স্নাতক পাঠক্রম শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা

(BDP Term End Examination)

ডিসেম্বর, ২০১৭ ও জুন, ২০১৮

(December-2017 & June-2018)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম **(Elective Course)**

গণিত (Mathematics)

দশম পত্র (10th Paper)

Analytical Statics : EMT-10

সময় ঃ দুই ঘণ্টা (Time : 2 Hours)

পূর্ণমান ঃ ৫০ (Full Marks : 50)

মানের গুরুত্ব ঃ ৭০% (Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

১। প্রত্যেক বিভাগ থেকে **একটি** করে নিয়ে মোট **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১০ × ২ = ২০

বিভাগ – অ

(ক) সমতলীয় বলগোষ্ঠীর দিক নিরপেক্ষ কেন্দ্র এবং দিক নিরপেক্ষ সাম্যাবস্থার সংজ্ঞা লিখুন। বৈশ্লেষিক পদ্ধতিতে কোনো দৃঢ় বস্তুর উপর প্রযুক্ত সমতলীয় বলগোষ্ঠীর দিক নিরপেক্ষ কেন্দ্র এবং দিক নিরপেক্ষ সাম্যাবস্থার শর্ত নির্ণয় করুন।

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

(খ) একটি পূর্ণ অমসৃণ ভারী বস্তু অপর একটি স্থির বস্তুর উপর সাম্যাবস্থায় আছে। বস্তুদুটির যে অংশ পরস্পর স্পর্শ করে আছে, তারা যথাক্রমে r_1 এবং r_2 ব্যাসার্ধের গোলক। গোলক দুটির কেন্দ্রদ্বয় সংযোগকারী রেখা উল্লম্ব এবং সাধারণ স্পর্শতলের দুদিকে অবস্থিত। সাধারণ স্পর্শতল থেকে উপরিস্থিত বস্তুর ভারকেন্দ্রের উচ্চতা H হলে, দেখান যে, সাম্যাবস্থাটি সুস্থিত হওয়ার শর্ত $\frac{1}{H} > \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ ।

বিভাগ – আ

(গ) একটি ট্রাপেজিয়াম তরলের মধ্যে নিমজ্জিত আছে যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং সমান্তরাল অপর বাহুর দৈর্ঘ্য b এবং গভীরতা h । প্রমাণ করুন যে তরলের উপরিতল থেকে ট্রাপেজিয়ামটির চাপকেন্দ্রের গভীরতা $\frac{a+3b}{a+2b}.\frac{h}{2}$ ।

(ঘ) কোনো বস্তুর পরাকেন্দ্রের অস্তিত্বের শর্ত নির্ণয় করুন এবং সমসত্ত্ব স্থির তরলের অভিকর্ষের দ্বারা প্রভাবিত অবাধে ভাসমান বস্তুর যথাযথ প্রতীক চিহ্নসহ $HM = \frac{AK^2}{V}$ সূত্রটি প্রমাণ করুন।

২। প্রত্যেক বিভাগ থেকে অন্তত **একটি** প্রশ্ন নির্বাচন করে যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৬ × ৩ = ১৮

বিভাগ – অ

(ক) তিনটি বল P,Q,R একটি ত্রিভুজ ABC-এর BC, CA, AB বাহুর উপর ক্রিয়া করছে এবং তাদের মিলিত বল ত্রিভুজটির লম্ববিন্দু দিয়ে ক্রিয়া করছে। তাহলে প্রমাণ করুন, $P\sec A + Q\sec B + R\sec C = 0$.

(খ) $OBDC$ একটি আয়তক্ষেত্র, যেখানে $OB = b$ এবং $OC = c$; এবং OA সেটির তলের উপর লম্ব। X,Y এবং Z বলগুলি যথাক্রমে OA, CD এবং BD বরাবর ক্রিয়া করে, লস্কি রেনচ্ (Wrench)-এর বিশ্লেষিতাংশ বল R এবং দ্বন্দ্ব K-এর মান নির্ণয় করুন।

(গ) $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ সুষম ক্ষেত্রের ভারকেন্দ্র নির্ণয় করুন।

বিভাগ – আ

(ঘ) প্রমাণ করুন যে 2α শীর্ষকোণ বিশিষ্ট কোন সমসত্ত্ব লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু তার অক্ষকে উল্লম্ব রেখে এবং শীর্ষবিন্দুকে নিম্নমুখী অবস্থায় সুস্থিত অবস্থায় ভাসতে পারে না যদি না শঙ্কুর ঘনত্ব ও তরলের ঘনত্বের অনুপাত $\cos^6\alpha$ থেকে বড় হয়।

(ঙ) উল্লম্বতলে, a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার নলের মধ্যে তরল পদার্থ আছে। এই নলটি উল্লম্ব অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরতে পারে। তরল পদার্থটি কেন্দ্রে θ কোণ উৎপন্ন করলে দেখান যে তরল পদার্থটি দুইভাগে বিভক্ত হওয়ার জন্য ক্ষুদ্রতম কৌণিক বেগের মান $\sqrt{g/a}\sec\frac{\theta}{4}$.

(চ) b দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ও W ওজন বিশিষ্ট চারটি সমান দণ্ড দ্বারা গঠিত রম্বসের ক্ষুদ্রতম কর্ণটি a দৈর্ঘ্যের দড়ি হলে এবং রম্বসের একটি বাহু অনুভূমিক করে রাখা হলে দেখান যে দড়িটির টান হল $\frac{2W(2b^2-a^2)}{b\sqrt{4b^2-a^2}}$.

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

৩। প্রত্যেক বিভাগ থেকে **দুটি** করে নিয়ে মোট **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ৪ = ১২

বিভাগ – অ

(ক) $(0, 0)$, $(a, 0)$, $(0, a)$ বিন্দুগুলির সাপেক্ষে একটি সমতলীয় বলগোষ্ঠীর দ্বন্দ্বগুলি যথাক্রমে aw, $2aw$, $3aw$ । ঐ বলগোষ্ঠীর লব্ধির উপাংশগুলি এবং ক্রিয়াশীল রেখার সমীকরণটি নির্ণয় করুন।

(খ) R এবং S দুটি সমমুখী সমান্তরাল বল। R বল সমান্তরালভাবে $2a$ দূরত্বে সরে গেলে R ও S-এর লব্ধি কি দূরত্বে সরে যাবে তা নির্ণয় করুন।

(গ) একটি সুষম সূত্র (string) সেটির দুটি প্রান্ত A এবং B থেকে ঝোলানো আছে। সূত্রটির আকৃতির সমীকরণ লিখুন। টান খুব বেশী হলে, দেখান যে, সূত্রটি অধিবৃত্তাকার ধারণ করে।

(ঘ) ব্যাখ্যা করুন : 'ঘর্ষণ কোণ' এবং 'ঘর্ষণ শঙ্কু'।

বিভাগ – আ

(ঙ) একটি উল্লম্ব বৃত্তাকার ক্ষেত্র সম্পূর্ণভাবে জলে নিমজ্জিত, যার ব্যাসার্ধ a এবং বৃত্তটির গভীরতা h । দেখান যে বৃত্তটির চাপকেন্দ্রের গভীরতা $h+\frac{a^2}{4h}$ ।

(চ) একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্র উল্লম্বভাবে জলে নিমজ্জিত আছে। সেটির কেন্দ্রের দূরত্ব দ্বিগুণ করা হলে প্রমাণ করুন যে সেটির কেন্দ্র এবং চাপকেন্দ্রের দূরত্ব অর্ধেক হবে।

(ছ) ব্যাখ্যা করুন : (i) প্লবতা কেন্দ্র, (ii) পরাকেন্দ্র, (iii) পরাকেন্দ্রিক উচ্চতা।

(জ) তরলে নিমজ্জিত a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি অর্ধবৃত্তাকার পাতের সীমাস্থ ব্যাস উপরিতলে আছে। দেখান যে সেটির চাপকেন্দ্রের গভীরতা $\frac{3\pi}{16}a$ ।

QP Code : 18UT111EMT10

(English Version)

1. Answer any *two* questions taking *one* from each Group : 10 × 2 = 20

Group – A

(a) Define astatic centre and astatic equilibrium of coplanar forces. Establish analytically existence of astatic centre and condition of astatic equilibrium for a system of coplanar forces acting on a rigid body.

(b) A perfectly rough heavy body rests in equilibrium on a fixed body. The portions of the bodies which touch each other are considered to be the Sphere's of radii r_1 and r_2 respectively. The line joining the centres of the spheres is vertical and those centres lie on two sides of the common tangent plane. If H be the height of the C.G. of the upper body from the common tangent plane, then show that the equilibrium is stable when $\frac{1}{H} > \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$.

Group – B

(c) Show that the depth of the C.P. of a trapezium immersed in liquid with one side of length a is in the surface and the parallel side of length b at a depth h is $\frac{a+3b}{a+2b}.\frac{h}{2}$ from the free surface.

(d) Find the condition for existence of metacentre of a body and prove that the formula $HM = \frac{AK^2}{V}$ with usual notation for finding the metacentre of the body floating freely in a homogeneous liquid at rest under gravity.

2. Answer any *three* questions taking at least *one* from each Group : 6 × 3 = 18

Group – A

(a) Three forces P,Q,R act in the same sense along the sides BC, CA, AB of a triangle ABC. If their resultant passes through the orthocentre, then show that $P\sec A + Q\sec B + R\sec C = 0$.

(b) $OBDC$ is a rectangle such that $OB = b$ and $OC = c$; also OA is perpendicular to its plane; forces X,Y and Z act along OA, CD and BD respectively. Find the component force R and the couple K of the resultant wrench.

(c) Find the centre of gravity of the uniform area bounded by the curves $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

Group – B

(d) Show that a homogeneous right circular cone of vertical angle 2α cannot float stably with its axis vertical and vertex downwards unless its density as compared with that of the liquid is greater than $\cos^6\alpha$.

(e) Fluid is contained within a circular tube of radius a in a vertical plane which can rotate about a vertical axis. If the fluid substends an angle θ at the centre, then show that the least angular velocity to make the fluid divide into two parts is $\sqrt{g/a}\sec\frac{\theta}{4}$.

(f) A string of length a forms the shorter diagonal of a rhombus formed by four uniform rods, each of length b, weight W, which are hinged together. If one of the rods be supported in a horizontal position, then prove that the tension of the string is $\frac{2W(2b^2-a^2)}{b\sqrt{4b^2-a^2}}$.

3. Answer any *four* questions taking *two* from each Group : $3 \times 4 = 12$

Group – A

(a) The moments of a system of coplanar forces about the points (0, 0), (a, 0), (0, a) are aw, $2aw$, $3aw$ respectively. Find the components of their resultant and equation of its line of action.

(b) R and S are two like parallel forces. If R be moved parallel to itself through a distance $2a$, then find the distance through which the resultant of R and S moves.

(c) A uniform string is hung from its two end points A and B. Write down the equation of the form of the string. If the tension be very large; then show that the form of the string will be a parabola.

(d) Explain 'Angle of friction' and 'Cone of friction'.

Group – B

(e) Show that the depth of the centre of pressure from the free surface of a vertical circular area of radius a wholly immersed in a homogeneous liquid, with its centre at a depth h, is $h+\frac{a^2}{4h}$.

(f) A circular area is immersed vertically in water. Prove that if the depth of its centre be doubled then the distance between its centre and C.P. will be halved.

(g) Explain (i) Centre of buoyancy,
(ii) Metacentre and (iii) Metacentric height.

(h) A semicircular lamina of radius a is immersed in a liquid with the boundary diameter in the surface. Show that the depth of its centre of pressure is $\frac{3\pi}{16}a$.