

SMT-III (UT-235/15)**স্নাতক পাঠ্যক্রম (B.D.P.)**

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

গণিত (Mathematics)

সহায়ক পাঠ্যক্রম (Subsidiary-3)

তৃতীয় পত্র (S-3, SMT-III : **Mathematics-III**)

সময় : তিন ঘণ্টা

পূর্ণমান : ১০০

Time : 3 Hours

Full Marks : 100

(মানের গুরুত্ব : ৭০%)

(Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর

কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting.**The weightage for each question has been indicated in the margin.**

বিভাগ - ক

(পূর্ণমান : ২০)

যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দিন : ২০ × ১ = ২০

১। ক) ৪ টি আসন্ন সংখ্যার যোগ বের করুন :

245.72, 0.0087, 0.00031, 41.5. ৫

B.Sc.-751-G

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

SMT-III (UT-235/15) 2খ) ধাপ দৈর্ঘ্য 0.1 নিয়ে সিম্পসনের $\frac{1}{3}$ সূত্র প্রয়োগ করে $\int_0^1 x^2(1-x)dx$ -এর মান বের করুন তিন দশমিক

স্থান পর্যন্ত শুদ্ধ। ৫

গ) অসমদূরবর্তি অন্তরালের জন্য লাগরাঞ্জের অন্তঃপাঠন সূত্র বের করুন। ৫

ঘ) নিম্নোক্ত টেবিল ব্যবহার করে নিউটনের আন্তঃপাঠন সূত্রের সাহায্যে $f(18)$ -এর মান বের করুন:

x	0	5	10	15	20
$f(x)$	1.0	1.6	3.8	8.2	15.4

৫

২। ক) সমদ্বিখণ্ডন পদ্ধতিতে $x^3 + x - 1 = 0$ সমীকরণের ধনাত্মক বীজ বের করুন দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত শুদ্ধ। ৫খ) i) $U_n = A2^n + B3^n$ হলে প্রমাণ করুন $U_{n+2} - 5U_{n+1} + 6U_n = 0$.ii) $\Delta^2 f(x)$ এর মান বের করুন যখন $f(x) = 39x^2 - 12x + 4$, $h = 1$ নিয়ে। ২ + ৩গ) কোন ধনাত্মক সংখ্যার q তম মূল নির্ণয় করার প্রায়িক সূত্রটি নিউটন-র্যাফসন পদ্ধতিতে বের করুন। এ থেকে $\sqrt{3}$ -এর মান দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত শুদ্ধ বের করুন। ৩ + ২**B.Sc.-751-G**

- ঘ) 6 টি অন্তরালে বিভক্ত করে $\int_0^1 e^{\sin x} dx$ -এর মান বের করুন ট্র্যাপিজয়ডাল সূত্র প্রয়োগ করে। ৫

বিভাগ - খ

(পূর্ণমান : ৩০)

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $15 \times 2 = 30$

- ৩। ক) মেরুস্থানাংকে (r, θ) কেন্দ্রীয় বলাধীন কণার গতিপথ নির্ণয়ের জন্য অবকল সমীকরণ বের করুন। ৭
- খ) একটি m ভরের বস্তু হালকা স্প্রিং থেকে ঝোলালে α পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। যদি M ভরের বস্তু m ভরের বস্তুর সঙ্গে যোগ করা হয় তবে সরল দোলনের পর্যায়কাল ও বিস্তার বের করুন। ৮
- ৪। ক) সরলরেখায় গতিশীল একটি বস্তুকণার ত্বরণ তার যে কোন অবস্থানে ওই সরলরেখায় উপরিস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে দূরত্বের বর্গের সঙ্গে ব্যস্তভেদে অর্থাৎ $\mu \times (\text{দূরত্ব})^{-2}$ সূত্রাধিনে আছে। যদি বস্তুকণাটি ওই নির্দিষ্ট বিন্দু $2a$ একক দূরত্বে স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে, তবে প্রমাণ করুন যে বস্তুকণাটি a দূরত্ব অতিক্রম করে $\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) \left(\frac{a^3}{\mu}\right)^{1/2}$ সময় পরে। ৭

- খ) একটি কণা এমনভাবে গতিশীল যে তার উপর ক্রিয়াশীল ত্বরণ y -অক্ষের সমান্তরাল এবং এর মান ky । যাকে প্রারম্ভিক অবস্থায় $y = a$ দূরত্বে $a\sqrt{k}$ বেগে x অক্ষের সমান্তরালে নিক্ষেপ করা হয়েছিল। প্রমাণ করুন যে কণাটির পথ একটি ক্যাটেনারি। ৮
- ৫। ক) যদি বক্ররেখাটি $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ ধ্রুবকোণী কুণ্ডলী হয় এবং যার দূরক ধ্রুবক কৌণিক গতিবেগে ক্রিয়াশীল হয় প্রমাণ করুন যে লক্ষি ত্বরণ দূরত্বের সঙ্গে 2α কোণ করে এবং যার মান v^2/r যেখানে v হল কণাটির দ্রুতি। ৭
- খ) পৃথিবীর কক্ষপথ সূর্যের চতুর্দিকে বৃত্তাকার ধরে অকস্মাৎ সূর্যের ভর $\frac{1}{n}$ অংশ হলে, গ্রহটির নতুন কক্ষপথ নির্ণয় করুন। ৮
- ৬। ক) একটি বস্তুকণা কেন্দ্রীয় আকর্ষণ বল μ/r^3 দ্বারা ক্রিয়াশীল এবং যাকে বলের কেন্দ্র থেকে দূরত্বে প্রারম্ভিক লাইনের সহিত 45° কোণে $\sqrt{\mu/a}$ গতিবেগে ছোঁড়া হল। প্রমাণ করুন যে গতিপথ একটি ধ্রুবকোণী কুণ্ডলী $r = ae^{\theta}$ । ৮
- খ) একটি সমতলে একটি কণা এমনভাবে গতিশীল যার রৈখিক গতিবেগ ωa এবং মূলবিন্দুর সাপেক্ষে কৌণিক গতিবেগ $\omega r/a$ । প্রমাণ করুন যে এর ত্বরণের মান $3\omega^2 r$ । ৭

SMT-III (UT-235/15)

বিভাগ - গ (পূর্ণমান : ৫০)

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $১০ \times ৫ = ৫০$

৭। দেখান যে প্রদত্ত রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যার Show that

$$\text{চরম } Z = 3x_1 + 2x_2 + x_3$$

$$\text{শর্তসাপেক্ষে, } x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$\left(0, \frac{12}{5}, \frac{2}{5}\right)$ একটি মৌল কার্যকর সমাধান। এখান থেকে

একটি উন্নততর মৌল কার্যকর সমাধান যদি থাকে তাহলে তা

নির্ণয় করুন। ১০

৮। ক) দেখান যে E_3 দেশে সেট

$$S = \{2x_1 - x_2 + x_3 \leq 3\} \text{ একটি উত্তল সেট। } ৩$$

$$\text{খ) } 3x_1 + 40x_2 = 14$$

$$1.8x_1 + 24x_2 = 5$$

এই সমীকরণতন্ত্রের কোন সমাধান আছে কিনা দেখান।

৩

গ) নিম্নোক্ত রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যার লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করুন :

$$\text{চরম } Z = 4x_1 + 3x_2$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে, } x_1 + x_2 \leq 50$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 80$$

$$2x_1 + x_2 \geq 20$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad 8$$

B.Sc.-751-G

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

SMT-III (UT-235/15) 2

৯। ক) পরিবহন সমস্যা কাকে বলে ? ২

খ) নিম্নোক্ত পরিবহন সমস্যার সমাধান বের করুন : ৮

	D_1	D_2	D_3	a_i
O_1	8	7	3	60
O_2	3	8	9	70
O_3	11	3	5	80
	50	80	80	

১০। ক) ম্যাট্রিক্স (চরম-অবম) নীতি প্রয়োগ করে নীচের ত্রীড়াটির সমাধান করুন : ৫

	B_1	B_2	B_3
A_1	1	3	1
A_2	0	-4	-3
A_3	1	5	1

খ) প্রাধান্য তত্ত্বের সাহায্যে নীচের ত্রীড়াটির সমাধান করুন : ৫

		B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
A	A_1	-5	3	1	15
	A_2	5	5	4	6
	A_3	-4	-2	0	-5

১১। ক) নিম্নের ত্রীড়াটির স্যাডল বিন্দু সমাধান করুন : ৫

			B		
		B_1	B_2	B_3	B_4
	A_1	3	-5	0	6
খেলোয়াড় A	A_2	-4	-2	1	2
	A_3	5	4	2	3

B.Sc.-751-G

3 SMT-III (UT-235/15)

- খ) লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নের ত্রীড়া সমস্যাটিকে সমাধান করুন : ৫

		খেলোয়াড় B	
		B ₁	B ₂
খেলোয়াড় A	A ₁	2	3
	A ₂	3	2

- ১২। ক) শিথিল ও উদ্ভূত চলের সংজ্ঞা দিন। ৩
খ) নিম্নোক্ত রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটিকে প্রমাণ আকারে প্রকাশ করুন : ৭

$$\text{চরম } Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$$

$$\text{শর্তসাপেক্ষে } 2x_1 - 3x_2 \leq 3$$

$$4x_1 + 2x_2 - 4x_3 \geq 5$$

$$2x_1 + 3x_3 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_3 \text{ অনিয়ন্ত্রিত চল।}$$

- ১৩। নিম্নে বর্ণিত রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটিকে সিমপ্লেক্স পদ্ধতিতে সমাধান করুন : ১০

$$\text{চরম } Z = 4x_1 + 10x_2$$

$$\text{শর্তসাপেক্ষে, } 2x_1 + x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 90$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

SMT-III (UT-235/15) 4

- ১৪। ক) ভ্রাম্যমান সেলস্ফ্যান সমস্যা বলতে কি বোঝেন ? ২
খ) নিচের সেলস্ফ্যান সমস্যাটির সমাধান করুন : ৮

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	∞	5	7	9
x_2	6	∞	5	4
x_3	6	7	∞	6
x_4	6	7	4	∞

- ১৫। দ্বিপরিমিত পদ্ধতিতে নিম্নোক্ত সরলরৈখিক সমস্যার সমাধান করুন : ১০

$$\text{চরম } Z = 3x_1 - x_2$$

$$\text{শর্তসাপেক্ষে, } 2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 2$$

$$x_1 \leq 4, x_1, x_2 \geq 0$$

- ১৬। নিম্নোক্ত সরলরৈখিক সমস্যার দ্বৈত সমস্যাটি বের করুন : ৭

$$\text{চরম } Z = 7x_1 + 5x_2 - 2x_3$$

$$\text{শর্তসাপেক্ষে, } x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 16$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \text{ অনিয়ন্ত্রিত চল}$$

- আবার দ্বৈত সমস্যাটির দ্বৈত সমস্যাটি বের করুন। এর থেকে দেখান যে এটি হল মূল্য সমস্যা। ২ + ১

(English Version)

Group – A (Full Marks : 20)

Answer any *one* question. $20 \times 1 = 20$

1. a) Find the sum of the approximate numbers 245.72, 0.0087, 0.00031, 41.5. 5
 b) Compute by Simpson's one-third rule, the interval $\int_0^1 x^2(1-x)dx$ correct up to three places of decimal taking step length equal to 0.1. 5
 c) Derive Lagrange interpolation formula for unequal interval. 5
 d) Use the following table to find $f(18)$ where

x	0	5	10	15	20
$f(x)$	1.0	1.6	3.8	8.2	15.4

 by Newton's backward interpolation formula. 5
2. a) Find the positive root of $x^3 + x - 1 = 0$ by bisection method correct up to 2 decimal places. 5
 b) i) Let $U_n = A.2^n + B.3^n$ prove that $U_{n+2} - 5U_{n+1} + 6U_n = 0$.
 ii) Find $\Delta^2 f(x)$ when $f(x) = 39x^2 - 12x + 4$ taking $h = 1$. 2 + 3

- c) Derive the iterative formula to find the q th root of a positive number by Newton-Raphson method. Hence find the value of $\sqrt{3}$ up to two decimal places. 3 + 2
- d) Find $\int_0^1 e^{\sin x} dx$ by Trapezoidal rule with 6 intervals. 5

Group – B

(Full Marks : 30)

Answer any *two* questions. $15 \times 2 = 30$

3. a) Derive the differential equation of a path of the particle moving under central force in Polar coordinate (r, θ) . 7
 b) A mass m when suspended from a light spring causes an extension α . If a mass M is added to m , find the periodic time of the ensuring oscillation together with the amplitude of the oscillation. 8
4. a) A particle moves from rest in a straight line under an attractive force $\mu \times (\text{distance})^{-2}$ per unit mass to a fixed point on the line. Show that the initial distance from the centre of force be $2a$, then the distance will be a after a time $\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) \left(\frac{a^3}{\mu}\right)^{1/2}$. 7
 b) A particle is acted on by a force parallel to the axis of y where acceleration is ky and is initially projected with a velocity $a\sqrt{k}$ parallel to the axis of x at a point where $y = a$. Prove that it will describe a Catenary. 8

3 SMT-III (UT-235/15)

5. a) If the curve is the equiangular spiral $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ and if the radius vector to the particle has a constant angular velocity, show that the resultant acceleration of the particle makes an angle 2α with the radius vector and is of magnitude v^2/r where v is the speed of the particle. 7
- b) The Earth's present orbit being taken to be circular, find what its path would be if the Sun's mass were suddenly reduced to $\frac{1}{n}$ of what it is now. 8
6. a) A particle acted on by central attractive force μ/r^3 is projected with a velocity $\sqrt{\mu/a}$ at an angle 45° with its initial distance a from the centre of force. Show that its orbit is the equiangular spiral $r = ae^\theta$. 8
- b) A point moves on a plane with constant linear velocity ωa , its angular velocity about the pole is $\omega r/a$. Show that its acceleration is equal to $3\omega^2 r$. 7

SMT-III (UT-235/15) 4

Group – C

(Full Marks : 50)

Answer any five questions. $10 \times 5 = 50$

7. Show that $\left(0, \frac{12}{5}, \frac{2}{5}\right)$ is a basic feasible solution of the given L.P.P.
 Max $Z = 3x_1 + 2x_2 + x_3$
 subject to $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6$
 $2x_1 + x_2 + 4x_3 = 5$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0$
 Hence deduce a improved basic feasible solution, if exists. 10
8. a) Show that the set $S = \{2x_1 - x_2 + x_3 \leq 3\}$ is a convex set in E_3 . 3
- b) Examine the existance of the solution of the system of equations :
 $3x_1 + 40x_2 = 14$
 $1 \cdot 8x_1 + 24x_2 = 5$ 3
- c) Solve the following L.P.P. by graphical method :
 Max $Z = 4x_1 + 3x_2$
 subject to $x_1 + x_2 \leq 50$
 $x_1 + 2x_2 \leq 80$
 $2x_1 + x_2 \geq 20$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ 4

SMT-III (UT-235/15)

9. a) Define transportation problem. 2
b) Solve the following transportation problem : 8

	D_1	D_2	D_3	a_i
O_1	8	7	3	60
O_2	3	8	9	70
O_3	11	3	5	80
	50	80	80	

10. a) Solve the game problem by matrix max-min method : 5

	B_1	B_2	B_3
A_1	1	3	1
A_2	0	-4	-3
A_3	1	5	1

- b) Solve the following game problem by rule of dominance : 5

		B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
A	A_1	-5	3	1	15
	A_2	5	5	4	6
	A_3	-4	-2	0	-5

11. a) Find the Saddle point of the following game problem : 5

		Player B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
Player A	A_1	3	-5	0	6
	A_2	-4	-2	1	2
	A_3	5	4	2	3

SMT-III (UT-235/15) 2

- b) Solve the following game problem by graphical method : 5

		Player B	
		B_1	B_2
Player A	A_1	2	3
	A_2	3	2

12. a) Define slack and surplus variables. 3

- b) Reduce the following L.P.P. problem in its standard form : 7

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$$

$$\text{subject to } 2x_1 - 3x_2 \leq 3$$

$$4x_1 + 2x_2 - 4x_3 \geq 5$$

$$2x_1 + 3x_3 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and } x_3 \text{ is unrestricted.}$$

13. Solve the L.P.P. problem by Simplex method : 10

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 10x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 90$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

14. a) Define Travelling Salesman problem. 2
 b) Solve the Travelling Salesman problem : 8

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	∞	5	7	9
x_2	6	∞	5	4
x_3	6	7	∞	6
x_4	6	7	4	∞

15. Solve the L.P.P. by two-phase method : 10

$$\text{Max } Z = 3x_1 - x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 2$$

$$x_1 \leq 4, x_1, x_2 \geq 0$$

16. Find the Duality of the following L.P.P. : 7

$$\text{Max } Z = 7x_1 + 5x_2 - 2x_3$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 16$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \text{ is unrestricted.}$$

Also find its dual. Hence show that dual of the
 dual is primal. 2 + 1