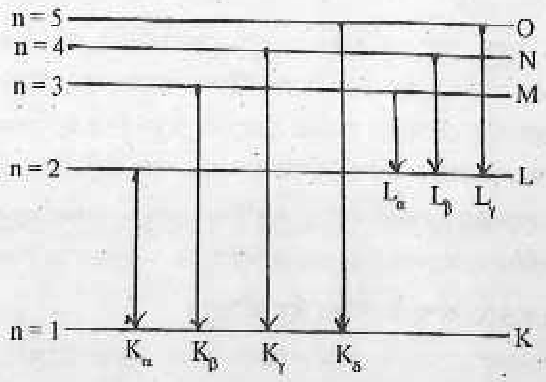
$$\therefore \lambda_{min} = \frac{hc}{ev} = \frac{12413}{V(Volt)} \mathring{A}$$

অতএব দেখা যাচ্ছে সর্বনিম্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মান প্রযুক্ত বিভব পার্থক্যের উপর নির্ভর করে যা পরীক্ষালব্ধ ফলের ক্ষেত্রেও

সত্য। কিন্তু ইলেকট্রোনের সংঘর্ষ যদি অস্থিতিস্থাপক হয় তবে তার শক্তির কিছুটা তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয় এবং বাকি শক্তিতে মন্দন সহ গতিশীল হওয়ায় বিভিন্ন কম্পাংকের তরঙ্গ বিকিরিত হবে। এইজন্য X-রশ্মি হবে নিরবচ্ছিন্ন বিকিরণ।

যদি $V = 10kv$ হয় তবে $\lambda_{min} = 1.24 Å$ অতএব বলা যায় $V > 10kv$ হলে X-রশ্মির বিকিরণ পাওয়া যাবে। উপরের বর্ণিত ক্যাথোড থেকে আগত ইলেকট্রোনের গতি মন্দর জন্য উৎপন্ন X-রশ্মিকে জার্মান ভাষায় বলে ব্রেমশ্‌ ট্রলাং (Bremsstrahlung) বা মন্দনজনিত X-রশ্মির বিকিরণ।

(2) ক্যাথোড থেকে আগত ইলেকেট্রান স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটিয়ে লক্ষ্যবস্তুর কোন পরমাণুর K (n=1) খোলকের ইলেকট্রোনকে কক্ষচ্যুত করতে পারে। এরূপ ক্ষেত্রে K খোলকে একটি ইলেকট্রোন ঘাটতি হওয়ায় উচ্চতর শক্তি কক্ষ (L, M, N ইত্যাদি) থেকে ইলেকট্রোন K খোলকের কক্ষপথের শূন্যস্থানে চলে আসে। এই কক্ষান্তরের জন্য উচ্চতর শক্তি কক্ষের ইলেকট্রোন শক্তি কোয়ান্টাম ত্যাগ করে যা তড়িচ্চুম্বকীয় X-রশ্মি তরঙ্গ রূপে বিকিরিত হয়।



চিত্র 10.17 : X-রশ্মি বর্ণালির জন্য ইলেকট্রোনের কক্ষান্তর গমন

যখন অন্যান্য শক্তিকক্ষ থেকে ভূমি বা সর্বনিম্ন শক্তি কক্ষ বা k খোলকে ইলেকট্রোনের কক্ষান্তর ঘটে তখন তার বিকিরিত শক্তি যে তরঙ্গের জন্ম দেয় সেই তরঙ্গের রেখা বর্ণালিকে বলে k রেখা (k lines) লক্ষ্যবস্তুর ধাতুর উপর নির্ভর করে একাধিক k রেখা পাওয়া যায় যদি L খোলক থেকে ইলেকট্রোন k খোলকে গমন করে তবে উৎপন্ন X-রশ্মি k_α রেখাবর্ণালি গঠন করে। অনুরূপে এই সংক্রমণ M খোলক থেকে ঘটলে K_β রেখা বর্ণালি গঠিত হয়। আবার যদি ক্যাথোড থেকে আগত ইলেকট্রোন L খোলকের ইলেকট্রোনকে কক্ষচ্যুত করে তবে M, N, O প্রভৃতি খোলক থেকে L খোলকে ইলেকট্রোন সংক্রমণ ঘটে (transition)। এরূপ ক্ষেত্রে X-বিকিরণ $L_\alpha L_\beta$ প্রভৃতি রেখা বর্ণালি গঠন করে। চিত্র 10.7 কে কোস্‌ল চিত্র (Kossel diagram) বলে।

দেখা যায় যে লক্ষ্যবস্তুর ধাতুর পরিবর্তন ঘটলে λ_{min} যেমন পরিবর্তিত হয় তেমনি k রেখা এবং L রেখারও অবস্থানের পরিবর্তন ঘটে। এই রেখা বর্ণালি বিশেষ ধাতুর বৈশিষ্ট্য করে বলে এই X-রশ্মিকে বলে বৈশিষ্ট্যসূচক (Characteristic) X-রশ্মি।

X-রশ্মির শ্রেণি

ভেদন ক্ষমতার ভিত্তিতে X-রশ্মিকে তিন শ্রেণিতে ভাগ করা হয় ঃ কঠিন, নরম ও মধ্যম X-রশ্মি (Hard X-ryas, Soft X-rays and medium X-rays)। যে X-রশ্মির ভেদন ক্ষমতা খুবই উচ্চ মানের তাকে বলে কঠিন X-রশ্মি, যার ভেদন ক্ষমতা খুবই কম তাকে বলে নরম বা কোমল X-রশ্মি এবং যার ভেদন ক্ষমতা মাঝারি তাকে বলে মধ্যম X-রশ্মি।

নিরবচ্ছিন্ন I-λ লেখে চূড়া কেন ?

যে যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য মন্দনজনিত X-রশ্মিতে আছে সেই সেই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের X-রশ্মি যদি বৈশিষ্ট্য সূচক X- রশ্মিতেও নির্গত হয় তবে ঐসব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে তরঙ্গের লব্ধি তীব্রতা আকস্মিক ভাবে কিছুটা বৃদ্ধি পায় এবং I-λ লেখে ঐসব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে চূড়া সৃষ্টি হয়। দুই ধরনের X-রশ্মির উপরিপাতের ফলেই এরূপ ঘটে, অর্থাৎ $k_\alpha k_\beta$ রেখা বর্ণালির উৎস যে বৈশিষ্ট্যসূচক X-রশ্মি তারই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে I-λ লেখে চূড়া উৎপন্ন হয়।

10.10 মোযলি-এর সূত্র (Moseley's law)

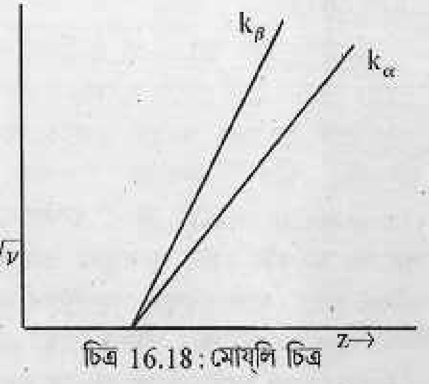
x-রশ্মি নিয়ে পরীক্ষা-নিরীক্ষা চালানোর সময় একথা বিজ্ঞানীরা জানতে পারেন যে লক্ষ্যবস্তু থেকে নির্গত বৈশিষ্ট্যসূচক x-রশ্মির বর্ণালির রেখাগুলির অবস্থান লক্ষ্যবস্তু হিসেবে ব্যবহৃত মৌলের উপর নির্ভর করে। এ সম্পর্কে বৃটিশ বিজ্ঞানী হেনরি গ্উইন জেফ্রিস মোযলি (Henry Gwyn Geffreys Moseley, 1887-1915) লক্ষ্য করেন যে বিভিন্ন মৌলের লক্ষ্য বস্তু থেকে নির্গত x-রশ্মির k_α বা k_β বর্ণালি রেখার কম্পাংকের বর্গমূল এবং মৌলগুলির পারমাণবিক সংখ্যাগুলির সম্পর্ক সরলরৈখিক, অর্থাৎ, সমানুপাতিক। একে বলে মোযলি-এর সূত্র।

ব্যাখ্যা হিসেবে বলা যায় যে যদি কোন একশ্রেণির (ধরা যাক k_α) বর্ণালির কম্পাংক যদি ν হয় $\sqrt{\nu}$ ও Z-এর লেখ হবে সরলরেখা (চিত্র 16.18)। সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করলে, k_β বা k_α রেখার জন্য। লেখা যায়, $\sqrt{\nu} = C'(Z-a)$

বা, $\nu = C'(Z-a)^2$

k_α শ্রেণির বর্ণালির জন্য দেখা যায় $C = \frac{3}{4}RC$ যেখানে C = শূন্যমাধ্যমে আলোর বেগ এবং R হল রিডবার্গ ধ্রুবক।

অধিকন্তু $a \simeq 1$. অতএব, $\nu = \nu k_\alpha$ হলে



চিত্র 16.18 : মোযলি চিত্র

$$\nu k_\alpha = \frac{3}{4}RC(Z-1)^2$$

বা, $$\nu k_\alpha = Rc(Z-1)^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right) \qquad (10.24)$$

এখন বোহ্‌র তত্ত্বানুসারে সমীকরণ (10.12) থেকে লেখা যায়,

$$\bar{\nu} = RZ^2\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)$$

এবার যদি $n_f = 1$ এবং $n_i = n$ হয় তবে পাওয়া যায় Lyman series :

$$\bar{\nu} = RZ^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2}\right) \qquad (10.25)$$

স্পষ্টতই সমীকরণ (10.24) লিমগন শ্রেণিটির অনুরূপ যেখানে একটি রেখার জন্য n = 2 এবং একমাত্র পার্থক্য হল Z এর স্থলে সমীকরণ (10.24)-এ আছে $Z-1$।

আপনারা জানেন, মেন্ডেলিইয়েফ-এর পর্যায় সারণি তৈরি করা হয়েছে মৌলের রাসায়নিক ধর্ম ও পারমাণবিক ভরকে ভিত্তি করে। কোন কোন ক্ষেত্রে, যেমন প্রথম সংক্রমণ শ্রেণির অন্তর্গত Fe, Ni ও Co - কে এরূপে সাজানো হলেও রাসায়নিক ধর্মানুসারে হওয়া উচিত Fe, Co, Ni. দেখা যাচ্ছে মোযলি সূত্রানুসারেও Co-এর k_α রেখার কম্পাংক Fe এবং Ni -এর k_α কম্পাংকের মধ্যবর্তী। অর্থাৎ মোয্‌লি সূত্রের গুরুত্ব এখানে যে পর্যায় সারণিতে মৌলগুলিকে তাদের পারমানবিক সংখ্যানুসারে সাজানোই উচিত।

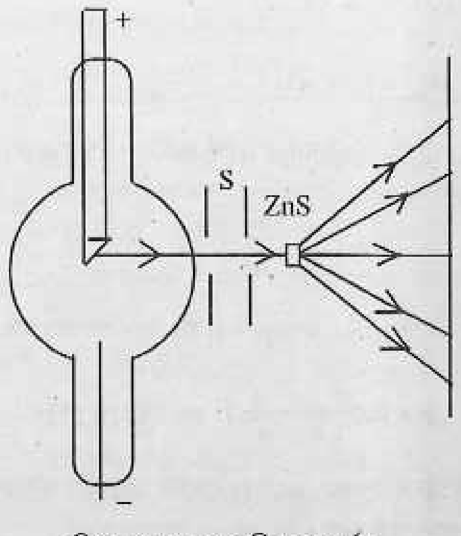
মোযলি চিত্রে $Z = 4$-এ কোন মৌল ছিল না যা পরবর্তী কালে আবিষ্কৃত হয়। এ থেকে অনাবিস্কৃত মৌলের অস্তিত্ব সম্পর্কে জানা যায়।

সমীকরণ (10.25) -এ Z-এর স্থলে Z–1 হওয়ার কারণ, k খোলক থেকে একটি ইলেকট্রোন বহিস্কৃত হওয়ায় পড়ে থাকে একটি ইলেকট্রন। অতএব L-খোলক সাপেক্ষে পরমাণু কেন্দ্রকের আধান হল (Z–1)e. এইজন্য L (n = 2) খোলক থেকে সংক্রমণিত ইলেকট্রনের বিকিরিত তরঙ্গের কম্পাংকের সমীকরণে Z-এর স্থলে হবে Z – 1।

10.11 X-রশ্মির ব্যবর্তন : লাউয়া-এর তত্ত্ব

x-রশ্মি তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ কিনা সেটা যাচাই করার জন্য বিজ্ঞানীরা দেখতে চাইলেন আলোর মত X-রশ্মির ও ব্যাবর্তন ঘটে কিনা। আলোক তরঙ্গের ব্যবর্তনের সমস্যার ইতিহাসটা হলো এই যে আলোর ব্যাবর্তন ঘটাতে হলে তীক্ষ্ণ প্রান্ত প্রতিবন্ধক বা সরু ছিদ্র (narrow slit) প্রয়োজন। কারণ, তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সঙ্গে সরু ছিদ্রের বিস্তার (ব্যাসার্ধ বা বেধ) তুলনীয় হতে হয়। X-রশ্মির ভেদন ক্ষমতার ধর্ম থেকে বিজ্ঞানীদের অনুমান ছিল যে যদি X-রশ্মি তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ হয় তবে তার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তুলনায় খুবই ক্ষুদ্র হবে। আর এত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের তরঙ্গের ব্যবর্তন ঘটাতে হলে তুলনীয় স্লিট তৈরি করা জটিল। এই সমস্যার সমাধান করেন জার্মান বিজ্ঞানী ম্যাক্স্ ভন্ লাউয়া (Max vondaue, 1879-1960)।

লাউয়া অনুমান করলেন যে X-রশ্মির ব্যবর্তনের জন্য প্রয়োজনীয় ছিদ্র পথের বেধ হবে আণবিক বা পারমাণবিক দূরত্বের সমান। তিনি আরো অনুমান করলেন যে এই অনুগুলিকে সুসজ্জিত অবস্থায় থাকতে হবে, অর্থাৎ অনুগুলি হবে কেলাসের সংগঠক একক (Coustituting units)। কারণ কেলাসের মধ্যেই পদার্থের অনুগুলি একটা পুনরাবৃত্তি ভিত্তিক বিন্যাসে সজ্জিত থাকে। ফলে অনুগুলি পরস্পরের সঙ্গে একটা নির্দিষ্ট ব্যবধানে স্তরে স্তরে বিন্যস্ত থাকে। এই ব্যবধান X-রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সঙ্গে তুলনীয় হওয়া সম্ভব। অতএব, কেলাসের মধ্য দিয়ে X-রশ্মি প্রেরণ করলে ব্যবর্তনও ঘটা সম্ভব। ফ্রিডরিখ্ ও ক্লিপিং-এর সঙ্গে সহযোগী হিসেবে লাউয়া এই অনুমানের সত্যতা নিরূপণের জন্য একটি পরীক্ষা সম্পন্ন করেন।



চিত্র 16.19 : X-রশ্মির ব্যবর্তন

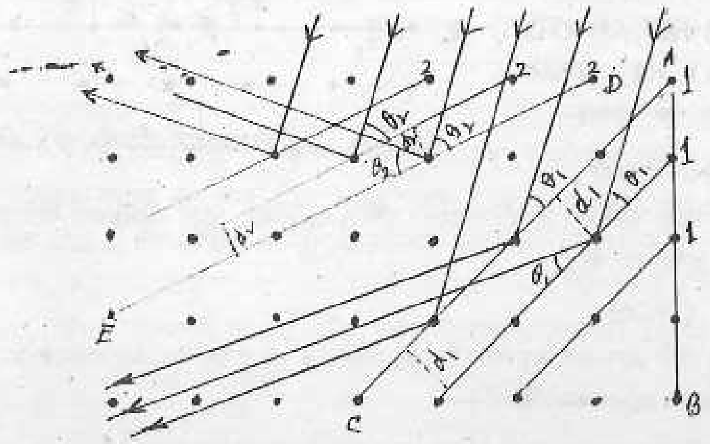
চিত্র 16.19-এ লাউয়া ও তাঁর সহযোগীদের পরীক্ষা পদ্ধতি প্রদর্শিত হল। স্লিট s-এর সাহায্যে একগুচ্ছ x রশ্মিকে সমান্তরাল করে Zns-এর পাতলা কেলাসের উপর আপতিত করা হয়। কেলাসটির পশ্চাতে একটি ফটোগ্রাফিক পাতের পর্দার উপর কেলাস কর্তৃক ব্যবর্তিত X-রশ্মি গৃহীত হয়। এই ফটোপাতকে শোধিত করলে পাতের উপর ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র গোলাকার কালো কালো দাগের নকশা দেখা যায়। এই দাগগুলিকে নকশাটিকে বলে লাওয়ার দাগ (Lane Spot) বলে এবং লাওয়া ব্যবর্তন নকশা (Laue diffraction pattern)। পরীক্ষার এই ফল থেকে দুটি সিদ্ধান্ত বেরিয়ে আসে ঃ

(i) কেলাস যথার্থই লাওয়ার অনুমিত পদ্ধতিতে সুসজ্জিত পরমাণু বা অনুস্তর দ্বারা গঠিত এবং

(ii) X-রশ্মি অতি ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্য-বিশিষ্ট তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ।

10.11.1 লাওয়া নকশার ব্যাখ্যা

লাওয়া নকশার একটি সহজ ব্যাখ্যা দেন, স্যার উইলিয়াম লরেন্স ব্র্যাগ (Sir William Lawrence Bragg, 1890-1971)। ব্র্যাগ-এর মতে কেলাসের মধ্যে এমন তল বর্তমান যার উপর কেলাসের পরমাণুগুলি অপেক্ষাকৃত নিবিড়তর ভাবে সন্নিবেশিত। এই তলগুলিকে বলে বিজারণ তল (Cleavage Plaues)। যদি কোন কেলাসকে একটি তীক্ষ্ণ প্রান্তযুক্ত



চিত্র 16.20 : বিভিন্ন বিদারণ তলে X-রশ্মির প্রতিফলন

বস্তুদ্বারা আঘাত করা হয় তবে কেলাসটি এইরূপ কোন তলবরাবর বিদীর্ণ হয়। চিত্র 10.20-এ এইরূপ বিজারণ তল এবং কেলাসে X-রশ্মির প্রতিফলন প্রদর্শিত হয়েছে। চিত্রে বিন্দুগুলি হলো কেলাসের ল্যাটিস কেন্দ্র। AB বা AC তলের উপর ল্যাটিস কেন্দ্র অনেক বেশি সংখ্যায় অবস্থান করে। অতএব AB বা AC হলো বিজারণ তল। এইজন্য সমান্তরাল X-রশ্মি গুচ্ছ প্রতিফলিত হচ্ছে বিভিন্ন দিকে। অর্থাৎ বিজারণ তলের উপর নির্ভর করে প্রতিফলিত X-রশ্মির অভিমুখ। যেহেতু বিজারণ তল কেলাসের পরমাণু বিন্যাসের উপর নির্ভর করে তাই প্রতিফলনের অভিমুখ তাদেরই পছন্দমাফিক হয়।

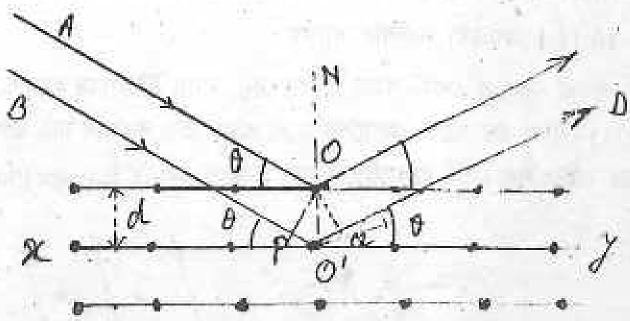
কেলাসের পরমাণুগুলি বা পরমাণুগুচ্ছগুলি হল X-রশ্মির ব্যবর্তন কেন্দ্র। এই ব্যাবর্তন কেন্দ্রগুলি সমদূরবর্তী সমান্তরাল তলের উপর স্থাপিত করা যায় বহুরূপে (চিত্র 10.20)। এইরূপ সমান্তরাল তলগুলিকে বলে ল্যাটিস তল বা ব্র্যাগতল (Lattice or Bragg planes)। এই তলগুলির মধ্যে যে দূরত্ব তাকে বলে ল্যাটিস ব্যবধান (laticc staciugs)। এই ব্যবধানকে 'd' দ্বারা সূচিত করা হয়। একগুচ্ছ X-রশ্মি যখন কেলাসের উপর আপতিত হয় তখন ব্র্যাগ তল সমূহে তার আংশিক প্রতিফলন ঘটে। যেহেতু ব্র্যাগতল সমূহ অসংখ্য দিকে বিন্যস্ত হতে পারে, তাই সমান্তরাল X-রশ্মিগুচ্ছও সর্বদিকে প্রতিফলিত হয়। যে সব ব্র্যাগতল সমান্তরাল তাদের থেকে প্রতিফলিত রশ্মি সমূহের মধ্যে দশা পার্থক্য থাকে। তাই কেলাস থেকে নির্গত হওয়ার পর দশা পার্থক্যের উপর নির্ভর করে রশ্মিগুলি গঠনমূলক ও বিনাসমূলক ব্যতিচার সংঘটিত করে। এজন্যই ফটোগ্রাফিক পাতের উপর লাওয়া দাগ নামক ব্যতিচার নকশা গঠিত হয়।

10.11.2 ব্র্যাগ-এর সূত্র (Bragg's Law)

xy-এর সমান্তরাল রেখাগুলি কেলাসের অভ্যন্তরে ল্যাটিস তল বা ব্র্যাগতলের ছেদকে বুঝাচ্ছে। তলগুলির মধ্যে

ব্যবধান d. একগুচ্ছ একবর্ণী (অর্থাৎ একই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের) X-রশ্মি এই ব্র্যাগ তলে θ তির্যক (glaneing augle) কোণে আপতিত হল। প্রথম তলে AO রশ্মি প্রতিফলিত হয়ে OC পথে গমন করে। দ্বিতীয় তলে BO′ আপতিত রশ্মি প্রতিফলনের পর O′D পথে গমন করে। O বিন্দু থেকে BO′ এবং O′D এর উপর OP ও OQ লম্ব। অতএব প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে পথ পার্থক্য—

$$\Delta = PO' + O'D = 2d\sin\theta$$



চিত্র 10.21 : X-রশ্মির ব্র্যাগতলে প্রতিফলন বা X-রশ্মির ব্যাবর্তন

প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে ব্যতিচার সংঘটিত হবে। যদি $\Delta = n\lambda$ হয়, তবে গঠনমূলক ব্যতিচার হবে। অতএব প্রতিফলিত রশ্মি পাওয়ার ব্র্যাগ শর্ত হল,

$$2d\sin\theta = n\lambda \qquad (10.26)$$

সমীকরণ (10.26)-কে বলে ব্র্যাগ-এর সূত্র বা সমীকরণ। যখন $n = 1$ তখন বলা হয় প্রথমক্রমের প্রতিফলন এবং $n = 2$ হলে বলে দ্বিতীয় ক্রমের প্রতিফলন, ইত্যাদি।

লক্ষ্য করুন যে ব্র্যাগ সমীকরণ পাওয়া গেছে প্রতিফলনের সূত্র থেকে। কারণ আপতিত তির্যক কোণ ও প্রতিফলন তির্যক কোণ $= \theta$ হওয়ায় আপতন কোণ ও প্রতিফলন কোণ সমান হবে। কার্যত এইজন্যই ব্র্যাগ সমীকরণকে বলে X-রশ্মির বিক্ষেপণ অথবা ব্যাবর্তন ঘটে। এবং যে ব্যতিচারের কথা আলোচনা করা হল তা হল ব্যাবর্তিত তরঙ্গের ব্যতিচার। এই জন্য লাওয়া নকশা, আসলে, X-রশ্মির ব্যবর্তন নকশা।

10.11.3 ব্র্যাগ-সূত্রের সাহায্যে লাওয়া দাগের ব্যাখ্যা

চিত্র 10.20-এ 1-চিহ্নিত ব্র্যাগ তলগুলির ব্যবধান d, এবং 2-চিহ্নিত ব্র্যাগতলগুলির ব্যবধান d_2। অতএব প্রতিফলিত রশ্মি যদি ব্র্যাগ সমীকরণ মেনে চলে তবে প্রথম ক্রমের প্রতিফলনের ক্ষেত্রে

$$2d_1\sin\theta_1 = \lambda$$

এবং $2d_2\sin\theta_2 = \lambda$

এরূপ ক্ষেত্রে 1-চিহ্নিত ও 2-চিহ্নিত ব্র্যাগতল থেকে প্রতিফলিত X-রশ্মি সমূহ সমদশায় ব্যতিচার সৃষ্টি করবে বলে তারা ফটোগ্রাফিক পাতের উপর উজ্জ্বল তীব্রতা সৃষ্টি করবে। ফলে ফটো-পাতের ঐ বিন্দুতে কালো দাগ সৃষ্টি হবে। [যেমন নেগেটিভ ডেভেলপ করলে হয়।]

যেহেতু ব্র্যাগতলগুলি বহু সংখ্যক অভিমুখে বিন্যস্ত, তাই এইরূপ অনেক লাওয়া দাগ সৃষ্টি হবে। অনুরূপে অনেক ব্র্যাগতল থেকে প্রতিফলিত রশ্মি ব্র্যাগ সমীকরণের শর্তপূরণ করে না। যেমন ল্যাটিস তল (ব্র্যাগতল) থেকে প্রতিফলিত রশ্মিসমূহ ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার সৃষ্টি করে বলে প্রতিফলনের অভিমুখে তীব্রতা অনুজ্জ্বল হয়। তাই ফটো-পাত হয় স্বচ্ছ। এই স্বচ্ছ পটভূমিকায় লাওয়া দাগ লাওয়া নকশা গঠন করে।

ব্র্যাগ সূত্রের গুরুত্ব ঃ সমীকরণ (10.26) থেকে প্রথম ক্রমের বা দ্বিতীয় ক্রমের ব্র্যাগ সমীকরণ হবে

$$2d_1\sin\theta_1 = \lambda \text{ বা } 2d_2\sin\theta_2 = 2\lambda$$

অতএব ক্রম জানা থাকলে θ_1, θ_2 ইত্যাদি পরিমাপ করে কোণ জানা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের X-রশ্মির প্রতিফলনের ক্ষেত্রে ব্র্যাগ সমীকরণ দ্বারা বিভিন্ন ল্যাটিস তলগুলির ব্যবধান $d_1, d_2, ...$ প্রভৃতি নির্ণয় করা যায়। অর্থাৎ সমীকরণ দ্বারা কেলাসের গঠন সম্পর্কে জানা যায়। অপরপক্ষে d জানা থাকলে X-রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায় খুব সুক্ষ্মভাবে। জানা কেলাস গঠন থেকে d নির্ণয় করা যায়। যেমন NaCl-এর কেলাস হল ঘনকাকৃতির (Cubic Crystal)। অতএব যদি d হয় প্রতিটি ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য তবে একটি একক ঘনকের ভর $= \rho d^3$, $\rho =$ NaCl-এর ঘনত্ব। আবার যদি N_a হয় অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা তবে NaCl কেলাসের একগ্রাম মোলে N_a সংখ্যক N_a^+ ও N_A সংখ্যক Cl^- আয়ন বর্তমান থাকবে। অতএব একটি একক ঘনকের ভর হবে $= M/2N_A$, $M =$ NaCl-এর আনবিক ভর। অতএব,

$$\rho d^3 = \frac{M}{2N_A}$$

$$d = \left(\frac{M}{2\rho N_A}\right)^{\frac{1}{3}}$$

NaCl-এর $\rho = 2160\,\text{kg m}^{-3}$, $M = 58.5$ এবং $N_A = 6.03 \times 10^{26}$ এই সমীকরণে ব্যবহার করে পাওয়া যায় d = 2.82A.

ব্র্যাগ-এর পদ্ধতি ব্যবহার করে γ রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও নির্ণয় করা যায়।

মন্তব্য ঃ X-রশ্মির কেলাস মাধ্যমে প্রতিসরণও ঘটে। ব্র্যাগ সমীকরণ নির্ণয় করার সময় X-রশ্মির প্রতিসরণ বিবেচনা করা হয় নি। এই জন্য সংশোধিত ব্র্যাগ সমীকরণে ব্যবহার করা হয়।

10.12 কেন্দ্রক-এর গঠন ও উপাদান (Structure and Constituents of Nuclens)

আপনারা পারমাণবিক প্রতিরূপ সংক্রান্ত আলোচনায় জেনেছেন পরমাণুর কেন্দ্রে থাকে পরমাণুর প্রায় সমগ্র ভর যাকে বলে তার কেন্দ্রক (nucleus) এবং এই কেন্দ্রক ধনাত্মক আধানগ্রস্ত। রাদারফোর্ড α-রশ্মির বিক্ষেপণ পরীক্ষা দ্বারা এই প্রতিরূপ প্রস্তাব করেন। হাইড্রোজেন পরমাণুর কেন্দ্রকে যে আধান থাকে তা ইলেকট্রোনের আধানের সমমানের এবং বিপরীত চিহ্নের। একটি পরমাণু বৈদ্যুতিকভাবে আধান নিরপেক্ষ অর্থাৎ আধান শূন্য। এইজন্য আশা করা গিয়েছিল যে কোন মৌলের পরমাণুতে যতগুলি ইলেকট্রন থাকবে তার কেন্দ্রকে ততগুলি হাইড্রোজেন কেন্দ্রকের অনুরূপ কণিকা থাকবে, যাকে কলে প্রোটোন (Proton) কিন্তু দেখা গেল He-এর পরমাণুতে দুটি ইলেকট্রন থাকলেও তার কেন্দ্রকের ভর H-এর কেন্দ্রকের ভরের প্রায় চারগুণ, অথচ তার আধান দুটি প্রোটোনের আধানের সমান। এই কূট-এর সমাধান পাওয়া গেল। 1932-এ চাড উইক কর্তৃক (Sir James Chadwick, 1891-1924) নিউট্রন আবিষ্কারের ফলে। দেখা গেলো, H ব্যতীত অন্যান্য সকল মৌলের পরমাণুর কেন্দ্রক গঠিত হয় প্রোটেন ও নিউট্রোন (neutron) দ্বারা যাদের এককথায় বলে নিউক্লিয়ন বা ন্যুক্লিয়ন (nucleons)। নিউট্রন সামান্য বেশি। ন্যুক্লিয়নকে বাংলায় কেন্দ্রক কণা বলা যেতে পারে। কোন বিশেষ প্রজাতির পরমাণুর (isolopes-সমস্থানিক) কেন্দ্রককে বলে ন্যুক্লাইড (nuclide) এবং এরূপ ন্যুক্লাইডের পরমাণুকে বলে সমস্থানিক বা আইসোটোপ।

কেন্দ্রকের প্রোটোন সংখ্যাকে বলা হয় আধান সংখ্যা (Charge number) Z. মেন্ডেইয়েভ-এর রাসায়নিক মৌল

তালিকা পারমাণবিক সংখ্যা এবং আধান সংখ্যা একই। কেন্দ্রকে বর্তমান নিউট্রোন সংখ্যাকে N দ্বারা সূচিত করাহয় এবং কেন্দ্রকের মোট ন্যুক্লিয়ন সংখ্যা

$$A = N + Z$$

যেখানে A-কে বলে কেন্দ্রকের ভর সংখ্যা (Mass number)। অতএব একই পারমাণবিক সংখ্যার মৌলের ভর সংখ্যা মৌলের পরমাণু কেন্দ্রকে উপস্থিত নিউট্রোন সংখ্যা N-এর উপর নির্ভর করে।

যেসব কেন্দ্রকের আধান সংখ্যা অভিন্ন কিন্তু ভর সংখ্যা ভিন্ন (নিউট্রোন সংখ্যা N বিভিন্ন হওয়ার জন্য) তাদের বলে সমস্থানিক (পর্যায় সারণিতে একই স্থানে এই সব কেন্দ্রকের মৌলের অবস্থান হেতু) এবং ইংরেজিতে বলে isotopes (iso-একই, topes-এর P হল proton-এর P অর্থাৎ সমসংখ্যক প্রোটেন)।

যেসব কেন্দ্রকে সমান সংখ্যক নিউট্রোন থাকে তাদের বলা যেতে পারে সমনিউট্রোনী (isotones) [tones-এর n হল neutrone-এর n]। এবং যেসব কেন্দ্রকের ভর সংখ্যা A পরস্পর সমান তাদের বলে সমভারিক (isobars)। কেন্দ্রক সমূহকে তাদের এইসব বৈশিষ্ট্য দ্বারা চিহ্নিত করতে যথাক্রমে আইসোটোপ, আইসোটোন ও আইসোবার ব্যবহার করাও যেতে পারে।

পূর্বেই বলা হয়েছে, কোন পরমাণুর কেন্দ্রকের আধান সংখ্যা Z ও ভরসংখ্যা A অপরিবর্তিত তাদের বলে ন্যুক্লাইড (nuclides) অতঃপর X পরমাণুর কেন্দ্রক বা ন্যুক্লাইডকে চিহ্নিত করা হয় ${}^{A}_{Z}X$ দ্বারা। আবার যেহেতু X কে তার রাসায়নিক মৌল সংকেত দ্বারা চেনা যায়, তাই বলা যায় X জানা থাকলে (অর্থাৎ মৌল সংকেত জানা থাকলে) Z জানা যায়, অতএব হাইড্রোজেন-এর ন্যুক্লাইড হলো—${}^{1}_{1}H \to {}^{1}H$, He-এর ন্যুক্লাইড হলো ${}^{4}_{2}He \to {}^{4}He$ ইত্যাদি। কারণ H বা He দেখেই তাদের আধান সংখ্যা $Z = 1$ ও $Z = 2$ হবে তা বুঝা যায়। অতএব, H-এর আইসোটোপ হলো : ${}^{1}H$, ${}^{2}H$ এবং ${}^{3}H$ যাদের বলে যথাক্রমে হাইড্রোজেন, ডুটিরিয়াম ও ট্রিটিয়াম (Hgdrogen, Denterium and Tritium)। এর মধ্যে ${}^{1}H$ ও ${}^{2}H$ স্থায়ী এবং ${}^{3}H$ ক্ষণস্থায়ী। প্রকৃতিতে প্রাপ্ত কোন মৌলের আইসোটোপ সমূহ প্রায় স্থির অনুপাতে লভ্য (যেমন ${}^{1}H$ ও ${}^{2}H$ হল 99.99% এবং 0.01%)।

একটি কেন্দ্রকের পরীক্ষা-নিরীক্ষা থেকে প্রাপ্ত ব্যাসার্ধের (R) রাশিমালা হলো :

$$R = R_o A^{\frac{1}{3}},\ R_o = (1.3 \text{ থেকে } 1.7) \times 10^{-13} \text{ সেমি।}$$

10.12.1 কেন্দ্রকীয় ভর ও বন্ধন-শক্তি (Nuclear Mass and Binding Energy)

কোন পরমাণুর ভর থেকে তার ইলেকট্রোন সমূহের মোট ভর বাদ দিলে ঐ পরমাণুর কেন্দ্রকের ভর পাওয়া যায়। অতএব যদি পরমাণুর কেন্দ্রকটি হয় ${}^{A}_{Z}X$ এবং পরমাণু ও কেন্দ্রকের ভর হয় যথাক্রমে M ও M_{mc}, তবে

$$M_{mc} = M - Zme \qquad (10.26)$$

যেখানে $M_e =$ একটি ইলেকট্রোনের ভর। কিন্ত এই সমীকরণটি ক্রটিহীন নয়। তবে এই ত্রুটির পরিমাণ খুবই নগন্য বলে সমীকরণটিকে নিক্রীয় বা কেন্দ্রকের ভর নির্ণয়ে ব্যবহার করা চলে। কিন্তু প্রশ্ন হলো ত্রুটিটি আসলে কী ?

আপনারা জেনেছেন একটি কেন্দ্রকে একাধিক প্রোটোন ও নিউট্রোন পরস্পরের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ থাকে। এই ন্যুক্লিয়ন গুলিকে যদি এই বন্ধন থেকে মুক্ত করতে হয় তবে ঐ কেন্দ্রকে বিপুল পরিমাণ শক্তি (~Mev) সরবরাহ করতে হয়। এই শক্তিকে বলে কেন্দ্রকীয় বা ন্যুক্লিও বন্ধন শক্তি (Nuclear Binding Energy)। আবার পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন

এই প্রোটোন ও নিউট্রোনগুলিকে যদি একত্রিত করে কেন্দ্রক গঠন করা হয় তবে বন্ধন শক্তির সমপরিমাণ শক্তি উৎপন্ন হয়। এখন আপেক্ষিকতার তত্ত্ব থেকে আপনারা জানেন যে ভরকে শক্তিতে রূপান্তরিত করা যায়। দেখা যায় যে A (=N+Z) ন্যুক্লিওনের মোট যে ভর হওয়ার কথা কেন্দ্রকের ভর তদপেক্ষা কম। এই ভরই ঐ বন্ধন শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। প্রদত্ত M_{mc}-এ এই বন্ধনশক্তির সমতুল্য ভর হ্রাস পাবে। যে পরিমাণ ভর হ্রাস পায় তা যদি হয় ΔM, তবে আইনস্টাইন-এর ভর-শক্তি তুল্যতার সূত্রানুযায়ী বন্ধনশক্তি হবে

$$E_3 = \Delta Mc^2$$

যেখানে C = শূন্য মাধ্যমে আলোর বেগ। কিন্তু

$$\Delta M = ZM_H + NM_n - M$$

যেখানে M_H = হাইড্রোজেন পরমাণুর ভর এবং

M_n = নিউট্রোনের ভর।

অথবা $\Delta M = Z(M_p + M_e) + NM_n - (M_{nuc} + Z_{me})$

বা $\Delta M = ZM_p + NM_n - M_{nuc}$ (10.27)

$\therefore E_B = (ZM_p + NM_n - M_{nuc})\, c^2$ (10.28)

যেখানে M_P = প্রোটোনের ভর = $M_H - me$ সমীকরণ (10.27) থেকে লেখা যায়,

$$Mnuc \begin{array}{l} = ZM_P + NM_n - \Delta M \\ = ZM_P + NM_n - \dfrac{E_B}{C^2} \end{array} \qquad (10.29)$$

সমীকরণ (10.29) হলো শক্তি এককে কেন্দ্রকের ভর।

10.12.2 পারমাণবিক ভরের একক (Unit of Atomic Mass)

12-C আইসোটোপের ভরকে 12 একক ধরে তার পরমাণুর ভরের এক-দ্বাদশাংশকে বলে পারমাণবিক ভরের একক। এই একককে u অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয়। অতএব

$$1u = \frac{1}{12} \times \frac{12 \times 10^{-3} kg}{NA}$$

যেখানে NA = অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা = 6.02205×10^{23}

$$\therefore 1u = 1.660566 \times 10^{-27} kg$$

1u ভরের তুল্য শক্তি হলো

$$1u = 1.660566 \times 10^{-27} \times c^2$$

যেখানে $c = 2.997925 \times 10^8 ms^{-1}$

$$\therefore 1u = 1.660566 \times 10^{-27} \times 8.98755 \times 10^{16} J$$
$$= 14.92442 \times 10^{-11} J$$

কিন্তু $1eV = 1.60219 \times 10^{-19}$ conl × 1 Volt

$$= 1.60219 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\therefore 1\text{J} = \frac{1\text{eV}}{1.60219 \times 10^{-19}} = \frac{1\text{MeV}}{1.60219 \times 10^{-19} \times 10^{6}}$$

$$\therefore 1\text{u} = \frac{14.92442 \times 10^{-11}}{1.60219 \times 10^{-13}} \text{MeV}$$

$$= 931.501 \text{ MeV}$$

আপনারা, অতঃপর, u এককে ইলেকট্রোন, প্রোটোন ও নিউট্রোনের ভর নির্ণয় করুন।

10.12.3 বন্ধনশক্তি এবং কেন্দ্রকের স্থায়িত্ব (Binding Energy and Stability of Nuclens)

কোন পরমাণুর স্থায়িত্ব নির্ভর করে ঐ পরমাণুর কেন্দ্রকের বন্ধন শক্তির উপর। বন্ধন শক্তি ধনাত্মক হলে কেন্দ্রক স্বতস্ফূর্তভাবে ভেঙ্গে (disintegrate) যায় না। এইরূপ নুক্লাইডকে বলে স্থায়ী ন্যুক্লাইড (stable nuclides)। কিন্তু যদি বন্ধন শক্তি ঋণাত্মক হয় তবে পরমাণু কেন্দ্রক আপনা থেকেই ভেঙ্গে যায়। এরূপ ন্যুক্লাইডকে বলে অস্থায়ী কেন্দ্রক (unstable nuclides)।

প্রতিটি ন্যুক্লাইড-এর একটা নির্দিষ্ট বন্ধন শক্তি বর্তমান। ন্যুক্লাইডের অন্তর্ভুক্ত সব নিউক্লিয়নকে মুক্ত অবস্থায় স্থাপন করতে ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ শক্তি নুক্লাইডে সঞ্চারিত করার দরকার হয়। সমীকরণ (10.28)-এর সাহায্যে বন্ধনশক্তি নির্ণয় করে কোন ন্যুক্লাইডের স্থায়িত্ব সম্পর্কে জানা যায়।

10.13 তেজস্ক্রিয়তা (Radioactivity)

ইউরেনিয়াম রেডিয়াম প্রভৃতি ভারী পরমাণু বিশিষ্ট মৌলের পরমাণু কেন্দ্রকের স্বতঃস্ফূর্তভাবে ভেঙ্গে যাওয়ার ঘটনা ও তার সঙ্গে α, β কণা ও শক্তিশালী তড়িচ্চুম্বকীয় বিকিরণের নিঃসরণের ঘটনাকে বলে পদার্থের তেজস্ক্রিয়তা (radioactivity)। এই ঘটনার উপর চাপ, উষ্ণতা বা কোনরূপ রাসায়নিক ও ভৌত পরিবর্তনের কোন প্রভাব নেই। এই ভাঙ্গন ও তৎসহ তেজস্ক্রিয়াজাত কণা ও বিকিরণের নিঃসরণ একটি নিউক্লীয় ঘটনা (Nuclear Phendmenon)। যেসব মৌলের স্বতঃস্ফূর্ত তেজস্ক্রিয় ভাঙ্গন ঘটে তাদের বলে সক্রিয় মৌল (active elements) এবং তেজস্ক্রিয় এই ভাঙ্গন প্রক্রিয়াকে বলে তেজস্ক্রিয় প্রক্রিয়া (radioactive processes)। পরমাণু কেন্দ্রকের তেজস্ক্রিয় ভাঙ্গনের ফলে মৌলান্তর (transementation) ঘটে, অর্থাৎ, এক প্রকার মৌল অন্য এক প্রকারের মৌলে পরিণত হয়।

তেজস্ক্রিয় ভাঙ্গনের ফলে যখন মৌলান্তর ঘটে তখন ভেঙ্গে যাওয়া কেন্দ্রক থেকে যে সব কণা নির্গত হয় তাদের দুই শ্রেণিতে ভাগ করা হয় ঃ α কণা বা α রশ্মি এবং β কণা বা β রশ্মি (α-particle or α-rays and β-particle or β-rays)। কিন্তু তেজস্ক্রিয় ঘটনায় তৃতীয় আরো এক প্রকার বিকিরণ ঘটে যাকে বলে γ-রশ্মি (γ-rays) এই γ-রশ্মি হলো খুবই শক্তিশালী তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ।

যখন তেজস্ক্রিয়তার ফলে α বা β-রশ্মি বিকিরিত হয় তখন পারমাণবিক সংখ্যার বা ভর সংখ্যার অথবা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে। এর ফলে নতুন কেন্দ্রকের সৃষ্টি হয় এবং কাজে কাজেই নতুন মৌল গঠিত হয়। কিন্তু যদি তেজস্ক্রিয়তায়

কেবলমাত্র γ-রশ্মি নির্গত হয় তবে এই মৌলের γ-রশ্মি বিকিরণকারী পরমাণুর শক্তি স্তরের (energy quantam state) পরিবর্তন ঘটে ঃ উচ্চতর শক্তিস্তর থেকে পরমাণুটির নিম্নতর শক্তিস্তরে অবস্থান্তর ঘটে।

যেসব কেন্দ্রক α, β ও γ বিকিরণ ঘটায় তাদের বলে তেজস্ক্রিয় কেন্দ্রক এবং সংশ্লিষ্ট মৌলকে বলে তেজস্ক্রিয় আইসোটোপ বা রেডিও আইসোটোপ(radio-isotopes)।

পদার্থের তেজস্ক্রিয়তা আবিষ্কার হলো নিউক্লীয় পদার্থ বিদ্যা চর্চার প্রথম পদক্ষেপ। ফরাসি বিজ্ঞানী আতোয়াঁ আঁরি বেকরেল (Atoine Henri Becquerel, 1852-1908), পিয়ের ক্যুরি (Pierre Curie, 1859-1906) এবং মারি ক্যুরি (Marie Curie, মূলনাম মারিয়া (স্ক্লোদোভস্কা পোল্যান্ডে জন্ম, 1867-1934) হলেন তেজস্ক্রিয়তা বিষয়ক গবেষণার পথপ্রদর্শক।

10.13.1 তেজস্ক্রিয়-ক্ষয় সূত্র (Radioactive Decay Law)

তেজস্ক্রিয় ক্ষয় বা ভাঙ্গন সূত্রটি পরীক্ষালব্ধ। সূত্রটি এরূপ :

কোন মুহূর্তে তেজস্ক্রিয় ভাঙ্গনের হারে ঐ মুহূর্তে সক্রিয় কেন্দ্রকের সংখ্যার সমানুপাতী।

অর্থাৎ কোন সময় t-এ যদি কিছু পরিমাণ তেজস্ক্রিয় পদার্থে N_t সংখ্যক তেজস্ক্রিয় কেন্দ্রক থাকে তবে ঐ মুহূর্তে তেজস্ক্রিয় ভাঙ্গনের হার $\frac{dN_t}{dt}$ এবং ভাঙ্গনের সূত্রানুযায়ী

$$\frac{dN_t}{dt} \propto N_t$$

কিন্তু যেহেতু তেজস্ক্রিয় কেন্দ্রকের সংখ্যা সময় সাপেক্ষে হ্রাস পায় তাই $\frac{dN_t}{dt}$ হবে ঋনাত্মক এবং N_t ধনাত্মক। অতএব, সূত্রটির যথার্থ গাণিতিক রূপ হবে

$$-\frac{dN_t}{dt} \propto N_t$$

বা, $$\frac{dN_t}{dt} = -\lambda N_t$$

যেখানে সমানুপাতের ধ্রুবক λ কে বলে ভাঙ্গন বা ক্ষয় ধ্রুবক (decay constant)। এই সমীকরণের সমাধান থেকে ভাঙ্গন সমীকরণ (decay equation) পাওয়া যায়। একে ভাঙ্গন সূত্রও বলে (decay law)। সমীকরণটি থেকে লেখা যায়।

$$\frac{dN_t}{N_t} = -\lambda dt$$

সমাকল করে পাওয়া যায়,

$$\ln N_t = -\lambda t + C$$

যেখানে সমাকলন ধ্রুবক C কে প্রারম্ভিক শর্ত থেকে নির্ণয় করা যায়।

ধরা যাক, যখন $t = 0, N_t = N_o$, অতএব $C = \ln N_o$

$$\therefore \ln N_t = -\lambda t + \ln N_o$$

বা, $\ln\left(\frac{N_t}{N_0}\right) = -\lambda t$

$$\therefore N_t = N_o e^{-\lambda t} \qquad (10.30)$$

সমীকরণ (10.30) হল ক্ষয় সমীকরণ। এই সমীকরণ থেকে দেখা যায় যখন $t=\infty$, তখন $N_t = 0$ অর্থাৎ সমস্ত তেজস্ক্রিয় পদার্থের তেজস্ক্রিয়তা শেষ হতে অসীম সময় লাগবে। অর্থাৎ তেজস্ক্রিয় পদার্থের আয় (Life time) অনন্ত। অতএব বিভিন্ন তেজস্ক্রিয় পদার্থের তেজস্ক্রিয়তার তুলনা করতে অর্ধ-আয়ু (Half life) $T_{\frac{1}{2}}$ সাধারণভাবে ব্যবহার করা হয়।

অর্ধ আয়ু ঃ

তেজস্ক্রিয় ভাঙ্গন হেতু যে সময়ে কিছু পরিমাণ তেজস্ক্রিয় পদার্থের তেজস্ক্রিয় ন্যুক্লাইডের সংখ্যা হ্রাস পেয়ে পর্যবেক্ষণ সময়ের প্রারম্ভিক সংখ্যার অর্ধেক পরিমাণ হয় সেই সময়কে বলে ঐ তেজস্ক্রিয় পদার্থের অর্ধ আয়ু $(T_{1/2})$।

অতএব যখন $t = T_{1/2}$, তখন $N_t = \frac{N_o}{2}$ সতুরাং সমীকরণ (10.30) থেকে

$$\frac{N_0}{2} = N_o e^{-\lambda T_{1/2}}$$

বা, $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$ (10.31)

বা, $\lambda \frac{T_1}{L} = 0.693$ (ধ্রুবক) (10.32)

অতএব, অর্ধ আয়ু কেবল নির্ভর করে ক্ষয় ধ্রুবক λ-এর উপর, অর্থাৎ কোন বিশেষ তেজস্ক্রিয় পদার্থের উপর। এর অর্থ, তেজস্ক্রিয় পদার্থ ভেঙ্গে অর্ধ আয়ু ভিন্ন হবে। $T_{1/2}$-এর মান 10^{-7} সে থেকে 10^{10} বৎসর পর্যন্ত হয়।

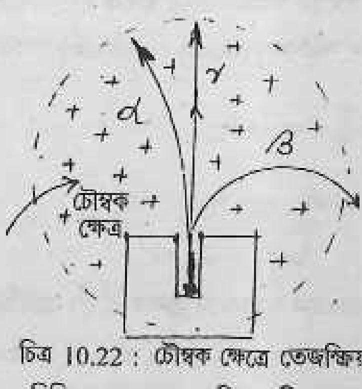
10.13.2 তেজস্ক্রিয় বিকিরণের ধর্ম (Properties of Radio active Radiations)

চিত্র (10.22) হল তেজস্ক্রিয় রশ্মির বৈশিষ্ট্য পর্যবেক্ষণ করার এক পরীক্ষা ব্যবস্থার প্রতিরূপ। সিসার একটি চৌপলে গর্ত করে তার মধ্যে তেজস্ক্রিয় পদার্থ রাখা হয়। ব্যবস্থাটিকে বায়ুশূন্য প্রকোষ্টে স্থাপন করে একটি শক্তিশালী চৌম্বক ক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয় গর্তের উল্লম্ব অবস্থার অভিলম্বে কাগজের অভ্যন্তর অভিমুখে।

দেখা গেল তিন প্রকারের তেজস্ক্রিয় রশ্মি বিকিরিত হচ্ছে :

(i) α-রশ্মি যা চৌম্বক ক্ষেত্রে তার গতির অভিমুখের বাম দিকে বিক্ষিপ্ত হচ্ছে ;

(ii) β-রশ্মি যা α-রশ্মির বিপরীত দিকে বিক্ষিপ্ত হচ্ছে এবং এর বিক্ষেপনের মান অধিকতর ; এবং



চিত্র 10.22 : চৌম্বক ক্ষেত্রে তেজস্ক্রিয় বিকিরণ : α, β, γ রশ্মির গতি পথ।

(iii) γ-রশ্মি যা চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা আদৌ প্রভাবিত হচ্ছে না।

চৌম্বকক্ষেত্রে আধান প্রবাহের সূত্র (বামহস্ত নিয়ম) থেকে বলা যায় α-রশ্মি ধনাত্মক আধানবাহী, β-রশ্মি ঋনাত্মক আধানবাহী এবং γ-রশ্মি নিস্তড়িৎ। বিক্ষেপের বক্রতা থেকে বলা যায় β অপেক্ষে α ভারী কণিকা।

α-রশ্মির বৈশিষ্ট্য ঃ α রশ্মি হল জড় কণিকা যা আসলে He-এর কেন্দ্রক, অর্থাৎ যার ভর প্রোটোনের ভরের 4 গুণ এবং আধান দ্বিগুণ।

β-রশ্মির বৈশিষ্ট্য ঃ β-রশ্মি হল তীব্র গতি সম্পন্ন ইলেকট্রন অর্থাৎ উচ্চশক্তির ইলেকট্রন যার গতিবেগ আলোর বেগের সঙ্গে তুলনীয়।

γ-রশ্মির বৈশিষ্ট্য ঃ γ-রশ্মি হলো অতি ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ।

10.13.3 তেজস্ক্রিয় ভাঙনের স্থানচ্যুতি সূত্র (Disptacement Law of Radio active Disintegration)

তেজস্ক্রিয় ভাঙন ঘটে দুই ভাবে ঃ α কণার বিকিরণের ফলে এবং β কণার বিকিরণের ফলে, আপনারা জেনেছেন α-কণা হল He-এর কেন্দ্রক $^4{}_2$He. অতএব কোন X মৌলের কোন ক্ষেন্দ্রক ${}^A_Z X$ থেকে α কণা নির্গত হলে X-এর আধান সংখ্যা Z হ্রাস পেয়ে হবে Z-2 এবং ভর সংখ্যা হ্রাস পেয়ে হবে A-4 অতএব, α ভাঙনের ফলে উৎপন্ন কণা কেন্দ্রক (daughter nucleus) হবে ${}^{A-4}_{Z-2}Y$ যেখানে কণ্যা মৌল হল γ। অতএব, গাণিতিক প্রতীকে α কণার ভাঙনের প্রক্রিয়াটি হবে এরূপ ঃ

$${}^A_Z X \xrightarrow{\alpha} {}^{A-4}_{Z-2} y \qquad (10.33)$$

অপরপক্ষে β কণা হল উচ্চশক্তির ইলেকট্রন যার আধান ঋণাত্মক এবং মান 1. অতএব মাতৃ মৌল X-এর কেন্দ্রক ${}^A_Z X$ – এর একটি নিউট্রোন যখন β বিকিরণ ঘটিয়ে প্রোটোনে পরিণত হয় তখন প্রোটন সংখ্যা Z থেকে বৃদ্ধি পেয়ে হয় Z+1. কিন্তু যেহেতু $A=N+Z=(N-1)+(Z+1)$, অতএব β ভাঙনে ভর সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে। গাণিতিক প্রতীকে β ভাঙন হবে

$${}^A_Z X \xrightarrow{\beta} {}^{A}_{Z+1} y$$

ইংরেজ রসায়নবিদ ফ্রেডারিক সডি (Frederick Soddy, 1877-1956) এবং পোল্যান্ডের ভৌতরসায়নবিদ্ কাসিমির থঞ্জনস্ (Kasimir Tajans, 1887-1975) এই তেজস্ক্রিয় ভাঙনের নিয়মকে একটি সূত্রে আবদ্ধ করেন যাকে বলে সডি-থঞ্জনস এর স্থানচ্যুতি সূত্র (soddy Tajans Displacement law)। সূত্রটি এরূপ :

α ভাঙনের ফলে কোন পরমাণুর ভর সংখ্যা 4 হ্রাস পায় এবং পর্যায় সারণিতে দুই ধাপ বাম দিকে সরে যায়, অপরপক্ষে β ভাঙনে পরমাণুর ভরসংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে এবং পর্যায় সারণিতে একধাপ ডান দিকে সরে যায়।

স্পষ্টতই এই সূত্র যখন রচিত হয় তখন কেন্দ্রকের নিউট্রোন-প্রোটোন গঠন সম্পর্কে ধারণা সুস্পষ্ট ছিল না।

10.13.4 তেজস্ক্রিয় সাম্য (Radioactive Equilibrium)

তেজস্ক্রিয় বিকিরণের ফলে মাতৃ কেন্দ্রক থেকে যে কন্যা কেন্দ্রকের সৃষ্টি হয় সেই কন্যা কেন্দ্রক নিজেও তেজস্ক্রিয়ভাবে সক্রিয় হতে পারে আবার নাও পারে। যদি কন্যাকেন্দ্রক সক্রিয় হয় তবে তার থেকে জন্ম নেয় নতুনতর কন্যাকেন্দ্রক।

যদি পরপর P নামক মাতৃকেন্দ্রক থেকে ক্রমান্বয়ে $Q, R...Z$ কন্যাকেন্দ্রক উৎপন্ন হতে থাকে তবে তাকে বলে ধারাবাহিক তেজস্ক্রিয় ভাঙন এবং গাণিতিক ভাবে ঘটনাটিকে এরূপে লেখা যায় :

$$P \xrightarrow{\lambda_1} Q \xrightarrow{\lambda_2} R \xrightarrow{\lambda_3} \ldots\ldots \xrightarrow{\lambda_n} Z \text{ (স্থায়ী)}$$

যেখানে $\lambda_1, \lambda_2 \ldots\ldots \lambda_n$ হলো পরপর ভাঙন ধ্রুবক। যদি দুটি মাত্র সক্রিয় কেন্দ্রক বিবেচনা করা হয় তবে লেখা যায় :

$$P \xrightarrow{\lambda_1} Q \xrightarrow{\lambda_2} R \text{ (স্থায়ী)}$$

কোন একটি নির্দিষ্ট সময়ে P কেন্দ্রকের সক্রিয় কেন্দ্রক সংখ্যা যে হারে হ্রাস পায়, ঠিক সেই হারে Q-এর সক্রিয় কেন্দ্রক সংখ্যা বৃদ্ধি পায়। কিন্তু একই সঙ্গে ভাঙনের ফলে Q-এর কেন্দ্রক সংখ্যা হ্রাসও পায়। P-এর এবং Q-এর ভাঙন সক্রিয় কেন্দ্রক সংখ্যার অনুপাত যে মুহূর্ত থেকে ধ্রুবক হয় সেই মুহূর্ত থেকে তেজস্ক্রিয় সাম্য প্রতিষ্ঠিত হয়। দুই প্রকারের সাম্য বর্তমান ঃ

(i) তাৎক্ষণিক তেজস্ক্রিয় সাম্য (Transient Radioactive Equilibrium) বা ক্ষণস্থায়ী সাম্য ঃ

ধরা যাক কোন সময়ে P-এর সক্রিয় কেন্দ্রক সংখ্যা N_P এবং ঐ সময়ে Q-এর সক্রিয় কেন্দ্রক সংখ্যা N_Q এখন যদি

$$\frac{N_Q}{N_P} = \text{ ধ্রুবক হয়}$$

তবে একে বলে তাৎক্ষণিক বা ক্ষণস্থায়ী তেজস্ক্রিয় সাম্য।

এই সাম্যে সময় সাপেক্ষে N_Q এবং N_P উভয়েই পরিবর্তিত হয়, কিন্তু তাদের অনুপাত অপরিবর্তিত থাকে। তাই একে চলমান সাম্যও বলা চলে।

(ii) স্থায়ী বা দীর্ঘস্থায়ী তেজস্ক্রিয় সাম্য (Secular Radioactive Equilibrium)—

যদি মাতৃ কেন্দ্রকের অর্ধ আয়ু খুব দীর্ঘ হয় এবং তুলনায় কন্যা কেন্দ্রকের অর্ধ আয়ু হয় নগণ্য তখন N_Q/N_P ধ্রুবক হলে তাকে বলে স্থায়ী বা দীর্ঘস্থায়ী তেজস্ক্রিয় সাম্য।

$$\text{তখন } \frac{N_Q}{N_P} = \frac{NQ\infty}{NP_O} = \text{ ধ্রুবক}$$

যেখানে $NQ\infty = NQ$, যখন বিবেচ্য সময় $t >> TQ_{1/2}$ এবং $NP_O = N_P$ যখন $t = 0$, কারণ $t >> TQ_{1/2}$ হলে ঐ সময়ে P-এর সক্রিয় কেন্দ্রক সংখ্যা আদৌ হ্রাস পাবে না।

লক্ষ্য করার যে দীর্ঘস্থায়ী সাম্যের ক্ষেত্রে কেবল যে NQ/NP ধ্রুবক হয় তাই নয়, $NQ \to NQ\infty$ এবং $N_P \to N_P$ এই উভয় সংখ্যাই ধ্রুবক হয়।

দীর্ঘস্থায়ী সাম্যের শর্ত হলো, মাতৃকেন্দ্রকের সঙ্গে সমস্ত কন্যাকেন্দ্রক সমূহ একই সঙ্গে থাকবে। যদি কোন একটি উৎপন্ন তেজস্ক্রিয় কেন্দ্রককে মাতৃকেন্দ্রক থেকে বিচ্ছিন্ন করা হয় তবে দীর্ঘস্থায়ী তেজস্ক্রিয় সাম্যে বিঘ্ন ঘটে। এই বিচ্ছিন্ন করার ঘটনা ঘটলে ঐ কন্যাকেন্দ্রকটির সংখ্যা বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং একসময় আবার দীর্ঘস্থায়ী সাম্য প্রতিষ্ঠিত হয়। এইজন্য বারবার ক্ষুদ্র অর্ধআয়ু বিশিষ্ট কন্যা কেন্দ্রককে দীর্ঘ অর্ধায়ু বিশিষ্ট মাতৃকেন্দ্রক থেকে বিচ্ছিন্ন করা যায়।

10.14 কেন্দ্রকীয় বিক্রিয়া (Nuclear Reaction)

কেন্দ্রক সমূহের পরস্পরের মধ্যে অথবা কেন্দ্রক ও মৌলিক কণা বা কেন্দ্রকীয় কণার মধ্যে মিথষ্ক্রিয়ার (অর্থাৎ পারস্পরিক বল প্রয়োগের) ফলে পারমাণবিক কেন্দ্রকের পরিবর্তন ঘটাকে বলে কেন্দ্রকীয় বা নিউক্লিয় বিক্রিয়া। এই মিথষ্ক্রিয়া তখনই ঘটে যখন কেন্দ্রকদ্বয়ের বা কেন্দ্রক ও মৌলিক কণার মধ্যে দূরত্ব 10^{-15} মিটারের থেকে কম হয়। এই মিথষ্ক্রিয়ায় অংশগ্রহণকারী কেন্দ্রকও কণা সমূহের মধ্যে ভরবেগ ও শক্তির আদান প্রদান ঘটে। কেন্দ্রকীয় বা মৌল কণা বলতে প্রোটোন, নিউট্রোন, α কণা ইত্যাদি বুঝায়।

কেন্দ্রকীয় বিক্রিয়ার প্রতীকী উপস্থাপনাটি এরূপ :

$A + a \rightarrow B + b$ বা $A(a, b)B$

যেখানে A, B হল যথাক্রমে মাতৃ বা উৎস কেন্দ্রক (Parent nucleus) এবং চূড়ান্ত কেন্দ্রক (Final nucleus); এবং a হলো বিক্রিয়ার প্রাথমিক মৌলকণা (Original or unifial elementary particle) এবং 6 হলো চূড়ান্ত বা উৎপন্ন মৌল কণা।

প্রাথমিক মৌল কণা a যখন কেন্দ্রক A-এর উপর প্রক্ষিপ্ত হয় তখন তাদের মধ্যে ভরবেগ ও শক্তির আদান-প্রদান ঘটে। এর ফলে কেন্দ্রক থেকে নতুন মৌল কণা b নির্গত হয় এবং কেন্দ্রকের অবশিষ্টাংশ একটি নতুন উৎপন্ন কেন্দ্রক B হিসেবে আত্মপ্রকাশ করে।

10.14.1 কেন্দ্রকীয় মিথষ্ক্রিয়ার স্বরূপ (Characteristics of nuclear interactions)

প্রাথমিক কেন্দ্রক কণা যুগ্মের মধ্যে যে মিথষ্ক্রিয়া সংঘটিত হয় সেগুলি এরূপ :

(i) **স্থিতিস্থাপক বিক্ষেপণ** (Elastic Scattering) : এই মিথষ্ক্রিয়ায় কেবলমাত্র গতিশক্তির পুনর্বন্টন সম্পন্ন হয়, কোনরূপ শক্তির রূপান্তর ঘটে না। অবশ্য চূড়ান্ত কেন্দ্রক-কণা যুগলের গতির অভিমুখ পরিবর্তন হতে পারে।

(ii) **অস্থিতিস্থাপক বিক্ষেপণ (Inclastic Scattering)** : এই মিথষ্ক্রিয়ায় কেন্দ্রক থেকে নিক্ষিপ্ত কণা অভিলক্ষ্য কেন্দ্রকে আপতিত কণার থেকে অভিন্ন, কিন্তু শক্তি কম, অর্থাৎ $b = a$ এবং অভিলক্ষ্য কেন্দ্রক থেকে উদ্দীপিত অবস্থায় (excited state) $(A = A^*)$। অস্থিতিস্থাপক বিক্ষেপণ মিথষ্ক্রিয়ার প্রতীকী উপস্থাপনা হল

$$a + A \rightarrow A^* + a' \text{ বা } A(a, a')A^*$$

(iii) **নিউক্লিও বিক্রিয়া** ঃ এই মিথষ্ক্রিয়ায় একটি নতুন কেন্দ্রক গঠিত হয় এবং একটি নতুন কণা নিক্ষিপ্ত হয়, অর্থাৎ $B \neq A$ এবং $b \neq a$। প্রতীকী মিথষ্ক্রিয়াটি এরূপ :

$$a + A \rightarrow B + b \text{ বা, } A(a, b)B$$

এই মিথষ্ক্রিয়ায় নিম্ন বিবৃত সংরক্ষণ সূত্রাবলী রক্ষিত হয় : মোট আধান, ন্যুক্লিওন সংখ্যা, শক্তি, ভরবেগ, কৌণিক ভরবেগ, আইসোটোপিয় স্পিন এবং সমতা (parity) অপরিবর্তিত থাকে।

বিভিন্ন প্রকার নিউক্লিয় বিক্রিয়া

(a) তেজষ্ক্রিয় আয়ত্তিকরণ (Radiative Capture) : এই প্রক্রিয়ায় অভিলক্ষ্য কেন্দ্রক আপতিত কণাকে দখল করে উদ্দীপিত কেন্দ্রকে পরিণত হয় এবং এরপর এই কেন্দ্রকের তেজষ্ক্রিয় ভাঙন ঘটে যার ফলে এক বা একাধিক γ ফেটিন নির্গত হয় এবং কেন্দ্রক আবার স্বাভাবিক অবস্থায় (ground state) ফিরে আসে ঃ $a + A \rightarrow a' + A^*$ বা $A(a, a')A^*$

(b) সঞ্চরণ বিক্রিয়া (Reaction of Tranofarmation) : এক্ষেত্রে আপতিত কণাকে কেন্দ্রক ধরে রাখে এবং অন্য কোন কণাকে বিকিরিত করে, ফলে কেন্দ্রক পরিবর্তিত হয়ে যায় : A (a, b) B. উদাহরণ $q_{Be}(\alpha, n)\,^{12}C$ বা $q_{Be} + d \rightarrow {}^{12}C + n$

(c) সালোক বিঘটন (Photo-disintegration) : এই ক্ষেত্রে লক্ষ্য কেন্দ্রক অতি উচ্চ শক্তির ফোটনকে দখল করে উদ্দীপ্ত অবস্থায় যায় এবং পরে বিঘটনের ফলে অন্যরূপ কেন্দ্রকে পরিণত হয় : A(a, b) B.

(d) বহু প্রস্ বিক্রিয়া (Many Body Reaction) : এই বিক্রিয়ায় উচ শক্তির কণা কেন্দ্রক কর্তৃক শোষিত হলে দুই বা ততোধিক কণা যৌগ কেন্দ্রক থেকে বেরিয়ে আসে : $A(a, b_1, b_2 ....) B$, যেমন $^{16}O(p, 2p)^{15}N$.

(c) নিউক্লিয় দ্বিখণ্ডন (Nuclear Fission) : এখানে ভারী মৌলের কেন্দ্রক প্রায় সমান ভরের দুটি কেন্দ্রকে ভেঙে যায় এবং তার সঙ্গে নিউট্রোন ও শক্তি নির্গত করে।

আরো কিছু বিক্রিয়াও বর্তমান।

10.14.2 কেন্দ্রকীয় বিঘটনের বলবিদ্যা : Q মান

একটি নিউক্লিয় বিঘটন বিবেচনা করা যাক। A (a, b) B বিঘটনটির সমীকরণ হল—

$$A + a = B + b$$

যেখানে A কেন্দ্রক হল লক্ষ্যবস্তু যাকে α কণা দ্বারা আঘাত করে নিউক্লিয় বিঘটন ঘটালে B কেন্দ্রক উৎপন্ন হয় ও b কণা নির্গত হয়। ধরা যাক A ও B কেন্দ্রক এবং a ও b কণার ভর যথাক্রমে M_A, M_B, M_a এবং M_b. আরো ধরা যাক A, B, a ও b এর গতিশক্তি k_A, k_B, k_a এবং k_b. নিউক্লিয় বিক্রিয়ায় শক্তির সংরক্ষণ বজায় থাকে।

অতএব,

$$E_{A+a} + k_A + k_a = E_{B+b} + k_B + k_b$$

যেখানে E_{A+a} ও E_{B+b} হলো A + a এবং B + b এর বিরাম শক্তি (Rest Energy). এখন

$$E_{A+a} = (M_A + M_a)\,C^2 \text{ এবং } E_{B+b} = (M_b + M_b)\,C^2$$

যেখানে C হলো শূন্য মাধ্যমে আলোর বেগ। যদি লক্ষ্য কেন্দ্রকে স্থিতিশীল থাকে তবে $k_A = 0$ হবে।

$$\therefore\ k_B + k_b - k_a = (M_A + M_a)\,C^2 - (M_B + M_b)\,C^2$$

বাম পক্ষ হলো উৎপন্ন কেন্দ্রক ও কণার গতি শক্তি এবং নিউক্লিয় বিঘটনে অংশগ্রহণকারী কণার গতিশক্তির পার্থক্য। এই উৎপন্ন শক্তি ও সরবরাহ কৃত শক্তির পার্থক্যকে Q দ্বারা সূচিত করা হয়। অর্থাৎ,

$$Q = k_B + k_b - k_a = \{(M_A + M_a) - (M_B + M_b)\}\,C^2$$

Q-কে বলে উদ্বৃত্তশক্তি (energy bahance) বা Q-মান (Q-Value)। উদ্বৃত্ত শক্তি ঋণাত্মক হলে বলা হয় ঘাটতি শক্তি (energy deficit)। শক্তি এককে (in energy unit)

$$Q = (M_A + M_a) - (M_B + M_b)$$

Q- মানের উপর নির্ভর করে তিন প্রকারের সম্ভাব্য বিঘটন ঘটে :

(i) শক্তিগ্রাহী বা শক্তি শোষক বিঘটন (Endoergic Reaction) : যদি $Q < 0$ হয় তবে,

$$M_A + M_a < M_B + M_b$$

অর্থাৎ এরূপ বিঘটনে উৎপন্ন কেন্দ্রক ও কণার মোট ভর বিঘটনে অংশগ্রহণকারী কেন্দ্রক ও আপতিত কণার মোট ভর থেকে বেশি হয়। অতএব এইরূপ বিঘটন ঘটাতে বাইরে থেকে শক্তি সরবরাহ করার দরকার।

(ii) শক্তিদায়ী বিঘটন (Exoergic Reaction) : যখন $Q>0$ হয় তখন $M_A+M_a>M_B+M_b$. অতএব এই বিঘটনে উৎপন্ন কেন্দ্রক ও কণার ভর হ্রাস পায়। কাজে কাজেই বাকি ভর শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

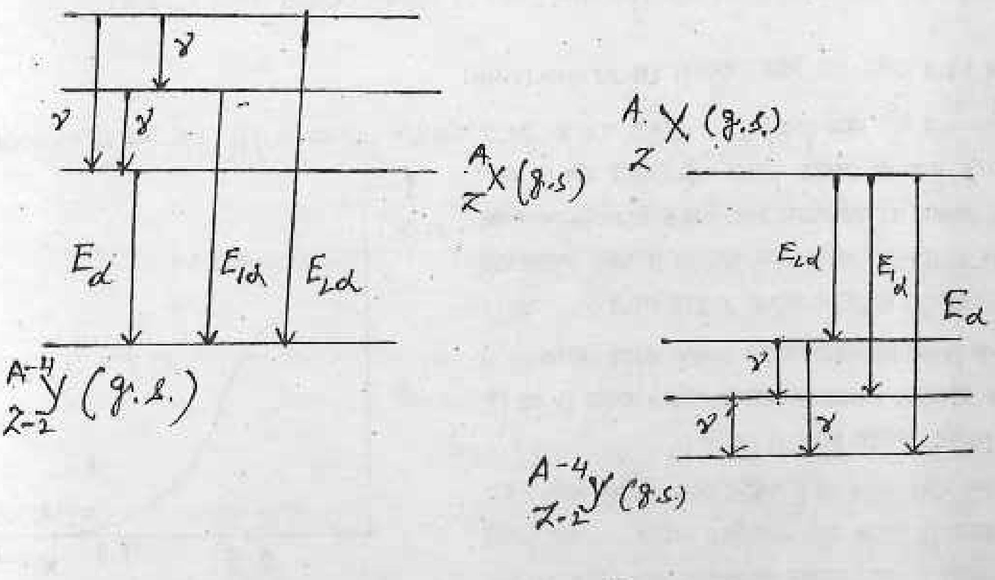
(iii) যখন $Q=0$ তখন $M_A+M_a=M_B+M_b$. অর্থাৎ বিঘটনের পূর্বে ও পরে মোট ভর অপরিবর্তিত থাকে। এরূপ ক্ষেত্রে স্থিতিস্থাপক মিথষ্ক্রিয় ঘটে।

10.14.3 অ্যালফা (α) বর্ণালি (Alpha Spectrum)

α কণা যদি উৎস কেন্দ্রক (Parent nucleus) থেকে বিভিন্ন শক্তি কোয়ান্টাম গুচ্ছ গুচ্ছ শক্তি নিয়ে নির্গত হয় তা হলে তার শক্তির বন্টনকে বলে আলফা বর্ণালি বা আলফা-ভাঙনের শক্তি বর্ণালি (Energy spectrum of α-decay)। কিন্তু সাধারণভাবে কোন উৎস কেন্দ্রক থেকে যেসব α-কণা বিকিরিত হয়, তারা হয় সমশক্তি সম্পন্ন (monoenergetic)। এর কারণ তারা উৎসকেন্দ্রকে নির্দিষ্ট শক্তি অবস্থা (energy state) থেকে নির্গত হয় এবং উৎপন্ন কেন্দ্রক (prodnet nucleus) কে একটি নির্দিষ্ট শক্তি অবস্থায় রেখে যায়।

অবশ্য তেমন কেন্দ্রকও বর্তমান যারা বিভিন্ন কোয়ান্টার শক্তিসম্পন্ন বিভিন্ন α কণাদল বিকিরিত করে। এরূপ অবস্থাতেই α কণার বর্ণালি সৃষ্টি হয়। এই বর্ণালি উৎপন্ন হয় দুই ভাবে :

(i) উত্তেজিত কেন্দ্রক থেকে α কণা নির্গত হওয়ার পর উৎপন্ন কেন্দ্রক ভূমি অবস্থায় (ground State) নেমে আসে, এবং



চিত্র 10.23 : (i) দীর্ঘপাল্লার α কণার বিকিরণের উৎস, (ii) α বর্ণালির সুক্ষ্মতর রেখা (fine structure)

(ii) ভূমি অবস্থায় থাকা কেন্দ্রক থেকে α কণা নির্গত হওয়ার পর উৎপন্ন কেন্দ্রক বিভিন্ন উত্তেজিত অবস্থায় থাকে। যখন কেবলমাত্র সমশক্তি α বিকিরিত হয় তখন উৎস কেন্দ্রক এবং উৎপন্ন কেন্দ্রক, উভয়েই, ভূমি অবস্থায় থাকে।

উৎস কেন্দ্রকের ভূমি অবস্থা থেকে উৎপন্ন কেন্দ্রকের ভূমি অবস্থায় সঞ্চরণ ঘটে α-কণার মূল বা প্রধান দলের নির্গমনে। এই দলের তীব্রতা হয় সর্বাধিক।

ক্ষেত্র (i)-এ অর্থাৎ উত্তেজিত কেন্দ্র থেকে ভূমি অবস্থার কেন্দ্রকে সঞ্চয়নের পূর্বে নির্গত α-কণাকে বলে দীর্ঘ পাল্লার α কণা (Long range α particles)। চিত্র 10.23 (i) এবং (ii)-এ উভয় প্রকার শক্তি বর্ণালি প্রদর্শিত হয়েছে। ${}^{A}_{Z}X$ কেন্দ্রক থেকে α কণা নিগর্মনের ফলে উৎপন্ন কেন্দ্রক ${}^{A-4}_{Z-2}y$ সমীকরণটি হবে এরূপ

$$ {}^{A}_{Z}X \xrightarrow{\alpha} {}^{A-4}_{Z-2}y + {}^{4}_{2}He $$

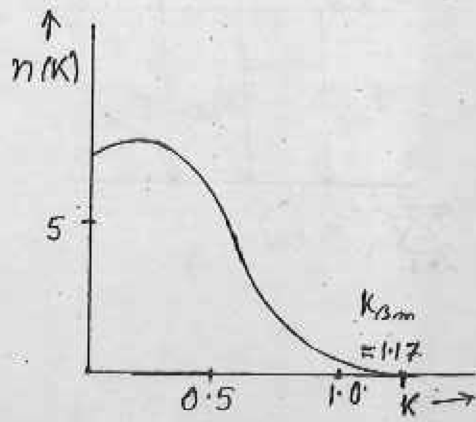
যখন X, y ভূমি অবস্থায় (graund state - g.s.) থাকে তখন α কণার শক্তি E_{α} যদি X উত্তেজিত অবস্থায় থাকে তবে অবস্থার উপর নির্ভর করে α কণার শক্তি হবে $E_{1\alpha}, E_{2\alpha}$ ... ইত্যাদি। স্পষ্টতই প্রধান α কণাদলের প্রতিটি α কণার শক্তি $E_{\alpha} < E_{n\alpha}$ যেখানে $n = 1, 2, ...$ ইত্যাদি। এই জন্য মূল শক্তির সঙ্গে অন্যান্য শক্তির α বিকিরণের ফলে α বর্ণালি উৎপন্ন হয়। লক্ষ করুন, X কেন্দ্রক উত্তেজিত অবস্থা থেকে ভূমি অবস্থায় ফিরে এলে γ রশ্মি বিকিরিত হয়। γ বিকিরণের সম্ভাবনা তুলনায় এত অধিক যে $E_{1\alpha}, E_{2\alpha}$ ইত্যাদি শক্তির α বিকিরণ ঘটে খুবই কম পরিমাণে। আবার y উত্তেজিত অবস্থায় থাকলে (চিত্র 10.23(ii) $E_{\alpha} > E_{n\alpha}$ হয়। তখন E_{α} শক্তির বহুসংখ্যক α কণার সঙ্গে $E_{n\alpha}$ শক্তির অল্পসংখ্যক α–কণা নির্গত হয়। এদের শক্তি বর্ণালিকে বলে সুক্ষ্ম গঠন রেখা (fine structure)। এক্ষেত্রেও উৎপন্ন কেন্দ্রক উত্তেজিত অবস্থায় থেকে ভূমি অবস্থায় নেমে আসে এবং রশ্মির বিকিরণ ঘটায়। এক্ষেত্রে বিভিন্ন শক্তির α রশ্মির বিকিরণ ঘটায়। এক্ষেত্রে বিভিন্ন শক্তির α দলের নির্গমন সম্ভাব্যতা (Probability of Emission) তুলনামূলকভাবে কাছাকাছি। এই জন্য মূল α দলের সঙ্গে সূক্ষ্ম গঠন রেখার α দলের সমন্বয়ে α বর্ণালি গঠিত হয়।

10.14.4 বেটা (বা বিটা) বর্ণালি (Beta spectrum)

বেটা ক্ষয় ঘটে তিন প্রকারে ঃ কেন্দ্রকের অভ্যন্তর থেকে পজিট্রোন (positrons) β^{+} এবং নিগেট্রোন (negatrons) β^{-} নির্গত হয়ে যে কেন্দ্রক ভাঙন ঘটে সেটাই হল β ক্ষয়। আবার কেন্দ্রক অনেক সময় তার কক্ষস্থ ইলেকট্রনকে দখল করে (Capture)। এটিও এক ধরনের β ক্ষয়, কারণ এর ফলে কেন্দ্রকের প্রোটোন সংখ্যা Z হ্রাস পেয়ে Z–1 হয়।

কিন্তু β বর্ণালির উৎস হলো কেন্দ্রক থেকে নির্গত β^{+} ও β^{-} কণা সমূহের বিভিন্ন পরিমাণের শক্তি। অর্থাৎ β^{+} ও β^{-} কণার শক্তির বন্টনই হলো β বর্ণালি।

অবশ্য লক্ষ করার যে β বর্ণালি কোন বিচ্ছিন্ন শক্তি বন্টন নয়, অর্থাৎ β বর্ণালি হল নিরবচ্ছিন্ন বর্ণালি— একটা নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে β কণা যেকোন শক্তিধারণ করে। চিত্র 10.24-এ β-কণার গতিশক্তি ও β কণার সংখ্যার লেখচিত্র প্রদর্শিত হলো। একই কেন্দ্রক থেকে নির্গত β কণার শক্তি নিরবচ্ছিন্ন ভাবে বন্টিত হয়। একেই বলে নিরবচ্ছন্ন β বর্ণালি। চিত্র 10.24-এ $K_{\beta m}$ হলো β কণার সর্বোচ্চ গতিশক্তি। এই শক্তি β-নির্গমক ন্যুক্লাইডের বৈশিষ্ট্য সূচক। একে বলে প্রান্ত-বিন্দু শক্তি (End-point Energy)। দেখা গেলো যে যখন α কণার



চিত্র 10.24 : β কণার শক্তি (MeV) বন্টন

শক্তি বন্টন বিবিক্ত বা অবচ্ছিন্ন (diserete) তখন β কণার শক্তি বন্টন নিরবচ্ছিন্ন। অন্য যে পার্থক্য এই দুই বর্ণালিতে বর্তমান তা হলো α কণা অর্থাৎ He-এর কেন্দ্রক উৎস কেন্দ্রকে বর্তমান থাকে, কিন্তু β কণা স্বতন্ত্রভাবে বতর্মান থাকে না। ক্ষয় বা ভাঙন প্রক্রিয়ায় β কণাকে সৃষ্টি করা হয়।

10.14.5 β বর্ণালির ব্যাখ্যা : পাউলির নিউট্রিনো প্রকল্প

β বর্ণালির ব্যাখ্যার নানা জটিলতা বর্তমান। যেমন,

(i) কেন্দ্রকীয় শক্তি অবস্থা হলো বিবিক্ত, অথচ β বর্ণালি অর্থাৎ β রশ্মির শক্তি অবিচ্ছিন্ন। উৎস কেন্দ্রকের অভ্যন্তরে β রশ্মির সঙ্গে অন্যান্য নিউক্লিয়নের বিক্ষেপণ দ্বারা শক্তি ক্ষয়ের ফলে β রশ্মির শক্তির অবিচ্ছিন্নতার সৃষ্টি এরূপ ব্যাখ্যাও ঠেঁকে না।

(ii) উৎপন্ন কেন্দ্রক-এর বেগ ও β রশ্মির প্রতিক্ষিপ্ত বেগ (recoil velocity) পরস্পর বিপরীত মুখীও নয়। ফলে রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রও প্রযোজ্য হয় না।

(iii) ধরা হয় β কণার উৎপাদন এরূপে ঘটে :

$\phi \rightarrow n + \beta^{+}$ এবং $n \rightarrow p + \beta^{-}$

কিন্তু এই দুই রূপান্তরে যেসব কণা সংশ্লিষ্ট তাদের সকলেরই অর্ধ-পূর্ণ সংখ্যা স্পিন (helf-integral sping) বর্তমান এবং এইজন্য কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রও অগ্রাহ্য করা হয়।

পাউলির নিউট্রিনো প্রকল্প **(Pauli's Neutrino hypothesis)** পাউলির নিউট্রিনো প্রকল্প এই অসংগতিগুলি দূর করে β বর্ণালির ব্যাখ্যা দিতে সক্ষম হয়। তাঁর প্রকল্পটি হলো এই যে β রশ্মির সঙ্গে আরো একটি কণা নির্গত হয় যার ভর শূন্য: আধানও শূন্য এবং স্পিন হল $\frac{h}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2\pi}\right)$। এই কণাটির নাম নিউট্রিনো যার প্রতীক চিহ্ন হলো ν (new)।

অর্থাৎ, কেন্দ্রকে অবস্থিত নিউক্লিয়ন যখন নিউট্রোন থেকে প্রোটোনে রূপান্তরিত হয় তখন একই সঙ্গে ইলেকট্র-নিউট্রিনো যুগ্ম সৃষ্টি হয়। এই দুই কণা নিউক্লিয়াস থেকে একটি নির্দিষ্ট ধ্রুবক মানের মোট শক্তি নিয়ে নির্গত হয়। তাদের অর্জিত সর্বোচ শক্তি k_m হলো উৎস কেন্দ্রক ও উৎপন্ন কেন্দ্রকের শক্তির পার্থক্য। ইলেকট্রনের শক্তির ধারাবাহিকতা বা অবিচ্ছিন্নতার কারণ হল নিউট্রিনোর সঙ্গে ইলেকট্রোনের শক্তির ভাগাভাগি। নিউট্রোন যেকোন পরিমাণ শক্তি ($\leq k_m$) ইলেকট্রোন থেকে নিতে পারে। ইলেকট্রোনের শক্তির সর্বোচ্চ সীমা হবে তখন যখন নিউট্রিনো কোন শক্তি নিতে পারবে না। নিউট্রিনো যত বেশি বেশি শক্তি গ্রহণ করবে ইলেকট্রোনের শক্তি ততই হ্রাস পাবে।

পরবর্তী সময়ে আবিষ্কৃত হয় যে β ক্ষয়কালে দুই ধরনের নিউট্রিনো উৎপন্ন হয় ঃ নিউট্রিনো (ν) এবং অ্যান্টিনিউট্রিনো বা ঋণাত্মক নিউট্রিনো ($\bar{\nu}$)। সাধারণ β ক্ষয়ের ক্ষেত্রে অ্যান্টিনিউট্রিনো নির্গত হয় ঃ

$n \rightarrow p + \beta^{-} + (\bar{\nu})$

উদাহরণ হলো ঃ ${}^{3}_{1}H \xrightarrow{\beta^{-}} {}^{B}_{2}He + \beta^{-} + \bar{\nu}$

পোজিট্রোন (β^-) ক্ষয়ের সময় অবশ্য নিউট্রিনো নির্গত হয় :

$$p \rightarrow n + \beta^- + \nu \text{ যেমন } {}^{11}_{6}C \xrightarrow{\beta^+} {}^{11}_{5}B + \beta^+ + \nu$$

10.14.6 গ্যামা বর্ণালি (γ–বর্ণালি - γ spectrum)

β বিকিরণের ফলে উৎস কেন্দ্রক যে উৎপন্ন কেন্দ্রকে (danghter mucleus) পরিণত হয় তা সাধারণত উত্তেজিত অবস্থায় থাকে। এই উত্তেজিত অবস্থার কেন্দ্রক যখন ভূমি অবস্থায় ফিরে আসে তখন তার ছেড়ে দেওয়া শক্তি γ-রশ্মি হিসেবে (ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ) নির্গত হয়। এই γ-রশ্মির শক্তি সুনির্দিষ্ট এবং তার মান নির্ভর করে উৎস কেন্দ্রক-এর অবস্থা ও উৎপন্ন কেন্দ্রকের অবস্থার উপর। এই γ-বিকিরণকে বলে বৈশিষ্ট্যসূচক γ-বিকিরণ।

এতদ্ব্যতীত নিরবচ্ছিন্ন শক্তির γ-বিকিরণ ও ঘটে। যাকে বলে নিরবচ্ছিন্ন γ বর্ণালি। এই γ বিকিরণ ঘটে যখন β বিকিরণ ত্বরণসহ গতিশীল হয়। β কণা ত্বরণ অর্জন করে যখন তা কেন্দ্রকসমূহের সন্নিকটবর্তী অবস্থায় গমন করে।

আবার যখন β নির্গমনের জন্য কেন্দ্রকের অভ্যন্তরে আধানের পুনর্বন্টন ঘটে তখনও γ বিকিরণ ঘটে। এই বিকিরণও অবিচ্ছিন্ন γ বর্ণালি সৃষ্টি করে।

10.15 কেন্দ্রক বিখণ্ডন (Nuclear Fission)

কেন্দ্রক বিখণ্ডন হলো এমন এক নিউক্লীয় প্রক্রিয়া যাতে ভারী কেন্দ্রক দুই বা ততোধিক সংখ্যায় ভেঙে যায় এবং উৎপন্ন কেন্দ্রক সমূহের ভর পরস্পরের প্রায় সমান হয় ও তারা পর্যায় সারণির মাঝামাঝি অঞ্চলে অবস্থান করে।

কেন্দ্রককে ভাঙার জন্য সাধারণত অল্প শক্তির নিউট্রোনকে (slow neutrons) কেন্দ্রক অভিমুখে নিক্ষেপ করা হয়। অবশ্য কেন্দ্রক ভেদে প্রোটন, নিউটারোন, α কণা, অথবা এমন কি γ-রশ্মি ও ইলেকট্রনকেও নিক্ষেপ কণা (Projective) হিসেবে ব্যবহার করা যায়। ব্যবহারিক ক্ষেত্রে ধীরগতির নিউট্রোনকে নিক্ষেপ কণা হিসেবে ব্যবহার করে ইউরেনিয়াম বা প্লুটোনিয়ামের বিখণ্ড ঘটানো হয়।

জার্মান ভৌত রসায়ন বিজ্ঞানী অট্-ও হাহ্ন (Otto Hahn, 1879-1968) এবং ফ্রিৎজ্ স্ট্রাসমান (Fitz Stmassmann, 1902-1980) ধীরগতির নিউট্রোনের আঘাতে ভারী কেন্দ্রকের বিখণ্ডন-জাত কেন্দ্রক সমূহের রাসায়নিক বিশ্লেষণ করে দেখান যে এইসব উৎপন্ন ন্যুক্লাইড পর্যায় সারণির মধ্যাঞ্চলে অবস্থান করে। অতঃপর 1939 খৃষ্টাব্দে অট্-ও ফ্রিশ (Otto Frisch) এবং লিসা মাইটনার (Lisa Meitner) জানান যে U-235 কে ধীরগতির নিউট্রোন দ্বারা আঘাত করলে বেরিয়াম ও ক্রিপ্টন মৌলের কেন্দ্রক উৎপন্ন হয়। সমীকরণের সাহায্যে এই ঘটনাটি নিম্নরূপ :

${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{236}_{92}U \rightarrow x + y +$ নিউট্রোন সমূহ যেখানে ${}^{1}_{0}n$ হলো ধীরগতির নিউট্রোন, x, y উৎপন্ন কেন্দ্রক এবং ${}^{236}U$ হলো অতীব ক্ষণস্থায়ী আইসোটোপ। এখানে নিউট্রোন সংখ্যা x, y-এর উপর নির্ভর করে। যেমন,

(i) ${}^{235}_{92}U + {}^{0}_{1}n \rightarrow {}^{144}_{56}B_a + {}^{89}_{36}K_r + 3{}^{1}_{0}n$ + তাপ

(ii) ${}^{235}_{92}U + {}^{0}_{1}n \rightarrow {}^{140}_{54}X_e + {}^{94}_{38}S_r + 2\,{}^{1}_{0}n$ + তাপ

উৎপন্ন কেন্দ্রক থেকে β^- ক্ষয় হয় এবং শেষপর্যন্ত স্থায়ী পরমাণু কেন্দ্রক পাওয়া যায় ঃ

$$^{140}_{54}X_e \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{55}C_s \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{56}Ba \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{57}La \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{58}Ce$$

$$^{94}_{38}S_r \xrightarrow{\beta^-} {}^{94}_{39}y \xrightarrow{\beta^-} {}^{94}_{40}Z_r$$

অতএব, $^{235}_{92}U + {}^1_0n \rightarrow {}^{140}_{58}C_e + {}^{94}_{40}Z_r + 6\beta^- + 2{}^1_0n +$ তাপ

যদিও কেন্দ্রক বিখণ্ডন কেবল ভারী মৌলের ক্ষেত্রে ঘটে থাকে তবুও কোন ভারী মৌলের সব আইসোটোপের বিখণ্ড ঘটে না। যেমন U-235-এর বিখণ্ডন হলেও U-288-এর বিখণ্ডন হয় না।

10.15.1 বিখণ্ডনে শক্তির বিমোচন (Energy Release in Fission)

প্রতিটি কেন্দ্রক বিখণ্ডনে কতটা শক্তি বিমোচিত হয় তার একটা মোটামুটি গণনা করা যেতে পারে U-235 কেন্দ্রকের বিখণ্ডন সমীকরণ থেকে। দেখা যাচ্ছে। [পূর্ব-অনুচ্ছেদের শেষ সমীকরণ দেখুন] যে U-235 এর বিখণ্ডনে একটি সিরিয়াম (Cerium) কেন্দ্রক, একটি যিরকোনিয়াম (Zirconium) কেন্দ্রক, 6টি বেটা কণা, 2টি নিউট্রোন কণা এবং তাপ নির্গত হয়, অপরদিকে থাকে একটি U-235 কেন্দ্রক ও একটি নিউট্রেনা কণা। ভরের সংরক্ষণ সূত্রানুযায়ী উভয়দিকের কণাগুলির ভর সমান হওয়ার কথা। যদি তা না হয় তবে আইনস্টাইনের ভর-শক্তি সমতার সূত্রানুসারে ভরের এই পার্থক্য যদি Δm হয়ে তবে উদ্ভূত শক্তি হবে $4mc^2$ এই তাত্ত্বিক ধারণা থেকে বিখণ্ডনের পূর্বের ও বিখণ্ডনোত্তর ভর নির্ণয় করে $4m$ পাওয়া গেলে বিমোচিত শক্তির একটা ধারণা পাওয়া যায় যা পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয়েছে।

বিখণ্ডনের পূর্বে ভর

$^{235}_{92}U$ -এর ভর	=	235.0439	amu
^1_0n -এর ভর	=	1.0087	„
বামপক্ষের মোট ভর	=	236.0526	amu

বিখণ্ডনের পর ভর—

$^{140}_{58}C_e$ - এর ভর	=	139.9054	amu
$^{94}_{40}Z_r$ -এর ভর	=	93.9035	„
2টি $_0{}^1n$-এর ভর	=	2.0173	„
6টি β^--এর ভর	=	0.0033	„
দক্ষিণ পক্ষের মোট ভর	=	235.8296	„

অতএব সমীকরণের উভয় পার্শ্বের কণাগুলির ভরের পার্থক্য = 236.0526 − 235.8296 = 0.223 amu অতএব এইভরের Q-মান = 0.223 × 931 = 208 MeV অথচ রাসায়নিক বিক্রিয়ার দ্বারা যেসব বিস্ফোরণ ঘটানো হয় সেখানে প্রতি অনুতে উৎপন্ন শক্তি কেবলমাত্র কয়েক eV অর্থাৎ, কেন্দ্রক বিখণ্ডনজাত শক্তি রাসায়নিক ভাবে উৎপন্ন শক্তি অপেক্ষা বহু লক্ষ গুণ বেশি।

10.15.2 কেন্দ্রকের শৃঙ্খল বিক্রিয়া (Nuclear Chair Reaction)

আপনারা জেনেছেন যে কেন্দ্রক বিখণ্ডনের ফলে যেমন প্রচুর শক্তির মোচন ঘটে তেমনি আবার কিছু সংখ্যক নিউট্রোনও মুক্ত হয়। এই মুক্ত নিউট্রোন দ্বারা অন্যান্য যেসব কেন্দ্রক আঘাত প্রাপ্ত হয়, তাদেরও বিখণ্ডন ঘটা সম্ভব। অতএব, যদি এরূপ বিখণ্ডন ঘটে তবে দ্বিতীয় প্রজন্মের আরো অধিক সংখ্যক নিউট্রোন মুক্ত হয় যারা তৃতীয় পর্যায়ে কেন্দ্রক বিখণ্ডন ঘটায় এবং এভাবেই চলতে থাকে। অতএব বিখণ্ডন বিক্রিয়া (fission reaction) শর্তাধীনে কোনরূপ বহির্প্রভাব ব্যতিরেকে অব্যাহত থাকতে পারে। এই বহিস্থ হস্তক্ষেপ ব্যতিরেকে বিখণ্ডন প্রক্রিয়া অব্যাহত থাকার ঘটনাকে বলে কেন্দ্রকের শৃঙ্খল বিক্রিয়া। প্রতিটি বিখণ্ডনের শক্তিমোচন ঘটে বলে শৃঙ্খল বিক্রিয়ার ফলে প্রভূত শক্তির উদ্ভব ঘটে।

ইতালিয় পদার্থ বিজ্ঞানীর এনরিকো ফোর্মি (Enrico Fermi, 1901 - 1954) 1942 খৃষ্টাব্দে চিকাগো বিশ্ববিদ্যালয়ে সর্ব প্রথম শৃঙ্খল বিক্রিয়া ঘটাতে সক্ষম হন। যে ব্যবস্থার দ্বারা শৃঙ্খল বিক্রিয়া ঘটানো সম্ভব হয় তাকে বলে পরমাণু চুল্লি (যা একটি ভূল নামকরণ) বা নিউক্লিয় চুল্লি (nuclear Reactor or pile)। [এই উদ্যোগটি ছিল দ্বিতীয় মহাযুদ্ধে ব্যবহারের জন্য উদ্ভাবিত আনবিক বোমা (এটিও একটি ভুল নাম করণ) তৈরির মহড়া।]

জানা গেলো যে নিউক্লিয় চুল্লি হলো এমন এক ব্যবস্থা যার মধ্যে শৃঙ্খল বিক্রিয়া ঘটানো যায় নিয়ন্ত্রিক উপায়ে। শৃঙ্খল বিক্রিয়াকে অব্যাহত রাখার জন্য যে প্রচলটি)(parameter) ব্যবহার করা হয় তাকে বলে পরিবর্ধনগুণক (multiplication factor) বা পুনর্জন্ম গুণক (reproduction factor) যাকে k দ্বারা সূচিত করাহয়।

নিউক্লিয় চুল্লিতে শৃঙ্খল বিক্রিয়ার জন্য যে পদার্থ ব্যবহার করা হয় তাকে বলে জ্বালানি (fnel)। ধরা যাক n সংখ্যক ধীরগতির বা তাপীয় নিউট্রোন জ্বালানির কেন্দ্রকগুলি দ্বারা শোষিত (absorbed) হয় এবং ফলতঃ প্রতিটি বিখণ্ডনে ν সংখ্যক নিউট্রোন বিমোচিত হয় এই বিমোচিত নিউট্রোনগুলির N সংখ্যক নিউট্রোন যদি পরের ধাপে বিখণ্ডনে অংশ গ্রহণ করে তবে

$$\text{পরিবর্ধন গুণক} = k = \frac{N}{n}$$

এই k-এর মানের উপর নির্ভর করে কীভাবে বিখণ্ডন বিক্রিয়া চলতে থাকবে। যদি $k = 1$ হয় একটি নির্দিষ্ট হারে অবাধে স্বতপ্রবৃত্ত শৃঙ্খল বিক্রিয়া অব্যাহত থাকে এবং শক্তি উৎপাদনের একটি নির্দিষ্ট হার বজায় থাকে। যদি $k > 1$ হয় তবে বিখণ্ডন হারে প্রতি ধারে বৃদ্ধি পায় এবং বৃদ্ধি পায় শক্তি উৎপাদনের হার। কিন্তু $k < 1$ হলে বিখণ্ডনহার ক্রমাগত হ্রাস পায় এবং একসময় শৃঙ্খল বিক্রিয়া থেমে যায়। এজন্য শক্তি উৎপাদনও হ্রাস পেতে থাকে এবং একসময় আর কোন শক্তি উৎপন্ন হয় না।

10.15.3 পরিবর্ধন গুণকের উপাদানসমূহ

পরিবর্ধন গুণক k কী কী উপাদানের উপর কীভাবে নির্ভর করে সেটা বুঝতে একটি বাস্তব নিউক্লিয় চুল্লি বিবেচনা করা যাক। ধরা যাক এই চুল্লির মূল জ্বালানি হলো ইউরেনিয়াম। প্রকৃতিজ ইউরেনিয়ামে থাকে 99.3% আইসোটোপ ^{238}U এবং 0.7% আইসোটোপ ^{235}U এই জ্বালানিতে প্রবিষ্ট থকে গতিমন্দক (Moderator) পদার্থ যা বিখণ্ডনজাত নিউট্রোন কণার গতি মন্দনের কাজ করে। এর ফলে মন্দ গতির নিউট্রোন ^{235}U এ বিখণ্ডন ঘটায়। k-এর মান জ্বালানির উপাদান

গতিমন্দকের পারস্পরিক উপস্থাপনার উপর নির্ভর করে। এই জ্বালানি ও গতিমন্দকের সমাবেশে নিউট্রোনের জীবনের ইতিবৃত্ত অনুধাবন করা যাক ঃ

(i) যদি নিউট্রোনের শক্তি ^{238}U -এর বিখণ্ডন শক্তি সীমার অধিক হয় তবে নিউট্রোনটি গতি মন্দীভূত হওয়ার পূর্বেই ^{238}U দ্বারা আত্মসাৎ হতে পারে ও কেন্দ্রকে বিখণ্ডন ঘটাতে পারে ;

(ii) যখন নিউট্রোনের গতি মন্দীভূত হতে থাকে তখন তাকে ^{238}U আত্মসাৎ করতে পারে যার ফলে বিখণ্ডনহীন বিক্রিয়া (nonfission reaction) ঘটাতে পারে। এইপ্রকার আত্মসাতের ঘটনাকে বলে বিকিরণমূলক আত্মসাৎ বিক্রিয়া ;

(iii) নিউট্রোন ^{235}U-তে শোষিত হতে পারে এবং তাতে কোন বিখণ্ডন বিক্রিয়া নাও হতে পারে ;

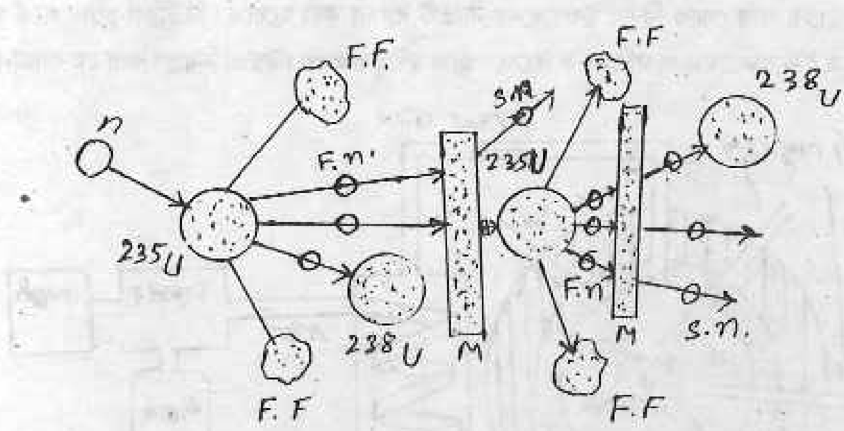
(iv) তাপীয় শক্তির নিউট্রোনকে ^{235}U আত্মসাৎ করলে বিখণ্ডন ঘটতে পারে ;

(v) জ্বালানি গতিমন্দক সমাবেশের অন্যান্য পদার্থে নিউট্রোন শোষিত হতে পারে ;

(vi) সমাবেশ থেকে নিউট্রোন মুক্ত হয়ে যেতে পারে।

প্রক্রিয়া (i) থেকে সামান্য সংখ্যক নিউট্রোন নতুন করে উৎপন্ন হতে পারে। কিন্তু অন্যান্য প্রক্রিয়ার মধ্যে কেবলমাত্র প্রক্রিয়া (iv)-এ নতুন নিউট্রোন উৎপন্ন হয়। অন্যান্য প্রক্রিয়াগুলি শৃঙ্খল বিক্রিয়া ঘটাতে কোন নিউট্রোন উৎপাদন করে না।

শৃঙ্খলবিক্রিয়ার প্রক্রিয়াটি চিত্র 10.25-এর সাহায্যে বোঝা যেতে পারে।



চিত্র 10.25 : বিখণ্ডন শৃঙ্খল বিক্রিয়া

যদি বিখণ্ডন বিক্রিয়ার সমাবেশ ব্যবস্থাটি (reactor) সীমিত আকারের হয় তবে প্রক্রিয়া (vi) সম্ভব। অপর পক্ষে বিশাল আকারের সমাবেশে নিউট্রোন মুক্তি পায় না। তখন পরিবর্ধন গুণককে বলে অসীম পরিবর্ধন গুণক k_∞ ।

10.15.4 নিউক্লিয় চুল্লি (Nuclear Reactor)

ইতিমধ্যে আপনারা জেনেছেন যে নিউক্লিয় চুল্লি এমন এক ব্যবস্থা যার মধ্যে ভারী মৌলের কেন্দ্রকে নিউট্রোন দ্বারা আঘাত করে স্বপোষিত শৃঙ্খল বিক্রিয়া (self sustained Chain reaction) নিয়ন্ত্রিত ভাবে অব্যাহত রাখা যায় চিকাগো

(Chicago) শহরের বিশ্ববিদ্যালয়ে ইতালিয় পদার্থ বিজ্ঞানী এন্‌রিকো ফের্মি এই নিউক্লিয় চুল্লি সফলভাবে নির্মাণ করেন। ইতিপূর্বেই একথা আপনারা জেনেছেন। এই নির্মাণের মূল সমস্যাগুলি ছিল এরূপ : (ক) নিউক্লিয় বিখণ্ডন বিক্রিয়া সৃষ্টি করা, (খ) এই বিক্রিয়াকে নিয়ন্ত্রণ করা এবং (গ) উদ্ভূত শক্তি সংগ্রহ করা। নিউক্লিয় চুল্লির মূল উপাদানগুলি হল ঃ

(i) জ্বালানি— এমন পদার্থ যার বিখণ্ডন হয় এবং যা অতিরিক্ত বিখণ্ডন নিউট্রোন উৎপন্ন করে।

(ii) গতিমন্দক— দ্রুতগতির নিউট্রোনের গতিকে মন্দীভূত করার জন্য ব্যবহৃত পদার্থ।

(iii) শীতলীকরণ ব্যবস্থা।

(iv) নিউট্রোন প্রতিফলক।

(v) সুরক্ষা ও নিয়ন্ত্রণ ব্যবস্থা।

জ্বালানি হিসেবে ব্যবহৃত মৌল পদার্থ হলো ঃ ^{233}U, ^{235}U, ^{238}U, ^{232}Th (Thorium 232), এবং প্লুটোনিয়াম আইসোটোপ সমূহ ঃ ^{239}Pu, ^{240}Pn, এবং ^{241}Pu.

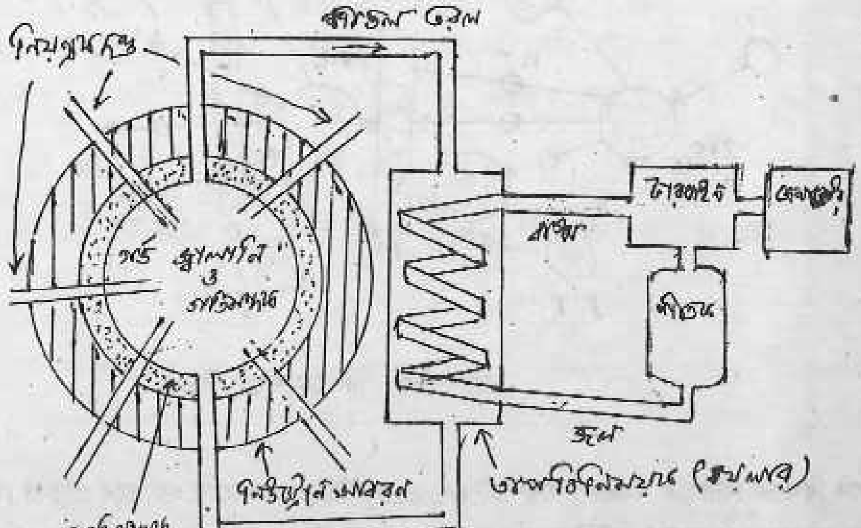
গতিমন্দক হিসেবে ব্যবহৃত হয় গ্রাফাইট, ভারি জল, ধাতুর হাইড্রাইড, বেরিলিয়াম অক্সাইড এবং জৈব তরল।

প্রতিফলক দ্বারা চুল্লির জ্বালানি ও গতিমন্দক ব্যবস্থার ধারক পাত্রকে ঘিরে রাখা হয় যাতে নিউট্রোন বেরিয়ে যেতে না পারে।

শীতলীকরণ ব্যবস্থা দ্বারা চুল্লির উষ্ণতা নিয়ন্ত্রণ করা হয়। সুরক্ষা ও নিয়ন্ত্রণ ব্যবস্থ দ্বারা বিপজ্জনক গ্যামা বিকিরণ থেকে পরিবেশকে রক্ষা করা হয়।

10.15.5 নিউক্লিয় শক্তি ভিত্তিক বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্র (Nuclear Power Plant)

চিত্র 10.26-এ নিউক্লিয় শক্তি থেকে বিদ্যুৎ উৎপাদনের নীতিটি ব্যাখ্যা করা হয়েছে। নিউক্লিয় চুল্লির গর্ভে জ্বালানি হিসেবে থাকে ^{235}U সমৃদ্ধ ইউরেনিয়াম এবং গতিমন্দক হিসেবে জলে দ্রবীভূত লবণ। উষ্ণতা নিয়ন্ত্রণ করা হয় ক্যাডমিয়ামের



চিত্র 10.26 : বিদ্যুৎ উৎপাদক নিউক্লিয় চুল্লি

নিয়ন্ত্রক দণ্ড দ্বারা। বিখণ্ডন হার ও তৎসহ উষ্ণতা হ্রাস করার জন্য বা বৃদ্ধি করার জন্য এই দণ্ড জ্বালানি গর্ভে অধিকতর প্রবিষ্ট করা হয় বা বাইরে দিকে অল্প বিস্তর টেনে আনা হয়।

চুল্লিতে বিপজ্জনক বিকিরণ থাকায় সোজাসুজি জলকে বাষ্পে পরিণত করে টারবাইনে পাঠানো হয় না। পরিবর্তে একটি তরলকে (Coolant) নিউট্রোন আবরণে মোড়া গর্ভ জ্বালানি ও তাপ বিনিময়কের মধ্য দিয়ে আবর্তিত করা হয়। তাপ বিনিময়কের মধ্য দিয়ে গমনকারী উপ্তপ্ত তরল জলকে বাষ্পীভূত করে যা টারবাইন চালাবার জন্য প্রেরিত হয়। টারবাইন যুক্ত থাকে জেনেরেটরের সঙ্গে, ফলে বিদ্যুৎ উৎপাদিত হয়।

10.15.6 বিখণ্ডন বোমা-পারমাণবিক বোমা ((Fission Bomb : A bomb)

ভারী মৌলের কেন্দ্রকের বিখণ্ডনকে কাজে লাগিয়ে বিস্ফোরন ঘটানো সম্ভব। একে বলে বিখণ্ডন বোমা (fission bomb)। এই বোমার উপাদান হলো ইউরেনিয়াম বা প্লুটোনিয়াম। এজন্য একে ইউরেনিয়াম বা প্লুটোনিয়াম বোমাও বলে। এই বিস্ফোরণের কারণ হলো অনিয়ন্ত্রিত শৃঙ্খল বিক্রিয়া। বোমাটিকে যতটা সম্ভব অতিক্রান্তিক (sukercritical) আকারের করা হয় যেন শৃঙ্খল বিক্রিয়া স্বল্পতম সময়ে সর্বোচ্চ হারে সংঘটিত হয় এবং শক্তি বিযুক্ত হয়। আকস্মিকভাবে বিপুল শক্তির বিমোচনের ফলে বিস্ফোরণ ঘটে। নিউক্লিয় চুল্লি এবং বিখণ্ডন বোমার একটি ক্রান্তিক আকার থাকে। কিন্তু বিস্ফোরণ ঘটার পূর্বে বিখণ্ডন বা নিউক্লিয় বোমাকে অংশত ক্রান্তিক আকারের কয়েকটি অংশে ভাগ করা থাকে। বিস্ফোরণ ঘটানোর পূর্বে এই অংশগুলি সংযোজিত হয়ে ক্রান্তিক আকার ধারণ করে। যদি শুরু থেকে এই বোমার আকার ক্রান্তিক হয় তবে মহমোগতিক বিকিরণের দ্বারা যেকোন সময় বিস্ফোরণ ঘটে যেতে পারে। এইজন্যই আংশিক ক্রান্তিক অবস্থায় রাখার ব্যবস্থা করা হয়।

নিউক্লিয় বোমা বিস্ফোরণের ফলে যা ধ্বংসাত্মক ঘটনা ঘটে সেগুলি হল—

(i) প্রবল তাপ সৃষ্টি হয় এবং উষ্ণতা 5×10^7k পর্যন্ত উঠে যায়। এই তাপ আলোর বেগে তাপ তরঙ্গ রূপে প্রবাহিত হয়।

(ii) বিস্ফোরণে চাপের আকস্মিক পরিবর্তনে যান্ত্রিক অভিঘাতে তরঙ্গ সৃষ্টি হয়, এবং

(iii) বিখণ্ডন জাত বস্তু থেকে তেজস্ক্রিয় বিকিরণ ঘটে। এই সমস্ত ঘটনাই জীবন ও সম্পত্তির ধ্বংস সাধন করে।

10.16 কেন্দ্রক সংযোগ : তাপীয় কেন্দ্রকীয় বিক্রিয়া (Nuclear Fusion < Thermomklear Reaction)

আপনারা জেনেছেন যে কেন্দ্রক বিখণ্ডন বা বিভাজনের দ্বারা বিপুল শক্তি পাওয়া যায়। যাকে ইতিমধ্যেই বর্তমান মানব সভ্যতা ধ্বংসাত্মক ও সৃষ্টিমূলক কাজে প্রয়োগ করার দক্ষতা অর্জন করেছে। কিন্তু কেবলমাত্র কেন্দ্রক বিভাজনেই শক্তির মুক্তি ঘটে না, কেন্দ্রক সংযোজনেও শক্তি পাওয়া যায়। দুই বা ততোধিক কেন্দ্রকের সংযোজন ঘটানোকেই বলে কেন্দ্রক সংযোজন (fusion of nucler) বা কেবলমাত্র সংযোজন (fusion)। এই সংযোজনও এক প্রকার নিউক্লিয় বিক্রিয়া (nuclear reaction) তাই একে বলে সংযোজন বিক্রিয়া (fuion reaction) দুই বা অধিক সংখ্যক হালকা ভরের কেন্দ্রকগুলিকে পরস্পরের সঙ্গে গলিয়ে মিশিয়ে দিয়ে (fuse together) অপেক্ষাকৃত ভারি কেন্দ্রক গঠন করাই হলো সংযোজন বিক্রিয়া। প্রশ্ন হলো এই বিক্রিয়ায় শক্তির উদ্ভব হয় কেন ? এর উত্তর পেতে আমাদের জানতে হবে কীভাবে কেন্দ্রক কণা দ্বারা কেন্দ্রক গঠিত হয়। এই বিষয়টি বুঝবার জন্য কয়েকটি সংজ্ঞার সঙ্গে পরিচয় দরকার ঃ

বন্ধন শক্তি (Binding Energy) কোন কেন্দ্রকের কেন্দ্রককণাগুলিকে (n এবং p) পরস্পর থেকে সম্পূর্ণরূপে বিচ্ছিন্ন করতে যে সর্বনিম্ন শক্তি কেন্দ্রক-এ সরবরাহ করার প্রয়োজন হয় তাকে বলে কেন্দ্রকের বন্ধন শক্তি।

আবার একটি নিউট্রোন (n) বা একটি প্রোটোন (p) কে কেন্দ্রক থেকে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন করতে যে শক্তি ব্যয় করার দরকার তাকে বলে নিউট্রোন বা প্রোটোনের বন্ধন শক্তি।

বিপরীতক্রমে মুক্ত অবস্থা থেকে কিছু সংখ্যক নিউট্রোন ও প্রোটোনকে কেন্দ্রকে সংগঠিত করলে যে শক্তির উদ্ভব হয় তা হবে কেন্দ্রক-এর বন্ধন শক্তির সমান।

দেখা যায়, কেন্দ্রকের মোট ভর $M(A, Z)$ এবং কেন্দ্রক কণা সমূহের মোট ভর $ZM_H + NM_n$ (যেখানে Z = কেন্দ্রকের প্রোটোন সংখ্যা এবং N হল নিউট্রোন সংখ্যা M_4 = একটি প্রোটোনের ভর ও M_n = একটি নিউট্রোনের ভর) সমান হয় না। ভরের এই পার্থক্য

$$\Delta M = ZM_H + NM_n - M(A, Z)$$

হল কেন্দ্রক এর (বা ন্যুক্লাইডের ভরক্ষয় (Mass defect)। এই ভর যেন কেন্দ্রক থেকে হারিয়ে যায়। কিন্তু যখন কেন্দ্রক থেকে n ও p মুক্ত হয় তখন তাদের ক্ষয়ে যাওয়া ভর আবার ফিরে পায়। এই ভর ফিরিয়ে দিতে সমতুল্য শক্তি তাই কেন্দ্রক-এ সরবরাহ করতে হয়, যাকে বলে কেন্দ্রকের বন্ধন শক্তি। অতএব, আইনস্টাইনের ভরশক্তি সমীকরণ থেকে কেন্দ্রকের বন্ধন শক্তি হবে

$$E_B = \Delta MC^2 = \{ZM_H + NM_n - M(A, Z)\}C^2$$

ভরণ ও ভগ্নাংশ (Packing Fraction)— কোন মৌলের ন্যুক্লাইডের ভরক্ষয় ও তার ভর সংখ্যার অনুপাতকে বলে ভর ভগ্নাংশ বা ভরণ গুণাংক। (আপনাদের নিশ্চয়ই মনে আছে ন্যুক্লাইড হল কোন মৌলের বিশেষ আইসোটোপের কেন্দ্রক।) অথবা, প্রতি একক ভর সংখ্যায় ন্যুক্লাইডের ভর ক্ষয়ের পরিমাণকে বলে ভরণ ভগ্নাংশ।

ভর সংখ্যা সাপেক্ষে কোন ন্যুক্লাইডের ভরক্ষয়

$$\Delta M = M(A, Z) - A$$

অতএব ভরণ ভগ্নাংশ

$$f = \frac{\Delta M}{A} = \frac{M(A,Z)}{A} - 1$$

বা, $M(A, Z) = A(1 + f)$

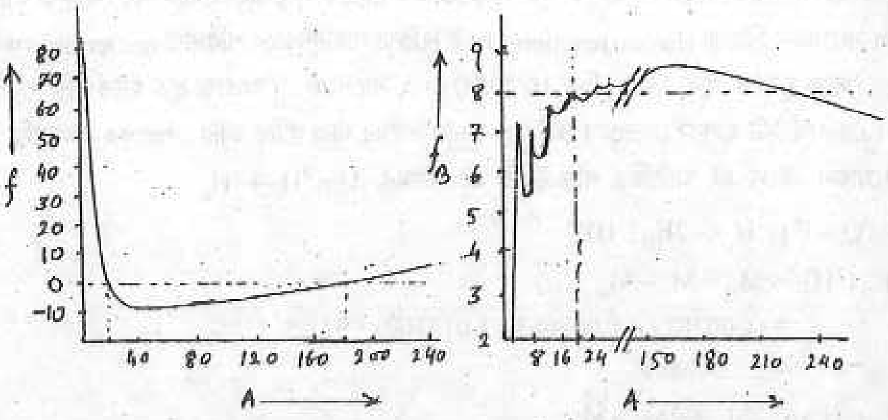
বন্ধন ভগ্নাংশ (Binding Fraction)— প্রতি কেন্দ্রককণার বন্ধনশক্তিকে বলে বন্ধন ভগ্নাংশ f_B

$$\therefore f_B = \frac{E_B}{A} = \frac{ZM_H + NM_n - M(A,Z)}{A}$$

যেখানে ভরকে শক্তি এককে প্রকাশ করা হয়েছে।

এই সংজ্ঞাগুলি থেকে দুটি পরীক্ষামূলক লেখ পাওয়া যায় : (i) ভরণ ভগ্নাংশ লেখ এবং (ii) বন্ধন ভগ্নাংশ লেখ (চিত্র

10.27(ক) ও (খ))। চিত্র 10.27(ক) থেকে দেখা যাচ্ছে ভরণ ভগ্নাংশ ঋণাত্মক হয় A=20 থেকে A=180 ভরসংখ্যার



চিত্র 10.27 : (ক) ভরণ ভগ্নাংশ লেখ এবং (খ) বন্ধন ভগ্নাংশ লেখ।

মৌলের ক্ষেত্রে। A~60-এর নিকটে f সর্বনিম্ন। এবং A<20 ও A>180 হলে f ধনাত্মক। ভরসংখ্যা A-এর সঙ্গে ভরণ ভগ্নাংশের এই সুসম্বন্ধ সম্পর্কের ব্যাখ্যা পাওয়া যায় বন্ধন শক্তি ও বন্ধন ভগ্নাংশের বিশ্লেষণ থেকে।

বন্ধন ভগ্নাংশ f_B বিভিন্ন কেন্দ্রকের বা ন্যুক্লাইডের বন্ধন শক্তির আপেক্ষিক দৃঢ়তা (Strength) প্রকাশ করে। যেমন $f_B(^2H) = 1.112$, $f_B(^4H_C) = 7.075$ এবং $f_B(^{16}O) = 7.98$ MeV । প্রতি কেন্দ্রক কণা। অতএব নিউট্রোনে ^2H এর বন্ধনের দৃঢ়তা $\alpha(=^4H_C)$ বা ^{16}O কেন্দ্রকের বন্ধন দৃঢ়তার তুলনায় অনেক কম। চিত্র 10.27(খ)-এ A সাপেক্ষে f_B এর পরিবর্তনের লেখ প্রদর্শিত হয়েছে। এই লেখ থেকে যা জানা যাচ্ছে সেগুলি এরূপ ঃ

(i) হালকা কেন্দ্রকের f_B খুবই কম এবং A বৃদ্ধির সঙ্গে f_B দ্রুতহারে বৃদ্ধি পায় এবং A~20 এর নিকটে f_B~ 8MeV/A হয়। এরপর A-এর সঙ্গে f_B খুব ধীরে বৃদ্ধি পেয়ে A~ 56-এ সর্বোচ্চ 8.7 Mev/A হয় এবং তারপর ধীরে ধীরে হ্রাস পেতে থাকে।

(ii) $20<A<180$ অঞ্চলে f_B কার্যত ধ্রুবক এবং f_B এর গড়মান ধরা যেতে পারে 8.5 MeV/A.

(iii) খুব ভারি কেন্দ্রকের ক্ষেত্রে $(A>180)$ f_B সমহারে হ্রাস পায় যত A বৃদ্ধি পায়। সবচাইতে ভারি কেন্দ্রকের f_B = 7.5 Me/A

(iv) খুব হালকা কেন্দ্রকের ক্ষেত্রে A-র পরিবর্তনের সঙ্গে f_B-এর পরিবর্তন খুবই অস্থির এবং অনেক শীর্ষ দেখা যায়। যুগ্ম-যুগ্ম (even-even) কেন্দ্রকের ক্ষেত্রে শীর্ষ দেখা যায় যখন A=4n (n=1, 2, ...) অর্থাৎ 4He, 8Be, 12c, 16_o, ...ইত্যাদির ক্ষেত্রে কম দৃষ্টিগ্রাহ্য শীর্ষ দেখা যায় যখন Z বা N=20, 28, 50, 82 এবং 126 হয়। এই সংখ্যাগুলিকে বলে যাদু সংখ্যা (Magic Numbers)।

A-এ যেসব মানে শীর্ষ দেখা যায় সেইসব কেন্দ্রকের স্থায়িত্ব প্রতি বেশী কেন্দ্রক থেকে তুলনামূলক ভাবে বেশি। ভরণ ভগ্নাংশ ও বন্ধন ভগ্নাংশের লেখদ্বয় পরস্পরের পরিপূরক।

10.16.1 কেন্দ্রক সংযোজনে শক্তির উদ্ভব :

ইতিমধ্যে আপনারা জেনেছেন যে হালকা দুই বা ততোধিক কেন্দ্রক সংযোজিত হয়ে অপেক্ষাকৃত ভারি কেন্দ্রক গঠন করাকে বলে সংযোজন বিক্রিয়া (fusion reaction) । এই বিক্রিয়া সাধারণভাবে শক্তিদায়ী (esoergic) । এই সিদ্ধান্ত বন্ধন ভগ্নাংশ লেখ থেকে বুঝতে পারা যায়। [চিত্র 10.27(খ)] । A সাপেক্ষে f_B অত্যন্ত দ্রুত হারে বৃদ্ধি পায় যখন কেন্দ্রক হালকা হয়। এর অর্থ, দুটি হালকা কেন্দ্রকের মোট বন্ধন শক্তি তাদের দ্বারা গঠিত ভারি কেন্দ্রকের বন্ধনশক্তি অপেক্ষা বেশি। অতএব সংযোজন ঘটলে এই অতিরিক্ত শক্তি উদ্ভূত হয়। যেমন $^2H + {}^2H \rightarrow {}^4H_e$

অতএব, $Q = E_B({}^4H_e) - 2E_B({}^2H)$

এখন $E_B({}^2H) = M_H + M_n - M_\alpha$

$= (1.007825 + 1.008665 - 1.014102) \times 931.5$

$= 2.224 \text{ MeV}$

এবং $E_B({}^4H_e) = 2M_H + 2M_n - M_\alpha$

$= (2 \times 1.007825 + 2 \times 1.008665 - 4.002603) \times 931.5$

$= 28.3 \text{ MeV}$

অতএব, $Q = 28.3 - 2 \times 2.224 = 23.84 \text{ MeV}$

অর্থাৎ, প্রতি কেন্দ্রক কণা পিছু শক্তির উদ্ভব = $\dfrac{23.84}{4} = 5.96\text{MeV}$ যা বিখণ্ডন বিক্রিয়া জাত শক্তি থেকে বহুগুণ বেশি। কিন্তু বাস্তবে এই সংযোজন বিক্রিয়া ঘটে না। কারণ, এই বিক্রিয়ায় যে বিপুল শক্তির উদ্ভব ঘটে তাতে ^4H_e কেন্দ্রক গঠিত হতে না হতেই প্রোটোন ও নিউট্রোন বিকিরণ ঘটিয়ে নবগঠিত ^4H_e কেন্দ্রক ভেঙে যায়। এই ভাঙন বিক্রিয়া এরূপ :

$^2H + {}^2H + {}^4H_e{}^* \rightarrow {}^3H + {}^1p$

$^2H + {}^2H \rightarrow {}^4H_e{}^* \rightarrow {}^3H_e + {}^1n$

10.16.2 সংযোজন বিক্রিয়া কিভাবে ঘটে

সংযোজন বিক্রিয়া সংঘটিত হওয়ার প্রথম শর্ত অবশ্য এই যে আঘাতকারী কেন্দ্রক (সাধারণভাবে ^2H অর্থাৎ ডিউটেরোম) যথেষ্ট উচ্চ শক্তির হবে যাতে স্থির তড়িৎ বিকর্ষণ অতিক্রম করে তা অভিলক্ষ্য কেন্দ্রকের অভ্যন্তরে প্রবেশ করতে পারে। কীভাবে আপতিত কেন্দ্রককে অভীষ্ট উচ্চশক্তি দান করা যেতে পারে যাতে কেন্দ্রকটি অভিলক্ষ্য (terget) কেন্দ্রকের বিভব প্রাচীর ভেদ করে অভ্যন্তরে প্রবেশ করতে পারে এবং সংযোজন বিক্রিয়া ঘটাতে পারে, সে আলোচনা করা যাক।

হাইড্রোজেন বা ড্যাটিরিয়ান গ্যাসকে উচ্চ উষ্ণতায় নিয়ে গেলে গ্যাস অনুগুলির গড় শক্তি উষ্ণতার সাথে সমহারে বৃদ্ধি পেতে থাকে। কিন্তু খুব উচ্চ উষ্ণতায় প্রথমে অনু থেকে পরমাণুগুলি বিচ্ছিন্ন হয়ে স্বাধীন ভাবে চলাফেরা করে। 10^4 কেলভিন বা উচ্চতর উষ্ণতায় পরমাণুর কক্ষপথ ইলেকট্রনগুলি পরমাণু থেকে বিচ্ছিন্ন হতে শুরু করে এবং গ্যাস আয়নিত হতে থাকে। আরো উচ্চতর উষ্ণতায় গ্যাসের আয়নিত হওয়া সম্পূর্ণ হয় এবং ধনাত্মক আয়ন ও ঋণাত্মক ইলেকট্রনো পরস্পর নিরপেক্ষ ভাবে গতিশীল হয়। পদার্থের নিরপেক্ষ ভাবে গতিশীল হয়। পদার্থের এই অবস্থাকে বলে প্লাজমা

অবস্থা যাকে বলে পদার্থের চতুর্থ অবস্থা। প্লাজমা নিস্তড়িৎ এবং এই জন্য বৈদ্যুতিক বা চৌমক ক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে প্লাজমার উপর কেবল মহাকর্ষ বল সক্রিয় হয়।

এরপর প্লাজমার উষ্ণতা আরো বৃদ্ধি করলে পরমাণুর সমস্ত ইলেকট্রোন মুক্ত হয় এবং ধনাত্মক আয়ন কেবলমাত্র কেন্দ্রককে পরিণত হয়। যদি উষ্ণতা 10^7k বা উচ্চতর উষ্ণতা হয় তবে এই কেন্দ্রকগুলির শক্তি হয় গড়ে keV মাত্রার বা আরো বেশি। প্লাজমা কণার শক্তি বন্টন ম্যাক্সওয়েল বন্টন মেনে চলে। তাই প্লাজমায় এমন অনেক কণা থাকবে যাদের শক্তি গড় শক্তি kT অপেক্ষা বেশি হবে। আরো উচ্চতর উষ্ণতায় এই অতি শক্তির কণার সংখ্যা বৃদ্ধি পায় এবং পরস্পরের মধ্যে কুলম বিকর্ষণ অতিক্রম করার সম্ভাব্যতা পরিমিত মান অর্জন করে। অর্থাৎ এই অবস্থায় কেন্দ্রকগুলির বিভব প্রাচীর অতিক্রম করে সংযোজন বিক্রিয়া ঘটে। একেই বলে তাপীয় কেন্দ্রক বিক্রিয়া (Thermo-nuclear reaction)। উপরে বর্ণিত প্রক্রিয়ায় সংযোজন বিক্রিয়া ঘটে নক্ষত্রে।

গবেষণাগারে আধানযুক্ত কণিকাজের কণাত্বরণ যন্ত্রের (Parficle accelerator) সাহায্যে অতি উচ্চ শক্তির প্রাস-এ (Projectile) পরিণত করে। সংযোজন বিক্রিয়া ঘটানো হয়ে থাকে।

10.16.3 নক্ষত্রের শক্তি-উৎস (Energy source of Stars)

আমাদের নিকটতম নক্ষত্র হল সূর্য যা একটি মাঝারি আকারের নক্ষত্র। প্রতি সেকেন্ডে সূর্য থেকে 4×10^{26}J শক্তি নির্গত হয় এবং এই হারে সূর্য থেকে শক্তি নির্গত হয়ে চলেছে 4×10^9 বৎসর। কোথা থেকে সূর্য এই বিপুল শক্তি পায় ? কেবল সূর্য নয় অন্যান্য নক্ষত্র সম্পর্কেও এই প্রশ্নের উত্তর খুঁজেছেন বিজ্ঞানীরা বহুদিন ধরে। নিউক্লিয় সংযোজন বিক্রিয়া তথা তাপীয় কেন্দ্রক বিক্রিয়া আবিষ্কারের পূর্বে এই প্রশ্নের সদুত্তর মেলেনি।

বর্তমানে জানা গেছে সূর্য দেহ প্রধানত গঠিত হাইড্রোজেন ও হিলিয়াম দিয়ে এবং He (90%) ও H আছে সমানানুপাতে। এ থেকে এই অনুমান সহজেই উঠে আসে যে H-এর সংযোজন বিক্রিয়াই He এবং বিপুল পরিমাণ শক্তির উৎস। এই সম্পর্কে প্রথম দৃষ্টি আকর্ষণ করেন অ্যাটকিন্‌সন্ ও হাউটারম্যান্স্। তাঁদের বক্তব্য ছিল, কোন হালকা কেন্দ্রক কর্তৃক যদি পরপর চারটি প্রোটোন কণা আত্মসাৎ করানো যায় তা হলে যে হারে শক্তি উৎপাদিত হবে তাকে সূর্যের শক্তির উৎস হিসেবে বিবেচনা করা যেতে পারে।

চারটি হাইড্রোজেন কেন্দ্রক অর্থাৎ প্রোটোনের সংযোজন দ্বারা He উৎপাদনের উপায় সম্পর্কে দুটি তাপীয় কেন্দ্রক বিক্রিয়া চক্রের (Thermonucler reaction cycles) প্রস্তাব হল প্রোটোন-প্রোটোন চক্র (proton-proton cycler) এবং কার্বন চক্র (carbon cycle) যা ছিল বেথে কর্তৃক প্রস্তাবিত। বর্তমানে যা তথ্যাদি পাওয়া যায় তা থেকে বলা হয় যে কার্বন চক্রই হলো নক্ষত্রদের প্রধান অংশের শক্তির উৎস। অবশ্য কম ভরের নক্ষত্রের ক্ষেত্রে প্রোটোন প্রোটোন চক্রই শক্তি সরবরাহ করে।

10.16.4 হাইড্রোজেন বোমা (H-bomb)

হাইড্রোজেন বোমা বলতে বোঝায় অনিয়ন্ত্রিত কেন্দ্রক সংযোজন বিক্রিয়া যেখানে বিপুল শক্তির উদ্ভব ঘটে অতি ক্ষুদ্র সময়াবকাশে। কিন্তু আপনারা জেনেছেন যে সংযোজন বিক্রিয়া ঘটাতে হলে প্রোটোন বা হাইড্রোজেন গ্যাসকে অতি উচ্চ উষ্ণতায় নিয়ে যাওয়া আবশ্যক। এই অতি উচ্চ উষ্ণতা ($\sim10^{70}$C) সৃষ্টি করা নিউক্লিয় বোমা আবিষ্কারের পূর্বে সম্ভব হয়নি।

পরীক্ষামূলকভাবে নিউক্লিয় (বা তথাকথিক আনবিক বা পারমাণবিক) বোমা বিস্ফোরণ ঘটানো হয় 1945 খৃস্টাব্দে মেক্সিকোর অ্যালামাগদ্রো নামক স্থানে। তখনই জানা গেল সূর্যের অভ্যন্তরের উষ্ণতা সৃষ্টি করা সম্ভব হয়েছে এই বিস্ফোরণে। অতএব, বিজ্ঞানীরা বুঝতে পারলেন কেন্দ্রক বিখণ্ডন বিক্রিয়াকে কাজে লাগিয়ে প্রোটোন প্রোটন সংযোগ বিক্রিয়ায় উপযোগী উষ্ণতা সৃষ্টি করা যাবে। অনিয়ন্ত্রিত এই সংযোজন বিক্রিয়াই হবে হাইড্রোজেন বোমা।

হাইড্রোজেন বোমার কেন্দ্রে থাকে একটি বিখণ্ডন বোমা (তথাকথিত আনবিক বোমা) অর্থাৎ ^{235}U বা $^{239}P_n$, এই উপাদান ঘিরে থাকে ট্রিটিয়াম ও ড্যুটিরিয়াম। অভ্যন্তরস্থ আনবিক বোমা H বোমার প্রজ্জালক ফিউজ (igniting fuse) হিসেবে কাজ করে যার ফলে প্রয়োজনীয় উষ্ণতা ($10^7 \sim 10^{8}\,^0C$) পাওয়া যায় এবং অতঃপর সংযোজন প্রক্রিয়া শুরু হয়। এই বিক্রিয়া জাত শক্তি এত বিপুল ছিল যে প্রশান্ত মহাসাগরের যে দ্বীপে পরীক্ষামূলক ভাবে H বোমা বিস্ফোরণ ঘটানো হয় 1952 সালে, সেই দ্বীপটি বাষ্পীভূত হয়ে যায়।

10.17 অনুশীলনী

উদাহরণ 1. বামার শ্রেণির H_α রেখার বর্ণালির শক্তি নির্ণয় করুন। প্রদত্ত আছে $h = 6.63 \times 10^{-34}$Js, $R = 1.09677 \times 10^7\,m^{-1}$ এবং $C = 3 \times 10^8\,ms^{-1}$

সমাধান ঃ কোন বর্ণালির কম্পাংক হল

$$\nu = CR\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

অতএব ঐ বর্ণালি রেখার শক্তি $h\nu = ChR\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$

বামার শ্রেণি পাওয়া যায় যখন $n = 2, m = 3, 4.........$ এবং H_α রেখার জন্য $m = 3$.

$$\therefore\ h\nu(H_\alpha) = ChR\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$= 3 \times 10^8 \times 6.63 \times 10^{-34} \times 1.09677 \times 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)$$

$$= 21.815 \times 10^{-19} \times \frac{5}{36} J$$

$$= 3.03 \times 10^{-19} J$$

উদাহরণ 2. হাইড্রোজেন পরমাণুর স্থায়ী চতুর্থ কক্ষপথ থেকে কোন্ কোন্ সংক্রমণের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বিকিরণ নির্গত হবে ? তাদের মান নির্ণয় করুন। $R = 1.097 \times 10^7\,m^{-1}$।

সমাধান ঃ সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অর্থ সর্বনিম্ন শক্তি এবং সর্বনিম্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অর্থ সর্বোচ্চ শক্তি।

সর্বোচ্চ শক্তির বিকিরণ নির্গত হবে যখন $n = 4$ থেকে $n = 1$ সংক্রমণ হবে।

$$\therefore\ \frac{1}{\lambda_{min}} = R.\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 1.097 \times 10^7 \times \frac{15}{16}$$

বা, $\lambda_{min} = \frac{16}{15 \times 1.097 \times 10^7}$ m

$= 0.972 \times 10^{-7}$ m

$= 972 A^o$

পক্ষান্তরে, সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের বিকিরণ নির্গত হবে $n = 4$ থেকে $n = 3$ সংক্রমণ হলে।

$$\therefore \frac{1}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

বা, $\therefore \frac{1}{\lambda_{max}} = 1.097 \times 10^7 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right)$

বা, $\lambda_{max} = \frac{144}{7 \times 1.097 \times 10^7}$ m

$= 18.752 \times 10^{-7}$ m

$= 18752 A^0$

উদাহরণ 3 : হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রোনের প্রথম স্থায়ী কক্ষপথের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

$\in_o = 8.85418 \times 10^{-12}$ Fm^{-1}, me $= 9.1091 \times 10^{-31}$

kg এবং h $= 6.62559 \times 10^{-34}$ Js e $= 1.6021 \times 10^{-19}$C

n তম কক্ষ পথের ব্যাসার্ধ

$$r_n = \frac{\in_n n^2 h^2}{\pi Z m_e e^2}$$

এখানে $n = 1, Z = 1$, অতএব

$$r_1 = \frac{8.85418 \times 10^{-12} \times 1^2 \times (6.62559 \times 10^{-34})^2}{\frac{22}{7} \times 1 \times 9.1091 \times 10^{-31} \times (1.6021 \times 10^{-19})^2}$$

$$= \frac{7 \times 8.85418 \times (6.62559)^2}{22 \times 9.1091 \times (1.6021)^2} \times 10^{11} \text{m}$$

$= 5.2895 \times 10^{-11}$ m

উদাহরণ 4. হাইড্রোজেন গ্যাস শীতল অবস্থায় 148nm তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের একটি আলোক কণা (photon) শোষণ করে এবং ধাপে ধাপে দুটি তরঙ্গ বিকিরিত করে। যদি একটি তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হয় 190nm তবে অন্য তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ ফোটন শক্তি $E = h\nu$

ধরা যাক $E_1 = h\nu_1$ এবং $E_2 h\nu_2$ হল বিকিরিত ফোটন শক্তি এবং $E = h\nu$ হল শোষিত ফোটন শক্তি। অন্য কোন ভাবে শক্তির অপচয় না হলে

$$E = E_1 + E_2$$

বা $\quad h\nu = h\nu_1 + h\nu_2$

বা, $\quad \nu = \nu_1 + \nu_2$

কিন্তু বিকিরিত তরঙ্গ বেগ $C = \nu\lambda = \nu_1\lambda_1 = \nu_2\lambda_2$

$$\therefore \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$$

$$\therefore \frac{1}{148} = \frac{1}{190} + \frac{1}{\lambda_2}$$

বা, $\frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{148} - \frac{1}{190} = \frac{42}{148 \times 190} = \frac{1}{\frac{148}{4_2} \times 190}$

$$= \frac{1}{3.52 \times 190}$$

$$\therefore \lambda_2 = 3.52 \times 190 \text{ nm}$$

$$= 669.5 \text{ nm}$$

উদাহরণ 5. হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রনের প্রথম কক্ষে অবস্থানকালে বেগ নির্ণয় করুন, কক্ষের ব্যাসার্ধ ও রিডবার্গ ধ্রুবক নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ nতম কক্ষপথে ইলেকট্রনের বেগ

$$v_n = \frac{Ze^2}{2 \epsilon_0 nh}$$

এখানে $Z = 1, n = 1$

$$\therefore v_1 = \frac{e^2}{2 \epsilon_0 h} = \frac{\left(1.602 \times 10^{-19}\right)^2}{2 \times 6.63 \times 10^{-34} \times 8.85 \times 10^{-12}}$$

$$= 2.187 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$$

n তম কক্ষের ব্যাসার্ধ

$$r_n = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi Z m_e e^2}$$

এখানে $n = 1, Z = 1$

$$\therefore r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}$$

$$= \frac{8.85 \times 10^{-12} \times (6.63 \times 10^{-34})^2}{\frac{22}{7} \times 9.109 \times 10^{-31} \times (1.602 \times 10^{-19})^2}$$

$$= 0.53 \times 10^{-10} \text{m} = 0.53 \text{A}^\circ$$

রিডবার্গ ধ্রুবক $R = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 C h^3}$

$$= \frac{9.109 \times 10^{-31} \times (1.602 \times 10^{-19})^4}{8 \times (8.85 \times 10^{-12})^2 \times 3 \times 10^8 \times (6.63 \times 10^{-34})^3}$$

$$= 1.093 \times 10^7 \text{m}^{-1}$$

উদাহরণ 6. বামার শ্রেণির শ্রেণি সীমা নির্ণয় করুন যখন রিডবার্গ ধ্রুবক $R = 1.097 \times 10^7 \text{m}^{-1}$

সমাধান ঃ বামার শ্রেণির বর্ণালি রেখার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ হলে

শ্রেণি সীমার ক্ষেত্রে $n = \infty$

$$\therefore \frac{1}{\lambda} = \frac{R}{4}$$

বা, $\lambda = \frac{4}{R} = \frac{4}{1.097 \times 10^7}$

$$= 3.646 \times 10^{-7} \text{m}$$

$$= 3646 \text{A}^\circ$$

উদাহরণ ৪. একটি কুলিজ হলে X-রশ্মি উৎপাদনের জন্য 40 kV ভোল্টেজ প্রয়োগ করা হলো। উৎপন্ন X-রশ্মির ক্ষুদ্রতম তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ যে ইলেকট্রনের আঘাতে X-রশ্মি উৎপন্ন হচ্ছে তার শক্তি $= Ve$। যদি অন্য কোনভাবে এই শক্তির কোন অংশ ব্যয়িত না হয় তবে উৎপন্ন X-রশ্মির শক্তিও হবে $Ve = h\nu$। এখন যেহেতু Ve হবে উৎপন্ন X-রশ্মির সর্বোচ্চ শক্তি তাই $\nu = \nu$ (কম্পাংকের চরম মান)।

$$\therefore \nu_{max} = \frac{ve}{h} = \frac{40\times10^3\times1.602\times10^{-19}}{6.63\times10^{-34}}$$

$$= 9.665\times10^{18}\ \beta^{-1}$$

কিন্তু $C = \nu\lambda = \nu_m \times \lambda_{min}$

$$\therefore \lambda_{min} = \frac{C}{\nu_m} = \frac{3\times10^8}{9.665\times10^{18}}\,m$$

$$= 0.31\times10^{-10}\,m = 0.31A^0$$

উদাহরণ 10. NaCl কেলাসের ঘনত্ব $2.16\times10^3\,kgm^{-3}$ এবং NaCl এবং আণবিক ওজন 58·5 কেলাসের পাশাপাশি আয়নগুলির দূরত্ব নির্ণয় করুন। যদি প্রথম ক্রমের প্রতিফলনের জন্য তির্যক কোণ হয় $11^\circ 8'$ তবে X-রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ আপনাদের জানা আছে

$$d = \left(\frac{M}{2pN_A}\right)^{1/3}$$

যেখানে $M = 58.5, P = 2.16\times10^3\,kgm^{-3}, N_A = 6.06\times10^{23}$

$$\therefore d = \left(\frac{58.5}{2\times2.16\times10^3\times6.06\times10^{23}}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(0.0223459\times10^{-24}\right)^{1/3} = 0.28166\times10^{-8}\,m$$

$$= 28.166A$$

X-রশ্মির প্রতিফলনের ক্ষেত্রে

$$2d\sin\theta = n\lambda$$

এখানে $n = 1$, এতএব

$$\lambda = 2\times28.166\sin 11^\circ 8'$$

$$= 2\times28.166\times0.19309 = 10.851A^\circ$$

উদাহরণ **11.** একটি মুক্ত নিউট্রোন তেজস্ক্রিয় ক্ষয়ের ফলে একটি প্রোটোনে পরিণত হলো এবং একটি ইলেকট্রোন ও একটি প্রতি নিউট্রিনো (antinutrino) নির্গত করল। যদি $M(p)=1.00759n, M(n)=1.00898n, M(e)=0.0055u$ হয়, তবে প্রতিনিউট্রিনো ও ইলেকট্রোন মোট কতটা শক্তি পেয়েছিলো ?

সমাধান ঃ নিউট্রোনের তেজস্ক্রিয় ভাঙনকে এরূপে উপস্থাপন করা চলে :

$$n \rightarrow p+\beta^- + \nu^- \text{ or}, p+e^- + \nu^-$$

মোট শক্তি সংরক্ষিত হলে

$$M(n)C^2 = [M(p)C^2 + E_p] + [M(e)\,C^2 + E_e) + [M(v)\,C^2 + E_v]$$

যেখানে $E_p, E_e, E_p = 0$ হলো প্রোটোন, ইলেকট্রোন ও প্রতি নিউট্রিনোর গতি শক্তি। যেহেতু প্রোটোন স্থিতিশীল তাই E_v এবং $M(\bar{v})=0$

$$\therefore E_e + E_{\bar{v}} = [M(n) - (M(p) - M(e)]\,C^2$$
$$=(1.00898 - 1.00759 - 0.00059) \times 9 \times 10^{16} \times u$$
$$=(1.00898 - 1.00818) \times 9 \times 10^{16}\,u$$
$$=0.00080 \times 9 \times 10^{16} \times 1.660566 \times 10^{-27}\,J$$
$$=9 \times 8 \times 1.660566 \times 10^{-15} \times \frac{1}{1.60219 \times 10^{-13}}\,MeV$$
$$=74.623 \times 10^{-2}\,MeV$$
$$=0.75\,MeV.$$

$$\left[1u = \frac{1}{12} \times \frac{12 \times 10^{-3}}{N_A} = 1.660566 \times 10^{-27}\,kg\right]$$

উদাহরণ **12.** একটি তেজস্ক্রিয় মৌলের পরিমাণ 4 মিলিগ্রাম। যদি মৌলটির অর্ধ আয়ু হয় 5 দিন এবং মৌলকর্তৃক বিকিরিত β কণার গড় শক্তি হয় 0.34MeV তাহলে কী হারে মৌলটি শক্তি হারায় ? মৌলের পারমাণবিক ভার 210.

সমাধান ঃ মৌল কর্তৃক β কণা ভাঙনের হার $\frac{dN}{dt} = N\lambda$ যদি E_B হয় প্রতিটি β কণার গড় শক্তি তবে মৌল কর্তৃক শক্তি ক্ষয়ের হার

$$\frac{d}{dt}(E_\beta N) = E_\beta \frac{dN}{dt} = E_\beta N\lambda$$

এখন, $\lambda = \frac{0.693}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{5 \times 24 \times 60 \times 60} = 1.604 \times 10^{-7}$

$$E_\beta = 0.34\,MeV$$

এবং $4mg = 4 \times 10^{-3}$ Kgm-এ পরমাণুর সংখ্যা = N.

$$N = \frac{N_A}{210} \times 4 \times 10^{-3} = \frac{6.02 \times 10^{23} \times 4 \times 10^{-3}}{210} = 11.46 \times 10^{18}$$

$$\therefore \frac{d}{dt}(E_\beta N) = 0.34 \times 11.46 \times 10^{18} \times 1.604 \times 10^{-7}$$

$$= 6.25 \times 10^{11} \text{ MeV } \beta^{-1}$$

$$= 6.25 \times 10^{11} \times 1.602 \times 10^{-13} \text{ J } \beta^{-1}$$

$$= 10 \times 10^{-2} \text{ Watt} = 60.10 \text{ Watt.}$$

উদাহরণ **13.** 5 কিগ্রা Th তেজস্ক্রিয় মৌল থেকে প্রতি মিনিটে প্রতি একক ঘনকোণে 110 টি α কণা নির্গত হয়। Th -এর অর্ধ-আয়ু নির্ণয় করুন। Th-এর পারমাণবিক ভার 232, অ্যাভোগাদ্রো সংখ্যা $= 6.02 \times 10^{23}$।

সমাধান ঃ 5 মিগ্রামে তেজস্ক্রিয় মৌলের পরমাণুর সংখ্যা $= \frac{6.02 \times 10^{23}}{232} \times (5 \times 10^{-3}) = 0.1297 \times 10^{20} (= N)$

প্রদত্ত নমুনা থেকে α কণা নির্গমনের হার

$$\frac{110}{60} \times 4\pi = \frac{22\pi}{3}\left(= -\frac{dN}{dt}\right)$$

এখন ক্ষয় হার $\frac{dN}{dt} = -N\lambda$

$$\therefore -\lambda = \frac{-\frac{22\lambda}{3}}{0.1297 \times 10^{20}}$$

বা, $\lambda = 1.776 \times 10^{-18} \beta^{-1}$

$$\therefore T_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda} = \frac{0.693}{1.776 \times 10^{-18}} \text{B}$$

$$= \frac{0.693}{1.776} \times 10^{18} \times \frac{1}{60 \times 60 \times 24 \times 365} \text{ বৎসর}$$

$$= 1.237 \times 10^{10} \text{ বৎসর}$$

উদাহরণ **14.** প্রোটনের ভর 1.0073 a.m.u. এবং নিউট্রোনের ভর 1.0087 a.m.u. হলে হিলিয়াম ($_2H^4{}_e$) কেন্দ্রকের কণাপ্রতি গড় বন্ধনশক্তি নির্ণয় করুন। দেওয়া আছে 1 a.m.u. = 931 MeV এবং হিলিয়াম কেন্দ্রকের ভর 4.0028 a.m.u.

সমাধান ঃ হিলিয়াম ($_2He^4$) কেন্দ্রকে 2টি প্রোটন (p) এবং 2টি নিউট্রন (n) আছে।

এখন 2টি p-র ভর $= 2 \times 1.0073$ a.m.u. $= 2.0146$ a.m.u.

2টি n-র ভর $= 2 \times 1.0087$ a.m.u. $= 2.0174$ a.m.u.

এই চারটি কণার সম্মিলিত ভর $= 04.0320\ \text{a.m.u.}$

$$\text{ভর ঘাটতি} = 4.0320 - 4.0028\ \text{a.m.u.}$$
$$= 0.0292\ \text{a.m.u.}$$

এই ঘাটতি ভর-ই বন্ধনশক্তি সৃষ্টি করে।

$\therefore$ কেন্দ্রকের মোট বন্ধনশক্তি $= 0.0292 \times 931\ \text{MeV}$

$$= 27.185\ \text{MeV.}$$

এই কেন্দ্রকে মোট কণার সংখ্যা $2+2=4$

সুতরাং কণাপ্রতি গড় বন্ধনশক্তি $= \dfrac{27.185}{4}\ \text{MeV}$

$$= 6.796\ \text{MeV}$$

নির্ণেয় উত্তর $6.796\ \text{MeV.}$

বোহর পরমাণু প্রতিরূপ থেকে H-এর নানা বর্ণালি শ্রেণির তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা পাওয়া যায়। বর্ণালি শ্রেণির সাধারণ সমীকরণটি হল

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

যেখানে $m = n+1$ এবং $n = 1, 2, 3, 4,$ .... এবং m হল ইলেকট্রোনের প্রাথমিক স্থায়ী কক্ষ n হল ইলেকট্রনের নিম্ন স্থায়ী কক্ষ্য।

কিন্তু জটিলতর বর্ণালির ব্যাখ্যায় এবং যেখানে বর্ণালিতে সুক্ষ্মরেখা (fine structure) বর্তমান তেমন ক্ষেত্রে ব্যাখ্যার জন্য পরমাণুর একটি গাণিতিক প্রতিরূপ কল্পনা করা হয় যাকে বলে পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপ। এই প্রতিরূপে পরমাণুর অবস্থাকে কোয়ান্টাম সংখ্যা দ্বারা সূচিত করা হয়। এই কোয়ান্টাম সংখ্যা গুলি হলো : মুখ্য কোয়ান্টাম সংখ্যা n, কক্ষীয় কোয়ান্টাম সংখ্যা l, ঘুর্ণন কোয়ান্টাম সংখ্যা s, মোট কৌণিক কোয়ান্টাম সংখ্যা J, কক্ষীয় চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m_l ঘুর্ণন চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m_B এবং মোট চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m_j

পারমাণবিক বর্ণালির ব্যাখ্যায় কোয়ান্টাম সংখ্যার প্রয়োগ থেকে পরমাণুতে ইলেকট্রন কীভাবে সজ্জিত থাকে সে সম্পর্কে একটা ধারণা পাওয়া যায় পাউলির বর্জন নীতি থেকে। এই নীতি অনুসারে পরমাণুতে উপস্থিত কোন দুটি ইলেকট্রনের সবগুলি কোয়ান্টাম সংখ্যার (n, l, m_l, ms) মান হুবহু এক হতে পারে না।

এই নীতি প্রয়াগ করে পরমাণুর ইলেকট্রনীয় খোলকের বিভিন্ন কক্ষে কতগুলি করে ইলেকট্রনো থাকবে তা নির্ধারিত হয়।

অতঃপর নেন্দেল্‌ইয়েভ যে পারমাণবিক ভার ভিত্তিক পর্যায় সারণি গঠন করেন পরীক্ষামূলক উপায়ে তাকে তত্ত্বগত ভাবে পারমাণবিক সংখ্যা ভিত্তিক সারণিতে পরিবর্তন করা সম্ভব হয়।

এরপর আলোচিত হয়েছে কেন্দ্রকীয় বিঘটন সম্পর্কে। মাতৃকেন্দ্রক A কে a কণা দ্বারা আঘাত করলে কন্যা কেন্দ্রক B ও কণা b উৎপন্ন হয়। প্রতীকী হলো

$A + a \rightarrow B + b$ বা $A(a, b)B$

কেন্দ্রীয় বিঘটনে যে শক্তি উৎপন্ন হয় তাকে বলে Q-মান এবং শক্তি এককে

$$Q = (M_A + M_a) - (M_B + M_b)$$

যেখানে M_A, M_a, M_B ও M_b যথাক্রমে মাতৃকেন্দ্রক, আপতিত কণা, কন্যা কেন্দ্রক ও নির্গত কণার ভর।

এরপর কেন্দ্রক বিখণ্ডন সম্পর্কে জানা যায় যে কম শক্তির নিউট্রোন দ্বারা আঘাত করলে কোন কোন ভারী মৌলের কেন্দ্রক প্রায় সমান ভরের দুটি মাঝারি ভারী মৌলের কেন্দ্রকে পরিণত হয় এবং বিপুল পরিমাণে শক্তি উৎপন্ন হয়। যেমন,

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{236}_{92}U \rightarrow X + Y + \text{ নিউট্রোনসমূহ } + \text{ তাপ}$$

এখানে $X = {}^{140}_{58}Ce$ এবং $Y = {}^{94}_{40}Zr$

এই বিখণ্ডনকে অনিয়ন্ত্রিত অবস্থায় রেখে যে নিউক্লিয় চুল্লি গঠন করা হয় তাকে বলে তথাকথিত পারমাণবিক বোমা। এবং বিক্রিয়াকে নিয়ন্ত্রিক করে যে চুল্লি তাকে বলে শক্তি উৎপাদক ব্যবস্থা বা নিউক্লিয় রিয়্যাকটর (Nuclear Reactor)।

কিন্তু দুটি হালকা কেন্দ্রককে পরস্পরের সঙ্গে মিশিয়ে দিয়ে অপেক্ষাকৃত ভারী কেন্দ্রক গঠন করা ও সম্ভব যাকে বলে কেন্দ্রক সংযোজন। এক্ষেত্রে বিখণ্ডন প্রক্রিয়ার চেয়েও বেশি শক্তি উৎপন্ন হয়। এই সংযোজন ঘটাতে হলে উষ্ণতা $\sim 10^7$ K পর্যায়ে হওয়া দরকার। হাইড্রোজেন বোমা হলো আসলে অনিয়ন্ত্রিত কেন্দ্রক সংযোজন ব্যবস্থা।

10.18 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

I. সংক্ষিপ্ত উত্তর-ধর্মী প্রশ্ন ঃ

1. বর্ণালি শ্রেণির সাধারণ সমীকরণটি লিখুন ও বিভিন্ন শ্রেণির শর্ত নির্দেশ করুন।
2. ব্র্যাগতল কাকে বলে ?
3. মোযলি সূত্রটি বিবৃত করুন ও ব্যাখ্যা করুন।
4. লাউয়া নকশা কীভাবে গঠিত হয় ?
5. নিরবচ্ছিন্ন X-রশ্মি বর্ণালি লেখ-এর ব্যাখ্যা দিন।
6. ব্র্যাগ সূত্রটি লিখুন ও ব্যাখ্যা করুন।
7. যেকোন বিভব প্রভেদেই কি বৈশিষ্ট্যসূচক X-রশ্মি উৎপন্ন হয় ?

8. ভেক্টর পরমাণু প্রতিরূপ-এর মূল রাশিদ্বয় কী কী ?

9. পাউলির বর্জন নীতি বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।

10. বিভিন্ন কোয়ান্টাম সংখ্যাগুলির নাম লিখুন।

11. কেন্দ্রকীয় বন্ধন শক্তি ও বন্ধন ভগ্নাংশ কাকে বলে ?

12. ভরণ গুণাংক কাকে বলে.

13. পারমাণবিক ভর একক-এর তুল্য শক্তি MeV তে প্রকাশ করুন।

14. কী কী উপাদানের উপর কেন্দ্রকের স্থায়িত্ব নির্ভর করে ?

15. তেজস্ক্রিয়তা কাকে বলে ?

16. ভাঙন ধ্রুবক ও অর্ধ আয়ু-র সংজ্ঞা দিন।

17. ভাঙন সূত্রটি বিবৃত করুন।

18. কেন্দ্রক বিঘটনের স্থানচ্যুতি সূত্রটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা করুন।

19. নিউট্রিনো কী ? তার ধর্ম বিবৃত করুন।

20. কেন্দ্রক সংযোজন কীভাবে বাস্তবে সম্ভব ?

II. বিস্তৃত উত্তর-ধর্মী প্রশ্ন ঃ

1. বোহ্‌র-এর পরমাণু প্রতিরূপ সম্পর্কিত স্বীকার্যগুলি বিবৃত করুন ও ব্যাখ্যা করুন। বোহ্‌র তত্ত্বের দ্বারা হাইড্রোজেন বর্ণালির বিভিন্ন শ্রেণি কীভাবে পাওয়া যায় তা আলোচনা করুন।

2. সামারফেল্ড্‌-এর কোয়ান্টাম শর্ত সম্পর্কে আলোচনা করুন। স্থান কোয়ান্টায়ন সূত্র বলতে কী বুঝেন ?

3. পরমাণুর ভেক্টর প্রতিরূপ তত্ত্বে বিভিন্ন কোয়ান্টাম সংখ্যার ভূমিকা আলোচনা করুন।

4. চিত্রসহ Ls ও Ji যুগ্মন ব্যাখ্যা করুন।

5. পাউলির বর্জন নীতি দ্বারা পরমাণুতে ইলেকট্রোন বিন্যাস ব্যাখ্যা করুন।

6. কুলিজনলে কীরূপে X-রশ্মি উৎপাদিত হয় তা আলোচনা করুন।

7. তেজস্ক্রিয় পদার্থের ভাঙন সূত্র সম্পর্কে আলোচনা করুন এবং তার থেকে অর্ধ-আয়ু নির্ণয় করুন।

8. তেজস্ক্রিয় সাম্য বলতে কী বুঝেন ? তাৎক্ষণিক ও দীর্ঘস্থায়ী তেজস্ক্রিয় সাম্য সম্পর্কে আলোচনা করুন।

9. কৃত্রিম মৌলান্তর প্রক্রিয়ায় কেন্দ্রক ও আপতিত কণার মধ্যে যেসব সম্ভাব্য মিথস্ক্রিয়া সংঘটিত হয় সে সম্পর্কে উদাহরণসহ আলোচনা করুন।

10. β বর্ণালি কাকে বলে ? কীভাবে পাউলির নিউট্রোন প্রকল্প দ্বারা β বর্ণালি ব্যাখ্যা করা যায় ?

11. কেন্দ্রক বিঘটনে শৃঙ্খল বিক্রিয়া আলোচনা করুন।

12. নিউক্লিয় চুল্লি কী ? কীভাবে নিউক্লিয় চুল্লিকে বিদ্যুৎ উৎপাদনে ব্যবহার করা হয় ?

III. গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

1. H-বর্ণালির বামার শ্রেণির প্রথম রেখা বর্ণালির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 6563 A হলে দ্বিতীয় রেখা বর্ণালির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত ? [উত্তর- 4861A]

2. H পরমাণু ও He পরমাণুর ভূমি অবস্থায় কী পরিমাণ শক্তি সরবরাহ করলে H^+ ও He^+ আয়ন উ�ৎপন্ন হবে ? [উত্তর 13.6 ev এবং 54.4 ev]

3. কুলিজ নলের অ্যানোড-ক্যাথোড বিভব পার্থক্য 20-kv হলে ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের X-রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত হবে ?

[$\lambda = 0.621$ A]

4. কোন তেজস্ক্রিয় মৌলের অর্ধ-আয়ু 1.4×10^{10} বৎসর। কত সময়ে এই মৌলের নমুনার সক্রিয়তা 90% এ নেমে আসবে। [সময় 2.11×10^9 বৎসর]

5. বর্তমানে পৃথিবীতে ^{235}U এবং ^{238}U পাওয়া যায় U আইসোটোপ দ্বয়ের মোট পরিমাণের 0.72% এবং 99.28% যদি পৃথিবীর জন্মমুহূর্তে উভয় সমস্থানিক সমান পরিমাণে থাকে তবে বর্তমানে পৃথিবীর বয়স কত ? প্রদত্ত আছে যে ^{235}U-এর অর্ধ-আয়ু 7.1×10^8 বৎসর এবং ^{238}U-এর অর্ধ আয়ু 4.5×10^9 বৎসর।

[উত্তর 6×10^9 বৎসর]

[সমাধানের ইঙ্গিত ঃ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ সমীকরণ ব্যবহার করে U–235 ও U-238 এর বর্তমান সম্পর্কের সঙ্গো তুলনা করা যায়। যেমন

$$\frac{N_{238}}{N_{235}} = \frac{(N_0)_{238} e^{-\lambda_{238} \times t}}{(N_0)_{235} e^{-\lambda_{235} \times t}}$$

কিন্তু শর্তানুসারে $(N_0)_{238} = (N_0)_{235}$ অতএব

$$e^{(\lambda_{235} - \lambda_{238})t} = \frac{N_{238}}{N_{235}} = \frac{99.28}{0.72}$$

এবং $\lambda = \frac{0.693}{T_{\frac{1}{2}}}$ দ্বারা নির্ণয়করুন X_{235} ও X_{238} এবং অতঃপর t]

অতিরিক্ত পাঠ

1. পরমাণু ও কেন্দ্রক গঠন পরিচয় ০— ডাঃ সমরেন্দ্রনাথ ঘোষাল।
2. Theoretical Nuclear Physics by J. M. Blatt and V.F. Weisskoff.
3. The Atomic Nucleus by R.D. Evans
4. Atomic and Nuclear Physics by A. B. Gnpta and Dipak Ghosh.
5. Study Material, N.S.O.U., EPH13

   অতিরিক্ত গাণিতিক প্রশ্নাবলির জন্য EPH 13 শিক্ষার্থীদের অবশ্য পাঠ্য।

মানুষের জ্ঞান ও ভাবকে বইয়ের মধ্যে সঞ্চিত করিবার যে একটা প্রচুর সুবিধা আছে, সে কথা কেহই অস্বীকার করিতে পারে না। কিন্তু সেই সুবিধার দ্বারা মনের স্বাভাবিক শক্তিকে একেবারে আচ্ছন্ন করিয়া ফেলিলে বুদ্ধিকে বাবু করিয়া তোলা হয়।

— *রবীন্দ্রনাথ ঠাকুর*

ভারতের একটা mission আছে, একটা গৌরবময় ভবিষ্যৎ আছে, সেই ভবিষ্যৎ ভারতের উত্তরাধিকারী আমরাই। নূতন ভারতের মুক্তির ইতিহাস আমরাই রচনা করছি এবং করব। এই বিশ্বাস আছে বলেই আমরা সব দুঃখ কষ্ট সহ্য করতে পারি, অন্ধকারময় বর্তমানকে অগ্রাহ্য করতে পারি, বাস্তবের নিষ্ঠুর সত্যগুলি আদর্শের কঠিন আঘাতে ধূলিসাৎ করতে পারি।

— *সুভাষচন্দ্র বসু*

Any system of education which ignores Indian conditions, requirements, history and sociology is too unscientific to commend itself to any rational support.

— *Subhas Chandra Bose*

Price : Rs. 225.00

(*NSOU*-র ছাত্রছাত্রীদের কাছে বিক্রয়ের জন্য নয়)

Published by : Netaji Subhas Open University, DD-26, Sector-1, Salt Lake, Kolkata-700 064 and Printed at : Royal Halftone Co., 4, Sarkar Bye Lane, Kolkata - 700 007