স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

পদার্থবিদ্যা (Physics)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective)

পঞ্চম পত্র (5th Paper : Heat and Thermodynamics)

সময় ঃ দুই ঘন্টা | **পূর্ণমান ঃ ৫০**

Time : 2 Hours | Full Marks : 50

মানের গুরুত্ব ঃ ৭০%

Weightage of Marks : 70%

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

১। যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১০ × ২ = ২০

ক) দেখান যে কোনো আদর্শ গ্যাসের চাপ P, ঘনত্ব ρ এবং অণুগুলির মূল মধ্য বর্গ বেগ c হলে

$$P = \frac{1}{3}\rho c^2$$

আরও দেখান যে এক মোল আদর্শ গ্যাসের মোট শক্তি E হলে T তাপমাত্রায়

$$E = \frac{3}{2}RT,$$

R হল সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক । ৬ + ৪

খ) আদর্শ গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব থেকে গ্যাসের সান্দ্রতাঙ্ক এবং তাপ পরিবাহিতাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করুন । এজন্য প্রয়োজনীয় অনুমানগুলি সুস্পষ্টভাবে লিখুন । ১০

গ) মহাক্যাননিকাল সমাবেশের গুরুত্ব সমষ্টি থেকে ম্যাক্সওয়েল-বোলজম্যান, বোস-আইনস্টাইন এবং ফার্মি-ডিরাক সংখ্যায়ন পরিচালিত কণাগুলির বন্টন সূত্র নির্ণয় করুন । ১০

ঘ) i) স্থির তাপে সংকোচনশীলতা k, ঘনত্ব ρ এবং আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক β হলে প্রমাণ করুন যে

$$k = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \text{ এবং } \beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$$

ii) আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে দেখান যে $k = \frac{1}{p}$ এবং

$\beta = \frac{1}{T}$.

iii) কোনো PVT তন্ত্রের জন্য $\beta = \frac{3aT^3}{V}$ এবং

$k = \frac{b}{V}$ হলে অবস্থার সমীকরণ নির্ণয় করুন ।

৩ + ৩ + ৪

ঙ) তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র থেকে দেখান যে কোনো আদর্শ গ্যাসের রুদ্ধতাপ পরিবর্তনের জন্য

$C_p - C_v = nR$ এবং

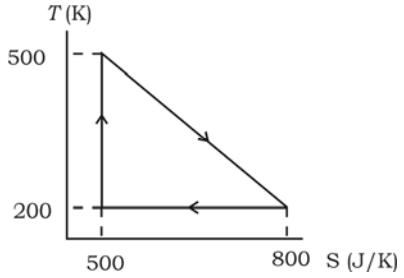
$PV^{\gamma} =$ ধ্রুবক,

চিহ্নগুলি সাধারণ অর্থ বহন করে ।

এর থেকে বায়ুমন্ডলের উষ্ণতা উচ্চতার সঙ্গে কেমনভাবে পরিবর্তিত হয় তা নির্ণয় করুন । ৩ + ৩ + ৪

চ) i) অটো সাইকেল বর্ণনা করুন এবং তার কার্যদক্ষতা নির্ণয় করুন ।

ii) একটি প্রতিবর্তী ইঞ্জিনের T-S চিত্র দেওয়া হল । কার্যদক্ষতা নির্ণয় করুন ।



৩ + ৩ + ৪

২। যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৬ × ৩ = ১৮

ক) প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসের অণুর গড় অবাধ পথ 300 nm । গ্যাসের প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় ঘনত্ব $180\ \text{kg/m}^3$ এবং অণুর ভর 8×10^{-27} kg হলে অণুর ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন । প্রয়োজনীয় সূত্রটি উপপাদন করুন । ৩ + ৩

খ) কোনো গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ

$p = p_0 (1 + \alpha T - \beta v)$; $C_v =$ ধ্রুবক, দেখান যে রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ার জন্য

$C_v \ln T + \alpha\, p_0 V =$ ধ্রুবক । ৬

গ) স্টোকস্-এর সূত্র থেকে ব্রাউনিয় গতির জন্য দেখান যে $\xi^2 = \frac{RT}{N_A} \frac{1}{3\pi\eta r} \tau$, যখন η = মাধ্যমের সান্দ্রতাঙ্ক, r = কণার ব্যাসার্ধ, v = কণার গতিবেগ, ξ = কণার সরণ, N_A = অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা এবং τ = সময় । ৬

ঘ) কোনা গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ

$\left(P + \frac{a}{V^{5/3}} \right) (V - b) = RT$ হলে সংকট তাপমাত্রা ও সংকট চাপের রাশিমালা নির্ণয় করুন ।

৩ + ৩

ঙ) 4 টি অভিন্ন কণাকে কতরকম পদ্ধতিতে 4 টি শক্তিস্তরে বিন্যাস করা সম্ভব যখন কণাগুলি (i) চিরায়ত কণা, (ii) বোসন, (iii) ফার্মিয়ন ? ২ × ৩

চ) তাপ সম্পর্কিত গুণাঙ্কগুলি

$\alpha = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$; $\beta = -\frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ এবং $\gamma = \frac{1}{p_0}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ যখন V_0 ও p_0 যথাক্রমে গড় আয়তন ও গড় চাপ হলে α, β ও γ-র মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করুন । এর জন্য প্রয়োজনীয় গাণিতিক সম্পর্ক নির্ণয় করুন । ৩ + ৩

ছ) কোনো উদস্থৈতিক তন্ত্রের জন্য হেলমোলৎজ মুক্ত শক্তি F হলে দেখান যে

i) $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_v$

ii) $C_v = -T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_v$. ৩ + ৩

জ) জুল-থমসন প্রক্রিয়াতে উৎক্রম উষ্ণতা কাকে বলে ? কোনো গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ

$P(V - b) = RTe^{-a/RVT}$, যখন a, b দুটি ধ্রুবক । গ্যাসটির উৎক্রম উষ্ণতা নির্ণয় করুন । ৬

ঝ) স্টিফেন-বোলজম্যানের বিকিরণের সূত্র প্রতিষ্ঠা করুন । ৬

৩। যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ৪ = ১২

ক) কোনো গ্যাসের অণুর গড় অবাধ পথ 5 সেমি হলে কত শতাংশ অণুর অবাধ পথ 5 সেমি থেকে 6 সেমি-এর মধ্যে হবে ? ৩

খ) অক্সিজেন অণুকে যদি দুটি বিন্দুভর ও একটি সরল ভরহীন স্প্রিং দ্বারা যুক্ত হিসেবে প্রকাশ করা হয়, তাহলে তার স্বাধীনতার মাত্রা কত ? ৩

গ) দুটি এক পারমাণবিক গ্যাসের পারমাণবিক ভর A_1 ও A_2 হলে তাদের তাপ পরিবাহিতাঙ্কের অনুপাত $\frac{k_1}{k_2} = \frac{\eta_1 A_1}{\eta_2 A_2}$, যখন η_1 ও η_2 তাদের সান্দ্রতাঙ্ক, প্রমাণ করুন । ৩

ঘ) দুটি অণুর মধ্যে স্থিতিশক্তির রাশিমালা $V(r) = 4\in\left[-\left(\frac{\sigma}{r}\right)^6 + \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12}\right]$ হলে, সাম্যাবস্থায় অণুদুটির মধ্যে দূরত্ব কত ? এখানে $\in$ ও σ দুটি ধ্রুবক । ৩

ঙ) প্রমাণ করুন যে ভ্যান ডার ওয়াল্‌স গ্যাসের $\left(\frac{\partial C_v}{\partial V}\right)_T = 0$. ৩

চ) আবর্তনের জন্য কোয়ান্টাম তত্ত্বানুসারে গুরুত্ব সমষ্টি নির্ণয় করুন । ৩

ছ) T_1 , T_2 ও T_3 তাপমাত্রায় ফের্মি-ডিরাক বন্টনের চিত্র অঙ্কন করুন $(T_3 > T_2 > T_1 = 0\,\mathrm{K})$. ৩

জ) একটি তাপযুগ্মের দুই প্রান্তের মধ্যে তাপমাত্রার পার্থক্য 700°C হলে তড়িচ্চালক বলের মান $2{\cdot}3 \times 10^{-2}\,\mathrm{V}$ এবং 500°C হলে $1{\cdot}7 \times 10^{-2}\,\mathrm{V}$ । তাপযুগ্মের C_1 ও C_2 -র মান নির্ণয় করুন । ৩

ঝ) দেখান যে জুল-থমসন ক্রিয়ার ক্ষেত্রে প্রাথমিক ও অন্তিম অবস্থায় এনথ্যালপির মান সমান । ৩

ঞ) জলের P-T চিত্র অঙ্কন করে ত্রৈধ বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করুন । ৩

ট) বিকিরণের চাপ সংক্রান্ত বার্তোলির কাল্পনিক পরীক্ষাটি বর্ণনা করুন । ৩

ঠ) অ্যামোনিয়ার কঠিন ও তরল অবস্থার জন্য বাষ্পচাপ (P, মিমি পারদস্তম্ভের চাপ এককে) ও (T কেলভিন এককে) সম্পর্ক যথাক্রমে $\ln P = 23{\cdot}03 - 3754/T$ ও $\ln P = 19{\cdot}49 - 3063/T$, ত্রৈধ বিন্দুতে চাপ ও তাপমাত্রা নির্ণয় করুন । ৩

(English Version)

1. Answer any *two* questions : $10 \times 2 = 20$

a) Show that for an ideal gas with pressure P, density ρ and root mean square velocity of the molecules c,

$$P = \frac{1}{3}\rho c^2$$

Show also that for one mole of ideal gas the total energy E at temperature T is given by $E = \frac{3}{2}RT$, where R is universal gas constant. 6 + 4

b) From the kinetic theory of ideal gases establish a relation between the viscosity and thermal conductivity. State clearly the assumptions. 10

c) Derive the distributions for particles obeying Maxwell-Botzmann, Bose-Einstein and Fermi-Dirac statistics from grand canonical functions. 10

d) i) If bulk modulus at constant temperature is k, density is ρ and volume expansion coefficient is β, then show that

$$k = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \text{ and } \beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$$

ii) Show that for an ideal gas $k = \frac{1}{p}$ and $\beta = \frac{1}{T}$.

iii) For a PVT system, $\beta = \frac{3aT^3}{V}$ and $k = \frac{b}{V}$. Find out the equation of state. 3 + 3 + 4

e) From the first law of thermodynamics, show that, for adiabatic change of an ideal gas,

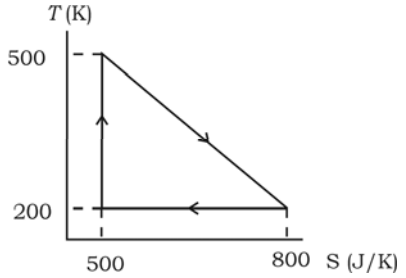
$C_p - C_v = nR$ and

PV^γ = constant,

where the symbols carry their usual meaning. From the results find out how the temperature of the atmosphere varies with height. 3 + 3 + 4

f) i) Describe Otto cycle and find out its efficiency.

ii) The T-S diagram for a reversible engine is given below. Find out its efficiency.



3 + 3 + 4

2. Answer any *three* questions : 6 × 3 = 18

a) The mean free path of the molecules of a gas is 300 nm at STP. At STP the density of the gas is 180 kg/m^3 and the mass of a molecule is 8×10^{-27} kg. Estimate the radius of the molecule. Deduce the necessary formula. 3 + 3

b) The equation of state of a gas is given by $p = p_0(1 + \alpha T - \beta v)$; C_v = constant.

Show that for adiabatic process

$C_v \ln T + \alpha p_0 V$ = constant. 6

c) Starting from Stokes law, show that for Brownian motion $\xi^2 = \frac{RT}{N_A}\frac{1}{3\pi\eta r}\tau$, where η = coefficient of viscosity of the medium, r = radius of the particles, υ = velocity of the particles, ξ = displacement of the particle, N_A = Avogadro number and τ = time. 6

d) Find out expressions for critical temperature and critical pressure for a gas whose equation of state is given by

$$\left(P + \frac{a}{V^{5/3}}\right)(V - b) = RT\,.$$ 3 + 3

e) Find out the number of ways for 4 identical particles that can be distributed in 4 energy levels when the particles are (i) classical particles, (ii) bosons and (iii) fermions.

2×3

f) The coefficients related to heat are given by $\alpha = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$; $\beta = -\frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ and $\gamma = \frac{1}{p_0}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ where V_0 and p_0 are average volume and pressure, respectively. Establish a relation between α, β and γ. Deduce the necessary mathematical relation for it. 3 + 3

g) If for a hydrostatic system Helmholtz free energy is F, then show that

i) $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_\upsilon$

ii) $C_\upsilon = -T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_\upsilon$. 3 + 3

h) What is inversion temperature in Joule-Thomson effect ? If the equation of state of a gas is given by $P(V - b) = RTe^{-a/RVT}$ where a and b are constants, find out the inversion temperature of the gas. 6

i) Establish Stefan-Boltzmann law of radiation. 6

3. Answer any *four* questions : $3 \times 4 = 12$

a) If the mean free path of gas molecules is 5 cm, what percentage of the molecules will have a free path between 5 cm and 6 cm ?

3

b) If the oxygen molecule is represented by two mass points connected by a massless straight spring, what will be its number of degrees of freedom ? 3

c) If two monatomic gases have atomic masses A_1 and A_2, the ratio of their thermal conductivities is given by $\frac{k_1}{k_2} = \frac{\eta_1 A_1}{\eta_2 A_2}$, where η_1 and η_2 are their coefficients of viscosities. Prove it. 3

d) The potential energy between two molecules is given by the expression

$$V(r) = 4\in\left[-\left(\frac{\sigma}{r}\right)^6 + \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12}\right]$$

What is the equilibrium distance between the two molecules ? Here $\in$ and σ are two constants. 3

e) Prove that for a van der Waals gas, $\left(\frac{\partial C_v}{\partial V}\right)_T = 0$. 3

f) Find the partition function due to rotation in quantum theory. 3

g) Sketch the Fermi-Dirac distribution function at temperatures T_1, T_2 and T_3 $(T_3 > T_2 > T_1 = 0\,\text{K})$. 3

h) The *emf* of a thermocouple is $2{\cdot}3 \times 10^{-2}$ V when the temperature difference between the two ends is 700°C and $1{\cdot}7 \times 10^{-2}$ V when the difference is 500°C. Find out C_1 and C_2 for the thermocouple. 3

i) Show that enthalpy values for the initial and final states are the same for a Joule-Thomson effect. 3

j) Draw the *P-T* diagram for water and indicate the triple point. 3

k) Describe the imaginary experiment of Bartoli related to radiation pressure. 3

l) The pressure (P in mm of Hg column) and temperature (T in K) for solid and liquid phases of ammonia are given by the relations $ln\ P = 23{\cdot}03 - 3754/T$ and

$ln\ P = 19{\cdot}49 - 3063/T$, respectively. Find out the pressure and the temperature at the triple point. 3