

QP Code : 18UT107EMT6

স্নাতক পাঠক্রম শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা
(BDP Term End Examination)
ডিসেম্বর, ২০১৭ ও জুন, ২০১৮
(December-2017 & June-2018)
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)
গণিত (Mathematics)
ষষ্ঠ পত্র (6th Paper)
Analytical Geometry : EMT-6

সময় : দুই ঘণ্টা (Time : 2 Hours)

পূর্ণমান : ৫০ (Full Marks : 50)

মানের গুরুত্ব : ৭০% (Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।
অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর
কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।
**Special credit will be given for accuracy and relevance
in the answer. Marks will be deducted for incorrect
spelling, untidy work and illegible handwriting.**
**The weightage for each question has been
indicated in the margin.**

বিভাগ — ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $10 \times 2 = 20$

১। (ক) যদি PSQ এবং $PS'R$ কোনো উপবৃত্তের নাভি S এবং
 S' গামী দুটি জ্যা হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে
 $\frac{SP}{SQ} + \frac{S'P}{S'R} = \frac{4a}{l} - 2$, যেখানে l হল অর্ধ নাভিলম্বের
দৈর্ঘ্য। ৫

B.Sc.-11459-P

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

QP Code : 18UT107EMT6 2

(খ) একটি পরিবর্তনশীল সমতল অক্ষত্রয়কে যথাক্রমে
 A, B, C বিন্দুতে ছেদ করে। মূল বিন্দু থেকে
 ABC সমতলের দূরত্ব সর্বদা $3p$ হলে দেখান যে ABC
ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের সঞ্চারণপথের সমীকরণ
 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{p^2}$. ৫

২। (ক) যে বিন্দু $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তের সাপেক্ষে পোলার
 $lx + my = 1$ সরলরেখার সমান্তরাল সেই বিন্দুর
সঞ্চারণপথ নির্ণয় করুন। ৫

(খ) এমন একটি গোলকের সমীকরণ নির্ণয় করুন
যেখানে $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0$,
 $2x + 3y + 4z = 8$ এই বৃত্তটি একটি গুরুবৃত্ত (great
circle). ৫

৩। (ক) প্রমাণ করুন যে, ঘূর্ণনের পরিপ্রেক্ষিতে স্থানাঙ্কের
রূপান্তরের ফলে দুটি সরলরেখার মধ্যবর্তী কোণের মান
অপরিবর্তিত থাকে। ৪

B.Sc.-11459-P

3 QP Code : 18UT107EMT6

(খ) একটি সমতলের সমীকরণ নির্ণয় করুন যা $\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $x = 0$ সরলরেখাটিকে ধারণ করে এবং $\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = 1$, $y = 0$ সরলরেখার সঙ্গে সমান্তরাল। ঐ সরলরেখা দুটির মধ্যকার সর্বনিম্ন দূরত্ব $2d$ হলে, প্রমাণ করুন যে $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$. ৬

৪। (ক) যে গোলকটি $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$ বিন্দুগামী এবং যা $2x + 2y - z = 15$ তলটিকে স্পর্শ করে তার সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৫

(খ) $5yz - 8zx - 3xy = 0$ শঙ্কুটির তিনটি পরস্পর লম্ব কারিকা রেখার একটির সমীকরণ $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ হলে অপর দুটির সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৫

বিভাগ — খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন : ৬ × ৩ = ১৮

৫। প্রমাণ করুন যে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এবং $lx + my = 1$ সরলরেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে যদি $(a + b)(al^2 + 2hlm + bm^2) = 0$ হয়। ৬

QP Code : 18UT107EMT6 4

৬। $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ সরলরেখাটি $r = 2a \cos \theta$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত নির্ণয় করুন। ৬

৭। (α, β) বিন্দু থেকে অধিবৃত্ত $y^2 = 4ax$ -এর উপর কয়টি স্পর্শক টানা যায়? এর থেকে (α, β) বিন্দুটির অবস্থান অধিবৃত্তের সাপেক্ষে নির্ণয় করুন। ৬

৮। $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2yz - 2xy + 2x + 12y + 10z + 20 = 0$

সমীকরণটিকে স্বভাবী আকারে রূপান্তরিত করুন এবং সমীকরণটি যে পৃষ্ঠতল নির্দেশ করে তা নির্ণয় করুন। ৬

৯। $(3, 8, 3)$ বিন্দু থেকে $\frac{x+3}{3} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-6}{-4}$ সরলরেখার দূরত্ব নির্ণয় করুন। ৬

১০। যদি $r^2 = \frac{b^2}{1 - e^2 \cos^2 \theta}$ উপবৃত্তের r_1 এবং r_2 পরস্পর লম্ব দূরক হয় তাহলে প্রমাণ করুন যে

$$\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}. \quad ৬$$

বিভাগ — গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৩ \times ৪ = ১২$

১১। অক্ষদ্বয়কে 45° কোণে আবর্তিত করলে $x^2 - y^2 = 2a^2$ সমীকরণের রূপান্তরিত সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৩

১২। একটি বৃত্ত $(1,5)$ বিন্দুগামী এবং $2x - 3y = 5$ সরলরেখাকে $(1,-1)$ বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৩

১৩। প্রমাণ করুন যে অধিবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ $r = a \sec \frac{\alpha}{2} \left(\theta - \frac{\alpha}{2} \right)$ এই আকারে প্রকাশ করা যায় যেখানে নাভিলম্ব $4a$ । ৩

১৪। $\frac{12}{r} = 2 - \cos \theta$ কণিকের নিয়ামকের মেরু সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৩

১৫। একটি ঘনকের দুটি কর্ণের মধ্যে কোণটি (angle) কত হবে? ৩

১৬। দুটি সরলরেখার অন্তর্গত কোণ নির্ণয় করুন যেখানে সরলরেখা দুটির দিগনির্দেশক কোসাইনগুলি $3lm - 4ln + mn = 0$ এবং $l + 2m + 3n = 0$ দ্বারা সম্পর্কযুক্ত। ৩

১৭। $x + y = 0 = z$; $x - y = z$, $x + y = 2a$ সরলরেখাদ্বয় এবং $x^2 = 2az$, $y = 0$ অধিবৃত্ত দ্বারা সৃষ্ট তলের সমীকরণ কি হবে? ৩

১৮। দেখান যে $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ এবং $x^2 + y^2 + z^2 - 18x - 24y - 40z + 225 = 0$ গোলকদুটি পরস্পরকে $\left(\frac{9}{5}, \frac{12}{5}, 4 \right)$ বিন্দুতে স্পর্শ করে। ৩

(English Version)

Group – A

Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$

1. a) If PSQ and $PS'R$ are two chords passing through the foci S and S' of an ellipse, then prove that $\frac{SP}{SQ} + \frac{S'P}{S'R} = \frac{4a}{l} - 2$, where l is the length of semilatus rectum. 5
- b) A variable plane cuts the axes at A, B, C . If the distance of the ABC plane from the origin is $3p$, prove that the locus of the centroid of the triangle ABC satisfies $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{p^2}$. 5
2. a) Find the locus of the point whose polar with respect to the parabola $y^2 = 4ax$ is parallel to the line $lx + my = 1$. 5
- b) Find the equation of the sphere for which the circle $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0$, $2x + 3y + 4z = 8$ is a great circle. 5

3. a) Prove that the angle between two straight lines remains same due to change of coordinates for rotation of axes. 4
- b) Find the equation of a plane which contains the straight line $\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $x = 0$ and parallel to the straight line $\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = 1$, $y = 0$. If $2d$ is the shortest distance between the straight lines, then show that $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$. 6
4. a) Find the equation of the sphere which passes through the points $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$ and touches the plane $2x + 2y - z = 15$. 5
- b) If the equation of one of the three perpendicular generators of the cone $5yz - 8zx - 3xy = 0$ be $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, find the equation of the remaining two generators. 5

QP Code : 18UT107EMT6

Group – B

Answer any *three* questions. $6 \times 3 = 18$

5. Prove that triangle formed by three lines given by $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ and $lx + my = 1$ will be a right angled triangle if $(a + b)(al^2 + 2hlm + bm^2) = 0$. 6
6. Find the condition that the line $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ will touch the circle $r = 2a \cos \theta$. 6
7. Find the number of tangents can be drawn from (α, β) to the parabola $y^2 = 4ax$. Hence find the position of the point (α, β) w.r.t. parabola. 6
8. Find the canonical form of the equation $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2yz - 2xy + 2x + 12y + 10z + 20 = 0$ and determine the nature of the surface represented by it. 6
9. Find the distance from $(3, 8, 3)$ to the line $\frac{x+3}{3} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-6}{-4}$. 6

QP Code : 18UT107EMT6 2

10. If r_1 and r_2 be perpendicular radius vectors of the ellipse $r^2 = \frac{b^2}{1 - e^2 \cos^2 \theta}$, then prove that $\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$. 6

Group – C

Answer any *four* questions. $3 \times 4 = 12$

11. Find the transformed equation of the equation $x^2 - y^2 = 2a^2$ when the axes are rotated by an angle 45° . 3
12. Find the equation of the circle which passes through $(1, 5)$ and touches $2x - 3y = 5$ at $(1, -1)$. 3
13. Prove that a tangent at any point on a parabola with latus rectum $4a$ can be expressed as $r = a \sec \frac{\alpha}{2} \left(\theta - \frac{\alpha}{2} \right)$. 3
14. Find the polar equation of the directrix of the conic $\frac{12}{r} = 2 - \cos \theta$. 3
15. Find the angle between the diagonals of a cube. 3

16. Find the angle between the straight lines when the direction ratios of each of the straight lines satisfy $3lm - 4ln + mn = 0$ and $l + 2m + 3n = 0$. 3
17. Find the equation of the surface generated by the straight lines $x + y = 0 = z$; $x - y = z$, $x + y = 2a$ and the parabola $x^2 = 2az$, $y = 0$. 3
18. Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ and $x^2 + y^2 + z^2 - 18x - 24y - 40z + 225 = 0$ touch each other at $\left(\frac{9}{5}, \frac{12}{5}, 4\right)$. 3
-