

## স্নাতক পাঠ্যক্রম ( B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা ( Term End Examination ) :

ডিসেম্বর, ২০১২ ও জুন, ২০১৩

## গণিত ( Mathematics )

ঐচ্ছিক পাঠ্যক্রম ( Elective )

দ্বিতীয় পত্র ( 2nd Paper : Integral Calculus and  
Differential Equations )

সময় : দুই ঘণ্টা

পূর্ণমান : ৫০

Time : 2 Hours

Full Marks : 50

( মানের গুরুত্ব : ৭০% )

( Weightage of Marks : 70% )

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর

কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for accuracy and relevance****in the answer. Marks will be deducted for incorrect****spelling, untidy work and illegible handwriting.****The weightage for each question has been  
indicated in the margin.**

## বিভাগ - ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

১০ × ২ = ২০

১। (ক) i) নির্দিষ্ট সমাকলের সংজ্ঞার সাহায্যে

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx \text{-এর মান নির্ণয় করুন।}$$

$$\text{ii) সমাকল করুন : } \int \frac{3 \cos x - 5 \sin x}{4 \cos x + 3 \sin x} dx$$

৪ + ৩

(খ) মান নির্ণয় করুন :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \sin^2 \frac{\pi}{2n} + \sin^2 \frac{2\pi}{2n} + \sin^2 \frac{3\pi}{2n} + \dots + \sin^2 \frac{n\pi}{2n} \right] \quad ৩$$

$$২। (ক) \text{ i) মান নির্ণয় করুন : } \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x \sin x \log \frac{1-x}{1+x} dx$$

ii) দেখান যে,

$$\int \frac{x+3}{(x^2+4x+5)^{\frac{3}{2}}} dx = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+5}} + c,$$

যেখানে  $c$  একটি ধ্রুবক।

৩ + ৪

$$(খ) \text{ যদি } f(x) = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx \text{ হয়, তবে}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) \text{-এর মান নির্ণয় করুন।} \quad ৩$$

৩। (ক) গামা অপেক্ষকের সংজ্ঞা দিন। প্রমাণ করুন যে,

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n). \quad ১ + ৪$$

(খ) সমাধান করুন :

$$(D^2 - D - 2)y = 44 - 76x - 48x^2 \quad ৫$$

$$৪। (ক) \text{ সমাধান করুন : } x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x^4 \quad ৫$$

$$(খ) \text{ মান নির্ণয় করুন : } \iint_R \sin(x+y) dx dy ;$$

$$\text{যেখানে } R : (0, \frac{\pi}{2}; 0, \frac{\pi}{2}) \quad ৫$$

## বিভাগ - খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :  $৬ \times ৩ = ১৮$

৫।  $I_{m,n} = \int \cos^m x \sin nx dx$ -এর লঘুকরণ সূত্র নির্ণয় করুন

এবং তা থেকে  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 3x dx$ -এর মান নির্ণয় করুন।  $৪ + ২$

৬। সমাধান করুন :  $2 \cos x \frac{dy}{dx} + 4y \sin x = \sin 2x$

দেওয়া আছে,  $x = \frac{\pi}{3}$  হলে  $y = 0$ .  $৬$

৭।  $3ay^2 = x(x-a)^2$  এই বক্ররেখাটির লুপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।  $৬$

৮। বৃত্ত  $x^2 + y^2 = 1$ -এর ধনাত্মক চতুর্থাংশকে সমাকলন ক্ষেত্র ধরে  $\iint \sqrt{x^3 y^4 (1-x^2-y^2)} dx dy$ -এর মান নির্ণয় করুন।  $৬$

৯।  $x = a \cos^3 \theta, y = a \sin^3 \theta$  অ্যাসট্রয়েডটি  $x$ -অক্ষের চারদিকে আবর্তিত হলে সৃষ্ট তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। সৃষ্ট ঘনের আয়তন কত?  $৩ + ৩$

১০। নীচের সহ-সমীকরণগুলির সমাধান করুন :  $\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0, \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$ .  $৬$

## বিভাগ - গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :  $৩ \times ৪ = ১২$

১১। সাধারণ সমাধান ও Singular সমাধান নির্ণয় করুন :  $y = px + \frac{m}{p}; p = \frac{dy}{dx}$ .  $৩$

১২।  $(y^2 + 2x^2 y)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$  অবকল সমীকরণটির একটি সমাকল গুণক (I.F.) নির্ণয় করুন।  $৩$

১৩। যে সকল বৃত্তের কেন্দ্র  $x$ -অক্ষের উপর অবস্থিত এবং ব্যাসার্ধ  $a$  একক, সেই বৃত্ত গোষ্ঠীর অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন।  $৩$

১৪। প্রমাণ করুন যে,  $\Gamma\left(\frac{1}{9}\right)\Gamma\left(\frac{2}{9}\right)\dots\Gamma\left(\frac{8}{9}\right) = \frac{9}{16}\pi^4$   $৩$

১৫।  $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{(a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x)}$ -এর মান নির্ণয় করুন।  $৩$

১৬। অভিসারিত্ব বিচার করুন :  $\int_1^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx$   $৩$

১৭। প্রমাণ করুন যে,  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4 \sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{3a^4}$   $৩$

১৮। মান নির্ণয় করুন :  $\int_C \frac{dx}{x+y}, C: x = at^2; y = 2at, 0 \leq t \leq 2$ .  $৩$

## English Version

## Group – A

Answer any two questions.  $10 \times 2 = 20$ 

1. a) i) Using the definition of definite integral,

find the value of  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$ .

- ii) Evaluate :
- $\int \frac{3 \cos x - 5 \sin x}{4 \cos x + 3 \sin x} \, dx$
- 4 + 3

- b) Evaluate :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \sin^2 \frac{\pi}{2n} + \sin^2 \frac{2\pi}{2n} + \sin^2 \frac{3\pi}{2n} + \dots + \sin^2 \frac{n\pi}{2n} \right] \quad 3$$

2. a) i) Evaluate :
- $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x \sin x \log \frac{1-x}{1+x} \, dx$

- ii) Show that

$$\int \frac{x+3}{(x^2+4x+5)^{\frac{3}{2}}} \, dx = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+5}} + c,$$

where  $c$  is a constant. 3 + 4

- b) If
- $f(x) = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} \, dx$
- , then find the value of

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x). \quad 3$$

3. a) Define 'Gamma function'. Prove that
- $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$
- . 1 + 4

- b) Solve :
- $(D^2 - D - 2)y = 44 - 76x - 48x^2$
- 5

4. a) Solve :
- $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x^4$
- 5

- b) Evaluate :
- $\iint_R \sin(x+y) \, dx \, dy$
- ,

where  $R : (0, \frac{\pi}{2}; 0, \frac{\pi}{2})$ . 5

## Group – B

Answer any three questions.  $6 \times 3 = 18$ 

5. Find the reduction formula of
- $I_{m,n} = \int \cos^m x \sin nx \, dx$
- ; hence find the value of

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 3x \, dx. \quad 4 + 2$$

6. Solve :
- $2 \cos x \frac{dy}{dx} + 4y \sin x = \sin 2x$
- 
- given that,
- $y = 0$
- when
- $x = \frac{\pi}{3}$
- . 6

7. Find the length of the loop of the curve
- $3ay^2 = x(x-a)^2$
- . 6

8. Evaluate :  $\iint \sqrt{x^3 y^4 (1 - x^2 - y^2)} dx dy$   
on the first quadrant of the circle  $x^2 + y^2 = 1$ . 6
9. The asteroid  $x = a \cos^3 \theta, y = a \sin^3 \theta$  is rotated about  $x$ -axis. Find the area and volume of the surface generated. 3 + 3
10. Solve  $\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0, \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$ . 6

**Group - C**

Answer any four questions.  $3 \times 4 = 12$

11. Find the general solution and singular solution of  
 $y = px + \frac{m}{p}; p = \frac{dy}{dx}$ . 3
12. Find an integrating factor (I.F.) of  
 $(y^2 + 2x^2 y)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$ . 3
13. Find the differential equation of the family of circles whose centre is on  $x$ -axis and radius  $a$  units. 3
14. Prove that  $\Gamma\left(\frac{1}{9}\right)\Gamma\left(\frac{2}{9}\right)\dots\Gamma\left(\frac{8}{9}\right) = \frac{9}{16}\pi^4$  3
15. Evaluate :  $\int_0^\pi \frac{x dx}{(a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x)}$  3

16. Test the convergence of  $\int_1^\infty \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx$ . 3
17. Prove that  $\int_0^\infty \frac{dx}{x^4 \sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{3a^4}$ . 3
18. Evaluate :  $\int_C \frac{dx}{x+y}, C: x = at^2; y = 2at, 0 \leq t \leq 2$ . 3