

QP Code : 18UT114EMT13

স্নাতক পাঠক্রম শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা
(BDP Term End Examination)
ডিসেম্বর, ২০১৭ ও জুন, ২০১৮
(December-2017 & June-2018)
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)
গণিত (Mathematics)
ত্রয়োদশ পত্র (13th Paper)

Statistics and its Application : EMT-13

সময় : দুই ঘণ্টা (Time : 2 Hours)

পূর্ণমান : ৫০ (Full Marks : 50)

মানের গুরুত্ব : ৭০% (Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting.

The weightage for each question has been indicated in the margin.

বিভাগ — ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $10 \times 2 = 20$

১। (ক) কোন একটি সমগ্রকের সম্ভাবনা ভর অপেক্ষকটি হল

$$P(X = x) = (1 - \theta)^{x-1} \theta \quad \text{মুখ্য প্রকল্প}$$

$$H_0 : \theta = 0.5 \text{ বনাম বৈকল্পিক প্রকল্প } H_1 : \theta = 0.1$$

বর্ণিত পদ্ধতিতে বিচার করতে হবে :

B.Sc.-11007-P

[পরের পৃষ্ঠায় দৃষ্টব্য

QP Code : 18UT114EMT13 2

H_0 বাতিল করা হবে যদি সমগ্রক থেকে নেওয়া একক আকারের নমুনা x -এর মান 5-এর সমান বা তার থেকে বড় হয়। প্রথম প্রকার এবং দ্বিতীয় প্রকার ভ্রান্তির সম্ভাবনা নির্ণয় করুন। $3 + 3$

(খ) প্রমাণ করুন যদি কোনো স্বীকৃতির পরীক্ষায় দ্বিতীয় প্রকার ভ্রান্তির সম্ভাবনা β হয় তাহলে স্বীকৃতির পরীক্ষার শক্তি $= 1 - \beta$. 8

২। (ক) একটি স্কুলের 10 জন বালক বালিকার একটি সমসঙ্কর নমুনা সংগ্রহ করে দেখা গেল তাদের ওজন (পাউন্ড) 38, 36, 45, 40, 35, 39, 44, 45, 33 এবং 37। বালক বালিকার ওজনের পূর্ণকের গড়ের 95% আস্থা অন্তরটি নির্ণয় করুন। প্রদত্ত আছে, স্বাতন্ত্র্যতার মাত্রা 9 হলে $P(|t| > 2.262) = 0.025$. 8

(খ) একটি সমগ্রকের সম্ভাবনা ভর অপেক্ষকটি হল $f(x) = \mu x^{\mu-1} (0 < x < 1; \mu > 0)$. μ -এর গরিষ্ঠ আশংসাত্তিক প্রাক্কলনী মান নির্ণয় করুন। 6

৩। (ক) নীচে একটি পরিসংখ্যা বিভাজন ছক দেওয়া হল :

দৈনিক মজুরী (টাকায়)	50-55	55-60	60-65	65-70
শ্রমিকের সংখ্যা	5	20	10	10
	70-75	75-80	80-85	85-90
	9	6	12	8

B.Sc.-11007-P

3 QP Code : 18UT114EMT13

নীচের মানগুলি নির্ণয় করুন :

- 80 টাকার নীচে পারিশ্রমিক পায় এমন শ্রমিকের সংখ্যা,
- 65 টাকা এবং তার বেশি কিন্তু 85 টাকার কম মজুরী পায় এমন শ্রমিকের সংখ্যা,
- মজুরীর যৌগিক গড়। $1 + 2 + 3$

(খ) কোনো দুটি চলক x এবং y -এর সমক বিচ্যুতি

যথাক্রমে $\sigma_x (> 0)$ এবং $\sigma_y (> 0)$ হলে প্রমাণ

করুন চলকদ্বয়ের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক

$$r = \frac{\{var(x+y) - var(x-y)\}}{4\sigma_x\sigma_y}, \text{ যেখানে } var(x)$$

হল x -এর ভেদমান। 8

- 8। (ক) একটি চলকের 250 টি মানের পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে প্রাপ্ত যৌগিক গড় এবং সমক পার্থক্য যথাক্রমে 54 এবং 3। পরবর্তীকালে দেখা গেল দুটি মান 64 এবং 50 ভুল করে লেখা হয়েছে, যেখানে সঠিক মান যথাক্রমে 62 এবং 52। যৌগিক গড় এবং সমক পার্থক্যের সঠিক মান নির্ণয় করুন। $2 + 3$

QP Code : 18UT114EMT13 4

(খ) একজন পক্ষী বিশারদ একটি পার্কে বসে 6 প্রকারের পাখী পর্যবেক্ষণ করেন এবং তা নিম্নে প্রদত্ত :

প্রকার	1	2	3	4	5	6
পরিসংখ্যা	6	7	13	17	6	5

5% সংশয়মাত্রায় ঐ নির্দিষ্ট পার্কে পাখীর আগমনের অনুপাত $1 : 1 : 2 : 3 : 1 : 1$ -এর সাথে প্রদত্ত নমুনাটি 5% সংশয়মাত্রায় সাযুজ্য কি না তা পরীক্ষা করুন। প্রদত্ত $P(\chi^2 > 11.07) = 0.05$, যেখানে স্বাভাবিকতার মাত্রা 5। 5

বিভাগ — খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $6 \times 3 = 18$

৫। সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের একটি আংশিক তথ্য থেকে প্রাপ্ত ফলাফলগুলি নিম্নরূপ :

x -এর ভেদমান = 9, প্রতিগমন রেখাদ্বয় :

$$8x - 10y + 66 = 0, 40x - 18y = 214.$$

উক্ত তথ্য থেকে নীচের মানগুলি নির্ণয় করুন :

- x এবং y -এর গড় মান
- x এবং y -এর সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (r)
- y -এর সমক বিচ্যুতি। $2 + 2 + 2$

৬। $\{1, 3, 5\}$ এই সেটটি 3 আকারের একটি সসীম সমগ্রককে প্রকাশ করে। এই সমগ্রক থেকে চয়ন করা 2 আকারের যে-কোনো সমসম্ভব নমুনার (পুনঃস্থাপনাবিহীন) ক্ষেত্রে নমুনা জ নিবেশনের গড় এবং নমুনা গড়ের সমক ভ্রান্তি নির্ণয় করুন। ৬

QP Code : 18UT114EMT13

- ৭। স্বীকার্য প্রকল্প পরীক্ষার ক্ষেত্রে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন :
- i) সরল প্রকল্প
- ii) মিশ্র প্রকল্প
- iii) সংশয়াঞ্চল। ২ × ৩
- ৮। পক্ষপাতশূন্য এবং সমঞ্জস প্রাক্কলক বলতে কি বোঝায় তা ব্যাখ্যা করুন। দেখান যে, নমুনালব্ধ গড় সমগ্রক গড়ের সমঞ্জস প্রাক্কলক হয়। ২ + ৪
- ৯। একই শিল্পে নিযুক্ত দুটি কারখানা A ও B-এর শ্রমিকদের দৈনিক বেতন সংক্রান্ত তথ্যসমূহ নিম্নরূপ :

	কারখানা A	কারখানা B
শ্রমিক সংখ্যা	550	650
গড় বেতন (টাকায়)	50	45
সমক পার্থক্য (টাকায়)	10	10.5

নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দিন :

- i) কোন্ কারখানা A বা B ব্যক্তিগত বেতনের ক্ষেত্রে বেশি পরিবর্তনশীল ?
- ii) A ও B উভয় কারখানার শ্রমিকদের একত্রে বিবেচনা করে দৈনিক বেতনের গড় ও সমক বিচ্যুতি নির্ণয় করুন। ২ + ৪

B.Sc.-11007-P

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

QP Code : 18UT114EMT13 2

- ১০। একটি সমগ্রকের নিবেশনের সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষকটি হল

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 \leq x \leq \theta \\ 0, & \text{অন্যত্র} \end{cases}$$

সমগ্রকটি থেকে X_1, X_2, \dots, X_n একটি সমসম্ভব নমুনা

সংগ্রহ করা হল। দেখান যে এই নমুনার ভিত্তিতে প্রাপ্ত

θ -এর গরিষ্ঠ আশংসাত্তিক প্রাক্কলনী মানটি হল

$$\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

যেখানে $\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ হল X_1, X_2, \dots, X_n -এর

মধ্যে বৃহত্তম মান।

৬

বিভাগ — গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

৩ × ৪ = ১২

- ১১। দেখান যে, কোনো থার্মোমিটারের সাহায্যে পরিমিত তাপমাত্রার যৌগিক গড় সেন্টিগ্রেড বা ফারেনহাইট স্কেলের উপর নির্ভর করে না, কিন্তু গুণোত্তরীয় গড় স্কেলের উপর নির্ভরশীল। প্রদত্ত সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট স্কেলের সম্পর্ক $\frac{F-32}{9} = \frac{C}{5}$, যেখানে F = ফারেনহাইট তাপমাত্রা এবং C = সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রা। ৩

B.Sc.-11007-P

3 QP Code : 18UT114EMT13

১২। ৪ টি মুদ্রাকে একত্রে উৎক্ষেপণ করার পর head পড়ার সংখ্যাকে লক্ষ্য করা হচ্ছে। উক্ত পরীক্ষাটি ২৫৬ বার করার পর head পড়ার সংখ্যাকে (f)-কে x -এর বিভিন্ন মানের জন্য নীচের সারণীতে প্রকাশ করা হল :

x	0	1	2	3	4
f	1	9	26	59	72

5	6	7	8
52	29	7	1

উপরের সারণী থেকে তৃতীয় চতুর্থক, চতুর্থ দশমক এবং ২৭-তম শততমকটি নির্ণয় করুন। ৩

১৩। একটি নর্মাল সমগ্রকের গড় ও সমক বিচ্যুতি যথাক্রমে ০.১ এবং ২.১। এই সমগ্রক থেকে নেওয়া ৯০০ আকারের সমসম্ভব নমুনার নমুনা গড় ঋণাত্মক ($-ve$) হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন। প্রদত্ত আছে,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{1.43}^{\infty} e^{-x^2/2} dx = 0.0765. \quad ৩$$

১৪। ধরা যাক $y - \bar{y} = b_{yx}(x - \bar{x})$ এবং $x - \bar{x} = b_{xy}(y - \bar{y})$ সমীকরণদুটি যথাক্রমে x -এর উপর y -এর এবং y -এর উপর x -এর প্রতিগমন রেখার সমীকরণ। এই দুই সরলরেখার অন্তর্ভুক্তি কোণের মান নির্ণয় করুন, যখন (i) $r = 0$ এবং (ii) $r = 1$, যেখানে $r =$ সহপরিবর্তন গুণক এবং \bar{x}, \bar{y} হল যথাক্রমে x ও y -এর গড় মান। ৩

B.Sc.-11007-P

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

QP Code : 18UT114EMT13 4

১৫। একটি চলকের একটি নির্দিষ্ট মানের সাপেক্ষে নির্ণীত বিচ্যুতির বর্গের সমষ্টি সর্বনিম্ন হলে প্রমাণ করুন যে চলকটির যৌগিক গড় ঐ নির্দিষ্ট মানের সমান। ৩

১৬। যদি $t = t(x_1, x_2, \dots, x_n)$ সমগ্রক পূর্ণকাক θ -এর সমঞ্জস প্রাক্কলনীমান হয়, তাহলে দেখান যে, $\frac{n}{n+1}t$ এই নমুনাককটি θ -এর সমঞ্জস প্রাক্কলনী মান হবে। ৩

১৭। প্রথম N সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার গড় ও ভেদমান নির্ণয় করুন। ১ + ২

১৮। কোন পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের নর্মাল নিবেশনের গড় এবং সমক বিচ্যুতি যথাক্রমে ১০০ এবং ১২ প্রদত্ত হলে নীচের রাশি দুটির মান নির্ণয় করুন :

i) ৬৪ আকারের সমসম্ভব নমুনার গড় মান ১০৩ অপেক্ষা বৃহত্তর হওয়ার সম্ভাবনা। প্রদত্ত আছে,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^2 e^{-x^2/2} dx = 0.977$$

ii) ১৬ আকারের সমসম্ভব নমুনার গড় মান ১০৩ অপেক্ষা বৃহত্তর হওয়ার সম্ভাবনা। প্রদত্ত আছে,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^1 e^{-x^2/2} dx = 0.841. \quad ১\frac{1}{2} + ১\frac{1}{2}$$

B.Sc.-11007-P

QP Code : 18UT114EMT13

(English Version)

Group – A

Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$

1. a) The probability mass function of a random variable given by $P(X = x) = (1 - \theta)^{x-1}\theta$. We need to decide between $H_0 : \theta = 0.5$ vs $H_1 : \theta = 0.1$ by following method. H_0 will be rejected if $x \geq 5$. Find out the probability of type-I and type-II error. 3 + 3
- b) Prove that if β be the probability of type-II error in hypothesis testing, then power of test is $1 - \beta$. 4
2. a) The weights (in lbs) of 10 students randomly chosen from a school are following :
38, 36, 45, 40, 35, 39, 44, 45, 33 and 37.
Assuming that the weights are normally distributed find a 95% confidence interval of the population mean. Given that for 9 degrees of freedom $P(|t| > 2.262) = 0.025$. 4
- b) The probability mass function of a population is given by
 $f(x) = \mu x^{\mu-1} (0 < x < 1; \mu > 0)$. Find the maximum likelihood estimator (MLE) of μ .

6

B.Sc.-11007-P

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

QP Code : 18UT114EMT13 2

3. a) A frequency distribution table is given below :

Daily wages (Rs.)	50-55	55-60	60-65	65-70
No. of workers	5	20	10	10

70-75	75-80	80-85	85-90
9	6	12	8

Find out the following :

- i) Number of workers whose daily wages is less than Rs. 80,
ii) Number of workers whose daily wages is more than or equal to Rs. 65 and less than Rs. 85,
iii) Arithmetic mean of wages. 1 + 2 + 3
- b) If $\sigma_x (> 0)$ and $\sigma_y (> 0)$ be the standard

deviation of two variables x and y respectively then prove that, the correlation coefficient between x and y ,

$$r = \frac{\{var(x+y) - var(x-y)\}}{4\sigma_x\sigma_y},$$

where $var(x) =$ variance of x . 4

4. a) For a distribution of 250 values of a variable, calculation showed that the mean and standard deviation were 54 and 3 respectively. It was however, discovered on checking that the two numbers 64 and 50 in the original data were wrongly written in place of correct values 62 and 52 respectively. Calculate correct mean and standard deviation. 2 + 3

B.Sc.-11007-P

3 QP Code : 18UT114EMT13

- b) An ornithologist sitting in a park has spotted a number of birds belonging to 6 categories. The exact classification is given below :

Category	1	2	3	4	5	6
Frequency	6	7	13	17	6	5

Test at 5% level of significance whether or not the data is compatible with the assumption that this particular park is visited by birds belonging to these 6 categories in the proportion

$1 : 1 : 2 : 3 : 1 : 1$. Given that $P(\chi^2 > 11.07) = 0.05$ for 5 degrees of freedom. 5

Group - B

Answer any *three* questions. $6 \times 3 = 18$

5. From the partial records of correlation data the following results are legible :
Variance of x is 9, Regression lines are $8x - 10y + 66 = 0$ and $40x - 18y = 214$. Find out the following :
- The mean values of x and y
 - The correlation coefficient (r) between x and y
 - The standard deviation of y . $2 + 2 + 2$

B.Sc.-11007-P

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

QP Code : 18UT114EMT13 4

6. A random sample (without replacement) of size 2 has been drawn from a finite population containing the set $\{ 1, 3, 5 \}$ of size 3. Find out the sample mean and standard error of sample mean. 6
7. Explain with example what you mean by the following terms in the context of hypothesis testing :
- Simple Hypothesis
 - Composite Hypothesis
 - Critical region. 2×3
8. Explain what is unbiased and consistent estimator. Show that sample mean is a consistent estimator of population mean. $2 + 4$
9. The daily wages paid to the workers in two firms, A and B belonging to the same industry are given below :

	Firm A	Firm B
No. of workers	550	650
Average daily wages (Rs.)	50	45
Standard deviation (Rs.)	10	10.5

Answer the following questions :

- Which firm A or B has greater variability in individual wages ?
- Find out the average and standard deviation of daily wages of all workers in two firms taken together. $2 + 4$

B.Sc.-11007-P

QP Code : 18UT114EMT13

10. The probability distribution function of a population is

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 \leq x \leq \theta \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from above distribution. Show that the maximum likelihood estimator of θ based on this sample is $\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$, where $\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ is the maximum value of X_1, X_2, \dots, X_n . 6

Group - C

Answer any four questions. $3 \times 4 = 12$

11. Show that in finding the arithmetic mean of set of readings on a thermometer, it does not matter whether we measure temperature in Centigrade or Fahrenheit, but that in finding the geometric mean it does matter which scale we use. Given $\frac{F-32}{9} = \frac{C}{5}$, where F = temperature in Fahrenheit and C = temperature in Centigrade. 3
12. 8 coins are tossed together and number of heads resulting was noted. The operation was repeated 256 times and number of heads (f) that were obtained for different values of x were shown in the following table :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f	1	9	26	59	72	52	29	7	1

Calculate 3rd quartile, 4th decile and 27th percentile from the table. 3

QP Code : 18UT114EMT13 2

13. A sample of size 900 has been drawn from a normal population with mean = 0.1 and standard deviation = 2.1. Find out the probability that the sample mean is negative (-ve).

Given that $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{1.43}^{\infty} e^{-x^2/2} dx = 0.0765$. 3

14. Assume $y - \bar{y} = b_{yx}(x - \bar{x})$ and $x - \bar{x} = b_{xy}(y - \bar{y})$ are the equation of regression lines of y on x and x on y respectively. Find out the angle between these two lines when (i) $r=0$ and (ii) $r=1$, where r = coefficient of correlation and \bar{x}, \bar{y} are the means of x and y respectively. 3
15. Prove that the sum of the squares of deviation of a set of values is minimum, when taken about mean. 3
16. If $t = t(x_1, x_2, \dots, x_n)$ be a consistent estimator of a population parameter θ , then show that $\frac{n}{n+1}t$ is also a consistent estimator of θ . 3
17. Find mean and variance of first N natural numbers. 1 + 2

18. Given that the marks obtained in a test is normally distributed with a mean 100 and standard deviation 12. Find

- i) the probability that a random sample of 64 scores will have mean greater than 103.

$$\text{Given, } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^2 e^{-x^2/2} dx = 0.977$$

- ii) the probability that a random sample of 16 scores will have mean greater than 103.

$$\text{Given, } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^1 e^{-x^2/2} dx = 0.841. \quad 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$$
