NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), অষ্টম পত্র (8th Paper), Mathematical Analysis-II : EMT-8

পূর্ণমান : ৫০ **QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET** মানের গুরুত্ব : ৩০%

(Full Marks : 50) (Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting. The figures in the margin indicate full marks.

Name (in Block Letter) : ....

Enrolment No.												

Study Centre Name : .... Code : ....

To be filled by the Candidate	Serial No. of question answered													TOTAL
For Evaluator's only	Marks awarded													

Q.P. Code : **20UA124EMT8**

B.Sc.-AU-16132

Signature of Evaluator with Date

NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

STUDENT'S COPY

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), অষ্টম পত্র (8th Paper), Mathematical Analysis-II : EMT-8

Name (in Block Letter) : ....

Enrolment No.												

Study Centre Name : .... Code : ....

Q.P. Code : **20UA124EMT8**

B.Sc.-AU-16132

Received Answer Booklet
Signature with seal by the Study-Centre

জরুরী নির্দেশ / Important Instruction

আগামী শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষায় **(T.E. Exam.)** নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা **(QPAB)** প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যস্থ করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

New system *i.e.* Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.

Detail schedule for submission of assignment for the BDP Term End Examination December-2019 & June-2020

1.	Date of Publication	: 14/02/2020
2.	Last date of Submission of answer script by the student to the study centre	: 07/03/2020
3.	Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre	: 08/04/2020
4.	Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days.	: 18/04/2020
5.	Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before	: 20/04/2020

এখানে কিছু লিখবেন না

Do Not Write Anything Here

বিভাগ — ক

Group – A

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ $10 \times 2 = 20$

Answer any *two* questions :

1. a) ধরুন $f : [\, a, b\,] \to R$ সীমাবদ্ধ এবং D_1, D_2 $[\, a, b\,]$ অন্তরালের দুটি বিভাজন যেখানে D_1 সূক্ষ্মতর। প্রমাণ করুন : $L(D_2, f) \le L(D_1, f)$.

   Let $f : [\, a, b\,] \to R$ be bounded and let D_1, D_2 be two partitions of $[\, a, b\,]$ such that D_1 is a refinement of D_2. Prove that : $L(D_2, f) \le L(D_1, f)$.

   b) যদি $f : [\, a, b\,] \to R$ অপেক্ষকটি $[\, a, b\,]$ অন্তরালে ক্রমবর্ধমান হয়, তবে প্রমাণ করুন f, $[\, a, b\,]$ অন্তরালে রিমান সমাকলনযোগ্য। 5 + 5

   Prove that if $f : [\, a, b\,] \to R$ is monotonic increasing, then f is Riemann integrable on $[\, a, b\,]$.

2. a) সমাকলন বিদ্যার সাহায্যে 1 একক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট ঘনকের ঘনফল নির্ণয় করুন।

   Using integral calculus, find volume of a cube of side length 1 unit.

   b) প্রমাণ করুন যে $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x^{1+n}} \mathrm{d}x$ $(0 < n < 1)$ অভিসারী। 5 + 5

   Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x^{1+n}} \mathrm{d}x$ is convergent $(0 < n < 1)$.

3. a) প্রমাণ করুন $\Gamma(n+1) = n\,\Gamma(n)(n > 0)$.

   Prove $\Gamma(n+1) = n\,\Gamma(n)(n > 0)$.

   b) সমাকলন চিহ্নের ভিতরে অন্তরকলন করার শর্তাবলী পূর্ণ হচ্ছে ধরে নিয়ে দেখান $\int_0^{\infty} \frac{\log(1 + a^2x^2)}{1 + b^2x^2} \mathrm{d}x = \frac{\pi}{b} \log\left(\frac{a+b}{b}\right),\ b \ne 0$. 5 + 5

   Supposing conditions of differentiation under integral sign are satisfied, prove $\int_0^{\infty} \frac{\log(1 + a^2x^2)}{1 + b^2x^2} \mathrm{d}x = \frac{\pi}{b} \log\left(\frac{a+b}{b}\right),\ b \ne 0$.

4. a) ধরুন $f, f_n : [a, b] \to R$, (f_n) সমভাবে f-এর দিকে অভিসারী এবং প্রত্যেক f_n, $[a, b]$ অন্তরালে সন্তত। প্রমাণ করুন : f, $[a, b]$ অন্তরালে সন্তত।

Let $f, f_n : [a, b] \to R$, (f_n) converges uniformly to f on $[a, b]$ and each f_n be continuous on $[a, b]$. Prove that f is continuous on $[a, b]$.

b) $f(x) = |x|$, $-\pi \le x \le \pi$ অপেক্ষকটির Fourier শ্রেণী নির্ণয় করুন। 5 + 5

Find the Fourier series corresponding to $f(x) = |x|$, $-\pi \le x \le \pi$.

প্রথম উত্তর / First Answer :

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**

বিভাগ — খ

Group – B

যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ $6 \times 3 = 18$

Answer any *three* questions :

5. a) প্রথম মধ্যম মান উপপাদ্য ব্যবহার করে প্রমাণ করুন :

$$\frac{1}{4} \le \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \le \frac{1}{\sqrt{15}}.$$

Using First Mean Value Theorem prove that $\frac{1}{4} \le \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \le \frac{1}{\sqrt{15}}$.

b) প্রমাণ করুন : $\int_0^{\infty} \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x^2} dx = \sqrt{\pi}\,(\sqrt{b} - \sqrt{a})\ (a, b > 0)$. 3 + 3

Prove that : $\int_0^{\infty} \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x^2} dx = \sqrt{\pi}\,(\sqrt{b} - \sqrt{a})\ (a, b > 0)$.

6. a) $\log x = \int_1^x \frac{dt}{t}$, $0 < x < \infty$ ধরে নিয়ে প্রমাণ করুন :

(i) $\log x > 0$ for $x > 1$ এবং (ii) $\log x < 0$ for $0 < x < 1$. 2 + 1

Defining $\log x = \int_1^x \frac{dt}{t}$, $0 < x < \infty$ prove that

(i) $\log x > 0$ for $x > 1$ and (ii) $\log x < 0$ for $0 < x < 1$.

b) দেখান যে $\int_0^{\pi} \frac{\sqrt{x}}{\sin x} dx$ অপসারী। 3

Verify that $\int_0^{\pi} \frac{\sqrt{x}}{\sin x} dx$ diverges.

7. a) প্রমাণ করুন $\int_0^p x^m (p^q - x^q)^n dx = \frac{p^{qn+m+1}}{q} B\left(n+1, \frac{m+1}{q}\right)$.

Prove that $\int_0^p x^m (p^q - x^q)^n dx = \frac{p^{qn+m+1}}{q} B\left(n+1, \frac{m+1}{q}\right)$.

b) মান নির্ণয় করুন : $\iint_E (7 - 3x^2 - y^2)\,dx\,dy$, যেখানে E xy-সমতলে $y = 2x$ এবং $y = 2x^2$ দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চল। 3 + 3

Find $\iint_E (7 - 3x^2 - y^2)\,dx\,dy$, where E is the region on the xy-plane bounded by $y = 2x$ and $y = 2x^2$.

8. প্রমাণ করুন যে $\int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1}dx$ $(m, n > 0)$ অভিসারী। 3 + 3

Prove that $\int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1}dx$ converges, if $m, n > 0$.

9. a) ধরুন $f: R \to R$ সমভাবে সন্তত এবং $f_n : R \to R$ এই ভাবে সংজ্ঞাত $f_n(x) = f\left(x + \frac{1}{n}\right)$, $x \in R$. প্রমাণ করুন : (f_n), f-এর দিকে R -এর উপর সমভাবে অভিসারী । 3

Let $f: R \to R$ be uniformly continuous on R and let $f_n : R \to R$ be defined by $f_n(x) = f\left(x + \frac{1}{n}\right)$, $x \in R$. Prove that f_n converges uniformly to f on R.

b) দেওয়া আছে $\int_0^\infty \frac{dx}{1+\alpha^2 x^2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\alpha}$ $(\alpha > 0)$, প্রমাণ করুন :

$$\int_0^\infty \frac{\tan^{-1}(bx) - \tan^{-1}(ax)}{x} dx = \frac{\pi}{2} \log\left(\frac{b}{a}\right) \quad (b > a > 0).$$

3

Given $\int_0^\infty \frac{dx}{1+\alpha^2 x^2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\alpha}$ $(\alpha > 0)$, prove : $\int_0^\infty \frac{\tan^{-1}(bx) - \tan^{-1}(ax)}{x} dx = \frac{\pi}{2} \log\left(\frac{b}{a}\right)$ $(b > a > 0)$.

10. প্রমাণ করুন : (i) $\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$,

(ii) $\frac{\pi}{2} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$. 4 + 2

Prove that : (i) $\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$,

(ii) $\frac{\pi}{2} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$.

প্রথম উত্তর / First Answer :

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**

বিভাগ — গ
Group – C

যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ $3 \times 4 = 12$

Answer any *four* questions :

11. প্রমাণ করুন $\sum_{n=1}^{\infty} [nxe^{-nx^2} - (n-1)xe^{-(n-1)x^2}]$ শ্রেণীটি [0, 1] অন্তরালে অসমভাবে অভিসারী । 3

Prove that $\sum_{n=1}^{\infty} [nxe^{-nx^2} - (n-1)xe^{-(n-1)x^2}]$ is convergent non-uniformly on [0, 1].

12. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+2)}(x-2)^n$ -এর অভিসারী অঞ্চল নির্ণয় করুন। 3

Find region of convergence of $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+2)}(x-2)^n$.

13. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{x^n} dx$ অভিসারী কিনা পরীক্ষা করুন। 3

Examine the convergence of $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{x^n} dx$.

14. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^5}+\frac{1}{3^3}+\dots$ অভিসারী কিনা পরীক্ষা করুন। 3

Test the convergence of $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^5}+\frac{1}{3^3}+\dots$

15. $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x \le 0 \\ x, & 0 \le x \le \pi \end{cases}$, $f(x+2\pi) = f(x)$ অপেক্ষকটির Fourier শ্রেণী নির্ণয় করুন। 3

Find the Fourier series corresponding to $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x \le 0 \\ x, & 0 \le x \le \pi \end{cases}$, $f(x+2\pi) = f(x)$.

16. ধরুন f; [a, b] অন্তরালে রীমান সমাকলনযোগ্য, $f(x) \ge 0, \forall x \in [a,b]$, f, c বিন্দুতে সন্তত ($a < c < b$) এবং $f(c) > 0$. প্রমাণ করুন : $\int_a^b f(x) dx > 0$. 3

Let f be Riemann integrable on

[a, b], $f(x) \ge 0, \forall x \in [a,b]$, let f be continuous at c, $a < c < b$ and let $f(c) > 0$.

Prove that $\int_a^b f(x) dx > 0$.

17. ধরুন $f : [\,0,\,1\,] \to R$,

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \text{ মূলদ} \\ 0, & x \text{ অমূলদ} \end{cases}$$

প্রমাণ করুন f, [0, 1] অন্তরালে রীমান সমাকলনযোগ্য নয়। 3

Let $f : [\,0,\,1\,] \to R$ be defined by

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \text{ rational} \\ 0, & x \text{ irrational} \end{cases}$$

Prove that f is not Riemann integrable on [0, 1].

18. প্রমাণ করুন যদি ঘাতশ্রেণী $\sum_{0}^{\infty} a_n x^n$ $x_0 \neq 0$ বিন্দুতে অভিসারী হয়, তবে ঘাতশ্রেণীটি $(-|x_0|, |x_0|)$ অন্তরালে পরমভাবে অভিসারী। 3

Prove that if the power series $\sum_{0}^{\infty} a_n x^n$ be convergent at $x_0 \neq 0$, then it is absolutely convergent in $(-|x_0|, |x_0|)$.

প্রথম উত্তর / First Answer :

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**

চতুর্থ উত্তর / **Fourth Answer :**