

NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP) অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020) ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), দ্বাদশ পত্ৰ (12th Paper), Probability Theory : EMT-12

পূর্ণমান : ৫০		QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET												নর গু	রুত্ব : ৩০%	
(Full Marks : 50)										(Weightage of Marks : 30%)						
পরিমিত ও য	থাযথ উত্ত	রর জ	য্য বি শে	ষ মূল্য	দেওয়	া হং	। অং	ণ্ডদ্ধ বা	নান,	অগ	ারিচ্ছঃ	কা এ	বং অগ	পরিষ্কার	র হস্তাক্ষরের	
			র কেটে													
	ecial cre														;	
•	leducted		pemn e figu										lWF1C	ıng.		
Name (in Bl	ock Lette		_			_							••••			
Enrolment No.																
				<u> </u>	<u>l</u>										1	
Study Centre Name :											Code :					
To be filled by the Candidate	Serial No. question answere	1													TOTAL	
For Evaluator's only	Marks awarded	1														
Q.P. Code :	20UA128	ЕМТ	12	•			•						•			
B.ScAU-16136									Signature of Evaluator with Date							
	<i></i>								· · · · ·							
	0							ć								
ž Z	N	ET/	AJI (SUF	RHA	s C)PF	N T	ĪΝ	IV	ER!	3 173	7			
E CONTROL SE					াতক							_		DENT	"S COPY	
অনশীলন	পত্ৰ (Assi	gnme	nt). T							ecei	mber					
			٥	ঐচ্ছিক	পাঠক্র	ম (E	lectiv	ve Co	ours	e)						
গণি	ত (Mathe	matio	es), দ্বা	দশ পত্ৰ	(12t	h Pa	per),	Pro	bab:	ilit	y Th	eory	: EN	/IT-1	2	
Name (in Bl	ock Lette	r) :								•••••	••••		••••			
Enrolment	No														7	
Emonnent	IVO.															
Study Centr	e Name :											Co	de : .			
Q.P. Code:	20UA128	EMT:	12													
B.ScAU-16136							Received Answer Booklet									

Signature with seal by the Study-Centre

B.Sc.-AU-16136

জরুরী নির্দেশ / Important Instruction

আগামী শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষায় (T.E. Exam.) নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা (QPAB) প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যস্থ করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

New system *i.e.* Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.

Detail schedule for submission of assignment for the BDP Term End Examination December-2019 & June-2020

1. Date of Publication : 14/02/2020

2. Last date of Submission of answer script by the student to the study : 07/03/2020 centre

3. Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre : 08/04/2020

4. Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days.

: 18/04/2020

5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before

: 20/04/2020

এখানে কিছু লিখবেন না

Do Not Write Anything Here



ব্যবহৃত প্রতীক চিহ্নগুলি প্রচলিত অর্থবহ। Symbols used have their usual meanings.

বিভাগ — ক Group – A

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

 $10 \times 2 = 20$

Answer any two questions:

- 1. a) একটি পাত্রে N_1 টি সাদা ও N_2 টি কালো বল আছে যার থেকে K টি বল একের পর এক ফেরত না দিয়ে টানা হল কিন্তু তাদের রঙ লক্ষ্য করা হল না। তারপর আরও একটি বল টানা হল। এই বলটি সাদা হওয়ার সন্ধাবনা কত ? 6 An urn contains N_1 white and N_2 black balls, from which K balls are drawn one by one without replacement and laid aside, their colour being unnoted. Then one more ball is drawn. Find the probability that it is white.
 - b) একটি মুদ্রা n-বার পরপর ছোঁড়া হল। r(< n) টি মাথা (head) পাওয়ার সস্কাবনা নির্ণয় করুন। 4 A coin is tossed n times in succession. Find the probability of r(< n) heads.
- 2. a) যদি n-বারনুলি প্রচেষ্টার একটি ক্রমে যেখানে অসাফল্যের সস্কাবনা q তাহলে প্রমাণ করুন যে সর্বাধিক K সাফল্যের সস্কাবনা হল $\int\limits_0^q x^{n-K-1}(1-x)^K {
 m d} x/\int\limits_0^1 x^{n-K-1} \left(1-x
 ight)^K {
 m d} x$.

5

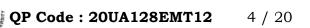
Prove that in n Bernoulli trials with probability of failure q, the probability of at most K successes is $\int_{0}^{q} x^{n-K-1} (1-x)^K dx / \int_{0}^{1} x^{n-K-1} (1-x)^K dx$.

- b) একটি সমস্যা সমাধান A করতে পারার সন্ধাবনা $\frac{2}{5}$ এবং তা B করতে পারার সন্ধাবনা $\frac{1}{3}$ । যদি দুজনেই স্বাধীনভাবে চেষ্টা করে, সমস্যাটির সমাধানের সন্ধাবনা কত ? 5

 The probability that A can solve a certain problem is $\frac{2}{5}$ and that B can solve it is $\frac{1}{3}$. If both try it independently, what is the probability that it is solved ?
- 3. a) 500 জন লোকের মধ্যে ঠিক দুইজনের জন্মদিন নববর্ষের দিন হওয়ার সস্কাবনা কত ? (ধরুন বছরে
 365 দিন আছে।)

 What is the probability that in a company of 500 people only two persons will have birthday on New Year's Day ? (Assume that a year has 365 days).
 - b) যদি প্রত্যেক 15 বছরে গড়ে একবার যুদ্ধ হয়, তাহলে 50 বছরে কোনো যুদ্ধ না হওয়ার সস্কাবনা কী ?

 If there is a war every 15 years on the average, find the probability that there will be no war in 50 years.

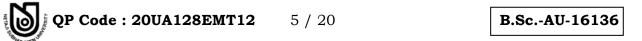


B.Sc.-AU-16136

4. a) একটি চলক X-এর সস্কাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক হল $A\sec hx$. এক্ষেত্রে গ্রুবক A, P(X < 1) এবং $P(\mid X \mid \geq 1)$ -এর মান নির্ণয় করুন। 5 The probability density function of a random variable X is $A\sec hx$. Find the value of the constant A and compute P(X < 1) and $P(\mid X \mid \geq 1)$.

b) যদি $X,\gamma(l)$ চলক হয় তাহলে $E(\sqrt{X})$ -এর মান নির্ণয় করুন। 5 If X is a $\gamma(l)$ variate, compute $E(\sqrt{X})$.

প্রথম উত্তর / First Answer :





দিতীয় উত্তর / Second Answer :







যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

 $6 \times 3 = 18$

Answer any three questions:

- 5. একটি সস্কাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক $f(x)=\frac{3}{4}x(2-x)$ (0< x<2)। গড়, ভেদমান ও অসমপক্ষতার সহগাঙ্ক γ_1 বের করুন। 6
 The probability density function of a continuous distribution is given by $f(x)=\frac{3}{4}x(2-x)$ (0< x<2). Compute the mean, variance and the coefficient of skewness γ_1 .
- 6. পোয়াসঁ নিবেশনের মধ্যমা নির্ণয় করুন যদি গড় 2 হয়।
 Find the median for the Poisson distribution having mean 2.
- 7. যদি দ্বিমাত্রিক ঘনত্ব অপেক্ষক $f(x,y)=3x^2-8xy+6y^2$, (0< x,y<1) হয়, তাহলে দেখান যে চলক দুটি অনপেক্ষ নয়। 6 If $f(x,y)=3x^2-8xy+6y^2$, (0< x,y<1) then show that the variates are dependent.
- 8. একটি বর্গাকার নিশানা বোর্ডের শীর্ষবিন্দুগুলি হল (1,0), (0,1),(-1,0),(0,-1)। একটি বর্শাফলক এই বোর্ডের উপর যদৃচ্ছভাবে নিক্ষেপ করা হলে ছেদবিন্দু যদি (X,Y) হয়, তাহলে X, Y-এর প্রান্তিক ঘনত্ব অপেক্ষক নির্ণয় করুন এবং দেখান যে তারা অনপেক্ষ নয়।

 6 A dart is thrown at random on a square target board having vertices (1,0), (0,1), (-1,0) and (0,-1), the point at which the dart hit the board being (X,Y). Find the marginal density functions of X and Y and show that they are dependent.
- 9. X, Y যথাক্রমে পোয়াসঁ μ_1 ও পোয়াসঁ μ_2 চলক এবং তারা অনপেক্ষ। দেখান যে X+Y একটি পোয়াসঁ $(\mu_1+\mu_2)$ চলক। 6 Prove that the sum of two independent Poisson variates X and Y having parameters μ_1 and μ_2 is a Poisson variate having parameter $\mu_1+\mu_2$.
- 10. যদি (X,Y)-এর নিবেশন হয় সাধারণ দ্বিচলক স্বাভাবিক নিবেশন, তাহলে দেখান যে

$$\left\{ \frac{(X - m_\chi)^2}{\sigma_\chi^2} - 2\rho \frac{(X - m_\chi)(Y - m_y)}{\sigma_\chi \sigma_y} + \frac{(Y - m_y)^2}{\sigma_y^2} \right\} / (1 - \rho^2) \,\, \, \text{এই চলকের নিবেশন হবে } \chi^2(2).$$

If (X,Y) has the general variate normal distribution, show that

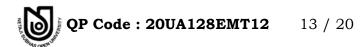
$$\left\{ \frac{(X - m_x)^2}{\sigma_x^2} - 2\rho \frac{(X - m_x)(Y - m_y)}{\sigma_x \sigma_y} + \frac{(Y - m_y)^2}{\sigma_y^2} \right\} / (1 - \rho^2)$$

has a χ^2 -distribution with 2 degrees of freedom.

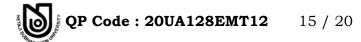
6

প্রথম উত্তর / First Answer :

দিতীয় উত্তর / Second Answer :



তৃতীয় উত্তর / Third Answer :





যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

 $3 \times 4 = 12$

Answer any four questions:

- 11. নির্ভরণ সরলরেখাদুটি x+6y=6, 3x+2y=10 হলে গড়গুলি ও সহগান্ধ নির্ণয় করুন। 3 If the regression lines are x+6y=6 and 3x+2y=10, find the means and the correlation coefficient.
- 12. দেখান যে লঘিষ্ঠ বৰ্গ প্ৰতিগমন সরলরেখা দুটির মধ্যে সৃক্ষ কোণ θ হলে $\tan\theta = \frac{1-\rho^2}{\rho}.\frac{\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2+\sigma_y^2}.$ 3

Show that acute angle θ between the least square regression lines is given by

$$\tan \theta = \frac{1 - \rho^2}{\rho} \cdot \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}.$$

- 13. যদি $P(X_n=0)=\frac{1}{2^n}$ এবং $P(X_n=1)=1-\frac{1}{2^n}$ যেখানে $n=1,\,2,\,3,\,\dots$ হয় তাহলে দেখান যে $X_n^2-X_n\xrightarrow{in\,P} 0$ যখন $n\to\infty$. 3 If $P(X_n=0)=\frac{1}{2^n}$ & $P(X_n=1)=1-\frac{1}{2^n}$ where $n=1,\,2,\,3,\,\dots$, then show that $X_n^2-X_n\xrightarrow{in\,P} 0 \text{ as } n\to\infty \,.$
- 14. যদি X একটি $\gamma(n)$ চলক হয়, দেখান যে $P(0 < X < 2n) \ge \frac{n-1}{n}$.

 If X is a $\gamma(n)$ variate, then show that $P(0 < X < 2n) \ge \frac{n-1}{n}$.
- 15. পোয়াসঁ $_{\mu}$ চলকের বৈশিষ্ট্য অপেক্ষকটি বের করুন। 3 Find the characteristic function of the Poisson $_{\mu}$ -variate.
- 16. দেখান যে কোশি (Cauchy) নিবেশনের গড় ও ভেদমান-এর অস্তিত্ব নেই।

 Show that mean & variance does not exist for Cauchy distribution.
- 17. যদি $g(x) \ge 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ এবং $E\{g(X)\} = 0$ হয় তাহল দেখোন যে g(X) = 0.

 If $g(x) \ge 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ and $E\{g(X)\} = 0$ then show that g(X) = 0.
- 18. প্ৰমাণ করুন যে $\mu_3 = \alpha_3 3\alpha_2 m + 2m^2$, যেখানে m = E(X), $\alpha_k = E(X^k)$, (k = 2,3), $\mu_3 = E\{(X-m)^3\}.$ 3
 Prove that $\mu_3 = \alpha_3 3\alpha_2 m + 2m^2$, where m = E(X), $\alpha_k = E(X^k)$, (k = 2,3),

Prove that $\mu_3 = \alpha_3 - 3\alpha_2 m + 2m$, where m = E(X), $\alpha_k = E(X)$, (k = 2,3) $\mu_3 = E\{(X - m)^3\}$. প্রথম উত্তর / First Answer :

দিতীয় উত্তর / Second Answer :

B.Sc.-AU-16136

তৃতীয় উত্তর / Third Answer :

চতুর্থ উত্তর / Fourth Answer :