

QP Code : 18UT103EMT2

স্নাতক পাঠক্রম শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা
(BDP Term End Examination)
ডিসেম্বর, ২০১৭ ও জুন, ২০১৮
(December-2017 & June-2018)
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)
গণিত (Mathematics)
দ্বিতীয় পত্র (2nd Paper)

Integral Calculus and Differential

Equations : EMT-2

সময় : দুই ঘণ্টা (Time : 2 Hours)

পূর্ণমান : ৫০ (Full Marks : 50)

মানের গুরুত্ব : ৭০% (Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর

কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance
in the answer. Marks will be deducted for incorrect
spelling, untidy work and illegible handwriting.

The weightage for each question has been
indicated in the margin.

বিভাগ — ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $১০ \times ২ = ২০$

১। (ক) যোগফলের সীমা রূপে নির্দিষ্ট সমাকলের সংজ্ঞার

সাহায্যে মান নির্ণয় করুন : $\int_0^1 (e^x + x) dx$. ৩

B.Sc.-11259-P

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

QP Code : 18UT103EMT2 2

(খ) সমাকলন করুন : $\int \frac{x - \cos^2 x}{x-1} \operatorname{cosec}^2 x dx$. ৩

(গ) মান নির্ণয় করুন :

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{15}} [1 + 2^{14} + 3^{14} + \dots + n^{14}]$. 8

২। (ক) সমাকলন করুন : $\int \sqrt{\frac{2x+3}{4x+5}} dx$. 8

(খ) মান নির্ণয় করুন : $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{5+4\cos x}$. ৩

(গ) মান নির্ণয় করুন : $\int \frac{dx}{x(7+2x^{15})}$. ৩

৩। (ক) অভিসারিত্ব পরীক্ষা করুন : $\int_1^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^8 dx$. ৩

(খ) প্রমাণ করুন যে, $B(m,n) = \int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$. 8

(গ) দেখান যে, $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^5}} = \frac{1}{5} B\left(\frac{2}{5}, \frac{1}{5}\right)$. ৩

৪। (ক) এ্যাসট্রয়েড $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ -এর পরিসীমা
নির্ণয় করুন। ৫

(খ) সমাধান করুন :
 $(y^2 + 2x^2y) dx + (2x^3 - xy) dy = 0$. ৫

B.Sc.-11259-P

বিভাগ — খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৬ \times ৩ = ১৮$

৫। $\int x^n e^{-ax} dx$ -এর লঘুকরণ সূত্র নির্ণয় করুন ও
 $\int x^4 e^{-5x} dx$ -এর মান নির্ণয় করুন। ৬

৬। সমাধান করুন : $y = -px + p^2$; $p = \frac{dy}{dx}$. ৬

৭। সমাধান করুন : $(D^2 - 5D + 6)y = 100 \sin 4x$. ৬

৮। দেখান যে, $\iiint_E (x+y+z+1)^2 dx dy dz = \frac{31}{60}$,

যেখানে $E = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0; x + y + z \leq 1 \}$. ৬

৯। অধিবৃত্ত $y^2 = 4ax$ -এর উপরিস্থিত শীর্ষবিন্দু হতে তার চাপের দৈর্ঘ্যকে পরিমাপ করে তার স্বকীয় সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৬

১০। অবকল সমীকরণ গঠন করুন :

$x = e^{-\frac{kt}{2}} (A \cos nt + B \sin nt)$; যেখানে A, B যদৃচ্ছ
প্রবক ও n, k নির্দিষ্ট প্রবক। ৬

বিভাগ — গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৩ \times ৪ = ১২$

১১। প্রমাণ করুন যে, $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ অধিবৃত্ত দুটি
দ্বারা পরিবেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{16a^2}{3}$. ৩

১২। মান নির্ণয় করুন : $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^8 x dx$. ৩

১৩। প্রমাণ করুন : $\int_0^1 \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = \frac{e}{2} - 1$. ৩

১৪। দেখান যে, $\int_0^1 x^p (1-x^q)^n dx = \frac{1}{q} B\left(\frac{p+1}{2}, n+1\right)$;

$p, q, n > 0$. ৩

১৫। $\frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{x^2} \sin 2x$

সমীকরণটিকে স্বভাবী আকারে প্রকাশ করুন। ৩

১৬। দেখান যে, $x \frac{d^3y}{dx^3} + (x^2 - 3) \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$

অবকল সমীকরণটি যথার্থ এবং এর প্রথম সমাকলটি নির্ণয় করুন। ৩

১৭। সমাধান করুন : $x \cos x \frac{dy}{dx} + (x \sin x + \cos x)y = 1$. ৩

১৮। মান নির্ণয় করুন : $\iint_E x^2 y^2 dx dy$,

যেখানে $E = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1 \}$. ৩

QP Code : 18UT103EMT2**(English Version)****Group - A**Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$

1. a) Using the definition of definite integral as limit of sum, evaluate $\int_0^1 (e^x + x) dx$. 3
- b) Integrate : $\int \frac{x - \cos^2 x}{x-1} \operatorname{cosec}^2 x dx$. 3
- c) Evaluate : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{15}} [1 + 2^{14} + 3^{14} + \dots + n^{14}]$. 4
2. a) Integrate : $\int \sqrt{\frac{2x+3}{4x+5}} dx$. 4
- b) Evaluate : $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{5+4 \cos x}$. 3
- c) Evaluate : $\int \frac{dx}{x(7+2x^{15})}$. 3
3. a) Test the convergence of $\int_1^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^8 dx$. 3
- b) Prove that $B(m, n) = \int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$. 4
- c) Show that $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^5}} = \frac{1}{5} B\left(\frac{2}{5}, \frac{1}{5}\right)$. 3

B.Sc.-11259-P

[পরের পৃষ্ঠায় দৃষ্টব্য

QP Code : 18UT103EMT2 2

4. a) Find the perimeter of the Astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$. 5

- b) Solve : $(y^2 + 2x^2y)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$. 5

Group - BAnswer any *three* questions. $6 \times 3 = 18$

5. Find the reduction formula of $\int x^n e^{-ax} dx$ and evaluate $\int x^4 e^{-5x} dx$. 6
6. Solve : $y = -px + p^2$; $p = \frac{dy}{dx}$. 6
7. Solve : $(D^2 - 5D + 6)y = 100 \sin 4x$. 6
8. Show that $\iiint_E (x+y+z+1)^2 dx dy dz = \frac{31}{60}$, where $E = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0; x+y+z \leq 1 \}$. 6
9. If the length of arc is measured w.r. to vertex of $y^2 = 4ax$, then find the intrinsic equation of $y^2 = 4ax$. 6
10. Obtain the differential equation of $x = e^{-\frac{kt}{2}} (A \cos nt + B \sin nt)$; where A, B are arbitrary constants and n, k are fixed constants. 6

B.Sc.-11259-P

Group - C

Answer any four questions. $3 \times 4 = 12$

11. Prove that the area enclosed by the parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$ is $\frac{16a^2}{3}$. 3

12. Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^8 x dx$. 3

13. Prove that $\int_0^1 \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = \frac{e}{2} - 1$. 3

14. Show that $\int_0^1 x^p(1-x^q)^n dx = \frac{1}{q} B\left(\frac{p+1}{2}, n+1\right)$;
 $p, q, n > 0$. 3

15. Reduce $\frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{x^2} \sin 2x$
to its normal form. 3

16. Show that $x \frac{d^3y}{dx^3} + (x^2 - 3) \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$
is exact and find its first integral. 3

17. Solve : $x \cos x \frac{dy}{dx} + (x \sin x + \cos x)y = 1$. 3

18. Evaluate : $\iint_E x^2 y^2 dx dy$,

where $E = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1 \}$