স্নাতক পাঠক্রম শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা

(BDP Term End Examination)

ডিসেম্বর, ২০১৭ ও জুন, ২০১৮ (December-2017 & June-2018)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

পদার্থবিদ্যা (Physics)

প্রথম পত্র (1st Paper)

Mathematical Methods in Physics : EPH-1

সময় ঃ দুই ঘণ্টা (Time : 2 Hours)

পূর্ণমান ঃ ৫০ (Full Marks : 50)

মানের গুরুত্ব ঃ ৭০% (Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting. The figures in the margin indicate full marks.

১। যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১০ × ২ = ২০

i) ক) p-এর মান কত হলে

$\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + p\hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$

এবং $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টর তিনটি সমতলীয় হবে ? 4

খ) $\vec{\nabla}\varphi = 2r^5\hat{r}$ হলে φ এর মান নির্ণয় করুন । 6

ii) ক) $\nabla^2 (\ln r)$এর মান নির্ণয় করুন । 4

খ) প্রমাণ করুন $\nabla^2 f(r) = \frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{df}{dr}$ ।

$f(r)$-এর মান কত হলে $\nabla^2 f(r) = 0$ হয় ? 6

iii) ক) চুম্বক ক্ষেত্রে একটি আহিত কণার গতির সমীকরণটি হল $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{m}(\vec{v} \times \vec{B})$.

যেখানে $\vec{B}$ একটি ধ্রুবক ভেক্টর । দেখান যে কণাটির দ্রুতি এবং $(\vec{v}\,.\,\vec{B})$ ধ্রুবক । 6

খ) $\vec{A} = (2x + 5y - 4)\hat{i} + (5x - 3y + 6)\hat{j}$ হলে (0, 0, 0), (2, 0, 0) এবং (3, 2, 0) দ্বারা বেষ্টিত ত্রিভুজের চারপাশে $\oint \vec{A}\,.\,d\vec{r}$-এর মান নির্ণয় করুন । 4

iv) ক) দুটি পরস্পর স্বতন্ত্র ঘটনা A এবং B এর জন্য $P(A) = 0{\cdot}68$ এবং $P(B) = 0{\cdot}38$ হলে $P(A \cap B)$, $P(A|B)$ এবং $P(B|A)$-এর মান নির্ণয় করুন । 2 + 2 + 1

খ) তাসের প্যাকেটে 52 টি তাসের মধ্যে থেকে দুটি তাস পরপর তুলে নিলে একটি ইস্কাবনের টেক্কা ও অন্যটি হরতনের গোলাম হওয়ার সম্ভাব্যতা কত ? দুটি তাসই টেক্কা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত ? 2 + 3

v) ক) $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} = \frac{e^y}{x^2}$ সমীকরণটির সমাধান করুন । 6

খ) যদি

$$du = (x^2 + y^2 + 4)\,x\,dx + (x^2 - y^2 + 9)\,y\,dy$$

হয় তবে দেখান যে du একটি যথার্থ অবকল । u-এর মানটি নির্ণয় করুন । 2 + 2

vi) ক) কার্তেজীয় স্থানাংক (x, y, z) এবং মেরু স্থানাংকের (r , θ , φ) মধ্যে সম্পর্কের ব্যবহার করে প্রমাণ করুন,

$$\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial \varphi}.$$ 6

খ) নিম্নলিখিত অপেক্ষকটি Fourier শ্রেণির সাহায্যে বিস্তৃত করুন ঃ 4

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -\pi < x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & , \quad 0 < x < \pi \end{cases}$$

২। যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৬ × ৩ = ১৮

i) ক) $6\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরটিকে $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের লম্ব এবং সমান্তরাল উপাংশে বিশ্লেষিত করুন । 3

খ) $f(x)$ একটি যুগ্ম পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক হলে দেখান যে,

$$f(x) = a_0 + a_2x^2 + a_4x^4 + \dots .$$ 3

ii) ক) $\vec{A}$ ভেক্টরটি সংরক্ষী নয় । কি শর্তে $\psi\vec{A}$ ভেক্টরটি সংরক্ষী হতে পারে ? 3

খ) $2y^2z + 3xy = 4$ তলের (1, 1, 1) বিন্দুতে একক লম্ব ভেক্টরটি নিরূপণ করুন । 3

iii) দৃঢ় বস্তুর গতির একটি বিশেষ অবস্থায় নীচের তিনটি সমীকরণ পাওয়া যায় ।

$$A\frac{d\omega_1}{dt} + (C - A)\,\omega_2\omega_3 = 0$$

$$A\frac{d\omega_2}{dt} + (A - C)\,\omega_3\omega_1 = 0$$

$$C\frac{d\omega_3}{dt} = 0 .$$

A এবং C ধ্রুবক হলে ω_1, ω_2 এবং ω_3 নিরূপণ করুন । 6

iv) $\vec{f} = e^z\,(2xy\,\hat{i} + x^2\,\hat{j} + x^2y\,\hat{k})$ ভেক্টরটি কি অনাবর্তনীয় ভেক্টর ? যদি হয়, তবে এই ভেক্টরের বিভবটি নিরূপণ করুন । 6

v) ক) প্রমাণ করুন $d\varphi = \vec{\nabla}\varphi \,.\, d\vec{r}$

$[\,\varphi = \varphi\,(x, y, z)$ এবং $\vec{r} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} + z\,\hat{k}\,]$

3

খ) উপরের নিরূপিত সম্বন্ধ থেকে $\vec{\nabla}\varphi$-এর সংজ্ঞা দিন । 3

vi) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ সমীকরণটিকে তরঙ্গ সমীকরণ বলা হয় । $\xi = x + ct$ এবং $\eta = n - ct$ ধরলে দেখান যে সমীকরণটির চেহারা হয় $\dfrac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} = 0$. 6

৩। যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ৪ = ১২

i) $\vec{a}$ একটি ধ্রুবক ভেক্টর হলে $\vec{\nabla}(\vec{r}\,.\,\vec{a})$-এর মান নির্ণয় করুন । 3

ii) $f(x)$ একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক যার পর্যায়কাল T । দেখান যে,

$$\int_a^{a+T} f(x)\,dx = \int_b^{b+T} f(z)\,dz\,. \qquad 3$$

QP Code:18UT80EPH1

iii) বেলনীয় নির্দেশতন্ত্রে $\vec{\nabla} \times \vec{A}$-এর মান নির্ণয় করুন । 3

iv) একটি অধিবর্ষে 53 টি বুধবার হওয়ার সম্ভাব্যতা কত ? 3

v) $x\sqrt{1-y^2}\,dx + y\sqrt{1-x^2}\,dy = 0$

অবকল সমীকরণটির সমাধান করুন । 3

vi) কোন বস্তুর সুস্থির, অস্থির এবং নিরপেক্ষ সাম্যাবস্থা বলতে কি বোঝেন ? 3

vii) A, B এবং C তিনটি ঘটনা পরস্পর পৃথক হলে যদি $P(B) = \dfrac{3}{2}\,P(A)$ এবং $P(C) = \dfrac{1}{3}\,P(B)$ হয় তবে $P(C)$-এর মান কত হবে ? 3

viii) $(\vec{\nabla}\,.\,\vec{A})$ রাশিটির মান স্থানাঙ্কের উপর নির্ভর করে না । — উক্তিটির যাথার্থ্য প্রমাণ করুন । 3

B.Sc.-11158-P

(English Version)

1. Answer any *two* questions : $10 \times 2 = 20$

i) a) If the three vectors

$\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + p\hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$

& $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ are Coplaner then what is the value of p ? 4

b) Evaluate φ if $\vec{\nabla}\varphi = 2r^5\hat{r}$. 6

ii) a) Calculate the value of $\nabla^2(\ln r)$. 4

b) Prove that $\nabla^2 f(r) = \dfrac{d^2 f}{dr^2} + \dfrac{2}{r}\dfrac{df}{dr}$.

What is the value of $f(r)$ if $\nabla^2 f(r) = 0$? 6

iii) a) The equation of a charged particle in a magnetic field is given by the equation

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{m}(\vec{v} \times \vec{B}).$$

[$\vec{B}$ is a constant vector].

Show that the speed of the particle and $(\vec{v} \cdot \vec{B})$ are constant. 6

b) If $\vec{A} = (2x + 5y - 4)\hat{i} + (5x - 3y + 6)\hat{j}$ then calculate $\oint \vec{A} \cdot d\vec{r}$ around the triangle with vertices (0, 0, 0), (2, 0, 0) and (3, 2, 0). 4

iv) a) If A and B are two mutually independent events with $P(A) = 0{\cdot}68$ and $P(B) = 0{\cdot}38$ then find

$P(A \cap B)$, $P(A|B)$ and $P(B|A)$.

2 + 2 + 1

b) Two cards are drawn sequentially from a pack of 52 cards. What is the probability that one is ace of spade and the other is jack of hearts. What is the probability that both the cards are aces ? 2 + 3

v) a) Solve the following equation :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} = \frac{e^y}{x^2}.$$ 6

b) Show that

$$du = (x^2 + y^2 + 4)\, x\, dx + (x^2 - y^2 + 9)\, y\, dy$$

is a perfect differential. Calculate the value of u. 2 + 2

vi) a) Using the relation between the Cartesian and polar co-ordinates prove that $\left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial \varphi}$. 6

b) Expand the following function in Fourier series : 4

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -\pi < x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & , \quad 0 < x < \pi \end{cases}$$

2. Answer any *three* questions : 6 × 3 = 18

i) a) Resolve the vector $6\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ along the parallel and perpendicular components of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$. 3

b) If $f(x)$ be an even periodic function then show that

$$f(x) = a_0 + a_2 x^2 + a_4 x^4 + \ldots .$$ 3

ii) a) The vector $\vec{A}$ is non-conservative. What is the condition that the vector $\psi \vec{A}$ would be conservative ? 3

b) Find the unit vector orthogonal to the surface $2y^2 z + 3xy = 4$ at the point $(1, 1, 1)$. 3

iii) In a special situation of motion of a rigid body the following three equations have been obtained :

$$A \frac{d\omega_1}{dt} + (C - A)\,\omega_2 \omega_3 = 0$$

$$A \frac{d\omega_2}{dt} + (A - C)\,\omega_3 \omega_1 = 0$$

$$C \frac{d\omega_3}{dt} = 0 .$$

Calculate ω_1, ω_2 and ω_3 if A and C are constants. 6

iv) Whether the vector

$$\vec{f} = e^z \left(2xy\,\hat{i} + x^2\,\hat{j} + x^2 y\,\hat{k} \right)$$

is irrotational ? If yes, then find the potential of the vector. 6

v) a) Prove that $d\varphi = \vec{\nabla}\varphi \cdot d\vec{r}$.

[$\varphi = \varphi(x, y, z)$ and $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$] 3

b) Define $\vec{\nabla}\varphi$ from the above relation. 3

vi) The equation $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ is known as wave equation. Show that the above equation can be transformed to $\dfrac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} = 0$ by taking $\xi = x + ct$ and $\eta = n - ct$. 6

3. Answer any *four* questions : $3 \times 4 = 12$

i) Calculate the value of $\vec{\nabla}(\vec{r} \cdot \vec{a})$ if $\vec{a}$ is constant vector. 3

ii) $f(x)$ is a periodic function with time period T. Show that

$$\int_a^{a+T} f(x)\,dx = \int_b^{b+T} f(z)\,dz .$$ 3

iii) Find the value of $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ in cylindrical coordinates. 3

iv) What would be the probability that there will be 53 Wednesdays in a leap-year. 3

v) Solve the differential equation

$$x\sqrt{1-y^2}\,dx + y\sqrt{1-x^2}\,dy = 0 .$$ 3

vi) What do you mean by stable, unstable and neutral equilibrium of a body ? 3

vii) A, B and C are three mutually exclusive and exhaustive events. If $P(B) = \frac{3}{2} P(A)$, $P(C) = \frac{1}{3} P(B)$, then what is the value of $P(C)$? 3

viii) The expression $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ is a covariant quantity. Prove the correctness of the statement. 3