



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

ম্নাতক পাঠ্যক্রম (BDP)

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

সহায়ক পাঠ্যক্রম (Subsidiary Course)

গণিত (Mathematics), প্রথম পত্র (1st Paper), Mathematics-I : SMT-I

পূর্ণমান : ১০০

QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET

মানের গুরুত্ব : ৩০%

(Full Marks : 100)

(Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অঙ্কন বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিক্ষার হস্তান্তরের
ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপাস্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting.
The figures in the margin indicate full marks.

Name (in Block Letter) :

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : Code :

To be filled by the Candidate	Serial No. of question answered												TOTAL
For Evaluator's only	Marks awarded												

Q.P. Code : **20UA132SMT(I)**

B.Sc.-AU-16140

Signature of Evaluator with Date



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

ম্নাতক পাঠ্যক্রম (BDP)

STUDENT'S COPY

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

সহায়ক পাঠ্যক্রম (Subsidiary Course)

গণিত (Mathematics), প্রথম পত্র (1st Paper), Mathematics-I : SMT-I

Name (in Block Letter) :

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : Code :

Q.P. Code : **20UA132SMT(I)**

B.Sc.-AU-16140

Received Answer Booklet
Signature with seal by the Study-Centre



জরুরী নির্দেশ / Important Instruction

আগামী শিক্ষাবর্ষত পরীক্ষায় (T.E. Exam.) নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা (QPAB) প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যন্তর করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

New system i.e. Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.

Detail schedule for submission of assignment for the BDP Term End Examination December-2019 & June-2020

- | | |
|---|--------------|
| 1. Date of Publication | : 14/02/2020 |
| 2. Last date of Submission of answer script by the student to the study centre | : 07/03/2020 |
| 3. Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre | : 08/04/2020 |
| 4. Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days.) | : 18/04/2020 |
| 5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before | : 20/04/2020 |

এখানে কিছু লিখবেন না

Do Not Write Anything Here



বিভাগ - ক

Group - A

[পূর্ণমান : 20]

[Full Marks : 20]

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

10 × 2 = 20

Answer any two questions.

1. a) i) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{1/7}$ -এর মান নির্ণয় করুন, যেখানে $i = \sqrt{-1}$. 5

$$\text{Find } \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{1/7}, \text{ where } i = \sqrt{-1}.$$

ii) সমাধান করুন : $e^z = -2$, যেখানে z একটি জটিল রাশি। 5

Solve $e^z = -2$, where z is a complex number.

b) i) $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ সমীকরণের বীজগুলি সমান্তর প্রগতিতে থাকার শর্ত নির্ণয় করুন। 5

Find the condition that the roots of $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ will be in AP.

ii) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2\beta & \gamma \\ \alpha & \beta & -\gamma \\ \alpha & -\beta & \gamma \end{pmatrix}$ লম্ব ম্যাট্রিক্স হলে α, β এবং γ নির্ণয় করুন। 5

If $A = \begin{pmatrix} 0 & 2\beta & \gamma \\ \alpha & \beta & -\gamma \\ \alpha & -\beta & \gamma \end{pmatrix}$ be an orthogonal matrix, find α, β and γ .

c) i) দেখান যে $\frac{A^2}{x-a} + \frac{B^2}{x-b} + \frac{C^2}{x-c} + \dots + \frac{L^2}{x-l} = x-m$ সমীকরণের কোনো বীজই জটিল রাশি নয়, যেখানে a, b, c, \dots, l হল বাস্তব সংখ্যা। 5

Show that the equation

$$\frac{A^2}{x-a} + \frac{B^2}{x-b} + \frac{C^2}{x-c} + \dots + \frac{L^2}{x-l} = x-m$$

where a, b, c, \dots, l are real numbers all different, cannot have any imaginary root.

ii) যদি $D = \begin{vmatrix} ap & aq & bp & bq \\ ar & as & br & bs \\ cp & cq & dp & dq \\ cr & cs & dr & ds \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & d \end{vmatrix} \times A$ হয় তাহলে A নির্ণয়কৃতি বের করুন। এর

থেকে D নির্ণয়কৃতির মান নির্ণয় করুন। 5

$$\text{If } D = \begin{vmatrix} ap & aq & bp & bq \\ ar & as & br & bs \\ cp & cq & dp & dq \\ cr & cs & dr & ds \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & d \end{vmatrix} \times A$$

then find the determinant A . Hence evaluate the value of the determinant D .

d) i) প্রমাণ করুন $\begin{vmatrix} a^2 & (s-a)^2 & (s-a)^2 \\ (s-b)^2 & b^2 & (s-b)^2 \\ (s-c)^2 & (s-c)^2 & c^2 \end{vmatrix} = 2s^2(s-a)(s-b)(s-c)$

যে যেখানে $2s = a + b + c$. 5



Prove that $\begin{vmatrix} a^2 & (s-a)^2 & (s-a)^2 \\ (s-b)^2 & b^2 & (s-b)^2 \\ (s-c)^2 & (s-c)^2 & c^2 \end{vmatrix} = 2s^2(s-a)(s-b)(s-c),$
where $2s = a+b+c$.

- ii) একটি অপেক্ষক $f : \mathbb{Z}^* \rightarrow \mathbb{Z}$ এইভাবে সংজ্ঞায়িত যে

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{যখন } n \text{ একটি জোড় পূর্ণসংখ্যা} \\ \frac{-n+1}{2}, & \text{যখন } n \text{ একটি বিজোড় পূর্ণসংখ্যা,} \end{cases}$$

\mathbb{Z}^* অখণ্ডাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট। f অপেক্ষকটি একটি একেক চিত্রণ এবং উপরিচিত্রণ হবে কি ?
উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দিন।

5

A function $f : \mathbb{Z}^* \rightarrow \mathbb{Z}$ is defined by

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{when } n \text{ is an even integer} \\ \frac{-n+1}{2}, & \text{when } n \text{ is an odd integer} \end{cases}$$

If \mathbb{Z}^* be the set of all non-negative integers, then is f injective and surjective. Give reasons for your answer.

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA132SMT(I)

5 / 36

B.Sc.-AU-16140



QP Code : 20UA132SMT(I)

6 / 36

B.Sc.-AU-16140



QP Code : 20UA132SMT(I)

7 / 36

B.Sc.-AU-16140



দ্বিতীয় উত্তর / Second Answer :



QP Code : 20UA132SMT(I)

9 / 36

B.Sc.-AU-16140



QP Code : 20UA132SMT(I)

10 / 36

B.Sc.-AU-16140



QP Code : 20UA132SMT(I)

11 / 36

B.Sc.-AU-16140



বিভাগ - খ

Group - B

[পূর্ণমান : 18]

[Full Marks : 18]

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

6 × 3 = 18

Answer any three questions.

2. i) যদি $x^3 - qx + r = 0$ সমীকরণের বীজগুলি α, β, γ হয় তবে যে সমীকরণের বীজগুলি

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2}, \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} \text{ তা বের করুন এবং এর থেকে}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2} \right) \left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} \right) \text{-এর মান নির্ণয় করুন।}$$

6

If α, β, γ be the roots of $x^3 - qx + r = 0$, find the equation whose roots are

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2}, \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} \text{ and hence calculate the value of}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2} \right) \left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} \right).$$

ii) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 6 & 4 & 2 & 8 \\ 3 & 9 & 4 & 2 & 10 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির fully reduced normal আকারটি বের করুন এবং এর থেকে

ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা (rank) নির্ণয় করুন।

6

Obtain the fully reduced normal form of the matrix $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 6 & 4 & 2 & 8 \\ 3 & 9 & 4 & 2 & 10 \end{pmatrix}$ and hence find

the rank of the matrix.

iii) সকল পূর্ণসংখ্যার সেটের উপর সংজ্ঞায়িত সম্পর্ক ζ নিরূপণ : $\zeta = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : |a - b| \leq 5\}$; ζ সম্পর্কটি প্রতিবর্তী, প্রতিসম এবং অনবর্তী হবে কি? উভয়ের সপক্ষে যুক্তি দিন।

6

A relation ζ on the set of integers \mathbb{Z} is defined by $\zeta = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : |a - b| \leq 5\}$. Is the relation ζ reflexive, symmetric and transitive? Give reasons for your answer.iv) দুটি অশূন্য সেটের কার্টেসীয় গুণের সংজ্ঞা দিন। ধরুন S সেটে A, B, C তিনটি অশূন্য উপসেট।দেখান যে $A \times (B - C) = (A \times B) \cap (A \times C')$, C' যেখানে সেটটি S সেটে C -এর পূরক (complement) সেট।

6

Define Cartesian product of two non-empty sets. Let A, B and C be three non-empty subsets of a set S . Show that $A \times (B - C) = (A \times B) \cap (A \times C')$, C' being the complement of C in S .v) a এবং b -এর বিভিন্ন ঘূলদ মান নির্ণয় করুন, যার জন্য

$$x + y + z = 1,$$

$$2x + 3y + 5z = b,$$

$$4x + 5y + az = b^2,$$



সমীকরণগুলির

- i) একটিমাত্র সমাধান থাকবে।
- ii) একের অধিক সমাধান থাকবে।
- iii) কোনো সমাধান থাকবে না।

6

Find different rational values of a and b for which equations

$$x + y + z = 1,$$

$$2x + 3y + 5z = b,$$

$$4x + 5y + az = b^2,$$

- have
- i) unique solution
 - ii) more than one solution
 - iii) no solution.

- vi) মণ্ডলের characteristic-এর সংজ্ঞা দিন। ধরুন R একটি মণ্ডল যার উপাদান সংখ্যা একাধিক। যদি
সকল $a \in R$ -এর জন্য $a^2 = a$ হয় তাহলে দেখান যে R -এর characteristic হবে 2। মণ্ডলটি কি
বিনিময়যোগ্য? উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দিন।

6

Define characteristic of a ring. If in a ring R , with more than one element, $a^2 = a$ for
 $a \in R$, then show that characteristic of R is 2. Is this ring commutative? Give
reason for your answer.

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA132SMT(I)

14 / 36

B.Sc.-AU-16140



QP Code : 20UA132SMT(I)

15 / 36

B.Sc.-AU-16140

দ্বিতীয় উত্তর / Second Answer :



তৃতীয় উত্তর / Third Answer :



QP Code : 20UA132SMT(I)

17 / 36

B.Sc.-AU-16140



বিভাগ - গ

Group - C

[পূর্ণমান : 12]

[Full Marks : 12]

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

3 × 4 = 12

Answer any four questions.

3. i) S_5 দলে $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ এই বিন্যাসটির ক্রম বের করুন। 3

Find the order of the permutation group $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ in the group S_5 .

- ii) একটি অচক্রজ দলের উদাহরণ দিন যার যথার্থ উপদলগুলি চক্রজ। 3

Give an example of a non-cyclic group having all proper subgroups are cyclic subgroups.

- iii) একটি ক্ষেত্র F -এ $a^2 - b^2 = 0$ হলে দেখান যে, হয় $a = b$ অথবা $a = -b$ ($a, b \in F$). 3

In a field F if $a^2 - b^2 = 0$, then show that either $a = b$ or $a = -b$ ($a, b \in F$).

- iv) যদি $x^4 + px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের তিনটি বীজ সমান হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $8p^3 + 27q^2 = 0$ এবং $p^2 + 12r = 0$. 3

If the equation $x^4 + px^2 + qx + r = 0$ has three equal roots then show that

$8p^3 + 27q^2 = 0$ and $p^2 + 12r = 0$.

- v) দেখান যে ক্ষেত্র \mathbb{Q} (মূলদ সংখ্যার সেট)-এর কোনো প্রকৃত উপক্ষেত্র (subfield) নেই। 3

Show that the field \mathbb{Q} of rational numbers has no proper subfield.

- vi) G দলের যে কোনো দুটি উপাদান a, b -এর জন্য $(ab)^3 = a^3b^3$ হলে দেখান যে $H = \{x^3 : x \in G\}$, G দলের একটি উপদল হবে। 3

In a group G , $(ab)^3 = a^3b^3 \quad \forall a, b \in G$. Show that $H = \{x^3 : x \in G\}$ is a subgroup of G .

- vii) $x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 9x - 2 = 0$ সমীকরণটির একটি বীজ $2 + \sqrt{3}$ হলে বাকি বীজগুলি নির্ণয় করুন। 3

Solve the equation $x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 9x - 2 = 0$, if $2 + \sqrt{3}$ is one root.

- viii) মনে করুন $f : A \rightarrow B$ একটি ত্রিগ্রণ এবং A সেটের দুটি অশূন্য উপসেট হল P, Q . প্রমাণ করুন $f(P \cup Q) = f(P) \cup f(Q)$. 3

If $f : A \rightarrow B$ be a mapping and P, Q be two non-empty subsets of A , then show that $f(P \cup Q) = f(P) \cup f(Q)$.

প্রথম উত্তর / First Answer :



দ্বিতীয় উত্তর / Second Answer :



তৃতীয় উত্তর / Third Answer :

চতুর্থ উত্তর / Fourth Answer :

বিভাগ - ঘ

Group - D

[পূর্ণমান : 50]

[Full Marks : 50]

4. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

 $10 \times 2 = 20$

Answer any two questions:

- a) i) দেখান যে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ -এর দ্বারা সূচিত যুগ্ম সরলরেখার অন্তভুক্ত কোণ দুটির যে-কোনো একটির সমন্বিতগুরু, $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ দ্বারা সূচিত সরলরেখা দুটির ছেদবিন্দুগামী হবে যদি $h(g^2 - f^2) = fg(a - b)$ হয়।

Show that one of the bisectors of the angles between the pair of straight lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ will pass through the point of intersection of the two straight lines $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ if $h(g^2 - f^2) = fg(a - b)$.

- ii) প্রমাণ করুন যে $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ পরাবৃত্তের অভিলম্বের জ্যা-এর মেরু (pole)-এর সঞ্চারপথ $y^2a^6 - x^2b^6 = (a^2 + b^2)x^2y^2$.

Prove that the locus of the poles of normal chords of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ is the curve $y^2a^6 - x^2b^6 = (a^2 + b^2)x^2y^2$.

- b) i) যদি $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এবং $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ উপবৃত্ত দুটির ছেদবিন্দুগুলি প্রথম উপবৃত্তটির অনুবন্ধী ব্যাসদ্বয়ের প্রান্তবিন্দু হয় তবে প্রমাণ করুন যে $\frac{a^2}{\alpha^2} + \frac{b^2}{\beta^2} = 2$.

If the points of intersection of the ellipses $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ and $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ be the ends of the conjugate diameters of the former, then prove that $\frac{a^2}{\alpha^2} + \frac{b^2}{\beta^2} = 2$.

- ii) যে গোলকটি ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্কতল তিনিটিকে স্পর্শ করে তার সমীকরণ নির্ণয় করুন।
Find the equation of the sphere touching the three coordinate planes.

- c) i) কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমন্বিষিত করলে ভেষ্টের পদ্ধতিতে প্রমাণ করুন চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

If the diagonals of a quadrilateral bisect one another then prove, by using vector method, that the figure is a parallelogram.

- ii) $A(-1, 2, -3)$, $B(-16, 6, 4)$, $C(1, 1, -3)$ এবং $D(4, 9, 7)$ চারটি বিন্দু। AB ও CD সরলরেখা দুটির ন্যূনতম দূরত্ব ভেষ্টের পদ্ধতিতে নির্ণয় করুন।

Calculate, by vector method, the shortest distance between the two straight lines AB and CD where the four points are $A(-1, 2, -3)$, $B(-16, 6, 4)$, $C(1, 1, -3)$ and $D(4, 9, 7)$.

- d) i) $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}$ যদি চারটি বিন্দুর অবস্থান ভেষ্টের হয় তবে প্রমাণ করুন যে বিন্দু চারটি একই সমতলস্থ হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $[\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\gamma}] = [\vec{\beta} \vec{\gamma} \vec{\delta}] + [\vec{\gamma} \vec{\alpha} \vec{\delta}] + [\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\delta}]$ হয়।



Show that the four points whose position vectors $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}$ are coplanar if and only if $[\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\gamma}] = [\vec{\beta} \vec{\gamma} \vec{\delta}] + [\vec{\gamma} \vec{\alpha} \vec{\delta}] + [\vec{\alpha} \vec{\beta} \vec{\delta}]$.

- ii) নিম্নের ভেক্টর সমীকরণটি \vec{r} -এর জন্য সমাধান করুন : $k \vec{r} + \vec{r} \times \vec{a} = \vec{b}$, $k \neq 0$. 5

Solve the following vector equation for \vec{r} , $k \vec{r} + \vec{r} \times \vec{a} = \vec{b}$, $k \neq 0$.

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA132SMT(I)

23 / 36

B.Sc.-AU-16140



QP Code : 20UA132SMT(I)

24 / 36

B.Sc.-AU-16140



দ্বিতীয় উত্তর / Second Answer :



QP Code : 20UA132SMT(I)

26 / 36

B.Sc.-AU-16140



QP Code : 20UA132SMT(I)

27 / 36

B.Sc.-AU-16140



5. যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

6 × 3 = 18

Answer any three questions :

- a) $6x^2 + 24xy - y^2 - 60x - 20y + 80 = 0$ সমীকরণটিকে স্বভাবী আকারে পরিণত করুন। এটি কি ধরনের কনিক তা নির্ণয় করুন এবং তার অক্ষের সমীকরণগুলি নির্ণয় করুন। 6

Reduce the equation $6x^2 + 24xy - y^2 - 60x - 20y + 80 = 0$ to canonical form and classify the conic represented. Find the equation of its axes.

- b) একটি একক ঘনকের কোনো শীর্ষবিন্দু থেকে ঐ শীর্ষবিন্দুগামী নয় এমন কর্ণের লম্বদূরত্ব ভেট্টের পদ্ধতির সাহায্যে নির্ণয় করুন। 6

Using vector method, find the distance of a corner point of a unit cube from the diagonal not passing through it.

- c) $ax^2 - 2hxy + by^2 = 0$ সরলরেখাদ্বয় $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ সরলরেখার সাথে সমবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন করলে দেখান যে $\frac{a}{1 - 2 \cos 2\alpha} = \frac{h}{2 \sin 2\alpha} = \frac{b}{1 + 2 \cos 2\alpha}$. 6

If the straight lines $ax^2 - 2hxy + by^2 = 0$ from an equilateral triangle with the straight line $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$, then show that $\frac{a}{1 - 2 \cos 2\alpha} = \frac{h}{2 \sin 2\alpha} = \frac{b}{1 + 2 \cos 2\alpha}$.

- d) দুটি সরলরেখার direction কোসাইন $al + bm + cn = 0$ ও $fmn + gnl + hlm = 0$ দ্বারা প্রদত্ত। দেখান যে তারা

i) সমান্তরাল হবার শর্ত $\sqrt{af} \pm \sqrt{bg} \pm \sqrt{ch} = 0$ -এর একটি এবং

ii) এবং লম্ব হবার শর্ত $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$. 6

Show that if the straight lines whose direction cosines are given by $al + bm + cn = 0$ and $fmn + gnl + hlm = 0$ be

i) parallel, then one of the relations $\sqrt{af} \pm \sqrt{bg} \pm \sqrt{ch} = 0$ is true

ii) perpendicular then $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$.

- e) প্রমাণ করুন যে $x + y + z = 1$ এই সমতলটি $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 4 = 0$ গোলকটিকে যে বৃত্তে ছেদ করে, মূলবিন্দু থেকে সেই বৃত্তের সংযোগকারী সরলরেখাগুলি ঐ গোলকটিকে পুনরায় যে সকল বিন্দুতে ছেদ করবে তারা $y + 2z = 2$ সমতলে অবস্থিত। 6

Lines are drawn through the origin to meet the circle in which the plane $x + y + z = 1$ cuts the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 4 = 0$. Show that they meet the sphere again at points on the plane $y + 2z = 2$.

- f) $2x + y - z = 0 = x - y + 2z$ এবং $x + 2y - 3z - 4 = 0 = 2x - 3y + 4z - 5$ এই সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যে ক্ষুদ্রতম দূরত্ব নির্ণয় করুন। এই ক্ষুদ্রতম দূরত্ব সৃষ্টিকারী (line of shortest distance) সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করুন। 6

Find the magnitude and the equation of the line of shortest distance between the lines $2x + y - z = 0 = x - y + 2z$ and $x + 2y - 3z - 4 = 0 = 2x - 3y + 4z - 5$.



প্রথম উত্তর /First Answer :



দ্বিতীয় উত্তর / Second Answer :



QP Code : 20UA132SMT(I)

31 / 36

B.Sc.-AU-16140



তৃতীয় উত্তর /Third Answer :



QP Code : 20UA132SMT(I)

33 / 36

B.Sc.-AU-16140



6. যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন (প্রতিটি $\frac{1}{2}$ পৃষ্ঠার মধ্যে) :

$3 \times 4 = 12$

Answer any four questions (each within $\frac{1}{2}$ page):

- a) k -এর কোন মানের জন্য $6x^2 + kxy - 3y^2 + 4x + 5y - 2 = 0$ একজোড়া সরলরেখা সূচিত করে ? 3

Find the value of k , for which $6x^2 + kxy - 3y^2 + 4x + 5y - 2 = 0$ represents a pair of straight lines.

- b) $\frac{14}{r} = 3 - 8\cos\theta$ কনিকটির উপরিস্থ বিন্দু বের করুন যার ভেক্টোরিয়াল কোণ $\frac{2\pi}{3}$. 3

Find the points on the conic $\frac{14}{r} = 3 - 8\cos\theta$ whose vectorial angle is $\frac{2\pi}{3}$.

- c) $r = 4\cos\theta$ বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন। 3

Find the polar coordinates of the centre of the circle $r = 4\cos\theta$.

- d) $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ এবং $\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ ভেস্টের দুটির উপর লম্ব একক ভেস্টেরটি নির্ণয় করুন। 3

Find the unit vector perpendicular to $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ and $\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$.

- e) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{-2}$ সরলরেখা এবং $3x + 4y + 5z = 5$ সমতলটির ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন। 3

Find the point of intersection of the straight line $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{-2}$ and the plane $3x + 4y + 5z = 5$.

- f) $3\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$ ভেস্টেরের উপর লম্ব এবং $(2, 3, -1)$ বিন্দুগামী সমতলের সমীকরণ নির্ণয় করুন। 3

Find the equation of a plane passing through the point $(2, 3, -1)$ and is perpendicular to the vector $3\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$.

- g) $2\vec{i} + 3\vec{j}$ এবং $\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$ ভেস্টের দুটি দ্বারা গঠিত সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। 3

Determine the area of the parallelogram formed by two vectors $2\vec{i} + 3\vec{j}$ and $\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$.

- h) $(1, \frac{\pi}{2})$ ও $(2, \pi)$ বিন্দুগামী সরলরেখার মেরু সমীকরণ নির্ণয় করুন। 3

Find the polar equation of the straight line joining the two points $(1, \frac{\pi}{2})$ and $(2, \pi)$.



দ্বিতীয় উত্তর / Second Answer :



তৃতীয় উত্তর / Third Answer :

চতুর্থ উত্তর / Fourth Answer :