স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective)

নবম পত্র (9th Paper : **Kinematics**)

সময় ঃ দুই ঘণ্টা | **পূর্ণমান ঃ ৫০**

Time : 2 Hours | Full Marks : 50

(মানের গুরুত্ব ঃ ৭০%)

(Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

১। বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে কেন্দ্রীয় বল $\phi(u)$-এর $\left(u=\frac{1}{r}\right)$ প্রভাবে একটি কণা প্রায় একটি বৃত্তীয় পথে চলে। কণাটির গতি সুস্থিত হবার শর্ত নির্ণয় করুন। এক্ষেত্রে অপদূরকীয় (apsidal) কোণ নির্ণয় করুন। ১০

অথবা

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

কোন বস্তুকণা একটি স্থির বিন্দু O থেকে b ($> a$) দূরত্বে O বিন্দুগামী কোন বলের ক্রিয়ায় স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে। কণাটির উপর ক্রিয়াশীল বল F এবং O বিন্দু থেকে x দূরত্বে বলের সূত্র নিম্নরূপ :

$F=\mu\left(1-\frac{a}{x}\right)$, O-এর দিকে যখন $x > a$ এবং

$F=\mu\left(\frac{a^2}{x^2}-\frac{a}{x}\right)$, O-এর বিপরীত দিকে যখন $x < a$.

প্রমাণ করুন যে বস্তুকণাটির গতিবেগ পুনরায় শূন্য হবে যখন $x=\frac{a^2}{b}$. ১০

২। OX, OY, OZ সাপেক্ষে একটি দৃঢ়বস্তুর জাড্য ভ্রামক যথাক্রমে A, B, C ও আয়তক্ষেত্রীয় অক্ষ (OY, OZ), (OZ, OX), (OX, OY)-এর সাপেক্ষে জাড্য গুণফলগুলি যথাক্রমে D, E, F হলে এবং OL, OK পরস্পর লম্ব দুটি সরলরেখার দিক্-কোসাইন যথাক্রমে (l_1, m_1, n_1) এবং (l_2, m_2, n_2) হলে OL-এর সাপেক্ষে জাড্য ভ্রামক নির্ণয় করুন এবং OL ও OK-এর সাপেক্ষে জাড্য গুণফল নির্ণয় করুন।। ১০

অথবা

একটি ঘন নিরেট বেলনাকার চোঙকে অনুভূমিক অবস্থায় একটি নততলের উপর রাখা হল। অনুভুমিক তলের সঙ্গে এই তলটির নতিকোণ α। দেখান যে, চোঙটিকে গড়াতে হলে, চোঙ ও তলের মধ্যে ঘর্ষণাংক, অন্তত $\frac{1}{3}\tan\alpha$ হতেই হবে এবং চোঙটি নিরেট না হয়ে ফাঁপা হলে ঐ ঘর্ষণাংক $\frac{1}{2}\tan\alpha$ হবে। ১০

৩। একটি কণা অভিকর্ষ ও বাধা mk (বেগ)-এর অধীনে অনুভূমিক নতি α-তে u বেগে প্রক্ষিপ্ত হয়। কণাটির পথের সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৬

অথবা

কেন্দ্রীয় বলাধীন (বলটি P প্রতি ভরে) একটি কণিকার গতিপথের পাদ (p, r) সম্বলিত অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৬

৪। $2a$ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সুষম দণ্ড OA, O বিন্দুর সাপেক্ষে মুক্তভাবে ঘুরতে পারে। দণ্ডটি উল্লম্ব রেখা OZ-এর চারিদিকে α ধ্রুবক কোণে ω কৌণিক বেগে ঘুরছে। দেখান যে α-কোণের মান শূন্য অথবা $\cos^{-1}\left(\frac{2g}{4a\omega^2}\right)$. ৬

অথবা

দুটি সমান দৈর্ঘ্যের সমদণ্ড AB, BC, B বিন্দুতে অবাধে যুক্তাবস্থায় একটি মসৃণ টেবিলের উপর সরলরেখায় স্থাপিত আছে। AB দণ্ডটির A বিন্দুতে AB-র লম্ব দিশায় হঠাৎ আঘাত করা হল। দেখান যে, A বিন্দুর গতিবেগ B বিন্দুর গতিবেগের $\frac{7}{2}$ গুণ। ৬

৫। একটি যৌগ-দোলকের (ক) ঝুলন কেন্দ্র ও (খ) দোলন কেন্দ্রের সংজ্ঞা দিন। একটি উপবৃত্তাকার পাত তার একটি নাভিগামী ও পাতের উপর লম্ব একটি অনুভূমিক অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরতে পারে। যদি দোলন কেন্দ্র অপর নাভিতে অবস্থিত হয়, তবে দেখান যে ঐ পাতের উৎকেন্দ্রতা হবে $\sqrt{\frac{2}{5}}$। ৬

অথবা

একটি M ভর যুক্ত বলয় V গতিবেগে গমনকালে অভ্যন্তরীণ বিস্ফোরণে m_1 ও m_2 ভরযুক্ত দুটি বলয়ে পরিণত হল। ভগ্ন বলয় দুটি M ভরযুক্ত বলয়ের গতিরেখায় চলছে। দেখান যে, তাদের গতি হবে যথাক্রমে $V+\sqrt{\frac{2m_2E}{m_1M}}$ এবং $V-\sqrt{\frac{2m_1E}{m_2M}}$, যেখানে বিস্ফোরণের দরুণ উৎপন্ন মোট শক্তির পরিমাণ হল E। ৬

৬। যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ২ = ৬

(ক) দেখান যে যদি কেন্দ্রীয় বলের ক্রিয়ায় চলমান একটি কণা সমতলে $r = a(1+\cos\theta)$ বক্ররেখাটি রচনা করে তাহলে বলটি হবে $\frac{k}{r^4}$। (k একটি ধ্রুবক)

(খ) দুটি বস্তুর সরল এবং তির্যকরূপে সংঘাতের নিউটনের সূত্রগুলি কি ?

(গ) কোন একটি গ্রহের অবস্থান যখন সূর্যের নিকটতম তার গতিবেগ V_1 এবং যখন সূর্যের থেকে সবচেয়ে দূরে তখন তার গতিবেগ V_2। যদি e গ্রহটির অক্ষপথের উৎকেন্দ্রতা হয় তাহলে দেখান যে $(1-e)V_1 = (1+e)V_2$.

(ঘ) কেন্দ্রীয় কক্ষপথের অপদূরক বিন্দু কাকে বলে ? একটি বৃত্তীয় পথের অপদূরক বিন্দুগুলি নির্ণয় করুন।

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

৭। যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ২ = ৬

(ক) কোন স্থির অক্ষের চারিদিকে ঘূর্ণায়মান একটি দৃঢ় বস্তুর গতিশক্তি নির্ণয় করুন।

(খ) $ABCD$ একটি সুষম আয়তক্ষেত্রের তল যার ভর M এবং $AB = 2a$, $BC = 2b$ । AB-এর সাপেক্ষে তলটির জাড্য ভ্রামক নির্ণয় করুন।

(গ) একটি যৌগিক দোলকের দোলনকাল নির্ণয় করুন।

(ঘ) দৃঢ় বস্তুর গতিসূত্রে ডালেম্বারের নীতিগুলি কি ?

(English Version)

1. A particle describes a path which is nearly a circle under the action of a central force $\phi(u)\left(u=\frac{1}{r}\right)$ with the centre at the centre of the circle. Find the condition that the motion may be stable. Also find the apsidal angle in this case. 10

OR

A particle starts from rest at a distance b ($> a$) from a fixed point O under the action of a force through the fixed point, the law of which at a distance x from O is

$F = \mu\left(1-\frac{a}{x}\right)$, towards O when $x > a$

and $F = \mu\left(\frac{a^2}{x^2}-\frac{a}{x}\right)$ away from O when $x < a$.

Show that the velocity of the particle will again vanish when $x = \frac{a^2}{b}$. 10

2. If A, B, C be the moments of a rigid body with respect to OX, OY, OZ respectively and D, E, F be the products of inertia with respect to the rectangular axes (OY, OZ), (OZ, OX), (OX, OY) respectively and if (l_1, m_1, n_1), (l_2, m_2, n_2) be the direction cosines of two straight lines OL, OK at right angles to each other, then find the moment of inertia of the body about OL and product of inertia about OL and OK. 10

OR

A uniform solid cylinder is placed with its axis horizontal on a plane whose inclination to the horizon is α. Show that the least coefficient of friction between it and the plane so that it may roll and not slide is $\frac{1}{3}\tan\alpha$. If the cylinder is hollow, it is $\frac{1}{2}\tan\alpha$. 10

3. A particle is projected with velocity u at an angle α to the horizon under a resistance equal to mk (velocity). Find the equation of the path of the particle. 6

OR

Establish the formula for the motion of a particle describing a central orbit under the action of a central attractive force P per unit mass in pedal form (p, r). 6

4. A uniform rod OA of length $2a$, free to turn about the end O, revolves with uniform angular velocity ω about the vertical OZ and is inclined at a constant angle α to OZ. Show that the value of α is either 0 (zero) or $\cos^{-1}\left(\frac{2g}{4a\omega^2}\right)$. 6

OR

Two equal and uniform rods AB, BC are freely hinged at B and lie in a straight line on a smooth table. The end A is suddenly struck by a blow perpendicular to AB. Show that the resulting velocity of A is $\frac{7}{2}$ times the velocity of B. 6

5. Define (a) point of suspension and (b) point of oscillation of a compound pendulum.

A uniform elliptic board swings about a horizontal axis at right angles to the plane of the board and passing through one focus. If the centre of oscillation be the other focus, prove that the eccentricity of the ellipse is $\sqrt{\frac{2}{5}}$. 6

OR

A shell of mass M is moving with velocity V. An internal explosion generates an amount of energy E and breaks the shell into two portions

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

of masses m_1 and m_2. The fragments continue to move in the original line of motion of the shell. Show that their velocities are $V+\sqrt{\frac{2m_2E}{m_1M}}$ and $V-\sqrt{\frac{2m_1E}{m_2M}}$. 6

6. Answer any *two* questions : $3 \times 2 = 6$

a) If a particle moves along a plane curve $r=a(1+\cos\theta)$ under a central force, prove that the force is $\frac{k}{r^4}$ (k is a constant).

b) What are Newton's laws for direct and oblique impact when two bodies collide ?

c) If V_1 and V_2 be the respective velocities of a planet when it is nearest and furthest from the sun, then prove that $(1-e)V_1=(1+e)V_2$, where e is the eccentricity of the planet's orbit.

d) What is an apse of a central orbit ? Determine the apses of a circular orbit.

7. Answer any *two* questions : $3 \times 2 = 6$

a) Determine the kinetic energy of a rigid body revolving about a fixed axis.

b) Determine the moment of inertia of a uniform rectangular plate *ABCD* with mass *M* and sides $AB = 2a$, $BC = 2b$, about *AB*.

c) Determine the time of oscillation of a compound pendulum.

d) What are D' Alembert's principles for the motion of a rigid body ?

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য