

## স্নাতক পাঠ্যক্রম ( B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা ( Term End Examination ) :

ডিসেম্বর, ২০১২ ও জুন, ২০১৩

## গণিত ( Mathematics )

ঐচ্ছিক পাঠ্যক্রম ( Elective )

প্রথম পত্র ( 1st Paper : **Differential Calculus and its Geometrical Application** )সময় : দুই ঘণ্টা  
Time : 2 Hoursপূর্ণমান : ৫০  
Full Marks : 50

( মানের গুরুত্ব : ৭০% )

( Weightage of Marks : 70% )

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting.****The weightage for each question has been indicated in the margin.**

## বিভাগ — ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :  $10 \times 2 = 20$ 

- ১। (ক) যদি  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$  এবং  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$  হয় এবং যদি  $f(x) < g(x)$  এই অসমতাটি  $x = a$  বিন্দুর বর্জিত সামীপ্যে সত্য হয়, তবে দেখান যে,  $l \leq m$ . ৫

B.Sc.-2117-G

[ পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

- (খ) প্রমাণ করুন যে,  $f(x) = [x]$ ,  $x$ -এর কোন পূর্ণ মানে সন্তুত নয়। ৫
- ২। (ক) রোলের উপপাদ্যটি বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করে দেখান। ৫
- (খ) রোলের উপপাদ্যটি কি  $f(x) = \tan x$  এই অপেক্ষকটির জন্য প্রযোজ্য, যখন  $x \in [0, \pi]$  ? ৫
- ৩। (ক) মান নির্ণয় করুন  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{2 \tan x}$  ৫
- (খ)  $x^y = y^x$  হলে  $\frac{dy}{dx}$  নির্ণয় করুন। ৫
- ৪। (ক) যদি  $f(x, y) = x^2 \tan^{-1} \frac{y}{x} - y^2 \tan^{-1} \frac{x}{y}$   $f(0, y) = f(x, 0) = 0$  হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,  $f_{yx} = f_{xy}$  সম্পর্কটি  $(x, y)$ -এর সব মানের জন্য সত্য শুধু  $(0, 0)$  বিন্দুতে সত্য নয়। ৫
- (খ) যদি  $z(x, y) = x^2 y^2 / (x + y)$  হয়, তবে অয়লারের উপপাদ্য প্রয়োগ করে বা অন্য উপায়ে দেখান যে,  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 3z$  ৫

## বিভাগ — খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :  $6 \times 3 = 18$ 

- ৫। প্রদত্ত বক্ররেখাটির মূলবিন্দুগামী স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করুন :  $x^2 + y^2 + ax + by = 0$

B.Sc.-2117-G

- ৬। প্রমাণ করুন যে,  $x^{m+n} = k^{m-n}y^{2n}$  বক্রটির জন্য উপস্পর্শকের  $m$ -তম ঘাত, উপঅভিলম্বের  $n$ -তম ঘাতের সমানুপাতী। ( $m$ -th power of the subtangent varies as the  $n$ -th power of the subnormal)
- ৭।  $r = 6 \cos \theta$  এবং  $r = 2(1 + \cos \theta)$  যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুতে এই বক্ররেখাদুটির অন্তর্গত কোণ কত ?
- ৮।  $xy^2 - y^2 - x^3 = 0$  বক্ররেখাটির অসীমপথগুলি নির্ণয় করুন।
- ৯।  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  পরিবারের পরিস্পর্শক envelope নির্ণয় করুন, যেখানে  $a$  ও  $b$  প্রাচল (parameter),  $a^n + b^n = c^n$  ( $c$  একটি ধ্রুবক) সম্পর্কটিকে সিদ্ধ করে।
- ১০।  $f(x) = \sqrt{e^{x^2} - 1}$  অপেক্ষকটির চরম মান নির্ণয় করুন।

## বিভাগ — গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :  $৩ \times ৪ = ১২$

- ১১। যদি  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$  হয়, তবে  $x$ -এর সংজ্ঞার অঞ্চলটি (Domain of Definition) নির্ণয় করুন।

- ১২। যদি  $f(x) = \frac{qx+d}{px-q} = y$  হয়, তবে  $f(y)$  নির্ণয় করুন।
- ১৩। দেওয়া আছে  $x+y=3$ ,  $\frac{9}{x} + \frac{36}{y}$ -এর চরম ও অবম মান নির্ণয় করুন।
- ১৪। যদি  $y = \log \left( x + \sqrt{1+x^2} \right)$  হয় তবে প্রমাণ করুন যে,  $(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 0$
- ১৫। প্রমাণ করুন যে,  $\left( \frac{3}{2}a, \frac{3}{2}a \right)$  বিন্দুতে  $x^3 + y^3 = 3axy$  বক্ররেখাটির বক্রতা ব্যাসার্ধের সাংখ্যমান (numerical value) হবে  $3\sqrt{2}a/16$
- ১৬।  $f(x) = \log_e(1+x)$ -এর জন্য ম্যাকলরিন সসীম শ্রেণীটি লিখুন, যখন  $x > 1$
- ১৭। টেলরের উপপাদ্যটি বিবৃত করুন। এর কসির অবশেষ রূপটি (Cauchy's Remainder) লিখুন।
- ১৮। সমঘাতী অপেক্ষক কাকে বলে ? দ্বিতীয় ক্রমের সমঘাতী অপেক্ষকের ক্ষেত্রে অয়লারের উপপাদ্যটি বিবৃত করুন।

**English Version****Group - A**

Answer any *two* questions.  $10 \times 2 = 20$

1. a) If  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$  and  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$  and  $f(x) < g(x)$  in the deleted neighbourhood of the point  $x = a$  then show that  $l \leq m$ . 5
- b) Prove that  $f(x) = [x]$ , is not continuous for any integer value of  $x$ . 5
2. a) State and prove Rolle's theorem. 5
- b) Is Rolle's theorem applicable for  $f(x) = \tan x$  in the interval  $x \in [0, \pi]$ ? 5
3. a) Find the value of  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{2 \tan x}$ . 5
- b) Find  $\frac{dy}{dx}$  when  $x^y = y^x$ . 5
4. a) If  $f(x, y) = x^2 \tan^{-1} \frac{y}{x} - y^2 \tan^{-1} \frac{x}{y}$ ,  $f(0, y) = f(x, 0) = 0$  then prove that  $f_{yx} = f_{xy}$ , for all values of  $(x, y)$  except at the point  $(0, 0)$ . 5
- b) If  $z(x, y) = x^2 y^2 / (x + y)$ , then show (by Euler's theorem or otherwise) that

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 3z \quad 5$$

**Group - B**

Answer any *three* questions.  $6 \times 3 = 18$

5. Find the tangent at the origin for the curve  $x^2 + y^2 + ax + by = 0$
6. Prove that for the curve  $x^{m+n} = k^{m-n} y^{2n}$ , the  $m$ -th power of the subtangent varies as the  $n$ -th power of the subnormal.
7. Find the angle of intersection of the curves  $r = 6 \cos \theta$  and  $r = 2(1 + \cos \theta)$ .
8. Find the asymptotes of the curve  $xy^2 - y^2 - x^3 = 0$
9. Find the envelope of the family of curves  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , where  $a$  and  $b$  are parameters, and given that  $a^n + b^n = c^n$  (where  $c$  is a constant).
10. Find the maxima of  $f(x) = \sqrt{e^{x^2} - 1}$ .

**Group - C**

Answer any *four* questions.  $3 \times 4 = 12$

11. Find the domain of definition of  $x$  for the function  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$ .
12. If  $f(x) = \frac{qx + d}{px - q} = y$ , then find  $f(y)$ .

13. Given that  $x + y = 3$ , find the maxima and minima of  $\frac{9}{x} + \frac{36}{y}$ .
14. If  $y = \log \left( x + \sqrt{1 + x^2} \right)$ , then prove that  $(1 + x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 0$ .
15. Prove that the numerical value of the radius of curvature of the curve  $x^3 + y^3 = 3axy$  at the point  $\left( \frac{3}{2}a, \frac{3}{2}a \right)$  is  $3\sqrt{2}a/16$ .
16. Find the Malclaurin's finite series for  $x > 1$  for the function  $f(x) = \log_e(1 + x)$ .
17. State Taylor's theorem. Find its Cauchy's form of remainder.
18. What is meant by a homogeneous function ? State Euler's theorem for homogeneous function of order two.
-