স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

পদার্থবিদ্যা (Physics)

সহায়ক পাঠক্রম (Subsidiary)

প্রথম পত্র (S-I, SPH-I : Physics-I)

সময় ঃ তিন ঘন্টা | পূর্ণমান ঃ ১০০

Time : 3 Hours | Full Marks : 100

মানের গুরুত্ব ঃ ৭০%

Weightage of Marks : 70%

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

১। যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ২০ × ২ = ৪০

ক) i) $\vec{A} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ যে সমতলে অবস্থিত তার অভিলম্বে একক ভেক্টর নির্ণয় করুন । ৪

ii) প্রমাণ করুন

$\vec{F} = \left(2xy + z^2\right)\hat{i} + x^2\hat{j} + 2xz\hat{k}$ নিউটন বলটি সংরক্ষী । ৪

iii) গাউসের ডাইভার্জেন্স উপপাদ্যটি বিবৃত করুন । এই উপপাদ্য ব্যবহার করে প্রমাণ করুন যে একটি গোলকের (তলক্ষেত্রফল জানা থাকলে) আয়তন $V = \frac{4}{3}\pi a^3$, যেখানে a = গোলকের ব্যাসার্ধ ।

২ + ৪

iv) একটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের ভ্রামক এবং বস্তুটির কৌণিক ভরবেগের সম্বন্ধের রাশিমালা প্রতিষ্ঠা করুন । এই রাশিমালার সাহায্যে কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র প্রতিষ্ঠা করুন । ৪ + ২

খ) i) গ্রহগতি সম্পর্কে কেপলারের সূত্রগুলি বিবৃত করুন । ৩

ii) পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোন্ বস্তুকে নিয়ে গেলে বস্তুটি যে অভিকর্ষজ ত্বরণ অনুভব করবে তার রাশিমালা নির্ণয় করুন । প্রমাণ করুন যে পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য । ৪ + ২

iii) কোন বস্তুকে একটি বহিস্থ বল দ্বারা সেটির দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটালে বস্তুটির মধ্যে যে স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হয় তার রাশিমালা নির্ণয় করুন । ৪

iv) পৃষ্ঠটানের আণবিক তত্ত্ব আলোচনা করুন । ২

v) আদর্শ গ্যাসের গতিতত্ত্বের অঙ্গীকারসমূহ বিবৃত করুন । ৫

গ) i) তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রটি বিবৃত এবং ব্যাখ্যা করুন । ৫

ii) আদর্শ গ্যাসের রুদ্ধতাপ পরিবর্তনের ক্ষেত্রে গ্যাসের আয়তন ও চাপের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করুন । ৪

iii) তাপ বিকিরণ সংক্রান্ত কির্কফ-এর সূত্র বিবৃত ও প্রমাণ করুন । ৩ + ৪

iv) একটি জলাশয়ে 0·04 m পুরু বরফ জমে আছে । উপরের বায়ুর উষ্ণতা 261 K । কী হারে বরফ জমতে থাকবে ? দেওয়া আছে বরফের আপেক্ষিক তাপ = 2·184 $Wm^{-1}K^{-1}$, বরফের ঘনত্ব = 920 kg m^{-3}, বরফ গলনের লীনতাপ = 333 kJ/kg. ৪

ঘ) i) পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়াশীল সমকম্পাঙ্কের (ω) কিন্তু ভিন্ন দশা (ϕ) ও ভিন্ন বিস্তারের দুটি সরল দোলগতির উপরিপাতের রাশিমালা নির্ণয় করুন । প্রমাণ করুন যে দোলগতিটি সরলরৈখিক হবে যখন $\phi = 0$ এবং $\phi = \pi$ । ৫ + ২

ii) ফের্মার নীতি প্রয়োগ করে প্রতিফলনের সূত্রগুলি প্রতিষ্ঠা করুন । ৫

iii) একটি উত্তল লেন্স থেকে 0·90 m দূরে একটি বস্তু রাখলে লেন্স থেকে 0·45 m দূরে রাখা একটি পর্দায় সদ্‌বিম্ব গঠিত হয় । উত্তল লেন্সের সংস্পর্শে একটি অবতল লেন্স বসালে সদ্‌বিম্ব পাওয়ার জন্য পর্দাটিকে আরও 0·75 m দূরে নিয়ে যেতে হয় । অবতল লেন্সটির ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন । ৪

iv) একটি সরল অণুবীক্ষণ যন্ত্রের বিবর্ধনের রাশিমালা নির্ণয় করুন । ৪

২। যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১২ × ৩ = ৩৬

ক) i) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$-এর মধ্যবর্তী কোণ θ ও তাদের দিক্ কোসাইন যথাক্রমে λ_1, μ_1, ν_1 এবং λ_2, μ_2, ν_2 হলে প্রমাণ করুন যে

$\cos\theta = \lambda_1\lambda_2 + \mu_1\mu_2 + \nu_1\nu_2$. ৪

ii) যদি $\vec{a}$ একটি স্থির ভেক্টর হয় তবে প্রমাণ করুন যে $\vec{\nabla}\left(\vec{a}\,.\,\vec{r}\right) = \vec{a}$, যেখানে $\vec{r}$ = অবস্থান ভেক্টর । ৪

iii) $\vec{f}$ একটি স্থির ভেক্টর । প্রমাণ করুন যে $\vec{f}$ এবং $\frac{d\vec{f}}{dt}$ পরস্পর লম্ব । ৪

খ) i) একটি পাতলা আয়তাকার পাতের কেন্দ্রগামী এবং প্রস্থের সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তা ভ্রামক নির্ণয় করুন । ৪

ii) একটি চতুর্ভুজের বাহুগুলি ভরহীন এবং সেটির শীর্ষবিন্দুগুলি $A\,(-3,\,2)$, $B\,(3,\,-1)$, $C\,(6,\,3)$ ও $D\,(12,\,2)$ । যদি A, B, C, D তে যথাক্রমে 1 কেজি, 2 কেজি, 3 কেজি এবং 4 কেজি ভর আবদ্ধ থাকে তবে ব্যবস্থাটির ভরকেন্দ্র নির্ণয় করুন । ৪

iii) xy তলে গতিশীল একটি কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i}\,a\cos\omega t + \hat{j}\,b\sin\omega t$ । কণাটির ত্বরণ নির্ণয় করুন । ৪

গ) i) একটি বস্তুকে ঊর্ধ্বমুখে উৎক্ষেপ করা হল । যদি $6{\cdot}4 \times 10^6\,\mathrm{m}$ উচ্চতায় বস্তুটি পৌঁছায় তবে তাকে কত বেগে নিক্ষেপ করা হয়েছিল ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6{\cdot}4 \times 10^6\,\mathrm{m}$, পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = $9{\cdot}8\,\mathrm{m/s^2}$ । ৪

ii) একটি বস্তুপিণ্ডকে l দৈর্ঘ্যের ভারহীন ও অপ্রসার্য একটি সুতার সাহায্যে অনুভূমিক তলে সুষম বেগে আবর্তন করানো হচ্ছে । যদি ঝুলন বিন্দুগামী উলম্ব রেখার সঙ্গে সুতা θ কোণে থাকে তবে প্রমাণ যে করুন বস্তুপিণ্ডের আবর্তনকাল

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}}\,.$$ ৪

iii) আদর্শ গ্যাসের চাপের সমীকরণ ব্যবহার করে বয়েলের সূত্র ও চার্লসের সূত্র প্রমাণ করুন । ৪

ঘ) i) দন্ড বরাবর তাপের ঋজুরেখ প্রবাহ সংক্রান্ত ফুরিয়ে-এর সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করুন । স্থিতি অবস্থায় পৃষ্ঠতল থেকে বিকিরণ (a) উপেক্ষণীয় হলে, (b) উপেক্ষণীয় না হলে উৎস থেকে x-দূরত্বে উষ্ণতার রাশিমালা নির্ণয় করুন । ৪ + ২ + ২

ii) অবমন্দিত কম্পগতির সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করুন । ৪

ঙ) i) উত্তল লেন্সের দ্বারা সদ্‌বিম্ব গঠনের ক্ষেত্রে বস্তু ও পর্দার মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব কত হওয়া প্রয়োজন ? ৪

ii) দুটি সংলগ্ন পাতলা লেন্স সমবায়ের তুল্য ফোকাস দৈর্ঘ্যের রাশিমালা নির্ণয় করুন । ৪

iii) পরস্পর সংলগ্ন দুটি লেন্সের অবর্ণতার শর্ত প্রতিষ্ঠা করুন । ৪

৩। যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৬ × ৪ = ২৪

ক) i) দেখান যে

$$\left(\vec{a} \times \vec{b}\right)^2 + \left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right)^2 = a^2 b^2 .$$ ৩

ii) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ হলে, প্রমাণ করুন যে

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a} .$$ ৩

খ) জড়তা ভ্রামক সংক্রান্ত সমান্তরাল অক্ষের উপপাদ্য বিবৃত করুন ও প্রমাণ করুন । ২ + ৪

গ) ভারহীন দণ্ডের বক্রনজাত অবনমনের রাশিমালা লিখুন । এই রাশিমালা ব্যবহার করে দুই প্রান্ত দৃঢ় একটি হালকা অনুভূমিক দণ্ডের মধ্যস্থলে ভার চাপানোর ফলে দণ্ডের অবনমনের রাশিমালা প্রতিষ্ঠা করুন । ২ + ৪

ঘ) তরলের ধারারেখ প্রবাহের জন্য বার্নুলির উপপাদ্য বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন । ২ + ৪

ঙ) i) 100°C এবং 10°C এর মধ্যে ক্রিয়াশীল একটি কার্নো ইঞ্জিনে একটি চক্রের কার্যের পরিমাণ 1200 joule হলে কী পরিমাণ তাপ উৎস থেকে গৃহীত হয়েছিল ? ৩

ii) নিম্নলিখিত তথ্য থেকে সূর্যের পৃষ্ঠতলের গড় উষ্ণতা নির্ণয় করুন ঃ

সৌর ধ্রুবক = $1360\ \mathrm{W/m^2}$,

স্টেফান ধ্রুবক = $5{\cdot}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{WmK^{-1}}$

সূর্যের গড় ব্যাসার্ধ = $7 \times 10^8\ \mathrm{m}$

সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যে গড় দূরত্ব = $1{\cdot}49 \times 10^{11}\ \mathrm{m}$. ৩

চ) ডপলার ক্রিয়া বলতে কি বোঝায় ? উৎস গতিশীল, পর্যপেক্ষক স্থির থাকলে উৎসের শব্দের কম্পাঙ্ক কিভাবে পরিবর্তিত হয় ? ২ + ৪

(English Version)

1. Answer any *two* questions : $20 \times 2 = 40$

a) i) $\vec{A} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ are two given vectors. Find the unit vector perpendicular to the plane of above vectors. 4

ii) Prove that $\vec{F} = \left(2xy + z^2\right)\hat{i} + x^2\hat{j} + 2xz\hat{k}$ Newton is a conservative force. 4

iii) State Gauss' divergence theorem. Using this theorem prove that the volume of a sphere of known surface area is $V = \frac{4}{3}\pi a^3$, where a = radius of the sphere. 2 + 4

iv) Find the relation between applied torque and angular momentum of a rotating body. Hence establish the law of conservation of angular momentum. 4 + 2

b) i) State the Kepler's laws of planetary motion. 3

ii) Find the expression of acceleration due to gravity when observed inside the earth. Prove that acceleration due to gravity at the centre of earth is zero. 4 + 2

iii) Calculate the potential energy stored in a body when its length is changed by external force. 4

iv) Discuss the molecular theory of surface tension. 2

v) State the basic assumptions of kinetic theory for an ideal gas. 5

c) i) State and explain first law of thermodynamics. 5

ii) Establish the relation between volume and pressure of an ideal gas for adiabatic process. 4

iii) State and prove Kirchhoff's law of radiation. 3 + 4

iv) 0·04 m thick ice is frozen on a lake. Air temperature is 261 K. Find the rate of solidification of ice. Given that

Specific heat of ice = 2·184 $Wm^{-1}K^{-1}$,

Density of ice = 920 kg m^{-3},

Latent heat of ice = 333 kJ/kg. 4

d) i) Find the expression for motion of two mutually perpendicular simple harmonic oscillators with same frequency (ω) but different phase (ϕ). Prove that the motion will be straight for $\phi = 0$ and $\phi = \pi$. 5 + 2

ii) Use Fermat's principle to prove the laws of reflection. 5

iii) The real image is formed on a screen 0·45 m from the convex lens. The distance between the lens and the object is 0·90 m. Now a concave lens is kept in contact with the convex lens. To get the image on the screen, it has to move by a distance 0·75 m. Find the focal length of the concave lens. 4

iv) Find the expression for magnification of a simple microscope. 4

2. Answer any *three* questions : 12 × 3 = 36

a) i) If the angle between two vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$ is θ and the direction cosines of the vectors are λ_1, μ_1, ν_1 and λ_2, μ_2, ν_2 respectively, then prove that

$\cos\theta = \lambda_1\lambda_2 + \mu_1\mu_2 + \nu_1\nu_2$. 4

ii) If $\vec{a}$ is a constant vector, then prove that $\vec{\nabla}\left(\vec{a} \cdot \vec{r}\right) = \vec{a}$, where

$\vec{r}$ = position vector. 4

iii) If $\vec{f}$ is a constant vector, then prove that $\vec{f}$ and $\frac{d\vec{f}}{dt}$ are perpendicular to each other. 4

b) i) Find the moment of inertia of a rectangular lamina about an axis passing through its centre and parallel to its breadth. 4

ii) The vertices of a light quadrilateral are A (– 3, 2), B (3, – 1), C (6, 3) and D (12, 2). If 1 kg, 2 kg, 3 kg and 4 kg weights are attached with the vectices *A, B, C,* D respectively, then find the centre of mass of the system. 4

iii) The equation of motion of a body moving in xy plane is $\vec{r} = \hat{i}\, a \cos \omega t + \hat{j}\, b \sin \omega t$. Find the acceleration of the body. 4

c) i) A body is thrown vertically upward and it reaches to a hight $6{\cdot}4 \times 10^6$ m. Find the velocity of throw.

Given : Radius of earth = $6{\cdot}4 \times 10^6$ m

Acceleration due to gravity on the surface of earth = $9{\cdot}8$ m/s^2. 4

ii) A body is rotated with the help of an inextensible string of length l. If the string makes an angle θ with the vertical, show that time period of rotation is $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}}$. 4

iii) Using the expression for pressure of an ideal gas prove Charles' law and Boyle's law. 4

d) i) Establish Fourier's equation in relation with rectilinear propagation of heat. Find also the expression for temperature at steady state at a distance x from the source with (a) radiation is negligible, (b) radiation is not negligible. 4 + 2 + 2

ii) Establish the expression for damped vibration. 4

e) i) Find the minimum distance required for a convex lens to form an image on a screen. 4

ii) Find the equivalent focal length of two thin lenses kept in contact. 4

iii) Establish the condition of achromatism for two lenses kept in contact. 4

3. Answer any *four* questions : $6 \times 4 = 24$

a) i) Show that

$$\left(\vec{a} \times \vec{b}\right)^2 + \left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right)^2 = a^2b^2 .$$ 3

ii) If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, then show that

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a} .$$ 3

b) State and prove parallel axis theorem in connection with moment of inertia. 2 + 4

c) Write down the expression for bending of a light beam. Use the above expression to find the expression of depression of a beam rigid at two ends and loaded at the mid-point. 2 + 4

d) State and prove Bernoulli's theorem for streamline flow of fluid. 2 + 4

e) i) The available work of a cycle of Carnot engine operating at the temperatures 100°C and 10°C is 1200 joule. Find the heat taken from the source. 3

ii) Calculate the average surface temperature of sun.

Given : Solar constant = 1360 W/m^2,

Stefan's constant = $5{\cdot}67 \times 10^{-8} WmK^{-1}$

Average distance of sun from earth = $1{\cdot}49 \times 10^{11}$ m

Average radius of sun = 7×10^8 m. 3

f) What do you mean by Doppler effect ? If the source is in motion and observer is at rest how the frequency of the source changes to the observer ? 2 + 4