BLOCK—1

দোলগতি, তরঙ্গ

একক 1 : সরল দোলগতি

গঠন

1.1 প্রস্তাবনা

ইতিপূর্বে আপনি নানা ধরনের গতির সঙ্গে পরিচিত হয়েছেন। আপনি লক্ষ্য করে থাকবেন যে, এর মধ্যে কোন কোনটির ক্ষেত্রে গতিশীল বস্তুটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর পূর্বের অবস্থান বা আকৃতিতে ফিরে আসে। উদাহরণ হিসাবে ঘুরন্ত পাখার ব্লেড, দোলনা বা ঘড়ির পেন্ডুলামের কথা বলা যায়। জলের উপর দিয়ে যখন তরঙ্গমালা অগ্রসর হয় তখন জলতলে ভাসমান কোনও বস্তুকে আপনি এভাবে গতিশীল হতে দেখবেন। এই ধরনের গতিকে আমরা বলি 'পর্যাবৃত্ত গতি' (periodic motion)। সরল দোলগতিও এক ধরনের পর্যাবৃত্ত গতি, যার গাণিতিক বিশ্লেষণ খুব সহজেই করা সম্ভব। এই এককে আমরা সরল দোলগতির জন্য প্রয়োজনীয় শর্ত এবং

এই গতির ধর্মগুলি আলোচনা করব। এধরনের গতিসম্পন্ন বস্তুর যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণও পরীক্ষা করব। সরল দোলগতির উদাহরণ হিসাবে কয়েকটি যান্ত্রিক দোলকের উদাহরণ ছাড়াও এই এককে আমরা তড়িৎ আবেশ ও ধারক দ্বারা গঠিত তড়িৎবর্তনীর মধ্যে তড়িতের প্রবাহ বিবেচনা করব। আপনি লক্ষ্য করতে পারবেন যে, এই বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহ গাণিতিক দিক দিয়ে সরল দোলগতি সম্পন্ন দোলকের অনুরূপ।

প্রকৃতিতে বহু ধরনের গতি বিস্তার যথেষ্ট অল্প থাকলে সরল দোলগতির শর্ত পালন করে। এই কারণে পদার্থবিদ্যায় সরল দোলগতির গুরুত্ব অপরিসীম। এই এককের মাধ্যমে আপনি সরল দোলগতির ভৌত ও গাণিতিক ধর্ম সম্বন্ধে বিশদ পরিচয় লাভ করবেন

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করার পর আপনি

- সরল দোলগতির জন্য প্রয়োজনীয় শর্তগুলি বিবৃত করতে পারবেন।
- সরল দোলগতির অবকল সমীকরণটি স্থাপন ও সেটির সমাধান করতে পারবেন।
- সরল দোলগতিতে চলনশীল বস্তুর গতিশক্তির হিসাব করতে এবং শক্তির সংরক্ষণ প্রতিপাদন করতে পারবেন।

বিভিন্ন ধরনের সরল দোলগতিতে কম্পনশীল বস্তুতন্ত্রের গতির মধ্যে সাদৃশ্য দেখাতে পারবেন।

1.2 সরল দোলগতির সংজ্ঞা ও বৈশিষ্ট্যাবলী

যে কোনও পর্যাবৃত্ত গতিকেই সরল দোলগতি বলা যায় না। কোনও বস্তুতন্ত্র কয়েকটি শর্ত পালন করলে, তবেই সরল দোলগতির উদ্ভব হতে পারে। আমার এই শর্তগুলিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করে সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ গঠন করব। এই সমীকরণের সমাধান থেকে আমরা সরল দোলগতির ধর্মগুলিতে উপনীত হতে পারব। প্রথমে সরল দোলগতির শর্তগুলি আলোচনা করা যাক।

1.2.1 সরল দোলগতির শর্ত

কোনও বস্তুকণার গতিকে তখনই সরল দোলগতি বলা যায়, যখন নিম্নের শর্তগুলি পালিত হয়:

(i) বস্তুকণাটির গতি এক সরলরেখায় আবদ্ধ থাকে এবং

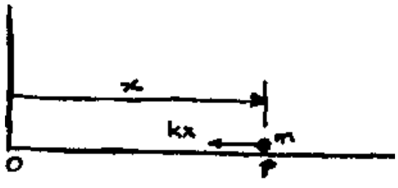
(ii) বস্তুকণাটির উপর সেটির গতিপথের উপর অবস্থিত কোনও নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে, ঐ বিন্দু থেকে বস্তুকণাটির দূরত্বের সমানুপাতী একটি প্রত্যানয়ক বল কাজ করে।

এক্ষেত্রে কয়েকটি বিষয় মনে রাখতে হবে। প্রথমত, কোনও দৃঢ় বস্তুর চলন (translational) গতির ক্ষেত্রে যদি উপরের শর্তগুলি প্রযোজ্য হয়, তবে তার ভরকেন্দ্রটি বস্তুকণার মত আচরণ করবে এবং বস্তুটি সরল দোলগতিতে চলতে থাকবে। দ্বিতীয়ত, যে কোনও বস্তুতন্ত্র যদি কোনো একটি রাশির (যথা একটি কোণ, তড়িতাধান, তড়িৎপ্রবাহ) ক্ষেত্রে উপরের শর্তগুলির অনুরূপ শর্ত প্রযোজ্য হয়, তবে সেই রাশিটির সরল

দোলগতির অনুরূপ দোলন লক্ষ্য করা যাবে। পরবর্তী 1.4 অংশে উদাহরণগুলির মধ্যে আপনি এ জাতীয় দোলন দেখতে পাবেন। এগুলিকে আমরা সরল দোলগতি নামে অভিহিত করব।

1.2.2. সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ

ধরা যাক m ভরের একটি বস্তুকণার গতি আমাদের নির্দেশতন্ত্রের x অক্ষে আবদ্ধ এবং গতিপথের উপর নির্দিষ্ট বিন্দুটি নির্দেশতন্ত্রের মূলবিন্দু (origin), 0। বস্তুকণাটি 0 বিন্দুতে থাকলে তার উপর কোন বলই কাজ করে না। কাজেই একমাত্র O বিন্দুতেই সেটি স্থির থাকতে পারে। এজন্য 0 বিন্দুকে বস্তুকণার সাম্যবিন্দু বলা হবে। বস্তুকণাটি যখন মূলবিন্দু থেকে x দূরত্বে P বিন্দুতে থাকে, তখন তার উপর x-এর সমানুপাতী -kx প্রত্যানয়ক বল 0 বিন্দু অভিমুখে কাজ করে। যেখানে k একটি সমানুপাত ধ্রবক। লক্ষণীয় যে, x রাশি ও প্রত্যানয়ক বলের চিহ্ন সর্বদাই বিপরীত এবং বিয়োগ চিহ্নটি এজন্যই ব্যবহৃত হয়েছে। এখন নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে ভর ও ত্বরণের গুণফল এবং বল F -এর সমতা থেকে আপনি লিখতে পারেন ।



চিত্র 1.1

$$m\ddot{x} = F = -kx \qquad .... \ 1.1$$

অথবা, $\ddot{x} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$, যেখানে গাণিতিক সুবিধার জন্য $\frac{k}{m}$ রাশিটির স্থানে + ω^2 লেখা হয়েছে। 1.1 সমীকরণটি সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ। সমীকরণটি থেকে বোঝা যায় যে, x -এর মান যখন পজিটিভ তখন বস্তুকণার ত্বরণ নেগেটিভ অর্থাৎ তখন বস্তুকণার বেগ x দিকে মূলবিন্দুর বিপরীতমুখে থাকলে তার মান কমতে থাকবে এবং x -এর বিপরীত দিকে মূলবিন্দু অভিমুখে থাকলে তার মান বাড়তে থাকবে।

বিপরীতক্রমে, x -এর মান যখন নেগেটিভ, তখন বস্তুকণার ত্বরণ পজিটিভ, অর্থাৎ বেগ x দিকে মূলবিন্দু অভিমুখে থাকলে তার বেগ বাড়তে থাকবে এবং বেগ x এর বিপরীত দিকে মূলবিন্দুর বিপরীতমুখে থাকলে তার মান কমতে থাকবে।

1.1 সমীকরণটি একটি রৈখিক, সমসত্ত্ব, দ্বিতীয় ক্রমের (linear homogeneous second order) অবকল সমীকরণ। আমরা জানি এর সমাধানে দুইটি অনির্দিষ্ট ধ্রবক থাকবে। এবার এর সমাধানটি দেখা যাক।

1.2.3 অবকল সমীকরণের সমাধান

সমীকরণ 1.1 হয়ত আপনার কাছে খুবই পরিচিত। এখানে x রাশিটি সময় t-এর এমন একটি অপেক্ষক যাকে দুইবার অবকলন করলে – ω^2 সহগ সমেত ঐ একই অপেক্ষক পাওয়া যায়। আমরা জানি $\sin\omega t$ এবং $\cos\omega t$ এই ধরনের অপেক্ষক। এ দুটিকে মিলিয়ে আমরা 1.1 অবকলন সমীকরণটির সাধারণ সমাধান লিখতে পারি :

$$x = A \sin \omega t + B \operatorname{cost} \omega t \qquad .... 1.2$$

যেখানে A ও B অনির্দিষ্ট ধ্রুবক। এখানে সাধারণ সমাধান বলতে এটাই বোঝায় যে, ঐ অবকল সমীকরণের অসংখ্য বিশেষ সমাধান থাকলেও, যেগুলি সবই অনির্দিষ্ট ধ্রুবকগুলির বিশেষ মান ব্যবহার করে পাওয়া যাবে। যেমন, 1.2 এর ক্ষেত্রে

$B = 0$ ধরলে $x = A \sin\omega t$, আবার

$A = 0$ ধরলে $x = B\cos\omega t$

আপনি ভাবতে পারেন যে, রাশিটিও একটি সম্ভাব্য সমাধান। কিন্তু এটি এর সমান। অর্থাৎ, এটি ও এর একটি রৈখিক সংমিশ্রণ। সুতরাং 1.2 সমাধানে এটিকে আলাদাভাবে অন্তর্ভুক্ত করার প্রয়োজন নেই।

এখন যদি আমরা ধরে নিই

............1.3

তবে 1.2 সমীকরণ থেকে $x = -a\sin\theta\sin\omega t + a\cos\theta\cos\omega t$

বা, x = ...1.4

এখানে আমরা A ও B এর স্থানে অন্য দুই অনির্দিষ্ট ধ্রুবক a ও θ ব্যবহার করেছি। অনির্দিষ্ট ধ্রুবকদ্বয়ের মান t = 0 সময়ে সরণ x এর মান x_0 এবং বেগ এর মান $\dot{x}_0$ থেকে সহজেই নির্ণয় করা যায়। 1.4 সমীকরণ ও এর থেকে লব্ধ বেগের রাশিমালা $x = -a\omega\sin(\omega t+\theta)$ থেকে

$x_0 = a \cos\theta$

এবং $\dot{x}_0 = -a\omega\sin\theta$ পাওয়া যায়।

সুতরাং, এবং 1.5

এবার আপনি নিজেই একটি সহজ অনুশীলনী করে দেখুন।

অনুশীলনী : 1

(ক) 1.2 সমীকরণের A ও B ধ্রুবক দুইটির মান x_0 এবং এর হিসাবে নির্ণয় করুন।

(খ) মনে করুন t = 0 এবং t = সময়ে সরণের মান যথাক্রমে এবং x। তাহলে 1.4 সমীকরণে a এবং θ এর মান কী?

(গ) মনে করুন t = 0 সময়ে সরণ x_0 এবং সময়ে বেগ v। সেক্ষেত্রে ঐ সমীকরণে a এবং θ এর মান কি?

1.2.4 সরল দোলগতির কয়েকটি পরিমাত্রা (parameter)

বিস্তার : 1.4 সমীকরণ থেকে সহজেই বোঝা যায় যে, x এর মান সময়ের সঙ্গে '+a' ও '–a', এই দুই সীমার মধ্যে ওঠানামা করে। সাম্যবিন্দু থেকে বস্তুকণার সর্বোচ্চ দূরত্ব 'a' কে সরল দোলগতির বিস্তার বলা হয়। এটি x এর দুই সীমাস্থ মানের ব্যবধানের অর্ধেক।

আপনি পূর্বেই দেখেছেন যে, বস্তুকণার বেগ $v = \dot{x} = -a\omega\sin(\omega t + \theta)$। অনুরূপভাবে, বেগের এই রাশিটির অবকলন থেকে পাওয়া যায় ত্বরণ

স্পস্টই বোঝা যায় যে, বস্তুকণার বেগ এবং ত্বরণ ও সময়ের সঙ্গে সরল দোলগতির অনুরুপভাবে পরিবর্তিত হয়। 1.4 সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে বোঝা যায়

বেগের বিস্তার =

এবং ত্বরণের বিস্তার =

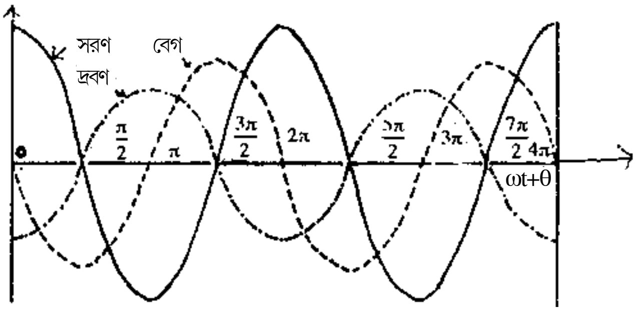
দশা : 1.4 সমীকরণে রাশিটিকে t সময়ে সরল দোলগতিতে সরণের দশা (phase) বলা হয়। $-a\omega^2\cos(\omega t+\theta)$ $\frac{}{2\omega}$ t = 0 সময়ে এই রাশির মান 'θ' - কে প্রারম্ভিক দশা (initial phase) বা দশা ধ্রবক (phase constant) বলা হয়। দশার ওপরই বস্তুকণার তাৎক্ষণিক অবস্থান নির্ভর করে।

এখন আপনি সরণের দশার সঙ্গে বেগ ও ত্বরণের দশার তুলনা করতে আগ্রহী হতে পারেন। লক্ষ্য করে দেখুন

$$v = -a\omega\sin(\omega t + \theta) = a\omega\cos\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

এবং $$f = -a\omega^2\cos(\omega t + \theta) = a\omega^2\cos(\omega t + \theta + \pi)$$

অর্থাৎ, সরণের তুলনার বেগের দশা $\frac{\pi}{2}$ কোণে এবং ত্বরণের দশা π কোণে অগ্রবর্তী থাকে। চিত্র 1.2 তে সরণ, বেগ ও ত্বরণের দশার প্রভেদ দেখানো হয়েছে।



চিত্র 1.2 -সরল দোলগতিতে সরণ, বেগ ও ত্বরণ

কৌণিক কম্পাঙ্ক : ω রাশিটি একক সময়ে দশার পরিবর্তন সূচিত করে। এই রাশিটিকে কৌণিক কম্পাঙ্ক (angular frequency) বলা হয়।

পর্যায়কাল : যে সময় অন্তর সরল দোলগতিসম্পন্ন কণার অবস্থান, বেগ ইত্যাদি একই অবস্থায় ফিরে আসে, তাকে ঐ দোলগতির পর্যায়কাল বলে। এই সময়ে যেহেতু দশা পরিমাণে বৃদ্ধি পায়, অতএব পর্যায়কালকে T দ্বারা নির্দেশ করে

অর্থাৎ, বা $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ....1.6 (a)

যেহেতু সাম্যবিন্দু থেকে প্রতি একক সরণে পরিমাণ ত্বরণ ঘটে, দোলগতির পর্যায়কাল এভাবেও লেখা যায় :

একক সরণে উদ্ভূত ত্বরণ

কম্পাঙ্ক : একক সময়ে সরল দোলগতির যতগুলি পূর্ণ পর্যায় (cycle) অতিক্রান্ত হয়, তাকেই ঐ দোলগতির কম্পাঙ্ক বলে। পর্যায়কালের মান থেকে কম্পাঙ্কের মান পাওয়া যায় :

$$\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \text{........... 1.6(b)}$$

1.4 সমীকরণে ইচ্ছা করলে আমরা ω এর পরিব ... পারি। যথা $x = a\cos(2\pi\upsilon t + \theta)$

1.3 সরল দোলগতিসম্পন্ন বস্তুকণার যান্ত্রিক শক্তি

বস্তুকণাটির যান্ত্রিক শক্তি স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল। যে কোনও অবস্থানে বস্তুকণার স্থিতিশক্তি প্রত্যানয়ক বলের বিরুদ্ধে সেটিকে সাম্যবিন্দু থেকে সেই অবস্থানে আনতে যে কার্য করা হয় তার সমান। এই কার্যের পরিমাণ

.......1.7

অপর পক্ষে, গতিশক্তির পরিমাণ $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ma^2\omega^2\sin^2(\omega t + \theta)$

$=$

$=$ $= \frac{1}{2}k\left(a^2 - x^2\right)$ 1.8

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি, E = U + K

$=$

$= \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$ $=$ 1.9

লক্ষণীয় যে, মোট যান্ত্রিক শক্তি x বা t এর ওপর নির্ভরশীল নয়, যা যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূচিত করে। চিত্র 1.3 (a) তে x এর সঙ্গে স্থিতি শক্তি, গতিশক্তি ও মোট যান্ত্রিক শক্তির পরিবর্তন দেখানো হল। দোলনের একটি পূর্ণ পর্যায়ে x এর মান যেমন + a ও –a এর মধ্যে চলাফেরা করে, তেমনই যান্ত্রিক শক্তি সম্পূর্ণরূপে গতিশক্তি থেকে সম্পূর্ণরূপে স্থিতিশক্তি এই দুই চরম অবস্থার মধ্যে আন্দোলিত হয়। 1.3 (b) চিত্রে এই পরিবর্তনটি চিত্রায়িত হয়েছে। 1.3(a) ও (b) চিত্র দুইটি লক্ষ্য করলে বোঝা যাবে যে, x = 0 অর্থাৎ, সাম্য বিন্দুতে স্থিতি শক্তি শূন্য ও সর্বনিম্ন। অপরপক্ষে, গতিশক্তি এই বিন্দুতে সর্বাধিক এবং এর সমান। যখন অর্থাৎ, গতির দুই প্রান্ত বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য, কিন্তু স্থিতিশক্তি

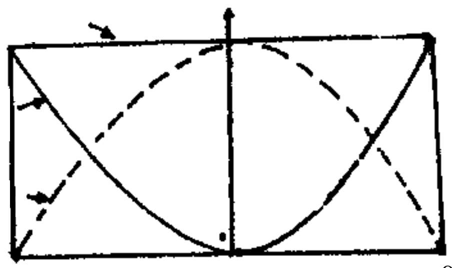
সর্বাধিক ও এর সমান। যখন ,

তখন

$$U = \frac{1}{2}K\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{4}ka^2$$

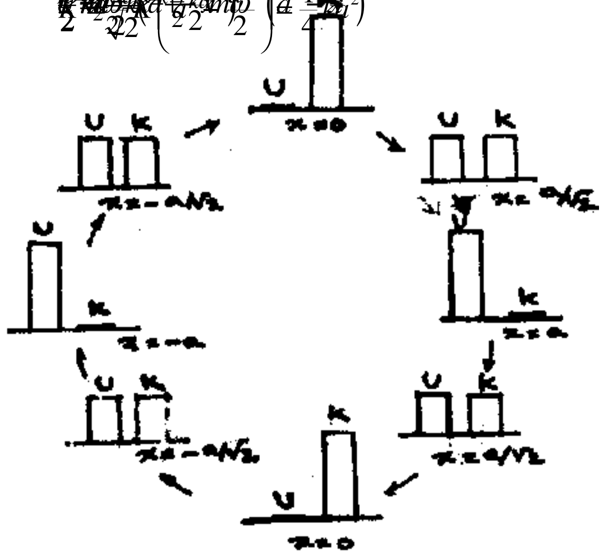
এবং

অর্থাৎ, স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সমমান।



চিত্র 1.3 (a)

সরণের সঙ্গে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির পরিবর্তন



চিত্র 1.3 (b)

যান্ত্রিক শক্তির আন্দোলন

স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সময় সাপেক্ষ গড় মান (time average)

সরল দোলগতির সঙ্গে সম্পর্কিত কোনও ভৌত রাশির (z) সময় সাপেক্ষ গড় মান নির্ণয় করতে আমরা এই সংজ্ঞাটি ব্যবহার করব :

গড়

এখানে সমাকলনগুলি একটি সম্পূর্ণ পর্যায়ের উপর নেওয়া হয়েছে।

এই সূত্র অনুযায়ী 1.4 সমীকরণ ব্যবহার করে স্থৈতিক শক্তির গড় মান

$$\overline{U} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}kx^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t+\theta)\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\cdot\frac{1}{2}ka^2.\frac{T}{2} = \frac{1}{4}ka^2 \qquad \text{................ 1.10}$$

এবং গতিশক্তির গড় মান $\overline{K} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}k\left(a^2-x^2\right)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}ka^2\sin^2(\omega t+\theta)\,dt$

$$= \frac{1}{T}\cdot\frac{1}{2}ka^2.\frac{T}{2} = \frac{1}{4}ka^2$$

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, উভয় গড় মানই সমান এবং মোট শক্তির অর্ধেক।

নিচের অনুশীলনটি আপনাকে গড় মানের বিষয়টি বুঝতে সাহায্য করবে।

স্থিতিশক্তি এবং গতি শক্তির রাশি দুইটি কাজে লাগিয়ে সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ সহজেই প্রতিষ্ঠা করা সম্ভব।

মোট শক্তি $E = \frac{1}{2}m\left(\dot{x}\right)^2 + \frac{1}{2}kx^2$

যেহেতু মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। অতএব $dE/dt = 0$ উপরোক্ত সমীকরণটি থেকে পাওয়া যায়। $\overline{Z} = z(t) = \int_0^T z\,dt \Big/ \int_0^T dt = \frac{1}{T}\int_0^T z\,dt$

$$dE/dt = 0 = \frac{1}{2}m.2\frac{d^2x}{dt^2}\frac{dx}{dt} + \frac{1}{2}.2k\frac{dx}{dt}.x$$

অথবা, $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

অনুশীলন : 2 স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির দূরত্ব সাপেক্ষ গড় মান নির্ণয় করুন।

(ইঙ্গিত : x রাশির সাপেক্ষে z অপেক্ষকের গড় মান

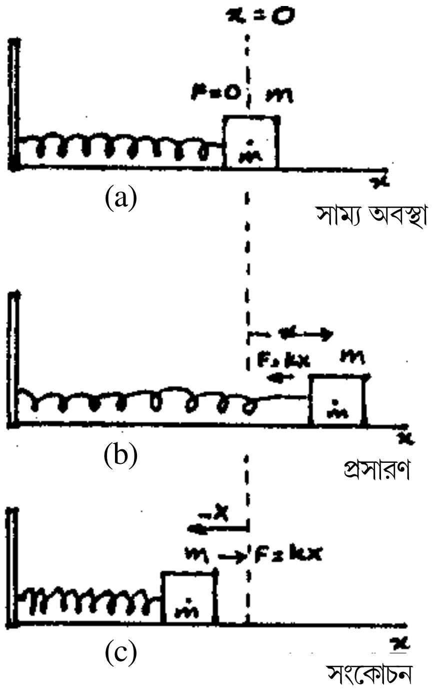
1.4 সরল দোলগতি সম্পন্ন বস্তুতন্ত্রের উদাহরণ

আপনারা গাণিতিক দিক থেকে সরল দোলগতি সম্বন্ধে অনেকটাই জেনেছেন। এবার আমরা সরল দোলগতি অনুসরণ করে এমন কয়েকটি তন্ত্র সম্বন্ধে আলোচনা করব।

1.4.1 স্প্রিংভর

আপনি সাইকেলের সিটের তলায়, সোফার আসনের নিচে, ডট্ পেনের মধ্যে নানা আকারের প্যাঁচানো স্প্রিং দেখেছেন। এই স্প্রিংগুলির একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য থাকে। বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে প্রসারিত বা

সংনমিত করলে এগুলির যে দৈর্ঘ্য প্রসারণ বা সংকোচন ঘটে, তা প্রযুক্ত বলের সমানুপাতী। একক প্রসারণ বা সংকোচনের জন্য প্রয়োজনীয় বলকে স্প্রিং ধ্রবক (spring constant) বলে। 1.4 (a) (b) ও (c) চিত্রে একটি স্প্রিং -ভর ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। এখানে স্প্রিংটি অনুভূমিক ও তার একদিক আবদ্ধ। অন্যদিকে m ভরের একটি বস্তু সংযুক্ত আছে যা সম্পূর্ণ মসৃণ তলে অনুভূমিকভাবে স্প্রিং -এর দৈর্ঘ্যের দিক বা x দিকে চলাচল করতে পারে। বস্তুটির সাম্য বিন্দুর স্থানাঙ্ক আমরা x = 0 বলে ধরব। অবশ্য এক্ষেত্রে আমরা বস্তুটিকে তার ভরকেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত বস্তুকণা হিসাবে ধরে নিয়েছি। স্প্রিংটিকেও আমরা ভরহীন বলে মনে করব।

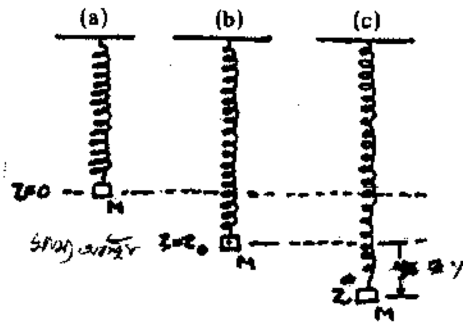


চিত্র 1.4
স্প্রিং-ভর ব্যবস্থা

চিত্র 1.4 (a) তে বস্তুটি সাম্যবিন্দুতে অবস্থান করছে। এখন স্প্রিংটিকে x পরিমাণে প্রসারিত করে বস্তুটিকে যদি (b) চিত্রে প্রদর্শিত অবস্থানে আনা যায়, তবে তার ওপর স্প্রিং -এর প্রসারণের ফলে যে প্রত্যানয়ক বল কাজ করবে, তার মান Kx(K= স্প্রিং ধ্রবক)। অনুরুপভাবে, স্প্রিংটি x পরিমাণে সংনমিত হলেও Kx প্রত্যানয়ক বল বস্তুটিকে সাম্যাবস্থায় ফেরাতে কাজ করবে। এক্ষেত্রে স্প্রিং -ধ্রুবক K 1.1 সমীকরণের k সমানুপাত ধ্রবকের স্থান গ্রহণ করে। গতির অবকল সমীকরণটি এক্ষেত্রে $\ddot{x} = -\frac{K}{m}x$ এবং বস্তুটি $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$ কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে চলাচল করতে থাকবে।

1.4.2 স্প্রিং দ্বারা আলম্বিত ভর

পূর্বের (ক) উদাহরণের আমরা যে স্প্রিংটির সম্বন্ধে আলোচনা করেছি, ধরা যাক সেটি উল্লম্বভাবে আলম্বিত আছে এবং ভরটি তার নিম্নপ্রান্তে আবদ্ধ আছে (চিত্র 1.5)। ভরটির কোনও ওজন না থাকলে সেটির অবস্থান যে বিন্দুতে হত তার নির্দেশাংক z=0 ধরা যাক (চিত্র a)। এখানে z দূরত্ব উল্লম্বভাবে নিচের দিকে মাপা হবে। ভরের Mg ওজনের ফলে সেটির সাম্যবস্থার নির্দেশাংক হবে $z = z_0$ (চিত্র b)। যেহেতু ওজন Mg স্প্রিং এর z0 প্রসারণ ঘটায়, অতএব $Mg = Kz_0$। এখন ভরটির অবস্থান যদি z নির্দেশাংকে (চিত্র c) হয় তবে সেটির গতির অবকল সমীকরণ হবে



চিত্র 1.5
স্প্রিং-আলম্বিত ভর

অথবা, যেহেতু

যদি সাম্য অবস্থা থেকে $y = z - z_0$ পরিমানে স্প্রিংটি টেনে ছেড়ে দেওয়া হয় তবে সমীকরণটি হবে

অর্থাৎ, এখানে y রাশিটাই সরল দোলগতির সমীকরণ পালন করে। এই সমীকরণের সমাধান পূর্বের মত :

, যেখানে $\omega^2 = \dfrac{K}{m}$ এবং অনির্দিষ্ট ধ্রুবক। যেহেতু $y = z - z_0$, z নির্দেশাংকটি এখন এইভাবে প্রকাশ করা যায়:

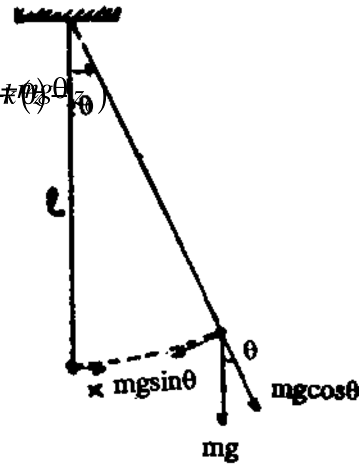
.......1.11

অর্থাৎ, z নির্দেশাংকটি z_0 কে মধ্যে রেখে $2\pi\sqrt{\dfrac{K}{M}}$ কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে পরিবর্তিত হতে থাকবে।

1.4.3 সরল দোলক (simple pendulum)

আদর্শ সরল দোলক বলতে ভর হীন অপ্রসার্য সূতার দ্বারা আলম্বিত একটি বিন্দুভর পিণ্ড(bob) বোঝায়। দোলনের সময় সূতাটি একটি উল্লম্বতলে আবদ্ধ থাকে। পিণ্ডটি একটি বৃত্তচাপ বরাবর চলাচল করলেও, দোলনের কৌণিক বিস্তার θ_m যদি অল্প হয়, তবে পিণ্ডটি মোটামুটিভাবে অনুভূমিক সরলরেখায় x অক্ষ বরাবর চলনশীল বলে ধরা যায়। পিণ্ডের ভর m এবং দোলকের সূতার কৌণিক সরণ যদি θ (চিত্র 1.6) হয়, তবে ওজন mg এর চলন পথের স্পর্শক বরাবর উপাংশ $mg \sin\theta$ প্রত্যানয়ক বল হিসাবে কাজ করে। সূতার দৈর্ঘ্য যদি l হয়, তবে পিণ্ডের অনুভূমিক x অক্ষ বরাবর সরণ । l দৈর্ঘ্যকে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য বলা হয়। এখন আমরা পিণ্ডটির গতির অবকল সমীকরণ লিখতে পারি:

(যদি θ যথেষ্ট অল্পমানের হয়)



চিত্র 1.6
সরল দোলক

অর্থাৎ 1.12

1.1 সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করলে দেখা যাবে, এই সমীকরণটি সেটির অনুরূপ। এর সমাধানও 1.4 সমীকরণের অনুরূপ হবে :

যেখানে $\omega = \sqrt{\dfrac{8}{l}}$

দোলকটির দোলনকাল 1.13

আপনি হয়ত লক্ষ্য করেছেন যে, স্প্রিং-ভরের ক্ষেত্রে দোলন কাল বা কম্পাঙ্ক ভরের ওপর নির্ভরশীল হলেও সরল দোলকের ক্ষেত্রে সেগুলি পিণ্ডের ভরের ওপর নির্ভর করে না। এর কারণ, দোলকের ক্ষেত্রে

প্রত্যানয়ক বলটি ওজন থেকেই উদ্ভূত হয়, যা ভরের সমানুপাতিক অন্যদিকে। স্প্রিং এর ক্ষেত্রে প্রত্যানয়ক বলটি স্প্রিং এর আকার, আকৃতি ও উপাদানের ওপর নির্ভরশীল, ভরের ওপর নয়।

সরল দোলকের গতিকে কেবল তখনই সরল দোলগতি বলা যায়, যখন অঙ্গীকারটি সত্য হয়। এর টেলর শ্রেণী প্রসারণ (Taylor series expansion) থেকে পাওয়া যায় :

θ এর মান যখন 0.245 রেডিয়ান বা 14°, তখন θ ও $\sin\theta$ এর পার্থক্য প্রায় 1% হয়। সুতরাং, দোলকের কৌণিক বিস্তারের এই মান পর্যন্ত অঙ্গীকারটি মেনে নেওয়া যায়। বিশদ গণনায় দেখা যায় যে, সরল দোলকের দোলন কাল T কৌণিক বিস্তার θm (রেডিয়ান) এর ওপর এইভাবে নির্ভর করে :

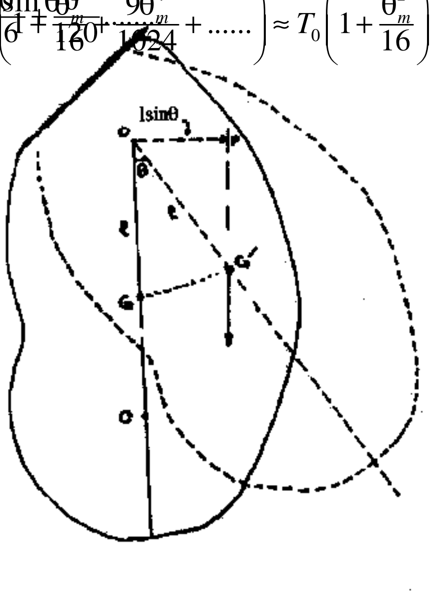
যখন রেডিয়ান বা 7.25°, তখন বন্ধনীভুক্ত রাশিটির মান 1.001 অর্থাৎ, দোলকের কৌণিক বিস্তার যদি 7.25° এর মধ্যে থাকে, তবে দোলনকাল T_0 থেকে 0.1 শতাংশের চেয়ে ভিন্ন হয় না।

1.4.4 জটিল দোলক (compound pendulum)

যে কোনও দৃঢ় বস্তু সেটির সঙ্গে আবদ্ধ একটি অনুভূমিক অক্ষের উপর দোলনে সক্ষম হলে, তাকে জটিল দোলক বলা যায়। সরল দোলকের ক্ষেত্রে যেমন পিন্ডটিকে বিন্দু

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{6} + \frac{\theta^5}{120} \quad mgl\sin\theta \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\theta_m^2}{16} + \frac{9\theta_m^4}{1024} + \ldots\ldots\right) \approx T_0\left(1 + \frac{\theta_m^2}{16}\right)$$

ভর হিসাবে ধরে নেওয়া প্রয়োজন হয় যৌগিক দোলকের ক্ষেত্রে তেমন কোনও শর্ত আরোপ করতে হয় না। 1.7 চিত্রে একটি জটিল দোলক দেখানো হয়েছে। এখানে 0 আলম্বন বিন্দু, দোলনের অনুভূমিক অক্ষ যার মধ্য দিয়ে গিয়েছে, G ও G' যথাক্রমে সাম্যবস্থা ও বিচ্যুত অবস্থায় দোলকের ভারকেন্দ্র। θ কোণটি দোলকের কৌণিক বিচ্যুতি। ধরা যাক, দোলকের ভর m এবং দৈর্ঘ্য OG = OG' =1। বিচ্যুত অবস্থায় দোলকের ভারকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে ক্রিয়াশীল ওজন mg দোলকটির উপর একটি প্রত্যানয়ক বলযুগ্মের (torque) সৃষ্টি করে, যার ভ্রামক (বল mg ও 0 বিন্দু থেকে ক্রিয়ারেখার দূরত্ব OP এর গুণফল)। এখন O বিন্দুর সাপেক্ষে দোলকের জড়তাভ্রামক যদি I হয়, তবে এটির কৌণিক গতির অবকল সমীকরণ হবে



চিত্র 1.7 জটিল দোলক

........1.14

জড়তা ভ্রামকের সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুযায়ী, দোলকের ভরকেন্দ্রের মধ্যে দিয়ে যাওয়া আলম্বন অক্ষের উপর যদি দোলকের জড়তাভ্রামক I_0 এবং ঘূর্ণন -ব্যাসার্ধ (radius of gyration) k হয় তবে,

$$I = I_0 + ml^2 = m(k^2+l^2)$$

দোলনের বিস্তার যথেষ্ট অল্প এবং ধরে নিয়ে, 1.14 সমীকরণ থেকে

$$\left(L = l + \frac{k^2}{l}\right) \qquad ......1.15$$

1.12 সমীকরণের সঙ্গে এই সমীকরণের তুলনা করলে দেখা যাবে যে, দুইটি সমীকরণ অনুরূপ। এখানে L দৈর্ঘ্যকে সমতুল্য সরল দোলকের (equivalent simple pendulum) দৈর্ঘ্য বলা হয়। OG সরলরেখাকে যদি C পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়, যাতে OC =L হয়, তবে C বিন্দুকে দোলন-কেন্দ্র (centre of oscillation) বলা হয়। ভারকেন্দ্র থেকে দোলন কেন্দ্রের দূরত্ব ।

1.15 সমীকরণ থেকে আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, এক্ষেত্রে θ কোণটি সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হবে এবং তার পর্যায়কাল হবে । কিন্তু সরল দোলকের থেকে জটিল দোলকের একটি মৌলিক প্রভেদ আছে। জটিল দোলককে আপনি বিভিন্ন বিন্দুতে আলম্বিত করতে পারেন এবং l এর মান তার ফলে পরিবর্তিত করতে পারেন। এখন $\theta = -\frac{g}{L}\theta$ এই দুই সীমাতেই $L \to \infty, T \to \infty$। l এর যে মানের জন্য সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য ও পর্যায়কালের মান সর্বনিম্ন, তা নির্ণয় করা যাক।

L যখন সর্বনিম্ন, তখন $\frac{dL}{dl} = 0$ অর্থাৎ

$$\frac{d}{dl}\left(l + \frac{k^2}{l}\right) = 0 \text{ বা } l - \frac{k^2}{l^2} = 0\text{, অথবা, } l = \pm k$$

অর্থাৎ, আলম্বন বিন্দু যখন ভারকেন্দ্রের দুই পাশে k দূরত্বে থাকে, তখনই সমতূল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য এবং যৌগিক দোলকের দোলনকাল সর্মনিম্ন হয়। এই অবস্থায় সরল দোলকের দৈর্ঘ্য L =2k ......1.16 (a)

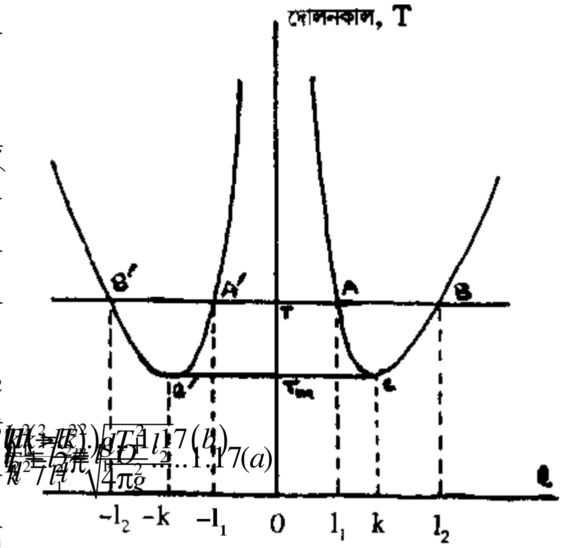
এবং দোলনকাল ....1.16(b)

Tm এর চেয়ে দীর্ঘতর কোনও দোলনকালের জন্য দোলকের দৈর্ঘ্য l কত হওয়া প্রয়োজন তা দেখা যাক।

T এর রাশিমালা থেকে আমরা পাই $L = l + \frac{k^2}{l} = \frac{gT^2}{4\pi^2}$, অর্থাৎ .l+k² = 0 এটি একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। এর মূল দুটি আপনি সহজেই নির্ণয় করতে পারবেন। এগুলিকে যদি l_1 ও l_2 বলা যায়, তবে দ্বিঘাত সমীকরণের ধর্ম থেকে

এবং

অর্থাৎ l এর একটি মান যদি হয়, তবে অন্যটি হবে । আমরা আগেই দেখেছি, ভারকেন্দ্র থেকে দোলন কেন্দ্রের দূরত্ব । সুতরাং আলম্বন বিন্দু O এর পরিবর্তে দোলন কেন্দ্র C -কে আলম্বন বিন্দু হিসাবে ব্যবহার করলে দোলনকাল একই থাকবে। এবং সেক্ষেত্রে, যেহেতু বিন্দুটিই হবে দোলন কেন্দ্র।



চিত্র 1.8
l-t লেখচিত্র

(l_1+l_2) দৈর্ঘ্য বা L সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সমান।

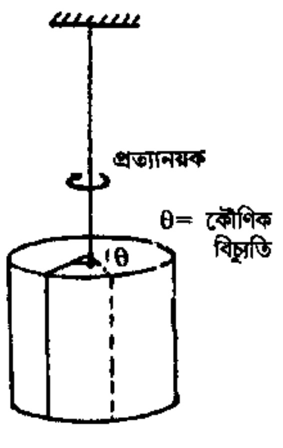
1.8 চিত্রে একটি জটিল দোলকের আলম্বন বিন্দু থেকে ভারকেন্দ্রের দূরত্ব l-এর সঙ্গে দোলনকাল T এর লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। এখানে অনুভূমিক অক্ষের শূন্যটি ভারকেন্দ্রের অবস্থান সূচিত করে। দোলনকাল যখন , তখন দোলকের দুইটি দৈর্ঘ্য l_1 ও l_2 সম্ভব। ভারকেন্দ্রের বিপরীত দিকেও অনুরূপ দুইটি আলম্বন বিন্দু পাওয়া যাবে এবং তার ফলে লেখচিত্রটির একটি শাখা l এর নেগেটিভ মানেও পাওয়া যাবে। শাখা দুইটি পরস্পরের প্রতিবিম্ব স্বরূপ হবে। লেখচিত্রটিতে PA ও PA' এর দৈর্ঘ্য l_1, এবং PB ও PB' এর দৈর্ঘ্য l_2। A'B অথবা AB' দৈর্ঘ্য এর সমান এবং যেহেতু 1.17 (a) সমীকরণ অনুযায়ী ,

এই দৈর্ঘ্য দুটিই L বা সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য সূচিত করে। দোলনকাল যখন সর্বনিম্ন, অর্থাৎ T_m হয়, তখন l_1 ও l_2 উভয়েই ‘k’ এর সমান হয় এবং দৈর্ঘ্য CC'(=2k)ই হয় সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য।

1.4.5 ব্যাবর্ত দোলক (torsional pendulum)

যদি একটি সরু লম্বা তারের একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ করে উল্লম্বভাবে সেটিকে ঝোলানো যায় এবং তার নিম্নপ্রান্তে একটি ভারি চাকতি, গোলক বা বেলন এমনভাবে আবদ্ধ করা যায় যেন ঐ বস্তুটির ভারকেন্দ্র তারটির সরলরেখায় থাকে, তবে ঐ ব্যবস্থাটিকে একটি ব্যাবর্ত দোলক বলা যায়। 1.9 চিত্রে একটি তার ও বেলন

দ্বারা গঠিত ব্যাবর্ত দোলক দেখানো হয়েছে। বেলনটি উল্লম্ব অক্ষের উপর ঘুরতে পারে। সেটির কৌণিক বিচ্যুতির সঙ্গে সঙ্গে তারটির ব্যাবর্তন ঘটে এবং মোচড়ানো তারটি পূর্বাবস্থায় ফেরার জন্য বেলনটির উপর কৌণিক বিচ্যুতির বিপরীত দিকে বিচ্যুতি কোণের সমানুপাতী একটি টর্ক বা বলযুগ্ম প্রয়োগ করে। এই টর্কটিই বেলনের উপর প্রত্যানয়ক টর্ক হিসাবে কাজ করে।



চিত্র : 1.9

ধরা যাক, সাম্যাবস্থা থেকে বেলনটির θ কৌণিক বিচ্যুতি ঘটেছে। তারটি যে প্রত্যানয়ক টর্ক সৃষ্টি করবে তার পরিমাণ, ধরা যাক Tθ। T একটি সমানুপাত ধ্রবক যা তারের দৈর্ঘ্য, ব্যাসার্ধ ও উপাদানের স্থিতিস্থাপক ধর্মের ওপর নির্ভর করে। এই ধ্রবককে ব্যাবর্তন ধ্রবক (torsinal constant) বলা হয়। তখন বেলনের কৌণিক গতির অবকল সমীকরণ হবে

$$I\ddot{\theta} = -T\theta$$

যেখানে I ঘূর্ণনাক্ষের উপর বেলনের জড়তা -ভ্রামক।

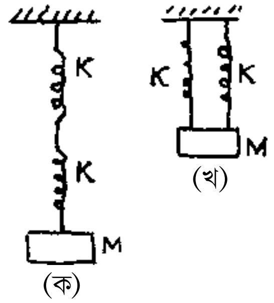
এখন (যেখানে $\omega^2 = \frac{\tau}{I}$) 1.18

এই সমীকরণটি 1.1 সমীকরণের অনুরূপ। এর থেকে বোঝা যায় যে, কোনটি সরল দোলগতিতে

আন্দোলিত হবে এবং এর দোলন কাল হবে $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\tau}}$ 1.19

সরল দোলকের সঙ্গে ব্যাবর্ত দোলকের একটি মৌলিক পার্থক্য কি আপনি লক্ষ্য করেছেন? সরল দোলকের বা যৌগিক দোলকের ক্ষেত্রে $\theta \approx \sin\theta$ এই সম্পর্কটি ধরে নিতে হয়েছিল। কিন্তু ব্যাবর্ত দোলকের ক্ষেত্রে এরূপ কোনও অঙ্গীকারের প্রয়োজন হয়নি। অর্থাৎ, ব্যাবর্ত দোলকের গতি θ কোণের যে কোনও মানের জন্যই সরল দোলগতি। অবশ্য এক্ষেত্রে θ কোণটিকে এমন হতে হবে যাতে তারের মোচড় স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে থাকে।

এবার দুইটি অনুশীলনীর সাহায্যে কতটা শিখলেন তা পরখ করে নিন।

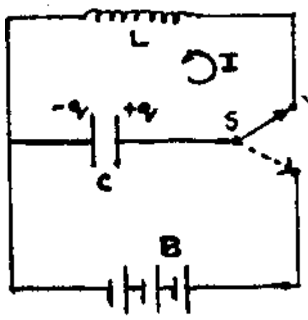


অনুশীলনী - 3 : একটি ভর M ক ও খ চিত্রে যেমন দেখানো আছে সেইভাবে দুইটি অনুরূপ স্প্রিং দ্বারা ঝোলানো আছে। দুই ক্ষেত্রে উপর-নিচে দোলনের কম্পাঙ্ক কত হবে? (স্প্রিং ধ্রবক =k)

অনুশীলনী - 4 : একটি তারের ব্যাবর্তন ঘটাতে 0.1 Nm/rad টর্ক প্রয়োজন হয়। তারের উপর প্রান্ত আবদ্ধ রেখে নিচের প্রান্ত একটি 0.5 kg ওজনের 50cm লম্বা অনুভূমিক দণ্ডের মধ্যবিন্দুতে লাগানো হল। তার ও দণ্ডের ব্যাবর্ত দোলনের পর্যায়কাল কত? (M ভর ও 21 দৈর্ঘ্যের দণ্ডের ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে আড়াআড়ি অক্ষের উপর জড়তা -ভ্রামক

1.4.6 বৈদ্যুতিক আবেশ-ধারক বর্তনী (electric inductance-capacitance circuit)

এ পর্যন্ত আমরা কয়েকটি যান্ত্রিক বস্তুতন্ত্রের সরল দোলগতির সম্বন্ধে আলোচনা করলাম। এবার আমরা এমন একটি উদাহরণ বিবেচনা করব যেখানে কোনও যান্ত্রিক গতি না থাকলেও তড়িৎ আধান ও তড়িৎ প্রবাহ সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়।



চিত্র 1.10
আবেশ ধারক বর্তনী

1.10 চিত্রে বৈদ্যুতিক আবেশ L, ধারক C ও ব্যাটারি B দেখানো হয়েছে। S সুইচের মেরুটি X বিন্দুতে যুক্ত করলে ধারকটি আহিত হয়। এই অবস্থায় সুইচের মেরু Y বিন্দুতে যুক্ত করলে L-C বর্তনীটি সম্পূর্ণ হয় এবং ধারকের আধান আবেশের মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি করে। ধরা যাক, ধারকের আধান q (প্রাথমিক অবস্থায় q_0) এবং L-C বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহ I, এই তড়িৎ প্রবাহ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তনশীল এবং এর ফলে আবেশের উপর যে বিভব পতন ঘটে তার পরিমাণ

আবার ধারকের উপর বিভব পতন $\frac{d^2q}{dt^2} \frac{q}{CL} \frac{1}{} \frac{dI}{dt} = 0$

যেহেতু বর্তনীতে কোনও বিভব -উৎস নেই, বর্তনীতে কার্যকরী তড়িৎচালক বল (net c.m.f.) হবে।

যেহেতু ধারক থেকে আধানের প্রবাহই তড়িৎ প্রবাহ সৃষ্টি করে, $I = \frac{dq}{dt}$ । এই সম্পর্ক ব্যবহার করে উপরের সমীকরণটিকে সাজিয়ে লেখা যায় :

(যেখানে) 1.19

এটি 1.1 সমীকরণের অনুরূপ এবং এর সমাধানও 1.4 এর অনুরূপ অর্থাৎ

q = q0 cos(ωt + θ) অথবা q = q_0 cos(ωt) যদি আদি দশা θ = 0 হয়। অবশ্য যদি $t = 0$ সময়ে S সুইচের মেরু Y - তে যোগ করা হয় তবে ঐ মুহূর্তেই q এর মান সর্ব্বোচ্চ হবে এবং সমাধানটি লেখা যাবে এই ভাবে:

$q = q_0$ ....1.20(a)

স্পষ্টতই q আধান সরল দোল গতি অনুসরণ করে। এই দোলগতির কম্পাঙ্ক ও

পর্যায়কাল $2\pi\sqrt{LC}$ আবার তড়িৎ প্রবাহ $I = \frac{dq}{dt} = -q_0\omega\sin\omega t = q_0\omega\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ ....1.20 (b)

অর্থাৎ তড়িৎ প্রবাহও বিস্তারে সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয় এবং এটির দশা ধারকে তড়িৎ আধানের, তুলনায় কোণে এগিয়ে থাকে।

1.3 অংশে আপনি যান্ত্রিক সরল দোলগতির ক্ষেত্রে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির আন্দোলনের বিষয়ে জেনেছেন। আপনার মনে হতে পারে, বৈদ্যুতিক আবেশ-ধারক বর্তনীর ক্ষেত্রে শক্তির অনুরূপ আন্দোলন ঘটে কি না। আপনি হয়ত জেনে থাকবেন যে, আহিত অবস্থায় ধারকের শক্তি এবং তড়িৎ প্রবাহ চলাকালীন বৈদ্যুতিক আবেশে সঞ্চিত শক্তি । 1.20 সমীকরণ অনুযায়ী এবং 1.21 সমীকরণ অনুযায়ী অর্থাৎ মোট শক্তি

এক্ষেত্রে ধারকের শক্তি স্থিতিশক্তির মত (সমীকরণ 1.7) এবং আবেশের শক্তি গতিশক্তির মত (সমীকরণ 1.8) আচরণ করে। ধারকের আধান q যখন সর্বাধিক, তখন $\sin^2\omega t = \frac{q_0^2}{2C}\sin^2\omega t$ এবং । অপর পক্ষে, যখন $q = 0$, তখন $E_L = \frac{q_0^2}{2C}$ এবং । এই বর্তনীতে কোনও রোধ না থাকায় তড়িৎ প্রবাহের জন্য শক্তি ক্ষয় হয় না এবং মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে।

একটি সাধারণ সংরক্ষণ সূত্র :

1.3 এবং 1.4.6 অংশে যথাক্রমে যান্ত্রিক শক্তি ও বৈদ্যুতিক শক্তির সংরক্ষণ পৃথকভাবে দেখানো হয়েছে। সহজেই দেখানো যায় যে, সাধারণভাবে যে কোনও সরল দোলগতিতেই একটি অনুরূপ সংরক্ষণ সূত্র থাকবে। দোলগতিসম্পন্ন রাশিটিকে y দিয়ে নির্দেশ করে আমরা লিখতে পারি

$$\ddot{y} = -\omega^2 y$$

উপরের সমীকরণটিকে দিয়ে গুণ করে পাওয়া যায়

$$\ddot{y}\dot{y} = -\omega^2 y\dot{y}$$

অথবা, $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\dot{y}^2\right) = -\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\omega^2 y^2\right)$ অথবা, $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\dot{y}^2 + \frac{1}{2}\omega^2 y^2\right) = 0$

এটিকে সমাকলন করলে আপনি পাবেন

$$\frac{1}{2}\dot{y}^2 + \frac{1}{2}\omega^2 y^2 = \text{ ধ্রবক।} \qquad \text{........ 1.21}$$

এই সমীকরণটিকে আপনি নিশ্চয়ই একটি সংরক্ষণ সূত্র হিসাবে চিনতে পারবেন। অবশ্য y রাশিটি এমন হতে পারে যে, সমীকরণের রাশিগুলিকে শক্তি হিসাবে চিহ্নিত করা যাবে না। উল্লেখ করা যেতে পারে যে, অনেক সময় 1.21 সমীকরণটিকে সরল দোলগতির বিশিষ্ট সমীকরণ বলে মনে করা হয়।

নিচের অনুশীলনটি আপনাকে আলোচিত বিষয়টি বুঝতে সাহায্য করবে।

অনুশীলনী-5 : একটি $32\mu F$ ধারককে 6V ব্যাটারির সাহায্যে আহিত করে 500mH আবেশের মধ্য দিয়ে ক্ষরিত (discharged) করা হল। আধানের দোলগতির পর্যায়কাল ও তড়িৎপ্রবাহের সর্ব্বোচ্চ মান কত হবে?

1.4.7 স্প্রিং দ্বারা যুক্ত ভরযুগ্ম

1.4.1 অংশে আপনি যে উদাহরণটি দেখেছেন সেটিতে স্প্রিং -এর এক দিক আবদ্ধ ও অন্য দিক একটি ভরের সঙ্গে যুক্ত ছিল। এখন আমরা দেখব, যদি স্প্রিংটির দুই প্রান্তই এক একটি ভরের সঙ্গে যুক্ত থাকে, তবে সেটির সংকোচন ও প্রসারণ কীভাবে হবে।

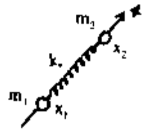
ধরা যাক, k স্প্রিং ধ্রবকের স্প্রিংটির দুই প্রান্তে m_1 ও m_2 ভর যুক্ত আছে। আমরা m_1 ও m_2 ভরের ভরকেন্দ্র দুটির মধ্যদিয়ে x অক্ষ কল্পনা করব। ভরকেন্দ্র দুটির নির্দেশাংক যথাক্রমে x_1 ও x_2 ধরা যা। স্প্রিং -এর স্বাভাবিক দৈর্ঘ্য যদি l_0 হয়, তবে যে কোনও মুহূর্তে স্প্রিং -এর দৈর্ঘ্য যেহেতু x_2-x_1, স্প্রিং -এর প্রসারণ $y = (x_2 - x_1) - l_0$ প্রসারিত স্প্রিংটি m_1 এর উপর x দিকে এবং m_2 এর উপর তার বিপরীত অর্থাৎ -x দিকে ky পরিমাণ বল প্রয়োগ করবে। এখন আমরা m_1 ও m_2 ভরের গতি সমীকরণগুলি লিখতে পারি:

বা, ...1.22(a)

এবং বা, ...1.22(b)

সমীকরণ 1.22 (a) থেকে 1.22 (b) বিয়োগ করে

......1.23



চিত্র 1.11 স্প্রিং যুক্ত ভর যুগ্ম

ধরা যাক, $\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{1}{\mu}$ । μ রাশিটিকে m_1 ও m_2 ভরযুগ্মের সমানীত ভর (reduced mass)বলা হয়।

এছাড়া 1.23 সমীকরণের বামদিকের রাশিটি এর সমান। সুতরাং, এই সমীকরণটির সরলীকৃত রূপ :

..............1.24

যেটি y রাশির সরল দোলগতি সূচিত করে। অর্থাৎ $(x_2 - x_1)$ রাশি, যেটি m_1 ও n_2 এর পারস্পরিক দূরত্ব, সেটি মানের উপর নীচে কম্পাঙ্কে আন্দোলিত হয়।

আপনি হয়ত 1.4.1 অংশে আলোচিত স্প্রিং -ভর ব্যবস্থার সঙ্গে এই স্প্রিং যুক্ত ভরযুগ্মের তুলনা করতে চাইবেন। লক্ষ্য করুন, যদি হয়, তবে লেখা যায় । এই ব্যবস্থা স্প্রিং এর m_1 প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ থাকার সমতুল্য এবং এক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক হবে , যা স্প্রিং ভর ব্যবস্থারই অনুরূপ।

প্রকৃতিতে বিভিন্ন দ্বি-পরমাণুকে অণু স্প্রিং যুক্ত ভরযুগ্মের মত আচরণ করে। উদাহরণ হিসাবে CO (কার্বন মনোক্সাইড) অণুটি নেওয়া যাক। ^{12}C ও পরমাণুর ভর যথাক্রমে kg ও । CO অণুর সমানীত ভর

[illegible] N/ m এই ধ্রুবকটিকে 'বল ধ্রুবক' (force constant) বলা হয়। এই তথ্য থেকে CO অণুর কম্পাঙ্ক পাওয়া যায় বা $204\times10^{13}H_z$

পরবর্তী অনুশীলনীতে এ ধরনের আর একটি উদাহরণ দেখতে পাবেন।

অনুশীলনী - 6 : হাইড্রোক্লোরিক অ্যাসিড (HCl) অণুর কম্পাঙ্ক 8.57×10^{13}Hz। অণুটির হাইড্রোজেন ও ক্লোরিন পরমাণুর মধ্যস্থ বন্ধনীর স্প্রিং ধ্রবকের মান কত?

1.5 সরল দোলগতির গুরুত্ব ও ব্যাপকতা

প্রকৃতিতে অনেক গতিই সরল দোলগতির বৈশিষ্ট্য মেনে চলে। এটি কেন হয় তা আপনি সহজেই বুঝতে পারবেন। মনে করুন, একটি কণা x_0 স্থানাঙ্কে সাম্যাবস্থায় আছে। অর্থাৎ ঐ অবস্থানে কণাটির ওপর বলের মান শূন্য। এখন বল F-কে একটি টেলর শ্রেণী প্রসারণ করে লেখা যায় :

আমাদের শর্ত অনুযায়ী, $F(x_0)=0$ । এছাড়া যদি $(x - x_0)$ এমন ক্ষুদ্র হয় যাতে তার উচ্চতর ঘাতগুলি উপেক্ষা করা চলে, তবে আমরা লিখতে পারি :

$$F(x)=\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=x_0}(x-x_0)$$

অর্থাৎ, বল F সরণের সমানুপাতী। এখন $\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=x_0}$ যদি ঋণাত্মক হয়, তাহলে গতিটি সরল দোলগতি হবে। এটাই সরল দোলগতির ব্যাপকতার কারণ।

অবশ্য $\left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=x_0}$ যদি ধনাত্মক হয় তবে বলটি প্রত্যানয়ক হবে না, বরং তার প্রভাবে প্রসারণ বেগ বেড়ে

যাবে, শেষে $(x-x_0)$ -এর উচ্চতর ঘাতগুলি মোটেই উপেক্ষণীয় হবে না। আবার যদি শূন্য হয়, সেক্ষেত্রেও প্রত্যানয়ক বল থাকবে না। এই দুই ক্ষেত্রে সরল দোলগতি হবে না। $(x-x_0)+\frac{1}{2}\left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_{x=x_0}(x-x_0)^2+\ldots\ldots\ldots$

সরল দোলগতির গুরুত্বের আর একটি কারণ এই যে, কোনও পর্যাবৃত্ত গতি সীমিত বা অসীম সংখ্যক সরল দোলগতির মিশ্রণ হিসাবে প্রকাশ করা যায়। ধরুন, সরণ x সময় t এর একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক যার পর্যায়কাল T (কম্পাঙ্ক $v=\frac{1}{T}$), তাহলে

= (n = পূর্ণ সংখ্যা)

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n\sin 2\pi nvt+B_n\cos 2\pi nvt\right)$$ [υ = কম্পাঙ্ক]

x -এর রাশিমালা থেকে সহজেই বুঝতে পারবেন যে, এটি অনেকগুলি সরল দোলগতির মিলিত ফল। কোন পর্যাবৃত্ত গতি বা অপেক্ষক এভাবে লিখলে, তার বিশ্লেষণ সহজ হয়।

1.6 সারাংশ

এই এককটিতে আমরা প্রথমেই সরল দোলগতির শর্তগুলির আলোচনা করেছি। এই গতি সরলরৈখিক এবং ঐ সরলরেখার উপর নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে ঐ বিন্দু থেকে দূরত্বের সমানুপাতী একটি প্রত্যানয়ক বল থেকে উদ্ভুত। সরল দোলগতির সাধারণ গতি সমীকরণ $\bar{x} = -\omega^2 x$ এবং এর সাধারণ সমাধান

। এই গতির কম্পাঙ্ক , দোলনকাল , বিস্তার a এবং দশা ।

তবে সাধারণভাবে যে কোনও রাশি x যদি অন্য কোনও রাশি y-এর সাপেক্ষে সাইন অপেক্ষক অনুযায়ী পরিবর্তিত হয়, তাহলেই বলা হয় যে y -এর সাপেক্ষে x সরল দোলগতি অনুসরণ করে। অবশ্য প্রাথমিক দশা পরিবর্তন করে সাইনকে কোসাইন দিয়েও প্রকাশ করা যায়। x এবং y যে কোনও ভৌত বা গাণিতিক রাশি হতে পারে। মোটের উপর, যদি হয়, যেখানে a,k এবং α ধ্রবক, অর্থাৎ যদি $\frac{d^2x}{dy^2} = -k^2 x$ হয়, তাহলেই বলা যায় y-এর সাপেক্ষে x সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়।

সরল দোলগতিতে বস্তুতন্ত্রের যান্ত্রিক শক্তি পর্যায়ক্রমে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির মধ্যে আন্দোলিত হয়। তবে সময়ের সাপেক্ষে গড় গতিশক্তি ও গড় স্থিতিশক্তি উভয়ই মোট শক্তির অর্ধেকের সমান।

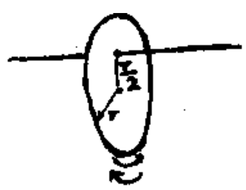
এই এককে সরল দোলগতির উদাহরণ হিসাবে বিভিন্ন বস্তুতন্ত্রের গতির বর্ণনা দেওয়া হয়েছে। এখানে বস্তুতন্ত্রগুলি ও তাদের গতির দোলন কালের তালিকা দেওয়া হল।

বস্তুতন্ত্র	দোলন কাল
1. স্প্রিং -ভর (স্প্রিং-ধ্রবক = k, ভর = m)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
2. স্প্রিং দ্বারা আলম্বিত ভর (স্প্রিং -ধ্রবক = k, ভর = M)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$
3. সরল দোলক (দোলকের দৈর্ঘ্য = l, অভিকর্ষজ ত্বরণ = g)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
4. যৌগিক দোলক (সমতুল সরল দোলকের দৈর্ঘ্য = L, অভিকর্ষজ ত্বরণ = g)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
5. ব্যাবর্তন দোলক (I = জড়তা ভ্রামক, C = ব্যাবর্তন ধ্রবক)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\tau}}$
6. বৈদ্যুতিক আবেশ-ধারন বর্তনী (L = আবেশ, C = ধারকত্ব)	

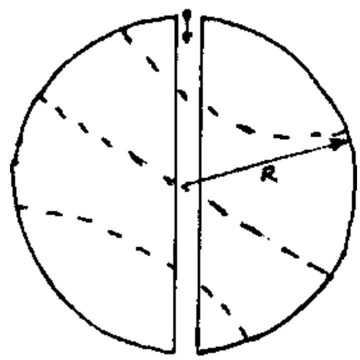
সরল দোলগতির গুরুত্ব ও এ ধরনের গতির ব্যাপকতার সংক্ষিপ্ত ব্যাখ্যা দিয়ে এককটির আলোচনা শেষ হয়েছে।

1.6 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

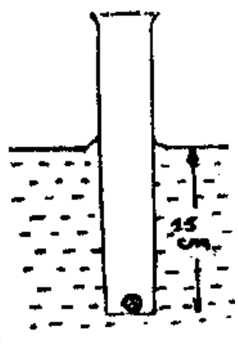
1. একটি সরল দোলকের পিণ্ডের ভর 5 kg এবং সেটি 10m দীর্ঘ সরু তার দিয়ে ঝোলানো আছে। পিণ্ডটি সাম্যাবস্থা থেকে xm(x<<10) বিচ্যুত হলে সেটির উপর কি পরিমাণ প্রত্যানয়ক বল কাজ করে? ধরে নিন $g=10m/s^2$।



2. m ভর ও r ব্যাসার্ধের একটি চাকতি সেটির কেন্দ্র থেকে $\frac{r}{2}$ দূরত্বে সেটিকে লম্বভাবে ছেদ করে এমন একটি অক্ষের উপর দুলছে। চাকতিটির দোলনকাল ও দোলনকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় করুন।



3. পৃথিবীর একটি ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করে তার মধ্যে একটি গোলক ফেলা হল। দেখান যে, গোলকটি সরল দোলগতিতে ওঠানামা করবে এবং তার পর্যায়কাল হবে $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$, যেখানে R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও g ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ। ধরে নিন পৃথিবী একটি সমসত্ত্ব গোলক।



4। একটি বেলনাকৃতি টেস্ট টিউবের মধ্যে একটি ধাতব গোলক রেখে সেটিকে জলে উল্লম্বভাবে ভাসানো হল। দেখা গেল সেটির 15 cm দৈর্ঘ্য জলে নিমজ্জিত রয়েছে। এখন যদি টেস্ট টিউবটিকে উপর দিকে বা নিচের দিকে সামান্য বিচ্যুত করা যায় তবে সেটির উল্লম্ব দোলগতির পর্যায়কাল কত হবে? ধরে নিন জলের রোধ উপেক্ষণীয়।

5. সরল দোলগতিসম্পন্ন কোন বস্তু যখন সাম্যবিন্দু থেকে x_1 ও x_2 দূরত্বে থাকে তখন তার বেগ হয় যথাক্রমে v_1 ও v_2। দোলগতির কৌণিক কম্পাঙ্ক ও বিস্তার নির্ণয় করুন।

6. দুইটি অণুর পারস্পরিক স্থৈতিক শক্তি $V(r) = -V_0\left[2\left(\frac{r_0}{r}\right)^6 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{12}\right]$

এখানে r = অণু দুইটির মধ্যে ব্যবধান, V_0ও r_0 দুইটি ধ্রবক। অণুদ্বয় অল্প বিস্তারে কম্পিত হলে কম্পাঙ্ক কত হবে?

7. একটি দ্বি-পরমাণুক অণুর পরমাণুদ্বয়ের ব্যবধান যখন r, তখন স্থিতিশক্তি এখানে

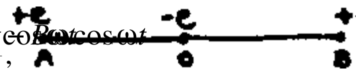
K ও C দুইটি ধ্রুবক। প্রথম রাশিটি অর্থাৎ $-\frac{K}{r}$ পরমাণুদ্বয়ের মধ্যে আকর্ষণ ও দ্বিতীয় রাশি অর্থাৎ ,

বিকর্ষণ সূচিত করে। সাম্যাবস্থায় পরমাণু দুটির মধ্যে ব্যবধান r_0 হলে তাদের মধ্যে বল ধ্রুবকের রাশিটি নির্ণয় করুন। (বল ধ্রবক =অতিক্ষুদ্র বিচ্যুতির ফলে উদ্ভূত প্রত্যানয়ক বলের সঙ্গে বিচ্যুতির অনুপাত।)

8. A ও B বিন্দুতে দুইটি সমান আধান + e স্থিরভাবে অবস্থিত এবং মধ্যবিন্দু O তে আর একটি আধান -e মুক্ত অবস্থায় আছে। নিচের দুই অবস্থায় মুক্ত আধানটির স্থিতিশক্তি নির্ণয় করুন :

(i) -e আধানটি AB এর লম্ব -বরাবর সামান্য সরে আছে।

(ii) -e এর সরণ AB রেখার দৈর্ঘ্য বরাবর।



উভয় ক্ষেত্রেই সরণ অতি ক্ষুদ্র। এর মধ্যে কোনও ক্ষেত্রে -e আধানের গতি সরল দোলগতি হবে কি? যুক্তি দিয়ে বুঝিয়ে বলুন।

1.7 উত্তরমালা

অনুশীলনী

1.(ক)

যখন, t = 0, $x=x_0$ = B এবং

সুতরাং,

2. **স্থৈতিক শক্তির দূরত্ব সাপেক্ষ গড় মান**

(এখানে U এর প্রতিসাম্য হেতু x = 0 থেকে x = a সীমার জন্য গড় নির্ণয় করা হল)

$$=\frac{1}{a}.\frac{1}{2}k\frac{a^3}{3}$$

$$= \frac{1}{6}ka^2$$

গতিশক্তির ক্ষেত্রে অনুরূপভাবে

3. (ক) চিত্রের ক্ষেত্রে M ভরটির নিচের দিকে x বিচ্যুতি ঘটলে স্প্রিং দুটির প্রসারণ ধরা যাক x_1, x_2 । যেহেতু দুটি স্প্রিং এর টান F সমান হবে,

F = kx_1= kx_2। অতএব, $x_1 = x_2$ $\quad \ldots \frac{1}{a}\int_0^a \ldots \frac{1}{2}k\left(a^3 - \frac{a^3}{3}\right) = \frac{1}{3}ka^2$

কিন্তু, । অতএব,

ভর M এর গতি সমীকরণ $M\ddot{x}$ = –F=

$$\therefore \quad \ddot{x} = \frac{k}{2M}x$$

সরল দোলগতির সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে । অর্থাৎ $T = 2\pi\sqrt{\frac{2M}{k}}$ ।

(খ) চিত্রের ক্ষেত্রে M ভরটির নিচের দিকে x বিচ্যুতি ঘটলে উভয় স্প্রিং -এর একই প্রসারণ হবে এবং মোট প্রত্যানয়ক বল হবে 2kx। এখন আপনি দেখাতে পারবেন যে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2k}}$

4. জড়তা -ভ্রামক $I = \frac{1}{3}Ml^2 = \frac{1}{3}\times0.5\times(0.25)^2 = \frac{1}{96}kgm^2$

$\therefore$ পর্যায়কাল = $2\pi\sqrt{\frac{I}{T}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{96x0.1}} = 2.028S$

5. এক্ষেত্রে $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \left(500x10^{-3}\times32\times10^{-6}\right)^{-1/2} = 250/S$

$\therefore$ পর্যায়কাল $= \frac{2\pi}{\omega} = 25.\,lms$

তড়িৎ প্রবাহের সর্বোচ্চ মান , যেখানে q_0 = তড়িৎ আধানের সর্বেচ্চ মান।

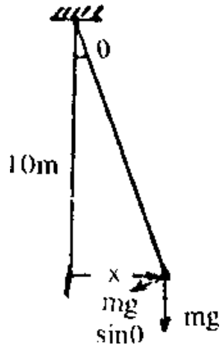
$\therefore\ q_0\omega = 192\times10^{-6}\times250 = 0.048A$ বা 48mA

6. HCI অণুর সমানীত ভর $\mu = \frac{35\times1}{35+1}\times1.66\times10^{-27}kg$

$mg\sin\theta \approx mg\theta \times 6V = 192\times10^{-6}C$ $k = 5\times4\times10\times\frac{\mu}{10} = 4\times9.87\times\left(8.57\times10^{13}\right)^2\times\frac{35}{36}\times1.66\times10^{-27}$

= 468Nm^{-2}

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী



1. পিণ্ডের কৌণিক বিচ্যুতি θ = $\frac{x}{10}rad$

প্রত্যানয়ক বল = কেননা θ অতি ক্ষুদ্র কোণ

= 5N, যদি x = 1m

2. আমরা জানি চাকতির তলের লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে সেটির জড়তা ভ্রামক । সমান্তরাল অক্ষ

উপপাদ্য অনুযায়ী দোলনের অক্ষের সাপেক্ষে জড়তা -ভ্রামক

চাকতিটির দোলনের গতি সমীকরণ

অথবা, θ অতি ক্ষুদ্র কোণ ধরে নিলে, $\frac{3}{4}mr^2\ddot{\theta} = -mg\frac{r}{2}\theta$

বা, $\ddot{\theta} = -\frac{2g}{3r}\theta$

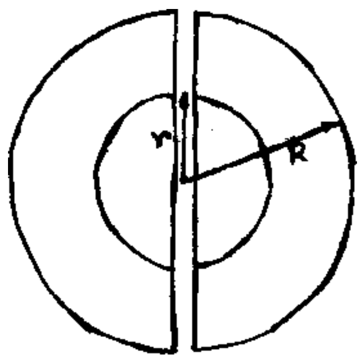
1.12 সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে দেখা যায় দোলনকাল = $2\pi\sqrt{\frac{2g}{3r}}$

এবং সমতুল্য সরল দোলকের দৈর্ঘ্য = $\frac{3}{2}r$

সুতরাং, দোলনকেন্দ্র আলম্বন বিন্দু থেকে নি[illegible] অবস্থিত।

3. ধরে নিন, পৃথিবীর ঘনত্ব = p1। গোলকটি যখন পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে তখন গোলকটির উপর অভিকর্ষজ আকর্ষণ

কেননা কেবলমাত্র পৃথিবীর অভ্যন্তরের r ব্যাসার্ধের গোলকাকৃতি অংশই গোলকটিকে আকর্ষণ করে। ভূ-পৃষ্ঠ এই আকর্ষণ



mg = m . $\frac{4}{3}\pi R^3 pG$ । $R^2 = m\frac{4}{3}\pi pG.R$

$\therefore \quad F = mg.\frac{r}{R}$

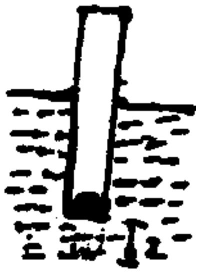
এখন গোলকটির গতি সমীকরণ

বা

এই সমীকরণটি সরল দোলগতি সূচিত করে এবং এর পর্যায়কাল .

4. ধরা যাক টেস্ট টিউবের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল = a, জলের ঘনত্ব ρ। টেস্ট টিউবের মোট ভর = 0.15×aρ। এটিকে যদি z দৈর্ঘ্যে নামিয়ে দেওয়া যায় তবে যে বাড়তি পরিমাণ জল স্থানচ্যুত হবে তার জন্য ঊর্ধ্বমুখী প্রত্যানয়ক বল হবে zaρg। সুতরাং টেস্ট টিউবের গতি সমীকরণ

0.15ap $\ddot{z} = -za\rho g$ (এখানে z নেগেটিভ রাশি)



বা,

এটি একটি সরল দোলগতি সূচিত করে যার পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{.15}{g}}$

এখন g = 9.8ms^{-2} মান ব্যবহার করলে, T = 0.78s

5. ধরা যাক , বস্তুটির সরল দোলগতির সমীকরণ

$$x = a\cos(\omega t + \theta)$$

বস্তুটির বেগ $+\theta) = -\omega\sqrt{a^2 - x^2}$

$\therefore \; v_1 = -\omega\sqrt{a^2 - x_1^2}$

ও

$\therefore$ = । এর থেকে পাওয়া যায় a =

আবার = $x_2^2 - x_1^2$। অর্থাৎ

6. অণুদ্বয়ের মধ্যে পারস্পরিক বল F = − =

সাম্যাবস্থায় $F = 0$ অর্থাৎ $r = r_0$। সাম্য থেকে সামান্য বিচ্যুত অবস্থায় যদি $r = r_0 + \Delta r$ হয় তবে প্রত্যানয়ক বল

$$= 12V_0\left(7r_0^{6}r^{-8} - 13r_0^{12}r^{-14}\right)_{r=r_0} \Delta r$$

$=$ অর্থাৎ বল ধ্রুবক $=$

অনুদ্বয়ের সমানীত ভর, ধরা যাক, μ। একক বিচ্যুতির ফলে ত্বরণ $=$

1.4.7 অংশের সঙ্গে তুলনা করে পাওয়া যায়

কম্পাঙ্ক $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{72V_0}{\mu r_0^2}} =$

7. যেহেতু $U(r) =$

পারস্পরিক বল $F =$ $= \dfrac{K}{r^2} - \dfrac{9C}{r^{10}}$

যদি সাম্যাবস্থায় r এর মান r_0 হয় তবে $F(r = r_0) = 0$

অর্থাৎ, $\dfrac{K}{r_0^2} - \dfrac{9C}{r_0^{10}} = 0$ বা $r_0^8 = \dfrac{9C}{K}$

এখন $r = r_0 + \Delta r$ হলে প্রত্যানয়ক বল

$$F(r = r_0 + \Delta r) = F(r = r_0) + \left(\frac{dF}{dr}\right)_{r=r_0} .\Delta r$$

$$= O + \left(-\frac{2K}{r^3} + \frac{90C}{r^{11}}\right)_{r=r_0} .\Delta r$$

$$= \frac{1}{r_0^3}\left(\frac{90C}{r_0^8} - 2K\right).\Delta r$$

$$= \frac{8K}{r_0^2}.\Delta r$$

সুতরাং, বল ধ্রুবক $= \dfrac{F}{\Delta r} =$

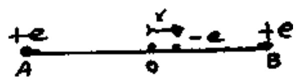
8. (i) ধরুন, $AO = BO = l$

প্রতি $+e$ আধান $-e$ আধানকে বলে আকর্ষণ করে। এগুলির লব্ধি O অভিমুখী ও মান

$$\frac{e^2}{4\pi\in}\frac{x}{\left(l^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{e^2}{4\pi\in}\cdot\frac{x}{l^3}$$ কেননা $x << l$।

লব্ধিবলটি প্রত্যানয়ক এবং সরণের সমানুপাতী হওয়ায় $-e$ আধানটি AB রেখার লম্ব বরাবর সরল দোলগতিতে কম্পিত হতে থাকবে।

(ii) এক্ষেত্রে $-e$ আধানটির উপর মোট বল B অভিমুখে $\frac{e^2}{4\pi\in}\left[\frac{1}{(l-x)^2}-\frac{1}{((1+x)^2}\right]$



কেননা $x << l$

এই বল $-e$ আধানকে B অভিমুখে চালিত করবে, O অভিমুখে প্রত্যানয়ন করবে না। কাজেই এক্ষেত্রে $-e$ আধানটির সরল দোলগতি ঘটবে না।

$$= \frac{e^2}{4\pi\in}\frac{4lx}{\left(l^2-x^2\right)^2} = \frac{4e^2}{4\pi\in}\frac{x}{l^3}$$

একক 2 সরল দোলগতির উপরিপাত

গঠন

2.1 প্রস্তাবনা

আগের এককে আমরা সরল দোলগতি ও তার গাণিতিক অবকল সমীকরণ সম্বন্ধে আলোচনা করেছি। সরল দোলগতির বেশ কয়েকটি উদাহরণেরও আপনি পরিচয় পেয়েছেন। প্রতিটি ক্ষেত্রেই আমরা দেখেছি, যে কোনও একটি রাশি x, একটি নির্দিষ্ট সমসত্ত্ব দ্বিতীয় ক্রমের অবকল সমীকরণকে সিদ্ধ করে, যেটির সাধারণ রূপ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$। এই সমীকরণটির সমাধান $\sin \omega t$ ও $\cos \omega t$ রাশিদ্বয়ের একটি রৈখিক যোগফল এবং এটিই x রাশির সরল দোলগতি সূচিত করে। প্রকৃতিতে অনেক সময় একই সঙ্গে একাধিক সরল দোলগতির উপরিপাত ঘটতে দেখা যায়। সেতারের তারের কোনও একটি বিন্দু একই সঙ্গে একাধিক কম্পাঙ্কের সরল দোলগতিতে কম্পিত হয়। মিশ্রিত কম্পাঙ্কের শব্দ যখন কানের পর্দায় আঘাত করে, তখন পর্দাটি একই সঙ্গে একাধিক বিভিন্ন কম্পাঙ্কের সরল দোলগতিতে কম্পিত হয়। আবার ঝোলানো ঝাড়লণ্ঠন একই সঙ্গে উত্তর-দক্ষিণ ও পূর্ব-পশ্চিমে সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়। এই এককে আমরা একই দিকে বা পরস্পর লম্ব অভিমুখে দুই দোলগতির উপরিপাত সম্বন্ধে আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করলে আপনি—

- সরল দোলগতির উপরিপাতের নীতির বিবৃতি ও ব্যাখ্যা দিতে পারবেন।
- একই সরলরেখায় সমান ও অসমান কম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতির উপরিপাতের ফল বিশ্লেষণ করতে পারবেন।
- স্বরকম্পের উৎপত্তি ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- পরস্পর সমকোণে দুই সরল দোলগতির উপরিপাতের ফলে উৎপন্ন লব্ধি গতির বর্ণনা দিতে পারবেন।

2.2 সরল দোলগতির উপরিপাতের নীতি

আপনি আগের এককে বিভিন্ন ধরনের বস্তুসমষ্টির সরল দোলগতির সম্বন্ধে জেনেছেন। এর মধ্যে যেমন সরল দোলকের গতি রয়েছে, তেমনই বৈদ্যুতিক আবেশ ধারক বর্তনীতে ধারকের আধানের হ্রাস-বৃদ্ধিও আছে। অনেক ক্ষেত্রে কোন বস্তুর একসঙ্গে একাধিক সরল দোলগতি বর্তমান থাকতে পারে।

যখন একই বস্তুর দুই বা ততোধিক সরল দোলগতির উপরিপাত ঘটে, তখন যে কোনও সময়ে বস্তুর সরণ ঐ সময়ে প্রতিটি দোলগতির জন্য বস্তুটির যে সরণ ঘটত, সেগুলির ভেক্টর যোগফল হয়। এটিই সরল দোলগতির উপরিপাতের নীতি।

সাধারণভাবে সরণের যোগফল বলতে আমরা ভেক্টর যোগফলই বুঝি। তবে উপরিপাতের দোলগতিগুলি যদি একই সরলরেখা বরাবর অর্থাৎ একরেখীয় হয়, তবে ভেক্টর যোগফল হিসাবে বীজগণিতীয় যোগফলকেই নেওয়া যেতে পারে।

এখন আমরা সরল দোলগতির একটি বিশেষ গাণিতিক ধর্মের দিকে নজর দেব। আপনি পড়েছেন যে, যদি কোনও বস্তু x অক্ষ বরাবর ω কৌণিক কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়, তবে তার গতির অবকল সমীকরণ হয়

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad \text{....... 2.1}$$

যদি বস্তুটি একই কৌণিক কম্পাঙ্কে y অক্ষ বরাবর আন্দোলিত হয়, তার গতি সমীকরণ হবে

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 \qquad \text{....... 2.2}$$

অনুরূপভাবে, z অক্ষ বরাবর একই কোণিক কম্পাঙ্কে সরল দোলগতির সমীকরণ হবে

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \omega^2 z = 0 \qquad \text{....... 2.3}$$

এখন যদি 2.1, 2.2 ও 2.3 সমীকরণগুলিকে যথাক্রমে $\hat{i}$,   ও   (x, y, ও z অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর)

দিয়ে গুণ করে যোগ করেন, তবে আপনি পাবেন $= 0$

বা $\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \omega^2\vec{r} \ = 0$ 2.4

এখানে $\vec{r}$ বস্তুটির স্থানাঙ্ক ভেক্টর।

এবার ধরুন, বস্তুটির কোনও একটি সরল দোলগতির জন্য সরণ এবং একই কৌণিক কম্পাঙ্কের অন্য একটি সরল দোলগতির জন্য সরণ । এগুলির জন্য আমরা দুটি পৃথক গতি সমীকরণ লিখতে পারি,

এবং $\dfrac{d^2\vec{r}_2}{dt^2} + \omega^2\vec{r}_2 = \vec{0}$

এ দুটির যোগফল $\dfrac{d^2}{dt^2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) + \omega^2(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) = \vec{0}$ 2.5

অর্থাৎ, $\vec{r}_1(t)$ ও যদি পৃথকভাবে সরল দোলগতির অবকল সমীকরণকে সিদ্ধ করে, তবে তাদের যোগফল ও ঐ অবকল সমীকরণকে সিদ্ধ করবে। বলা বাহুল্য, সরল দোলগতির অবকল সমীকরণটি রৈখিক সমসত্ত্ব (linear homogeneous) হওয়ার ফলেই এটি সম্ভব। সমীকরণটিতে বা r^2 রাশি থাকলে রাশিটি সমীকরণটিকে সিদ্ধ করত না।

সরল দোলগতির গতি সমীকরণের এই বিশেষ ধর্মের ফলে দুইটি সমকম্পাঙ্কের দোলগতি উপরিপাতিত হয়ে নতুন একটি দোলগতি উৎপন্ন করে, যার কৌণিক কম্পাক উপরিপাতিত দোল গতি দুইটির কম্পাঙ্কের অনুরূপ। এখন আমরা একরেখীয় ও সমকম্পাঙ্কের দুইটি দোলগতির উপরিপাতনের ফল বিশদভাবে পরীক্ষা করব।

2.3 একরেখীয় সমকম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতির উপরিপাত

ধরা যাক x অক্ষ বরাবর ω কৌণিক কম্পাঙ্কের দুইটি সরল দোলগতির জন্য কোনও বস্তুর সাম্যাবস্থা থেকে সরণ যথাক্রমে

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \theta_1) \qquad \text{....... 2.6}$$

এবং $$x_2 = a_2 \cos(\omega t + \theta_2)$$

দুই সরল দোলগতির উপরিপাতের ফলে লব্ধি সরণ উভয়ের যোগফল

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 \\ &= a_1 \cos(\omega t + \theta_1) + a_2 \cos(\omega t + \theta_2) \\ &= (a_1 \cos\theta_1 + a_2 \cos\theta_2)\cos\omega t - (a_1 \sin\theta_1 + a_2 \sin\theta_2)\sin\omega t \end{aligned}$$

এখন যদি $(a_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos \theta_2)$ এর জায়গায় $A \cos \theta$ এবং $(a_1 \sin \theta_1 + a_2 \sin \theta_2)$ এর জায়গায় $A \sin \theta$ লেখা যায় তবে,

$$x = A \cos \theta \cos\omega t - A \sin \theta \sin\omega t$$

$$= A \cos (\omega t + \theta) \qquad (\text{A ও } \theta \text{ দুইটি নতুন ধ্রুবক}) \qquad .... 2.7$$

এখন A ও θ এর মান a_1, a_2, θ_1 ও θ_2 এর হিসাবে জানা প্রয়োজন।

$$A^2 = (A \cos \theta)^2 + (A \sin \theta)^2$$

$$= (a_1^2 \cos^2 \theta_1 + a_2^2 \cos^2 \theta_2 + 2a_1a_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2)$$

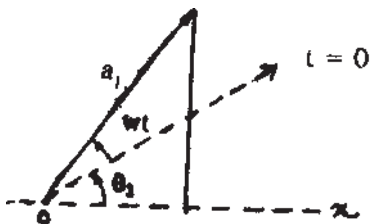
$$+ (a_1^2 \sin^2 \theta_1 + a_2^2 \sin^2 \theta_2 + 2a_1a_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2)$$

বা, $$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos (\theta_1 - \theta_2) \qquad .... 2.8$$

এবং $$\tan \theta = \frac{A \sin \theta}{A \cos \theta} = \frac{a_1 \sin \theta_1 + a_2 \sin \theta_2}{a_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos \theta_2} \qquad .... 2.9$$

এখানে একই কৌণিক কম্পাঙ্কের দুইটি সরল দোলগতির উপরিপাতের ফলে আমরা ঐ কম্পাঙ্কের একটি নতুন সরল দোলগতি পেলাম যার বিস্তার A এবং দশাকরণ θ।

ভেক্টর চিত্র



$x_1 = a_1 \cos (\omega t + \theta_1)$
চিত্র 2.1
সরল দোলগতির সূচক ভেক্টর

সরল দোলগতির উপরিপাতকে ভেক্টর চিত্র দ্বারা রূপায়িত করা যায়। আপনি নিশ্চয়ই জানেন যে, একটি ঘূর্ণ্যমান ভেক্টর দ্বারা একটি সরল দোলগতিকে সূচিত করা যায়। a_1 দৈর্ঘ্যের একটি ভেক্টর যদি $t = 0$ সময়ে x অক্ষের সঙ্গে θ_1 কোণ রচনা করে ও ω কৌণিক বেগে বামাবর্তে ঘুরতে থাকে তবে t সময়ে x অক্ষের সঙ্গে সেটি $\omega t + \theta_1$ কোন রচনা করবে এবং x অক্ষের উপর সেটির অভিক্ষেপ (projection) হবে (চিত্র 2.1)

$$x_1 = a_1 \cos (\omega t + \theta_1)$$

অর্থাৎ, ভেক্টরটির অভিক্ষেপ a_1 বিস্তারে ω কৌণিক কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হবে এবং x অক্ষের সঙ্গে ভেক্টরটির কোণ $(\omega t + \theta_1)$ হবে t সময়ে ঐ গতির দশাকোণ।

এ ধরনের ভেক্টর চিত্রকে আমরা দুইটি সমকম্পাঙ্কের সরল দোলগতিকে সংযুক্ত করার কাজে লাগাতে পারি। 2.2 চিত্রে $t = 0$ সময়ে দুইটি ঘূর্ণ্যমান ভেক্টরের অবস্থান দেখানো হয়েছে, যেগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a_1 ও a_2 এবং দশাকোণ যথাক্রমে θ_1 ও θ_2। ভেক্টর দুইটির লব্ধির দৈর্ঘ্য A এবং প্রাথমিক দশাকোণ θ_1। a_1 ও a_2 দৈর্ঘ্যের ভেক্টর দুইটি

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \theta_1)$$

ও $$x_2 = a_2 \cos(\omega t + \theta_2)$$

এই দুই সরল দোলগতিকে সূচিত করে। লব্ধি ভেক্টর এর x অক্ষের উপর অভিক্ষেপ $A \cos(\omega t + \theta)$ ঐ দুই সরল দোলগতির উপরিপাতের ফলে উৎপন্ন সরল দোলগতিটি নির্দেশ করছে। চিত্র 2.2 থেকে আপনি সহজেই দেখাতে পারবেন যে,

$$A \cos \theta = a_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos \theta_2 \qquad \text{....... 2.10a}$$

এবং, $$A \sin \theta = a_1 \sin \theta_1 + a_2 \sin \theta_2 \qquad \text{....... 2.10b}$$

এই দুইটি সমীকরণের সাহায্যে আপনি এখন 2.8 ও 2.9 সম্পর্কগুলি পেতে পারেন।

এই পদ্ধতিটি আপনি সমান কম্পাঙ্কের যে কোনও সংখ্যক সরল দোলগতিকে যুক্ত করার কাজে ব্যবহার করতে পারেন। ধরুন, n সংখ্যক সরল দোলগতির সমীকরণ

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \theta_1),\ x_2 = a_2 \cos(\omega t + \theta_2),\ ....,\ x_n = a_n \cos(\omega t + \theta_n)$$

এই সরল দোলগতিগুলি $a_1, a_2, ..., a_n$ দৈর্ঘ্যের n সংখ্যক ঘূর্ণ্যমান ভেক্টর দ্বারা সূচিত হবে। উপরিপাতের ফলে দোলগতিটির সমীকরণ যদি

$$x = A \cos(\omega t + \theta)$$

হয়, তবে 2.10a, b সমীকরণগুলির অনুরূপ সমীকরণ হবে

$$A \cos \theta =$$

$$A \sin \theta =$$

অর্থাৎ $$A^2 = \qquad \text{....... 2.11a}$$

এবং $$\tan \theta = \qquad \text{....... 2.11b}$$

এখন আপনি কয়েকটি অনুশীলনীর সাহায্যে উপরের আলোচনার প্রয়োগ করতে পারেন।

অনুশীলনী-1 : একটি দোলকের সাধারণ গতি সমীকরণ

$$= 0$$

অনুশীলনী-2 : দুইটি সরল দোলগতির গতি সমীকরণ $x_1 = 5 \cos (50t + 30^o)$ ও $x_2 = 12 \cos (50t + 120^o)$ এগুলির উপরিপাতের ফলে যে সরল দোলগতি উৎপন্ন হবে তার বিস্তার ও দশাকোণ নির্ণয় করুন।

এ পর্যন্ত আপনি একই কম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতির উপরিপাত সম্বন্ধে পড়লেন। কিন্তু কম্পাঙ্ক দুইটি সমান না হলে তার ফল কী হবে? আসুন এবার সেটি পরীক্ষা করে দেখা যাক।

2.4 একরেখীয় ও অসম কম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতির উপরিপাত

সমকম্পাঙ্কের ক্ষেত্রে আমরা উপরিপাতিত দুই সরল দোলগতির কৌণিক কম্পাঙ্ক ω ধরে নিয়ে 2.6 সম্পর্কগুলি লিখেছিলাম। এখন কৌণিক কম্পাঙ্ক দুইটি ভিন্ন ধরে নিলে সমীকরণগুলি হবে

$$x_1 = a_1 \cos (\omega_1 t + \theta_1)$$

এবং $$x_2 = a_2 \cos (\omega_2 t + \theta_2) \qquad \text{....... 2.12}$$

উপরিপাতের ফলে লব্ধি সরণ

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \cos (\omega_1 t + \theta_1) + a_2 \cos (\omega_2 t + \theta_2)$$

এখানে উপরিপাতিত দুই সরল দোলগতির দশার অন্তর $(\omega_1 - \omega_2)t + (\theta_1 - \theta_2)$। $(\omega_1 - \omega_2)t$ রাশিটি সময় নির্ভর। কিন্তু $(\theta_1 - \theta_2)$ রাশিটি অপরিবর্তনশীল এবং লব্ধি দোলগতিতে এটির কোনও গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা নেই। এজন্য আমরা θ_1 ও θ_2 প্রারম্ভিক দশাকোণ দুটিকে শূন্য বলে ধরে নেব। এর অর্থ এই, যে যখন $x_1 = a_1$ এবং $x_2 = a_2$ ঠিক তখন থেকেই আমরা সময়ের গণনা শুরু করছি। এখন আমরা লিখতে পারি,

$$x = a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t \qquad \text{....... 2.13}$$

প্রথমে আমরা একটি অপেক্ষাকৃত সহজ অবস্থা বিবেচনা করব।

যখন $a_1 = a_2$: ধরা যাক $a_1 = a_2 = a$ এবং $\omega_1 > \omega_2$

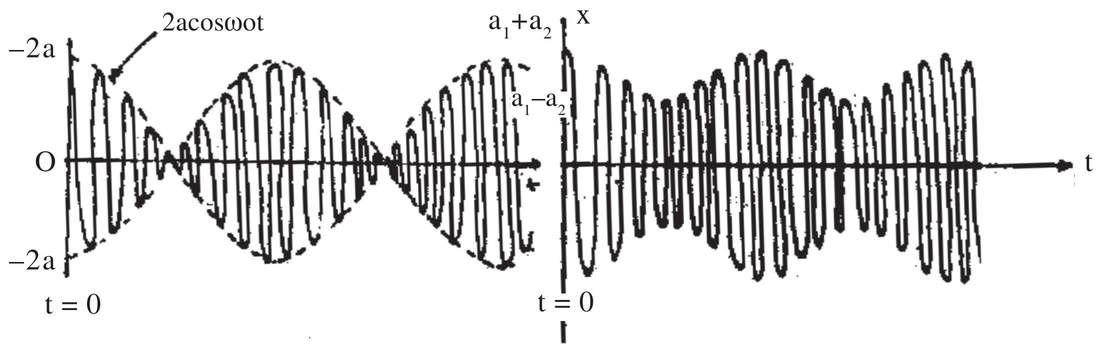
এই অবস্থায় $$x = a [\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t]$$

$$= \qquad \text{....... 2.14}$$

[কেননা আমরা জানি $\cos A + \cos B =$]

এখানে $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ রাশিটি ω_1 ও ω_2 এর গড় মান। ধরা যাক $= \omega$। রাশিটির মান অপেক্ষাকৃত অল্প। এটির স্থানে আমরা ω_0 লিখব। এখন 2.14 থেকে আমরা পাই

$$x = 2a \cos \omega_0 t \cos \omega t। \quad \text{........ 2.15}$$



চিত্র 2.3

চিত্র 2.4

2.15 সমীকরণটি লক্ষ্য করলে এটি কতকটা ω কৌণিক কম্পাঙ্কের সরল দোলগতির সমীকরণ বলে মনে হবে। কিন্তু এখানে দোলগতিটির বিস্তার $2a \cos \omega_0 t$ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তনশীল। এটি নিজেই $2a$ বিস্তারে সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়। এই সরল দোলগতিটির কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_0, অর্থাৎ পর্যায়কাল ।
2.3 চিত্রে 2.15 সমীকরণ দ্বারা সূচিত দোলগতিটি দেখান হয়েছে। চিত্রটি লক্ষ্য করলে বুঝতে পারবেন যে, এক্ষেত্রে সময় অন্তর দোলগতির বিস্তার সর্বোচ্চ মানে পৌঁছয় অথবা শূন্য হয়। আসলে, উপরিপাতিত দোলগতি দুইটি যখন সমদশায় থাকে, তখন বিস্তার সর্বোচ্চ হয় এবং এগুলি যখন বিপরীত দশায় থাকে, তখন বিস্তার সর্বনিম্ন, এক্ষেত্রে শূন্য হয়।

এবার আমরা আরও সাধারণ অবস্থায়, যখন a_1 ও a_2 অসমান, তখন কী ঘটে তা বোঝার চেষ্টা করব। যখন $a_1 \neq a_2$: ধরা যাক $a_1 > a_2$, $a_1 = a + b$, $a_2 = a - b$ যেখানে a ও b দুইটি নতুন ধ্রুবক। আমরা মনে রাখব $a =$ $b =$ ।

2.13 সূত্রে a_1 ও a_2 এর পরিবর্তে a ও b ব্যবহার করে পাই

$$x = (a + b) \cos \omega_1 t + (a - b) \cos \omega_2 t$$

এখন কিছুটা গাণিতিক সরলীকরণ প্রয়োজন।

$$x = a [\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t] + b [\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t]$$

গণিতের সূত্র $\cos A + \cos B =$

এবং $\cos A - \cos B =$ ব্যবহার করে,

$x =$

পূর্বের মত $= \omega$ এবং $= \omega_0$ লিখলে পাওয়া যাবে

$x = 2a \cos \omega_0 t \,.\, \cos \omega t - 2b \sin \omega_0 t \,.\, \sin \omega t$

আরও সরলীকরণের জন্য $2a \cos \omega_0 t$ এর স্থানে $A \cos \phi$ এবং $2b \cos \omega_0 t$ এর স্থানে $A \sin \phi$ লেখা যেতে পারে। এর ফলে পাওয়া যায়

$x = A \cos \phi \; \cos \omega t - A \sin \phi \; \sin \omega t$ 2.16

$= A \cos (\omega t + \phi)$

এই সূত্রে $A^2 = (A \cos \phi)^2 + (A \sin \phi)^2$

$= (2a \cos \omega_0 t)^2 + (2b \sin \omega_0 t)^2$

$= (a_1 + a_2)^2 \cos^2 \omega_0 t + (a_1 - a_2)^2 \sin^2 \omega_0 t$

$= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\omega_0 t$

বা, $A =$ 2.17

এছাড়া $\tan \phi = \dfrac{A \sin \phi}{A \cos \phi} = \quad =$ 2.18

2.17 সমীকরণটি পরীক্ষা করলে আপনি বুঝতে পারবেন যে, লব্ধি দোলগতির বিস্তার A সময়ের সঙ্গে $(a_1 + a_2)$ ও $(a_1 - a_2)$ সীমার মধ্যে ওঠানামা করে। $(\omega_1 - \omega_2)t$ রাশির মান যখন $0, 2\pi, 4\pi, ...$ তখন $A = a_1 + a_2$ এবং $(\omega_1 - \omega_2)t$ এর মান যখন $\pi, 3\pi, 5\pi...,$ তখন $A = a_1 - a_2$। সুতরাং, বিস্তারের এই পরিবর্তনের পর্যায়কাল । 2.4 চিত্রে 2.16 সমীকরণ অনুযায়ী x এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। অবশ্য এখানে ধরে নেওয়া হয়েছে যে ω_1 ও ω_2 এর মধ্যে পার্থক্য খুব বেশী নয় এবং $(\omega_1 - \omega_2)$ <<

অর্থাৎ $\omega_0 << \omega$। এর ফলে A এবং ϕ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হলেও এই পরিবর্তন অত্যন্ত ধীর। লব্ধি দোলগতির পর্যায়কাল সময়ের মধ্যে সেটির বিস্তারের বিশেষ কোনও পরিবর্তন ঘটে না।

লব্ধি আন্দোলনের বিস্তারের এই পর্যায়ক্রমী ওঠানামাকে বীট (beat) বলা হয়। শব্দ বিজ্ঞানে দেখা যায় যে, কাছাকাছি কম্পাঙ্কের দুইটি স্বর একসঙ্গে ধ্বনিত হলে শব্দের প্রাবল্যে পর্যায়ক্রমে তারতম্য ঘটে। একে আমরা স্বরকম্প বলি। এ সম্বন্ধে আপনি ৭ম এককে আরও বেশি জানতে পারবেন।

এরপর আমরা জটিল রাশির সাহায্যে দুই একরেখীয় সরল দোলগতির উপরিপাতন সম্বন্ধে আলোচনা করব। কিন্তু তার আগে আপনি হয়ত একটি সাংখ্যিক (numerical) প্রশ্নের সমাধান করে নিতে চাইবেন।

অনুশীলনী-3 :

দুইটি একরেখীয় সরল দোলগতির সমীকরণ $x_1 = 20 \sin (52\pi t)$ সেমি ও $x_2 = 24 \sin (48\pi t)$ সেমি, সেখানে t-এর একক সেকেন্ড। লব্ধি দোলগতির সমীকরণটি নির্ণয় করুন।

2.5 জটিল রাশির ব্যবহার

আপনার হয়ত মনে আছে যে, -1 রাশিটির বর্গমূলকে আমরা j চিহ্ন দিয়ে নির্দেশ করি এবং সেটি অথবা তার কোনও গুণিতককে কাল্পনিক রাশি বলি। কাল্পনিক ও বাস্তব রাশির সমন্বয়ে গঠিত কোনও সংখ্যাকে (যেমন $2 + 3i$) আমরা জটিল রাশি বলে থাকি। $e^{j.\theta}$ এরূপ একটি জটিল রাশি। এটির মান $\cos \theta + j \sin \theta$ অর্থাৎ, এটির বাস্তব অংশ $\cos \theta$ ও কাল্পনিক অংশ $j \sin \theta$। আমরা পরবর্তী আলোচনায় বা বলতে $e^{j\theta}$ রাশির বাস্তব অংশ এবং কা বলতে রাশিটির কাল্পনিক অংশ বোঝাব।

যে কোনও একটি জটিল রাশি $Z (= X + jY)$ কে $Ae^{j\theta}$ রূপে লেখা যায়। সহজেই দেখানো যায় যে, এক্ষেত্রে $A^2 = X^2 + Y^2 = ZZ^*$, যেখানে Z^* জটিল রাশি Z এর যুগ্ম জটিল রাশি (complex conjugate) এবং $\tan \theta =$ । গণিতের এই তথ্যগুলি আমরা এখানে কাজে লাগাব।

আমরা এবার 2.6 সমীকরণগুলিতে ফিরে যাই। এগুলিকে আমরা অন্যভাবে লিখতে পারি। যদি $Z_1 =$ এবং $Z_2 =$ ধরা যায়, তবে $x_1 =$ বা (Z_1), $x_2 =$ বা (Z_2) এবং $x_1 + x_2 =$ বা $(Z_1 + Z_2)$। এখন যদি $Z_1 + Z_2 =$ লেখা হয়, তবে পূর্বের মত (সমীকরণ 2.7)

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \theta)$$

A রাশির মান নির্ণয় করার জন্য আমরা লিখতে পারি,

$$(Z_1 + Z_2)e^{-j\omega t} = Ae^{j\theta}$$ সুতরাং,

$$A^2 = (Z_1 + Z_2)e^{-j\omega t}.(Z_1 + Z_2)^* e^{j\omega t}$$

$$= (Z_1 + Z_2)(Z_1 + Z_2)^*$$

$$=$$ (a_1, a_2 বাস্তব সংখ্যা)

$$= a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 \left(e^{j(\theta_1 - \theta_2)} + e^{-j(\theta_1 - \theta_2)} \right)$$

বা, $$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

যা 2.8 সমীকরণের অনুরূপ

আবার যেহেতু, $(Z_1 + Z_2)e^{-j\omega t}$

$$=$$

$$= (a_1 \cos\theta_1 + a_2 \cos\theta_2) + j(a_1 \sin\theta_1 + a_2 \sin\theta_2)$$

এই রাশিকে $(X + jY)$ রাশির সঙ্গে তুলনা করে আপনি লিখতে পারেন

$\tan\theta =$ । এটি 2.9 সমীকরণের অনুরূপ।

আপনি নিশ্চয়ই অনুভব করছেন যে, জটিল সংখ্যার সাহায্যে সরল দোলগতির উপরিপাতের গাণিতিক বিশ্লেষণ কিছুটা সহজে করা যায়। এবার আমরা সমরেখ ও অসম কম্পাঙ্কের দুই দোলগতির উপরিপাতের ক্ষেত্রে এই পদ্ধতির প্রয়োগ করব।

জটিল সংখ্যার ব্যবহার করে 2.12 সমীকরণ দুটিতে লেখা যায় :

$x_1 =$ বা

ও $x_2 =$ বা $\left(a_2 e^{j(\omega_2 t + \theta_2)} \right)$

পূর্বের মত θ_1 ও θ_2 দশাকোণগুলিকে শূন্য ধরে নিয়ে লেখা যেতে পারে

$x =$ বা $\left(a_1 e^{j\omega_1 t} + a_2 e^{j\omega_2 t} \right)$ বা (Z) যেখানে $Z = a_1 e^{j\omega_1 t} + a_2 e^{j\omega_2 t}$

যদি $a_1 = a_2 = a$ ধরা হয় তবে

$$Z =$$

লব্ধি দোলগতির বিস্তার যদি A হয় তবে

$$A^2 = ZZ^* = a^2\left(e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t}\right)\left(e^{-j\omega_1 t} + e^{-j\omega_2 t}\right) \quad [a \text{ একটি বাস্তব সংখ্যা}]$$

$$= a^2\left(2 + e^{j(\omega_1-\omega_2)t} + e^{-j(\omega_1-\omega_2)t}\right)$$

$$= 2a^2[1 + 2\cos(\omega_1 - \omega_2)t]$$

$$= 4a^2\cos^2\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$$

বা, $A = 2a\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}.t\right)$ (সমীকরণ 2.15 তুলনীয়)

অপরপক্ষে, $a_1 > a_2$ ধরে নিলে, পাওয়া যাবে

$$A^2 = ZZ^* = \left(a_1e^{j\omega_1 t} + a_2e^{j\omega_2 t}\right)\left(a_1e^{-j\omega_1 t} + a_2e^{-j\omega_2 t}\right)$$

$$= a_1^2 + a_2^2 + a_1a_2\left(e^{j(\omega_1-\omega_2)t} + e^{-j(\omega_1-\omega_2)t}\right)$$

$$= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\omega_1 - \omega_2)t$$

অর্থাৎ $A = \left[a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\omega_1-\omega_2)t\right]^{\frac{1}{2}}$ (সমীকরণ 2.17 তুলনীয়)

এখানে আপনি দেখতে পেলেন যে, জটিল সংখ্যা ব্যবহার করে অসম কম্পাঙ্কের দোলগতির উপরিপাতনের বিশ্লেষণও সহজে করা যায়। এবার এ ধরনের একটি অনুশীলনী আপনি নিজেই করে দেখুন।

অনুশীলনী -4 : একই বিস্তারের তিনটি সরল দোলগতির কম্পাঙ্ক সমান কিন্তু দশাকোণগুলির ব্যবধান ϕ। লব্ধি দোলগতির বিস্তার নির্ণয় করুন।

এ পর্যন্ত আমরা একরেখীয় দোলগতির উপরিপাতন সম্বন্ধে আলোচনা করেছি। এখন আমরা পরস্পর সমকোণে একই কম্পাঙ্কের অথবা সরল অনুপাতে দুই বিভিন্ন কম্পাঙ্কের দোলগতির উপরিপাতন সম্বন্ধে আলোচনা করব।

2.6 পরস্পর লম্বাভিমুখী দুই সরল দোলগতির উপরিপাত

আপনি নিশ্চয়ই একটি সরল দোলকের গতি লক্ষ্য করে থাকবেন। একটি সূতার একপ্রান্তে একটি ছোট ঢিল বেঁধে সেটিকে ঝুলিয়ে আপনি একটি সরল দোলক তৈরি করে নিতে পারেন। আদর্শ সরল দোলকের

গতি এক সরলরেখায় আবদ্ধ থাকলেও দোলকের পিণ্ডটি মোটামুটিভাবে অনুভূমিক তলে বিচরণ করতে পারে। এই তলটিকে x-y তল হিসাবে বিবেচনা করলে দেখা যায় যে, x ও y, উভয় দিক বরাবর পিন্ডটি একই কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে চলাফেরা করে। এ জাতীয় দোলককে আমরা গোলীয় দোলক (spherical pendulum) বলি এবং এটি পরস্পর সমকোণে দুই সরল দোলগতির উপরিপাতনের একটি সহজ উদাহরণ। যখন কোনও বস্তু একই সঙ্গে পরস্পর সমকোণে দুই সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়, তখন বস্তুটির গতিপথ কেমন হয়, সেটিই এই অংশের আলোচ্য বিষয়। প্রথমে আমরা দুই দোলগতির কম্পাঙ্ক সমান বলে ধরে নেব।

2.6.1 সমকম্পাঙ্ক

ধরা যাক, কোনও বস্তু x ও y দিক বরাবর একই কম্পাঙ্কের যে সরল দোলগতিতে চলাচল করে, সেগুলির সমীকরণ

$$x = a \cos \omega t$$

ও $$y = b \cos (\omega t + \phi) \qquad \text{....... 2.19}$$

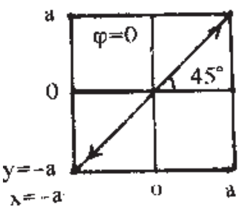
এখানে দুই দোলগতির বিস্তার a ও b। দশার অন্তর ϕ। এখন আমরা a, b ও ϕ এর উপর বিভিন্ন শর্ত আরোপ করে প্রতি ক্ষেত্রে বস্তুটির গতি নির্ণয় করব।

(i) $a = b$, $\phi = 0$: এক্ষেত্রে $x = a \cos \omega t$, $y = a\ cos\ \omega t$ অর্থাৎ, $y = x$। এটি x অক্ষের সঙ্গে 45° কোণে আনত সরলরেখার সমীকরণ। বস্তুটির গতিপথ 2.5(i) চিত্রে দেখানো হয়েছে।

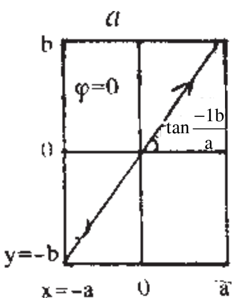
(ii) $a \neq$ b, $\phi = 0$: এক্ষেত্রে $x = a \cos \omega t$, $y = b\ cos\ \omega t$ অর্থাৎ, $y = \frac{b}{a}.\ x$। এই সমীকরণটি x অক্ষের সঙ্গে কোণে আনত সরলরেখা নির্দেশ করে। 2.5 (ii) চিত্রে এই গতিপথে দেখানো হয়েছে।

(iii) $a = b$, $\phi = \pi$: এক্ষেত্রে $x = a \cos \omega t$, $y = a\ cos\ (\omega t + \pi) = - a \cos \omega t$। অতএব, $y = -x$, যেটি x অক্ষের সঙ্গে -45° কোণে আনত সরলরেখার সমীকরণ (চিত্র 2.5(iii))।

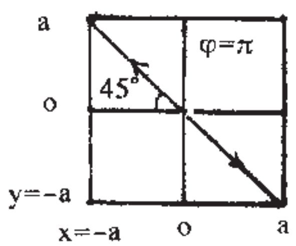
(iv) $a \neq b$, $Q = \pi$: $x = a \cos \omega t$, $y = b\ cos\ (\omega t + \pi) = - b \cos \omega t$ অতএব $y =$ যেটি x অক্ষের সঙ্গে $-\tan^{-1}\frac{b}{a}$ কোণে আনত সরলরেখা নির্দেশ করে (চিত্র 2.5(iv))



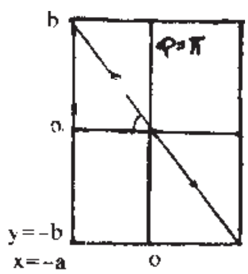
চিত্র 2.5 (i)



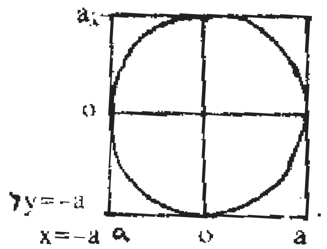
চিত্র 2.5 (ii)



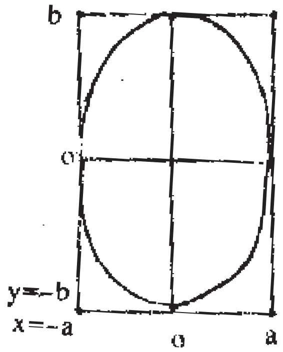
চিত্র 2.5 (iii)



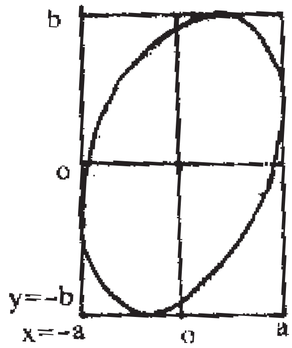
চিত্র 2.5 (iv)



চিত্র 2.5 (v)



চিত্র 2.5 (vi)



(v) $a = b,\ \phi =$: এক্ষেত্রে $x = a \cos \omega t$, $y =$ $= -\,a \sin \omega t$ অপনয়ন করে পাওয়া যায় :

$x^2 + y^2 = a^2$

যা একটি বৃত্তের সমীকরণ। এই ক্ষেত্রে বস্তুটি একটি বৃত্তাকার পথে চলতে থাকে (চিত্র 2.5(v))। লক্ষ্য করার বিষয় এই যে, x অক্ষের সঙ্গে বস্তুটির অবস্থান ভেক্টর যে কোণ রচনা করে, তা হল $= -\omega t$, অর্থাৎ, বস্তুটি ঘড়ির কাঁটার দিক বরাবর অর্থাৎ দক্ষিণাবর্তে চলতে থাকে। যদি $y = a\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ হত, তবে বস্তুটির গতির কোনও পার্থক্য ঘটত, তা আপনি ভেবে দেখতে পারেন।

(vi) $a \neq b,\ \phi =$: এখানে $x = a \cos \omega t$, $y =$ $= -\,b \sin \omega t$

যেহেতু, $= \cos \omega t$, $= -\sin \omega t$, $= 1$,

যেটি একটি উপবৃত্তের (ellipse) সমীকরণ। পূর্বের মত দেখা যাবে যে বস্তুটি একটি উপবৃত্তাকার পথে ঘড়ির কাঁটার দিক বরাবর চলতে থাকে (চিত্র 2.5(vi))।

(vii) শর্তহীন অবস্থায়, অর্থাৎ $a \neq b$, ϕ অনির্দিষ্ট : $x = a \cos \omega t$, $y = b \cos (\omega t + \phi)$। এই দুটি সমীকরণ থেকে ωt অপনয়ন করা যাক।

$$y = b\,(\cos \omega t \cos \phi - \sin \omega t \sin \phi)$$

$$=$$

অথবা, $\frac{y}{b} - \frac{x}{a}\cos\phi =$

অথবা উভয় দিকের বর্গ নিয়ে, =

অথবা, $= \sin^2 \phi$

এটি একটি হেলানো উপবৃত্তের (inclined ellipse) সমীকরণ। আপনি সহজেই পরীক্ষা করে দেখে নিতে পারেন যে, ϕ এর মান শূন্য হলে এটি (ii) নং অবস্থায় এবং ϕ এর মান হলে এটি (vi) নং অবস্থার সমীকরণে পরিণত হয়। যখন $\pi > \phi > 0$, তখন বস্তুর গতি ঘড়ির কাঁটার দিক বরাবর অর্থাৎ, দক্ষিণাবর্তে হয়। অপরপক্ষে $-\pi < \phi < 0$ হলে, গতি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বা বামাবর্তে হয়।

এবার নিচের অনুশীলনীটির উত্তর দিতে আপনার বোধহয় ভালই লাগবে।

অনুশীলনী-5 : সঙ্গে দেওয়া চিত্রগুলিতে পরস্পর সমকোণে থাকা সমকম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতির উপরিপাতনের ফলে উদ্ভূত গতি দেখানো হয়েছে। প্রত্যেক ক্ষেত্রেই উল্লম্ব দোলগতির দশাকোণ অনুভূমিক দোলগতির তুলনায় শূন্য অথবা এর কোনও গুণিতকে এগিয়ে আছে। প্রতিটি চিত্রের জন্য দশাকোণটির মান লিখুন।

চিত্র (ক) (খ) (গ) (ঘ) (ঙ) (চ) (ছ) (জ)

এই অংশে আমরা সমান কম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতিতেই আলোচনা সীমিত রেখেছি। পরস্পর সমকোণে যে কোনও দুই কম্পাঙ্কের সরল দোলগতি একত্রিত হলে, বস্তুর গতিপথ সাধারণভাবে অত্যন্ত জটিল হয়। কম্পাঙ্ক দুইটির অনুপাত সরল হলে (যথা 1:1, 1:2, 1:3 ইত্যাদি) বস্তুটি x-y তলে এক নির্দিষ্ট আবদ্ধ পথে চলতে থাকে। এই আবদ্ধ গতিপথগুলি লিসাজুস্ (উচ্চারণ লিসাজু z) চিত্র (Lissajous figures) নামে পরিচিত। এখন আমরা একটি কম্পাঙ্ক অন্যটির সরল গুণিতক ধরে নিয়ে গতিপথ নির্ণয় করব।

2.6.2 একটি কম্পাঙ্ক অন্যটির গুণিতক (Frequencies in the ratio of 1:2)

(ক) ধরা যাক, y দিক বরাবর সরল দোলগতির কম্পাঙ্ক x দিক বরাবর সরল দোলগতির কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ। কম্পাঙ্ক ভিন্ন হওয়ায় দুই দোলগতির দশান্তর সর্বদাই পরিবর্তিত হতে থাকবে। $t = 0$ সময়ে প্রাথমিক দশান্তর ϕ ধরে নিয়ে আমরা দোলগতিগুলির সমীকরণ লিখতে পারি :

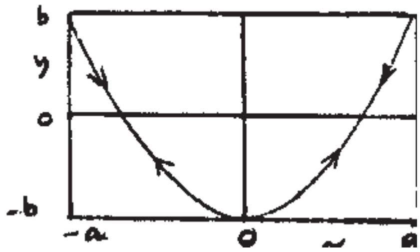
$$x = a \cos \omega t$$
$$y = b \cos (2\omega t + \phi) \qquad \ldots\ldots\ 2.20$$

এখন আমরা ϕ এর কয়েকটি নির্দিষ্ট মানের জন্য গতিপথের সমীকরণ নির্ণয় করব।

(i) $\phi = 0$: $x = a \cos \omega t$ এবং $y = b \cos 2\omega t$ থেকে পাওয়া যাবে

$$y = b(2 \cos^2 \omega t - 1)$$

বা, $y =$



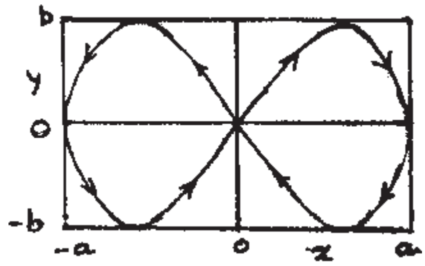
চিত্র 2.6(i)

এটি একটি অধিবৃত্তের (Parabola) সমীকরণ। এর লেখচিত্রটি 2.5(i) চিত্রে দেখানো হয়েছে।

(ii) $\phi =$: এক্ষেত্রে $x = a \cos \omega t$ এবং $y =$ $= - b \sin 2\omega t$।

সুতরাং, $y = -2b \sin \omega t \cos \omega t =$

অথবা, $\frac{y^2}{b^2} =$



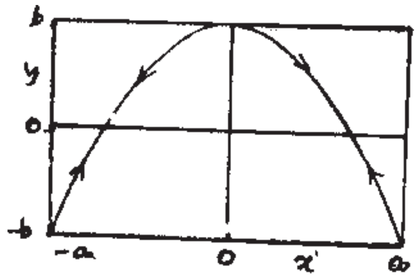
চিত্র 2.6 (ii)

এর লেখচিত্রটি 2.6(ii) চিত্রে দেখানো হল। এটির আকৃতি '8' সংখ্যাটির মত।

(iii) $\phi = \pi$: এই ক্ষেত্রে $x = a \cos \omega t$

$y = b \cos (2\omega t + \pi) = - b \cos 2\omega t = - b(2 \cos^2 \omega t - 1)$

বা, $y =$



চিত্র 2.6 (iii)

এটিও একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ এবং 2.6(iii) চিত্রে এর লেখচিত্রটি দেখানো হয়েছে।

প্রতিটি ক্ষেত্রেই আপনি লক্ষ্য করবেন যে, দোলগতিতে সঞ্চারমান বিন্দুটি যখন x দিকে একটি সম্পূর্ণ দোলন শেষ করে, ততক্ষণে y দিকে দুইটি দোলন সমাপ্ত হয়।

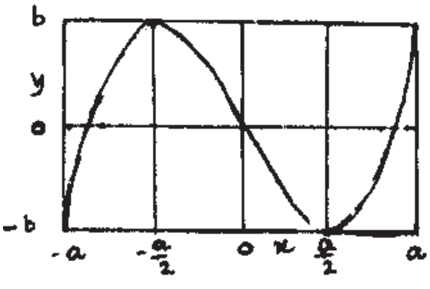
ϕ কোণের অন্যান্য মানের জন্যও দ্বিমুখী দোলগতির গতিপথের সমীকরণ নির্ণয় সম্ভব। তবে সেগুলি অত্যন্ত জটিল হওয়ায় আমরা ϕ এর অনির্দিষ্ট মানের জন্য গতিপথ নির্ণয় করলাম না।

(খ) এবার ধরুন, y দিকের দোলগতির কম্পাঙ্ক x দিকের তিন গুণ। এই ক্ষেত্রে প্রাথমিক দশান্তরের মান শূন্য ধরে নিয়ে আমরা দ্বিমুখী দোলগতির পথটি বার করব। x ও y সমীকরণগুলি লেখা যাক :

$$x = a \cos \omega t$$
$$y = b \cos^3 \omega t \qquad \text{....... 2.21}$$

গণিতের সূত্র অনুযায়ী $y = b\,(4 \cos 3\omega t - 3 \cos \omega t)$

$$= \frac{bx}{a}\left(4\frac{x^2}{a^2} - 3\right)$$

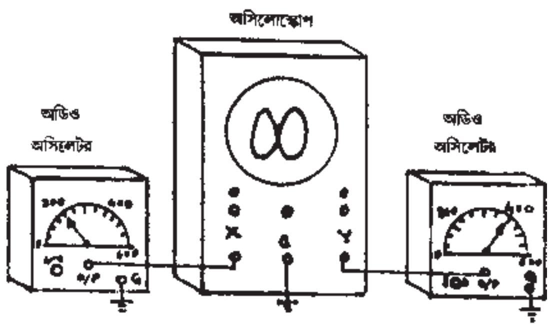


চিত্র 2.7

এটি একটি ত্রিঘাত সমীকরণ। এর লেখচিত্রটি পাশে অঙ্কিত হল। লক্ষ্য করে দেখুন, সঞ্চরমান বিন্দুটি $t = 0$ সময়ে A বিন্দু ($x = a$, $y = b$) থেকে যাত্রা শুরু করে সময়ের মধ্যে *ABCDEDCBA* পথ অতিক্রম করে। এই সময়ে x দিকে একটি ও y দিকে তিনটি সম্পূর্ণ দোলন (*ABD*, *DED* ও *DBA*) সমাপ্ত হয়।

(গ) সাধারণভাবে বলা যায় যে, x ও y দিকের কম্পাঙ্ক দুটির অনুপাত যদি দুই পূর্ণসংখ্যার অনুপাতের সমান হয়, তবে সঞ্চরমান বিন্দুটি একটি বদ্ধপথে চলাচল করে। অবশ্য পূর্ণসংখ্যা দুটি যত বড় হয়, বদ্ধপথটিও ততই জটিল হয়।

2.6.3 লিসাজুস চিত্রের প্রদর্শন



চিত্র 2.8

একটি ক্যাথোড-রে অসিলোস্কোপ (cathode-ray oscilloscope) ও দুইটি অডিও-অসিলেটরের (audio-oscillator) সাহায্যে অতি সুন্দরভাবে লিসাজুস চিত্র প্রদর্শন করা যায়। অডিও অসিলেটরগুলি যে কোনও শ্রাব্য কম্পাঙ্কের বৈদ্যুতিক সঙ্কেত (signal) উৎপাদন করতে পারে। এরূপ একটি অসিলেটারের সঙ্কেতকে অসিলোস্কোপের x অক্ষের

ইন্‌পুট এবং অপর একটি অসিলেটারের সঙ্কেতকে অসিলোস্কোপের y অক্ষের ইন্‌পুট হিসাবে ব্যবহার করা হয়। x ইন্‌পুট সঙ্কেতের ফলে অসিলোস্কোপের পর্দায় ইলেকট্রন বিম (beam) দ্বারা সৃষ্ট উজ্জ্বল বিন্দুটি অনুভূমিক দিকে সঙ্কেত-বিভব অনুযায়ী সরল দোলগতিতে চলাচল করে। আবার, y ইন্‌পুট সঙ্কেতটি ঐ বিন্দুকে উল্লম্বদিকে সঙ্কেত-বিভব অনুযায়ী ওঠানামা করায়। এখন যদি দুই সঙ্কেতের কম্পাঙ্ক সরল অনুপাতে থাকে, তবে অনুভূমিক ও উল্লম্ব এই দুই গতির উপরিপাতের ফলে উজ্জ্বল বিন্দুটি অতি দ্রুত লিসাজুস চিত্র অনুসরণ করে ধাবিত হবে এবং অসিলোস্কোপের পর্দায় লিসাজুস চিত্রটি দেখা যাবে।

উপরের পরীক্ষাটি আপনি কোন ইলেকট্রনিক্‌সের পরীক্ষাগারে কাজ করার সুযোগ পেলে করে দেখতে পারবেন। কিন্তু এবার আপনি নিজেই একটি বিশেষ ক্ষেত্রে লিসাজুস চিত্র অঙ্কনের চেষ্টা করুন।

অনুশীলনী-6 : ধরে নিন, $x = a \sin 2\omega t$ এবং $x = a \sin \omega t$ এই দুই সরল দোলগতি উপরিপাতিত হয়েছে। লব্ধি দোলগতির লিসাজুস চিত্রটির সমীকরণ নির্ণয় করুন এবং চিত্রটি আঁকুন।

2.7 সারাংশ

একই সরলরেখায় দুই বা ততোধিক সংখ্যক সরল দোলগতি উপরিপাতিত হয়ে নতুন এক ধরনের দোলগতি উৎপন্ন করতে পারে। আবার পরস্পর সমকোণী দুই সরল দোলগতির উপরিপাতনে একটি দ্বিমাত্রিক গতির সৃষ্টি হতে পারে। এই এককে সরল দোলগতির উপরিপাতনের নীতি এবং যে দুই ধরনের উপরিপাতনের উল্লেখ করা হল, সেগুলি আলোচিত হয়েছে। সরল দোলগতির উপরিপাতনের বিশ্লেষণে জটিল রাশির ব্যবহারের সঙ্গেও আপনি পরিচিত হয়েছেন।

আমরা দেখেছি যে,

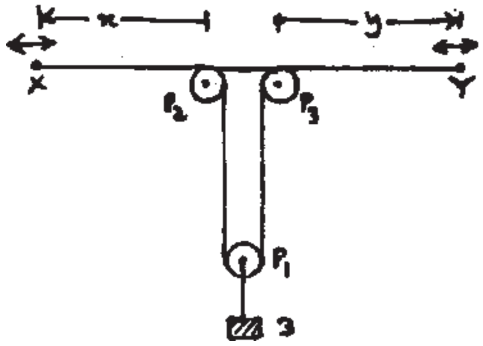
- একই সরলরেখায় সমান কম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতির সংমিশ্রণে ঐ কম্পাঙ্কের একটি নতুন সরল দোলগতির উদ্ভব হয়।
- একই সরলরেখায় অসম কম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতির উপরিপাতনে এমন একটি পর্যাবৃত্ত গতির সৃষ্টি হয়, যাকে সরল দোলগতি বলা যায় না এবং যার পর্যায়কাল দুই সরল দোলগতির পর্যায়কালগুলির ল.সা.গু। তবে কম্পাঙ্কদ্বয়ের ব্যবধান যখন তাদের গড় মানের তুলনায় অতি ক্ষুদ্র, তখন গড় কম্পাঙ্কের এক দোলগতি উৎপন্ন হয়, যার বিস্তার সরল দোলগতিতে ওঠানামা করে।
- পরস্পর সমকোণী দুই সরল দোলগতির কম্পাঙ্ক যদি সরল অনুপাতে থাকে, তবে সেগুলির উপরিপাতনে লিসাজুস চিত্র নামে আবদ্ধ বক্ররেখা বরাবর গতির সৃষ্টি হয়।

2.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. যদি $r_1(t) = r_{10} \sin \omega t$ এবং $r_2(t) = r_{20} \sin \omega t$ কোনও সরল দোলগতির সমীকরণকে সিদ্ধ করে, তবে $r_1(t) + r_2(t)$ ঐ সমীকরণটিকে সিদ্ধ করবে। এর কারণ কী? সরল দোলগতি দুইটির কম্পাঙ্ক সমান না হলে কী ঘটে?

2. দুইটি সরল দোলগতির সমীকরণ $x_1 = A\cos(\omega t - 30^\circ)$ ও $x_2 = A\cos(\omega t + 30^\circ)$। ভেক্টর পদ্ধতিতে এবং জটিল রাশির পদ্ধতিতে এই দুই সরল দোলগতির লব্ধি নির্ণয় করুন।

3. পাশে যে চিত্রটি দেওয়া হয়েছে তাতে একটি পিণ্ড B P_1 পুলি থেকে ঝোলানো আছে। X ও Y প্রান্তবিশিষ্ট একটি সুতা P_2 ও P_3 পুলির উপর দিয়ে গিয়েছে এবং সেটি P_1 পুলির তলা দিয়ে গিয়ে সেটিকে আলম্বিত রেখেছে। P_2 ও P_3 পুলি থেকে সুতার X ও Y প্রান্তদ্বয়ের দূরত্ব যথাক্রমে x ও y। এখন যদি X ও Y প্রান্ত দুইদিকে এমনভাবে আন্দোলিত করা হয় যাতে x ও y যথাক্রমে 5ও6 সেকেন্ড পর্যায়কালে সমান বিস্তারে সরল দোলগতিতে ওঠানামা করে, তবে B পিণ্ডটির গতি কেমন হবে আলোচনা করুন।



4. কোনও বস্তু x ও y দিক বরাবর একই বিস্তার ও কম্পাঙ্কের সরল দোলগতিতে চলাচল করছে। x দিকের দোলগতির দশাকোণ y দিকের তুলনায় 60° এগিয়ে আছে। বস্তুটির গতিপথ অঙ্কন করুন।

5. সূর্যের মহাকর্ষের প্রভাবে পৃথিবীর কক্ষপথ একটি উপবৃত্ত। পৃথিবীর গতি কি দুইটি সমকম্পাঙ্কের সরল দোলনের মিলিত ফল বলে মনে করা যায়?

6. পরস্পর লম্বাভিমুখী দুটি অসমান কম্পাঙ্কের সরল দোলগতি উপরিপাতিত হয়েছে, যাদের মধ্যবিন্দু একই। এক্ষেত্রে বস্তুকণার উপর লব্ধি বল কি সরণের বিপরীত অভিমুখী এবং সমানুপাতী হবে?

2.9 উত্তরমালা

অনুশীলনী

1. ধরে নিন $\theta_1(t)$ এবং $\theta_2(t)$ উভয়েই প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান। সুতরাং,

$$= 0 \text{ এবং } \qquad = 0$$

দুটি সমীকরণের যোগফল $\qquad = 0.$

কিন্তু দোলকের ক্ষেত্রে উপরিপাতের নীতি প্রযোজ্য হলে প্রয়োজনীয় শর্ত

$$= 0.$$

যেহেতু $\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = \sin(\theta_1 + \theta_2)$ সমীকরণটি সাধারণভাবে সত্য নয়, অতএব এক্ষেত্রে উপরিপাতের নীতি প্রয়োগ করা যায় না।

2. প্রথমেই ধরা যাক, $50t + 30^\circ = 50t'$, যার অর্থ এই যে, আমরা $t = -30^\circ/50$ মুহূর্ত থেকে t' সময় গণনা করছি। t এর পরিবর্তে t' ব্যবহার করলে সরল দোলগতি দুইটির সমীকরণ দাঁড়ায়

$$x_1 = 5\cos 50t'$$

ও $$x_2 = 12\cos(50t' + 90^\circ)$$

এখন 2.8 ও 2.9 সূত্র ব্যবহার করে, যেহেতু $\theta_1 = 0,\ \theta_2 = 90^\circ$

বিস্তার $A = \qquad = 13$

এবং দশাকোণ $\theta = \tan^{-1}\frac{12}{5} \approx 67^\circ$

3. লব্ধি দোলগতির সমীকরণ

$$x = x_1 + x_2 = 20\sin(52\pi t) + 24\sin(48\pi t)$$

$$= 22[\sin(52\pi t) + \sin(48\pi t)] - 2[\sin(52\pi t) - \sin(48\pi t)]$$

$$= 44\sin\frac{52+48}{2}\pi t\cos\frac{52-48}{2}\pi t - 4\sin\frac{52-48}{2}\pi t\cos\frac{52+48}{2}\pi t$$

$$= 44\sin 50\pi t\cos 2\pi t - 4\sin 2\pi t\cos 50\pi t$$

ধরে নিন, $44\cos 2\pi t = A\cos\phi$

এবং, $4\sin 2\pi t = A\sin\phi$

$$\therefore x = A\cos\phi\sin 50\pi t - A\sin\phi\cos 50\pi t$$

$$= A\sin(50\pi t - \phi)$$

এখানে, $A^2 = (A\cos\phi)^2 + (A\sin\phi)^2$

$$= (20 + 24)^2\cos^2 2\pi t + (24 - 20)^2\sin^2 2\pi t$$

$$= 20^2 + 24^2 + 2.\ 20.\ 24\cos 4\pi t$$

$$= 976 + 960\cos 4\pi t$$

এবং $\tan\phi = \frac{A\sin\phi}{A\cos\phi} = \qquad .$

4. ধরা যাক দোলগতিগুলির সমীকরণ

$$x_1 = a \cos (\omega t - \phi)$$

$$x_2 = a \cos \omega t$$

এবং, $x_3 = a \cos (\omega t + \phi)$

সুতরাং, $x = x_1 + x_2 + x_3 =$ বা (Z) যেখানে

$Z =$

$Z =$

$=$

সুতরাং, লব্ধ দোলগতি (Z র বাস্তব অংশ)

$$x = a \cos \omega t\ (1 + 2 \cos \phi)$$

এবং লব্ধি দোলগতির বিস্তার A

$$A = a\ (1 + 2 \cos \phi)$$

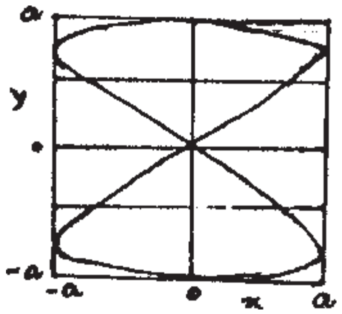
5. দশাকোণের মান (ক) π, (খ) $\frac{7\pi}{4}$, (গ) 0, (ঘ) , (ঙ) , (চ) , (ছ) , (জ)

6. এক্ষেত্রে $\sin \omega t =$ এবং $\cos \omega t =$

$$x = a \sin 2\omega t = 2a \sin \omega t \cos \omega t = 2y\sqrt{1 - \frac{y^2}{a^2}}$$

লিসাজুস চিত্র আঁকার জন্য সারণী :

$y =$	0	$\pm a$		
$x =$	0	0	$\pm a\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\pm a$



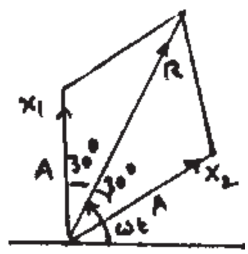
সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. প্রশ্নের প্রথম অংশটি 2.2 অংশে আলোচিত হয়েছে। দ্বিতীয় অংশটির বিষয়ে আপনি 2.4 অংশে পড়েছেন। আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পেরেছেন যে, অসম কম্পাঙ্কের দুই সরল দোলগতির উপরিপাতনে যে পর্যায়গতি উৎপন্ন হয়, তা সরল দোলগতি নয়। 2.16, 2.17, 2.18 সূত্র উদ্ধৃত করে এই অংশের উত্তর দিতে পারবেন।

2. ভেক্টর পদ্ধতিতে : x_1 ও x_2 দোলগতি দুটিকে আমরা A দৈর্ঘ্যের দুইটি ভেক্টর দ্বারা সূচিত করতে পারি। x অক্ষের সঙ্গে এগুলি যথাক্রমে $\omega t - 30^\circ$ ও $\omega t + 30^\circ$ কোণে আনত। লব্ধি দোলগতি R এর দৈর্ঘ্য

$R =$ $(2A.A.\cos 60^\circ)^{\frac{1}{2}}$ কেননা x_1 ও x_2 এর অন্তবর্তী কোণ 60º

$= \sqrt{3}A$



জটিল রাশির পদ্ধতিতে : $x_1 + x_2 =$ বা (Z)

যেখানে, $Z =$

$= Ae^{j\omega t}\ (e^{j}.30^o + e^{-j.30^o})$

$= 2ae^{j\omega t} \cos 30^\circ$

$\therefore\ x_1 + x_2 = 2A \cos 30^\circ \cos \omega t =$ $=$

যার বিস্তার

3. মোট সুতার দৈর্ঘ্য যদি $2L$ হয় এবং P_1 পুলি যদি P_2 অথবা P_3 থেকে z দূরত্বে নিচে থাকে, তবে $2L = x + y + 2z$।

যদি x ও y এর বিস্তার a হয় তবে উভয়ের ক্ষেত্রে প্রাথমিক দশা শূন্য ধরে লেখা যায়

$x =$

ও $y =$

$\therefore x + y =$

$$= 2a\cos\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{5}+\frac{2\pi}{6}\right)t.\cos\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{5}-\frac{2\pi}{6}\right)t$$

$=$

$$\therefore z = L - a\cos\left(\frac{1}{30}\pi t\right).\cos\left(\frac{11}{30}\pi t\right)$$

B পিণ্ডটির গতি P_1 পুলির গতির অনুরূপ এবং z রাশিটি এই গতি নির্দেশ করছে। এখানে L একটি ধ্রুবক।

রাশিটির সঙ্গে রাশির তুলনা করলে বোঝা যায়, এটি 60 সেকেন্ড পর্যায়কালের সরল দোলগতিতে পরিবর্তনশীল। অপরপক্ষে, রাশি সেকেন্ড পর্যায়কালের সরল দোলগতি বোঝায়। সুতরাং, z রাশিটি সেকেন্ড পর্যায়কালের দোলগতিতে ওঠানামা করে এবং এই দোলগতির বিস্তার 60 সেকেন্ড পর্যায়কালের সরল দোলগতিতে পরিবর্তিত হয়।

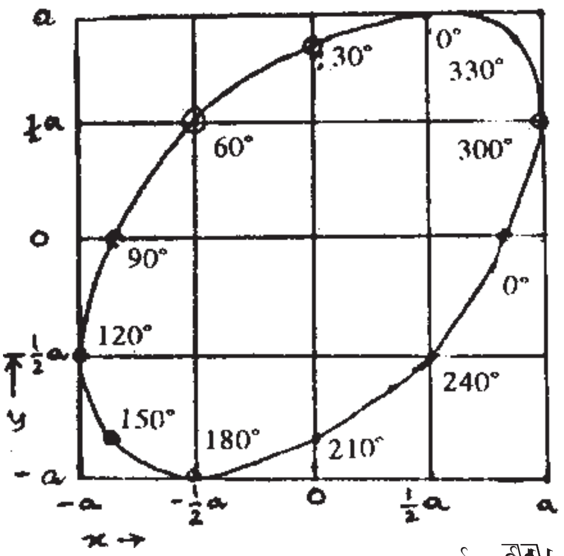
4. এখানে বস্তুটির গতি সমীকরণ লেখা যায় :

$$x = a\cos(\omega t + 60^\circ)$$

$$y = a\cos(\omega t)$$

ωt রাশির বিভিন্ন মানের জন্য এখন আপনি x ও y এর মান নির্ণয় করতে পারেন :

$wt =$	0º	30º	60º	90º	120º	150º	180º	210º	240º	270º	300º	330º	360º
$x =$		0			$-a$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}a$	$-\frac{1}{2}a$	0	$\frac{1}{2}a$		a		
$y =$	a			0		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-a$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}a$	$-\frac{1}{2}a$	0	$\frac{1}{2}a$		a



চিত্রে ωt রাশির বিভিন্ন মানের জন্য বস্তুটির অবস্থান ও গতিপথ দেখানো হল। চিত্রটি থেকে আপনি সহজেই বুঝতে পারবেন যে, এক্ষেত্রে বস্তুটি বামাবর্তে অর্থাৎ ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে চলতে থাকে।

5. না, কারণ এখানে মহাকর্ষ বল সব বিন্দুতে সূর্য অভিমুখী হলেও ঐ বলের মান দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতী, দূরত্বের সমানুপাতী নয়।

6. না, বল দুটি যদি ও $-\omega_2^2 y$ হয় তবে তাদের লব্ধির মান $\sqrt{\omega_1^4 x^2 + \omega_2^4 y^2}$, যা $\sqrt{x^2 + y^2}$ এর সমানুপাতী নয়। তাছাড়া এই লব্ধি x অক্ষের সঙ্গে কোণ রচনা করবে, যেখানে লব্ধি সাধারণ মধ্যবিন্দু অভিমুখে কাজ করলে এই কোণ $\tan^{-1}\frac{y}{x}$ হত।

একক 3 অবমন্দিত দোলগতি (Damped Oscillations)

গঠন

3.1 প্রস্তাবনা

এই পর্যায়ের প্রথম এককে আপনারা সরল দোলগতির পরিচয় পেয়েছেন। নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, একটি সুসমঞ্জস দোলকের মোট শক্তি সদাসর্বদা অপরিবর্তিত থাকে এবং সময়-সরণ লেখচিত্রটি সাইনের (বা কোসাইনের) লেখচিত্রের অনুরূপ হয়। তাহলে কি আমরা ধরে নেব যে, সরল দোলগতির এই বৈশিষ্ট্য চিরকাল অপরিবর্তিত থাকবে? তার শক্তির কোনও ক্ষয় হবে না এবং তা একবার দোলগতি শুরু করলে আবহমান কাল ধরে চলতেই থাকবে? আমাদের অভিজ্ঞতা কিন্তু অন্যরকম বলে, তাই না?

আসলে যে সরল দোলগতির সঙ্গে আমাদের প্রথম পরিচিতি ঘটেছিল, সেখানে সবরকমের অপচয়ী বল অনুপস্থিত বলে ধরা হয়েছিল। এই রকমের দোলগতিকে বলা হয় মুক্ত (free) অথবা অনবমন্দিত (undamped)। সত্যিই তো, কোনওরকম অপচয়ী বা বাধাদানকারী বল যদি উপস্থিত না থাকে, তবে সরল দেলগতিতে আন্দোলিত কণার শক্তি অপরিবর্তিত থাকবে এবং চিরকাল তার একই গতি লক্ষ্য করা যাবে। কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্রে আমরা দেখি যে, সরল দোলকের বিস্তার সময়ের সঙ্গে ক্রমশ কমতে থাকে এবং তা ধীরে ধীরে থেমে যায়। স্প্রিং-ভর ব্যবস্থা খানিকক্ষণ কম্পিত হওয়ার পর স্থির হয়ে যায়, ব্যাবর্ত দোলকও (torsional pendulum) একইরকম আচরণ করে। সব ক্ষেত্রেই দেখা যাবে যে, আমরা বিশেষ কোনও বলপ্রয়োগ করে

ঐ সমস্ত কম্পনকে কমানোর বা বন্ধ করার চেষ্টা করিনি, তবু প্রথমে বিস্তার কমানোর সঙ্গে সঙ্গে তাদের শক্তির হ্রাস হয়েছে (1.9 সমীকরণটি একবার দেখে নিন) এবং শেষ পর্যন্ত সেই শক্তি সম্পূর্ণ নিঃশেষিত হয়ে গেছে। বাস্তব জগতে এমনটাই হয়ে থাকে।

আসলে বাস্তব জগতে আমরা প্রকৃত মুক্ত কম্পন পাই না। দুটি কঠিন তলের মধ্যে ঘর্ষণ, প্রবাহীর (যেমন বাতাস) মধ্যে দিয়ে সংঘটিত কোনও কোনও দোলগতির ক্ষেত্রে সান্দ্রতা জনিত বাধা বা কম্পনশীল বস্তুর নিজস্ব উপাদানের ধর্ম সবই দোলগতিতে অবমন্দন ঘটায়। তাই বাস্তব জগতের দোলগতি অবমন্দন জনিত অপচয়ী বলের বিরুদ্ধে গতি বজায় রাখতে গিয়ে ক্রমাগত নিজস্ব শক্তি হারায় এবং শেষ পর্যন্ত সম্পূর্ণ স্তব্ধ হয়ে যায়। যদি এই অবমন্দনের মাত্রা অত্যধিক হয়ে পড়ে, তাহলে দোলগতি একেবারে শুরুই করা যায় না এবং সাম্যাবস্থা থেকে বিচ্যুত কম্পনক্ষম বস্তুটি কোনও দোলগতি প্রদর্শন না করেই সাম্যাবস্থায় আবার ফেরত চলে আসে। যখন অবমন্দনের মাত্রা যথেষ্ট কম, তখনই কেবল দোলগতি পাওয়া যায়। আর এই দোলগতির বিস্তার তথা শক্তি সময়ের সঙ্গে কমতে থাকে। এই এককে (একক 3) আমরা অবমন্দিত দোলগতি নিয়ে আলোচনা করব। বিশেষ জোর দেওয়া হবে সেই ক্ষেত্রটিতে যেখানে অবমন্দন তুলনায় দুর্বল এবং দোলগতি পাওয়া সম্ভব। এই অবমন্দনকে সচরাচর লঘু অবমন্দন হিসেবে চিহ্নিত করা হয়।

আমরা এখানে লঘু অবমন্দনের বৈশিষ্ট্যসমূহ আলোচনা করার সঙ্গে সঙ্গে বাস্তব দোলগতির সঙ্গে পরিচিত হব। তবে অবমন্দনের উপস্থিতি সত্ত্বেও দোলগতি বজায় রাখতে গেলে কম্পনশীল ব্যবস্থাটিতে বাইরে থেকে শক্তির যোগান দেওয়া প্রয়োজন। এজন্য কোনও পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগের দরকার হয়ে পড়ে। ফলে যে ধরনের কম্পনের সৃষ্টি হয়, তাকে বলা হয় *প্রণোদিত কম্পন* বা *দোলগতি* (forced vibration)। পরবর্তী এককে (একক 4) বিষয়টির বিস্তারিত আলোচনা হবে।

উদ্দেশ্য

এই একক পাঠের মধ্য দিয়ে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি আপনার আয়ত্ত হবে—

- অবমন্দিত দোলগতির বা অবমন্দিত সমঞ্জস গতির অবকল সমীকরণ গঠন ও তার সমাধান।
- দোলগতির বিস্তার, শক্তি এবং দোলনকাল কীভাবে অবমন্দনের ফলে প্রভাবিত এবং পরিবর্তিত হয়, তার ব্যাখ্যা।
- অবমন্দনের মাত্রা অনুযায়ী তাদের লঘু (বা দুর্বল), ক্রান্তীয় (critical) এবং অতি (heavy) এই তিনটি শ্রেণীতে বিভক্ত করে তাদের বৈশিষ্ট্যসমূহের বিশ্লেষণ।
- লঘু অবমন্দনযুক্ত দোলনশীল ব্যবস্থার ক্ষেত্রে তার বৈশিষ্ট্যসমূহ বিশ্লেষণের জন্য লগীয় হ্রাস, শ্লথন কাল (relaxation time) এবং কিউ-গুণাঙ্ক (Q-factor) নির্ণয়।
- পদার্থবিদ্যার বিভিন্ন শাখায় অবমন্দিত দোলগতির ভূমিকার পর্যালোচনা ও গণনা।

3.2 অবমন্দিত দোলনের অবকল সমীকরণের প্রতিষ্ঠা

অবমন্দিত দোলনের অবকল সমীকরণের প্রসঙ্গ উত্থাপিত হলে স্বভাবতই মনে হয় যে, সরল দোলগতির যে সমীকরণ আমরা একক1-এ পেয়েছি (সমীকরণ 1.1), তার মধ্যে কিছু পরিবর্তন ঘটিয়ে অবমন্দিত দোলগতির সমীকরণ পাওয়া সম্ভব। আপনার এই অনুমান সঠিক, তবে সেই আলোচনায় যাওয়ার আগে উল্লেখ

করা প্রয়োজন যে, এখন থেকে সবরকম অবমন্দন মুক্ত যে এক আদর্শ দোলগতির বিষয় প্রথম এককে আলোচিত হয়েছে, তাকে আমরা মুক্ত দোলগতি বলে উল্লেখ করব।

আগে বলা হয়েছে যে, অবমন্দনের অর্থ হচ্ছে কম্পনশীল বা কম্পনক্ষম ব্যবস্থাঘটিত অপচয়ী বলের উপস্থিতি। এই অপচয়ী বল সর্বদাই গতির বিরুদ্ধে কাজ করবে, যে ভূমিকা আমাদের অতি পরিচিত ঘর্ষণ বল পালন করে থাকে। তাই অবমন্দনজনিত বল, গতির অভিমুখের ওপর নির্ভর করে তার অভিমুখ পরিবর্তন করে থাকে। এখন প্রশ্ন হচ্ছে যে, এই অপচয়ী বলটিকে কীভাবে পাওয়া যাবে? এর উত্তরের জন্য আমরা চিত্র 3.1 এর দিকে দৃষ্টি দেব।

চিত্র 3.1

3.1 চিত্রে দেখানো হয়েছে একটি স্প্রিং-ভর ব্যবস্থা এমনভাবে কম্পিত হচ্ছে যে, স্প্রিং-এর সঙ্গে যুক্ত ভরটি একটি চোঙের মধ্যে দিয়ে চলাফেরা করছে এবং চোঙের মধ্যে ঘর্ষণ অর্থাৎ অবমন্দন জনিত বাধা বলের সম্মুখীন হচ্ছে। আমরা ধরে নিই যে, ভরটি যে বাধা-বলের সম্মুখীন হচ্ছে তার পরিমাণ F_d এবং বলটির মান কোনও বিশেষ মুহূর্তে ভরটির গতিবেগের সমানুপাতিক। এখন আপনি লিখতে পারেন :

$$F_d = -\gamma \frac{dx}{dt} \text{ বলে} \qquad \text{...... 3.1}$$

যেখানে γ একটি ধনাত্মক ধ্রুবক রাশি। γ রাশিটিকে বলা হয় অবমন্দন গুণাঙ্ক (damping coefficient)। এটি একক গতিবেগের জন্য অবমন্দন বল এবং এর একক এইভাবে পাওয়া যায়।

$$\gamma \text{ এর একক} = \frac{\text{বলের একক}}{\text{গতিবেগের একক}} = \frac{N}{ms^{-1}} = kg\ s^{-1}$$

খুব স্বাভাবিকভাবেই প্রশ্ন উঠবে যে, অবমন্দনজনিত বলকে গতিবেগের সমানুপাতিক ধরে নেওয়া কতখানি সঙ্গত? কম্পনশীল বস্তুর গতিবেগ যদি খুব বেশি না হয়, তাহলে এই সমানুপাতিত্ব ধরে নেওয়া যায় এবং বিভিন্ন পরীক্ষার মাধ্যমে তা দেখানো সম্ভব হয়েছে। আর সান্দ্রতাজনিত বাধা যে গতিবেগের সমানুপাতিক হয়ে থাকে, তা একটু আলোচনা করা যেতে পারে।

সান্দ্রতাজনিত বাধার জন্য কোনো সান্দ্রতাবিশিষ্ট প্রবাহীর মধ্যে দিয়ে পতনশীল বা চলমান গোলকাকৃতি বস্তু একটি বাধা বলের সম্মুখীন হয়। এই বিষয়ে বিজ্ঞানী স্টোকস একটি সূত্র দেন (Stokes' law)। এই সূত্রানুযায়ী

$$F_d = 6\pi\eta rv$$

এখানে η মাধমের সান্দ্রতাঙ্ক, r চলমান বস্তুটির ব্যাসার্ধ এবং v বস্তুর গতিবেগ। এই সূত্রানুযায়ী সান্দ্র মাধ্যমে চলমান বস্তুর গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়াশীল বাধা বল বস্তুর গতিবেগের সমানুপাতিক।

তা আমরা জানি। অতএব, অবমন্দনজনিত বল কম্পনশীল বস্তুর গতিবেগের সমানুপাতিক, এইটি ধরে নিয়েই আমরা অগ্রসর হব।

চিত্র 3.1 -এ দেখানো স্প্রিং-ভর ব্যবস্থাটি যে সরলরেখা বরাবর চলাফেরা করছে, তাকে x অক্ষ এবং ব্যবস্থাটির সাম্যাবস্থায় ভরটির ভরকেন্দ্রকে মূলবিন্দু বা $x = 0$ বিন্দু ধরে নেওয়া হল। এখন ভরটিকে ডানদিকে অনুভূমিক রেখা বরাবর বিচ্যুত করে ছেড়ে দিলে সেটি কম্পিত হতে শুরু করবে। কোনও মুহূর্তে মূলবিন্দু ($x = 0$) বা সাম্যাবস্থা থেকে x দূরত্বে অবস্থানকালে ভরটির ওপর যে বলগুলি ক্রিয়াশীল হবে, তা হল,

(i) প্রত্যানয়ক বল (restoring force)—kx, যেখানে k হচ্ছে স্প্রিং-ধ্রুবক (spring constant)

(ii) অবমন্দনজনিত বল—γv বা , যেখানে γ হচ্ছে অবমন্দন গুণাঙ্ক (damping coefficient)।

এখানে $v = \frac{dx}{dt}$ অর্থাৎ, বিশেষ মুহূর্তে গতিবেগ।

এখন নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রের সাহায্যে লেখা যায় যে,

বা, = ...3.2

প্রতিটি রাশিকে m দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\gamma}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$$

বা, $$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$ ...3.3

এখানে $\omega_0^2 =$ এবং $2b =$ এই দোলগতির কৌণিক কম্পাঙ্ক সূচিত করছে। কে b না লিখে $2b$ লেখা হয়েছে কারণ এর ফলে পরবর্তী পর্যায়ে 3.3 সমীকরণটির সমাধানের রূপটি সরলতর হবে।

লক্ষ্য করার বিষয় যে এই, 3.3 সমীকরণটি মুক্ত দোলগতির অবকল সমীকরণ থেকে ভিন্ন। অবমন্দন জনিত বলের জন্য সমীকরণে পদটির উপস্থিতির ফলে এই অবকল সমীকরণের যে সমাধান পাওয়া যাবে, তা স্বভাবতই মুক্ত দোলগতির ক্ষেত্রে প্রাপ্ত সমাধান থেকে ভিন্ন হবে। 3.3 সমীকরণটি একটি দ্বিতীয় মাত্রার (second order) রৈখিক (linear) সমসত্ত্ব (homogeneous) অবকল সমীকরণ এবং সমীকরণের প্রতিটি পদের সহগ (coefficient) ধ্রুবক। এই সমীকরণের সমাধান আমরা নির্ণয় করব। তার আগে একটি বিষয়ের দিকে আপনার দৃষ্টি আকর্ষণ করতে চাই। মুক্ত দোলগতির প্রত্যানয়ক বলের প্রভাবে সরণ 'x' সময়ের সঙ্গে যে ভাবে পরিবর্তিত হয়েছে তা অপরিবর্তিত বিস্তারের কম্পন সূচিত করেছে। অবমন্দন নিশ্চয়ই সেই গতিকে প্রভাবিত করবে। কী ঘটতে পারে অনুমান করতে পারেন? অবমন্দন যেহেতু বাস্তব ক্ষেত্রে দোলগতির বিস্তারকে ক্রমশ হ্রাস করে দেয়, তাই সেই ঘটনার প্রতিফলন 3.3 সমীকরণের সমাধানে থাকা প্রয়োজন। তাহলে কি আমরা আশা করতে পারি যে, 3.3 এর সমাধান একটি ক্রমহ্রাসমান

বিস্তারের দোলগতি সূচিত করবে? হ্যাঁ, নিশ্চয়ই তা খুব সঙ্গত প্রত্যাশা। কিন্তু অবমন্দনের মাত্রা অত্যধিক হয়ে গেলে কী হবে? দোলগতি কি সেক্ষেত্রে আদপেই সম্ভব হবে? আমাদের এই প্রশ্নগুলির উত্তর পাওয়ার জন্য পরবর্তী অনুচ্ছেদে আমরা সমীকরণের সমাধান নির্ণয় করে তার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যগুলি পর্যালোচনা করব। প্রসঙ্গত বলা দরকার, 3.3 সমীকরণ একটি অবমন্দিত দোলগতির গতিশীল অবস্থা সূচিত করছে আর এর সমাধানই হবে দোলগতির সময়-দূরত্ব সমীকরণ।

3.3 অবমন্দিত দোলগতির অবকল সমীকরণের সমাধান

3.3 অবকল সমীকরণটির সমাধানের জন্য আমরা সংশ্লিষ্ট গতির বাস্তব চরিত্র মনে রেখে এমন একটি পরীক্ষামূলক সমাধান (trial solution) ধরে নিয়ে এগোবো যার মধ্যে সময়ের সূচক অপেক্ষক (exponential function) আছে। কারণ, আমরা আশা করছি যে, এর সাধারণ সমাধানে একাধারে সূচক ও পর্যাবৃত্ত চরিত্র থাকবে। সূচক রাশিটি সময়ের সঙ্গে বিস্তারের হ্রাস সূচিত করবে এবং পর্যাবৃত্ত রাশি সূচিত করবে ব্যবস্থাটির কম্পনশীল চরিত্র। এক্ষেত্রে আমরা পরীক্ষামূলক সমাধান হিসেবে নিম্নলিখিত সময়-দূরত্ব সমীকরণটি নিতে পারি :

$$x(t) = ae^{\alpha t} \qquad \ldots 3.4$$

এখানে a এবং α দুটি অজ্ঞাত ধ্রুবক রাশি।

লক্ষ্য করার বিষয় যে, (3.4) সমীকরণের বাঁ দিকের রাশিটি দৈর্ঘ্য সূচিত করছে। অতএব, তার একক দৈর্ঘ্যের একক। সুতরাং, ডান দিকটির সামগ্রিক একক দৈর্ঘ্যের একক হবে। এখন e রাশির সূচক হিসেবে ব্যবহৃত সংখ্যাটি অবশ্যই একক শূন্য হবে। তাই এক্ষেত্রে αt-র কোনও একক থাকবে না। যেহেতু t-এর একক সময়ের একক বা সেকেন্ড (s) তাই 'α' এর একক হবে সময়ের বিপরীত (s^{-1})। আর তাই 3.4 সমীকরণের উভয় পাশের এককের সমতার জন্য 'a' এর একক হবে দৈর্ঘ্যের একক (m)।

3.4 সমীকরণকে পরপর দুবার অবকলন করে পাই,

$$= a\alpha e^{\alpha t}$$

$$\therefore \qquad = a\alpha^2 e^{\alpha t}$$

এই সম্পর্ক দুটি 3.3 নং সমীকরণে ব্যবহার করে পাই,

$$= 0 \qquad \ldots 3.5$$

এই সমীকরণটি 't' এর যে কোন মানের জন্যই সঠিক। তাই $e^{\alpha t} \neq 0$ (সকল 't' এর জন্য)

এবং $a \neq 0$ কারণ $a = 0$ হলে 3.4 সমীকরণ অনুযায়ী $x(t)$-র মান সর্বদাই শূন্য হবে। তাই 3.5 সমীকরণে বন্ধনীভুক্ত অংশটিই শূন্য অর্থাৎ

$$\left(\alpha^2 + 2b\alpha + \omega_0^2\right) = 0 \qquad \ldots 3.6$$

এটি α র একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। এই সমীকরণের দুটি বীজ (root) যদি α_1 এবং α_2 হয়, তাহলে দ্বিঘাত সমীকরণের তত্ত্ব অনুযায়ী লেখা যায় যে,

$$\alpha_1 = -b+\sqrt{b^2-\omega_0{}^2} \qquad \text{...3. 7a}$$

$$\alpha_2 = -b-\sqrt{b^2-\omega_0{}^2} \qquad \text{...3.7b}$$

বস্তুত এই দুটি বীজ α_1 এবং α_2-র প্রকৃতি কম্পনের বৈশিষ্ট্য নির্ধারণ করে।

α এর দুইটি মান α_1 এবং α_2-র জন্য আমরা সমীকরণের দুইটি সমাধান পাব। এই দুইটি সমাধানকে $x_1(t)$ এবং $x_2(t)$ হিসেবে চিহ্নিত করে লেখা যায় যে,

$$x_1(t) = a_1 \exp\left[-b\left(-\sqrt{b^2-\omega_0{}^2}\right)t\right] \qquad \text{... 3.8a}$$

$$x_2(t) = a_2 \exp\left[-\left(b+\sqrt{b^2-\omega_0{}^2}\right)t\right] \qquad \text{... 3.8b}$$

যে অবকল সমীকরণের 3.3 সমাধান হিসেবে x_1 এবং x_2 কে পাওয়া গেছে সেই সমীকরণটি রৈখিক। অতএব উপরিপাতের (superposition) নীতি াবলম্বন করে x_1 এবং x_2 কে যুক্ত করে একটি সাধারণ সমাধান $x(t)$ পাওয়া যায় :

$$x(t) = x_1\ (t) + x_2(t)$$

$$= \exp(-bt)\left[a_1 \exp\left\{\left(b^2-\omega_0{}^2\right)^{\frac{1}{2}} t\right\} + a_2 \exp\left\{-\left(b^2-\omega_0{}^2\right)^{\frac{1}{2}} t\right\}\right] \qquad \text{...3.9}$$

এখানে a_1 এবং a_2 দুটি স্বেচ্ছ অচর (arbitrary constant) এবং এদের মান নির্ণয় করার জন্য দোলনের প্রাথমিক শর্তাবলী (initial condition) জানা প্রয়োজন। অর্থাৎ, যে কোন সময়ে, ধরা যাক যখন $t = 0$, তখন সরণ বা গতিবেগের মান কী ছিল তা জানা থাকলে a_1, a_2 নির্ণয় করা সম্ভব।

সমীকরণে $(b^2 - \omega_0{}^2)$ অংশটি বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ। এই অংশটির মান b এবং ω_0-র তুলনামূলক মানের ওপর নির্ভর করে ধনাত্মক, ঋণাত্মক, অথবা শূন্য হতে পারে এবং এর মধ্যে দিয়ে তিনটি ভিন্ন অবস্থার সৃষ্টি হবে। এই তিনটি ক্ষেত্রে পদার্থবিদ্যার দৃষ্টিকোণ থেকে আমরা তিনটি ভিন্ন অবস্থা দেখতে পাই। গাণিতিক বিশ্লেষণের আগে এগুলির সংক্ষিপ্ত পরিচয় নেওয়া যাক।

(ক) যখন $b^2 > \omega_0{}^2$ তখন α_1 এবং α_2-র মান বাস্তব এবং কম্পনশীল ব্যবস্থাটিতে অবমন্দন খুবই বেশি। বস্তুত এই অবমন্দনের মাত্রা এতটাই যে, এর ফলে কম্পন সম্ভব হয় না। কম্পনক্ষম বস্তুটিকে তার সাম্য অবস্থান থেকে বিচ্যুত করলে তা কম্পিত না হয়ে ধীরে ধীরে সাম্য অবস্থানে ফিরে আসে। এই অবমন্দনকে আমরা 'অতি অবমন্দন' (heavy damping) বলে থাকি। 3.3.1 অনুচ্ছেদে আপনি এ বিষয়ে আরও জানতে পারবেন।

(খ) যদি $b^2 = \omega_0^2$ হয় তাহলে α_1 এবং α_2-র মান সমান অর্থাৎ $\alpha_1 = \alpha_2$ । এই ক্ষেত্রে যে ধরনের অবমন্দন লক্ষ্য করা যায় তাকে বলা হয় 'ক্রান্তীয় অবমন্দন' (critical damping)। কোনও কম্পনশীল ব্যবস্থায় ক্রান্তীয় অবমন্দন উপস্থিত থাকলে সেখানেও, কম্পন ঘটতে পারে না। তাহলে কি অতি অবমন্দনের সঙ্গে এর কোন পার্থক্য নেই? না, দুটি ক্ষেত্র কিন্তু এক নয়। এক্ষেত্রে কম্পনশীল বস্তুকে সাম্যাবস্থান থেকে বিচ্যুত করলে তা অতি অবমন্দনের তুলনায় দ্রুত সাম্যাবস্থানে ফিরে আসবে, কিন্তু তা অতিক্রম করে বিপরীত দিকে কোনও সরণ ঘটবে না, অর্থাৎ সাম্যাবস্থানে এসে তা গতিহীন হয়ে পড়বে। 3.3.2 অনুচ্ছেদে আমরা ক্রান্তীয় অবমন্দন সম্পর্কে আলোচনা করব।

(গ) যদি $b^2 < \omega_0^2$ হয় অর্থাৎ যখন α_1 এবং α_2-র মান দুটি জটিল (complex) বা কাল্পনিক (imaginary) হয়, তাহলে যে অবস্থা সূচিত হয়, পদার্থবিদ্যার দৃষ্টিকোণ থেকে তা সবচেয়ে বেশি গুরুত্বপূর্ণ। এক্ষেত্রে অবমন্দন থাকলেও কম্পন সম্ভব হয়। এই অবমন্দনকে বলা হয় লঘু *অবমন্দন* (weak damping)। বাস্তব জগতে যে সব কম্পন আমরা দেখতে পাই, তার সবগুলিতেই লঘু অবমন্দন বর্তমান। তবে লঘু অবমন্দনের ফলে সময়ের সঙ্গে কম্পনের বিস্তার তথা শক্তি ক্রমশ হ্রাস পায়। এই অবমন্দনের আরও কতগুলি বৈশিষ্ট্য আমরা প্রথমে 3.3.3 এবং পরে 3.5 অনুচ্ছেদে বিস্তারিতভাবে আলোচনা করব।

3.3.1 অতি অবমন্দন ও তার বৈশিষ্ট্যসমূহ

অতি অবমন্দনের ক্ষেত্রে $b^2 > \omega_0^2$ $(b^2 - \omega_0^2)$ রাশিটি ধনাত্মক এবং 3.7a, b সমীকরণের α_1 এবং α_2 দুটি বাস্তব সংখ্যা।

ধরা যাক, $\beta = \sqrt{b^2 - \omega_0^2}$

তাহলে 3.9 সমীকরণে উল্লিখিত অবমন্দিত কম্পনের সাধারণ সমাধান পরিবর্তিত হয়ে দাঁড়ায়

$$x(t) = \exp(-bt)[a_1 \exp(\beta t) + a_2 \exp(-\beta t)] \qquad \text{... 3.10}$$

এই সমীকরণ দ্বারা সূচিত গতি কম্পনগতি নয়। এই ধরনের গতিকে রুদ্ধ দোল (dead beat) বলা হয়। তবে কম্পন সম্পন্ন না হলেও সময়ের সঙ্গে দূরত্ব কীভাবে পরিবর্তিত হবে, তা কিন্তু নির্ভর করবে প্রাথমিক শর্তের (initial condition) ওপর। এই প্রাথমিক শর্তের সাহায্যে দুটি স্বেচ্ছ অচর a_1 এবং a_2 ও নির্ধারণ করা যায়।

যেমন ধরা যাক, প্রাথমিক অবস্থায় বস্তুটি তার সাম্যাবস্থানে রয়েছে অর্থাৎ, যখন $t = 0$, $x = 0$। এবার এর ওপর একটি ঘাত (অতি ক্ষুদ্র সময় ধরে সহসা প্রযুক্ত বৃহৎ বল) প্রয়োগ করা হল। তার ফলে প্রাথমিক সময়ে অর্থাৎ, $t = 0$-তে বস্তুটি v_0 বেগ লাভ করল। এখন এই দুটি শর্ত প্রয়োগ করা যাক।

প্রদত্ত দুটি শর্ত হল, যখন $t = 0$, $x = 0$; যখন $t = 0$, বা $v = v_0$

প্রথম শর্ত 3.10 সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$0 = a_1 + a_2 \qquad \text{... (i)}$$

3.10 সমীকরণের উভয় পক্ষকে অবকলন করলে আপনি পাবেন :

$$=$$

এখন দ্বিতীয় শর্তটি বসালে পাওয়া যাবে

$$v_0 = -b[a_1 + a_2] + \beta\,[a_1 - a_2] \qquad \text{... (ii)}$$

(i) ও (ii) ব্যবহার করে সহজেই পাওয়া যাবে

$$a_1 = - a_2 =$$

এর সাহায্যে 3.10 সমীকরণ পরিবর্তিত হয়ে দাঁড়ায়

$$x(t) =$$

$$\frac{v_0}{\beta}\phi(t)\cdot\psi(t) \qquad \text{... 3.11}$$

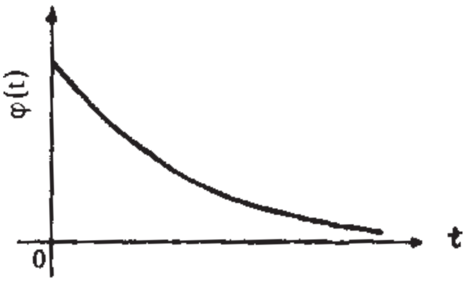
যেখানে $\phi(t) = exp\ (-bt)$

এবং $\psi\ (t) = \dfrac{\exp(\beta t) - \exp(-\beta t)}{2} = \sin\text{h}\ (\beta t)$

সমীকরণ 3.11 এ দেখা যাচ্ছে যে, $x(t)$, দুটি অপেক্ষক অর্থাৎ $\phi(t)$ এবং $\psi\ (t)$ এর গুণফলের সমান। এই দুটি অপেক্ষকের প্রথমটি অর্থাৎ $\phi(t)[= \exp\ (-bt)]$, সময়ের সঙ্গে হ্রাস পায় এবং দ্বিতীয়টি অর্থাৎ $\psi\ (t)[= \sinh(\beta t)]$, সময়ের সঙ্গে বৃদ্ধি পায়। অতি অবমন্দনের ক্ষেত্রে b এর মান β অপেক্ষা বড় হওয়ায় $\phi(t)$ এর হ্রাস পাওয়ার হার বেশি। তাই দুটি অপেক্ষকের গুণফল প্রথমে সামান্য বৃদ্ধি পেলেও তা দ্রুত হ্রাস পায়। ফলে $x(t)$ প্রথমে সময়ের সঙ্গে সামান্য বৃদ্ধি পেলেও খুব তাড়াতাড়ি তা শূন্য হয়ে যায়। 3.2 চিত্রে সময়ের সঙ্গে এই দুটি অপেক্ষকের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করার বিষয়, 3.2(b)-তে দেখানো লেখচিত্রে $\sinh(\beta t)$ সময়ের সঙ্গে বেড়ে চলে, $\sin\ (\beta t)$-র মত তার পর্যাবৃত্ত মান পাওয়া যায় না। বস্তুত এজন্য এক্ষেত্রে $x(t)$-র মানও পর্যাবৃত্ত হয় না এবং কম্পন সম্ভব হয় না। 3.2(a) চিত্রে আপনি দেখতে পাবেন যে $\phi(t)$ সময়ের সঙ্গে কমে যাচ্ছে। তবে এই কমার হার b-এর মানের ওপর নির্ভরশীল। 3.3 চিত্রে 3.11 সমীকরণ অনুযায়ী

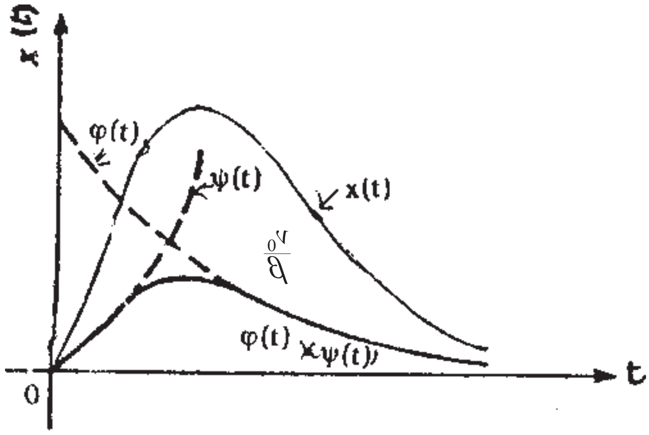
t-এর সঙ্গে $x(t)$ এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। যখন বস্তুটিকে একটি ঘাত প্রয়োগ করে সাম্যাবস্থা থেকে বিচ্যুত করা হয়, তখনকার অতি অবমন্দনজনিত সময় - দূরত্ব রেখচিত্র এখানে দেখা যাচ্ছে। এই চিত্রে দেখানো

$x(t)$ এর মান 3.2 (a) ও (b) চিত্রের দুটি অপেক্ষকও রাশির গুণনের দ্বারা পাওয়া গেছে।



চিত্র 3.2 (a)

চিত্র 3.2 (b)



চিত্র 3.3

3.3.2 ক্রান্তীয় অবমন্দন

ক্রান্তীয় অবমন্দন প্রকৃতপক্ষে অতি অবমন্দন ও লঘু অবমন্দনের সীমারেখা সূচিত করে। এই অবমন্দনের উপস্থিতিতে কোনও কম্পনক্ষম বস্তুকে যখন তার সাম্যাবস্থান থেকে বিচ্যুত করা হয়, তখন তা সর্বাপেক্ষা দ্রুত সাম্যাবস্থানে ফেরত আসে এবং সেখানেই স্থির হয়ে যায় কোনও কম্পন প্রদর্শন করে না। অবমন্দনের মাত্রা এর থেকে বেশি হলে, তাকে অতি অবমন্দন বলা হবে এবং সেক্ষেত্রেও কম্পন দেখা যাবে না, যদিও কম্পনক্ষম বস্তু অপেক্ষাকৃত বেশি সময় নিয়ে সাম্যাবস্থানে এসে স্থির হয়ে যাবে। আর অবমন্দনের মাত্রা ক্রান্তীয় অবমন্দন থেকে কম হলে, সামগ্রিক ব্যবস্থাটি একবার সাম্যাবস্থা থেকে বিচ্যুত হলে কম্পিত হতে থাকবে।

আপনার মনে হতে পারে, এই ক্রান্তীয় অবমন্দনের কোনও বিশেষ তাৎপর্য আছে কি না। ব্যবহারিক

দৃষ্টিকোণ থেকে এই অবমন্দনের কিছু বিশেষ প্রয়োগ রয়েছে। আপনি দেখে থাকবেন, দরজা ঠেলে খোলার পর তা নিজে থেকেই বন্ধ হয়ে যাওয়ার জন্য একটি বিশেষ ধরনের দরজা বন্ধ করার ব্যবস্থা (door closer) দরজায় লাগানো থাকে। এই ব্যবস্থাটিতে দরজা বন্ধের জন্য ক্রান্তীয় অবমন্দনের প্রয়োগ করা হয়। এতে দরজাটি তার বিচ্যুত অবস্থান থেকে অপেক্ষাকৃত দ্রুত সাম্যাবস্থানে ফেরে এবং তা কম্পিত হওয়ার চেষ্টা না করে স্থির হয়ে দাঁড়িয়ে যায়। অবমন্দনের মাত্রা বেড়ে গেলে দরজাটি দীর্ঘতর সময় নিয়ে বন্ধ হবে আর অবমন্দন কমে গেলে সেটি সাম্যাবস্থানের দু'পাশে দুলতে থাকবে অথবা, তার সুযোগ না থাকলে সাম্যাবস্থানে এসে সজোরে ও সশব্দে চৌকাঠে আঘাত করবে। বলা বাহুল্য, এর কোনওটিই ব্যবহারিক দৃষ্টিকোণ থেকে কাম্য নয়। অতি অবমন্দন বা ক্রান্তীয় অবমন্দনের আর একটি উদাহরণ দেওয়া যেতে পারে। আমরা পরীক্ষাগারে যে সব ভোল্টমিটার, অ্যামিটার ও টেবল গ্যালভ্যানোমিটার ব্যবহার করি অথবা টেপ রেকর্ডারে যে শব্দস্তর নির্দেশক (level indicator) থাকে, সেগুলিতে সূচক-কাঁটা ব্যবহৃত হয়। এই সূচক কাঁটার গতিতে ক্রান্তীয় অবমন্দনের ব্যবস্থা থাকে যাতে সেটি সাম্যাবস্থার দু'ধারে কম্পিত না হয়।

গাণিতিক দৃষ্টিকোণ থেকে বলা যায় যে, ক্রান্তীয় অবমন্দনের ক্ষেত্রে $b^2 - \omega_0^2 = 0$ এবং সেক্ষেত্রে সমীকরণ 3.9 পরিবর্তিত হয়ে দাঁড়ায়,

$$x(t) = (a_1 + a_2) \exp(-bt) = a \exp(-bt) \qquad ...3.12$$

এখানে $a = a_1 + a_2$

লক্ষ্য করবেন যে, 3.12 সমীকরণে একটিমাত্র স্বেচ্ছ অচর রয়েছে, অথচ আপনি জানেন যে, একটি দ্বিমাত্রার অবকল সমীকরণে দুইটি স্বেচ্ছ অচর থাকবে, যাদের মান প্রাথমিক শর্তের ওপর ভিত্তি করে পাওয়া যাবে। 3.12 সমীকরণ কিন্তু তাহলে মূল অবকল সমীকরণ 3.3 এর সমাধান নয়।

সাধারণ সমাধানটি পাওয়ার জন্য আমরা 3.10 সমাধানটিকে এভাবে লিখতে পারি :

$$x(t) = \exp(-bt)\,[a_1 \exp(\beta t) + a_2 \exp(-\beta t)]$$

$$= \exp(-bt)\left[a_1\left(1+\beta t+\frac{1}{2}\beta^2t^2+....\right)+a_2\left(1-\beta t+\frac{1}{2}\beta^2t^2+...\right)\right]$$

$$= \exp(-bt)\left[(a_1+a_2)+(a_1-a_2)\beta t+\frac{1}{2}(a_1+a_2)\beta^2t^2+...\right]$$

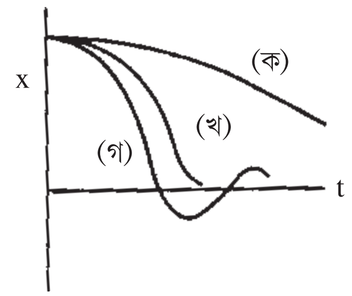
যখন $b \to \omega_0$, তখন $\sqrt{b^2-\omega_0^2}$ বা $\beta \to 0$।

এখন $\beta \to 0$ সীমায় আমরা β^2 এবং β এর তদূর্ধ্ব ঘাতগুলিকে উপেক্ষা করতে পারি। যদি $(a_1 + a_2) = p$ এবং $(a_1 - a_2)\beta = q$ লেখা হয় তবে সমাধানটি হবে :

$$x(t) = (p+qt)\ \exp\ (-bt) \qquad ...3.13$$

এখানে p এবং q দুটি স্বেচ্ছ অচর যাদের মান প্রাথমিক শর্তের ওপর নির্ভরশীল। অবকলনের সাহায্যে আপনি দেখে নিতে পারেন যে, 3.13 সমাধানটি প্রকৃতই 3.3 অবকল সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

3.4 চিত্রটিতে একই কম্পনক্ষম ব্যবস্থায় অতি, ক্রান্তীয় ও লঘু এই তিন শ্রেণীর অবমন্দনের জন্য সময়-দূরত্ব লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। লেখচিত্রে (ক) অতি অবমন্দন, (খ) ক্রান্তীয় অবমন্দন এবং (গ) লঘু অবমন্দন সূচিত করছে। এই লঘু অবমন্দন ও তার বৈশিষ্ট্যের বিষয় এবার আমরা বিস্তারিত আলোচনা করব।



চিত্র 3.4 সাম্যাবস্থা থেকে একটি কম্পনক্ষম ব্যবস্থাকে বিচ্যুত করে ছেড়ে দিলে বিভিন্ন মাত্রার অবমন্দনের ক্ষেত্রে তার সময় দূরত্ব লেখচিত্র কেমন হবে, তা এখানে দেখানো হয়েছে। তিনটি ক্ষেত্রে যথাক্রমে অতি অবমন্দন (ক), ক্রান্তীয় অবমন্দন (খ) এবং লঘু অবমন্দন (গ) সূচিত হয়েছে।

3.3.3 লঘু অবমন্দন

গাণিতিক দৃষ্টিকোণ থেকে লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রে $b^2 < \omega_0^{\ 2}$ হয়। এর ফলে 3.7(a) ও (b) সমীকরণে a_1 এবং a_2 এর মান দুটি জটিল রাশি হয়ে পড়ে।

এখন আমরা লিখতে পারি,

$$\left[b^2 - \omega_0^{\ 2}\right]^{\frac{1}{2}} = \qquad\qquad = j\omega'$$

যেখানে $j = \sqrt{-1}$ এবং $\omega' =$

লক্ষ্য করবেন যে, ω' একটি বাস্তব সংখ্যা এবং যখন এই লঘু অবমন্দনের মাত্রা অত্যন্ত কম হয়ে যায় অর্থাৎ যখন $b \to 0$ হয় তখন $\omega'=\omega_0$ অর্থাৎ ω' কম্পনক্ষম ব্যবস্থার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয়ে যায়। 3.9 সমীকরণে ω' ব্যবহার করে আমরা যে সময়-দূরত্ব সমীকরণ পাই, তা এইরকম :

$$x(t) = \exp(-bt)\,[a_1 \exp(j\omega' t) + a_2 \exp(-j\omega' t)] \qquad ...3.14$$

$\exp(\pm j\omega' t) = \cos \omega t \pm j \sin \omega' t$ সূত্র ব্যবহার করে সমীকরণ 3.14 কে লেখা যায় :

$$x(t) = \exp(-bt)\,[(a_1 + a_2) \cos \omega' t + j\,(a_1 - a_2) \sin \omega' t] \qquad ...3.15$$

এখানে a_1 এবং a_2 সাধারণভাবে দুটি জটিল রাশি মনে করা যায় এবং সমীকরণ 3.15-এর বাস্তব বা কাল্পনিক যে কোন অংশই মূল সমাধান সূচিত করতে পারে। এই দুটি অংশের যে কোনটিকেই লেখা যায়,

বা $x(t) = \exp(-bt)\,[A' \cos \omega' t + B' \sin \omega' t]$ ...3.16

যেখানে $A' = a_1 + a_2,\ B' = a_1 - a_2$

এখানে A' এবং B' উভয়েই বাস্তব রাশি এবং প্রাথমিক শর্তের সাহায্যে নির্ণয়যোগ্য। আমরা অবশ্য এখন এই রাশিগুলি নির্ণয়ের চেষ্টা করব না। আমরা 3.16 সমীকরণকে মুক্ত কম্পনের সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করার উপযোগী চেহারা দেওয়ার চেষ্টা করব। যদি আমরা ধরি যে,

$$A' = A_0 \cos \phi,\ B' = -A_0 \sin \phi$$

যেখানে $A_0 =$ এবং $\tan \phi =$

এগুলি 3.16 সমীকরণে বসিয়ে

$$x(t) = A_0 \exp(-bt)\,[\cos \phi \ \cos \omega' t - \sin \phi \ \sin \omega' t]$$

$$= A_0 \exp(-bt) \cos(\omega' t + \phi) \qquad ...3.17(a)$$

3.17 সমীকরণটি লঘু অবমন্দনের ($b^2 < \omega_0^2$) ক্ষেত্রে 3.3 অবকল সমীকরণের সাধারণ সমাধান। এখানে 3,16 সমীকরণের A' এবং B' এর পরিবর্তে A_0 এবং ϕ এই দুইটি স্বেচ্ছ অচর পাওয়া গেছে।

আপনারা এখন সহজেই 3.17 সমীকরণের সঙ্গে প্রথম এককে সরল দোলগতির যে সময় দূরত্ব সমীকরণ পেয়েছিলেন তার সঙ্গে তুলনা করতে পারবেন। এই তুলনা করতে গেলে যে বিষয়গুলি আপনার দৃষ্টি আকর্ষণ করার সেগুলি হল,

(i) এই অবমন্দিত কম্পনের কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_0 নয়, এই কম্পাঙ্ক অর্থাৎ অবমন্দনের জন্য কম্পাঙ্কের হ্রাস ঘটেছে। অবমন্দন যত লঘু হবে এই পরিবর্তন হবে ততই সামান্য।

(ii) 3.17 সমীকরণে দেখা যাচ্ছে যে, অবমন্দিত দোলনের বিস্তার হিসেবে আমরা পাই

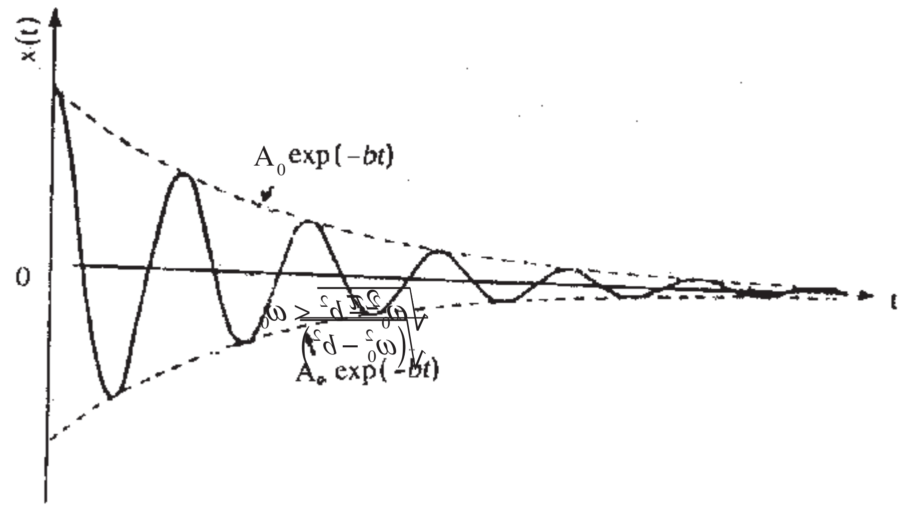
$$A(t) = A_0 e^{-bt} \qquad ...3.17(b)$$

এর অর্থ, এক্ষেত্রে বিস্তার সময়ের সঙ্গে ক্রমহ্রাসমান। দোলনের প্রাথমিক বিস্তারের সময়ের সঙ্গে e^{-bt} হারে হ্রাসপ্রাপ্তি অবমন্দিত দোলনের সবচেয়ে বড় বৈশিষ্ট্য। বস্তুত, এই বিস্তার ক্রমশ কমে যাওয়ার ফলে দোলনশীল ব্যবস্থাটির শক্তিও ক্রমশ হ্রাস পায়। অবমন্দনকারী বলের বিরুদ্ধে কার্য করাই এই হ্রাসের কারণ।

তাহলে বলা যায় যে, লঘু অবমন্দনের ফলে পরিবর্তিত কম্পাঙ্কে ক্রমহ্রাসমান বিস্তারে দোলন সম্পাদিত হয়। 3.17a সমীকরণে সময়ের গণনা যদি এমনভাবে করা হয় যাতে প্রারম্ভিক দশাকোণ $\phi = 0$ হয় তবে এই সমীকরণের রূপ হবে,

$$x(t) = A_0 \exp(-bt) \cos \omega' t$$

3.5 চিত্রে এই সমীকরণের লেখচিত্রটি দেখতে পাবেন। লেখচিত্রটির মধ্যে ড্যাশ দেওয়া রেখা দ্বারা সময়ের সঙ্গে বিস্তারের সূচক (exponential) হারে পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। মূল লেখচিত্রটি ক্রমহ্রাসমান বিস্তারের দোলনগতি সূচিত করছে।



চিত্র 3.5 লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রে সময় দূরত্ব লেখচিত্র।
অসন্তত (broken) রেখা সময়ের সঙ্গে
বিস্তারের পরিবর্তন দেখাচ্ছে।

অবমন্দিত দোলনের দোলনকাল T' হলে লেখা যায় যে,

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \qquad = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\gamma^2}{4m^2}}} \qquad ...3.18$$

3.18-এ দেখা যাচ্ছে যে, অবমন্দিত দোলনের দোলনকাল অবমন্দিত দোলনকালের থেকে বেশি কারণ $b > 0$ এবং । আবার লক্ষ্য করুন যে $b = 0$ হলে উভয় ক্ষেত্রে T এর মান অনবমন্দিত

দোলনকালের সমান হয়। কারণ $b = 0$-র অর্থ দোলন অবমন্দনহীন। অতএব তা সঙ্গত কারণেই অনবমন্দিত (undamped) দোলনকালের সমান। আবার অবমন্দনের জন্য দোলনকাল দীর্ঘয়িত হওয়ার বিষয়টিও প্রত্যাশিত, কেন না বাধার বিরুদ্ধে একই পথ অতিক্রম করতে গিয়ে সময় বেশি লাগছে।

আমরা এখন পর্যন্ত যা আলোচনা করেছি তা আরও ভাল করে বোঝবার জন্য একটি গাণিতিক প্রশ্ন উত্থাপন করা যাক। আপনারা এই অনুশীলনীটি করার চেষ্টা করুন। প্রয়োজনে আগের কয়েকটি পৃষ্ঠার বিষয়বস্তু আরও একবার দেখে নিন।

অনুশীলনী -1 :

লঘু অবমন্দিত একটি স্প্রিং-ভর ব্যবস্থার বিস্তার $.08m$ থেকে $.02m$ নেমে আসতে 160s সময় নেয়। এই সময়ের মধ্যে যদি ব্যবস্থাটি 80টি কম্পন সম্পন্ন করে থাকে তাহলে এই দোলনের দোলনকাল কত? এই দোলনকাল অনবমন্দিত দোলনকালের থেকে কতটা ভিন্ন? আমরা কি এই পার্থক্যকে উপেক্ষা করতে পারি?

3.4 লঘু অবমন্দিত দোলকের মোট শক্তি

লঘু অবমন্দনের জন্য যখন কম্পনশীল ব্যবস্থার বিস্তার ক্রমাগত হ্রাস পায়, তখন ব্যবস্থাটির শক্তিরও ক্ষয় হতে থাকে। অবশ্য এই শক্তি কত দ্রুত ক্ষয়িত হবে তা নির্ভর করে ব্যবস্থাটিতে উপস্থিত অবমন্দনের উপর। এই পর্যায়ের প্রথম এককে আপনারা দেখেছেন যে কোন মুক্ত বা অনবমন্দিত দোলগতির ক্ষেত্রে মোট শক্তি E কে লেখা যায়,

$$E = \qquad \qquad ...3.19$$

এখানে $\omega_0^2 =$ বা $k = m\omega_0^2$

এবং k কে কম্পনশীলব্যবস্থাটির স্প্রিং-গুণাঙ্ক (Spring factor) বলা হয়। এক্ষেত্রে কোন অবমন্দন উপস্থিত না থাকায় A সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয় না, অর্থাৎ A একটি ধ্রুবক।

কিন্তু অবমন্দিত দোলনের ক্ষেত্রে A ধ্রুবক নয় এবং আমরা জানি যে, কোন সময়ের বিস্তার A দোলনের প্রারম্ভিক বিস্তার A_0-র থেকে সূচক হারে হ্রাস পায় অর্থাৎ

$$A = A_0 e^{-bt}$$

যেহেতু দোলনের মোট শক্তি E বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক, তাই লেখা যায় যে,

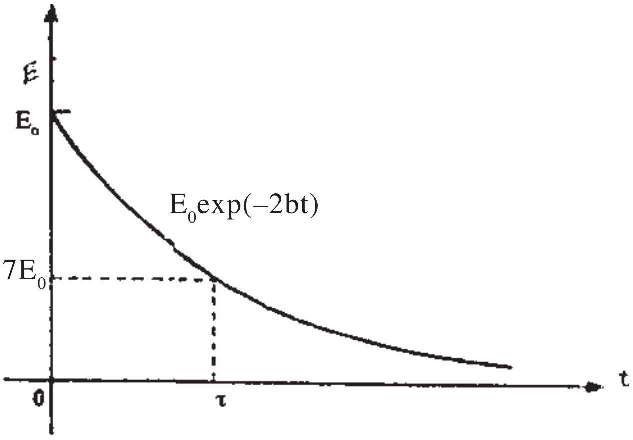
$$E \propto A^2$$

$$\text{বা} \quad E \propto [A_0 e^{-bt}]^2$$

$$\text{বা} \quad E = C\, A_0^2 e^{-2bt} = E_0 e^{-2bt} \qquad ...3.20$$

এখানে C একটি ধ্রুবক রাশি (ভেদীয় ধ্রুবক) এবং $CA^2 = E_0$ যেখানে E_0 প্রারম্ভিক শক্তি সূচিত করছে।

3.20 সমীকরণে দেখা যাচ্ছে যে, মোট শক্তি E লঘু অবমন্দিত দোলনের ক্ষেত্রে সময়ের সঙ্গে সূচক হারে হ্রাস পায়। তবে এই হ্রাস বিস্তারের হ্রাসের তুলনায় দ্রুততর কারণ বিস্তারের হ্রাসের হার e^{-bt} কিন্তু মোট শক্তির হ্রাসের হার e^{-2bt}।



চিত্র 3.6 লঘু অবমন্দন - সহ কম্পনে সময়ের সঙ্গে শক্তির হ্রাস।

3.6 নং চিত্রে সময়ের সঙ্গে মোট শক্তি E এর পরিবর্তনের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করুন যে, এই লেখচিত্রটি সময়ের সঙ্গে বিস্তারের পরিবর্তনের লেখচিত্রের (চিত্র 3.5 এর ড্যাশ দেওয়া রেখা) তুলনায় বেশি নতিবিশিষ্ট। যার অর্থ, শক্তির হ্রাস ঘটছে দ্রুততর হারে।

প্রথম এককের 1.9 সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করলে দেখা যাবে যে, মোট শক্তি E =

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 A_0^{\,2} e^{-2bt}$$

সুতরাং, 3.20 সমীকরণের C ধ্রুবকটি আসলে $\frac{1}{2}m\omega^2$ । এবার আপনি আর একটি অনুশীলনীর উত্তর দিয়ে নিতে পারেন।

অনুশীলনী -2 :

একটি স্প্রিং-ভর ব্যবস্থায় স্প্রিং-ধ্রুবক $2Nm^{-1}$ যুক্ত ভরটি $2kg$ এবং ক্রিয়াশীল অবমন্দন বল 0.4 Nsm^{-1}

(i) ভরটির গতি কি কম্পনযুক্ত (oscillatory)?

(ii) একক গতিবেগে কত অবমন্দন বলের জন্য গতিটি ক্রান্তীয়ভাবে অবমন্দিত হবে?

(iii) স্প্রিং ধ্রুবক ও অবমন্দন বল প্রদত্ত মানে থাকলে কোন ভরের জন্য ক্রান্তীয় অবমন্দন পাওয়া যাবে?

(iv) প্রাথমিক শক্তি ক্ষয়িত হয়ে এক তৃতীয়াংশ মানে পৌঁছতে কত সময় লাগবে?

3.5 অবমন্দিত দোলনের কয়েকটি বৈশিষ্ট্য

আপনি এখন জানেন যে, কেবলমাত্র লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রেই কম্পন পাওয়া সম্ভব এবং অবমন্দনের ফলে কম্পনের বিস্তার সময়ের সঙ্গে ক্রমশ হ্রাস পায়। বাস্তব জগতের কম্পনশীল ব্যবস্থায় কেবলমাত্র লঘু অবমন্দন

উপস্থিত থাকলেও, সেই অবমন্দনের কেবলমাত্র গুণগত পরিচয় নয়, তার পরিমাণগত পরিচয়ও অত্যন্ত প্রয়োজনীয়। তাই অবমন্দনকে প্রাথমিকভাবে লঘু হিসাবে চিহ্নিত করার পরে, তার আরও পরিচয় দেওয়ার জন্য আমরা লঘু অবমন্দনের কতগুলি বৈশিষ্ট্যের দিকে নজর দিই।

সাধারণত লঘু অবমন্দনের বৈশিষ্ট্য চিহ্নিত করার জন্য অবমন্দনের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট তিনটি বিষয়ের গণনা করা হয়ে থাকে। এগুলির মান আমাদের লঘু অবমন্দনের পরিমাণ সম্পর্কে ধারণা দেয় এবং দুটি ভিন্ন ক্ষেত্রে উপস্থিত লঘু অবমন্দনের পরিমাণগত তুলনা করার সুযোগ দেয়। যে তিনটি রাশি এজন্য বিশেষভাবে গণনা করা হয় সেগুলি হল,

(ক) লগীয় হ্রাস (Log decrement) (λ)

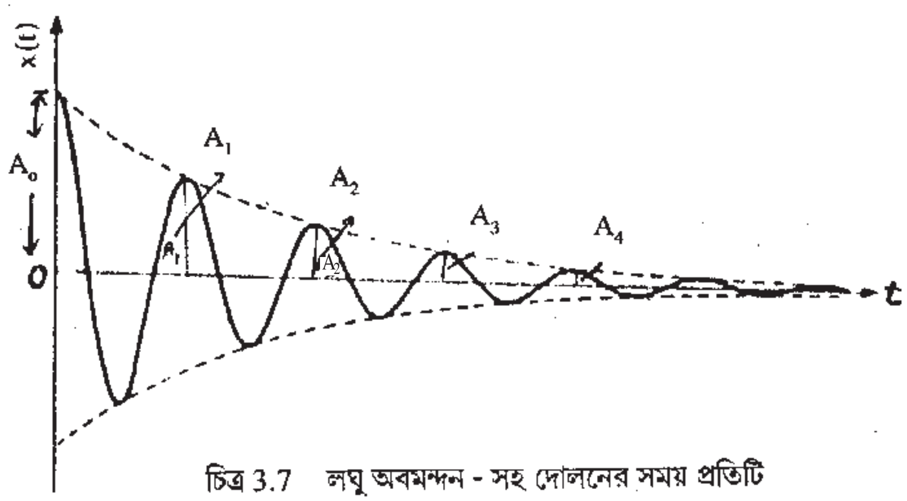
(খ) শ্লথন কাল (Relaxation time) (τ)

(গ) Q (কিউ) গুণাঙ্ক (Q - factor) (Q)

এই রাশিগুলির একটির বা একাধিকের গণনার মাধ্যমে আমরা অবমন্দনের বৈশিষ্ট্য বুঝতে পারি। কখন, কোন রাশিটি গণনা করা সুবিধাজনক, তা কম্পনক্ষম ব্যবস্থাটির ওপর নির্ভর করে। এখন এই তিনটি রাশির গণনার প্রক্রিয়া নিয়ে আলোচনা করব।

3.5.1 লগীয় হ্রাস

লঘু অবমন্দনের মাত্রা পরিমাপের সবচেয়ে সুবিধাজনক উপায় হচ্ছে, কোনও বাস্তব কম্পনের বিস্তার সময়ের সঙ্গে কী হারে হ্রাস পায়, তা নির্ণয় করা। লগীয় হ্রাসের গণনার মাধ্যমে এটা করা সম্ভব। লগীয় হ্রাস (λ) বলতে একটি পূর্ণ দোলনের প্রারম্ভিক ও অন্তিম বিস্তারের অর্থাৎ, যথাক্রমে দোলনটি শুরু ও শেষ হওয়ার পর বিস্তারের অনুপাতের প্রাকৃত লগারিদম্‌কে (natural logarithm) বোঝায়। একটি পূর্ণ দোলনের ঠিক শুরুর ও শেষের বিস্তার অবমন্দনের জন্যই ভিন্ন হয়, তাই এই অনুপাতের লগারিদম্ অর্থাৎ, লগীয় হ্রাস থেকে অবমন্দন সম্পর্কে একটি চমৎকার পরিমাণগত ধারণা পাওয়া যায়।



চিত্র 3.7 লঘু অবমন্দন - সহ দোলনের সময় প্রতিটি দোলনের শুরুর ও শেষের বিস্তার ভিন্ন হয়।

3.7 চিত্রে আবার লঘু অবমন্দনযুক্ত কম্পনের সময় দূরত্ব লেখচিত্রটি দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করুন যে, পরপর তিনটি দোলনের ক্ষেত্রে একই দিকে বিস্তার যথাক্রমে A_0, A_1 এবং A_2। যে দোলনের প্রারম্ভিক বিস্তার ছিল A_0, একটি দোলন পূর্ণ হওয়ার সঙ্গে তা কমে হয়েছে A_1 এবং A_1 বিস্তার নিয়ে যে দোলন শুরু হয়েছে একটি পূর্ণ দোলনের শেষে তা হয়ে গেছে A_2। এখন আমরা জানি যে, লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রে

$A(t) = A_0 e^{-bt}$ (সমীকরণ 3.17 (a))

এক্ষেত্রে A_0 থেকে বিস্তার A_1 এ আসতে একটি পূর্ণ দোলনের সময় নিচ্ছে। তাই এক্ষেত্রে সময় t ঐ কম্পনের দোলনকালের (T) সমান। অতএব 3.17(a) সমীকরণ ব্যবহার করে লেখা যায় যে,

বা $\frac{A_0}{A_1} = \exp(bT)$

এখন আমরা সমীকরণ 3.3 থেকে জানি যে,

$2b = \frac{\gamma}{m} \therefore b =$

সুতরাং লেখা যায় যে,

$= \exp$ ...3.21

এই অনুপাতকে হ্রাস (decrement) d বলা হয় এবং এই অনুপাতের প্রাকৃত লগারিদম্‌কে আমরা লগীয় হ্রাস (logarithmic decrement) বলি।

সুতরাং, লগীয় হ্রাস λ কে লেখা যায়।

$\lambda =$ $= bt =$ ...3.22

যেহেতু $A_0 > A$, লগীয় হ্রাস λ একটি ধনাত্মক রাশি। এখন আমরা বলতে পারি যে, λ রাশিটি অবমন্দন b এবং ব্যবস্থাটির দোলনকাল T এর ওপর নির্ভরশীল।

আপনি কি লক্ষ্য করেছেন যে, হ্রাস বা একই দিকে নেওয়া একটি পূর্ণ দোলনকালের ব্যবধানে দুটি বিস্তারের অনুপাত সর্বদাই সমান? আমরা এখানে হ্রাস হিসেবে অনুপাতকে চিহ্নিত করলেও বা একইভাবে

, প্রভৃতি অনুপাত ও হ্রাসের (d) সমান এবং প্রতিক্ষেত্রেই $\log_e d$ এর মান লগীয় হ্রাস সূচিত করে।

যেমন,

$$= \qquad = \exp(bt) = d$$

$$\therefore \quad \lambda = \ln\frac{A_1}{A_2} = \ln d = \text{bt} \qquad ...3.23$$

(লগীয় হ্রাসের আরেকটি বিকল্প ও ব্যবহারিক দিক থেকে সুবিধাজনক সংজ্ঞা রয়েছে। এই এককের অন্তর্ভুক্ত সর্বশেষ প্রশ্নাবলীর 4 নং প্রশ্নটির উত্তর করার চেষ্টা করুন, সেখানে বিষয়টি আলোচিত হয়েছে।)

3.5.2 শ্লথন কাল

লঘু অবমন্দন সংবলিত দোলনে সময়ের সঙ্গে যে বিস্তারের সূচক হ্রাস হয়, তা আমরা আগেই দেখেছি। একথাও আমাদের জানা আছে যে, কোনও সূচক হ্রাসের ক্ষেত্রে ক্রমহ্রাসমান রাশিটি কোনও পরিমাপযোগ্য সসীম সময়ে শূন্য মানে পৌঁছয় না। অবমন্দনের পরিমাপ করার জন্য তাই দোলনের বিস্তার কোনও নির্দিষ্ট অনুপাতে হ্রাস পেতে কতটা সময় লাগে সেটি নির্ণয় করা হয়।

সাধারণত কোনও ভৌত রাশি যখন সূচক হারে হ্রাস পায়, তখন ভৌত রাশিটি তার প্রাথমিক বা সর্বোচ্চ মানের e^{-1} অংশে অর্থাৎ, 36.8 শতাংশে পৌঁছতে যে সময় নেয়, তার হিসাব করা হয়। এই সময়টিকে বলা হয় অবমন্দিত দোলনের *শ্লথনকাল* (relaxation time)। 3.6 চিত্রে এই শ্লথনকালটি দেখানো হয়েছে। একে লেখা হয় τ (টাউ) হিসেবে।

যে অবমন্দনের ক্ষেত্রে শ্লথনকাল তুলনায় দীর্ঘতর অর্থাৎ, যেক্ষেত্রে প্রাথমিক বা সর্বোচ্চ বিস্তার তার 36.8 শতাংশে পরিণত হতে অপেক্ষাকৃত বেশি সময় নেয়, বোঝা যায় যে সেখানে অবমন্দনের মাত্রা কম। শ্লথনকাল যত ছোট হয়, অবমন্দনের মাত্রাও হয় তত বেশি। তাই শ্লথনকাল নির্ণয়ের মধ্যে দিয়ে অবমন্দনের পরিমাপ করা যায়। অবশ্য এটি মনে রাখতে হবে যে, শ্লথনকালের ধারণা কেবলমাত্র লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।

শ্লথনকাল গণনার জন্য এবার 3.17(a) সমীকরণে ফিরে যাওয়া যাক। ঐ সমীকরণ অনুযায়ী t সময়ে লঘু অবমন্দিত দোলনের বিস্তার $A(t) = A_0e^{-bt}$

এখান থেকে দেখা যাচ্ছে, যদি $t = \tau$ (শ্লথন কাল) হয় তবে $A(\tau) = A_0e^{-b\tau} = A_0e^{-1}$

$$\therefore \; \text{b}\tau = 1$$

অর্থাৎ, $\tau = \quad =$ ...3.24

এখানে দেখা যাচ্ছে যে, τ হচ্ছে b এর বিপরীত রাশি। অতএব b এর মান যত বড় হবে, τ এর মান তত ছোট হবে। আবার b এর মান বড় হওয়ার অর্থ অবমন্দনের মাত্রা বৃদ্ধি। তাই ছোট শ্লথন কাল অধিকতর অবমন্দন সূচিত করে এবং তা আগেও উল্লেখ করা হয়েছে। লক্ষ্য করবেন যে, শ্লথন কাল (τ) কেবলমাত্র b এর ওপর নির্ভরশীল। কিন্তু লগীয় হ্রাস (τ)b এবং দোলনকাল T এর ওপর নির্ভর করে। তাই অবমন্দনের মাত্রা বোঝানোর জন্য τ বা λ র কোনটি ব্যবহার করা হবে তা ক্ষেত্রবিশেষ এবং আমাদের প্রাপ্তব্য তথ্যের দিকে লক্ষ্য রেখে নির্ধারিত করতে হবে।

3.5.3 কিউ (Q) - গুণাঙ্ক

কিউ (Q)- গুণাঙ্ক (Q - factor বা quality factor) নামে পরিচিত একটি বিশেষ রাশি গণনার মাধ্যমেও অবমন্দনের পরিমাণ নির্দেশ করা যায়।

ধরা যাক, কোনও একটি কম্পনশীল ব্যবস্থায় E_0 হচ্ছে অনবমন্দিত অবস্থার মোট শক্তি। এখন এই ব্যবস্থাটিতে অবমন্দন উপস্থিত থাকলে এই শক্তি ক্রমাগত হ্রাসপ্রাপ্ত হয়। এই শক্তি, আমরা জানি যে, সূচক হারে কমতে থাকে এবং কিছু সময় পরে তা E_0-এর মানের e^{-1} অংশ বা প্রায় 37 শতাংশে পরিণত হয়। এই সময়ের মধ্যে ব্যবস্থাটি কয়েকটি দোলন সম্পন্ন করবে। একটি দোলন সম্পন্ন করার অর্থ দশাকোণের 2π রেডিয়ান অতিক্রম করা। এভাবে E_0 তার 37 শতাংশে নেমে আসার সময়টুকুর মধ্যে (যা প্রকৃতপক্ষে ব্যবস্থাটির শ্লথন কাল, τ এর অর্ধেকের সমান) বস্তুটির কম্পনের দশাকোণ যত রেডিয়ান অতিক্রম করেছে, তা ঐ ব্যবস্থাটির কিউ -গুণাঙ্কের পরিমাপক।

3.20 সমীকরণ থেকে বোঝা যায় যে, E_0 তার 37 শতাংশ বা $E_0 e^{-1}$ মানে পৌঁছতে t সময় নিলে,

$$t = \quad = \qquad \text{...3.25}$$

যেহেতু অবমন্দিত দোলনের কৌণিক কম্পাঙ্ক ω', t সময়ে কম্পনশীল ব্যবস্থাটি যত রেডিয়ান অতিক্রম করেছে তার পরিমাণ দাঁড়ায় $\omega' \times t$

যেহেতু এই সংখ্যাটিই কিউ-গুণাঙ্ক হিসাবে সংজ্ঞায়িত হয়েছে, তাই বলা যায় যে,

কিউ - গুণাঙ্ক $Q = \omega' t = \quad = \quad =$ ...3.26

3.26 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, কিউ - গুণাঙ্ককে শ্লথন কালের সাহায্যে প্রকাশ করা যায় অর্থাৎ, দুটি রাশি সম্পর্কযুক্ত। আরও লক্ষ্য করার বিষয় এই যে, কিউ- গুণাঙ্কে Q একটি এককহীন বিশুদ্ধ সংখ্যা।

আপনি যদি 3.3 সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা বিষয়ক আলোচনায় একটু ফিরে যান, তাহলে দেখতে পাবেন যে γ হচ্ছে অবমন্দন গুণাঙ্ক। γ -এর বৃহত্তর মান অধিকতর অবমন্দন সূচিত করে। আবার অত্যন্ত লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রে γ -এর মান খুবই কম হয় এবং সেক্ষেত্রে 3.2 সমীকরণের Q -এর মান খুবই বড় হয়। সুরশলাকার কম্পনের ক্ষেত্রে Q গুণাঙ্কের মান মোটামুটিভাবে কয়েক হাজারের মত এবং সেখানে অবমন্দন খুবই কম।

বস্তুত 3.26 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে, অনবমন্দিত দোলকের ক্ষেত্রে, যেখানে অবমন্দন অনুপস্থিত থাকায় $\gamma = 0$, Q গুণাঙ্কের মান হবে অসীম। তবে প্রকৃতপক্ষে কোনও দোলকের ক্ষেত্রেই অবনমন্দন গুণাঙ্কের মান শূন্য হয় না। ফলে Q এর মানও সসীম থাকে।

অবমন্দনের মাত্রা খুবই কম হলে যখন ধরে নেওয়া যায় যে $\omega_0{}^2 >> b^2$, তখন অবমন্দনের ফলে পরিবর্তিত কৌণিক কম্পাঙ্ক ω' কে লেখা যায়

$$\omega' \approx \omega_0 =$$

এর ফলে Q - এর মান দাঁড়ায়

$$Q = \quad = \quad . \quad = \quad = \qquad \ldots 3.27$$

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে Q - এর মান স্প্রিং-ধ্রুবকের বর্গমূলের সঙ্গে সমানুপাতিক এবং γ এর ব্যস্তানুপাতিক হয়। প্রণোদিত দোলন (forced vibration) ও অনুনাদ (resonance) এর ক্ষেত্রে Q - গুণাঙ্কের বিশেষ তাৎপর্য ও গুরুত্ব আছে। এ বিষয়ে আপনি পরবর্তী চতুর্থ এককে জানতে পারবেন। Q - গুণাঙ্কের বিকল্প সংজ্ঞা সম্বন্ধে সেখানে আলোচনা হবে। এখানে বেশ কয়েকটি বিষয় আমরা আলোচনা করলাম। আসুন এবার বোধহয় দু'-একটি অনুশীলনীর মুখোমুখি হতে আপনার ভালোই লাগবে।

অনুশীলনী -3 :

একটি ভরহীন স্প্রিং-এর সঙ্গে যুক্ত 200g ভরের দোলনকাল 0.25। ভরটির দোলনের বিস্তার তার প্রাথমিক মানের এক-চতুর্থাংশে নেমে আসতে 100s সময় নেয়। ব্যবস্থাটির অবমন্দন গুণাঙ্ক γ, শ্লথন কাল, Q - গুণাঙ্ক এবং স্প্রিংটির স্প্রিং-ধ্রুবক নির্ণয় করুন। এক্ষেত্রে লগীয় হ্রাসের মান কত?

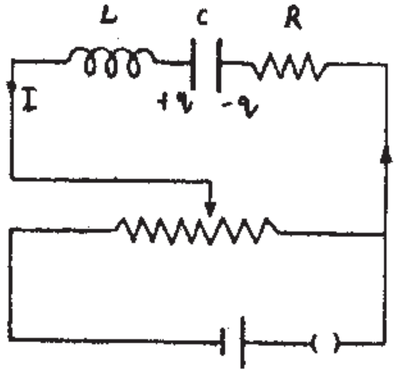
অনুশীলনী - 4 :

341 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সুরশলাকার Q - গুণাঙ্ক 1800। সুরশলাকাটির প্রারম্ভিক শক্তি হ্রাস পেয়ে 20 শতাংশ হতে কত সময় লাগবে?

3.6 অবমন্দিত দোলনের উদাহরণ : শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত আবেশ, ধারক ও রোধসহ বর্তনী

আপনারা এই পর্যায়ের প্রথম এককে দেখেছেন যে, একটি রোধহীন বর্তনীতে যখন একটি আবেশ (L) এবং ধারক (C) শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত থাকে এবং বর্তনীতে একটি ব্যাটারি যোগ করে ধারককে সম্পূর্ণ আহিত করে সরিয়ে নেওয়া হয়, তখন ধারকের ঐ আধান একটি সরল দোলগতি প্রদর্শন করে। কিন্তু ভেবে দেখুন, বাস্তব ক্ষেত্রে কি রোধহীন বর্তনী পাওয়া সম্ভব? আমরা যদি সেখানে সচেতনভাবে কোনও রোধ (R) যুক্ত নাও করি, তাহলেও আবেশটি যে পরিবাহী দ্বারা তৈরি, তার নিজস্ব রোধ এবং সংযোগ তারের (connecting wire) রোধ বর্তনীতে অন্তর্ভুক্ত হবে। তাই L - C - R বর্তনীই প্রকৃতপক্ষে একটি বাস্তব বর্তনী এবং আমরা এখানে তার আচরণ বিশ্লেষণ করে দেখব যে, সমপ্রবাহের উৎসযুক্ত হয়ে ধারককে সম্পূর্ণভাবে আহিত করার পরে উৎসটিকে সরিয়ে নিলে ঐ বর্তনীতে সময়ের সঙ্গে আধান কী রকম পরিবর্তন দেখায়। চিত্র 3.8 এ একটি L - C - R বর্তনী দেখানো হয়েছে। প্রথম এককের 1.4.6 অংশের সমীকরণ = 0 পরিবর্তিত হয়ে দাঁড়াবে

$$\frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} + RI = 0$$



চিত্র 3.8 শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত আবেশক (L), ধারক (C) এবং রোধক (R) - সহ বর্তনী।

যেহেতু, $I = +\frac{dq}{dt}$, এই সমীকরণটি সাজিয়ে নিয়ে লেখা যায়,

= 0 ...3.28

উভয় পক্ষকে L দিয়ে ভাগ করে পাই,

= 0 ...3.29

এই সমীকরণটি 3.3 সমীকরণের অনুরূপ। আমরা 3.3 সমীকরণের সঙ্গে তুলনা করে পাই,

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ এবং b =

অর্থাৎ, বর্তনীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক নির্ধারণ করে L এবং C, এবং অবমন্দন নিয়ন্ত্রিত হয় R এবং L-এর দ্বারা। -র একক হবে s^{-2} এবং এর একক হবে s^{-1}, বা ω_0-র অনুরূপ।

একইভাবে 3.3 সমীকরণের লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রে সমাধানের সঙ্গে তুলনা করে বলা যায় যে, যখন এই বর্তনীতে $b << \omega_0$ অর্থাৎ $R <<$, তখন সময়ের সঙ্গে ধারকের আধানের পরিবর্তন নিম্নলিখিত সমীকরণ অনুযায়ী হবে,

$q(t)$ = ...3.30

যেখানে কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_1 হচ্ছে,

ω_1 = = ...3.31

অতএব, এখানেও দেখা যাচ্ছে যে, q সময়ের সঙ্গে সূচক হারে হ্রাস পায়, আবার cos $(\omega_1 t+\phi)$ -এর জন্য আন্দোলিত হয়। L - C - R বর্তনীতে, R বৃদ্ধি করলে অবমন্দন বৃদ্ধি পায় এবং R এখানে অবমন্দন গুণাঙ্ক γ এর ভূমিকা পালন করে। L এর ভূমিকা 3.3 সমীকরণের ভরের সমতুল, কারণ 3.3 সমীকরণে $2b$

$= \frac{\gamma}{m}$ এবং 3.30 সমীকরণে $2b =$ ।

3.30 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, মোক্ষণের (discharge) সময় আধানের মানের বিস্তার সূচক হারে হ্রাস পাবে।

লক্ষ্য করুন, আধানের কম্পন সম্ভব হওয়ার জন্য $R <$ হওয়া প্রয়োজন। কিন্তু R যদি -এর তুলনায় উপেক্ষণীয় হয়ে যায়, তাহলে মোক্ষণের কম্পাঙ্ক ω_1 এবং ω_0 প্রায় সমান হয়ে যায়, অর্থাৎ তখন

$\omega_1^2 \cong \omega_0^2 =$

বস্তুত, আমরা এখানে বর্তনীর Q - গুণাঙ্ক হিসাবে L ও C -র হিসাবে Q-গুণাঙ্কের একটি রাশিমালা পেতে পারি। আপনি এটি নিজে করে দেখতে পারেন।

L - C - R বর্তনীতে রোধ R -এর দিকে বিশেষ দৃষ্টি দেওয়ার প্রয়োজন রয়েছে। রোধই বর্তনীতে অবমন্দনের সঞ্চার করে। রোধের মান বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে অবমন্দন বৃদ্ধি পায়। রোধের মান অতিক্রম করলে বর্তনীটি অতি অবমন্দিত হয়, সেটিতে আর কম্পন ঘটে না। এবারের অনুশীলনীটি $L - C - R$ বর্তনী সংক্রান্ত।

অনুশীলনী - 5 :

একটি $L - C - R$ বর্তনীতে $L = 5mH$ এবং $C = 1\mu F$। যদি দুটি ক্ষেত্রে R যথাক্রমে 2Ω এবং 100Ω, হয় তবে আধানের কম্পন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক ও গুণাঙ্ক উভয় ক্ষেত্রে কত হবে?

3.7 সারাংশ

এই এককে যে বিষয়গুলি সম্বন্ধে আলোচনা করা হল। সেগুলি হল—

1. বাস্তব জগতের দোলনে অবমন্দন উপস্থিত থাকে এবং অবমন্দনের ফলে দোলনের বিস্তার ও শক্তি সময়ের সঙ্গে হ্রাস পায়।

2. অবমন্দিত দোলগতির অবকল সমীকরণ হিসাবে

$= 0$ সমীকরণটি পাওয়া যায়।

এখানে $2b = \frac{\gamma}{m}$,   । γ = একক বেগ পিছু অবমন্দনকারী বলের পরিমাণ, k = একক সরণ পিছু প্রত্যানয়ক বলের পরিমাণ।

3. বিভিন্ন মাত্রার অবমন্দনের ক্ষেত্রে অবকল সমীকরণের সমাধানের রূপটি ভিন্ন হয়। কেবলমাত্র লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রে দোলগতি লক্ষ্য করা যায় এবং পদার্থবিদ্যার দৃষ্টিকোণ থেকে এই শ্রেণীর অবমন্দন সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ। লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রে সমাধানটি লেখা যায়,

$$x(t) = A_0 e^{-bt} \cos (\omega' t + Q)$$

যেখানে, ω' =

অতি বা ক্রান্তীয় অবমন্দনের ক্ষেত্রে দোলগতি সম্ভবপর হয় না।

4. অবমন্দিত দোলগতির ক্ষেত্রে বিস্তার ও শক্তি সময়ের সঙ্গে সূচক হারে পরিবর্তিত হয়। যেমন

$$A = A_0 e^{-bt}$$

এবং $E = E_0 e^{-2bt}$

এখানে, E মোট শক্তি এবং A_0 ও E_0 যথাক্রমে দোলনের প্রারম্ভিক বিস্তার ও মোট শক্তি।

5. লঘু অবমন্দনের ফলে দোলনকালও পরিবর্তিত হয়। যদিও $b << \omega_0$ হলে এই পরিবর্তন অতি সামান্য হয় এবং প্রায়শই তা অগ্রাহ্য করা হয়। লঘু অবমন্দনের ফলে যে দোলনকাল পাওয়া যায় তা হল,

T =   =

6. লঘু অবমন্দনের মাত্রা পরিমাণগতভাবে নির্দেশ করার উদ্দেশ্যে কয়েকটি রাশি ব্যবহার করা হয়। এগুলি হল, লগীয় হ্রাস (λ), শ্লথন কাল (τ) এবং কিউ (Q) -গুণাঙ্ক। এই রাশিগুলি b, t, ω প্রভৃতির সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

7. আবেশ (L), ধারক (c) এবং রোধ (R) শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত এমন বর্তনীতে ব্যাটারি বা কোনও সম বিভব উৎস যুক্ত করে ধারকটিকে পূর্ণ আহিত করার পর ব্যাটারি বা উৎসটিকে বিচ্ছিন্ন করলে ধারকের আধান সময়ের সঙ্গে হ্রাস পায় এবং অবমন্দিত দোলগতি প্রদর্শন করে। এই অবমন্দন বর্তনীর রোধের ওপর নির্ভরশীল।

3.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. ভরহীন এবং $8Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে একটি দৃঢ় বিন্দু থেকে ঝুলিয়ে তার নিচে 0.2 kg ভর যুক্ত করা হল। দেখা গেল যে, স্প্রিং-এর সঙ্গে যুক্ত ভরটি অবমন্দিত দোলনে আন্দোলিত হচ্ছে

এবং তার শক্তি প্রাথমিক শক্তির 37 শতাংশ নেমে আসতে 40s সময় নিচ্ছে। অবমন্দন গুণাঙ্ক, লগীয় হ্রাস এবং শ্লথন কাল এক্ষেত্রে কত? ব্যবস্থাটির Q-গুণাঙ্ক গণনা করুন।

2. একটি সরল দোলকের বিস্তার 4^o থেকে 3^o তে হ্রাস পাওয়ার সময় 30টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন হয়। দোলকের দোলনকাল 2.2s হলে শ্লথন কাল ও লগীয় হ্রাস গণনা করুন।

3. $L- C - R$ শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত একটি বর্তনীতে $L = 15mH$, $C = 3\mu F$ এবং $R = 10\Omega$। এই বর্তনীতে একটি ব্যাটারি যুক্ত করে ধারকটিকে পূর্ণ আহিত করার পর ব্যাটারিটিকে বিচ্ছিন্ন করা হল। এখন ধারকের আধানের হ্রাস কী কম্পন গতি প্রদর্শন করবে? আধানের বিস্তারের পরিমাণ কত সময়ে অর্ধেক হবে? R এর ন্যূনতম কোন মানের জন্য আধানের হ্রাস কম্পন গতিতে সম্ভবপর হবে না?

4. 3.5.1 অনুচ্ছেদে আপনি দেখেছেন যে, লগীয় হ্রাস λ নির্ণয়ের জন্য কীভাবে পর পর দুটি কম্পনের বিস্তার ও তাদের অনুপাতকে ব্যবহার করা হয়েছে। কিন্তু ব্যবহারিক ক্ষেত্রে যখন পরীক্ষামুলক ভাবে λ -র মান নির্ণয় করতে হয়, তখন আরও নির্ভরযোগ্য মান পাওয়ার জন্য সাধারণত এমন দুটি কম্পনের বিস্তারকে বিচার করা হয়, যাদের মধ্যে ‘n’ ($n > 1$) সংখ্যক পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হয়েছে। যদি a_0 এবং a_n এক্ষেত্রের প্রথম ও $(n+1)$ তম কম্পনের বিস্তার হয়, তাহলে দেখান যে, λ -র বিকল্প রাশিমালা হল $\lambda =$

উত্তরমালা

অনুশীলনী

1. যেহেতু $A = A_0 e^{-bt}$ এবং এখানে

$A_0 = .08m$, $A = .02m$, $t = 160s$, আমরা পাই,

$= \quad = .25 = e^{-160b}$

বা, $e^{160b} = 4$

$\therefore\ 160b = \ln 4 = 1.386$

এখান থেকে পাওয়া যায় $b = .00866 s^{-1}$

অবমন্দিত দোলনকাল $T = \quad = 2s \qquad \therefore\ \omega' = \quad = \pi s^{-1}$

কিন্তু $\omega' =$, অর্থাৎ $\omega_0 = \quad =$

$\therefore$ অবমন্দিত দোলনকাল = $\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ = $\qquad\qquad$ = 1.999992s বা 2s

সুতরাং, দুই দোলনকালের মধ্যে পার্থক্য উপেক্ষণীয়।

2. দেওয়া আছে, ভর $m = 2kg$ এবং স্প্রিং ধ্রুবক $k = 2Nm^{-1}$ এবং একক গতিবেগে অবমন্দন বল $\gamma = 0.4Nsm^{-1}$

$\therefore\ b = \dfrac{\gamma}{2m} = \qquad = 0.1s^{-1}$

অবমন্দিত কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega_0 = \qquad = 1s^{-1}$

(i) দেখা যাচ্ছে যে, $\omega_0^2 > b^2$, অতএব গতিটি কম্পন যুক্ত হবে। কারণ, $\omega_0^2 > b^2$ হওয়ার অর্থ এই যে, ব্যবস্থাটিতে অবমন্দন থাকলেও তা লঘু অবমন্দন।

(ii) ক্রান্তীয় অবমন্দনের জন্য $\omega_0 = b$ অর্থাৎ, $b = 1s^{-1}$

সুতরাং, $\gamma = 2bm = 2 \times 1 \times 2 = 4NSm^{-1}$ অর্থাৎ, একক গতিবেগে $4N$ বলের জন্য গতিটির ক্রান্তীয় অবমন্দন ঘটবে।

(iii) ভর m-এর পরিবর্তন করে $\omega_0 = b$ সম্পর্কটি পালন করা হলে ক্রান্তীয় অবমন্দন সৃষ্টি হবে। এক্ষেত্রে

$\omega_0^2 = b^2$ অথবা, $\qquad = \qquad$, বা, $m = \qquad$। γ ও k এর মান বসিয়ে,

$m = \qquad = .02\ kg$।

(iv) আমরা জানি যে,

মোট শক্তি $E(t) = E_0 e^{-2bt}$

এক্ষেত্রে $b = 0.1s^{-1}$ এবং $\qquad =$

$\therefore \qquad = e^{-2bt}$ $\ln 3 = 2bt$, বা, $t = \qquad = \qquad = 5.5s$

3. দোলনকাল $T = 0.2s,\ \therefore$ কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega' = \qquad = 10\pi$

বিস্তার হ্রাসের ক্ষেত্রে

$A(t) = A_0e^{-bt} \quad \therefore \qquad = A_0e^{-b.100}$

$\therefore \ln 4 = b.100 \qquad \therefore b = .01386s^{-1}$

যেহেতু $m = 200g = 0.2kg$, লেখা যায় যে, অবমন্দন গুণাঙ্ক

$\gamma = 2bm = 2.0.2 \times .01386 = .0055\ NSm^{-1}$

শ্লথন কাল $\tau = \quad = \qquad = 72s$

Q গুণাঙ্ক = $\quad = \qquad =$ প্রায় 1100

যেহেতু $b << \omega',\ \omega_0 \approx \omega'$

এখন $K = m\omega_0^2 \approx m\omega'^2$

$= 0.2 \times (10\pi)^2$

$= 197Nm^{-1}$

লগীয় হ্রাস $\lambda = bt = .01386 \times .2 \approx 2.8 \times 10^{-3}$। লক্ষ্য করুন, এই গাণিতিক প্রশ্নটির উত্তরের জন্য আমরা আমাদের সুবিধামত বিভিন্ন সম্পর্কগুলি ব্যবহার করেছি। কিন্তু বিকল্প সম্পর্ক ব্যবহার করেও উত্তরগুলি পাওয়া সম্ভব। যেমন, $\lambda = \quad , Q = \quad$। এগুলি আপনি ব্যবহার করে দেখতে পারেন।

4. $Q = 1800$ এবং কম্পাঙ্ক $\upsilon = \qquad = 341Hz$

Q এর উচ্চ মান অতি লঘু অবমন্দন সূচিত করছে

$\therefore Q = \qquad \therefore \tau = \qquad = \qquad = 1.68s$

যেহেতু $\tau = \qquad \therefore b = \qquad = .595s^{-1}$

$E = E_0b^{-2bt}$

এক্ষেত্রে $= 20\% = 0.2 =$

$\therefore \ln 5 = 2bt \;\; \therefore t = \quad = 1.35s$

5. প্রথম ক্ষেত্রে $L = 5mH,\; C = 1\mu F,\; R = 2\Omega$

$\therefore$ কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega_1 = \quad = \sqrt{2\times10^8 - 4\times10^4} = 1.4\times10^4 s^{-1}$

লক্ষ্য করুন, যেহেতু $\frac{1}{LC} >>$, অতএব এখানে ধারকের কম্পিত মোক্ষণ (oscillatory discharge) ঘটবে এবং $\omega_1 \cong \omega_0 =$ হবে। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কৌণিক কম্পাঙ্ক

$\omega_2 = \quad = 1.0 \times 10^4 s^{-1}$। এই ক্ষেত্রে যেহেতু R = 100Ω অবমন্দনের মাত্রা এখানে অনেক বেশি এবং বর্তনীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক $\omega_0 (= 141.2 \times 10^2 s^{-1})$। এই কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_2-এর থেকে অনেকখানি ভিন্ন।

প্রথম ক্ষেত্রে Q-গুণাঙ্ক $Q_1 = \frac{\omega_1}{2b} = \quad = \quad = 35$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $Q_2 = \frac{1.0\times10^4\times5\times10^{-3}}{100} = 0.5$

লক্ষ্য করুন, প্রথম ক্ষেত্রে অবমন্দন কম থাকায় Q এর মান বেশি।

3.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. $K = 8Nm^{-1}$। আমরা জানি $E = E_0 e^{-2bt}$। 37 শতাংশ পর্যন্ত হ্রাসের অর্থ প্রাথমিক শক্তি E_0 তার 0.37 অংশে নেমে আসতে $40s$ সময় নিচ্ছে

$\therefore e^{-2bt} = e^{-2b.40} = 0.37$

$\therefore 80b = -\ln 0.37 = 1.0$ অর্থাৎ, $b = \frac{1}{80} s^{-1}$

$\therefore$ অবমন্দন গুণাঙ্ক $\gamma = 2bm =$

$= .005\ NSm^{-1}$

অনবমন্দিত দোলনকাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{8}} \approx 1s$

$\therefore\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi s^{-1}$

লগীয় হ্রাস $\lambda = bt = bT = \quad = 0.0125$

শ্লথন কাল $\tau = \quad = 80s$

Q গুণাঙ্ক $Q = \quad = \quad =$

$= 2\pi \times 40 \approx 250$ [$\because m = 0.2kg$]

লক্ষ্য করুন, অবমন্দন গুণাঙ্ক অত্যন্ত কম হওয়ায় এখানে $\omega' \cong \omega_0$

2. দোলনকাল $T = 2.2s \therefore 30T = 66s$

যেহেতু $A = A_0 e^{-bt}$

$\therefore\ \frac{3}{4} = e^{-66b} \qquad \therefore \ln \quad = 66b$

অর্থাৎ, $b = \quad = 4.4 \times 10^{-3} s^{-1}$

শ্লথনকাল $\tau = \quad = 230\ s.$

লগীয় হ্রাস $\lambda = bt = .0096$

3. এখানে = = 141Ω, যেহেতু, R (1.0Ω) < । ধারকের আধান কম্পনগতিতে হ্রাস পাবে।

আধানের বিস্তারের পরিমাণ q = =

$$\therefore\ t = \frac{2L}{R}\ln 2 = \frac{2.15\times10^{-3}}{1.0}.0.693 = 0.0207s$$

আধানের মোক্ষণ (discharge) কম্পনগতিতে না হওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় ন্যূনতম রোধ $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ বা 141Ω।

4. আমরা হ্রাস বা d-র যে সংজ্ঞার সঙ্গে 3.5.1 অনুচ্ছেদে পরিচিত হয়েছি, তার ভিত্তিতে লেখা যায় যে,

$= d = e^{\lambda}$

এখানে $a_n - 1$ এবং a_n যথাক্রমে n তম এবং $(n + 1)$ তম বিস্তার।

$\therefore$ লগীয় হ্রাস $\lambda = \ln d =$

কিন্তু a_0 যদি প্রথম এবং a_n যদি $(n + 1)$ তম বিস্তার হয় তবে লেখা যায় যে,

=

$= d \times d \times d \ ......d \times d$

$= d^n$

কেননা, প্রতিটি বন্ধনীভুক্ত অনুপাত d-র সমান

অর্থাৎ,

সুতরাং, ln $= \ln d^n = n\ln d = n\lambda$

$\therefore\ \lambda =$

একক 4 প্রণোদিত কম্পন ও অনুনাদ (Forced vibration and Resonance)

গঠন

4.1 প্রস্তাবনা

পূর্ববর্তী এককে (একক 3) আমরা দেখেছি, অবমন্দনের ফলে কীভাবে একটি দোলনের বিস্তার ও শক্তি ক্রমশ হ্রাস পেতে পেতে সম্পূর্ণ বিলীন হয়ে যায়। তাহলে কি বাস্তব জগতে কোনও দোলনই দীর্ঘস্থায়ী হওয়া সম্ভব নয়? অথচ কোনও কোনও ক্ষেত্রে, যেমন ঘড়ির পেন্ডুলামের দোলন বা বিদ্যুৎ চালিত সুরশলাকার কম্পনের সময় আমাদের মনে হয় ঐ দোলন বা কম্পন যেন আবহমান কাল ধরে চলতে পারে। বস্তুত এই ক্ষেত্রগুলিতেও কিছু অবমন্দন উপস্থিত থাকে। তা সত্ত্বেও এইসব দোলন বজায় রাখা সম্ভব হয় একটি বিশেষ কারণে। এইরকম প্রতিটি ক্ষেত্রে কম্পনশীল ব্যবস্থাটিতে বাইরে থেকে শক্তি সরবরাহ করা হয় এবং এই শক্তি অবমন্দনের উপস্থিতি সত্ত্বেও কম্পন বজায় রাখতে সক্ষম হয়।

কোনও কম্পনক্ষম তন্ত্রে (system) বাইরে থেকে শক্তি সরবরাহ করার জন্য সাধারণত সময়ের সঙ্গে পরিবর্তনশীল একটি বল প্রয়োগ করা হয়। এই পরিবর্তনশীল বলটি প্রায়শই পর্যাবৃত্তভাবে (harmonically) হ্রাস-বৃদ্ধি পায় এবং তার কম্পাঙ্ক তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক থেকে সচরাচর ভিন্ন হয়ে থাকে। বস্তুত এই কম্পাঙ্ক এবং তন্ত্রটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক (natural frequency) যখন এক হয়ে যায়, তখন একটি বিশেষ অবস্থার সৃষ্টি হয়। পদার্থবিদ্যার পরিভাষায়, বাইরে থেকে আরোপিত পর্যাবৃত্ত বলের অধীনে কম্পনকে *প্রণোদিত*

কম্পন (forced vibration) এবং দুই কম্পাঙ্কের সমতার ফলে বিশেষ অবস্থাটিকে *অনুনাদ* (resonance) বলা হয়। এই এককে দুটি বিষয়ই বিস্তারিত আলোচনা করা হবে।

আসুন, আমরা বরং এখানে আরও কয়েকটি সংশ্লিষ্ট পরিভাষার সঙ্গে পরিচিত হই। বাইরে থেকে যে বল প্রযুক্ত হয়ে প্রণোদিত কম্পনের সূচনা করে এবং অবমন্দন সত্ত্বেও কম্পনে রাখে, তাকে আমরা চালক বল বলি এবং ঐ বল যে ব্যবস্থার ওপর প্রযুক্ত হয়, তাকে আমরা চালিত ব্যবস্থা বলি। প্রণোদিত দোলন বা কম্পনের ক্ষেত্রে সামগ্রিকভাবে শক্তি সরবরাহের অভিমুখ থাকে চালক থেকে চালিতের দিকে। চালিত ব্যবস্থা চালকের বৈশিষ্ট্যের অর্থাৎ, চালক বলের মান বা কম্পাঙ্কের কোনও পরিবর্তন ঘটায় না। প্রণোদিত দোলনের এটি অন্যতম বৈশিষ্ট্য।

অন্যদিকে, কিছু বিশেষ ধরনের ব্যবস্থায় কিছু শক্তি সরবরাহের অভিমুখ পর্যায়ক্রমে পাল্টে যায় এবং চালক তন্ত্র ও চালিত তন্ত্রের ভূমিকা ক্রমান্বয়ে হস্তান্তরিত হতে থাকে। এই ধরনের দুটি তন্ত্রে যে কম্পন দেখা যায়, তা প্রণোদিত কম্পন থেকে ভিন্ন। এই কম্পনকে বলা হয় যুগ্মিত কম্পন (coupled vibration)। দুটি কম্পনক্ষম তন্ত্রের মধ্যে একটি বিশেষ সংযোজন, যাকে পরিভাষায় বলা হয় যুগ্মন (coupling) উপস্থিত থাকলে, এটি লক্ষ্য করা যায়। আমরা পরবর্তী এককে (একক - 5) বিষয়টি আলোচনা করব।

পদার্থবিদ্যার বিভিন্ন শাখায় প্রণোদিত কম্পন ও অনুনাদের ব্যাপক প্রয়োগ রয়েছে। গুরুত্বপূর্ণ এই প্রায়োগিক বিষয়গুলি নিয়ে আমরা এই এককে পরে আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য

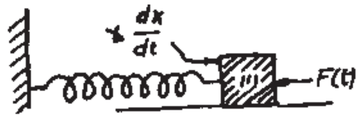
এই এককে আলোচিত বিষয়বস্তু পাঠ করার পরে আপনি প্রণোদিত কম্পন ও অনুনাদের সম্বন্ধে অনেকটা জানতে পারবেন। এ বিষয়ে আপনি যে কাজগুলি করতে পারবেন, সেগুলি হল—

- লঘু অবমন্দন সহ কম্পনশীল তন্ত্রে পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগের ফলে সৃষ্ট অবস্থার গাণিতিক বিবরণের জন্য প্রয়োজনীয় অবকল সমীকরণের প্রতিষ্ঠা ও তার সমাধান করতে পারবেন।
- প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক, বিস্তার, দশার সঙ্গে স্থায়ী অবস্থার (steady state) প্রণোদিত কম্পনের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যের সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবেন।
- অনুনাদ (resonance) এবং তার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যগুলি বিশ্লেষণ করতে এবং প্রণোদিত কম্পনে একটি পূর্ণ চক্রে চালক থেকে চালিতের দিকে শক্তি সরবরাহের গড় হার নির্ণয় করতে পারবেন।
- প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে কিউ গুণাঙ্ক (Q-factor) গণনা এবং তার গুরুত্ব বর্ণনা করতে পারবেন।
- প্রত্যাবর্তী বিভব উৎস সমেত বৈদ্যুতিক আবেশ-ধারক-রোধ বর্তনীর মত বিশেষ ক্ষেত্রে প্রণোদিত দোলনের বিশ্লেষণ প্রয়োগ করতে পারবেন, ঐ ধরনের তন্ত্রের সার্বিক আচরণের পর্যালোচনা করতে পারবেন।

4.2 প্রণোদিত কম্পনের গাণিতিক বিশ্লেষণ—লঘু অবমন্দন সহ প্রণোদিত কম্পনের অবকল সমীকরণের প্রতিষ্ঠা

পূর্ববর্তী এককের (একক -3) 3.3 অনুচ্ছেদে আপনি একটি স্প্রিং-ভর ব্যবস্থার কথা পড়েছেন। এখানে 4.1 চিত্রে ঠিক ঐরকম একটি স্প্রিং-ভর ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। স্প্রিং-এর সঙ্গে যুক্ত m ভরটি লঘু অবমন্দন

সহ কম্পিত হতে পারে, এটা আমরা আগে দেখেছি। এখন এই ব্যবস্থার ওপর 4.1 চিত্রে যেমন দেখানো হয়েছে, তেমন একটি সময় নির্ভর পর্যাবৃত্ত বল $F(t)$ প্রয়োগ করা হল। এখন আমরা বিশ্লেষণ করার চেষ্টা করব, বাইরে থেকে প্রযুক্ত এই বলের প্রভাবে m ভরটি ঠিক কীভাবে কম্পিত হবে।



চিত্র 4.1 লঘু অবমন্দন এবং বহির্প্রযুক্ত সমঞ্জস বল $F(t)$ সহ স্প্রিং ভর ব্যবস্থা।

আমরা বলেছি $F(t)$ একটি পর্যাবৃত্ত বল, তাই লেখা যায় যে,

$$F(t) = F_0 \cos \omega t \qquad \text{...4.1}$$

এখানে F_0 হচ্ছে বলটির সর্বোচ্চ মান বা বিস্তার এবং ω হচ্ছে তার কৌণিক কম্পাঙ্ক। এখানে আমরা $F(t) = F_0 \cos(\omega t + \phi)$ লিখতে পারতাম, তবে যখন $F = F_0$ সেই মুহূর্ত থেকে সময়ের গণনা শুরু করলে ϕ এর মান শূন্য নেওয়া যাবে।

এবার আমরা বহির্প্রযুক্ত এই বলের প্রভাবে স্প্রিং-এর সঙ্গে যুক্ত ভরটির প্রণোদিত কম্পনের আলোচনার জন্য পূর্ববর্তী এককের (3.2) সমীকরণটি পুনরুদ্ধৃত করছি। পদগুলিকে সাজিয়ে নিয়ে,

$$= 0 \qquad \text{...4.2}$$

তন্ত্রের ওপর $F(t)$ বলটি প্রযুক্ত হওয়ার পরে (4.2) সমীকরণটি পরিবর্তিত হয়ে দাঁড়াবে,

$$= F_0 \cos \omega t$$

উভয় পক্ষকে m দিয়ে ভাগ করে পাই,

$$= f_0 \cos \omega t \qquad \text{...4.3}$$

এখানে, $2b = \gamma/m$, $\omega_0^2 =$ এবং, $f_0 =$

লক্ষ্য করার বিষয়, (4.3) সমীকরণটির ডানদিকে শূন্য নয়। সেখানে উপস্থিত রয়েছে $f_0 \cos \omega t$। এর ফলে এই সমীকরণটি 4.2 থেকে ভিন্ন এবং এই অবকল সমীকরণের সমাধান করতে হবে কিছুটা ভিন্ন পদ্ধতিতে।

4.3 অবকল সমীকরণটি দ্বিতীয় মাত্রার রৈখিক সমীকরণ। কিন্তু সমীকরণটির ডানদিক শূন্য না হওয়ায়, এটি একটি অসমসত্ত্ব (inhomogeneous) সমীকরণ। এই সমীকরণের সমাধানের মাধ্যমে প্রণোদিত দোলনের সময়-দূরত্ব সম্পর্ক নির্ণয় করা যাবে এবং সম্পর্কটি বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রণোদিত দোলনের বৈশিষ্ট্যগুলি পর্যালোচনা করা সম্ভব হবে। পরের অনুচ্ছেদে আমরা এই কাজটি করব।

4.3 প্রণোদিত কম্পনের অবকল সমীকরণের সমাধান

4.3 সমীকরণটির সমাধানের আগে (4.2) সমীকরণটির সঙ্গে তার একটু তুলনা করা যাক। বস্তুত এর ফলে আমাদের বুঝতে সুবিধা হবে যে, ঠিক কী ধরনের সমাধান আমরা পেতে পারি। লক্ষ্য করবেন যে, (4.2) সমীকরণটি একটি অবমন্দিত দোলন সূচিত করছে এবং লঘু অবমন্দনের ক্ষেত্রে তন্ত্রটি তার স্বাভাবিক কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_0 থেকে ঈষৎ পরিবর্তিত একটি কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$ নিয়ে আন্দোলিত হয়। আমরা একক-3-এ এটাও দেখেছি যে, লঘু অবমন্দনের জন্য ω_0-র এই পরিবর্তন অল্প এবং $b << \omega_0$ হলে $\omega_0 \cong \omega'$ বলা যায়।

এবার এই কম্পনশীল তন্ত্রে আরোপিত হয়েছে একটি বাইরের চালক বল, যার নিজস্ব কৌণিক কম্পাঙ্ক ω। চালক বল চেষ্টা করবে তন্ত্রটিকে তার নিজস্ব কম্পাঙ্কে আন্দোলিত করতে, ফলে আমরা দুটি ভিন্ন কম্পাঙ্কের আন্দোলনের উপরিপাত প্রত্যক্ষ করব। এর প্রথমটি তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে আন্দোলন এবং দ্বিতীয়টি চালক বলের কম্পাঙ্কে আন্দোলন। আপনি ভাবতে পারেন যে, যদি এই দুটি কম্পাঙ্ক সমান হয়ে যায়, তাহলে আমরা দুটি ভিন্ন কম্পাঙ্কের আন্দোলন পাব না এবং সেক্ষেত্রে কী ঘটবে? এই ঘটনা একটি বিশেষ অবস্থার সৃষ্টি করবে, যার আলোচনা আমরা যথাসময়ে করব। আপাতত আমরা $\omega \neq \omega_0$ ধরে নিয়ে 4.3 সমীকরণের সমাধানের চেষ্টা করব।

আপনি হয়ত আন্দাজ করতে পেরেছেন যে, (4.3) সমীকরণের সমাধান $x(t)$ গঠিত হবে দুটি অংশের সমন্বয়ে কারণ, এখানে দুটি পৃথক কম্পাঙ্কের কম্পন উপস্থিত থাকবে। তাই লেখা যায় যে,

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \qquad \text{...4.4}$$

এখানে $x_1(t)$ হচ্ছে 4.2 সমীকরণের সমাধান, যেটি চালক বলের অনুপস্থিতিতে আমরা লঘু অবমন্দন-সহ কম্পনের ক্ষেত্রে পেয়েছিলাম।

সুতরাং $$\frac{d^2x_1}{dt^2} + 2b\frac{dx_1}{dt} + \omega_0^2 x_1 = 0 \qquad \text{...4.5}$$

আর $x_2(t)$ হচ্ছে 4.3 সমীকরণের সমাধান অর্থাৎ, চালক বল তার প্রভাবে তন্ত্রকে যেভাবে চালনা করতে চাইছে, তা সূচিত করবে x_2।

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + 2b\frac{dx_2}{dt} + \omega_0^2 x_2 = f_0 \cos \omega t \qquad \text{...4.6}$$

অতএব পূর্ণ সমাধান (complete solution) $x(t)$ কে $x_1(t)$ এবং $x_2(t)$ -র যোগফল হিসাবে পাওয়া যায় (সমীকরণ 4.4) অবকল সমীকরণ বিষয়ক পাঠ্যক্রমে আপনারা লক্ষ্য করবেন যে, $x_1(t)$ এবং $x_2(t)$ কে গাণিতিক পরিভাষায় যথাক্রমে পূরক অপেক্ষক (complementary function) এবং বিশেষ সমাকল (particular integral) নামে অভিহিত করা হয়। 4.5 এবং 4.6 সমীকরণ দুটিকে যোগ করে পাই,

$$\frac{d^2}{dt^2}(x_1+x_2)+2b\frac{d}{dt}(x_1+x_2)+\omega_0^2(x_1+x_2) = f_0 \cos \omega t \qquad ...4.7$$

4.7 সমীকরণ থেকে বোঝা যায় যে, 4.4 সমীকরণে কেন x কে x_1 এবং x_2 -র সমষ্টি হিসাবে লেখা হয়েছে। আমরা এবার x_1 ও x_2-র দ্বারা সূচিত পূর্ণ সমাধানের দুটি অংশ এবং তাদের বৈশিষ্ট্যগুলি আলোচনা করব।

4.3.1 স্বল্পস্থায়ী অবস্থার সমাধান (Transient solution)

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, আমরা ইতিমধ্যেই পূর্ববর্তী এককের (একক 3) 3.4.3 অনুচ্ছেরে 4.5 সমীকরণটির সমাধান করেছি। এই সমাধান অর্থাৎ, 3.17 সমীকরণ অনুসরণ করে 4.5 সমীকরণের সমাধান লেখা যায়।

$$x_1(t) = A_0 \exp(-bt)[\cos(\omega' t + \phi)] \qquad ...4.8$$

এখানে $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$ এবং অন্যান্য চিহ্নগুলি পরিচিত অর্থ বহন করছে।

একক 3-এর আলোচনায় আপনি এও দেখেছেন যে, 4.8 সমাধানে $x_1(t)$ এর মান অবমন্দনের ফলে সময়ের সঙ্গে হ্রাস পাবে এবং ক্রমশ তা প্রায় শূন্য হয়ে যাবে। এইজন্য এই সমাধানটিকে বলা হয় স্বল্পস্থায়ী অবস্থার সমাধান (Transient solution)। প্রশ্ন উঠতে পারে যে, এই স্বল্পস্থায়ী সমাধানের প্রকৃত আয়ু কতক্ষণ? স্বল্পস্থায়ী বলতে সাধারণত কতটা সময় বোঝায়?

সন্দেহ নেই, এই স্বল্প স্থায়িত্বের সময় আবার অবমন্দনের মাত্রার ওপর নির্ভরশীল। সাধারণত বলা হয় যে, অতিক্রান্ত সময় t যখন শ্লথন কাল τ এর থেকে বেশ অনেকখানি বড় (t >> τ বা $t > 5\tau$) হয়ে যায়, তখন এই স্বল্পস্থায়ী অবস্থাটি আর ধরা পড়ে না। আমরা একক 3-এ দেখেছি যে, এরকম ক্ষেত্রে দোলন প্রায় বন্ধ হয়ে যায়। এখানে কিন্তু চালক বলের উপস্থিতির জন্য পরিস্থিতি ভিন্ন। তাই সাধারণত পূর্ণ সমাধানের (complete solution) দুটি অংশের একটি [x_1] শূন্য হয়ে গেলেও, x কিন্তু x_2 র উপস্থিতির জন্য শূন্য হয় না—বস্তুত তন্ত্রটি তখন চালক বলের কম্পাঙ্কে একইভাবে আন্দোলিত হতে থাকে। পরবর্তী অনুচ্ছেদে আমরা এই স্থায়ী অবস্থার সমাধানটি নির্ণয় করব।

4.3.2 স্থায়ী অবস্থার সমাধান (Steady state solution)

আমরা আগেই দেখেছি, প্রাথমিক কিছুটা সময় অতিক্রান্ত হওয়ার পরে $x_1(t)$ এর মান অতি নগণ্য হয়ে যায় এবং $x(t)$ ক্রমশ 4.6 সমীকরণের বিশেষ সমাকল $x_2(t)$ এর সমান হতে থাকে। $x_2(t)$ সমাধানটি সম্পূর্ণভাবে চালক বলের কম্পাঙ্কের ওপর নির্ভরশীল $x_1(t)$ বিলীন হয়ে যাওয়ার পরে যখন $x(t)$ সম্পূর্ণভাবে $x_2(t)$ দ্বারা নির্ধারিত হয় (transfer) , তখন আমরা যে সমাধানটি পাই, তাকে বলা হয় স্থিরাবস্থার সমাধান (Steady state solution)। এই অবস্থার কম্পন, যতক্ষণ চালক বল উপস্থিত থাকবে, ততক্ষণ চলতে থাকবে। আমরা ধরে নেব যে, এই কম্পনের কম্পাঙ্ক চালক বলের কম্পাঙ্কের সমান হবে। এই দুটি পর্যায় আরও একটু বিশ্লেষণ

করা প্রয়োজন। ধরা যাক, লঘু অবমন্দন সহ একটি স্প্রিং-ভর ব্যবস্থা প্রাথমিক ভাবে সাম্যাবস্থানে স্থির রয়েছে। এবার এর ওপর একটি সমঞ্জস বল প্রযুক্ত হল, যে বলের কম্পাঙ্ক এই স্প্রি-ভর ব্যবস্থার স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক অপেক্ষা ভিন্ন। এবার কী ঘটবে? স্প্রিং-ভর ব্যবস্থাটি তার নিজস্ব কম্পাঙ্কে (যা লঘু অবমন্দনের ফলে অতি সামান্য পরিবর্তিত হয়েছে।) আন্দোলিত হতে চেষ্টা করবে। কিন্তু বহির্প্রযুক্ত সমঞ্জস বল চেষ্টা করবে ব্যবস্থাটিকে বলের কম্পাঙ্কে আন্দোলিত করতে। এই দ্বিমুখী প্রয়াস খুব বেশিক্ষণ অবশ্য চলবে না, কারণ অবমন্দনের ফলে স্প্রিং-ভর ব্যবস্থা তার শক্তি হারাবে এবং তার বিস্তার হ্রাস পেতে পেতে শূন্য হতে চাইবে। অন্যদিকে সমঞ্জস বল পর্যাবৃত্ত হারে ব্যবস্থাটির ওপর উপস্থিত থেকে ক্রমাগত তার কম্পাঙ্ক সেখানে আরোপ করবে। এই কাজটি সম্পূর্ণ হওয়ার আগের সময়টুকু পর্যন্ত অল্পস্থায়ী কম্পন দেখা যাবে। তারপর শুরু হবে স্থায়ী অবস্থার কম্পন, যে কম্পনের সময়-দূরত্ব সমীকরণ আমরা এবার নির্ণয়ের চেষ্টা করব।

4.6 সমীকরণের সমাধানের জন্য আমরা ধরে নিই যে, ঐ সমীকরণের বিশেষ সমাধান $x_2(t)$ কে লেখা যায়,

$$x_2(t) = B\cos(\omega t - \theta) \qquad \text{...4.9}$$

এখানে B এবং θ দুটি অজ্ঞাত ধ্রুবক।

আপনার মনে হওয়া স্বাভাবিক, কেন আমরা $x_2(t)$ কে সমীকরণ 4.9 এর মত লিখলাম? এর স্বপক্ষে দুটি যুক্তি রয়েছে। প্রথমত, আমরা পদার্থবিদ্যার দৃষ্টিকোণ থেকে বুঝতে পারছি যে, স্থায়ী অবস্থার সমাধানের ক্ষেত্রে সময়-দুরত্ব সমীকরণের কম্পাঙ্ক হিসাবে চালক বলের কম্পাঙ্ক w উপস্থিত থাকে, কারণ এখন দোলগতি সম্পূর্ণরূপে চালক বলের দ্বারা নিয়ন্ত্রিত। দ্বিতীয়ত, অবমন্দনের উপস্থিতিতে চালক বল এবং সরণের মধ্যে একটা দশার পার্থক্য থেকে যাবে। অর্থাৎ, বলের দশা অংশটি ωt হলে, সরণের দশা হবে $(\omega t - \theta)$।

4.9 সমীকরণে উপস্থিত দুটি ধ্রুবক B এবং θ কে নির্ণয়ের উদ্দেশ্যে আমরা 4.9 এর উভয় পক্ষকে সময়ের সাপেক্ষে দু'বার অবকলন করে পাই।

$$= -B\omega \sin(\omega t - \theta)$$

$$= -B\omega^2 \cos(\omega t - \theta)$$

x_2, এবং এর মান 4.6 সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$(\omega_0^2 - \omega^2)\, B\cos(\omega t - \theta) - 2B\, b\omega \sin(\omega t - \theta) = f_0 \cos \omega t$$

$\cos(\omega t - \theta)$ এবং $\sin(\omega t - \theta)$ কে বিস্তৃত করে লিখে এবং $\cos \omega t$ এবং $\sin \omega t$ এর সহগগুলিকে একত্র করে পাই

$$[(\omega_0^2 - \omega^2)\, B\cos\theta + 2Bb\omega \sin\theta - f_0] \cos \omega t +$$
$$[(\omega_0^2 - \omega^2)\, B\sin\theta - 2Bb\omega\cos\theta\,] \sin \omega t = 0 \qquad \text{...4.10}$$

আমরা জানি যে, sin ωt এবং cos ωt একই সঙ্গে শূন্য হতে পারে না। বস্তুত যখন এদের একটি শূন্য হয়, অপরটি তখন তার চরম মানে পৌঁছয়। অতএব 4.10 সমীকরণের বাঁদিকে cos ωt এবং sin ωt, উভয়ের সহগ আলাদাভাবে শূন্য হওয়া প্রয়োজন। সুতরাং লেখা যায় যে,

$$(\omega_0^2 - \omega^2)\, B \cos\theta + 2B\, b\omega \sin\theta = f_0 \qquad ...4.11$$

এবং $$(\omega_0^2 - \omega^2)\, B \sin\theta - 2Bb\omega \cos\theta = 0 \qquad ...4.12$$

(4.12) সমীকরণ থেকে আমরা সরাসরি পাই,

$$\tan\theta = \qquad ...4.13a$$

বা, $$\theta = \qquad ...4.13b$$

এই (4.13) সমীকরণ থেকে দুটি ধ্রুবকের একটি অর্থাৎ, θ এর মান পাওয়া যাচ্ছে। এখন আপনি দেখাতে পারেন যে, $\sin\theta =$ এবং $\cos\theta = \dfrac{\omega_0^2 - \omega^2}{\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}}$

অপর ধ্রুবক B বা বিস্তারের মান পাওয়ার জন্য sin θ ও cos θ এর মান 4.11 সমীকরণে ব্যবহার করে আমরা পাই

$$B = \frac{f_0}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\cos\theta + 2b\omega\sin\theta}$$

$$= \qquad = \frac{F_0}{m\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad ...4.14$$

স্থায়ী অবস্থার সমাধানের সম্পূর্ণ রাশিমালাটি তাহলে এবার লেখা যাক,

$$x_2(t) = \frac{F_0}{m\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}}\cos(\omega t - \theta) \qquad ...4.15$$

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, এই সমাধানে সরণের কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এবং এটির বিস্তার কয়েকটি বিষয়ের ওপর নির্ভর করে। এগুলি হল,

(i) চালক বলের বিস্তার (F_0)

(ii) চালক বলের কৌণিক কম্পাঙ্ক (ω)

(iii) কম্পনশীল ভর (m)

(iv) কম্পনশীল তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক (ω_0) এবং

(v) অবমন্দন ধ্রুবক (b)

তাছাড়া 4.13 সমীকরণ থেকে আমরা θ কোণের মান পাই। এটি প্রযুক্ত চালক বল সরণের তুলনায় যে দশা কোণে অগ্রবর্তী থাকে, সেটিকে সূচিত করে। লক্ষ্য করলে দেখা যাবে যে, θ কোণও কয়েকটি বিষয়ের ওপর নির্ভরশীল। এগুলি হল,

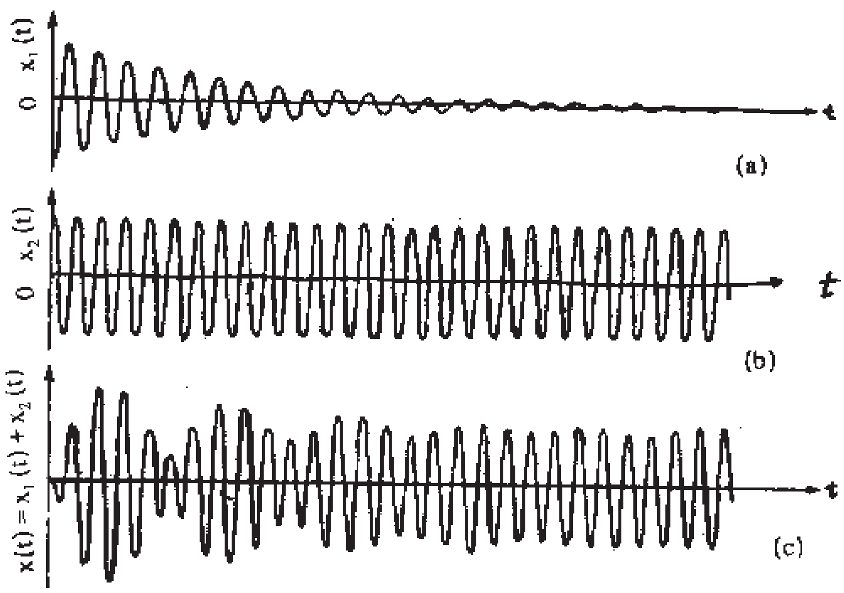
(i) চালক বলের কম্পাঙ্ক (ω)

(ii) কম্পনশীল তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক (ω_0)

(iii) অবমন্দন ধ্রুবক (b)

পরবর্তী অনুচ্ছেদে θ -র বিষয়টি আবার আলোচনায় আসবে। 4.3 সমীকরণের সম্পূর্ণ সমাধানের রূপটি এখন লেখা যেতে পারে :

$$x(t) = A_0 \exp(-bt)\cos(\omega' t + \phi) + \frac{F_0 \cos(\omega t - \theta)}{m\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad ...4.16$$



চিত্র 4.2 সময়ের (t) সঙ্গে স্বল্পস্থায়ী অবস্থার সমাধান (x_1) [a] স্থায়ী অবস্থার সমাধান (x_2) [b] এবং সম্পূর্ণ সমাধানের ($x - x_1 + x_2$) [c] লেখচিত্র। [c] চিত্রে স্বরকম্প লক্ষ্য করা যাচ্ছে।

আমরা এবার সময়ের (t) সঙ্গে x_1, x_2এবং x এর পরিবর্তনের বিষয়টিতে দৃষ্টি দিতে চাই। 4.2 চিত্রে সময়ের সঙ্গে এগুলির পরিবর্তনের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। এর প্রথমটি অর্থাৎ 4.2a, $(t - x_1)$ আমাদের অতি পরিচিত অবমন্দিত মুক্ত দোলনের লেখচিত্র। এক্ষেত্রে এটি স্বল্পস্থায়ী সমাধান সূচিত করছে। সময়ের সঙ্গে বিস্তার এখানে প্রত্যাশিত ভাবেই হ্রাস পাচ্ছে। 4.2b, $(t - x_2)$ লেখচিত্রে স্থায়ী অবস্থার সমাধানটি দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করুন, এখানে কিন্তু সময়ের সঙ্গে বিস্তারের কোনও পরিবর্তন দেখা যাচ্ছে না। স্থিরাবস্থার এটি অন্যতম বৈশিষ্ট্য।

4.2c, $(t - x$) লেখচিত্রে সময়ের সঙ্গে $x_1 + x_2$) এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। এখানে প্রথমদিকে বিস্তার পরিবর্তনশীল। কেননা এই পর্যায়ে তন্ত্রটি একদিকে নিজস্ব ω_0 কৌণিক কম্পাঙ্কে আন্দোলিত হতে চায় এবং অবমন্দনের জন্য তার বিস্তার ক্রমশ কমতে থাকে। কিন্তু বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল তন্ত্রটিকে তার নিজস্ব কৌণিক কম্পাঙ্কে (ω) চালনা করতে চায়। ভিন্ন কম্পাঙ্কের দুই আন্দোলনের উপরিপাতনের ফলে অল্প সময়ের জন্য তন্ত্রে বিস্তারের হ্রাস-বৃদ্ধি লক্ষ্য করা যায়। এই অবস্থাটিকে বলা হয় অল্পস্থায়ী স্বরকম্প (transient beats)। অবশ্য এই অবস্থাটি অল্প সময় স্থায়ী হয় কেননা, তন্ত্রের নিজস্ব কম্পাঙ্কে আন্দোলন লয়প্রাপ্ত হওয়ার পর চালক বল তার নিজস্ব কম্পাঙ্কে তন্ত্রকে আন্দোলিত করে এবং শক্তির সরবরাহের মাধ্যমে বিস্তার অক্ষুণ্ণ থাকে। তাই সময়ের সঙ্গে সরণের পরিবর্তন অল্প সময় পরেই x_2 এর পরিবর্তনের অনুরূপ হয়ে যায়। অল্পস্থায়ী স্বরকম্পের অবসান ঘটার পর স্থায়ী অবস্থার সমাধানটি একাই তন্ত্রের আচরণ প্রকাশ করে। এই আলোচনার পরে নিচের অনুশীলনীটি করতে আপনার নিশ্চয়ই ভাল লাগবে।

অনুশীলনী -1 : $200 Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি স্প্রিং থেকে 0.2 kg ভর ঝুলছে। ভরটির ওপর ক্রিয়াশীল অবমন্দন বল $- 2v\ Nm^{-1}s$ যেখানে v ভরটির বেগ। যদি এই ভরটির ওপর 12 cos $50t$ নিউটন বল ক্রিয়া করে, তাহলে স্থায়ী অবস্থায় ভরটির বিস্তার ও প্রযুক্ত বলের সঙ্গে সরণের দশা পার্থক্য নির্ণয় করুন।

4.4 চালক বলের কম্পাঙ্কের ভূমিকা।

আগের অনুচ্ছেদের 4.15 সমীকরণ থেকে স্থায়ী অবস্থার কম্পনের যে সমাধান পাওয়া গেছে, সেখানে নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, স্থায়ী অবস্থায় তন্ত্রের কম্পাঙ্ক চালক বলের কম্পাঙ্কের সমান। তাহলে নিশ্চয়ই বলা যায় যে, চালক বলের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হলে, তন্ত্রের আন্দোলনের কম্পাঙ্কও পাল্টে যাবে। বিষয়টি কিন্তু এখানেই শেষ নয়। কারণ, $x_2(t)$ এর বিস্তার (B) এবং দশাকোণ (θ), দুটিতেই চালক বলের কম্পাঙ্ক ω এবং তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ω_0 উভয়েই উপস্থিত রয়েছে। তাই এই প্রশ্ন খুবই সঙ্গত যে, ω এবং ω_0 -র তুলনামূলক মানের ওপর প্রণোদিত কম্পনের বৈশিষ্ট্যগুলি কীভাবে নির্ভরশীল। আমরা এই অনুচ্ছেদে $\omega << \omega_0$ এবং $\omega >> \omega_0$, এই দুই ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য আলোচনা করব। তৃতীয় ক্ষেত্রটি, যখন $\omega = \omega_0$, আলোচিত হবে পরবর্তী অনুচ্ছেদে।

যখন $\omega << \omega_0$, (অর্থাৎ চালক বলের কম্পাঙ্ক তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের তুলনায় খুবই ছোট)

আমরা জানি [(4.14) সমীকরণ থেকে],

$$B = \frac{f_0}{\left[\left(\omega_0{}^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

এখান থেকে লেখা যায় যে,

$$B = \frac{f_0}{\omega_0{}^2\left[\left\{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right\}^2 + 4b^2\frac{\omega^2}{\omega_0{}^4}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

যেহেতু $\omega << \omega_0$, $\frac{\omega}{\omega_0}$<<1, সুতরাং 1 এর তুলনায় পদকে নগণ্য ধরে আমরা পাই,

$$B_0 = \frac{f_0}{\omega_0^2} = \quad =$$

যেখানে $\omega_0^2 =$ এবং k = প্রত্যানয়ন গুণাঙ্ক (stiffness const.), এক্ষেত্রে বিস্তার প্রত্যানয়ন গুণাঙ্ক দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয় এবং ω_0 বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে হ্রাস পায়। তাই এই অবস্থায় তন্ত্রের যে গতি লক্ষ্য করা যায়, তাকে প্রত্যানয়ন গুণাঙ্ক নিয়ন্ত্রিত গতি (stiffness control motion) বলা হয়।

দশার বিষয়টি বিবেচনার জন্য 4.13a সমীকরণটিতে ফিরে যাওয়া যাক।

$$\tan\,\theta =$$

$$= \frac{2b\omega}{\omega_0{}^2\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0{}^2}\right)} \rightarrow 0 \text{ যখন } \frac{\omega}{\omega_0} << 1$$

সুতরাং দশাকোণ $\theta \rightarrow 0$ অর্থাৎ এক্ষেত্রে চালক বল এবং স্থায়ী অবস্থার সরণের মধ্যে দশার পার্থক্য প্রায় শূন্য হয়ে যায়। 4.3 চিত্রে ω -র সঙ্গে θ -র পরিবর্তনের লেখচিত্রটি দেখলে বিষয়টি বুঝতে আপনার সুবিধা হবে।

যখন $\omega >> \omega_0$ (অর্থাৎ চালক বলের কম্পাঙ্ক তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের তুলনায় খুবই ছোট),

এক্ষেত্রে যখন $\omega >> \omega_0$, $<< 1$

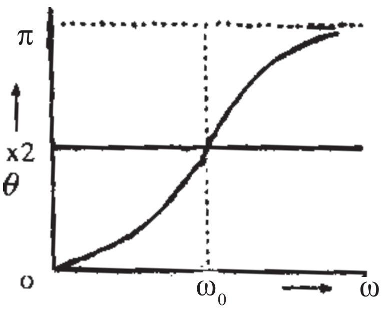
$$\cong \frac{f_0}{\omega^2} = \frac{F_0}{m\omega^2}$$

এক্ষেত্রে ω বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বিস্তার হ্রাস পায়। এছাড়া কম্পনশীল ভরটির মান বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বিস্তার হ্রাস পায়।

এক্ষেত্রে, $\tan\,\theta = \dfrac{2b\omega}{\omega_0^{\,2}-\omega^2} = -\dfrac{2b}{\omega\left(1-\dfrac{\omega_0^{\,2}}{\omega^2}\right)} \rightarrow 0$,যখন, $\qquad \rightarrow 0$

অতএব, $\theta \;\rightarrow \pi$

কারণ, এক্ষেত্রে $\tan\,\theta$ -র মান ω বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে শূন্যের নিকটবর্তী হলেও, তা ঋণাত্মক মানের দিক থেকে শূন্যের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। অতএব, θ স্থূল কোণ সূচিত করছে ও যখন $\omega \rightarrow \infty$ হচ্ছে তখন θ কোন π (180º) এর নিকটবর্তী হচ্ছে। (4.3 চিত্র দেখুন)।



চিত্র 4.3 চালক বল $F(t)$ -র কম্পাঙ্ক ω -র সঙ্গে দশাকোণ θ -র পরিবর্তন।

তাই বলা যায় যে, চালক বলের কম্পাঙ্ক তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের তুলনায় যত বড় হয়, তত চালক বল ও সরণের মধ্যে দশার পার্থক্য π বা 180º র নিকটবর্তী হয়, অর্থাৎ তারা বিপরীত দশায় অবস্থান করে। 4.3 চিত্রে এই বিষয়টি দেখানো হয়েছে। পরবর্তী অনুচ্ছেদের 4.4 চিত্রে দেখানো হয়েছে কম্পাঙ্ক ω -র সঙ্গে বিস্তার B -র পরিবর্তন।

আসুন এবার বরং নিচের অনুশীলনীটি চেষ্টা করে দেখুন।

অনুশীলনী -2 : একটি 0.1kg ভর 150Nm^{-1} স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট স্প্রিং-এ ঝোলানো রয়েছে। ভরটির ওপর ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল যদি $F_d = 5v\ N$ হয় (v ভরটির বেগ), তাহলে অবমন্দিত দোলনের অবকল সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করে ঐ দোলনের কম্পাঙ্ক নির্ণয় করুন। যদি এবার এই তন্ত্রটির উপর F = 3 cos 20t N মানের পর্যাবৃত্ত বল আরোপিত হয়, তাহলে স্থায়ী অবস্থায় প্রণোদিত কম্পনের বিস্তার ও দশা পার্থক্য নির্ণয় করুন।

4.5 অনুনাদ

4.5 অনুচ্ছেদের আলোচনায় আপনি দেখেছেন যে, স্থায়ী অবস্থার কম্পনের (Steady state vibration) ক্ষেত্রে ω এবং ω_0 এর পার্থক্য যত বেশি হয়, কম্পনের বিস্তার ততই হ্রাস পায়। তাই $\omega >> \omega_0$ বা $\omega << \omega_0$ হলে বিস্তার উভয় ক্ষেত্রেই বেশ কমে যায়। স্বাভাবিকভাবেই আপনার মনে হতে পারে যে, ω আর ω_0 -এর পার্থক্য বেশি হলে বিস্তার যখন কমে যায়, তখন ঐ দুটি কৌণিক কম্পাঙ্ক কাছাকাছি এলে বিস্তার সম্ভবত বৃদ্ধি পেতে পারে। এবার আমরা $\omega = \omega_0$ হলে অর্থাৎ, চালক বল ও তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক দুইটি সমান হয়ে গেলে কী হবে সেই বিষয়ে আলোচনা করব। 4.14 সমীকরণে স্থিরাবস্থার বিস্তারের রাশিমালাটি ইতিমধ্যেই পাওয়া গেছে :

এখানে $\omega = \omega_0$ বসিয়ে পাই

...4.17

অর্থাৎ, তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ω_0 এবং চালক বলের কম্পাঙ্ক (ω) সমান হয়ে গেলে B-এর রাশিমালার হর (denominator) হ্রাস পায় এবং B-এর মান বৃদ্ধি পায়। এই অবস্থাটিকে অনুনাদ বলা হয়। লক্ষ্য করুন যে, B(ω_0)-এর এই মান $\frac{f_0}{2b\omega_0}$, b বা অবমন্দন ধ্রুবকের ওপর নির্ভরশীল। বস্তুত, অবমন্দন তথা b এর মান বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে $B(\omega_0)$ এর মান হ্রাস পায়। যে কোনও বাস্তব কম্পনশীল তন্ত্রে সর্বদাই কিছু অবমন্দন উপস্থিত থাকে অর্থাৎ, b এর মান শূন্য হয় না। ফলে $B(\omega_0)$ এর মান অসীমের দিকে চলে যায় না।

$\omega = \omega_0$ হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে দশা কোণ θ কীরকম হবে?

4.13a সমীকরণ থেকে

$\tan\theta$ =

ফলে, $\omega = \omega_0$ হলে, $\tan\theta = \infty$ $\quad\quad \therefore\ \theta = \frac{\pi}{2}$

অতএব এক্ষেত্রে চালক বলের তুলনায় সরণ দশাকোণ পিছিয়ে থাকবে।

4.17 সমীকরণে বিস্তারের যে মান $B(\omega_0)$ পাওয়া গেছে, তা বিস্তারের সর্বোচ্চমান নয়। বিস্তারের সর্বোচ্চ মান পাওয়ার জন্য আমাদের কিছুটা ভিন্ন রাস্তায় এগোতে হবে। কেবল তাই নয়, প্রণোদিত দোলনের ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাব, তন্ত্রের গতিবেগ বিশেষ শর্ত সাপেক্ষে সর্বোচ্চ হয় এবং এই শর্ত সর্বোচ্চ বিস্তার পাওয়ার শর্ত অপেক্ষা ভিন্ন। কম্পনশীল বস্তুর বিস্তার যখন সর্বোচ্চ হয়, তখন তার স্থিতিশক্তি সর্বোচ্চ মানে পৌঁছয় এবং যখন তার গতিবেগ সর্বপেক্ষা বেশি হয়, তখন তার গতিশক্তির পরিমাণ হয় সর্বোচ্চ। এই দুটি ক্ষেত্রকে পদার্থবিদ্যার পরিভাষায় যথাক্রমে বিস্তার অনুনাদ (amplitude resonance) এবং গতিবেগ অনুনাদ (velocity resonance) বলা হয়। এখানে আমরা বিষয় দুটি নিয়ে সংক্ষেপে আলোচনা করব।

4.5.1 বিস্তার অনুনাদ

এবার দেখা যাক, প্রণোদিত দোলনের ক্ষেত্রে বিস্তারের সর্বোচ্চ মান পাওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় শর্তটি কী? 4.14 সমীকরণে আমরা বিস্তার $B(\omega)$ এর যে রাশিমালাটি পেয়েছি সেটি হল,

$$B(\omega) =$$

এর মান ω এর উপর নির্ভরশীল এবং রাশির মান যখন সর্বনিম্ন, $B(\omega)$ এর মান তখন সর্বোচ্চ হবে। এর জন্য প্রয়োজনীয় শর্ত

$$\text{বা}, \; -4\omega\,(\omega_0^{\,2} - \omega^2) + 8b^2\omega = 0$$

অর্থাৎ, $\omega =$ অথবা 0

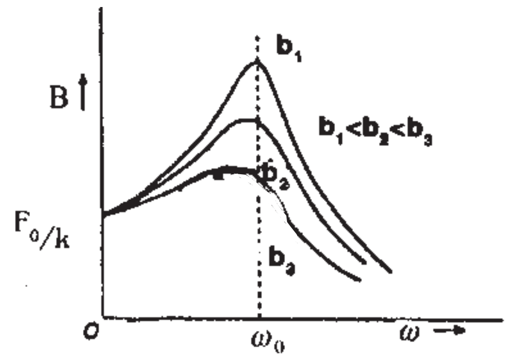
এর মধ্যে $\omega = 0$ সমাধানটি কোনও বন্ধন নির্দেশ করে না। তাই আমরা সেটি বাদ দেব। এছাড়া, যেহেতু ω সর্বদাই ধনাত্মক, $B(\omega)$ এর মান সর্বোচ্চ হওয়ার শর্ত : $\omega = \omega_r = \left(\omega_0^{\,2} - 2b^2\right)^{\frac{1}{2}}$ ... 4.18a

ω_r এখানে অনুনাদী কৌণিক কম্পাঙ্ক বোঝাচ্ছে। আপনি হয়ত লক্ষ্য করেছেন যে, তৃতীয় এককে আমরা যে অবমন্দিত কৌণিক কম্পাঙ্ক $\sqrt{\omega_0^2 - b^2}$ পেয়েছি, ω_r এর মান তার চেয়ে কম। প্রসঙ্গত বলা যায় যে, $B(\omega = \omega_r)$ যে B এর সর্বোচ্চ মান, সর্বনিম্ন নয়, তা আপনি এর মান নির্ণয় করে এবং সেটির ঋণাত্মক মান লক্ষ্য করে প্রতিপন্ন করতে পারেন।

এখন ω এর লব্ধমান ব্যবহার করে আমরা বিস্তার B-এর সর্বোচ্চ মান পেতে পারি :

$$B_{max} = \frac{F_0}{m\left[\left(\omega_0^2 - \omega_0^2 + 2b^2\right)^2 + 4b^2\left(\omega_0^2 - 2b^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}} = \qquad \text{... 4.18b}$$

তাহলে দেখা যাচ্ছে, $\omega = \omega_0$ হলে B-এর মান সর্বোচ্চ হয় না। B -এর মান সর্বোচ্চ হয়, যখন $\omega =$ $\omega_r =$ । বিস্তার B-এর মান সর্বোচ্চ হওয়ার এই ঘটনাটিকে বলা হয় বিস্তার অনুনাদ (amplitude resonance)। আর ω_r কে বলা হয় বিস্তার অনুনাদের জন্য অনুনাদী কৌণিক কম্পাঙ্ক (resonant angular frequency)।



চিত্র 4.4 কম্পাঙ্ক (ω) এর সঙ্গে স্থায়ী অবস্থার বিস্তারের লেখচিত্র তিনটি ভিন্ন অবমন্দন গুণাঙ্কের (b) জন্য দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করুন, অনুনাদী কম্পাঙ্ক $\omega_r \neq \omega_0$ কিন্তু যখন $b \to 0$, তখন $\omega_r \to \omega_0$ ।

4.4 চিত্রে ω এর সঙ্গে প্রণোদিত কম্পনের বিস্তার B এর পরিবর্তনের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করবেন অবমন্দন ধ্রুবক b-এর বৃদ্ধির সঙ্গে কেবল ω_r -ই 4.18a সমীকরণ অনুযায়ী পরিবর্তিত হয় না, কম্পনের বিস্তার B-এর মানও হ্রাস পায়। যদি আমরা কোনও আদর্শ তন্ত্রের কথা কল্পনা করি, যেখানে অবমন্দন উপস্থিত নেই, অর্থাৎ $b = 0$, তাহলে একদিকে যেমন $\omega_r = \omega_0$ হয়ে যাবে বা অনুনাদী কম্পাঙ্ক তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয়ে যাবে, তেমনই অন্যদিকে সর্বোচ্চ বিস্তারের মান হয়ে যাবে অসীম (সমীকরণ 4.17 দেখুন)। বলা বাহুল্য, আমরা বাস্তব ক্ষেত্রে এরকম অবস্থা পাই না।

বিস্তার অনুনাদের আর একটি গুরুত্বপূর্ণ দিক রয়েছে। আপনি জানেন যে, কম্পনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে তার স্থিতিশক্তি :

$$V = \frac{1}{2}kx^2 \qquad \text{...4.19}$$

এখানে, $k = \omega_0^2 m$ = প্রত্যানয়ন গুণাঙ্ক (spring constant)। যেহেতু একটি তন্ত্রে k র মান একটি ধ্রুবক, তাই স্থিতিশক্তির মান সর্বোচ্চ হয় যখন x এর মান সর্বোচ্চ, অর্থাৎ, যখন $x = B_{max}$।

সুতরাং, $V_{max} =$

যেহেতু বিস্তার অনুনাদের সময় B-এর মান সর্বোচ্চ হয়, তাই বিস্তার অনুনাদের সময়ই তন্ত্রের সর্বোচ্চ স্থিতিশক্তির মান সর্বোচ্চ হয়। এটি বিস্তার অনুনাদের একটি বিকল্প সংজ্ঞা।

বিস্তার অনুনাদের সময়, অর্থাৎ যখন $\omega = \omega_r =$

সুতরাং, সর্বোচ্চ স্থিতিশক্তি $V_m = \frac{1}{2}k\left(\frac{F_0}{2mb\sqrt{\omega_0{}^2 - b^2}}\right)^2 =$ ...4.20

4.5.2 গতিবেগ অনুনাদ

প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে স্থায়ী অবস্থার সময় - সরণ সমীকরণের (সমীকরণ 4.15) সঙ্গে আপনি আগেই পরিচিত হয়েছেন। এটি হল :

$$x = x_2 = \frac{F_0 \cos(\omega t - \theta)}{m\left[\left(\omega_0{}^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

এটি থেকে আমরা কম্পনশীল ভরের গতিবেগ পেতে পারি :

$$v = \frac{dx}{dt} =$$

ঋণাত্মক চিহ্ন সরণের সাপেক্ষে গতিবেগের অভিমুখ সূচিত করছে। এই গতিবেগের সর্বোচ্চ মান বা গতিবেগ বিস্তার (velocity amplitude) v_0 হলে লেখা যায়।

$$v_0 = \frac{F_0\omega}{m\left[\left(\omega_0{}^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad ...4.21$$

দেখা যাচ্ছে, যে v_0 -র মান F_0, m, b এবং ω_0 ছাড়াও ω -এর ওপর নির্ভরশীল। এখন আপনি সহজেই - ω এর কোন মানের জন্য v_0 সর্বাধিক হবে, তা নির্ণয় করতে পারেন। 4.21 সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$\frac{dv_0}{d\omega} = \qquad -\frac{\omega}{2}\{(\omega_0{}^2 - \omega^2) + 4b^2\omega^2\}^{-\frac{1}{2}}(4\omega^3 - 4\omega\omega_0{}^2 + 8\omega b^2)]$$

$$= \frac{F_0}{m}\frac{\omega_0{}^4 - \omega^4}{\left[\left(\omega_0{}^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

ω এর যে গ্রহণযোগ্য মানের জন্য $\frac{dv_0}{d\omega} = 0$, সেটি হল $\omega = \omega_0$। দেখানো যায় যে, যখন $\omega = \omega_0$ তখন এর মান ঋণাত্মক। এর অর্থ, v_0 -এর সর্বোচ্চ মানের জন্য প্রয়োজনীয় শর্ত,

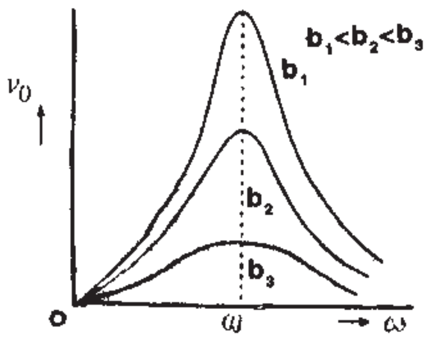
$$\omega = \omega_0 \qquad ...4.22$$

এই অবস্থাটিকে বলা হয় *গতিবেগ অনুনাদ* (velocity resonance)। 4.21 সমীকরণে $\omega = \omega_0$ বসিয়ে v_0 -এর সর্বোচ্চ মান পাওয়া যায় :

$$v_{0m} = \qquad = \qquad \ldots 4.23a$$

লক্ষ্য করুন, v_{0m} এর রাশিমালার হলে b উপস্থিত রয়েছে অর্থাৎ, অবমন্দন যত বৃদ্ধি পাবে গতিবেগ অনুনাদের সময় প্রাপ্ত v_0 এর সর্বোচ্চ মান তত ছোট হবে।

4.5 চিত্রে ω এর সঙ্গে v_0 এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। সবকটি ক্ষেত্রেই যখন $\omega = \omega_0$, কেবল তখনই v_0 এর মান সর্বোচ্চ হতে দেখা যাচ্ছে। তবে এই লেখচিত্র থেকে এটি পরিষ্কার যে, v_{0m} এর মান নির্ভর করছে b এর ওপর। আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, গতিবেগ অনুনাদের ক্ষেত্রে কম্পনশীল ভরের গতিবেগ সর্বোচ্চ হওয়ায় তার গতিশক্তিও (kinetic energy) ঐ অনুনাদের সময় সর্বোচ্চ হবে। গতিবেগ অনুনাদের একটি বিকল্প সংজ্ঞা হিসাবে বলা যায়, যে অবস্থায় কম্পনশীল বস্তুর গতিশক্তির সর্বোচ্চ মান T_0 সর্বাধিক হয়, তাকে বলা হয় গতিবেগ অনুনাদ। এই আলোচনা থেকে আমরা গতিবেগ অনুনাদের সময় সর্বোচ্চ গতিশক্তির T_{0m} -এর রাশিমালা সহজেই পেতে পারি :



চিত্র 4.5 বিভিন্ন অবমন্দন গুণাঙ্কের জন্য কম্পাঙ্কের (w) সঙ্গে গতিবেগ বিস্তারের (v_0) পরিবর্তন। এখানে $\omega = \omega_0$ -তে অনুনাদ হচ্ছে। কিন্তু v এর মান বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে $(v_0)_{max}$ এর মানের হ্রাস হচ্ছে।

$$\therefore \text{ সর্বোচ্চ গতিশক্তি } T_{0m} = \qquad =$$

$$= \qquad \ldots 4.23b$$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে, বিস্তার অনুনাদ ও গতিবেগ অনুনাদ যথাক্রমে সর্বোচ্চ স্থিতিশক্তি ও সর্বোচ্চ গতিশক্তির সর্বাধিক মান সূচিত করে। অবশ্য বহু তন্ত্রেই b অর্থাৎ অবমন্দনের মান খুব কম থাকে। তখন আমরা লিখতে পারি :

$2b^2 << \omega_0^2$ এবং $\omega_r \cong \omega_0$ অর্থাৎ বিস্তার অনুনাদ ও গতিবেগ অনুনাদ তখন প্রায় একই কম্পাঙ্কে ঘটে। পরের অনুচ্ছেদে আমরা $\omega = \omega_0$ শর্তটির গুরুত্ব আরও বুঝতে পারব যখন প্রণোদিত কম্পনের সময় তন্ত্রের শক্তি গ্রহণের হারের বিষয়টি আলোচিত হবে।

এতক্ষণ পর্যন্ত যে সব আলোচনা হল তার ওপর দু'একটি অনুশীলনীর চর্চা করলে কেমন হয়?

অনুশীলনী -3 : $200 Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবকের স্প্রিং-এ 200g ভরযুক্ত করে ঝোলানো হল। স্প্রিংটিতে উপস্থিত অবমন্দন বল $= -vNms^{-1}$। এই স্প্রিংটিকে 5N বিস্তার ও 30 $rads^{-1}$ কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট বল প্রযুক্ত হল। বিস্তার, অনুনাদের কম্পাঙ্ক, সর্বোচ্চ গতিশক্তি এবং স্থায়ী অবস্থার বিস্তারের মান এই তন্ত্রের ক্ষেত্রে কত হবে?

অনুশীলনী -4 : সরলরেখায় কম্পনশীল 70g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণার ওপর $14 Nm^{-1}$ প্রত্যানয়ক বল ক্রিয়া করে। যদি এই তন্ত্রে উপস্থিত অবমন্দন বলের পরিমাণ একক গতিবেগ $0.7 Nsm^{-1}$ হয়, তাহলে কোন কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সমঞ্জস বল বাইরে থেকে প্রয়োগ করে অনুনাদ সৃষ্টি করা যাবে? যদি এই প্রযুক্ত বলের বিস্তার $8N$ হয়, তবে তন্ত্রের সর্বোচ্চ গতিশক্তি কত?

4.6 প্রণোদিত কম্পনশীল তন্ত্রের শক্তি গ্রহণের হার

প্রণোদিত কম্পনে প্রত্যানয়ক বল, চালক বল ও অবমন্দন বল একসঙ্গে কম্পনশীল বস্তুর উপর কার্য করে। একটি সম্পূর্ণ পর্যায়ে প্রত্যানয়ক বল মোটের উপর কোন কার্যই করে না। চালক ও অবমন্দন বলের ক্ষেত্রে একই কথা বলা যায় না। কম্পনশীল বস্তুটি অবমন্দন বলের বিরুদ্ধে কার্য করার ফলে তার শক্তির ক্ষয় হয়। প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে চালক বল বাইরে থেকে সমহারে শক্তি সরবরাহ করে স্থায়ী কম্পন বজায় রাখে। আমরা এখন এই শক্তি সরবরাহের হার নির্ণয় করব। এজন্য আমরা প্রথমে শক্তি সরবরাহের তাৎক্ষণিক মান এবং তারপর তার সমাকলন করে একটি পূর্ণ পর্যায়ে এই শক্তি সরবরাহের হার নির্ধারণ করব।

সংজ্ঞানুসারে আমরা জানি যে, শক্তি সরবরাহের হার বলতে একক সময়ে শক্তির যোগান বা ক্ষমতা (power) বোঝায়। ক্ষমতার তাৎক্ষণিক মান $P(t)$ হলে, লেখা যায় যে,

$P(t) =$ বল × গতিবেগ ...4.24(a)

4.6.2 অনুচ্ছেদ থেকে পাওয়া v এর ব্যবহার করে লেখা যায়,

$v =$

$$= v_0 \cos\left(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= v_0 \cos(\omega t - \psi) \qquad \text{...4.24(b)}$$

এখানে, $v_0 = \dfrac{F_0 \omega}{m\left[\left(\omega^2 - \omega_0^{\,2}\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}}$ = বেগের বিস্তার এবং, $\psi = \left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right)$ = বেগ ও চালক বলের দশা পার্থক্য v_0 এবং $F(t)$ এর মান (4.24a) সমীকরণে ব্যবহার করে $P(t)$ র যে মান পাওয়া যায় তা হল,

$$P(t) = F_0 \cos \omega t . v_0 \cos (\omega t - \psi)$$

$$= F_0 v_0 [\cos^2 \omega t \cos \psi + \cos \omega t \sin \omega t \sin \psi]$$

$$= F_0 v_0 \cos \psi \cos^2 \omega t + F_0 v_0 \sin \psi \sin 2\omega t \qquad ...4.25$$

একটি পূর্ণ পর্যায়ে হস্তান্তরিত শক্তির গড় হার বা গড় ক্ষমতা পাওয়ার জন্য (4.25) সমীকরণের উভয় পক্ষকে 0 থেকে T সময়ের মধ্যে সমাকলন করে এবং T দিয়ে ভাগ করে পাই, (T = = দোলনকাল)

$$= \frac{1}{2} F_0 v_0 \cos\psi + 0$$

বা, $\langle P \rangle = \frac{1}{2} F_0 v_0 \sin\theta$ ...4.26

যেহেতু $\cos\psi = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$

এখন tan θ -এর মান (4.13a সূত্র) থেকে sin θ র মান নির্ণয় করে (সংশ্লিষ্ট পৃষ্ঠার মার্জিন দেখুন) এবং 4.21b সমীকরণ থেকে v_0 র মান 4.26 - এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2 \omega t \, dt = \frac{1}{T}\frac{1}{2}\int_0^T (\cos 2\omega t + 1)\, dt = \frac{1}{2T}.T =$$

এবং $= \frac{1}{T}\left[-\frac{\cos 2\omega t}{2\omega}\right]_0^T = \frac{1}{T}\times 0 = 0$ কারণ, $T =$

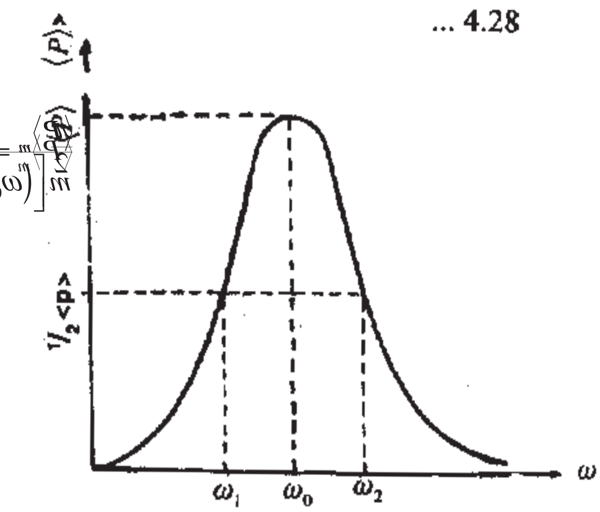
$$= \qquad \qquad ...4.27$$

আবার এই 4.27 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, এর মান ω র ওপর নির্ভরশীল। এর হরে যেহেতু কেবলমাত্র বর্গসংখ্যা উপস্থিত রয়েছে, তাই হরের সর্বনিম্ন মান পাওয়া যাবে, যখন $\omega = \omega_0$। এই সময় প্রাপ্ত এর মান সর্বোচ্চ এবং সেই মানকে নিয়ে সূচিত করলে দেখা যায় যে,

(যখন $\omega = \omega_0$)

$$= \frac{F_0^{\ 2}}{4bm} \qquad ...4.28$$

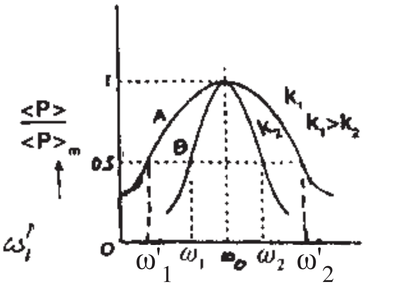
লক্ষ্য করুন, এর মান অর্থাৎ, একক সময়ে চালক থেকে চালিত ব্যবস্থাটিতে সর্বোচ্চ হস্তান্তরিত শক্তি অবমন্দন (b) বা ভর (m) বৃদ্ধি পেলে কমে যায়। তবে প্রযুক্ত বলের বিস্তার F_0 এর বৃদ্ধিতে এর মান বৃদ্ধি পায়। 4.6 চিত্রে গড় হস্তান্তরিত ক্ষমতা । এর সঙ্গে কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তা লেখচিত্রের সাহায্যে দেখানো হয়েছে। দেখুন $\omega = \omega_0$ হলে গতিবেগ অনুনাদ পাওয়া যায় এবং ঐ একই শর্ত পূরণ হলে শক্তি হস্তান্তরের গড় হারও সর্বোচ্চ হয়। এটা সম্ভব হয়, কারণ ঐ শর্ত ($\omega = \omega_0$) পূরণ হলে কম্পনশীল তন্ত্রের গতিবেগ এবং প্রযুক্ত বলের মধ্যে দশা পার্থক্য শূন্য হয়। ঐ সময় উভয়েরই তন্ত্রের সরণের থেকে দশা কোণে এগিয়ে থাকে। এই কারণে বিস্তার অনুনাদ অপেক্ষা গতিবেগ অনুনাদ বেশি গুরুত্বপূর্ণ হয়।



চিত্র 4.6 কম্পাঙ্কের (ω) সঙ্গে ক্ষমতার গড় মানের $\langle P \rangle$ পরিবর্তন। লক্ষ করুন, ω_1 এবং ω_2 কম্পাঙ্কের জন্য $\langle P \rangle$ এর মান সর্বোচ্চ মানের অর্ধেক।

4.7 অনুনাদের তীক্ষ্ণতা এবং Q গুণাঙ্ক (Sharpness of resonance & Q factor)

4.6 এবং 4.7 অনুচ্ছেদের আলোচনা থেকে আমরা দেখেছি যে, $\omega = \omega_0$ হলে যেমন গতিবেগ অনুনাদ ঘটে, তেমনই এর মানও সর্বোচ্চ হয়। কিন্তু কেবল অনুনাদী কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_0 -ই তন্ত্রের একমাত্র বৈশিষ্ট নয়, আরেকটি বিষয়ও অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। অনেক সময়ে দেখা যায়, কোনও তন্ত্রে চালক বলের কৌণিক কম্পাঙ্ক ω যদি ω_0 থেকে সামান্য বিচ্যুত হয়, তবে এর মান থেকে খুব দ্রুত কমে যায়। আবার কোনও কোনও ক্ষেত্রে এই হ্রাস ততটা দ্রুত ঘটে না। 4.7 চিত্রে বিষয়টি দেখানো হয়েছে। এই লেখচিত্রটি কতকটা 4.6 চিত্রের অনুরূপ। তবে এখানে ω এর সঙ্গে এই অনুপাতটির পরিবর্তন তুলে ধরা হয়েছে। দেখা যাচ্ছে যে, দুটি ক্ষেত্রে অনুনাদী কম্পাঙ্ক সমান (ω_0) হলেও, একটি ক্ষেত্রের (A) তুলনায় অপরটিতে (B) ঐ অনুপাতের মান ω এর হ্রাসবৃদ্ধির সঙ্গে অনেক দ্রুত 0.5 বা সর্বোচ্চ মানের অর্ধেকে নেমে এসেছে। ফলত B লেখচিত্রটি তুলনায় তীক্ষ্ণ অর্থাৎ অনুনাদী কম্পাঙ্ক থেকে সামান্য বিচ্যুতি এক্ষেত্রে শক্তি হস্তান্তরের হারকে অনেক বেশি প্রশমিত করে। পরিভাষায় একে বলা হয়, অনুনাদের তীক্ষ্ণতা (Sharpness of resonance)।



চিত্র 4.7 কম্পাঙ্কের (ω) সঙ্গে $\frac{\langle P\rangle}{\langle P\rangle_m}$ - এর পরিবর্তনের ভিন্ন হার ভিন্ন মানের অনুনাদের তীক্ষ্ণতা এবং Q গুণাঙ্ক সূচিত করছে।

কোনও কম্পনশীল তন্ত্রে চালক থেকে চালিতের দিকে শক্তি সরবরাহের হার ω এর হ্রাস বৃদ্ধির সঙ্গে কত দ্রুত তার সর্বোচ্চ মান থেকে অর্ধেক মানে নেমে আসছে, তার সাহায্যে অনুনাদের তীক্ষ্ণতার একটা পরিমাণগত হিসাব করা যায়। যেমন 4.7 চিত্রে দেখুন যখন, $\omega = \omega_0$ তখন এর মান A ও B দুই ক্ষেত্রেই 1.0, কারণ তখন আমরা $\langle P\rangle$ -র সর্বোচ্চ মান প্রত্যক্ষ করব।

এবার দেখুন, B লেখচিত্রে ω এর মান কমে ω_1 বা বৃদ্ধি পেয়ে ω_2 এর সমান হলে এর মান দাঁড়ায় 0.5 অর্থাৎ, শক্তি সরবরাহের গড় হার এখন সর্বোচ্চ মানের অর্ধেক। অপেক্ষাকৃত স্থূল A লেখের ক্ষেত্রে একই ঘটনা ঘটে যখন, $\omega = \omega'_1$ বা ω'_2। লেখচিত্রটি লক্ষ্য করলে দেখা যাবে, তীক্ষ্ণতার লেখ B এর ক্ষেত্রে ω_1 ও ω_2 পার্থক্য, অর্থাৎ $(\omega_2 - \omega_1)$ এর মান $(\omega'_2 - \omega'_1)$ এর চেয়ে কম।

কৌণিক কম্পাঙ্কের যে পাল্লার মধ্যে হস্তান্তরিত ক্ষমতা সর্বোচ্চ মানের অর্ধেক বা তদুর্দ্ধ থাকে, অর্থাৎ

$(\omega'_2 - \omega'_1)$ বা $(\omega_2 - \omega_1)$ কে বলা হয় অর্ধক্ষমতার ব্যান্ডের পূর্ণ প্রসার (half power band width)। এটিকে অর্ধক্ষমতায় ব্যাণ্ডের পূর্ণ প্রসার (Full width at half power) অথবা কেবল ব্যাণ্ডের প্রসারও (band width) বলা হয়।

আগের এককে 3.5.3 অংশে আপনি একটি তন্ত্রের Q গুণাঙ্কের সঙ্গে পরিচিত হয়েছেন। প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে অনুনাদের তীক্ষ্ণতা পরিমাণগত ভাবে নির্দেশ করার জন্য আমরা Q গুণাঙ্কের আরও একটি সংজ্ঞা ব্যবহার করি।

এটি হল : $Q =$ $=$ ...4.29

এর মান কৌণিক কম্পাঙ্কের যত বেশি পাল্লার মধ্যে 0.5 বা তদূর্দ্ধ হয়, অনুনাদের তীক্ষ্ণতাও তত কম হয়। সুতরাং, $(\omega_2 - \omega_1)$ বেশি হলে, তীক্ষ্ণতা কম হবে। আবার 4.29 সূত্র অনুযায়ী Q এর মানও কম হবে। অতএব, Q-এর উচ্চতর মান তীক্ষ্ণতর অনুনাদ সূচিত করে। 4.29 সূত্রে Q গুণাঙ্কের যে রাশিমালা দেওয়া হয়েছে আমরা এবার তার একটি বিকল্প রাশিমালা নির্ণয়ের চেষ্টা করব। 4.27 এবং 4.28 সমীকরণ দুইটি থেকে আমরা পাই,

$=$

যখন বাঁদিকের অনুপাতটি 0.5 এর সমান, তখন দেখা যায়,

$0.5 =$

বা, $(\omega_0^2 - \omega^2)^2 = 4b^2\omega^2$

$\therefore \quad \omega_0^2 - \omega^2 = \pm 2b\omega$ ...4.30

ডানদিকের ধনাত্মক ও ঋণাত্মক চিহ্নের জন্য আমরা 4.30 থেকে দুটি দ্বিঘাত সমীকরণ (quadratic equation) পাই :

$$\omega^2 - 2b\omega - \omega_0^2 = 0 \qquad ...4.31$$

এবং $\omega^2 + 2b\omega - \omega_0^2 = 0$ ...4.32

4.31 সমীকরণ থেকে আমরা পাই, $\omega = b \pm \sqrt{b^2 + \omega_0^2}$ । এর মধ্যে পদার্থবিদ্যায় তাৎপর্যহীন ঋণাত্মক মানটি বাদ দিলে আপনি পাবেন,

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 + b^2} + b$$

যেটি অবশ্যই ω_0 অপেক্ষা বৃহত্তর।

আবার 4.3 সমীকরণ থেকে পাওয়া যায় $\omega =$, যার মধ্যে ঋণাত্মক মানটি হল :

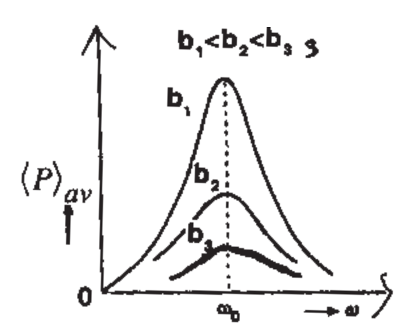
$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + b^2} - b$ । এটি ω_0 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। আপনি বুঝতেই পারছেন যে, এখানে আমরা ω এর ω_0 অপেক্ষা বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতর মান দুটিকেই যথাক্রমে ω_2 ও ω_1 হিসাবে শনাক্ত করলাম। এই দুই কৌণিক কম্পাঙ্কের ব্যবধান,

$$\omega_2 - \omega_1 = 2b \qquad ...4.33$$

এখন 4.33 সমীকরণের সাহায্যে আমরা লিখতে পারি,

$$Q = \qquad = \qquad = \qquad ...4.34$$

4.34 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, ω_0 বৃদ্ধি পেলে Q বৃদ্ধি পায় কিন্তু নির্দিষ্ট স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে অবমন্দন গুণাঙ্ক b বৃদ্ধি পেলে Q এর মান কমে যায়। অর্থাৎ, অনুনাদের তীক্ষ্ণতা হ্রাস পায়। 4.8 চিত্রে এই বিষয়টি একটি তন্ত্রের ω এবং [illegible] লেখচিত্রের মাধ্যমে দেখ[illegible] করুন, প্রতি ক্ষেত্রেই অনুনাদী কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_0 কিন্তু b এর মান বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে কেবল -এর মানই কমেনি, লেখচিত্রগুলি অধিকতর স্থূল হয়েছে, অর্থাৎ অনুনাদের তীক্ষ্ণতা হ্রাস পেয়েছে এবং Q এর মান কমে গেছে।



চিত্র 4.8 বিভিন্ন অবমন্দনের জন্য ω-র সঙ্গে $\langle P \rangle_v$- এর পরিবর্তনের লেখচিত্র।

Q গুণাঙ্কের আরও একটি সংজ্ঞা আপনার কাজে লাগতে পারে। আমরা আগেই দেখেছি, একটি কম্পনশীল তন্ত্র, প্রতিটি পর্যায়ে (cycle) অবমন্দন বলের বিরুদ্ধে কার্য করে এবং তার ফলে তন্ত্রটি শক্তি হারায়। অন্যদিকে, চালক বল দ্বারা কৃত কার্যের ফলে কম্পনশীল তন্ত্রে শক্তি সঞ্চিত হয়। কোনও একটি তন্ত্র তার সঞ্চিত শক্তির যত ক্ষুদ্র ভগ্নাংশ একটি পর্যায়ে অবমন্দন বলের বিরুদ্ধে ব্যয় করে, তার Q গুণাঙ্ক ততই অধিক হয়। এই দৃষ্টিভঙ্গি থেকে Q এর যে সংজ্ঞা পাওয়া সেটি হল :

$$Q = 2\pi \qquad ...4.35$$

আমরা পরে দেখব যে, বৈদ্যুতিক বর্তনীতে প্রবাহমাত্রার অনুনাদের বিষয়টি ভাল করে বুঝবার জন্য Q গুণাঙ্ক একটি অতি প্রয়োজনীয় ধারণা।

অনুশীলনী -5 : $10Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি অনুভূমিক স্প্রিং-এর একদিক আবদ্ধ ও অন্যদিকে স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য বরাবর চলনশীল 100g ভরের একটি বস্তু আটকানো আছে। ভরটির ওপর একক বেগ পিছু 0.1N অবমন্দন বল ক্রিয়া করে। বস্তুটির ওপর তার সরণের দিক বরাবর $\cos \omega t$ নিউটন চালক বল প্রয়োগ করা হল। বস্তুটির স্থায়ী অবস্থার কম্পনের বিস্তার নির্ণয় করুন, যখন (i) $\omega = 1$ $rad\ s^{-1}$ ও (ii) $\omega = 50$ $rad\ s^{-1}$। তন্ত্রটির Q গুণাঙ্ক নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী -6 : প্রমাণ করুন যে, কোনও প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে প্রতি চক্রে যে গড় শক্তি চালিত তন্ত্র লাভ করে তা হল,

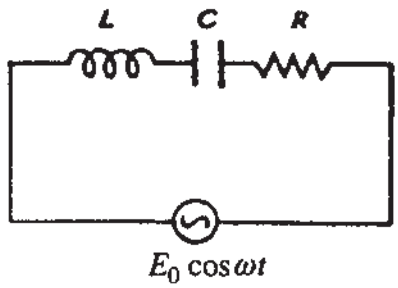
$$< E > =$$

যেখানে চিহ্নগুলি প্রচলিত অর্থবহ। দেখান যে এক্ষেত্রে

$$Q = \frac{\omega^2 + \omega_0^2}{4b\omega}$$

4.8 প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল সহ শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত আবেশ (L), ধারক (C) এবং রোধ (R) সম্বলিত বর্তনীতে প্রণোদিত কম্পন ও অনুনাদ।

আমরা এই এককে এ পর্যন্ত যান্ত্রিক তন্ত্রে প্রণোদিত কম্পন ও অনুনাদ বিষয়ে আলোচনা করেছি। কিন্তু এই ঘটনাগুলি কেবল যান্ত্রিক তন্ত্রেই সীমাবদ্ধ নয়। শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত আবেশ (L), ধারক (C) এবং রোধ (R) সম্বলিত বর্তনী, অর্থাৎ *L–CR* শ্রেণী সমবায় বর্তনীতে (*L–CR* series circuit) যদি একটি প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল (alternating emf) প্রয়োগ করে তার কম্পাঙ্ক পরিবর্তন করা যায়, তাহলে সেখানেও প্রণোদিত বৈদ্যুতিক কম্পন ও অনুনাদ পর্যবেক্ষণ করা সম্ভব। 4.9 চিত্রে এই *LCR* বর্তনীটি দেখানো হয়েছে।



চিত্র 4.9 শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত আবেশ (L), ধারক(C) এবং রোধক (R) এর সঙ্গে প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল $E_0 \cos \omega t$ সহ বর্তনী।

তৃতীয় এককে আপনি একই ধরনের বর্তনীতে আহিত ধারকের আধান সময়ের সঙ্গে কীভাবে হ্রাস পায়

তা দেখেছেন। এখানে প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বলের উপস্থিতিতে আমরা কিছুটা ভিন্ন অবস্থা লক্ষ্য করব। প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল প্রকৃতপক্ষে চালক বলের ভূমিকা পালন করে।

আমরা জানি যে, একটি নির্দিষ্ট সময় t তে যদি বর্তনীর প্রবাহমাত্রা I হয় তাহলে, L, R এবং C-তে বিভব পতনের সমষ্টিকে নিম্নলিখিত সমীকরণের সাহায্যে যুক্ত করা যায়।

$$L\frac{dl}{dt} + RI + \frac{q}{C} = E_0 \cos \omega t \qquad ...4.36$$

এই সমীকরণে বাঁ-দিকের তিনটি পদ যথাক্রমে L, R এবং C-এর দুই প্রান্তের মধ্যে বিভবপতন সূচিত করছে। এখানে E_0 হচ্ছে প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বলের সর্বোচ্চ মান বা বিস্তার, ω তার কৌণিক কম্পাঙ্ক। 'q' সূচিত করছে 't' সময়ে ধার C -এর কোনও এক পাতে আধানের পরিমাণ।

এখন $I =$ লিখলে 4.36 সমীকরণ পরিবর্তিত হয়ে দাঁড়ায়,

$$= E_0 \cos \omega t \qquad ...4.37$$

সমীকরণের উভয়পক্ষকে L দিয়ে ভাগ করে পাই,

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = \frac{E_0}{L}\cos\omega t \qquad ...4.38a$$

এখন, $= 2b$ এবং $= \omega_0^2$ বসিয়ে লেখা যায়,

...4.38b

এই সমীকরণটি নিশ্চয়ই আপনার খুব পরিচিত মনে হচ্ছে। এটি এই এককের 4.3 সমীকরণের অনুরূপ। ঐ সমীকরণে যেমন অবমন্দন সহ প্রণোদিত যান্ত্রিক দোলনের একটি গতিশীল অবস্থা বর্ণিত হয়েছিল, ঠিক একইভাবে 4.38b সমীকরণটিও LCR বর্তনীতে বৈদ্যুতিক আধানের প্রণোদিত দোলন বোঝাচ্ছে। লক্ষ্য করুন, q এখানে 4.3 সমীকরণের x এর জায়গা নিয়েছে এবং $E_0 \cos \omega t$এখানে চালক বল '$F_0 \cos \omega t$' -এর ভূমিকা পালন করছে। তাই 4.15 সমীকরণ অনুসরণ করে স্থায়ী অবস্থার সমাধান হিসাবে এখানে লেখা যায়,

$$q(t) = \qquad ...4.39$$

লক্ষ্য করুন, 4.38b এবং 4.39 সমীকরণ দুটি থেকে সহজেই বোঝা যাচ্ছে যে, এই বর্তনীতে L যান্ত্রিক তন্ত্রের ভর বা m এর সমতুল ভূমিকা পালন করছে এবং R পালন করছে γ বা একক গতিবেগে অবমন্দন

বলের ভূমিকা। তন্ত্রটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক $\omega_0\left(=\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)$ পাওয়া যাচ্ছে, L এবং C থেকে এবং এখানে পালন করছে যান্ত্রিক তন্ত্রের 'K'-এর অর্থাৎ, প্রত্যানয়ন গুণাঙ্কের ভূমিকা।

(4.39) সমীকরণের উভয় পক্ষকে t র সাপেক্ষে অবকলন (differentiate) করে প্রবাহমাত্রা I পাওয়া যায়।

$$I = \quad =$$

$$= \frac{E_0 \cos(\omega t - \psi)}{\frac{L}{\omega}\left[\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)^2 + \frac{R^2\omega^2}{L^2}\right]^{\frac{1}{2}}}, \quad \text{যেখানে } \psi = \theta - \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{E_0 \cos(\omega t - \psi)}{\left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2\right]^{\frac{1}{2}}} = I_0 \cos(\omega t - \psi) \qquad ...4.40$$

এখানে, $I_0 =$ ...4.41a

এবং, $\tan\psi = -\cot\theta = \quad = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ ...4.41b

ψ কোণটি প্রযুক্ত তড়িচ্চালক বল ($E = E_0 \cos \omega t$) এবং তড়িৎ প্রবাহের (I) মধ্যে দশা পার্থক্য। এই দশা পার্থক্য কেবল L, C এবং R -ই নয়, ω এর ওপরও নির্ভরশীল।

4.40 সমীকরণে I_0 প্রবাহের বিস্তার সূচিত করছে। এই বিস্তার ω -এর সঙ্গে পরিবর্তনশীল। ω-এর পরিবর্তনের ফলে I_0 এর মান যখন সর্বোচ্চ হয়, তখন বর্তনীতে অনুনাদ পাওয়া যায়।

I_0 এর রাশিমালাটি লক্ষ্য করলে দেখা যাবে তার হর

$$\sqrt{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2+R^2}$$

যার মধ্যে $\left(\omega L-\frac{1}{\omega c}\right)^2$ একটি বর্গসংখ্যা। এর সর্বনিম্ন মান শূন্য। অপর অংশ R, ω -এর ওপর নির্ভর করে না। তাই হরের সর্বনিম্ন বা I_0 এর সর্বোচ্চ মান পাওয়া যায় যখন,

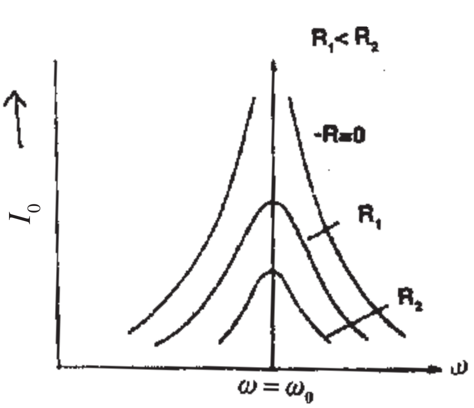
$$= 0 \text{ বা, } \omega^2 = \frac{1}{LC} \qquad ...4.42$$

কিন্তু আমরা জানি যে, $= \omega_0^{\,2}$ । অতএব বলা যায় যে, যখন আরোপিত প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক ω_1 বর্তনীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ω_0 এর সমান হবে, তখনই অনুনাদ পাওয়া যাবে। অনুনাদের সময় I_0-র সর্বোচ্চ মান হয়

$$I_{0m} = \qquad ...4.43$$

অর্থাৎ, অনুনাদের সময় বর্তনী কেবলমাত্র রোধযুক্ত বর্তনীর মত আচরণ করে।

এক্ষেত্রে দশা পার্থক্য $\psi =$ $= 0$। ভেবে দেখুন, এটা কিন্তু প্রত্যাশিতই ছিল। কারণ বিশুদ্ধ রোধযুক্ত বর্তনীতে প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বলের প্রবাহমাত্রার দশার পার্থক্য শূন্য হয়। আরও লক্ষ্য করুন, I_0 র সর্বোচ্চ মান R এর ওপর নির্ভর করে। R কমে গেলে I_{0m} এর মানও বাড়ে। কারণ আগেই দেখেছেন, R এই বর্তনীতে অবমন্দনের ভূমিকা পালন করে। তবে খেয়াল রাখা দরকার যে, R -এর মান শূন্য হলে বা বর্তনীতে আলাদা করে কোনও রোধ যুক্ত না করলেও I_{0m} এর মান অসীমের দিকে চলে যাবে না। কারণ বাস্তব বর্তনীতে আবেশ L এর সঙ্গে কিছু রোধ সর্বদাই থেকে যায় এবং সেই রোধই I_{0m} এর মান নিয়ন্ত্রণ করে। 4.10 চিত্রে বিভিন্ন R এর জন্য ω -র সঙ্গে I_0 -র পরিবর্তনের লেখচিত্রটি দেখানো হয়েছে।



চিত্র 4.10 কম্পাঙ্কের (ω) সঙ্গে প্রবাহমাত্রার বিস্তারের (I_0) পরিবর্তন R - এর মান হ্রাসের সঙ্গে সঙ্গে $(I_0)_{max}$ এর মান বৃদ্ধি পায় এবং $\omega = \omega_0$ কম্পাঙ্কে এই মান প্রত্যক্ষ করা যায়।

আমরা আমাদের পরিচিত সংজ্ঞা অনুযায়ী এই বর্তনীর ক্ষেত্রেও Q গুণাঙ্ক তথা অনুনাদের তীক্ষ্ণতা নির্ণয় করতে পারি। 4.34 সূত্র অনুসরণ করে এই বর্তনীর Q গুণাঙ্কটি লেখা যায় :

$$Q = \frac{\omega_0}{2b} = \qquad = \qquad \text{...4.44}$$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে, বর্তনীর Q গুণাঙ্ক অনুনাদী কম্পাঙ্ক ω_0, আবেশ L এবং রোধ R-এর মানের ওপর নির্ভর করে। R হ্রাসের সঙ্গে সঙ্গে কেবল I_0 নয়, Q এর মানও বৃদ্ধি পায়। 4.42 সমীকরণ অনুযায়ী

$\omega_0 =$ লিখলে Q গুণাঙ্কের আরেকটি বিকল্প রাশিমালা পাওয়া যায় :

$$Q = \qquad = \qquad = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \text{...4.45}$$

সুতরাং, বর্তনীর Q গুণাঙ্কের মান আবেশ L, ধারকত্ব C ও রোধ R, এই তিনটি ওপরই নির্ভরশীল।

শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত LCR বর্তনীতে আমরা যে অনুনাদের ঘটনা লক্ষ্য করলাম, তার জন্য এই বর্তনীকে শ্রেণী সজ্জা অনুনাদী বর্তনী (Series resonant circuit) বলা হয়। এই বর্তনীর Q গুণাঙ্কের আরেকটি তাৎপর্য্য এই প্রসঙ্গে উল্লেখযোগ্য। Q গুণাঙ্কের মান অধিক হওয়ার ফলে, LCR বর্তনীতে কম্পাঙ্কের একটি অপরিসর ব্যান্ডে অনুনাদ ঘটে। এর ফলে বহু বিভিন্ন কম্পাঙ্কের মিশ্র তরঙ্গ থেকে এই বর্তনী একটি বিশেষ কম্পাঙ্ক নির্বাচন করতে সক্ষম হয়। তাই বেতার গ্রাহক বা রেডিও যন্ত্রে এর বিশেষ ভূমিকা রয়েছে। রেডিওর অ্যান্টেনায় গৃহীত তরঙ্গে নানা কম্পাঙ্কের তরঙ্গ উপস্থিত থাকলেও, LCR বর্তনীর সাহায্যে বিশেষ কম্পাঙ্ক বেছে নেওয়া যায়। বস্তুত C এবং L কে পরিবর্তিত করে আমরা বর্তনীর অনুনাদী কম্পাঙ্ক নিয়ন্ত্রণ করি এবং তার দ্বারা বিভিন্ন বেতার কেন্দ্রের সম্প্রচার শুনতে পারি। Q এর মান যত বেশি হয়, একটি বিশেষ বেতার কেন্দ্রের সম্প্রচার তত সুস্পষ্ট ভাবে ধরা সম্ভব।

আসুন এককের আলোচনা শেষ করার আগে এই অনুশীলনীটি চেষ্টা করে দেখুন।

অনুশীলনী - 7 : একটি শ্রেণীসজ্জা - অনুনাদী বর্তনীতে $L = 0.5mH$, $R = 30\ \Omega$। এই বর্তনীতে 1.2v বিস্তার ও $10^5 Hz$ কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল যুক্ত করা হল। C এর মান কত হলে অনুনাদ পাওয়া যাবে? তখন প্রবাহমাত্রার সর্বোচ্চ মান কত হবে? ঐ বর্তনীর Q-এর মান নির্ণয় করুন।

4.9 সারাংশ

---

1. কম্পনশীল তন্ত্রের কম্পন অবমন্দনের ফলে ধীরে ধীরে লয়প্রাপ্ত হয়। বাইরে থেকে প্রয়োগ করা পর্যাবৃত্ত বলের সাহায্যে অবমন্দনের উপস্থিতিতেও কম্পন বজায় রাখা সম্ভব হয়।

2. চালক বলের প্রভাবে প্রণোদিত কম্পনের সৃষ্টি হয়। এই কম্পনের সময় দূরত্ব সমীকরণ নিচের অবকল সমীকরণের সমাধানের মাধ্যমে পাওয়া যায় :

$$= f_0 \cos \omega t$$

এখানে, ভর $2b = \frac{\gamma}{m}$ $(m =) \omega_0^2 =$, $f_0 =$ এবং $\omega =$ চালক বলের কৌণিক কম্পাঙ্ক।

3. প্রণোদিত দোলনের সময় দূরত্ব সমীকরণের দুটি অংশ। এর প্রথমটি (μ) স্বল্পস্থায়ী সমাধান এর অল্পক্ষণ পরে বিলুপ্ত হয়ে যায়। দ্বিতীয়টি (x_2) স্থায়ী অবস্থার সমাধান, যা চালক বল যতক্ষণ উপস্থিত থাকে, ততক্ষণই লক্ষ্য করা যায়। সমীকরণটির সম্পূর্ণ সমাধান,

$$x = x_1 + x_2 = A_0 e^{-bt} \cos(\omega' t + Q) \_ B \cos(\omega t - \theta)$$

যেখানে, $B =$

4. অবমন্দনের জন্য চালক বল এবং সরণের মধ্যে একটি দশা পার্থক্য দেখা যায়। এই দশা পার্থক্য 'b', ω এবং ω_0 -র ওপর নির্ভরশীল।

5. চালক বলের কম্পাঙ্ক পরিবর্তন করে তার বিশেষ মানের জন্য অনুনাদ পাওয়া যায়। যেমন $\omega_\gamma =$ হলে, স্থায়ী অবস্থায় সর্বোচ্চ বিস্তার লক্ষ্য করা যায় এবং বিস্তার অনুনাদ পাওয়া যায়। $\omega = \omega_0$ হলে গতিবেগ অনুনাদ পাওয়া যায়। এই সময় কম্পনশীল বস্তুকণার গতিবেগ সর্বোচ্চ। বিস্তার ও বেগের সর্বোচ্চ মানগুলি অবমন্দন গুণাঙ্ক b দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয়।

6. চালক বল চালিত তন্ত্রকে শক্তি সরবরাহ করে কম্পন বজায় রাখে। শক্তি সরবরাহের গড় হার সর্বোচ্চ হওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় শর্ত $\omega = \omega_0$

7. তীক্ষ্নতা অনুনাদের একটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য। Q গুণাঙ্ক নির্ণয়ের সাহায্যে এই তীক্ষ্নতার পরিমাপ করা যায়। যদি ω_2 ও ω_1 কৌণিক কম্পাঙ্কে গড় হস্তান্তরিত ক্ষমতা সর্বোচ্চ মানের অর্ধেক হয় তবে,

Q গুণাঙ্ক $= \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} =$

8. তড়িৎ বর্তনীতে প্রণোতি কম্পন লক্ষ্য করা যায়। একটি LCR শ্রেণীসজ্জা - বর্তনীতে পরিবর্তনশীল কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করে প্রবাহমাত্রার অনুনাদ পাওয়া সম্ভব। এই বর্তনীর অনুনাদী কম্পাঙ্ক ω_0 হলে, $\omega_0 =$,

সর্বোচ্চ প্রবাহ, $I_{0m} =$ এবং

ω বর্তনীর Q গুণাঙ্ক $=$ $=$

4.10 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. প্রমাণ করুন যে, অবমন্দিত প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে কম্পনশীল তন্ত্রের মোট শক্তি ধ্রুবক নয়। এই সঙ্গে দেখান যে, তন্ত্রটির

পূর্ণ পর্যায়ে =

2. দেখান যে, কোনও লঘু অবমন্দন সহ প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে তন্ত্রের বিস্তার ও দশা, Q = ব্যবহার করে নিম্নলিখিত ভাবে প্রকাশ করা যায়,

$B(\omega) =$

এবং $\tan\theta =$ । এখানে $B_0 =$

3. একটি শ্রেণী সমবায়ের LCR বর্তনীতে $C = 50\mu F$, $R = 10\Omega$, ঐ বর্তনীতে যুক্ত প্রত্যাবর্তী তড়িচ্চালক বলের বিস্তার 20v এবং কম্পাঙ্ক 60 Hz। L-এর কোন মানের জন্য বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহের মান সর্বোচ্চ হবে? ঐ সর্বোচ্চ তড়িৎ প্রবাহের মান কত?

4.11 উত্তরমালা

অনুশীলনী - 1 : দেওয়া আছে $m = 0.2$kg, $k = 200Nm^{-1}$, $F_0 = 12N$, $\omega = 50\ rad\ s^{-1}$

অবমন্দন গুণাঙ্ক $\gamma = 2Nsm^{-1}$

$$\omega_0^2 = \quad = \quad = 1000\ rad^2\ s^{-2}$$

$$f_0 = \quad = \quad = 60\ N\ kg^{-1}$$

$2b =$ $=$ $= 10s^{-1}$ $\therefore\ b = 5s^{-1}$

$\therefore$ স্থায়ী অবস্থার বিস্তার $B =$ $=$

$=$ $= .038\ m = 3.8\ cm$

সরণ ও প্রযুক্ত বলের মধ্যে দশা কোণ θ হলে

$$\tan\theta = \frac{2b\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{2.5.50}{1000 - 2500} = -\ 0.33$$

$\therefore\ \theta = 180^\circ - 18.4^\circ = 161.6^\circ$ অর্থাৎ, সরণ বলের তুলনায় 161.6° দশাকোণে এগিয়ে থাকবে।

অনুশীলনী -2 : ধরা যাক স্প্রিং-এর প্রসারণ যখন শূন্য, তখন ভরটি $z = 0$ অবস্থানে আছে। z দূরত্ব ঐ বিন্দু থেকে নিচের দিকে মাপা হলে, অবমন্দিত দোলনের অবকল সমীকরণ

$= mg$

এখানে, $m = 0.1\ kg;\ \gamma = 5\ Nsm^{-1}$ [illegible] $0\ Nm^{-1}$

অবকল সমীকরণটির প্রতিটি পদ m দিয়ে ভাগ করে 4.5 এর মত লেখা যায়,

$= g$

বা, $\dfrac{d^2z'}{dt^2} + 2b\dfrac{dz'}{dt} + \omega_0^2 z' = 0$ যেখানে, $z' = z - \dfrac{mg}{k}$

$2b = \dfrac{\gamma}{m} =$ $= 50s^{-1},\ b = 25s^{-1},\ \omega_0^2 =$ $=$ $= 1500s^{-2}$

$\therefore$ অবমন্দিত দোলনের কম্পাঙ্ক $=$

$=$

আরোপিত বল $F = 3\cos 20t\ N$

$\therefore\ \mathrm{F}_0 = 3N, f_0 = \frac{F_0}{m} = \quad = 30ms^{-2},\ \omega = 20\ s^{-1}$

স্থায়ী অবস্থায় প্রণোদিত কম্পনের বিস্তার (4.14 সমীকরণ দেখুন)

$B =$

$= \quad = .02m$ বা, $2cm$

দশার পার্থক্য θ (4.13b সমীকরণ অনুযায়ী) =

$$= \tan^{-1}\frac{2.25.20}{1500-400} = \tan^{-1} 0.91 = 42^{o}$$

অনুশীলনী -3 : এখানে $k = 200\ Nm^{-1},\ m = 200g = 0.2\ kg$

$$\omega_0^{\ 2} = \quad = 1000s^{-2}$$

অবমন্দন বল $- yv = -v \qquad \therefore\ \gamma = 1\ Nsm^{-1}$

$2b = \quad = \quad = 5s^{-1} \qquad \therefore\ b = \quad = 2.5$

$F_0 = 5N,\ \ \omega = 30s^{-1}$

বিস্তার অনুনাদের কম্পাঙ্ক ω_r হলে, (4.18) সমীকরণ অনুযায়ী,

$$\omega_r = \quad = \sqrt{1000-\frac{25}{2}} = 44.6\ rad\ s^{-1}$$

সর্বোচ্চ গতিশক্তি $(KE)_{\max}$ (4.23) সমীকরণ অনুযায়ী পাওয়া যায়,

$$(KE)_{\max} = \frac{F_0^{\ 2}}{8b^2m} = 2.5J.$$

স্থায়ী অবস্থার প্রণোদিত কম্পনের বিস্তার B,

$B =$ $\qquad$ $=$ $\qquad$ $= 13.8 \times 10^{-2}\ m$

$= 13.8\ cm$

অনুশীলনী - 4 : এখানে $m = 70g = 0.07kg,\ k = 14Nm^{-1},\ \ \gamma = 0.7\ Nsm^{-1}$

$\therefore\ b = \dfrac{\gamma}{2m} =$ $\qquad$ $= 5s^{-1}$ $\quad \omega_0^2 =$ $\quad = \quad$ $= 200s^{-2}$

বিস্তার অনুনাদের জন্য প্রযুক্ত বলের প্রয়োজনীয় কম্পাঙ্ক

$\omega_r =$ $\qquad$ $= \sqrt{200 - 2.5^2} = 12.2s^{-1}$

গতিবেগ অনুনাদের জন্য প্রযুক্ত বলের প্রয়োজনীয় কম্পাঙ্ক $\omega = \omega_0$

$\therefore\ \omega = \omega_0 = \sqrt{200}\, s^{-1} \qquad \therefore\ \omega = 14.1\ s^{-1}$

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, এই উদাহরণে ω_r ও ω_0-এর মধ্যে বেশ কিছুটা পার্থক্য আছে। এর কারণ, এখানে ω_0 ও b রাশি দুইটি তুলনীয় মানের। অর্থাৎ, এখানে অবমন্দন মোটেই নগণ্য নয়।

প্রযুক্ত বলের বিস্তার $F_0 = 8N$

4.20 সমীকরণ থেকে সর্বোচ্চ গতিশক্তি আমরা লিখতে পারি

$V_m =$ $\qquad$ $= \dfrac{8^2 \times 200}{8 \times .07 \times 5^2 (200 - 5^2)}$

$= 5.2\ J$

অনুশীলনী -5 : $m = 100g = 0.1kg,\ k = 10\ Nm^{-1},\ \gamma = 0.1\ Nsm^{-1},\ F_0 = 1N$

$2b = \dfrac{\gamma}{m} =$ $\quad$ $= 1\ s^{-1}$ $\qquad \omega_0^2 =$ $\quad = \quad$ $= 100\ s^{-2}$

$f_0 =$ $\quad = \quad$ $= 10\ ms^{-2}$ এবং $4b^2 = 1\ s^{-2}$

(i) যখন $\omega = 1\ rad\ s^{-1}$, স্থায়ী অবস্থায় পাই,

বিস্তার $B =$ $=$

$=$ $= \dfrac{10}{99.01} = 0.1\ m = 10\ cm$

(ii) যখন $\omega = 50\ rad\ s^{-1}$

$B =$ $= 0.004\ m = 4\ mm$

উভয় ক্ষেত্রেই Q গুণাঙ্ক $= \dfrac{\omega_0}{2b} =$ $= 10$

অনুশীলনী - 6 : প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে কোনও সময় তন্ত্রের স্থিতিশক্তি :

$V =$

ধরা যাক, পর্যায়কাল $= T_0$

পূর্ণ পর্যয়ে গড় স্থিতিশক্তি ধরা যাক

$$= \frac{1}{2T_0}.m\omega_0^{\,2}B^2\int_0^{T_0}\frac{1}{2}[\cos^2(\omega t-\theta)+1]\,dt$$

$$= \frac{1}{2T_0}.m\omega_0^{\,2}B^2.\left(\frac{T_0}{2}\right) =$$

আবার গতিশক্তি T $= \dfrac{1}{2}mx^2$ $=$

একইভাবে পূর্ণ পর্যায়ে গড় গতিশক্তি হলে

$=$

$= \frac{1}{4} m\omega^2 B^2$

প্রতি চক্রে মোট গড় শক্তি $\langle E \rangle$ হলে

$= \quad + \quad = \quad + \frac{1}{4} m\omega^2 B^2$

$= \frac{1}{4} m(\omega^2 + \omega_0{}^2) B^2$

প্রতি পর্যায়ে অবমন্দনের বিরুদ্ধে কার্য করার ফলে শক্তির হ্রাস হয়। একক গতিবেগে অবমন্দন বল γ হলে, ক্ষমতা হ্রাসের মান = (বল × দূরত্ব) ÷ সময় = বল γv × বেগ $v = \gamma v^2$

সুতরাং অবমন্দন বলের বিরুদ্ধে ব্যয়িত ক্ষমতা

$\langle \gamma v^2 \rangle = bm\omega^2 B^2$

কেননা $\gamma = 2bm$, $v^2 = B^2\omega^2 \sin^2 (\omega t - \theta)$ এবং

এখন আমরা দেখেছি যে, Q গুণাঙ্ককে লেখা যায় (4.35 থেকে)

$$Q = 2\pi \frac{\text{তন্ত্রে সঞ্চিত শক্তি}}{\text{পূর্ণ পর্যায়ে ব্যয়িত শক্তি (= দোলনকাল × ব্যয়িত ক্ষমতা)}}$$

$= \quad =$

অনুশীলনী -7 : এখানে কম্পাঙ্ক $f = 10^5$ Hz, $\omega_0 = 2f\pi s^{-1}$, $E_0 = 1.2V$

যেহেতু, $\omega_0 =$ $\quad \therefore C =$

এক্ষেত্রে $L = 0.5$ mH, $\omega_0 = 2\pi \times 10^5$ s^{-1}, $R = 30\Omega$

$= \frac{1}{40 \times 10^{10} (0.5) \times 10^{-3}} F \cong 5.1 \times 10^{-9} F = 5.1nF$

$$(I_0)_{\max} = \frac{E_0}{R} = \quad = .04\ A = 40\ mA$$

$$Q = \quad = \quad = 10.5$$

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে স্থায়ী অবস্থায় কম্পনশীল ভরের স্থিতিশক্তি $V = \frac{1}{2}kx^2$

$$= \frac{1}{2}m\omega_0^2 B^2 \cos^2(\omega t - \theta)$$

গতিশক্তি

$\therefore$ মোট শক্তি

দেখা যাচ্ছে, মোট শক্তি E সময় ‘t’ এর ওপর নির্ভরশীল এবং ধ্রবক নয়। এখন একটি পূর্ণ চক্রে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির গড় মান নির্ণয় করা যাক।

পূর্ণ চক্রে গড় স্থিতিশক্তি =

=

পূর্ণচক্রের গড় গতিশক্তি $= \langle KE \rangle_{av.} = \frac{1}{T}\int_0^1 \frac{1}{2}m\omega^2 B^2 \sin^2(\omega t - \theta)_{dt}$

$$\therefore \frac{\text{একটি পূর্ণ চক্রে গড় স্থিতিশক্তি}}{\text{একটি পূর্ণ চক্রে গড় গতিশক্তি}} =$$

2. লঘু অবমন্দন সহ প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে আমরা জানি যে স্থায়ী অবস্থার বিস্তার

$$B(\omega) = \frac{F_0}{m\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4b^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{F_0}{m}}{\omega\omega_0\left[\left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{4b^2}{\omega_0^2}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

এখন, $Q = \frac{\omega_0}{2b}$ এবং ব্যবহার করে পাওয়া যায়,

$$B(\omega) = B_0 \frac{\frac{\omega_0}{\omega}}{\left[\left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + Q^{\frac{1}{2}}\right]}$$

আবার, $\tan\theta = \frac{2b\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{2b\omega}{\omega\omega_0\left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)}$

যেহেতু, Q = $\frac{\omega_0}{2b}$ $\therefore$

$\therefore$

3. আমরা জানি,

এর সর্ব্বোচ্চ মান পাওয়া যায় যখন,

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$ বা, $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

এখানে $C = 50\mu F, \omega = 2\pi 60 s^{-1} = 120\pi s^{-1}$

$\therefore$

$I_0 -$ র সর্ব্বোচ্চ মান হলে,

একক 5 যুগ্মিত দোলন (Coupled oscillation)

গঠন

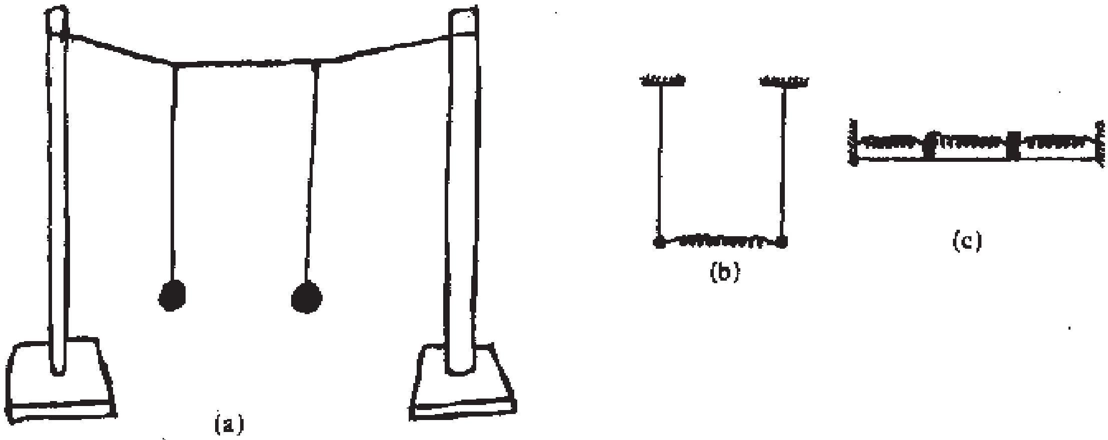
5.1 প্রস্তাবনা

এই পর্যায়ে আমরা এ পর্যন্ত একক দোলকের দোলন সম্বন্ধে আলোচনা করেছি। এর মধ্যে পূর্ববর্তী এককে প্রণোদিত দোলনের আলোচনায় আমার দেখেছি, চালক বল কীভাবে বাইরে থেকে শক্তি সরবরাহের মাধ্যমে চালিত তন্ত্রে কম্পন বজায় রাখে। এক্ষেত্রে শক্তির হস্তান্তর কেবলমাত্র একদিকে অর্থাৎ চালক থেকে চালিতের দিকে ঘটে থাকে—চালকের দিকে শক্তি ফেরত আসে না এবং এর ফলে চালকের অবস্থার কোনও পরিবর্তন ঘটে না। তখনই আমরা উল্লেখ করেছিলাম যে, যদি শক্তির হস্তান্তর উভয়মুখী হওয়া সম্ভবপর হয়, তাহলে চালক ও চালিতকে আলাদাভাবে চিহ্নিত করা যাবে না। তখন যে কম্পন দেখা যাবে, তার বিভিন্ন পর্যায়ে শক্তি হস্তান্তরের অভিমুখ পরিবর্তিত হবে এবং একটি তন্ত্রকে একবার চালিতের ভূমিকায় দেখলে কিছু পরেই সেটি চালকের আসন গ্রহণ করবে। এই পরিবর্তন চলতেই থাকবে যতক্ষণ না কম্পন সম্পূর্ণ বন্ধ হচ্ছে। এই ধরনের কম্পন আমাদের পূর্ব পরিচিত কম্পন থেকে ভিন্ন এবং পদার্থবিদ্যার পরিভাষায় একে বলা হয় যুগ্মিত দোলন (coupled oscillation)।

এই এককে আমরা প্রধানত দুটি যুগ্মিত দোলকের কম্পন সম্বন্ধে আলোচনা করব। তবে এই আলোচনায় আপনি যে গাণিতিক পদ্ধতির সঙ্গে পরিচিত হবেন, সেটি যে কোনও সংখ্যক যুগ্মিত দোলকের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যায়।

প্রকৃতিতে যুগ্মিত দোলনের অনেক উদাহরণ দেখতে পাওয়া যায়। জলের অণুতে অক্সিজেন পরমাণু দুটি হাইড্রোজেন পরমাণুর প্রতিটির সঙ্গে মিলিত হয়ে এক একটি দোলক রচনা করে। অক্সিজেন পরমাণুর মাধ্যমে এই দুটি দোলক যুগ্মিত থাকে। দুটি সরল দোলক যদি একই টান করে রাখা রজ্জু থেকে ঝোলানো থাকে,

তাহলে ঐ রজ্জুর স্থানচ্যুতির মাধ্যমে দোলক দুটি যুগ্মিত হয় (চিত্র 5.1)। স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে সন্নিহিত বস্তুকণাগুলি পরস্পর যুগ্মিত থাকে বলেই এই জাতীয় মাধ্যমে স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের উৎপত্তি হয়। এ থেকে বোঝা যায় যে, যুগ্মিত দোলন পদার্থবিদ্যার দৃষ্টিকোণ থেকে দেখলে অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।



চিত্র 5.1 একটি যুগ্মিত তন্ত্র

উদ্দেশ্য

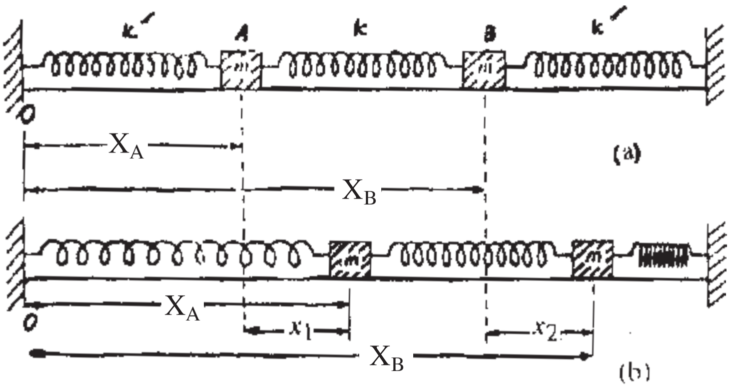
যুগ্মিত দোলন বিষয়ক এই এককটি পড়লে আপনি যে কাজগুলি করার দক্ষতা অর্জন করবেন সেগুলি হল —

- যুগ্মনের ফলে একাধিক বিচ্ছিন্ন দোলকের বৈশিষ্ট্যে কী ধরনের পরিবর্তন ঘটে তার পর্যালোচনা করতে পারবেন।
- অনুদৈর্ঘ্যভাবে কম্পিত যুগ্মিত দোলক তন্ত্রের গতীয় সমীকরণের (equation of motion) প্রতিষ্ঠা করতে পারবেন।
- যুগ্মিত দোলনের সমঞ্জস নির্দেশাঙ্ক (normal coordinates of coupled oscillation) ও স্বভাব কম্পনের ধরন (normal modes of vibration) এবং কম্পাঙ্ক গণনা ও সেগুলি নির্ণয়ের সাধারণ পদ্ধতির পর্যালোচনা।
- তুলনামূলক আলোচনার মাধ্যমে কিছু পরিচিত বাস্তব তন্ত্রের স্বভাব কম্পনের ধরন গণনা।

5.2 হালকা স্প্রিং দ্বারা যুক্ত দুটি সমান ভরের যুগ্মিত কম্পন।

যুগ্মিত কম্পনের বিস্তৃত আলোচনার এই অনুচ্ছেদে আমরা একটি বিশেষ স্প্রিং-ভর তন্ত্রকে বেছে নিচ্ছি। 5.2 চিত্রে এই তন্ত্রটি দেখানো হয়েছে। এখানে দুটি সমান ভর m, k' স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট দুইটি স্প্রিং এর প্রান্তের সঙ্গে যুক্ত। এই স্প্রিং দুটির অন্য প্রান্তগুলি দৃঢ় অবলম্বনের সঙ্গে আবদ্ধ। দুটি ভর m কে যুক্ত করেছে তৃতীয়

একটি স্প্রিং যার স্প্রিং ধ্রুবক k। এই স্প্রিং দুটি ভরের মধ্যে যুগ্মনের (coupling) কাজ করছে। k এর মানের ওপর যুগ্মনের মাত্রা নির্ভর করবে। সাম্য অবস্থানে সব কটি স্প্রিং নিজ নিজ স্বাভাবিক দৈর্ঘ্য বজায় রাখে এবং ভরগুলি স্থির অবস্থায় থাকে।



চিত্র 5.2 (a) সাম্যাবস্থায় স্প্রিং যুক্ত ভর (b) সাম্যাবস্থায় থেকে একই দিকে বিচ্যুত দুটি ভর (বিচ্যুতির পরিমাণ ভিন্ন)।

আপনি ভেবে দেখাতে পারেন, এধরনের একটি তন্ত্রে কী ধরনের কম্পন ঘটতে পারে। ভর দুটির যে কোনও একটি, অথবা দুটিকেই সাম্যাবস্থা থেকে বিচ্যুত করে ছেড়ে দিলে, সেগুলি কম্পিত হতে থাকবে এবং স্প্রিংগুলিও ভরগুলির সরণ অনুযায়ী সঙ্কুচিত ও প্রসারিত হতে থাকবে। ভর দুটির প্রাথমিক বিচ্যুতি যদি স্প্রিংগুলির দৈর্ঘ্য বরাবর অর্থাৎ ডানদিকে বা বাঁদিকে হয়, তবে সেগুলির কম্পনও স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য বরাবর হবে। এই ধরনের কম্পনকে আমরা অনুদৈর্ঘ্য কম্পন বলি। ভর দুটির একটি বা উভয়কে যদি স্প্রিং এর দৈর্ঘ্যের লম্ব বরাবর বিচ্যুত করার পর ছেড়ে দেওয়া হয়, তবে ভরগুলিও ঐ লম্ব বরাবর, অর্থাৎ অনুপ্রস্থভাবে কম্পিত হবে। তবে এখানে আমরা কেবলমাত্র অনুদৈর্ঘ্য কম্পনেই আলোচনা সীমাবদ্ধ রাখব।

অবশ্য এটা আমাদের মনে রাখতেই হবে যে, ভরগুলির কম্পনের বিস্তার, পারস্পরিক দশার প্রভেদ প্রভৃতি বৈশিষ্ট্য কম্পনের প্রাথমিক শর্তগুলির ওপর নির্ভর করে। সুতরাং, আমরা কম্পনশীল বস্তুতন্ত্রের গতি সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করতে পারলেও, তার সমাধানের জন্যে আমাদের প্রাথমিক শর্তগুলি জানা প্রয়োজন হবে

5.2 অবকল সমীকরণের প্রতিষ্ঠা

5.2 চিত্রে দেখানো স্প্রিং -ভর তন্ত্রের সঙ্গে আপনি আগেই পরিচিত হয়েছেন। এখানে আমরা O বিন্দুকে মূলবিন্দু এবং স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য বরাবর 'x' অক্ষ ধরে নেব। ধরা যাক, X_A এবং X_B যথাক্রমে দুটি ভর A এবং B এর ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্দেশ করছে। এখন A ও B ভর দুটিকে ডানদিকে যথাক্রমে x_1 ও x_2 দূরত্ব টেনে সরিয়ে ধরে রাখা হল। এর ফলে ডানদিকের স্প্রিংটি সঙ্কুচিত হবে। বামদিকের স্প্রিং ও মাঝের স্প্রিং, যাকে পরিভাষায় বলা হয় যুগ্মন স্প্রিং (coupling spring), এর ফলে প্রসারিত হবে। এখন A ও B কে ছেড়ে দিলে সমগ্র ব্যবস্থাটির অনুদৈর্ঘ্য কম্পন ঘটতে থাকবে।

যদি t সময়ে মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A এবং B ভরের অবস্থান যথাক্রমে X_A এবং X_B হয়, সাম্যাবস্থা থেকে

তাদের দূরত্ব হবে যথাক্রমে $x_1 = x_A - X_A$ এবং $x_2 = x_B - X_B$। আমরা আগেই উল্লেখ করেছি যে, দু'প্রান্তের দুটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রবক k′ এবং মাঝের যুগ্মন স্প্রিং এর ক্ষেত্রে ঐ মান k। সুতরাং, A ও B এর ওপর ক্রিয়াশীল বলগুলি কত হবে তা নিচের সারণিতে দেখানো হল :

বলের পরিচয়	**A এর ওপর ক্রিয়াশীল বল**	**B এর ওপর ক্রিয়াশীল বল**
(i) প্রত্যানয়ক বল	$-k'(x_A - X_A) = -k'x_1$	$-k'(x_B - X_B) = -k'x_2$
(ii) যুগ্মন বল	$K\left[\left(x_B - x_A\right) - \left(X_B - X_A\right)\right]$	
(coupling force)	$= k(x_2 - x_1)$	$= -k(x_2 - x_1)$

আমরা ধরে নিয়েছি, উভয় ভরই সমান অর্থাৎ, $m_A = m_B = m$ এবং উভয়েই ঘর্ষণহীন তলে চলাফেরা করছে। অতএব, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী দেখা যায় যে, ভর A -এর ক্ষেত্রে

.... 5.1

যেহেতু X_A একটি স্থির অবস্থান বোঝাচ্ছে, সময়ের সঙ্গে তা পরিবর্তিত হবে না। অর্থাৎ, $\frac{d^2X_A}{dt^2} = 0$

$\therefore$ [illegible]

সমীকরণ 5.1 পরিবর্তিত হয়ে দাঁড়ায়

$$m\frac{d^2x_1}{dt^2} = -k'x_1 + k\left(x_2 - x_1\right)$$

উভয়পক্ষকে m দিয়ে ভাগ করে এবং পদগুলিকে সাজিয়ে নিয়ে পাই

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \omega_0^2 x_1 - \omega_c^2\left(x_2 - x_1\right) = 0 \qquad \text{........ 5.2}$$

এখানে এবং $\omega_c^2 = \frac{k}{m}$

ঠিক একইভাবে B ভরটির জন্য আমরা লিখতে পারি

$$m\frac{d^2x_B}{dt^2} = -k'x_2 + k\left(x_1 - x_2\right) \qquad \text{........ 5.3a}$$

m দিয়ে ভাগ করে, $\frac{d^2X_B}{dt^2}=0$ বসিয়ে ও সাজিয়ে নিয়ে পাই

.... 5.3b

এখানেও ω_0^2 ও একই অর্থ বহন করছে।

5.2 এবং 5.3b সমীকরণ দুটি ভালো করে লক্ষ্য করুন। বোঝা যাচ্ছে যে, দুটির কোনটাই সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ নয়। অতএব, A ও B ভর দুটির গতিকে সরল দোলগতি বলা যায় না। এই অবস্থার জন্য দায়ী দুই সমীকরণেরই তৃতীয় পদ, যেগুলি আমরা পেয়েছি যুগ্মনের জন্য। তাছাড়া x_1 এবং x_2 উভয়েই দুটি সমীকরণে উপস্থিত থাকায় সমীকরণ দুটির সমাধানে কিছুটা অসুবিধা দেখা দিচ্ছে। তাহলে এই অবস্থায় কীভাবে আমরা সমীকরণ দুটির সমাধান করব? যে বিষয়টি মনে রেখে আমাদের চলতে হবে তা হল, আমরা x_1 ও x_2 -র বদলে কোনো সুবিধাজনক রাশি নিয়ে কাজ করতে পারি কিনা। এজন্য প্রথমে আমরা 5.2 এবং 5.3b কে যোগ করে এবং তারপর প্রথমটি থেকে দ্বিতীয়টিকে বিয়োগ করে পাই

.... 5.4a

এবং $\frac{d^2}{dt^2}(x_1-x_2)+(\omega_0^2+2\omega_c^2)(x_1-x_2)=0$ 5.4b

এই সমীকরণ দুটি বোধ হয় আপনার পরিচিত মনে হচ্ছে। দেখুন এবার আমরা আরেকটি উপায়ে এদের আরও পরিচিত করে তুলতে পারি। আমরা পারি,

$x_1+x_2=\xi_1$ 5.5a

$x^1 - x^2 =$ 5.5b

এই দুটি রশি এবং কে যদি (5.4a) এবং (5.4b) সমীকরণে যথাক্রমে (x_1+x_2) এবং (x_1-x_2)র জায়গায় বসানো যায়, তাহলে আমরা পাই,

.... 5.6

এবং, $\frac{d^2\xi_2}{dt^2}+\omega_2^2\xi_2=0$ 5.7

এখানে, $\omega_1^2=\omega_0^2=\frac{k'}{m}$ 5.8

এবং, $\omega_2^2 = \omega_0^2 + 2\omega_c^2 = \dfrac{k' + 2k}{m}$ 5.9

লক্ষ্য করুন, x_1 ও x_2 -এর বদলে এবং রাশি দুটি ব্যবহার করে (5,6) েবং (5,7) সমীকরণ দুটি গঠন করার ফলে সমগ্র তন্ত্রের গতিটি আমাদের সুপরিচিত সরল দোলগতির দুটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করা যাচ্ছে। এখানে সময়ের (t) সঙ্গে পরিবর্তনশীল ও রাশি দুটি তৈরি হয়েছে x_1 এবং x_2 এর সমন্বয়ে। 5.6 ও 5.7 সমীকরণ যে সরল দোলগতিগুলি সূচিত করছে, তাদের কৌণিক কম্পাঙ্ক যথাক্রমে ও ।

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, এই দুটি কৌণিক কম্পাঙ্কের মধ্যে । পরবর্তী অনুচ্ছেদে আমরা 5.6 ও 5.7 সমীকরণ দুটির সমাধান করব এবং , এবং দুটি কৌণিক কম্পাঙ্ক ও -এর তাৎপর্য বিশ্লেষণ করব।

5.2.2 যুগ্মিত কম্পনের স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক ও স্বাভাবিক কম্পনশৈলী

আগের অনুচ্ছেদে আমরা x_1 ও x_2 এর সংযোগে গঠিত দুটি চলরাশি ও পেয়েছি। এই এবং রাশিদুটিকে বলা হয় স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক (normal coordinates)। x_1 এবং x_2 -পরিবর্তে এই দুটি চল রাশি ব্যবহার করায় 5.6 এবং 5.7 সমীকরণ দুটি গাণিতিকভাবে সরলতর হয়ে গেছে।

যুগ্মিত কম্পনের ক্ষেত্রে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বলতে এমন কয়েকটি নির্বাচিত চলরাশিকে বোঝায়, যেগুলির সাহায্যে কম্পনশীল ব্যবস্থাটির গতি সমীকরণগুলিকে সমসংখ্যক রৈখিক অবকল সমীকরণ হিসাবে লেখা যায়। কেবল তাই নয়, এই সমীকরণগুলিতে প্রতিটি পদের সহগ হিসাবে ধ্রুবক রাশি পাওয়া যায় এবং চলরাশিগুলিও কেবলমাত্র সময়ের ওপর নির্ভরশীল হয়। এর ফলে তন্ত্রের সামগ্রিক গতিটি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করা সহজ হয়ে যায়। 5.6 ও 5.7 সমীকরণে যে দুটি স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক ও রয়েছে, সেগুলি আর একটি যুগ্মিত কম্পনের স্বাভাবিক কম্পনশৈলী (normal mode of vibration) বোঝায়। এই নির্দেশাঙ্কগুলি যথাক্রমে ও কৌণিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হয়। এবং রাশি দুটিকে আমরা **স্বাভাবিক কম্পনশৈলীর কম্পাঙ্ক** (normal mode frequency) বলি।

যুগ্মিত তন্ত্রের কম্পনে একসঙ্গে এক বা একাধিক স্বাভাবিক কম্পনশৈলী বর্তমান থাকতে পারে। যদি একটিমাত্র কম্পনশৈলী উপস্থিত থাকে, তবে যুগ্মিত প্রতিটি তন্ত্রের কম্পন একই কম্পাঙ্কের সরল দোলগতিতে হয়। তবে এমন ঘটনা বিশেষ অবস্থাতেই ঘটতে পারে। সাধারণভাবে যুগ্মিত তন্ত্রটি একাধিক কম্পনশৈলীতে কম্পিত হয়, ফলে প্রতি তন্ত্রে একাধিক কম্পাঙ্কের সরল দোলগতির উপরিপাতন ঘটে। এবার আমরা প্রথম এককে যেভাবে সরল দোলগতির অবকল সমীকরণ থেকে তার সময় —দূরত্ব সমীকরণ নির্ণয় করেছি, সেভাবে 5.6 ও 5.7 অবকল সমীকরণগুলির সমাধান লিখতে পারি। ঐ দুটি সমাধান যথাক্রমে :

.... 5.10

.... 5.11

এখানে A_1 এবং A_2 দুটি আন্দোলনের বিস্তার এবং ϕ_1 ও দুটি ক্ষেত্রে প্রাথমিক দশা সূচিত করছে।

5.10 এবং 5.11 সমীকরণ দ্বারা প্রকাশিত এবং $\xi_2(t)$ এর মান ব্যবহার করে আমরা প্রাথমিক নির্দেশাঙ্ক $x_1(t)$ এবং সহজেই পেতে পারি :

$$= \frac{1}{2}\left[A_1\cos(\omega_1 t+\phi_1)+A_2\cos(\omega_2 t+\phi_2)\right] \qquad \text{........ 5.12}$$

এবং,

$$= \frac{1}{2}\left[A_1\cos(\omega_1 t+\phi_1)+A_2\cos(\omega_2 t+\phi_2)\right] \qquad \text{........ 5.12}$$

5.12 এবং 5.13 তে প্রকাশিত সম্পর্ক দুটি থেকে $x_1(t)$ এবং $x_2(t)$ নির্ণয় করতে গেলে আমাদের চারটি ধ্রুবক রাশি A_1, A_2, এবং এর মান জানা দরকার। এজন্য আমরা ভরগুলির সরণ ও বেগের প্রাথমিক মানগুলি ব্যবহার করে থাকি। এগুলিকে প্রাথমিক শর্ত (initial condition) বলা হয়। চারটি অজ্ঞাত ধ্রুবক রাশির মান নির্ণয়ের জন্য চারটি প্রাথমিক শর্তের প্রয়োজন হয়। একটি উদাহরণ থেকে বিষয়টি স্পষ্ট হবে।

ধরা যাক t = 0 সময়ে । অর্থাৎ, প্রাথমিক অবস্থায় A ও B ভর দুটি সাম্যাবস্থা থেকে যথাক্রমে ডানদিকে ও বাঁদিকে দূরত্বে সরে স্থির অবস্থায় রয়েছে (চিত্র 5.3)। 5.12 ও 5.13 সমীকরণে এই শর্তগুলি বসিয়ে আমরা পাই :

.... 5.14a

$$2x_2(0) = A_1\cos\phi_1 - A_2\cos\phi_2 = -2a \qquad \text{........ 5.14b}$$

$$\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{1}{2}\left(A_1\omega_1\sin\phi_1 + A_2\omega_2\sin\phi_2\right) = 0 \qquad \text{........ 5.14c}$$

$$\left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{t=0} = \frac{1}{2}\left(-A_1\omega_1\sin\phi_1 + A_2\omega_2\sin\phi_2\right) = 0 \qquad \text{........ 5.14d}$$

উপরের সমীকরণগুলি সমাধান করলে পাওয়া যায় :

$$A_1 \cos\phi_1 = 0, A_1\omega_1 \sin\phi_1 = 0,$$

অর্থাৎ,

এই মানগুলি ব্যবহার করে লেখা যায়

.... 5.15a

$$x_2(t) = -a\cos\omega_2 t \qquad \text{........ 5.15b}$$

সহজেই বোঝা যায়, এক্ষেত্রে $\xi_1(t) = 0, \xi_2(t) = 2a\cos\omega_2 t$ ।

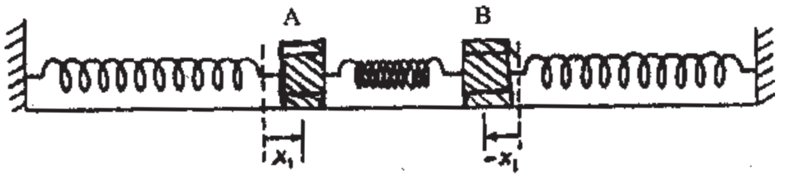
এখানে স্প্রিং ভর তন্ত্রের কম্পনে একটিমাত্র স্বাভাবিক কম্পনশৈলীর উপস্থিত রয়েছে। এবং সেটি হল $\xi_2(t)$ । এর ফলে তন্ত্রের $x_1(t)$ ও স্থানাঙ্কগুলি একই কম্পাঙ্কে আন্দোলিত হচ্ছে। এই কম্পাঙ্কটি হল , যা এর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক।

এবার এই ধরনের একটি অনুশীলনী আপনি নিজেই করতে চেষ্টা করুন।

অনুশীলনী -1 : নিচে দেওয়া প্রাথমিক শর্তগুলি স্প্রিং ভর তন্ত্রের 5.12 ও 5.13 গতি সমীকরণের ধ্রুবকগুলি নির্ণয় করুন :

(i) $x_1(0) = A$, (ii) (iii) এবং (iv) $\left(\dfrac{dx_2}{dt}\right)_{t=0} = 0$

এই অনুশীলনীতে যে প্রাথমিক শর্ত অর্থাৎ $t = 0$ সময়ে সরণ ও গতিবেগের যে মান দেওয়া হয়েছে, তা একটি বিশেষ উপায়ে সৃষ্ট যুগ্মিত কম্পন সূচিত করছে। 5.3 চিত্রে পরিস্থিতিটি দেখানো হয়েছে। এখানে উভয় ভরকেই তার সাম্যাবস্থানের সাপেক্ষে ডান দিকে সমপরিমাণ (=A) বিচ্যুত করা হয়েছে। দুধারের স্প্রিং দুটির



চিত্র 5.3 পরস্পর বিপরীতমুখ থেকে সমপরিমাণ বিচ্যুত দুটি যুগ্মিত ভর ।

ধ্রুবক এক এবং সঙ্কোচন বা প্রসারণের মান এক হওয়ায় তারা যুগ্মিত ভর দুটির ওপর একই দিকে সমান বল প্রয়োগ করে। এর ফলে যুক্তকারী মাঝের স্প্রিংটির কোনো সঙ্কোচন বা প্রসারণ হয় না এবং যেহেতু স্প্রিংগুলিকে হালকা অর্থাৎ ভরহীন ধরে নেওয়া হয়েছে, তাই ভাবা যায় যে, এইভাবে কম্পন সম্পাদিত হওয়ার সময় দুটি ভরের মাঝের স্প্রিংটির যেন অস্তিত্বই নেই। ফলে যুগ্মনের কোনো প্রভাবই এই কম্পনে নেই। আপনি বুঝতেই পারছেন, এটি স্প্রিং-ভর তন্ত্রটির স্বাভাবিক কম্পনশৈলী। এক্ষেত্রে স্বাভাবিক কম্পনের যে কম্পাঙ্ক পাওয়া যায়, তা প্রতিটি ভরের নিজস্ব স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান।

5.3 যুগ্মিত কম্পনে বিস্তারের মডিউলেশন

আপনি হয়ত লক্ষ্য করেছেন যে, 5.2 অনুচ্ছেদের আলোচনায় ও অনুশীলনীতে আমরা স্প্রিং-ভর তন্ত্রের গতির যে দুটি উদাহরণ পেয়েছি, তাতে বিশেষ দু'ধরনের প্রাথমিক শর্ত আরোপ করা হয়েছে। দুটি প্রাথমিক শর্তে ভর দুটির অযুগ্মিত দোলগতির এক একটি অবস্থা কল্পনা করা হয়েছে। তবে একটিতে, অর্থাৎ যখন $x_1(0)=x_2(0)$, তখন দশা পার্থকশূন্য আর অন্যটিতে, যখন $x_1(0)=-x_2(0)$, তখন দশা পার্থক্য π ধরা হয়েছে। এই বিশেষ প্রাথমিক শর্ত নির্বাচনের ফলে আমরা স্প্রিং -ভর তন্ত্রটিকে এক একটি বিশুদ্ধ কম্পনশৈলীতে কম্পিত হতে দেখেছি। এতে অবশ্য আমাদের আলোচনা কিছুটা সরল হয়েছে।

কিন্তু আপনি নিশ্চয়ই প্রশ্ন তুলতে পারেন যে, স্প্রিং -ভর তন্ত্রটি কি একই সঙ্গে দুই কম্পনশৈলীতে কম্পিত হতে পারে না? গণিতের ভাষায় বলা যায়, এবং উভয়ই কি অ-শূন্য (non zero) হতে পারে না? এক কথায় এর উত্তর হ্যাঁ, নিশ্চয়ই তা হতে পারে। তবে আপনি হয়ত একটি সম্পূর্ণ উদাহরণের সাহায্যে এই অবস্থাটি বুঝতে চাইছেন। তাই এখানে আমরা একটি পৃথক প্রাথমিক শর্ত ধরে নিয়ে 5.12 ও 5.13 সমীকরণের ধ্রুবকগুলি নির্ণয় করব।

এই প্রাথমিক শর্তগুলি হল, t = 0 সময়ে

$$x_1(0)=2a,\quad x_2(0)=0,\quad \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{t=0}=0 \quad \text{এবং} \quad \left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{t=0}=0$$

অর্থাৎ, প্রথম ভরটি ডান দিকে 2a দূরত্বে এবং দ্বিতীয় ভরটি সাম্যাবস্থানে স্থির অবস্থায় আছে (চিত্র 5.4)

এখন আমরা 5.14 (a –d) সমীকরণগুলির অনুরূপ চারটি সমীকরণ লিখতে পারি :

$$x_1(0)=\frac{1}{2}\left(A_1\cos\phi_1+A_2\cos\phi_2\right)=2a$$

$$x_2(0)=\frac{1}{2}\left(A_1\cos\phi_1-A_2\cos\phi_2\right)=0$$

$$\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{t=0}=-\frac{1}{2}\left(A_1\omega_1\sin\phi_1+A_2\omega_2\sin\phi_2\right)=0$$

$$\left(\frac{dx_2}{dt}\right)_{t=0}=\frac{1}{2}\left(-A_1\omega_1\sin\phi_1+A_2\omega_2\sin\phi_2\right)=0$$

উপরের সমীকরণগুলি সাহায্যে এখন আপনি নিজেই দেখাতে পারবেন যে,

$$x_1(t)=a\left(\cos\omega_1 t+\cos\omega_2 t\right) \qquad \text{........ 5.16a}$$

.... 5.16b

ত্রিকোণমিতির সূত্র প্রয়োগ করে x_1 ও x_2 -এর রাশিমালাকে লেখা যায়

.... 5.17a

ও t 5.17b

আপনার হয়ত মনে আছে যে, এবং । এখানে $\omega_2 > \omega_1$ অর্থাৎ, রাশিটি ধনাত্মক। আমরা , অর্থাৎ দুই কৌণিক কম্পাঙ্কের গড়কে এবং অর্থাৎ, দুই কৌণিক কম্পাঙ্কের পার্থক্যকে হিসাবে লিখব। ভর দুইটির মধ্যে যুগ্মন যদি আলগা হয়, তবে এবং রাশির মান এর তুলনায় ছোট হবে। এই অবস্থায় t এর সাইন বা কোসাইন এর সাইন বা কোসাইনের তুলনায় ধীর গতিতে আন্দোলিত হবে। আমরা ধরে নিতে পারব যে, ও এর বিস্তার হবে যথাক্রমে এবং $B_m = 2a\sin\frac{\Delta\omega}{2}t$ । আমরা এবার $x_1(t)$ ও কে লিখতে পারি

.... 5.18a

ও 5.18b

5.18a ও b সূত্রে আমরা ও এর যে রাশিমালা দুটি পেলাম, তার থেকে স্প্রিং -ভর তন্ত্রের আন্দোলনের চরিত্রটি বোঝা যেতে পারে। 5.5 a ও b চিত্রে সময়ের সঙ্গে ও x_2 এর পরিবর্তন লেখচিত্রের সাহায্যে দেখানো হয়েছে।

সময়ে সুতরাং

সুতরাং, এই সময়ে রাশিটি 2a বিস্তারে ও কৌণিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হতে থাকবে। x_2 রাশির বিস্তার এই শূন্য। সুতরাং, A ভরটি 2a বিস্তারে ও কৌণিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হলেও, B ভরটি এই মুহূর্তে স্থির থাকবে।

কিন্তু সময়ের সঙ্গে বিস্তারটি কমতে থাকবে এবং যখন অর্থাৎ, তখন

হবে। অপরদিকে, B_m এর মান ক্রমশ বৃদ্ধি পেয়ে $t = \dfrac{\pi}{\Delta\omega}$ সময়ে 2a হবে। সুতরাং, এই মূহুর্তে A ভরটি স্থির অবস্থায় আসবে এবং B ভরটি সর্বোচ্চ 2a বিস্তারে কৌণিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হতে থাকবে।

আপনি নিশ্চয় বুঝতে পারছেন যে, এরপর যখন হবে, অর্থাৎ $t = \dfrac{\pi}{\Delta\omega}$ সময়ে আবার $A_m = -2a$ এবং হবে। অবশেষে, $t = \dfrac{4\pi}{\Delta\omega}$ সময়ে, $A_m = 2a$ এবং হবে অর্থাৎ, তন্ত্রটি প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে আসবে। A_m ও বিস্তারের এই হ্রাস-বৃদ্ধিকে আমরা মডিউলেশন (modulation) বলি। আমরা দেখলাম, মডিউলেশনের পর্যায়কাল বা মডিউলেশনের কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega_m = \dfrac{2\pi}{T_m} = \dfrac{\Delta\omega}{2}$ । x_1 ও x_2 এর মড্ডিউলেশন করা বিস্তারগুলিকে লেখা যায়,

$$A_m = 2a\cos\omega_m t$$

ও

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করছেন যে, বিস্তার দুটির মডিউলেশনে দশা পার্থক্য আছে, কেননা

$$B_m = 2a\sin\omega_m t$$

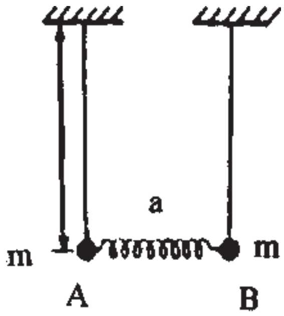
$$\cos\omega_m t = \sin\left(\omega_m t + \frac{\pi}{2}\right)$$

এবার A ও B ভরের দোলগতির আর একটি বৈশিষ্ট্যের দিকে দৃষ্টি ফেরানো যাক। 5.16 a ও b সমীকরণ থেকে এটি স্পষ্ট যে, ভর দুটির গতি দুটি পৃথক কম্পাঙ্কের একরেখীয় সরল দোলগতির উপরিপাতনের ফলে উৎপন্ন হয়েছে। এই পর্যায়ের দ্বিতীয় এককে আপনি দেখেছেন যে,এ জাতীয় উপরিপাতনের ফলে ব্রিটের উদ্ভব হয় আমরা A ও B ভরের দোলনের বিস্তারে যে ওঠানামা লক্ষ্য করলাম, তা এই বিট ছাড়া আর কিছু নয়।

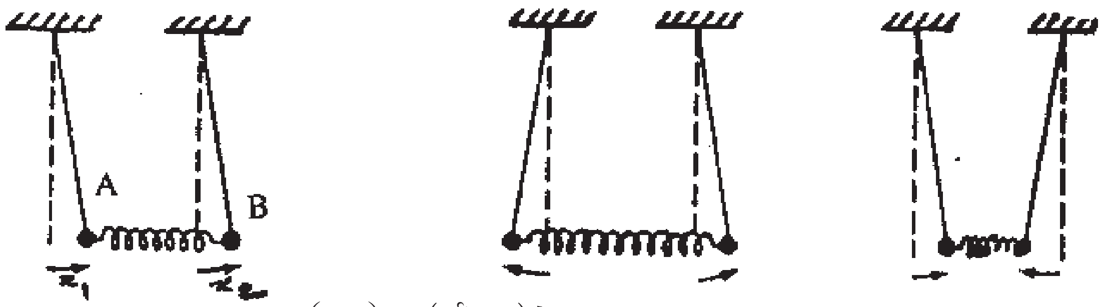
5.4 দুটি যুগ্মিত সরল দোলকের ক্ষেত্রে স্বাভাবিক কম্পনশৈলীর বিশ্লেষণ পর্যালোচনা

এবার আমরা আমাদের খুব পরিচিত একটি ক্ষেত্রে যুগ্মনের ভূমিকা পর্যালোচনা করব। সরল দোলক এবং তার দোলন সংক্রান্ত বিষয়গুলি নিয়ে নতুন করে নিশ্চয়ই আর কিছু বলার নেই। ধরে নিন, দুটি সমান দৈর্ঘ্যের সরল দোলককে পাশাপাশি ঝুলিয়ে পিণ্ড (bob) দুটিকে 5.4 চিত্রে যেমন দেখানো হয়েছে সেইভাবে একটি হালকা স্প্রিং এর সাহায্য যুগ্মিত করা হল। ধরে নিন, পিণ্ড দুটির মধ্যে দূরত্ব এমন যে, যখন তারা সাম্য অবস্থায় আছে তখন তাদের সংযোগকারী স্প্রিংটি তার স্বাভাবিক দৈর্ঘ্যে রয়েছে অর্থাৎ, সঙ্কুচিত বা প্রসারিত হয়নি। এবার পিণ্ড দুটিকে কাগজের তলে দোলানোর চেষ্টা করা হলে আমরা কী দেখতে পাব, সেটিই আমাদের আলোচ্য বিষয়।

5.5 (a) চিত্রে যেভাবে দেখানো হয়েছে, সেইভাবে দোলকদুটিকে তাদের সাম্যবস্থান থেকে বিচ্যুত করে স্থির অবস্থা থেকে ছেড়ে দিলে তাদের দোলগতি শুরু হবে। চিত্র 5.5 (b) এবং (c) তে দেখানো হয়েছে যে, এই দোলন শুরুর কাজটা কিছুটা ভিন্নভাবেও করা যেতে পারে। 5.5 (a) তে দেখা যাচ্ছে যে, দোলক দুটি সম দশায় (in same phase) তাদের দোলন শুরু করেছে, আর (b) এবং (c) -তে তাদের দোলন শুরু হচ্ছে বিপরীত দশা (opposite phase) থেকে।



চিত্র 5.4



$$A : m\frac{d^2x_1}{dt^2} = -\left(\frac{mg}{l}\right)x_1 + k\left(x_2 - x_1\right)$$

(a) (b) (c)

চিত্র 5.5

এই পর্যায়ের প্রথম এককে আমরা দেখেছি যে সরল দোলকের দোলগতির জন্য যে অবকল সমীকরণ লেখা যায় তা হল : $m\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{mg}{l}x$ যেখানে, m = পিণ্ডের ভর, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ , l = সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য। সমীকরণের ডানদিকের রাশিটি পিণ্ডের উপর প্রযুক্ত প্রত্যানয়ক বল। পিণ্ড দুইটি যদি সাম্যাবস্থান থেকে x_1 ও x_2 পরিমাণ বিচ্যুত হয়, তবে স্প্রিং এর প্রসারণ হবে x2 -x1। এখন স্প্রিং ধ্রবক যদি k হয়, তবে স্প্রিং এর প্রসারণের জন্য বাম ও ডানদিকের A ও B পিণ্ডের উপর যথাক্রমে এবং $-k(x_2 - x_1)$ বল কাজ করবে। প্রত্যানয়ক বলের সঙ্গে এই দুটি বল যোগ করে A ও B পিণ্ডের গতি

সমীকরণ লেখা যায় পিণ্ড 5.19a

এবং, $$m\frac{d^2x_2}{dt^2} = -\left(\frac{mg}{l}\right)x_2 - k\left(x_2 - x_1\right) \qquad \text{....... 5.19b}$$

লক্ষ্য করুন, এই দুটি সমীকরণের কোনোটিই কিন্তু সরল দোলগতি সূচিত করছে না। সমীকরণ দুটির উভয়পক্ষকে ‘m’ দিয়ে ভাগ করে এবং পদগুলিকে সাজিয়ে নিয়ে পাওয়া যায় :

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \omega_0^2 x_1 + \omega_x^2\left(x_1 - x_2\right) = 0 \qquad \text{....... 5.20a}$$

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} + \omega_0^2 x_2 - \omega_c^2\left(x_1 - x_2\right) = 0 \qquad \text{....... 5.20b}$$

এখানে, $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ এবং.

5.20a এবং 5.20b সমীকরণ দুটি যথাক্রমে 5.2b এবং 5.3b -এর অনুরূপ। অতএব, এই পর্যায় থেকে আমরা 5.2 অনুচ্ছেদের বিশ্লেষণ পদ্ধতি অনুসরণ করতে পারি। এই কাজটা একটা অনুশীলনীর মাধ্যমে করে দেখলে কেমন হয়?

অনুশীলনা -2 : 5:20a এবং 5:20b সমীকরণ দুটি থেকে শুরু করে দুটি যুগ্মিত সরল দোলকের স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক ও স্বাভাবিক কম্পনের কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় করুন।

উপরের অনুশীলনীটির সমাধান করার সঙ্গে সঙ্গে আপনি এই যুগ্মিত কম্পনের ক্ষেত্রে দুটি অনুরূপ দোলক নিয়ে গঠিত এই তন্ত্রটির গতিশক্তি K এবং স্থিতিশক্তি V-এর গণনা করতে পারবেন। যেহেতু ভরদুটির মধ্যে ব্যবহৃত যুগ্মন স্প্রিংটি ভরহীন, তাই গতিশক্তি কেবলমাত্র পিণ্ড দুটির ক্ষেত্রেই পাওয়া যাবে। আর স্থিতিশক্তি কেবল পিণ্ড দুটির জন্য নয়, যুগ্মন স্প্রিংয়ের জন্যও পাওয়া যাবে। তাই লেখা যায় যে,

গতিশক্তি 5.21

এখানে, এবং

স্থিতিশক্তির ক্ষেত্রে আমরা জানি যে, কোনো সরল দোলকের পিণ্ডের ভর m এবং সাম্যাবস্থান থেকে তার বিচ্যুতি x হলে, পিণ্ডটির স্থিতিশক্তির মান যেখানে, $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ । আবার আমরা জানি, স্প্রিং

এর স্থিতিশক্তির মান ($\frac{1}{2}k\times$ সঙ্কোচন বা প্রসারণের বর্গ)। এক্ষেত্রে মোট স্থিতিশক্তি হচ্ছে, পিণ্ড দুটির স্থিতিশক্তি এবং স্প্রিং এর স্থিতিশক্তির সমষ্টির সমান। অতএব দেখা যায়,

স্থিতিশক্তি 5.22

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করছেন যে, 5.21 ও 5.22 সমীকরণে আমরা গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যে রাশিমালা পেলাম, তা স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্কের সাহায্যে লেখা হয়নি। পরের অনুশীলনীতে আপনি নিজেই এই কাজটি করে দেখুন।

অনুশীলনী - 3 : 5.21 ও 5.22 সূত্র দুটিতে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যে রাশিমালা দেওয়া হয়েছে, সেগুলিকে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক $\xi_1 = x_1 + x_2$ এবং এর সাহায্যে প্রকাশ করুন। দেখান যে, ও -এর পরিবর্তে

ও

ব্যবহার করলে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তিকে আরও সরলভাবে প্রকাশ করা যায়।

এই অনুচ্ছেদটি শেষ করার আগে স্বাভাবিক কম্পনশৈলীর আর একটি ধর্মের কথা উল্লেখ করা যেতে পারে। অনুশীলনী 2 এর উত্তর করার সময় আপনি দেখেছেন যে, যুগ্মিত সরল দোলকের 5.20a ও b সমীকরণ দুটিকে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্কের হিসাবে লেখা যায়

.... 5.23a

ও, $$\frac{d^2\xi_2}{dt^2} + \left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)\xi_2 = 0 \qquad .... 5.23b$$

যেখানে, $\xi_1 = x_1 + x_2, \xi_2 = x_1 - x_2$ । উপরের সমীকরণ 5.23a ও b থেকে স্পষ্টই বোঝা যায় যে, ও যথাক্রমে এবং কৌণিক কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে কম্পিত হয়। এগুলির সমাধান হবে :

$$x_1 + x_2 = \xi_1 = A_1 \cos\left(\omega_0 t + \alpha_1\right)$$

এবং,

এখন যদি কেবলমাত্র কম্পনশৈলী উপস্থিত থাকে, অর্থাৎ হয়, তবে হবে এবং ও এর মান পাওয়া যাবে

এর অর্থ x_1 ও x_2 সম দশায় কম্পিত হবে এবং উভয়েরই কৌণিক কম্পাঙ্ক হবে ω_0 ।

আবার, যদি কেবলমাত্র কম্পনশৈলীটি থাকে এবং, হয়, তবে হবে এবং ও x_2 এর মান হবে

$$x_2 = -\frac{1}{2} A_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2) = \frac{1}{2} A_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2 + \pi)$$

অর্থাৎ, x_1 ও বিপরীত দশায় বা দশা পার্থক্যে কম্পিত হবে এবং উভয়ের কৌণিক কম্পাঙ্ক হবে। উপরের আলোচনা থেকে আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, এক একটি স্বাভাবিক কম্পনশৈলীতে তন্ত্রের এক একটি অংশের কম্পন একই কম্পাঙ্কে হলেও তাদের মধ্যে এক এক দশা পার্থক্য থাকতে পারে।

5.5 স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের সাধারণ পদ্ধতি

আমরা এখন পর্যন্ত যুগ্মিত কম্পনের আলোচনায় ধরে নিয়েছি যে, যুগ্মিত ভর দুটি পরস্পর সমান। প্রতিসাম্যের ফলে যদিও সমস্যাটি অনেকটা সরল হয়েছে, তবু স্বাভাবিকভাবেই এই প্রশ্ন তুলতে পারেন যে, দুটি ভর সমান না হলে আমরা কীভাবে সমস্যাটির সমাধান করব? বস্তুত দুটি ভর সমান ধরে নিলে বলা চলে না যে, আমরা কোনো সাধারণ পদ্ধতি ব্যবহার করছি বরং তা একটি বিশেষ ক্ষেত্রেই (special case) প্রযোজ্য হচ্ছে। তাই যুগ্মিত দোলকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক এবং স্বাভাবিক কম্পনশৈলীতে যুগ্মিত ভরগুলির সরণের অনুপাত নির্ণয়ের সাধারণ পদ্ধতির প্রদর্শন করতে আমরা ধরে নেব যে, আগের অনুচ্ছেদে আলোচিত যুগ্মিত সরল দোলক দুটির ক্ষেত্রে l এক হলেও পিণ্ড দুটির ভর অসমান। ধরা যাক, A ও B পিণ্ডের ভর যথাক্রমে ও ।

স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ও ভরগুলির সরণের অনুপাত নির্ণয়ের জন্য এবার আমরা কয়েকটি নির্দিষ্ট ধাপে অগ্রসর হব। এগুলি আমরা সংখ্যা দিয়ে চিহ্নিত করে লিখছি, যাতে আপনি সহজে ধাপগুলি অনুসরণ করতে পারেন।

1. দুটি যুগ্মিত দোলকের পিণ্ডের গতির অবকল সমীকরণ প্রতিষ্ঠা।

পিণ্ডের ভর m_a ও m_b এবং স্প্রিং ধ্রবক = k ধরে নিয়ে

A পিণ্ডের জন্য :

B পিণ্ডের জন্য : $$m_b \ddot{x}_2 = -m_b \frac{8}{l} x_2 - k(x_2 - x_1)$$

এখন, $\frac{g}{l} = \omega_0^2, \frac{k}{m_a} = \omega_h^2$ এবং $\frac{k}{m_h} = \omega_b^2$ লিখে পাওয়া যায়।

$$\ddot{x}_1 = -\omega_0^2 x_1 + \omega_a^2 \left(x_2 - x_1\right) \qquad \text{....... 5.24a}$$

এবং $\ddot{x}_2 - \omega_0^2 x_2 - \omega_b^2 (x_2 - x_1)$ 5.24b

এই দুটিই হল আমাদের উদ্দিষ্ট দুটি অবকল সমীকরণ।

2. কোনও একটি স্বাভাবিক কম্পনশৈলীতে সবগুলি নির্দেশাঙ্কই একটি কম্পাঙ্কে কম্পিত হয়। এই তথ্যের প্রয়োগ করে স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক নির্ণয়।

x_1 ও নির্দেশাঙ্ক দুটি যদি একই কৌণিক কম্পাঙ্ক 'w' তে কম্পিত হয়, তবে এগুলির রূপ হবে

ও $x_2 = A_2 \cos\left(\omega t + \phi_2\right)$

প্রতিটিকে দুবার অবকলন করলে আপনি পাবেন :

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 x_1 \text{ এবং } \ddot{x}_2 = -\omega^2 x_2$$

5.24a ও 5.24b সমীকরণে এই মান দুটি বসালে পাওয়া যায় :

$$-\omega^2 x_1 = -\omega_a^2 x_1 + \omega_a^2 \left(x_2 - x_1\right)$$

$0 = \omega_0^2 (\omega_d^2 + \omega_a^2$ [illegible]

এ দুটি সমীকরণকে সরল করে পাওয়া যায় :

এবং, $\left(\omega_0^2 + \omega_b^2 - \omega^2\right) x_2 = \omega_b^2 x_1$

ω^2 এর মান নির্ণয় করার জন্য এই দুই সমীকরণ থেকে এর মান নির্ণয় করে দুটিকে সমান বলে লেখা যেতে পারে। অর্থাৎ,

.... 5.25

বজ্রগুণন করে সাজিয়ে লিখলে আপনি ω^2 এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ পাবেন;

এর থেকে এর দুটি মান পাওয়া যায়। এগুলি হল :

$= \omega^2$ অথবা,

এর দুটি মানের ধনাত্মক বর্গমূলগুলি নিলে - এর দুটি মান হল

.... 5.26a

এবং 5.26b

ω_1 এবং -ই হল যুগ্মিত দোলক তন্ত্রের দুই স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক।

3. যুগ্মিত ভরগুলির সরণের অনুপাতের রাশিমালায় স্বাভাবিক কম্পাঙ্কগুলির মানের প্রতিস্থাপন।

আমরা ইতিমধ্যেই 5.25 সমীকরণে যুগ্মিত দোলক দুটির পিণ্ড A ও B এর সরণের অনুপাত এর দুটি রাশিমালা পেয়েছি। এগুলির মান এর ওপর নির্ভরশীল। সুতরাং, এক একটি স্বাভাবিক কম্পনশৈলীতে এই অনুপাত এক এক রকম হবে।

যখন, (সমীকরণ 5.26a)

, অর্থাৎ এই কম্পনশৈলীতে $x_1 = x_2$

সুতরাং, পিণ্ড দুটির একই দিকে সমপরিমাণ সরণ হবে এবং তাদের কম্পনের দশা সমান হবে।

আবার যখন, $\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_a^2 + \omega_b^2$

.... 5.27

অর্থাৎ, এই কম্পনশৈলীতে পিণ্ড দুটির সরণ শুধু বিপরীতমুখী নয়, তাদের মানও ভরগুলির ব্যস্তানুপাতী। আমরা আগেই দেখেছি, সরণ দুটি বিপরীতমুখী হওয়ার অর্থ, তাদের দোলগতিতে দশার পার্থক্য π ।

লক্ষ্য করুন, অনুপাতের অপর রাশিমালাটি ব্যবহার করলেও একই ফল পাওয়া যাবে।

এ পর্যন্ত যে আলোচনা করা হল, তা থেকে যুগ্মিত দোলকের ক্ষেত্রে সাধারণ পদ্ধতির প্রয়োগ আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পেরেছেন। এই পদ্ধতিতে যে ফল পাওয়া গেল, সেগুলি আগে দোলকের পিণ্ড দুটির ভর সমান ধরে নিয়ে যে ফল পাওয়া গিয়েছিল, তার সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ কিনা সেটি আপনি দেখে নিতে পারেন।

সাধারণ পদ্ধতিতে পিণ্ড দুটির ভিন্ন ভরের জন্য এর যে মান আমরা পেয়েছি অর্থাৎ,

, সেটি $m_a = m_b = m, \omega_a^2 = \omega_b^2 = \dfrac{k}{m}$ লিখলে দাঁড়ায় , যা 5.9 সমীকরণের এর সমান।

আবার 5.27 সমীকরণে লিখলে এর মান হয় যা আমরা আগে কম্পনশৈলীর ক্ষেত্রে পেয়েছি।

এখানে আমরা এমন দুটি সরল দোলক নিয়ে গণনার কাজ করেছি যে, দোলক দুটির কার্যকর দৈর্ঘ্য এবং অযুগ্মিত অবস্থায় নিজস্ব কম্পাঙ্ক সমান। কিন্তু পিণ্ড দুটির ভর ভিন্ন হওয়ায় যুগ্মনের ফলে এখানে এর যে মান পাওয়া গেছে, তা কিন্তু দুটি ভরের উপরই নির্ভরশীল। লক্ষ্য করুন, আমরা যদি দুটির কার্যকর দৈর্ঘ্য ভিন্ন ধরে নিতাম, তাহলে দুটি দোলকের নিজস্ব কম্পাঙ্কও ভিন্ন হত এবং না হয়ে তা কিছুটা জটিলতর হত। দুটি ভিন্ন ভর একই ধ্রুবক বিশিষ্ট স্প্রিং -এ যুক্ত করে কম্পিত করলে, দুটির জন্য এর মান ভিন্ন হয়। সেক্ষেত্রে গণনার কাজটি আরও জটিল হয়ে পড়ে। আমরা এখানে এই জটিল আলোচনা থেকে বিরত থেকেছি।

5.6 সারাংশ

যুগ্মিত কম্পন পদার্থ বিদ্যায় একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হিসাবে চর্চা হয়ে থাকে। বহু ক্ষেত্রে যুগ্মিত কম্পনের উদাহরণ লক্ষ্য করা যায়। একটি কম্পনশীল তন্ত্র থেকে যুগ্মনের মাধ্যমে কম্পন অন্য তন্ত্রে সঞ্চারিত হতে পারে। যেহেতু এখানে প্রণোদিত কম্পনের মত শক্তি হস্তান্তর কেবল একমুখী নয়, অতএব এই কম্পনের ক্ষেত্রে চালক ও চালিত তন্ত্র আলাদাভাবে চিহ্নিত করা সম্ভব নয়।

এই এককে আমরা দু'ধরনের যুগ্মিত তন্ত্রের গতিপ্রকৃতির বিশ্লেষণ করেছি। এর প্রথমটি হল হালকা স্প্রিংয়ের সাহায্যে যুগ্মিত দুটি সমান ভরের একটি স্প্রিং ভর তন্ত্র এবং অন্যটি সমান দৈর্ঘ্যের দুইটি সরল দোলকের একটি তন্ত্র, যাদের পিণ্ড গুলি হালকা স্প্রিং এর দ্বারা যুগ্মিত।

দুটি তন্ত্রের ক্ষেত্রেই ভর বা দোলকের পিণ্ডগুলির জন্য আলাদাভাবে গতির অবকল সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করা হয়েছে। এগুলির সমাধান করতে গিয়ে দেখা গেছে যে, ভর বা পিণ্ডের নির্দেশাঙ্কের এমন বিশেষ রৈখিক অপেক্ষক নেওয়া যায়, যেগুলির মাধ্যমে অবকল সমীকরণগুলি সাধারণ সরল দোলগতির অবকল সমীকরণে পরিণত হয়। এই অপেক্ষকগুলিকে আমরা তন্ত্রের স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক নামে চিহ্নিত করেছি।

যুগ্মিত তন্ত্রের গতির বিশ্লেষণে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্কের ব্যবহার আমাদের কাছে অত্যন্ত উপযোগী হয়। আমরা দেখেছি, যখন তন্ত্রটি একটি মাত্র স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বরাবর কম্পিত হয়, তখন তন্ত্রের প্রতিটি অংশ একই

কম্পাঙ্কে আন্দোলিত হতে থাকে। তন্ত্রের এ জাতীয় কম্পনকে আমরা একটি স্বাভাবিক কম্পনশৈলী নামে অভিহিত করি এবং ঐ কম্পাঙ্কটি হয় এই কম্পনশৈলীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক। আবার একই সঙ্গে কম্পনশৈলীর উপরিপাতনের ফলে যে বিট বা কম্পনের বিস্তারের মডিউলেশনের উৎপত্তি হয়, সেটিও আমরা দেখতে পেয়েছি।

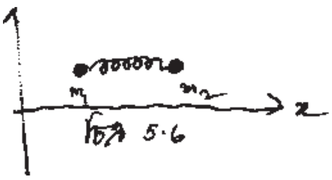
এছাড়া বিশেষ একটি কম্পনশৈলীতে তন্ত্রের অংশগুলির সরণের অনুপাত এবং তাদের কম্পনের দশা পার্থক্য সম্বন্ধে আমরা এই এককে আলোচনা করেছি। মোটের উপর বলা যায়, যাতে আপনি একটি জটিল তন্ত্রের যুগ্মিত আন্দোলন সম্বন্ধে উচ্চতর মানের বিশ্লেষণ সহজে অনুধাবন করতে পারেন, তার জন্য আপনাকে প্রস্তুত করার কাজটিই এই এককে করা হয়েছে।

5.7 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. 5.4 চিত্রানুযায়ী দুটি ভর কম্পিত হচ্ছে। তাদের কম্পনের শর্তগুলি নিচে দেওয়া হল :

এখান থেকে (5,12) এবং (5,13) সমীকরণ দুটির সাহায্যে $x_1(t)$ এবং এর মান নির্ণয় করুন।

2. একটি ভরহীন স্প্রিং এর দুই প্রান্তে m_1 এবং m_2 দুটি ভর যুক্ত করা হল। স্প্রিংটির ধ্রুবক k এবং ভর দুটি স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য বরাবর কম্পিত হতে পারে। চিত্র 5.10। দেখান যে, এই তন্ত্রটির কম্পাঙ্ক v হলে



চিত্র 5.6

যেখানে, $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m1 + m_2}$

3. দুটি সমান ভরকে (m) দুটি একই রকম স্প্রিংয়ের (স্প্রিং ধ্রুবক k) সাহায্যে যুক্ত করে 5.7 (a) চিত্রে যেমন দেখানো হয়েছে, সেইভাবে উল্লম্বভাবে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে দেওয়া হল। এইবার সমগ্র তন্ত্রটিকে উল্লম্ব তলে কম্পিত করা হল। দেখান যে, এই উল্লম্বকম্পনের দুটি স্বভাব কম্পাঙ্ক পাওয়া সম্ভব এবং এই কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে, -র দুটি মান নিচের সম্পর্কটি থেকে পাওয়া যাবে।

চিত্র 5.7

5.8 উত্তরমালা

অনুশীলনী -1 :

5.12 সমীকরণ থেকে পাই,

$$x_1(t) = \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} = \frac{1}{2}\left[A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)\right]$$

5.13 সমীকরণ থেকে পাই

এবং,

প্রদত্ত প্রাথমিক শর্তগুলি হচ্ছে

এগুলি প্রয়োগ করে পাওয়া যায়

$$\frac{1}{2}(A_1 \cos\phi_1 + A_2 \cos\phi_2) = A$$

$$\frac{1}{2}(A_1 \cos\phi_1 - A_2 \cos\phi_2) = A$$

$$-\ \frac{1}{2}(A_1\omega_1 \sin\phi_1 + A_2\omega_2 \sin\phi_2) = 0$$

$$\frac{1}{2}(A_1\omega_1 \sin\phi_1 + A_2\omega_2 \sin\phi_2) = 0$$

এই চারটি সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায় :

$$A_1 \cos\phi_1 = 2A, A_2 \cos\phi_2 = 0, A_1\omega_1 \sin\phi_1 = 0, A_2\omega_2 \sin\phi_2 = 0$$

যেহেতু, এবং প্রতিটিই শূন্য হতে পারে না

অতএব, সুতরাং, এবং,

এখন দেখা যায় যে,

এবং,

এবং

লক্ষ্য করে দেখুন এক্ষেত্রে সুতরাং, এবং তন্ত্রটি কেবলমাত্র স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বরাবর কম্পিত হয়।

অনুশীলনী -2 :

5.20 a এবং 520 b সমীকরণ দুটি প্রথমে লেখা যাক :

সমীকরণ দুটি যোগ করে পাই

.... (i)

দেখা যাচ্ছে যে, ধরলে

(i) সমীকরণটি সরল দোলগতির সমীকরণ হয়ে যায় :

.... (ii)

সুতরাং, কে প্রথম স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বলা যেতে পারে।

একইভাবে, 5.20 a থেকে 5.20 b সমীকরণ বিয়োগ করে পাই

বা, ... (iii)

এবার বসালে (iii) সমীকরণটি সরল দোলগতির অবকল সমীকরণে পরিণত হচ্ছে :

.... (iv)

অর্থাৎ - কে দ্বিতীয় স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক বলা যায়।

এখন (ii) ও (iv) সমীকরণ থেকে যুগ্মিত তন্ত্রের স্বাভাবিক কম্পনের কৌণিক কম্পাঙ্ক পাওয়া যায়

এবং,

অনুশীলনী -3 :

আমরা ধরে নিই যে স্বাভাবিক নির্দেশাঙ্ক ξ_1 ও যেখানে, এবং,

অর্থাৎ, এবং,

সুতরাং,

গতিশক্তি

=

$$= \frac{1}{2}m\frac{1}{4}\left(2\dot{\xi}_1^2 + 2\dot{\xi}_2^2\right) = \frac{1}{4}m\left(\dot{\xi}_1^2 + \dot{\xi}_2^2\right)$$

স্থিতিশক্তি

$$= \frac{1}{2}m\left(\frac{g}{l}\right)\left[\left(\frac{\xi_1 + \xi_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\xi_1 - \xi_2}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}k\xi_2^2$$

=

=

=

=

এখানে, ,

এখন আমরা যদি ও এর পরিবর্তে এবং $\eta_2 = \sqrt{\frac{m}{2}}\xi_2$ ব্যবহার করি, তবে ξ_1 ও

এর জায়গায় যথাক্রমে ও বসিয়ে পাই

গতিশক্তি

এবং, স্থিতিশক্তি

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. অনুশীলনী -1 এর উত্তরে ব্যবহৃত সম্পর্কগুলিতে নিচের শর্তগুলি প্রয়োগ করা হবে। এই শর্তগুলি হল

এখান থেকে পাই,

$$\frac{1}{2}\left(A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2\right) = A$$

$$\frac{1}{2}\left(A_1\cos\phi_1 - A_2\cos\phi_2\right) = 0$$

$$-\frac{1}{2}\left(A_1\omega_1\sin\phi_1 + A_2\omega_2\sin\phi_2\right) = 0$$

$$\frac{1}{2}\left(-A_1\omega_1\sin\phi_1 + A_2\omega_2\sin\phi_2\right) = u$$

প্রথম দুটি সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায়, $A_1\cos\phi_1 = A_2\cos\phi_2 = A$ এবং শেষ দুটি সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায়,

$\therefore$

এছাড়া

এখন আপনি 5.12 ও 5.13 সমীকরণ থেকে ও এর রাশিমালা সহজেই লিখতে পারবেন।

2.5 10 (a) চিত্রে ভর দুটি সাম্যাবস্থায় দেখানো হয়েছে। এখানে স্প্রিংটি প্রসারিত বা সঙ্কুচিত হয়নি। 5.10(b) চিত্রে ভর দুটিকে সাম্যাবস্থান থেকে বিচ্যুত অবস্থায় দেখা যাচ্ছে। m_1 ভরটির সাম্যবস্থা থেকে বিচ্যুতি x_1 এবং m_2 ভরটির বিচ্যুতি x_2 । ধরা যাক, $x_1<x_2$। স্প্রিংটি পরিমাণ প্রসারিত হয়েছে। এর ফলে স্প্রিং -এ সৃষ্ট টান F হলে

$$F = k(x_2 - x_1)$$

এই বল ভর দুটির ওপর পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল। তাই m_1 ও m_2 ভরের গতীয় অবকল সমীকরণ হবে যথাক্রমে

.... (i)

.... (ii)

(i) কে m_2 দিয়ে এবং (ii) কে m_1 দিয়ে গুণ করে (ii) থেকে (i)-কে বিয়োগ করা হল।

[illegible]

বা

প্রশ্ন অনুযায়ী, $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \mu$

এখন $x_2 - x_1 = x$ ধরলে

$\therefore$

এটি একটি সরল দোলগতির সমীকরণ, যার কৌণিক কম্পাঙ্ক

সুতরাং, তন্ত্রটির কম্পাঙ্ক

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করছেন যে, এই কম্পাঙ্ক m_1বা m_2 এর ওপর সরাসরি নির্ভর না করে এর

ওপর নির্ভর করছে। কে তন্ত্রটির সমানীত ভর (reduced mass) বলা হয়। এই ভর m_1 এবং m_2 উভয়ের থেকেই ছোট।

3. চিত্র 5.11(b) তে দেখানো হয়েছে, কীভাবে উপরের ভর A এবং নিচের ভর B কে তাদের সাম্যাবস্থার থেকে বিচ্যুত করে উল্লম্ব দিকে ভর দুটির কম্পন শুরু করা হয়েছে। ভর দুটির সরণ y_a ও y_b নিচের দিকে ধনাত্মক বলে ধরা হয়েছে।

A ভরের ওপর প্রত্যানয়ক বল $-ky_a + k(y_b - y_a)$

B ভরের ওপর প্রত্যানয়ক বল $-k(y_b - y_a)$

এখানে y_a এবং y_b t সময়ে ভর দুটির সাম্যাবস্থান থেকে বিচ্যুতি সূচিত করছে। ভর দুটির অবকল গতি সমীকরণ লেখা যায়

$$m\ddot{y}_a = -ky_a + k(y_b - y_a), m\ddot{y}b = -k(yb - ya)$$

এখান থেকে পাওয়া যায়

.... (i)

$$\ddot{y}_b = -\omega_0^2 (y_b - y_a) \qquad \text{....... (ii)}$$

যেখানে, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

স্বভাব কম্পনের কম্পাঙ্ক এবং প্রাথমিক দশাকোণ ও হলে, এই সমীকরণ দুটির সমাধান লেখা যায়,

যেখানে A এবং B দুটি ভরের কম্পনের বিস্তার সূচিত করছে।

দু'বার অবকলনের দ্বারা পাওয়া যায় এবং $\dot{y}_b = -\omega^2 y_b$

$\ddot{y}_a$ এবং -র মান (i) এবং (ii) বসিয়ে এবং সমীকরণ দুটিকে সাজিয়ে পাই,

$\dfrac{y_a}{y_b}$ রাশির দুই মানের সমতা থেকে পাওয়া যায়,

বা সরলীকরণের পর,

এটি ω^2 এর একটি দ্বি-ঘাত সমীকরণ । এর যে দুটি মান এখান থেকে পাওয়া যায় সেগুলি হল,

বা

এখান থেকে ω এর যে দুটি মান পাওয়া যাচ্ছে, তার মধ্যে দ্রুততর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক

এবং অপরটি অর্থাৎ, ধীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক সূচিত করছে।

$$\omega_0^2\left(3 \pm \sqrt{5}\right) = \text{[illegible]}$$

একক 6 ❑ তরঙ্গগতি (Wave Motion)

গঠন

6.1 প্রস্তাবনা

একক -5 এ যুগ্মিত কম্পন (coupled oscillation) সম্বন্ধে আলোচনার সময় আমরা দেখেছি যে, যুগ্মনের মধ্যে দিয়ে কম্পন কীভাবে একটি তন্ত্র থেকে অপর একটি তন্ত্রে সঞ্চারিত হয়। বস্তুত যুগ্মনের ফলে একটি তন্ত্র থেকে অপরটিতে শক্তির হস্তান্তর ঘটে। লক্ষ্য করলে দেখা যাবে যে, শক্তির এই হস্তান্তর প্রক্রিয়ার সময় তন্ত্রগুলি তাদের সাম্যাবস্থার দু'পাশে কম্পিত হয়, কিন্তু তাদের সাম্যাবস্থার কোনও স্থানান্তর ঘটে না। যেমন, কোনও জলাশয়ে যদি একটি পাথরের টুকরো ফেলা যায়, তাহলে দেখা যায় যে, স্থির জল তলে ঢেউ সৃষ্টি হয়ে তা ক্রমশ ছড়িয়ে পড়ে। জলকণাগুলি কিন্তু সর্বত্রই তাদের সাম্যাবস্থানের দু'পাশে, ওপর-নিচে আন্দোলিত হচ্ছে। কিন্তু এর ফলে সৃষ্ট ঢেউটি জলাশয়ের সর্বত্র ছড়িয়ে পড়ে। জল তলের এই আলোড়নকে তরঙ্গ এবং এই আলোড়নের সঞ্চালন প্রক্রিয়াটিকে তরঙ্গগতি (wave motion) বলা হয়। বস্তুত এই আলোড়নের সময় জলে ভাসমান একটি হালকা বস্তুর টুকরো লক্ষ্য করলে দেখা যাবে তা উল্লম্বতলে ওপর -নিচে আন্দোলিত হচ্ছে। একইভাবে শব্দতরঙ্গ কঠিন, তরল বা গ্যাসীয় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চারিত হয়। মাধ্যমে প্রবহমান তরঙ্গ যখন মাধ্যমের কোনও বস্তুকণাকে কম্পিত করে, তখন সেই কম্পন তার পাশের বস্তুকণার সঞ্চারিত হয়। এইভাবে আলোড়ন মাধ্যমের বিভিন্ন অংশে ছড়িয়ে পড়ে, কিন্তু, বস্তু ভরের স্থানান্তর ঘটে না। তবে এ

জাতীয় তরঙ্গ সঞ্চারের জন্য মাধ্যমটিকে স্থিতিস্থাপক হতে হবে, তার জাড্যধর্মও (inertia) থাকতে হবে। এজন্য শব্দতরঙ্গ, ভূ-কম্পতরঙ্গ (seismic waves) প্রভৃতিকে আমরা স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ বলে থাকি।

অবশ্য এই প্রসঙ্গে বলা দরকার যে, স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ ছাড়াও আরও অন্য শ্রেণীর তরঙ্গ রয়েছে, যার সঞ্চারের জন্য মাধ্যমের আদপেই প্রয়োজন নেই। আমরা যে আলোতে চোখে দেখতে পাই, অর্থাৎ যাকে আমরা বলি দৃশ্যমান আলোক, তা এই শ্রেণীভুক্ত। একে বলা হয় তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ এবং তার সৃষ্টি তথা সঞ্চার পদ্ধতি স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ থেকে সম্পূর্ণ ভিন্ন। যেহেতু মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক ধর্মের ওপর এই তরঙ্গের সঞ্চার নির্ভর করে না, অতএব এই তরঙ্গ বস্তু মাধ্যম ছাড়াও সঞ্চারিত হতে পারে। যদি আলাদাভাবে উল্লেখ না করা হয়, তাহলে এই এককে আমরা আমাদের আলোচনায় তরঙ্গ বলতে স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের কথা বোঝাব, যার সঞ্চারের জন্য মাধ্যম অবশ্য প্রয়োজনীয়। তাছাড়া কোনও যান্ত্রিক কম্পনের ফলে সৃষ্ট এই তরঙ্গকে আমরা যান্ত্রিক তরঙ্গ হিসাবেও উল্লেখ করব।

উদ্দেশ্য

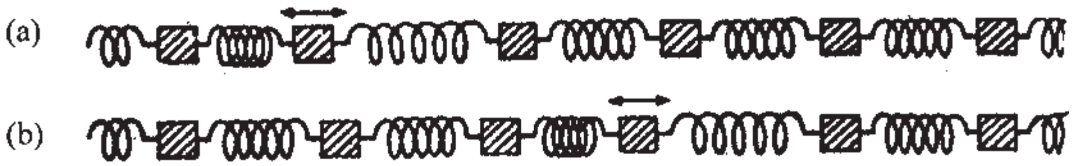
এই এককটি পাঠ করার পর আপনি তরঙ্গগতির নানা দিক সম্বন্ধে অবহিত হবেন। এর ফলে আপনি যে কাজগুলি করতে পারবেন সেগুলি হল—

- তরঙ্গগতি বলতে কী বোঝায় এবং কীভাবে তা সৃষ্টি হয়, তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্থিতিস্থাপক তথা যান্ত্রিক তরঙ্গ ও তড়িৎচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য ও পার্থক্যগুলি ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কোনও যান্ত্রিক তরঙ্গ কীভাবে মাধ্যমের সাহায্যে প্রসারলাভ করে এবং মাধ্যমের ধর্মাবলী কীভাবে তার গতিবেগ নিয়ন্ত্রণ করে, তা বুঝিয়ে দিতে পারবেন।
- তরঙ্গকে গাণিতিক রূপে প্রবেশ করতে পারবেন এবং তরঙ্গের গাণিতিক রূপ থেকে তার বৈশিষ্ট্যগুলি চিনে নিতে পারবেন।
- একমাত্রিক, দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক চলতরঙ্গের তরঙ্গ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করতে পারবেন।
- তরঙ্গের দশা ও দশা পার্থক্যের তাৎপর্য ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- চলতরঙ্গের (progressive wave) দ্বারা পরিবাহিত ক্ষমতা ও তরঙ্গের তীব্রতার রাশিমালাগুলি প্রতিষ্ঠিত করতে পারবেন।
- শব্দের উৎস ও শ্রোতার আপেক্ষিক গতির ফলে উদ্ভূত ডপলার ক্রিয়া ব্যাখ্যা করতে পারবেন এবং বিভিন্ন অবস্থায় আপাত কম্পাঙ্কের মান সরাসরি গণনা করতে পারবেন।

6.2 তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যসমূহ

তরঙ্গ কীভাবে সৃষ্টি হয়, তা আপনি আগেই জেনেছেন। আমরা এখানে এই ঘটনাটি যুগ্মিত কম্পনের দৃষ্টিকোণ থেকে দেখার চেষ্টা করব। স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের নামকরণের কারণটি এই আলোচনা থেকে আরও স্পষ্ট হয়ে উঠবে। একটি অবিচ্ছিন্ন মাধ্যমের কণাগুলির যুগ্মিত কম্পনের ফলে তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। 6.1 (a) ও

(b) চিত্রে একটি স্প্রিং দিয়ে যুগ্মিত তন্ত্র দেখানো হয়েছে। এখানে N সংখ্যক সমান ভর (m) স্প্রিং দিয়ে যুক্ত রয়েছে। এই ভরগুলির বামপ্রান্তে অবস্থিত ভরটিকে তার সাম্যাবস্থান থেকে সামান্য বিচ্যুত করে ছেড়ে দিলে কী দেখা যাবে বলে আপনার মনে হয়?



চিত্র 6.1

আপনি হয়ত অনুমান করতে পেরেছেন, প্রথম ভরটি তার সাম্যাবস্থানের দু'পাশে আন্দোলিত হবে। সেই আন্দোলন কিন্তু কেবলমাত্র একটি ভরেই সীমাবদ্ধ থাকবে না। তা সঞ্চালিত হবে তার সন্নিহিত ভরে এবং সেই ভরের কম্পন আবার পরবর্তী ভরে সঞ্চালিত হবে। ক্রমশ দেখা যাবে, এইভাবে প্রতিটি ভরই একের পর এক তাদের সাম্যাবস্থানের দু'পাশে আন্দোলিত হচ্ছে। অর্থাৎ দেখুন, প্রথম ভরটিকে তার সাম্যাবস্থান থেকে বিচ্যুত করে তার মধ্যে যে শক্তির যোগান দেওয়া হয়েছিল সেই শক্তি এই স্প্রিং যুক্ত ভরগুলির এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে ছড়িয়ে পড়ল, কিন্তু কোনও ভরেরই সাম্যাবস্থানের স্থানচ্যুতি ঘটল না। সেগুলি কেবল তাদের সাম্যাবস্থানের দু'পাশে আন্দোলিত হতে থাকে এবং ঐ তরঙ্গের সাহায্যে মাধ্যমের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে শক্তি পরিবাহিত হয়। আপনি যখন কথা বলেন, তখন আপনার মুখের সামনের বায়ু স্তরে আলোড়ন সৃষ্টি হয়। সেই আলোড়ন পরপর বায়ুস্তরগুলিতে সঞ্চারিত হয়ে শ্রোতার কানের পর্দায় কম্পনের সৃষ্টি করে। শ্রোতা আপনার কথা শুনতে পান, কিন্তু আপনার মুখের সংলগ্ন বাতাসে কোনও বায়ু স্রোত সৃষ্টি হয় না।

তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে যে গতিবেগ প্রসারলাভ করে, তাকে বলা হয় তরঙ্গবেগ(wave velocity)। এই গতিবেগের মান মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা ও অন্যান্য বৈশিষ্ট্যের ওপর নির্ভর করে। বিশেষভাবে উল্লেখ করা প্রয়োজন যে, তরঙ্গ বেগ মাধ্যমের কণাগুলির আলোড়নের গতিবেগের ওপর নির্ভর করে না। যেমন, কোনও জোরাল শব্দের ক্ষেত্রে মাধ্যমের কণাগুলি অধিকতর গতিবেগ ও বিস্তার সহ আন্দোলিত হলেও মাধ্যমের ঐ শব্দের গতিবেগ কিন্তু অন্য যে কোনও সাধারণ শব্দের গতিবেগের সমানই হয়।

যে তরঙ্গ মাধ্যমের বস্তুকণাগুলি সরল দোলগতিতে কম্পিত হয়, অথবা তড়িৎক্ষেত্র বা চৌম্বকক্ষেত্রের মত সংশ্লিষ্ট কোনও ভৌত রাশি সরল দোলগতিতে ওঠানামা করে, তাকে সরল দোলতরঙ্গ বা সাইনধর্মী তরঙ্গ (sinusoidal wave) বলা হয়। এইরকম তরঙ্গ যখন মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে প্রসারলাভ করে, তখন মাধ্যমের কোনও একটি কণার কম্পন লক্ষ্য করলে দেখা যাবে সাম্যাবস্থানের দু'পাশে সেটির যে কম্পন ঘটছে, তার সময় দূরত্ব সমীকরণ সাইন (sine) লেখচিত্রের মত। তরঙ্গের নামটি এখান থেকেই এসেছে। তরঙ্গের উৎস অথবা মাধ্যমের কোনও একটি বস্তুকণা প্রতি সেকেণ্ডে যতগুলি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে যা যতগুলি তরঙ্গ

প্রতি সেকেণ্ডে মাধ্যমের কোনও নির্দিষ্ট বিন্দুকে অতিক্রম করে, সেই সংখ্যাটিকে বলা হয় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক (frequency)। প্রতিটি পূর্ণ কম্পনে যে সময় লাগে অথবা যে সময়ে একটি পূর্ণ তরঙ্গ মাধ্যমের কোনও বিন্দুকে অতিক্রম করে যায়, তাকে আমরা তরঙ্গে পর্যায়কাল(T) বলি। এটি তরঙ্গের কম্পাঙ্কের বিপরীত(reciprocal) রাশি। সাধারণত কম্পাঙ্ককে n বা v (নিউ) দিয়ে সূচিত করা হয়। এর একক পর্যায়/সেকেণ্ড (cycles per second)। তবে কম্পাঙ্কের এই এককটিকে আমরা আন্তর্জাতিক পদ্ধতি অনুযায়ী বিজ্ঞানী হার্ৎজের (Hertz) নামানুসারে Hz (হার্ৎস্) চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করি।

উৎসের প্রতিটি পূর্ণ কম্পনের ফলে মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে তরঙ্গাকৃতি একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে এগিয়ে যায়। এই দূরত্ব অন্তর তরঙ্গের দশার পুনরাবৃত্তি ঘটে। এই দূরত্বটিকে বলা হয় তরঙ্গদৈর্ঘ্য (wavelength)। সাধারণত λ (lamda) চিহ্ন দিয়ে এই দূরত্বকে সূচিত করা হয়। এর একক অবশ্যই দৈর্ঘ্যের একক।

আগের আলোচনা থেকে আপনি নিশ্চয় বুঝতেই পেরেছেন যে, উৎসের কম্পাঙ্ক যদি n হয়, আর প্রতিটি কম্পনের ফলে যদি আলোড়ন λ পরিমাণ অগ্রসর হয়, তাহলে n সংখ্যক কম্পনের ফলে তরঙ্গটি $n\lambda$ দূরত্বে অগ্রসর হবে। অর্থাৎ, এই মুহূর্তে এখানে একটি সুরশলাকাকে আঘাত করলে এখানকার বাতাসের কণায় যে কম্পন সৃষ্টি হবে, তা ঠিক এক সেকেণ্ডে বাদে $n\lambda$ দূরত্বে পৌঁছবে। কিন্তু তরঙ্গ এক সেকেন্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা হচ্ছে তরঙ্গের গতিবেগ v।

সুতরাং, তরঙ্গের গতিবেগ

$$v = n\lambda \qquad \text{...... 6.1}$$

অর্থাৎ, তরঙ্গের গতিবেগ= তরঙ্গের কম্পাঙ্ক × তরঙ্গদৈর্ঘ্য

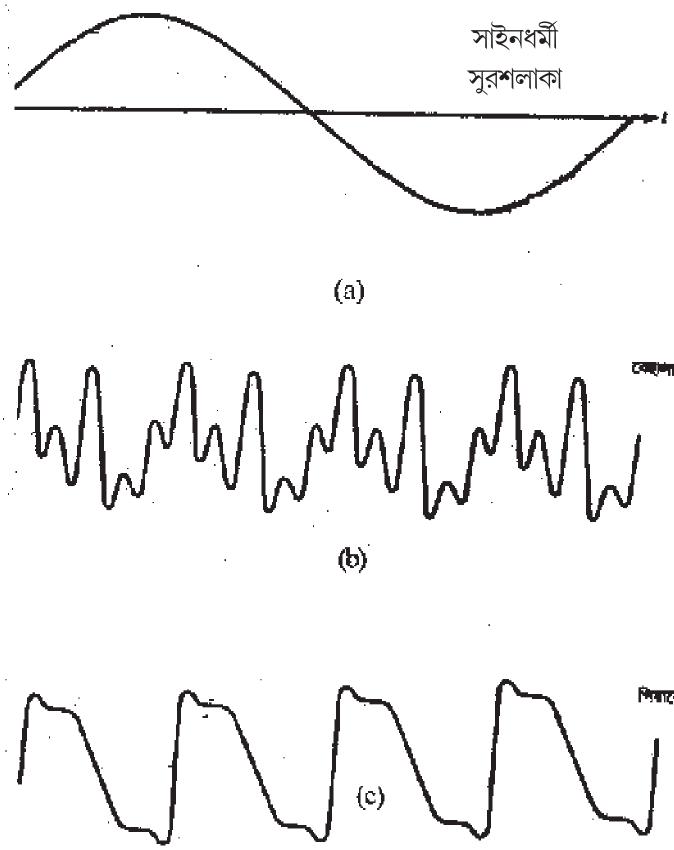
উপরের সমীকরণটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গের গতিবেগের মধ্যে যে সম্পর্ক সূচিত করেছে তার ওপর দু-একটি অনুশীলনী করে দেখা যাক।

অনুশীলনী -1 : বায়ুতে শব্দের গতিবেগ $340ms^{-1}$ হলে 400Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। 300টি কম্পন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, তার মধ্যে শব্দ কত দূর অগ্রসর হবে?

অনুশীলনী -2 : নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কবিশিষ্ট কোনও বস্তু কম্পিত হলে A মাধ্যমে 10cm দৈর্ঘ্যের এবং B মাধ্যমে 15 cm দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ উৎপন্ন করে। A মাধ্যমে শব্দের গতিবেগ $90cms^{-1}$ হলে, B মাধ্যমে তার গতিবেগ নির্ণয় করুন।

এ পর্যন্ত আমরা সরল দোলগতিতে কম্পিত উৎস এবং সরল দোলতরঙ্গের কথাই আলোচনা করেছি। তরঙ্গসৃষ্টির জন্য কেবল উৎসের সরল দোলগতি ছাড়া আরও জটিল প্রকৃতির কম্পনও দায়ী হতে পারে। যেমন বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রে শব্দের উৎসের কম্পন বেশ জটিল হতে দেখা যায়। সেতার, সরোদ, পিয়ানো, গিটার প্রভৃতি যন্ত্রে শব্দ সৃষ্টির জন্য তারের পর্যাবৃত্ত কম্পন দায়ী হলেও কোনও যন্ত্রেই ঐ কম্পন সরল দোলগতিতে ঘটে না। ঐ যন্ত্রগুলিতে সৃষ্ট শব্দতরঙ্গের আকৃতিগুলিও বেশ জটিল হয়। 6.2 চিত্রে এইরকম কয়েকটি শব্দতরঙ্গের

সময় সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। তবে পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত সুরশলাকার বাহুগুলি সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয়, যার ফলে সুরশলাকা থেকে নিঃসৃত শব্দ সরল দোলতরঙ্গের আকারে বিস্তার লাভ করে।



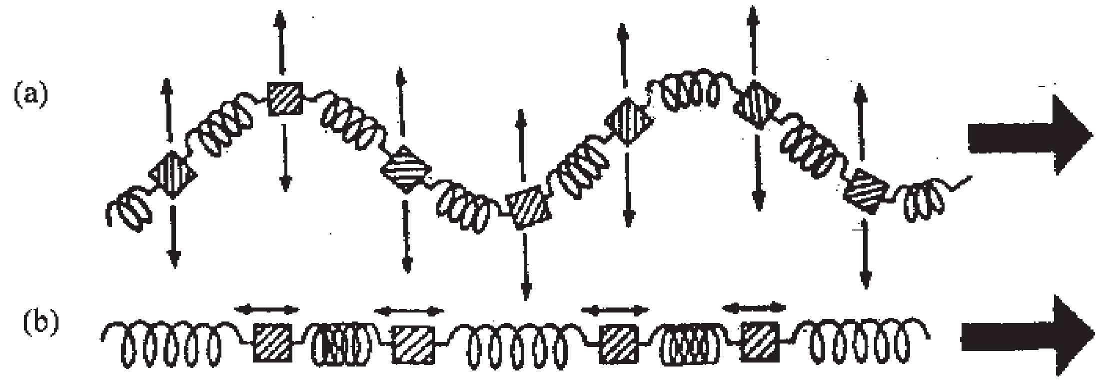
চিত্র 6.2

6.3 তরঙ্গের প্রকারভেদ

বিভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে আমরা তরঙ্গের শ্রেণীবিভাগ করতে পারি। যেমন ধরুন, তরঙ্গ বিস্তারের মাধ্যমের প্রকৃতি থেকে আমরা একমাত্রিক (one dimensional বা I.D), দ্বিমাত্রিক (two dimensional বা 2-D) এবং ত্রিমাত্রিক (three dimensional বা 3-D) তরঙ্গ পেতে পারি। একটি দড়ি বা তারের বা দন্ডের মধ্যে দিয়ে যখন তরঙ্গ অগ্রসর হয়, সেই তরঙ্গকে আমরা একমাত্রিক তরঙ্গ বলি। কারণ, এই তরঙ্গ একটি রেখা বরাবর কেবল্ বিশেষ একটি দিকেই এগিয়ে চলতে সক্ষম। আবার জলাশয়ে ঢিল ফেললে জলতলের উপর যে তরঙ্গ সৃষ্টি হয়, তা দ্বিমাত্রিক। এক্ষেত্রে তরঙ্গ একটি তলে প্রসারলাভ করে। এই ধরনের তরঙ্গকে পৃষ্ঠতরঙ্গ (surface wave) বলা যায়। আবার কোনও একটি উৎস থেকে শব্দ বা আলোক তরঙ্গ যখন সবদিকে ছড়িয়ে পড়ে, তখন সেই তরঙ্গকে আমরা বলি ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ। আমরা এখানে আমাদের আলোচনা একমাত্রিক তরঙ্গেই সীমাবদ্ধ রাখবো।

তরঙ্গ সৃষ্টির জন্য মাধ্যমের যে কম্পন হয়, তার প্রকৃতির ওপর ভিত্তি করেও তরঙ্গের শ্রেণী বিভাগ করা যায়। তরঙ্গ যে দিকে অগ্রসর হয় মাধ্যমের কণাগুলি যদি তার লম্ব অভিমুখে কম্পিত হয়, তাহলে সেই তরঙ্গকে বলা হয় অনুপ্রস্থ তরঙ্গ (transverse wave)। আপনারা নিশ্চয়ই বিভিন্ন টান দেওয়া তারের (যেমন গিটার, সরোদ, সেতার ইত্যাদি) তারের কম্পন লক্ষ করেছেন। এক্ষেত্রে তারের কম্পনের অভিমুখ এবং তরঙ্গের প্রসারের অভিমুখ পরস্পর লম্ব। সুতরাং, তারে যে তরঙ্গ সঞ্চারিত হয় তা অনুপ্রস্থ। চিত্র 6.3 -এ দেখানো হয়েছে কীভাবে একটি স্প্রিং-ভর ব্যবস্থাতে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায়।

ঐ একই চিত্রে [চিত্র 6.3 (b)] একই ধরেনর স্প্রিং -ভর ব্যবস্থার সাহায্যে দেখানো হয়েছে, কীভাবে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (longitudinal wave) সৃষ্টি হতে পারে। আবার যদি কোনও তরঙ্গে মাধ্যমের কম্পনশীল কণাগুলির কম্পনের অভিমুখ এবং তরঙ্গ প্রসারের অভিমুখ অভিন্ন হয়, তাহলে সেই তরঙ্গকে আমরা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ



চিত্র 6.3

বলি। 6.3 (b) চিত্রে আগের স্প্রিং -ভর ব্যবস্থাটিতে কীভাবে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ চলতে পারে, তা দেখানো হয়েছে। এখানে একটি ভরকে স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য বরাবর তার সাম্য অবস্থান থেকে বিচ্যুত করে ছেড়ে দিলে স্প্রিং ভর শৃঙ্খল বরাবর অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সৃষ্টি হবে।

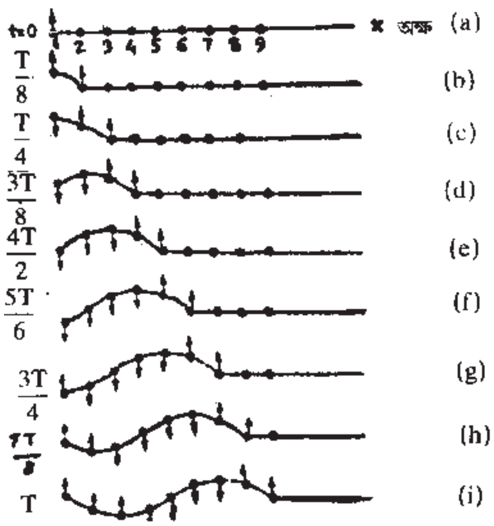
তরঙ্গ বা গ্যাসীয় মাধ্যমে কেবল অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গই সঞ্চারিত হতে পারে কেননা, অনুপ্রস্থ তরঙ্গ সৃষ্টি করতে মাধ্যমের একটি স্তরকে পরের স্তরের উপর কৃন্তন পীড়ন (shearing stress)প্রয়োগ করতে হয়, যা প্রবাহী মাধ্যমে সম্ভব হয় না। কঠিন মাধ্যমে অবশ্য অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ —দুই প্রকার তরঙ্গই চলতে পারে।

আর একটি বিষয়ে আপনার মনে প্রশ্ন জাগা স্বাভাবিক। সেটি হল, তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গকে কোন জাতির তরঙ্গ বলা যায়। তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ যান্ত্রিক তরঙ্গ নয়, কোনও বস্তুকণার কম্পনের ফলে এই তরঙ্গের উদ্ভব হয় না। এই তরঙ্গের পথে প্রতিটি বিন্দুতে তরঙ্গগতির লম্ব অভিমুখে তড়িৎক্ষেত্র ও চৌম্বকক্ষেত্রের তীব্রতা আন্দোলিত হতে থাকে। এজন্য এই তরঙ্গকে আমরা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বলি।

আবার সম্পূর্ণ একটি ভিন্ন বিবেচনা থেকে যান্ত্রিক তরঙ্গের শ্রেণী বিভাগ করা যেতে পারে। যেমন, আমরা কানে যে কোনও কম্পাঙ্কের শব্দ শুনতে পাই না। নিচের দিকে 20Hz আর ওপরের দিকে 20kHz (কিলো হার্ৎস্) কম্পাঙ্কের শব্দ পর্যন্ত আমরা কানে শুনতে পাই। যদি কোন শব্দতরঙ্গের কম্পাঙ্ক 20Hz-এর নিচে হয়, তাহলে সেই শব্দকে বলা হয় অবশব্দ (infrasonic wave)। অন্যদিকে, কোনও শব্দের কম্পাঙ্ক যদি 20kHz এর থেকে বেশি হয়, তাহলে তাকে আমরা বলি অতিশব্দ (ultrasonic wave)। আপনার হয়ত জানা আছে, চিকিৎসা বিজ্ঞানে ও অন্যত্র অতিশব্দকে নানা কাজে লাগানো হয়। এই সম্পর্কে দ্বাদশ এককে বিস্তৃত আলোচনা করা হবে।

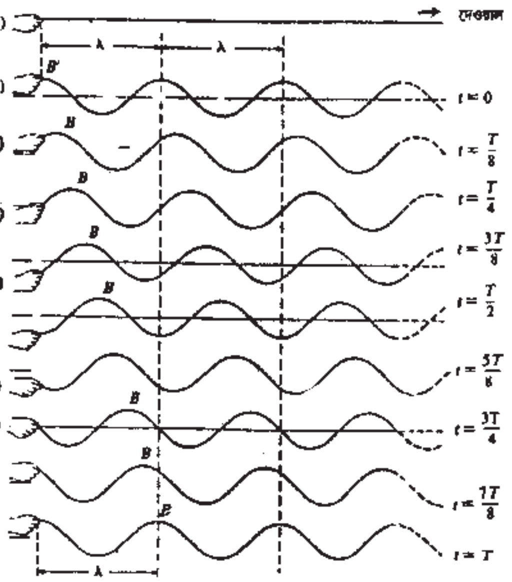
তাছাড়া কোনও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ যখন বিস্তার লাভ করে, তখন মাধ্যমের সমদশায় কম্পিত পাশাপাশি বিন্দুগুলি যদি একটি সমতলে থাকে, তবে তাকে সমতল তরঙ্গ (plane wave)বলা হয়। আর যদি ঐ বিন্দুগুলি কোনও গোলকের (sphere) তলে থাকে, তবে সেই তরঙ্গকে আমরা গোলীয় তরঙ্গ (spherical wave)বলি। অবশ্য এই এককে আমাদের আলোচনা একমাত্রিক (one dimensional) তরঙ্গেই সীমাবদ্ধ থাকবে এবং এক্ষেত্রে সমদশায় কম্পিত কোন সন্নিহিত বিন্দু না থাকায়, এখানে উপরের শ্রেণী বিভাগটি কার্যকরী হবে না।

6.4 তরঙ্গের সঞ্চারণের প্রক্রিয়া



চিত্র 6.4

তরঙ্গ ঠিক কীভাবে সঞ্চারিত হয়, তা বোঝানোর জন্য আমরা কয়েকটি চিত্রের সাহায্যে নেব। প্রথম চিত্রে (চিত্র 6.4) দেখানো হয়েছে, একটি লম্বা দড়ির এক প্রান্ত দেওয়ালে বেঁধে অন্য প্রান্ত হাতের মুঠোয় ধরে উপর -নিচে ঝাঁকালে দড়ির মধ্যে দিয়ে একটি তরঙ্গ সঞ্চারিত হবে। এটি আপনি নিজে একবার করে দেখুন। লক্ষ্য করুন আপনার হাত যখন তার স্বাভাবিক অবস্থানের দু'দিকে পর্যাবৃত্ত(periodic) গতিতে ওঠানামা করছে, দড়ির বিভিন্ন অংশগুলিও একই রকম আচরণ করছে। আলোড়নটি সামগ্রিকভাবে সাইন তরঙ্গের আকারে দেওয়ালের দিকে এগিয়ে যাচ্ছে, যতক্ষণ না সেখান থেকে তার প্রতিফলন ঘটে। 6.4 চিত্রে হাতটি উপর -নিচ করলে কীভাবে দড়িতে তরঙ্গ উৎপন্ন হবে, দড়িটির প্রথম তরঙ্গদৈর্ঘ্যের নয়টি বিন্দুর সরণ ও গতির মাধ্যমে দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করে দেখুন, প্রতিটি বিন্দু পরবর্তী বিন্দুর সঙ্গে যুগ্মিত হওয়ায় সেটির সরণ পরবর্তী বিন্দুর গতিকে প্রভাবিত করছে। তরঙ্গের বিস্তারলাভের বিভিন্ন স্তরগুলি 6.5 চিত্রে দেখানো হয়েছে। লক্ষ্য করুন, সময়ের সঙ্গে তরঙ্গের সমগ্র আকৃতি কীভাবে অগ্রসর হচ্ছে।



চিত্র 6.5

6.5 তরঙ্গের গাণিতিক রূপ

এর আগের অনুচ্ছেদে আপনি তরঙ্গের উৎপত্তি কীভাবে হয় এবং তরঙ্গ কীভাবে অগ্রসর হয় সে সম্বন্ধে কিছুটা ধারণা লাভ করেছেন। কিন্তু পদার্থবিদ্যার আলোচনার জন্য তরঙ্গকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করাও অত্যন্ত প্রয়োজনীয়। এই পর্যায়ের প্রথম কয়েকটি এককে সরল দোলগতিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করে তার সম্বন্ধে নানা আলোচনা করা হয়েছে। এখানে আমরা সরল দোলতরঙ্গের ক্ষেত্রে সেই আলোচনারই সংযোজন করব।

আলোচনার সুবিধার জন্য একটি একমাত্রিক তরঙ্গের কথা বিবেচনা করুন। ধরুন, তরঙ্গটি x অক্ষ অভিমুখে অগ্রসর হচ্ছে t সময়ে এবং মাধ্যমের যে কোনও কণার সাম্যাবস্থান থেকে সরণ $\psi(x,t)$। আপনি যদি শুধু $x = 0$ বিন্দুতে যে কণাটি আছে তার লক্ষ্য রাখেন, তবে আপনি সেটির সময় সরণ সমীকরণ পাবেন

.... 6.2

যেখানে A = কণাটির সরল দোলগতির বিস্তার এবং ঐ সরল দোলগতির কৌণিক কম্পাঙ্ক, ϕ কোণটি তরঙ্গের প্রারম্ভিক দশাকোণ। উপযুক্ত মুহূর্তে সময়ের গণনা শুরু করলে ϕ কোণকে শূন্য ধরা যায়। 6.2 সমীকরণটির রূপ তখন হবে,

$$\psi(0,t) = A \sin \qquad \text{........ 6.3}$$

এখন প্রশ্ন এই যে, t সময়ে বিন্দুতে সরণ কত হবে, অর্থাৎ কে কীভাবে লেখা যাবে। t সময়ে $x = \Delta x$ বিন্দুতে যে সরণ হবে তা নিশ্চয়ই সময়ে x = 0 বিন্দুতে সরণের সমান হবে। কেন না ঐ সরণ $\frac{\Delta x}{v}$ সময় পরে অর্থাৎ, t সময়ে দূরত্ব অতিক্রম করে বিন্দুতে পৌঁছবে।

যেহেতু Δx ইচ্ছামত বেছে নেওয়া একটি দূরত্ব, অতএব আমরা সাধারণভাবে লিখতে পারি,

$$\psi(x,t) = A\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right) \qquad \text{........ 6.4}$$

6.4 সমীকরণটি সরল দোলতরঙ্গের গাণিতিক রুপ। এটিকে অবশ্য নানা ভাবে লেখা যায় যেমন:

$\psi(x,t) = A\sin 2\pi\nu\left(t-\frac{x}{v}\right) \quad \therefore \ \omega = 2\pi\nu,$ যেখানে, v = কম্পাঙ্ক .... 6.5(a)

$= \qquad \therefore$ .... 6.5(b)

$A\sin\omega\left(t-\frac{\Delta x}{v}\right) = \left(\frac{\Delta x}{v} - \ldots\right)$ .... 6.5(c)

$=$ যেখানে $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (সঞ্চারণ ধ্রবক) .... 6.5(d)

সমীকরণ 6.5 -এ দূরত্ব x ও সময় t এর সঙ্গে তরঙ্গের সরণ পরিস্থিতি বিশ্লেষণ করা যাক। y এর যে পরিবর্তন সূচিত হয়েছে, তা লেখচিত্রের সাহায্যে দেখানো যেতে পারে। আপনি যদি তরঙ্গ পথের নির্দিষ্ট বিন্দুতে, অর্থাৎ x এর নির্দিষ্ট মানের জন্য এবং কোনও এক নির্দিষ্ট মূহূর্ত অর্থাৎ, t এর নির্দিষ্ট মানের জন্য লেখচিত্রের অঙ্কন করেন, তাহলে আপনি যথাক্রমে 6.5 (a) ও (b) এর মত দুটি লেখচিত্র পাবেন।

লেখচিত্রে তরঙ্গের এক পর্যায়কাল T অন্তর একই দশা ফিরে আসবে। অর্থাৎ, সরণের পরপর দুই গরিষ্ঠ বা দুই লঘিষ্ঠ মানের মধ্যে সময়ের ব্যবধান হবে T। অন্যদিকে, লেখচিত্রে তরঙ্গ পথের পরপর যে দুই বিন্দুতে একই দশা দেখতে পাওয়া যাবে, তাদের মধ্যে দূরত্ব হবে তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ- এর সমান।

আমরা এ পর্যন্ত একমাত্রিক তরঙ্গটি কেবল x অক্ষের ধনাত্মক দিকেই সঞ্চারিত হচ্ছে বলে ধরে নিয়েছি। কিন্তু এই একই তরঙ্গের সঞ্চার x অক্ষের ঋণাত্মক দিকেও ঘটতে পারে। অর্থাৎ, x অক্ষ অভিমুখে তরঙ্গের বেগ v এর পরিবর্তে -v হতে পারে। অর্থাৎ

6.4 সমীকরণে v এর জায়গায় -v বসালে পাওয়া যাবে।

.... 6.6

এখন 6.5 (a) –(d) সমীকরণগুলির সমতুল্য সমীকরণগুলি লেখা যাবে:

$$\psi(x,t) = A\sin 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{v}\right) \qquad \text{........ 6.7 (a)}$$

$$= A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) \qquad \text{........ 6.7(b)}$$

$$= \qquad \text{........ 6.7 (c)}$$

$$= \qquad \text{........ 6.7 (d)}$$

আপনার মনে হতে পারে, 6.4 থেকে 6.7 সমীকরণগুলিতে সাইন অপেক্ষকের পরিবর্তে কোসাইন অপেক্ষক ব্যবহার করা যায় কি না। এ বিষয়টি সম্পূর্ণই প্রাথমিক সীমা শর্তের ওপর নির্ভর করে। 6.4 সমীকরণ

$$\psi(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

থেকে আপনি পাবেন $\psi(x=0,t=0)=0$ এবং

[illegible]

অর্থাৎ, প্রাথমিক অবস্থায় সরণের মান শূন্য কিন্তু, মাধ্যমের বস্তুকণার বেগ সর্বোচ্চ। যদি $\psi(x,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$ লেখা হয় তবে,

$$\psi(x=0,t=0) = A$$

এবং,

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে প্রাথমিক অবস্থায় সরণ সর্বোচ্চ, কিন্তু বস্তুকণার বেগ শূন্য।

সাধারণভাবে, যদি

লেখা হয়, তবে

এবং, ধরুন।

ψ0 এবং u_0 যদি নির্দিষ্ট থাকে, তবে A এবং ϕ দুইই জানা যাবে কেননা,

$$A=\left(\psi_0^2+\frac{u_0^2}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{........ 6.8 (a)}$$

এবং, $$\tan\phi=\frac{\omega\psi_0}{u_0} \qquad \text{........ 6.8 (b)}$$

তরঙ্গের গাণিতিক প্রকাশের আর একটি পদ্ধতিও প্রায়ই ব্যবহার করা হয়। আপনি জানেন যে, $e^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta\left(j=\sqrt{-1}\right)$ । সুতরাং, $Ae^{j(\omega t-kx+\phi)}$ রাশিটির বাস্তব অংশ

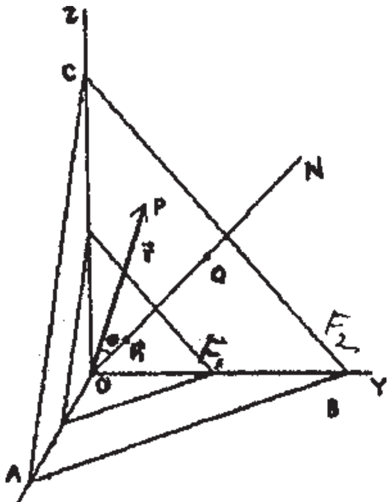
এবং কাল্পনিক অংশ । এজন্য

। 6.9

সম্পর্কটি তরঙ্গের সরণ সমীকরণ হিসাবে ব্যবহার করা হয়। ধরে নিতে হয় যে, ডানদিকের রাশির বাস্তব অংশই তরঙ্গের সরণ নির্দেশ করছে।

দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের রাশিমালা

এ পর্যন্ত আমরা একমাত্রিক তরঙ্গের কথাই বিবেচনা করলাম। দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক মাধ্যমে তরঙ্গের গাণিতিক রূপ কেমন হবে? আসুন এবার আমরা দেখি একমাত্রিক তরঙ্গের জন্য আমরা যে গাণিতিক রূপ প্রতিষ্ঠা করেছি (সমীকরণ 6.4), সেটি এসব ক্ষেত্রের জন্য পরিবর্তিত করা যায় কি না।



চিত্র 6.6

প্রথমে দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের কথাই বিবেচনা করা যাক। ধরুন x–y তলে একটি তরঙ্গ সঞ্চারিত হচ্ছে যার সমদশার বিন্দুগুলি এক সরলরেখায় অবস্থিত। এটিকে ত্রিমাত্রিক সমতল তরঙ্গের দ্বিমাত্রিক প্রতিরূপ বলে ভাবতে পারেন। সমদশার সরলরেখাগুলিকে আমরা তরঙ্গমুখ (wave front) এবং সেগুলির সঙ্গে লম্ব সরলরেখাকে আমরা তরঙ্গ লম্ব (wave normal) বলি। 6.6 চিত্রে F_1, F_2 প্রভৃতি সরলরেখাগুলি তরঙ্গমুখ এবং ON বা তার সমান্তরাল যে কোনও সরলরেখা তরঙ্গ লম্ব।

এখন আমরা $\bar{r}$ স্থানাঙ্কে P বিন্দুতে তরঙ্গের গাণিতিক রূপটি লিখতে চাই। ধরা যাক, মূলবিন্দু O তে 6.3 সমীকরণটি তরঙ্গের সমীকরণকে বোঝায়। অর্থাৎ,

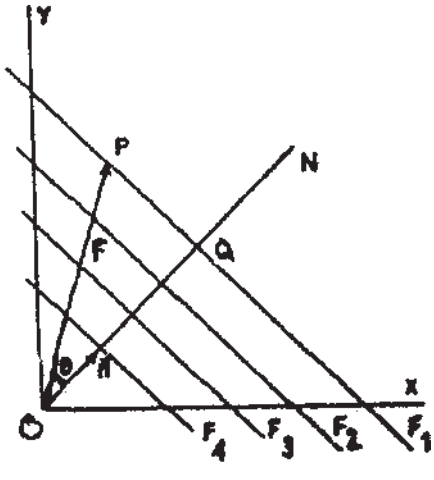
যদি শুধু ON সরলরেখা বরাবর তরঙ্গটির সঞ্চারণ লক্ষ্য করা যায়, তবে Q বিন্দুতে 6.4 সমীকরণ অনুসারে তরঙ্গের গাণিতিক রূপটি লেখা যাবে

$$\psi\left(\vec{O}Q,t\right) = A\sin\omega\left(t-\frac{0Q}{v}\right)$$

কেননা O বিন্দুতে তরঙ্গমুখের একটি ক্ষুদ্র অংশকে অনুসরণ করলে দেখা যাবে সেটিই কিছুক্ষণ পরে Q বিন্দুতে উপস্থিত হয়েছে। P ও Q বিন্দু একই তরঙ্গমুখের উপর অবস্থিত হওয়ায়, এই বিন্দু দুটিতেও তরঙ্গের দশা একই, সুতরাং P বিন্দুতেও তরঙ্গের সমীকরণ একই হবে। কিন্তু $OQ = OP\cos\theta = \vec{r},\vec{n}$ যেখানে = তরঙ্গ লম্ব অভিমুখী একক ভেক্টর এবং θ এখানে ও এর অন্তর্ভুক্ত কোণ। এবার আমরা P বিন্দুতে দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের গাণিতিক রূপটি লিখতে পারি :

.... 6.10

এখন অপনি x এর পরিবর্তে $\vec{r}\,\vec{n}$ লিখে 6.5 ($a-b$), 6.6 বা 6.7 ($a-b$) সমীকরণগুলির দ্বিমাত্রিক প্রতিরূপ নিজেই লিখতে পারবেন।



চিত্র 6.7

ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের রাশিমালা

দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে আমরা যে যুক্তি অনুসরণ করেছি, ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রেও সেটি প্রযোজ্য হবে। ABC সমতলটি তরঙ্গমুখ, ON তরঙ্গলম্ব। OP যদি হয়, অর্থাৎ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক ভেক্টর যদি হয় তবে, OQ = সেখানে, সেখানে আগের মত তরঙ্গলম্ব ON বরাবর একক ভেক্টর। সুতরাং, এক্ষেত্রে 6.10

সমীকরণ, অর্থাৎ

সমীকরণটিই হবে ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের গাণিতিক রূপ।

6.5.1 তরঙ্গের দশা ও দশা-পার্থক্য

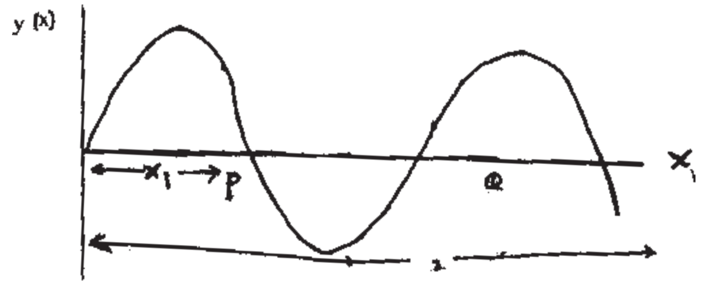
চলতরঙ্গের গাণিতিক রূপের সঙ্গে আপনি কিছুটা পরিচিত হয়েছেন। তরঙ্গের রাশিমালার সাহায্যে এখন আপনি সহজেই তরঙ্গ পথের দুই ভিন্ন বিন্দু অথবা একই বিন্দুতে দুই ভিন্ন সময়ের মধ্যে দশা পার্থক্য নির্ণয় করতে পারবেন। 6.5 (b) সমীকরণে আমরা পেয়েছি :

$$\psi(x,t) = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

= সেখানে দশাকোণ।

লক্ষ্য করুন, এখানে t সময়ে মূলবিন্দু থেকে x দূরত্বে দশাকোণ

বিশেষভাবে খেয়াল রাখা দরকার যে, এই দশার দুটি অংশ সময়ের সঙ্গে এবং দূরত্বের সঙ্গে পরিবর্তনশীল। ধরা যাক, একমাত্রিক তরঙ্গের পথে P ও Q বিন্দুর দূরত্ব মূলবিন্দু থেকে যথাক্রমে এবং x_2 (চিত্র 6.8) একটি বিশেষ মুহূর্তে অর্থাৎ, 't' এর একটি বিশেষ মানের জন্য P বিন্দুতে তরঙ্গের দশা



ঐ একই মুহূর্তে Q বিন্দুতে তরঙ্গের দশা

চিত্র 6.8 [illegible]

ঐ বিশেষ মুহূর্তে P ও Q বিন্দুর মধ্যে দশা -পার্থক্য

$\therefore \Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times$ বিন্দু দুটির পথ পার্থক্য 6.11

লক্ষ্য করুন যে, এই দশা পার্থক্য সময়ের ওপর নির্ভরশীল নয়।

দুটি বিন্দুর মধ্যে পথ পার্থক্য -এর কোনও যুগ্ম গুণিতক (even multiple) হলেও দশা পার্থক্য =

এখানে s একটি পূর্ণ সংখ্যা। দশ পার্থক্য $2s\pi$ হওয়ার অর্থ, দশার পার্থক্য এর অখণ্ড গুণিতক। এর ফলে ঐ দুই বিন্দুতে তরঙ্গটি সমদশা সম্পন্ন হবে।

অন্যদিকে, যদি পথ পার্থক্য র অযুগ্ম গুণিতক (odd multiple) হয়, যেখানে s = অখন্ড

সংখ্যা, তাহলে দুই বিন্দুর মধ্যে দশার পার্থক্য হবে $\frac{2\pi}{\lambda}.(2s+1)\frac{\lambda}{2}=(2s+1)\pi$ । সুতরাং, ঐ বিন্দু দুটিতে তরঙ্গের দশায়   প্রভেদ থাকবে অর্থাৎ, তরঙ্গটি বিপরীত দশায় থাকবে।

6.5 এবং 6.5.1 অনুচ্ছেদে আপনি যা পড়লেন তা আরও ভালভাবে বোঝাবার জন্য আপনি এই অনুশীলনী দুটির উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করতে পারেন।

অনুশীলনী - 3 : কোনও চলতরঙ্গের সমীকরণ

এখানে t এর মান সেকেণ্ড এবং x, y এর মান cm -এ দেওয়া আছে। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও গতিবেগ নির্ণয় করুন। তরঙ্গ বিস্তারের অভিমুখে দুটি বিন্দুর দূরত্ব 20 cm হলে, যে কোনও সময়ে বিন্দু দুটিতে তরঙ্গের দশা পার্থক্য নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী -4 : একটি চলতরঙ্গের বিস্তার 0.03m, কম্পাঙ্ক 550Hz এবং গতিবেগ $330ms^{-1}$ । তরঙ্গটি যদি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের অভিমুখে সঞ্চারিত হয়, তাহলে চলতরঙ্গটির সরণ সমীকরণটি লিখুন।

6.6 সাধারণ তরঙ্গ সমীকরণ

একমাত্রিক সমীকরণ :

6.5 এবং 6.5.1 অনুচ্ছেদে আমরা চলতরঙ্গের গাণিতিক রূপ অর্থাৎ, তার সরণ সমীকরণ সম্বন্ধে জানতে পেরেছি। এই পর্যায়ের আগের এককগুলি পড়ার সময় আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন, সরল দোলগতি, অবমন্দিত দোলগতি বা প্রণোদিত কম্পনের ক্ষেত্রে আমরা প্রথমে প্রদত্ত ভৌত শর্ত অনুসরণ করে একটি অবকল সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করেছি। এই সমীকরণের সমাধান হিসেবে আমরা বস্তুকণার কম্পনের সময়-দূরত্ব সম্পর্ক পেয়েছি। এই সমাধানে অবশ্য একাধিক অনির্দিষ্ট ধ্রুবক থাকে। তবে প্রাথমিক শর্তাবলী প্রয়োগ করে আমরা ঐ ধ্রুবকগুলির মান নির্ণয় করতে পেরেছি। কিন্তু এখানে আমরা একটি বিপরীত পদ্ধতিতে তরঙ্গের অবকল সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করব।

6.5 (b) সমীকরণে আমরা পেয়েছিলাম,

লক্ষ্য করুন, এখানে ψ একই সঙ্গে x ও t এর অপেক্ষক। সুতরাং, এখানে ψ এর আংশিক অবকলন করা যাবে। উপরের সমীকরণ থেকে আমরা এই অবকলগুলি পাই :

...... 6.12(a)

$$\frac{\partial \psi}{\partial t}=A\frac{2\pi v}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

.... 6.12(b)

6.11 (a) ও (b) থেকে সহজেই পাওয়া যায়

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \qquad ....\ 6.13$$

এটি একাধিক তরঙ্গের তরঙ্গ সমীকরণ। লক্ষ্য করুন, এই সমীকরণে v2 থাকলেও, v নেই। সুতরাং, এটির সমাধান v ও -v উভয়ের জন্যই সমভাবে প্রযোজ্য হবে। এমন কি x -এর ধনাত্মক দিকে ও ঋণাত্মক দিকে সঞ্চারিত দুই তরঙ্গের উপরিপাতন ঘটে স্থানুতরঙ্গ সৃষ্টি করলে তার ক্ষেত্রেও এই তরঙ্গ সমীকরণ প্রযোজ্য থাকবে।

দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক সমীকরণ :

একমাত্রিক তরঙ্গ সমীকরণটি আমরা যে পদ্ধতিতে পেয়েছি, সেই একই পদ্ধতিতে দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ সমীকরণ পাওয়া যেতে পারে। তবে এক্ষেত্রে আমাদের 6.10 সমীকরণটি ব্যবহার করতে হবে। এই সমীকরণটি হল :

$(x - (x)$ [illegible]

$$= A\sin\left(\omega t - \vec{r}.\frac{\omega\vec{n}}{v}\right)$$

এখানে $\frac{\omega\vec{n}}{v}$ ভেক্টরটির মান এবং দিক তরঙ্গ লম্ব অভিমুখী। এই ভেক্টরকে আমরা সঞ্চারণ ভেক্টর (propagation vector) বলি এবং $\vec{k}$ রাশি দিয়ে অভিহিত করি। সুতরাং, আমরা লিখতে পারি :

$$= \quad A\sin\left(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z\right)$$

যেখানে k_x, k_y ও k_z হল ভেক্টরের কার্টেজীয় উপাংশ এবং (x,y,z) হল পরিলক্ষিত বিন্দুর স্থানাঙ্ক। দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে অবশ্য বা বা —কোনও রাশিই থাকবে না।

এখন যদি আপনি কে t,x,y,z প্রভৃতির সাপেক্ষে আংশিক অবকলন করেন, তবে পাবেন,

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = A\omega \cos\left(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z\right)$$

.... 6.14 (a)

একইভাবে আপনি দেখাতে পারেন,

অর্থাৎ, ... 6.14 (b)

6.12 (a) ও (b) সম্পর্কগুলিকে একত্র করে পাবেন,

.... 6.15

বাঁ দিকের রাশিটি সাধারণত $\nabla^2 \psi$ রূপে লেখা হয়। এছাড়া

সুতরাং 6.15 সমীকরণটিকে লেখা যায়

.... 6.16

এই সমীকরণটি দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক —দুই শ্রেণীর তরঙ্গেরই তরঙ্গ সমীকরণ। দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের জন্য

কে $\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right)$ বলে ধরতে হবে।

6.7 চলতরঙ্গের দ্বারা ক্ষমতার পরিবহণ

এই এককটি পড়তে গিয়ে আপনি আগেই জেনেছেন যে, চলতরঙ্গের সাহায্যে মাধ্যমের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে শক্তি পরিবাহিত হয়। এখন প্রশ্ন, এই পরিবহণ কীভাবে ঘটে। ধরুন, শব্দের একটি উৎস বায়ুতে কম্পিত হচ্ছে এবং তার ফলে অনুদৈর্ঘ্য শব্দতরঙ্গ উৎপন্ন হচ্ছে। মাধ্যমের উৎস সংলগ্ন স্তরে প্রথমে যে কম্পন শুরু হবে, তা পরপর সংলগ্ন স্তরগুলিতে হস্তান্তরিত হবে এবং ক্রমশ তরঙ্গটি সঞ্চারিত হয়ে ছড়িয়ে পড়বে। এর থেকেই বোধা যায় যে, উৎস থেকে উৎপন্ন শক্তি তরঙ্গের মাধ্যমে চতুর্দিকে ছড়িয়ে যায়।

প্রথমে আমরা তরঙ্গের মাধ্যমের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির পরিমাণ নির্ণয় করব। ধরা যাক, একটি সমতল শব্দতরঙ্গ x অক্ষ বরাবর সঞ্চারিত হচ্ছে। আমরা আগের মত এর সময় সরণ সমীকরণ লিখতে পারি :

এখন x স্থানাঙ্কে মাধ্যমের একটি পাতলা স্তর বিবেচনা করুন, যেটি তরঙ্গমুখের সমান্তরাল, যার বেধ Δx ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল । মাধ্যমের ঘনত্ব p রাশিটিকে আমরা মোটামুটি ধ্রবক বলে ধরে নেব। সেক্ষেত্রে মাধ্যমের স্তরটির ভর

এবং সেটির গতিশক্তি

= , যার মান শূন্য থেকে $\frac{1}{2}A^2\omega^2 ap\Delta x$ এর মধ্যে আন্দোলিত হয়।

কম্পনের একটি পূর্ণ পর্যায়ে রাশিটির সময়ের সাপেক্ষে গড় মান হয় $\frac{1}{2}$। সুতরাং, পূর্ণ পর্যায়ে গতিশক্তি K এর গড় মান

[illegible] 6.17

এবার আমাদের দেখতে হবে, মাধ্যমের ঐ স্তরটির স্থিতিশক্তি কত? এজন্য ঐ স্তরের উপর প্রযুক্ত বল সেটির ওপর কতটা কার্য করেও তা নির্ণয় করা দরকার। এই বল অবশ্যই স্তরটির ভর ও ত্বরণের গুণফলের সমান, অর্থাৎ বল,

=

$= -ap\Delta x.\omega^2 y$

লক্ষ্য করুন, y ধনাত্মক হলে F ঋনাত্মক, অর্থাৎ বলটি প্রত্যানয়ক। এই বলের বিরুদ্ধে y পরিমাণ সরণ ঘটাতে যে কার্য করতে হয় তার মান ;

$= \frac{1}{2}ap\Delta x\omega^2.y^2$

$$= \frac{1}{2} ap\omega^2 \Delta x A^2 \sin^2(\omega t - kx)$$

লক্ষ্য করে দেখুন, K এর মত V এর মানও শূন্য থেকে $\frac{1}{2}A^2\omega^2 ap\Delta x$ এর মধ্যে ওঠানামা করে। কম্পনের একটি পূর্ণ পর্যায়ে রাশির গড় মান $\frac{1}{2}$। সুতরাং, আমরা স্থিতিশক্তিরও গড় মান পেতে পারি ;

$$= \frac{1}{4}A^2\omega^2 ap\Delta x \qquad \text{....... 6.18}$$

6.17 ও 6.18 সমীকরণ দুটির তুলনা করলে দেখবেন (K) =(V) । অর্থাৎ, স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির মান গড়ে সমান।

মোট শক্তি অর্থাৎ, স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল :

$$E = K + V$$

$$=$$

$$= \frac{1}{2}A^2\omega^2 ap\Delta x \qquad \text{....... 6.19}$$

বেধের স্তরটি যদি সময়ে তরঙ্গপথের একটি বিন্দু অতিক্রম করে যায়, তবে ক্ষেত্রফলের প্রস্থচ্ছেদের মধ্য দিয়ে শক্তি পরিবহণের হার, অর্থাৎ পরিবাহিত ক্ষমতা :

, যেখানে $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, তরঙ্গের বেগ 6.20

6.19 সম্পর্কটি থেকে আমরা তরঙ্গের শক্তির ঘনত্ব অর্থাৎ, একক আয়তন পিছু শক্তির মান পেতে পারি। আমরা যে স্তরটির কথা বিবেচনা করেছি তার আয়তন । সুতরাং, তরঙ্গের শক্তির ঘনত্ব,

.... 6.21

লক্ষ্য করুন, এই রাশিটির মান A এবং ω উভয়ের বর্গের এবং মাধ্যমের ঘনত্ব p এর সমানুপাতী।

6.8 শব্দতরঙ্গের তীব্রতা (Intensity)

কোনও একটি উৎস থেকে যখন শব্দতরঙ্গ নিঃসৃত হয়, তখন তরঙ্গপথের কোনও একটি বিন্দুতে একক সময়ে তরঙ্গের অভিমুখের সঙ্গে লম্ব একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে তরঙ্গশক্তি প্রবাহিত হয়, তাকে ঐ শব্দতরঙ্গের তীব্রতা বলে।

6.20 সমীকরণে আমরা তরঙ্গে পবিবাহিত ক্ষমতার (P) যে রাশিমালা পেয়েছি, তাকে যে লম্ব ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে ঐ শক্তি পরিবাহিত হচ্ছে অর্থাৎ, α দিয়ে ভাগ করলে তরঙ্গের তীব্রতা পাওয়া যাবে। তীব্রতাকে I দিয়ে নির্দেশ করলে

.... 6.22

লক্ষ্য করুন I এর মান কোন্ কোন্ বিষয়ের ওপর কীভাবে নির্ভর করে। মাধ্যমে তরঙ্গের কোনও শোষণ না ঘটলে সমতল তরঙ্গের বিস্তার অপরিবর্তিত থাকে, যেহেতু কৌণিক কম্পাঙ্ক ωএবং সমসত্ব মাধ্যমে P এবং v নির্দিষ্ট। অতএব, সমতল তরঙ্গে তীব্রতা তরঙ্গের পথে সর্বত্র সমান থাকে।

তীব্রতার একক : SI পদ্ধতিতে তীব্রতার একক $Js^{-1}m^{-2}$ বা । 6.22 সমীকরণে I এর রাশিমালায় ডানদিকে যে রাশিগুলি রয়েছে SI পদ্ধতিতে তাদের এককগুলি বসিয়ে দেখা যেতে পারে। এর একক বা (যেহেতু) পাওয়া যাচ্ছে কিনা। এ কাজটি আপনার জন্যই রাখা হল।

গোলীয় তরঙ্গের তীব্রতা : এ পর্যন্ত আমরা সমতল তরঙ্গের কথা বিবেচনা করলেও এবার গোলীয় তরঙ্গের কথা আমাদের ভাবতে হবে। গোলীয় তরঙ্গ একটি বিন্দুতে উদ্ভূত হয় এবং তরঙ্গ অগ্রসর হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে সেটির গোলকাকৃতি তরঙ্গমুখের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়। শব্দের একটি বিন্দু উৎসকে কেন্দ্রে রেখে r ব্যাসার্ধের একটি গোলক কল্পনা করুন এবং ধরে নিন শব্দ উৎস (থেকে বিকীর্ণ হয়ে ঐ গোলকের তলের সর্বত্র সমান তীব্রতায় পৌঁছেছে। যদি একক সময়ে বিকীর্ণ শক্তি E হয়, তাহলে r ব্যাসার্ধের গোলকের মধ্য দিয়ে এই পরিমাণ শক্তি একক সময়ে নির্গত হবে। সুতরাং, আমরা লিখতে পারি,

.... 6.23

যেখানে I(r) হচ্ছে ঐ গোলকের তলে শব্দের তীব্রতা। এটি ব্যাসার্ধ r এর ওপর নির্ভরশীল। গোলকের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি পেলে অর্থাৎ, গোলকের তল উৎস থেকে আরও দূরে সরে গেলেও $I(r)r^2$ রাশিটির মান অপরিবর্তিত থাকবে, কারণ উৎসটি একটি নির্দিষ্ট হারেই শক্তি সরবরাহ করে। কাজেই, উৎস থেকে দূরত্ব r এর বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে তীব্রতা I নিশ্চয়ই $\frac{I}{r^2}$ এর সমানুপাতে কমতে থাকবে। 6.22 সমীকরণে দেখা গেছে, তীব্রতা তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী। এবং - এই দুই সম্পর্ক থেকে বলা যায়, অর্থাৎ তরঙ্গের বিস্তার উৎস থেকে দূরত্বের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

k একটি ধ্রবক হলে লেখা যায়,

এই সম্পর্কটিকে ব্যস্তানুপাতিক বর্গ সূত্র (inverse -square law) বলা হয়।

যেহেতু শব্দের তীব্রতা দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে হ্রাস পায়, তাই উৎস থেকে দূরে সরে যেতে শুরু করলে তার শব্দ আমাদের কানে ক্রমশ ক্ষীণ শোনায়। আর উৎসের ক্ষমতা অনুযায়ী কিছু দূর গেলে শব্দ আর শোনাই যায় না। দুই মিটার দূর থেকে হয়ত আপনি আমার স্বাভাবিক কণ্ঠস্বর স্পষ্ট শুনতে পাবেন, কিন্তু দশ মিটার দূর থেকে সেই শব্দ আপনার কাছে অস্পষ্ট মনে হবে। আবার দশ মিটার দূরে বাজানো টেপ রেকর্ডারের আওয়াজ পৌঁছে যাবে আপনার কানে। লাউডস্পিকারের আওয়াজ তো চল্লিশ মিটার দূর থেকেও কর্ণপীড়া সৃষ্টি করে। এ থেকে বোঝা যায় , এক একটি উৎসের ক্ষমতা এক এক মানের এবং সেগুলি একই দূরত্বে বিভিন্ন তীব্রতার শব্দ সৃষ্টি করতে পারে। শব্দতরঙ্গের তীব্রতা মাপার বিভিন্ন উপায় সম্বন্ধে আপনি এই পর্যায়ের দশম এককে জানতে পারবেন।

আপনার মনে প্রশ্ন জাগতে পারে, সর্বনিম্ন কোন্ তীব্রতার শব্দ আমরা শুনতে পাই? আপনি জানলে আশ্চর্য হবেন যে, মাত্র তীব্রতার শব্দও কান ধরতে পারে। যখন এরকম তীব্রতার শব্দ আমাদের কর্ণপটহে পৌঁছয়, তখন বাতাসে তার বিস্তার কতটা হয় তা আমরা কল্পনাও করতে পারব না। অনুশীলনী 5 থেকে আপনি এ সম্পর্কে একটা ধারণা পাবেন।

আমাদের কানের আশ্চর্য ক্ষমতার এখানেই শেষ নয়। একদিকে কান যেমন প্রাবল্যের শব্দ শুনতে পায়, অন্যদিকে তার দেশ কোটি (10^8) গুণ তীব্রতার অর্থাৎ, পরিমাণ তীব্রতার শব্দও আমাদের কান সহ্য করতে পারে। বস্তুত, আমরা যে সব শব্দ চারদিকে শুনতে পাই, তার মধ্যে বিভিন্ন তীব্রতার শব্দ রয়েছে। তবে এ সম্বন্ধে আপনি এই পাঠক্রমে দশম এককে আরও বিশদভাবে জানতে পারবেন।

অনুশীলনী -5 : বাতাসে শব্দের বেগ $340 ms^{-1}$ এবং বাতাসের ঘনত্ব $1.29 kgm^{-3}$ হলে, 1kHz শব্দের জন্য ন্যূনতম শ্রবণযোগ্য অর্থাৎ $10^{-12} Wm^{-2}$ তীব্রতায় শব্দতরঙ্গের বিস্তার কত হবে?

6.9 ডপলার ক্রিয়া (Doppler effect)

তরঙ্গগতির সঙ্গে সংশ্লিষ্ট একটি অতি পরিচিত ঘটনা হচ্ছে ডপলার ক্রিয়া (Doppler effect)। ধরুন, আপনি রেলের প্ল্যাটফর্মে দাঁড়িয়ে আছেন। একটি ট্রেন স্টেশনের দিকে আসছে, তার এঞ্জিনের বাঁশি বাজছে। ট্রেনটি যেমন প্ল্যাটফর্মে ঢুকল, তেমনই দ্রুত গতিতে বেরিয়ে এল। এরকম ক্ষেত্রে আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, আগুয়ান ট্রেনের বাঁশির আওয়াজ আপনার কাছে যতটা তীক্ষ্ণ শোনায়, সেই ট্রেন যখন আপনাকে অতিক্রম করে দূরে চলে যেতে থাকে, ঐ একই আওয়াজ কিন্তু সেরকম তীক্ষ্ণ শোনায় না। বরং তা বেশ খানিকটা খাদে নেমে যায়। এটা কি নিছকই শোনার ভুল? না, খেয়াল করলে দেখবেন শব্দের যে কোনও উৎস যখন আপনার দিকে ছুটে আসে, তখন তার তীক্ষ্ণতা বেশি। আর যখন সেটি দূরে চলে যেতে থাকে, তখন শ্রোতার কাছে তার তীক্ষ্ণতা কম বলে মনে হয়।

শব্দতরঙ্গের উৎস এবং শ্রোতার বা গ্রাহক যন্ত্রের মধ্যে যদি আপেক্ষিক গতি থাকে, তাহলে উৎসের কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তন ঘটে। এই ঘটনাটিকে বলা হয় ডপলার ক্রিয়া। আমরা এবার শব্দতরঙ্গের

কম্পাঙ্কের এই আপাত পরিবর্তনের পরিমাণ নির্ণয় করব।

প্রথম ক্ষেত্র : যখন উৎস স্থির, শ্রোতা উৎস অভিমুখে অথবা বিপরীত মুখে চলমান।

ধরা যাক, একটি উৎস থেকে $'n'$ কম্পাঙ্কের শব্দ নির্গত হচ্ছে এবং বায়ুতে শব্দের গতিবেগ v

চিত্র 6.9

$\therefore$ বায়ুতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda =$

শ্রোতা স্থির থাকলে প্রতি সেকেন্ডে n সংখ্যক তরঙ্গ শ্রোতাকে অতিক্রম করবে এবং উৎসের কম্পাঙ্ক তাঁর কাছে 'n' ই মনে হবে। এবার ধরা যাক, শ্রোতা u গতিবেগ নিয়ে উৎসের দিকে অগ্রসর হতে শুরু করলেন। তার কানে ঠিক এক সেকেণ্ডে যে কটি তরঙ্গ পৌঁছবে, তার কাছে সেটাই কম্পাঙ্ক বলে মনে হবে। 6.9 চিত্রে এই অবস্থাটি দেখানো হয়েছে।

ধরুন শ্রোতা t = 0 সময়ে 6.9 চিত্রের L বিন্দুতে ছিলেন। এক সেকেন্ড পরে তিনি যখন L' বিন্দুতে পৌঁছলেন, তখন শব্দ তরঙ্গের L বিন্দু v দূরত্ব অতিক্রম করে F' অবস্থানে পৌঁছবে। এখানে LL'= শ্রোতার বেগ u এবং LF'= শব্দতরঙ্গের বেগ v। এই এক সেকেন্ড L'F' দূরত্বের সব কটি তরঙ্গই শ্রোতাকে অতিক্রম করবে। এই তরঙ্গগুলির সংখ্যাই শ্রোতার কাছে শব্দের আপাত কম্পাঙ্ক n', যার মান

$$n' = \frac{L'F'}{\lambda} = \frac{LF' + LL'}{\lambda} = \frac{v+u}{\lambda} = \frac{v+u}{v} n = n\left(1 + \frac{u}{v}\right) \quad ..... \ 6.24$$

এই আপাত কম্পাঙ্ক n' স্পষ্টতই n এর চেয়ে কিছুটা বেশি।

এর বিপরীত ঘটনা ঘটবে যখন শ্রোতা স্থির উৎস থেকে u বেগে দূরে সরে যাবেন (চিত্র 6.10)। এক্ষেত্রে এক সেকেণ্ড সময়ে শ্রোতা L থেকে L' বিন্দুতে পৌঁছবেন এবং ঐ সময়ে L'F' দূরত্বের মধ্যেকার সব তরঙ্গই শ্রোতাকে পেরিয়ে যাবে। এই তরঙ্গগুলির সংখ্যা

চিত্র 6.10

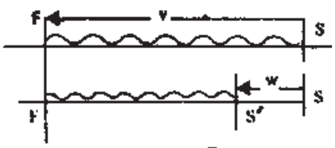
$$n' = \frac{L'F'}{\lambda} = \frac{LF' - LL'}{\lambda} = \frac{v-u}{\lambda} = n\frac{v-u}{v} = n\left(1 - \frac{u}{v}\right) \quad ..... \ 6.25$$

এটিই হবে শ্রোতার কাছে শব্দের আপাত কম্পাঙ্কের মান। 6.25 সম্পর্কটি অবশ্য 6.24 সম্পর্কে u-এর পরিবর্তে -u লিখেই পাওয়া যেত। লক্ষ্য করুন, এক্ষেত্রে n' এর মান n অপেক্ষা কম।

দ্বিতীয় ক্ষেত্র : যখন শ্রোতা স্থির, শব্দের উৎস শ্রোতার অভিমুখে বা বিপরীতমুখে চলমান।

প্রথমে আমরা শব্দের উৎস শ্রোতা অভিমুখে w বেগে গতিশীল বলে কল্পনা করব। ধরুন, উৎস যদি স্থির

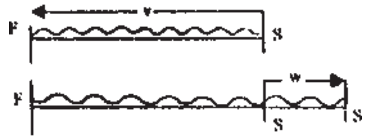
থাকত, তবে t=0 সময়ে যে তরঙ্গটি নির্গত হত, সেটি 1 সেকেণ্ড পরে অর্থাৎ, t=1s সময়ে v দূরত্ব অতিক্রম করে F বিন্দুতে পৌঁছাত (চিত্র 6.11) । দূরত্ব SF = v এবং এই দূরত্বের মধ্যে তরঙ্গের সংখ্যা শব্দের কম্পাঙ্ক n এর সমান। এখন যদি উৎসটি ঐ 1 সেকেন্ড সময়ে S থেকে S' বিন্দুতে এসে পৌঁছয়, যেখানে SS'=w, তবে ঐ সময়ের মধ্যে যে n সংখ্যক তরঙ্গ উৎস থেকে নির্গত হয়েছে, সেগুলি সবই S'F দূরত্বের মধ্যে থাকবে। কিন্তু S'F=SF-SS'=v-w। আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, এক্ষেত্রে উৎসেব বেগ তরঙ্গ গুলিকে সঙ্কুচিত করছে এবং সেগুলির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কমে দাঁড়াচ্ছে



চিত্র 6.11

$\lambda' = \dfrac{v-w}{n} = \dfrac{v}{n}\left(1-\dfrac{w}{v}\right) = \lambda\left(1-\dfrac{w}{v}\right)$ । এখন শ্রোতা যে শব্দ শুনবেন তার কম্পাঙ্ক হবে,

$$n' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda\left(1-\dfrac{w}{v}\right)} = \frac{n}{1-\dfrac{w}{v}} \qquad ..... \; 6.26$$



চিত্র 6.12

এবার ধরা যাক, শব্দের উৎস শ্রোতার কাছ থেকে u বেগে দূরে সরে যাচ্ছে (চিত্র 6.12) । 1 সেকেণ্ড সময়ে উৎস যদি S বিন্দু থেকে S' বিন্দুতে পৌঁছয়, তবে S'S'=u। ঐ সময়ে নির্গত n সংখ্যক তরঙ্গ এখন প্রসারিত হয়ে FS' দূরত্ব জুড়ে থাকবে। কিন্তু, FS'=FS+SS' = v + u। সুতরাং, এখন পরিবর্তিত তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে,

$$\lambda' = \frac{v+w}{n} = \frac{v}{n}\left(1+\frac{w}{v}\right) = \lambda\left(1+\frac{w}{v}\right)$$

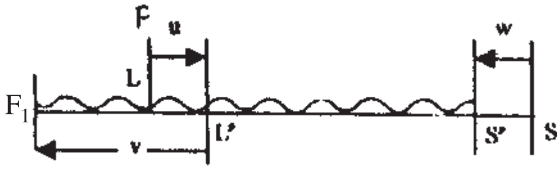
সুতরাং, শ্রোতা যে কম্পাঙ্কের শব্দ শুনবেন তা হল,

$$n' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda\left(1+\dfrac{w}{u}\right)} = \frac{n}{1+\dfrac{w}{v}} \qquad .... \; 6.27$$

এক্ষেত্রেও 6.26 সম্পর্কটিতে u এর পরিবর্তে -u বসালে 6.27 সম্পর্কটি পাওয়া যেত।

তৃতীয় ক্ষেত্র : যখন শ্রোতা ও উৎস উভয়ই পরস্পর সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর চলমান।

ধরা যাক, উৎসের বেগ শ্রোতার দিকে w এবং শ্রোতার বেগ উৎস অভিমুখে u (চিত্র 6.13)। এক্ষেত্রে শব্দের উৎস এক সেকেন্ডে S থেকে S' বিন্দুতে এসে পৌঁছেছে এবং ঐ একই সময়ে শ্রোতা L থেকে L' বিন্দুতে সরে এসেছেন। সুতরাং, SS'= উৎসের বেগ w এবং LL' = শ্রোতার বেগ u। শব্দের যে তরঙ্গটি প্রাথমিক অবস্থায় L বিন্দুতে ছিল, সেটি



চিত্র 6.13

এক সেকেণ্ডে F’ বিন্দুতে পৌঁছেছে, সুতরাং LF' = v । শব্দের উৎসটি যেহেতু শ্রোতার দিকে অগ্রসর হচ্ছে, অতএব তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ থেকে সঙ্কুচিত হয়ে $\lambda' = \lambda\left(1 - \frac{w}{v}\right)$ হবে। উপরন্তু, এক সেকেণ্ডে L'F' দৈর্ঘ্যের মধ্যে অবস্থিত সব তরঙ্গ শ্রোতাকে অতিক্রম করে যাবে। সুতরাং, শ্রোতা যে কম্পাঙ্কের শব্দ শুনবেন তা হবে,

$$n' = \frac{L'F'}{\lambda} = \frac{LF' + LL'}{\lambda'} = \frac{v+u}{\lambda\left(1 + \frac{w}{v}\right)} = \frac{v}{\lambda}.\frac{v+u}{v-w}$$

বা, $n' = n\frac{v+u}{v-w}$ 6.28

এই সম্পর্কটি আসলে 6.23 ও 6.25 সম্পর্ক দুটির মিলিত রূপ। লক্ষ্য করে দেখুন, যদি শ্রোতা ও উৎস একই দিকে বেগে চলমান হয় অর্থাৎ যদি হয়, তবে $n^2 = n$। এর অর্থ এই যে, শ্রোতা ও উৎস মাধ্যমের সাপেক্ষে গতিশীল হলেও যদি তাদের মধ্যে কোনও আপেক্ষিক গতি না থাকে, তবে কম্পাঙ্কে কোনও আপাত পরিবর্তন ঘটে না। এটি অন্যভাবেও ব্যাখ্যা করা যায়। শ্রোতা ও উৎসের মধ্যে যখন ব্যবধান অপরিবর্তিত থাকে, তখন উৎস থেকে নির্গত প্রতিটি তরঙ্গই শ্রোতার কাছে পৌঁছয় কেন না উৎস ও শ্রোতার মধ্যবর্তী মাধ্যমে তরঙ্গের কোনও সঞ্চয় বা ক্ষয় ঘটতে পারে না। সুতরাং, তরঙ্গের কম্পাঙ্কের কোনও আপাত পরিবর্তন ঘটে না।

$w = -u$ $\quad n' = n\,\frac{v + V + u}{}$

উপরের আলোচনা থেকে তিনটি নির্দিষ্ট ক্ষেত্রে ডপলার ক্রিয়া সম্বন্ধে আপনি জানতে পারলেন। কিন্তু এ ছাড়াও ডপালর ক্রিয়া সম্বন্ধে কিছু প্রশ্ন আপনার মনে জাগা স্বাভাবিক। এবার আমরা সেগুলি সম্বন্ধে জানার চেষ্ট করব।

(ক) আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, তিনটি ক্ষেত্রেই মাধ্যমকে নিশ্চল বলে ধরে নেওয়া হয়েছে। মাধ্যমের যদি কোনও গতিবেগ থাকে তবে 6.23-27 সূত্রগুলির কোনও পরিবর্তন ঘটবে কি? এর উত্তরে বলা যায় যে, যেহেতু মাধ্যমই শব্দতরঙ্গকে বহন করে, অতএব মাধ্যমের বেগ শব্দের বেগের সঙ্গে বীজগাণিতিকভাবে যুক্ত হবে। অর্থাৎ, মাধ্যমের বেগ V যদি উৎস থেকে শ্রোতার দিকে হয়, তবে শব্দের কার্যকরী বেগ হবে v + V। যদি মাধ্যমের বেগ শ্রোতা থেকে উৎসের দিকে হয়, তবে ঐ বেগ হবে v – V।

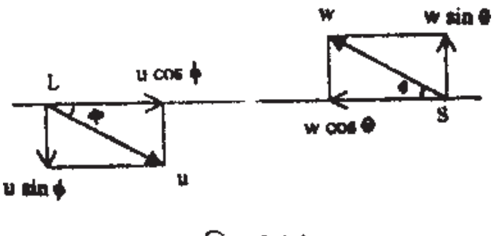
উদাহরণ হিসাবে ধরা যাক, বাতাসের বেগ V উৎস থেকে শ্রোতার দিকে, শ্রোতার বেগ উৎস অভিমুখে u এবং উৎসের বেগ শ্রোতা অভিমুখে w। এখন আপাত কম্পাঙ্কের মান 6.28 সমীকরণে v এর জায়গায় $v + V$ বসিয়ে পাওয়া যাবে

.... 6.29

লক্ষ্য করুন, এখনও যদি শ্রোতা ও উৎস একই দিকে একই বেগে চলমান হয়, অর্থাৎ যদি w=-u হয়, তবে n' এর মান হবে

অর্থাৎ, কম্পাঙ্কের কোনও আপাত পরিবর্তন এ ক্ষেত্রেও ঘটবে না।

(খ) এ পর্যন্ত আমরা শব্দের উৎস বা শ্রোতার বেগ পরস্পর সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর বলে কল্পনা করেছি। উৎস বা শ্রোতার বেগ ঐ সরলরেখার সাপেক্ষে তির্যকভাবে থাকলে আগের প্রমাণিত সূত্রগুলি প্রয়োগ করা যাবে না। চিত্র 6.14 -তে এই অবস্থাটি দেখানো হয়েছে। এখানে শব্দের উৎস S এবং শ্রোতা L-এর সংযোগকারী সরলরেখার সঙ্গে উৎসের বেগ কোণে এবং শ্রোতার বেগ কোণে আনত। বেগ দুটির অনুপ্রস্থ উপাংশ



চিত্র 6.14

ও শব্দ তরঙ্গের ডপলার ক্রিয়ায় কোনও ভূমিকা পালন করে না। কেবলমাত্র অনুদৈর্ঘ্য উপাংশ এবং কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তন ঘটায়। সুতরাং, 6.24 থেকে 6.28 সমীকরণ গুলিতে u এর জায়গায় এবং এর জায়গায় বসালেই তির্যক গতির ক্ষেত্রে উপযুক্ত সূত্র পাওয়া যাবে। তবে মনে রাখতে হবে যে, এক্ষেত্রে উৎস ও শ্রোতার সংযোগকারী রেখাটির দিক সততই পাল্টাতে থাকে। সুতরাং, u এবং w এর মান অপরিবর্তিত থাকলেও ডপলার ক্রিয়ার ফলে কম্পাঙ্কের পরিবর্তনের মান সমান থাকে না।

(গ) শ্রোতা বা উৎসের বেগ যখন মাধ্যমে শব্দতরঙ্গের বেগের সমান হয়, তখন কতকগুলি বিশেষ ঘটনা ঘটে।

শ্রোতা যদি উৎস থেকে শব্দের সমান বেগে দূরে সরে যেতে থাকেন অর্থাৎ যদি 6.25 সূত্রে u=v হয়, তবে আপাত কম্পাঙ্ক n' এর মান হবে শূন্য। আসলে এক্ষেত্রে কোনও তরঙ্গই শ্রোতাকে তাড়া করে অতিক্রম করতে পারবে না। ফলে শ্রোতার কাছে কম্পাঙ্কের মানও শূন্য বলে মনে হবে।

আবার দেখুন, যদি শ্রোতা স্থির থাকেন এবং উৎস শব্দের সমান বেগে শ্রোতার দিকে ধাবিত হয়, তবে 6.26 সূত্রে w = v বসিয়ে পাওয়া যাবে

যার মান অসীম। এক্ষেত্রে উৎস থেকে নির্গত সব তরঙ্গ সঙ্কুচিত হয়ে একটি বিশাল আলোড়ন হিসাবে উৎসের সঙ্গেই চলতে থাকবে। এই আলোড়ন যখন শ্রোতাকে অতিক্রম করবে, তখন শ্রোতা অসংখ্য তরঙ্গের এক মিলিত আঘাত অনুভব করবেন, যা কতকটা বিস্ফোরণের শব্দের মত শোনাবে। এই শব্দটিকে বলা হয় শাব্দ-বুম (sonic boom)। শব্দোত্তর বেগে উড়তে সক্ষম (supersonic) বিমানের বেগ যখন শব্দের বেগকে অতিক্রম করে, তখন সেটি শাব্দ-বুম তৈরি করে, যা মাটি থেকে শোনা যায়।

উৎসের বেগ শব্দের বেগের চেয়ে বেশিও হতে পারে। লক্ষ্য করন, 6.26 সূত্রে যদি w>v হয়, তবে আপাত

কম্পাঙ্কের মান ঋণাত্মক হয়। আসলে এই অবস্থায় উৎস থেকে নির্গত শব্দের আগেই উৎসটি শ্রোতাকে অতিক্রম করে এবং পরে উৎপন্ন তরঙ্গ শ্রোতার কাছে আগে পৌঁছায়। এই অবস্থায় ডপলার ক্রিয়া প্রযোজ্য থাকে না।

(ঘ) শব্দতরঙ্গের মত আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রেও ডপলার ক্রিয়া ঘটতে দেখা যায়। তবে আলোকের বেগ শব্দের তুলনায় অনেক বেশি হওয়ায়, কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তনের মান এক্ষেত্রে অত্যন্ত কম হয় এবং অত্যন্ত সূক্ষ্ম যন্ত্রের সাহায্যেই তা ধরা যায়। আমরা শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে যে ধরনের গণনা পদ্ধতি ব্যবহার করেছি, আলোকতরঙ্গের ক্ষেত্রে তা প্রযোজ্য থাকে না। কেন না আলোকের ক্ষেত্রে আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব অনুযায়ী গণনা করতে হয়। আলোকতরঙ্গে ডপলার ক্রিয়া সম্বন্ধে পরে অন্য পর্যায়ে বিশেষ আলোচনা করা হবে।

এখন ডপলার ক্রিয়া বিষয়ক নিচের অনুশীলনী দুটির উত্তর দিতে আপনার হয় ভালই লাগবে।

অনুশীলনী -6 : 600 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি শব্দের উৎস স্থির শ্রোতার দিকে $40ms^{-1}$ গতিবেগে অগ্রসর হলে ঐ কম্পাঙ্ক শ্রোতার কাছে কত বলে মনে হবে? যদি একই গতিবেগে শ্রোতা অগ্রসর হয় এবং উৎস স্থির থাকে, তাহলেই বা পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক কত হবে? বাতাসে শব্দের গতিবেগ $340ms^{-1}$।

অনুশীলনী - 7 : রেলওয়ে প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ানো এত ব্যক্তি দেখলেন যে, 36kmph বেগে একটি ট্রেন বাঁশি বাজিয়ে স্টেশনে প্রবেশ করছে। টেনটি একই বেগে বাঁশি বাজিয়ে স্টেশন ছেড়ে গেল। ঐ ব্যক্তি লক্ষ্য করলেন যে, ট্রেনটি স্টেশনে প্রবেশ করার ও বেরিয়ে যাওয়ার সময় তিনি বাঁশির যে কম্পাঙ্ক শুনেছেন তাদের মধ্যে পার্থক্য 17 Hz, যদি বাতাসে শব্দের গতিবেগ $340ms^{-}1$ হয়, তাহলে বাঁশির প্রকৃত কম্পাঙ্ক কত?

6.10 সারাংশ

যান্ত্রিক কম্পনের ফলে সৃষ্ট আলোড়ন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে চলতরঙ্গের আকারে প্রসারলাভ করে। শ্রবণযোগ্য কম্পাঙ্কের অনুদৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপক তরঙ্গই শব্দতরঙ্গ। চলতরঙ্গের মাধ্যমে শক্তির পরিবহণ ঘটে।

একটি তরঙ্গের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য তার বেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য। কোনও তরঙ্গের কম্পাঙ্ক n ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে, তরঙ্গের বেগ সম্পর্কের দ্বারা সূচিত হয়।

তরঙ্গের বেগ মাধ্যমে স্থিতিস্থাপক ধর্ম ও অন্যান্য বৈশিষ্ট্যের ওপর নির্ভর করে।

চরিত্রগত বৈশিষ্ট্য থেকে তরঙ্গকে বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করা যায়। যেমন, অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ তরঙ্গ একমাত্রিক, দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ, সমতল বা গোলীয় তরঙ্গ। তরঙ্গের বিস্তারলাভের সময় মাধ্যমের সার্বিক সরণ ঘটে না, মাধ্যমের কণাগুলি তাদের সাম্যাবস্থানের উভয় পাশে আন্দোলিত হয়।

একমাত্রিক চলতরঙ্গের সমীকরণ হিসাবে লেখা যায়। এই সমীকরণের আরও কয়েকটি বিকল্প রূপ রয়েছে। '+' বা '-' চিহ্ন অনুযায়ী সমীকরণটি x অক্ষের যথাক্রমে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দিকে সঞ্চারিত তরঙ্গ প্রকাশ করে। চলতরঙ্গের সমীকরণটি বিভিন্ন বিকল্পরূপেও লেখা যায়। সমীকরণটি দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের জন্য পরিবর্ধিতরূপে লেখা যায়।

x অক্ষ বরাবর বিস্তারলাভ করছে এমন একমাত্রিক চলতরঙ্গের সাধারণ তরঙ্গ সমীকরণ

দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গ সমীকরণটির রূপ হয়

চলতরঙ্গের দ্বারা শক্তির পরিবহণের হার $P = \frac{1}{2}\alpha p A^2\omega^2 v$ ।

যেখানে তরঙ্গের প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল, মাধ্যমের ঘনত্ব, A, ও v যথাক্রমে তরঙ্গের বিস্তার, কৌণিক কম্পাঙ্ক ও বেগ।

এই শক্তির অর্ধেক গড় স্থিতিশক্তি ও অর্ধেক গড় গতিশক্তি। তরঙ্গের তীব্রতা বলতে একক লম্ব প্রস্থচ্ছেদের মধ্য দিয়ে পরিবাহিত ক্ষমতা বোঝায়। সমতল তরঙ্গে গোলীয় তরঙ্গের ক্ষেত্রে তীব্রতা সর্বত্র সমান থাকে, কিন্তু উৎস বিন্দু থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

উৎস এবং শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতি থাকলে, উৎস থেকে উৎপন্ন শব্দের কম্পাঙ্ক শ্রোতার কাছে পরিবর্তিত মনে হয়। এই ঘটনাটিকে ডপলার ক্রিয়া বলা হয়।

6.11 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. একমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ, অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ তরঙ্গ ও সমতল ও গোলীয় তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য বুঝিয়ে দিন।

2. একমাত্রিক তরঙ্গের গাণিতিক রূপ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করুন। কৌণিক কম্পাঙ্ক ও ω তরঙ্গবেগ v এর পরিবর্তে পর্যায়কাল T এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এর মাধ্যমে সমীকরণটি লিখুন।

3. একমাত্রিক তরঙ্গের গাণিতিক রূপের সাহায্যে তরঙ্গ সমীকরণ $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$ টি প্রতিষ্ঠা করুন। দেখান যে, স্থাণু তরঙ্গের সময় সরণ সম্পর্কটি

তরঙ্গ সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

4. প্রমাণ করুন যে, একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক চলতরঙ্গে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির গড় মান সমান।

5. প্রমাণ করুন যে, স্থিতিস্থাপক চলতরঙ্গের শক্তি পরিবহণের হার ও তীব্রতা তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী।

6. প্রমাণ করুন যে, যখন শব্দের উৎস নিশ্চল শ্রোতার দিকে গতিশীল হয় এবং যখন শ্রোতা নিশ্চল উৎসের দিকে গতিশীল হন, দুই ক্ষেত্রেই শ্রোতা উৎসের প্রকৃত কম্পাঙ্কের চেয়ে উচ্চতর কম্পাঙ্কের শব্দ শুনতে পান।

7. (a) বায়ুমাধ্যমে শব্দের গতিবেগ হলে 255Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুরশলাকা থেকে নিঃসৃত কতগুলি শব্দতরঙ্গ 68m দূরত্ব জুড়ে থাকবে?

(b) জলে শব্দের গতিবেগ 1450ms^{-1} । আমাদের কান সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ যে কম্পাঙ্ক শুনতে পারে, তা যথাক্রমে 20Hz এবং 20kHz। এই শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যগুলি গণনা করুন।

8. কোনও একটি চলতরঙ্গের সমীকরণ এখানে y এবং x মিটারে এবং t সেকেন্ডে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

9. একটি পটকা ফাটানো হলে বিস্ফোরণ থেকে lm দূরত্বে শব্দের তীব্রতা হয় 8 ×10^{-5} $Wm^{-}2$। হয়, তবে বিস্ফোরণের বিন্দু থেকে কতদূর পর্যন্ত পটকার শব্দ শোনা যাবে? .

10. শ্রোতা শব্দের উৎস অভিমুখে কত বেগে চললে তাঁর কাছে 270Hz কম্পাঙ্কের শব্দ 279Hz কম্পাঙ্কের বলে মনে হবে? ধরে নিন, বায়ুতে শব্দের গতিবেগ 330ms^{-1}।

6.12 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1 : [illegible]

$v = n\lambda$

$\therefore\ 340 = 400\lambda$

$\therefore\ \lambda = 0.85m$

যেহেতু, একটি কম্পনের ফলে শব্দতরঙ্গ λ পরিমাণ দূরত্ব অগ্রসর হয়, অতএব 300 কম্পনের ফলে শব্দের অতিক্রান্ত দূরত্ব = 300 ×0.85m = 255m

2. ধরুন কম্পাঙ্ক = n। প্রশ্নানুসারে,

এবং

$\therefore$

$$\therefore\ v_B = 90 \times \frac{15}{10} = 135ms^{-1}$$

3 দেওয়া আছে, চলতরঙ্গের সমীকরণ

$$y = 8\sin\pi\left(4.00t - 0.02x\right)cm$$

সমীকরণটিকে সাজিয়ে প্রামাণ্য রূপে লেখা যায়,

$$y = 8\sin\frac{2\pi}{100}\left(200.00t - x\right)cm$$

চলতরঙ্গের প্রামাণ্য সমীকরণ $y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - x\right)$ -এর সঙ্গে তুলনা করে পাওয়া যায়,

তরঙ্গের বিস্তার A = $8cm$

তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda = 100cm = lm$ (যেহেতু এখানে x এবং ycm- এ পরিমাপ করা হয়েছে)

গতিবেগ $v = 200cms^{-1}$ (যেহেতু সময় t এর একক এখানে সেকেণ্ড)

$= 2ms^{-1}$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক

$$\lambda = \frac{v}{n} = \frac{330}{550}m = \frac{3}{5}m = 0.6m$$

তরঙ্গটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকে সঞ্চারিত হচ্ছে। এই তরঙ্গের প্রসারলাভের অভিমুখে $20cm$ দূরত্বে দুটি বিন্দুর দশা পার্থক্য δ হলে, আমরা লিখতে পারি,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\times 20\ radian = \frac{2\pi}{100}\times 20\ \text{rad}$$

$=$

4. এখানে বিস্তার $A = 0.03m$

কম্পাঙ্ক $n = 550Hz,$ তরঙ্গের বেগ v = $330ms^{-1}$

তরঙ্গদৈর্ঘ্য

যেহেতু তরঙ্গটি + x এর দিকে সঞ্চারিত হচ্ছে, অতএব লেখা যায়,

যে তরঙ্গের সরণ সমীকরণ $y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$

বা,

$$= .03\sin\pi(1100t - 3.33x)m$$

এখানে x এবং y মিটারে এবং t সেকেণ্ডে প্রকাশিত হয়েছে।

সমীকরণটি $\quad y = .03\cos\pi(1100t - 3.33x)m$

বা, $y = .03\sin\left[\pi(1100t - 3.33x) + \phi\right]$ (= অনির্দিষ্ট দশাকোণ)

এভাবেও লেখা যায়।

5. আমরা জানি যে, শব্দতরঙ্গের

তীব্রতা (কেননা)

এখানে, p $=1.29Kgm^{-3}$

যেহেতু সবচেয়ে কম প্রাবল্যের যে শব্দ [illegible] কানে শব্দের অনুভূতির সৃষ্টি করে তা হচ্ছে আমরা লিখতে পারি,

$$\therefore \quad A^2 = \frac{10^{-12}}{2\pi^2 \times (1000)^2 \times 340 \times 1.29}$$

$$\therefore \quad A = 1.074 \times 10^{-11} m$$

লক্ষ্য করুন, এই বিস্তার পরমাণুর আকারের থেকে ছোট। এর থেকে আমাদের শ্রবণযন্ত্রটির কর্মদক্ষতার কিছুটা নমুনা পাওয়া যায়।

6. $n = 600Hz$, শব্দের গতিবেগ

স্থির শ্রোতার দিকে উৎসের গতিবেগ যখন

পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক $n_1 = \frac{n}{\left(1 - \frac{v_s}{v}\right)} = \frac{600}{1 - \frac{40}{340}} = \frac{600 \times 340}{300} = 680Hz.$

যখন উৎস স্থির এবং শ্রোতা $v_2 = 40ms^{-1}$ বেগে উৎসের দিকে গতিশীল, তখন পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক n_2 হলে

$$n_2 = n\left(1+\frac{v_1}{v}\right) = 600\left(1+\frac{40}{340}\right) = \frac{600\times 380}{340} = 670.6Hz$$

লক্ষ্য করুন, দুটি ক্ষেত্রে পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক দুটি অসমান।

7. ট্রেনের গতিবেগ = $36kmph = \frac{36\times 1000}{3600}ms^{-1}$

= $10ms^{-1}$

ধরা যাক, বাঁশির প্রকৃত কম্পাঙ্ক n। শব্দের গতিবেগ $340ms^{-1}$। যখন ট্রেনটি স্টেশনে ঢুকছে তখন শ্রোতা স্থির, উৎস শ্রোতার অভিমুখে গতিবেগে ধাবমান।

$\therefore$ পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক

যখন ট্রেনটি স্টেশন থেকে বেরিয়ে যাচ্ছে, তখনও শ্রোতা স্থির, কিন্তু উৎস $10ms^{-1}$ -এ শ্রোতার থেকে দূরে সরে যাচ্ছে।

$\therefore$ পরিবর্তিত কম্পাঙ্ক $n_2 = \frac{n}{1+\frac{10}{340}} = \frac{340n}{350}$

প্রশ্নানুসারে, $n_1 - n_2 = 17Hz$

$\therefore$

$\therefore$

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. 6.3 অনুচ্ছেদের সাহায্যে আপনি প্রশ্নটির উত্তর লিখতে পারবেন।
2. 6.5 অনুচ্ছেদের এ বিষয়ে বিস্তৃত আলোচনা করা হয়েছে।
3. প্রথম অংশের উত্তর আপনি 6.6 অনুচ্ছেদে পাবেন।

প্রথম অংশ : এখানে,

সুতরাং,

4. 6.7 অংশে এটি প্রমাণ করা হয়েছে।

5. 6.7 ও 6.7.1 অংশে প্রশ্নটির উত্তর পাবেন।

6. 6.9 অংশে এ বিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

7. (a) বায়ুতে শব্দের গতিবেগ

$$\lambda = \frac{v}{n} = \frac{340}{255} m = \frac{4}{3} m$$

সুতরাং, একটি তরঙ্গ $\frac{4}{3}m$ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট অঞ্চল দখল করে।

68m [illegible] য় তরঙ্গ সংখ্যা =

=

প্রয়োজনীয় তরঙ্গ সংখ্যা = 51

(b) জলে শব্দের গতিবেগ

20 Hz কম্পাঙ্কের শব্দের জন্য জলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_1 = \frac{145}{20} = 72.5m$

$20kH_z \left(20000H_z\right)$ কম্পাঙ্কের শব্দের জন্য জলে

তরঙ্গদৈর্ঘ্য

তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_2 = \frac{1450}{20000} = .0725m = 7.25cm$

8. চলতরঙ্গের সমীকরণ $y = 4\sin\left(100\pi t - \frac{\pi x}{20}\right)$

$$\therefore \; y = 4\sin\frac{\pi}{20}(2000t - x)$$

$$= 4\sin\frac{2\pi}{40}(2000t - x)$$

এই সমীকরণটিকে আমাদের পরিচিত $y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ -এর সঙ্গে তুলনা করে পাওয়া যায়, তরঙ্গের বিস্তার তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda = 40$m

কম্পাঙ্ক

9. প্রশ্নানুসারে শব্দের উৎস (পটকা ফাটানো বিন্দু) থেকে lm দূরে শব্দের তীব্রতা $I = 8\times10^{-5} Wm^{-2}$ আমরা জানি, শ্রবণযোগ্য ন্যূনতম তীব্রতা $I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}$ এবং বিন্দু উৎস থেকে উৎপন্ন গোলীয় তরঙ্গের ক্ষেত্রে তীব্রতা দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। যদি ধরি যে, এই পটকার শব্দ উৎস থেকে dm দূরত্ব পর্যন্ত শ্রুতিগোচর হবে, তাহলে লেখা যায়

$$\frac{I}{I_0} = \frac{d^2}{1^2}$$

$$\therefore \; \frac{8\times10^{-5}}{10^{-12}} = d^2 \qquad \therefore$$

$$\therefore$$

অতএব, ঐ পটকার শব্দ 9 km দূর পর্যন্ত শ্রুতিগোচর হওয়া সম্ভব। এই গণনায় অবশ্য আমরা বায়ুমাধ্যমে শব্দের শোষণ বিবেচনা করিনি।

10. প্রশ্নানুসারে, n'=279Hz, n = 270Hz, শব্দের বেগ $330 ms^{-1}$

ধরা যাক, শ্রোতার গতিবেগ লেখা যায় যে,

$$\therefore \; 279 = 270$$

$$\therefore$$

একক 7 ❑ তরঙ্গের উপরিপাত

গঠন

7.1 প্রস্তাবনা

আপনারা তরঙ্গ সম্বন্ধে যা পড়েছেন তাতে দেখেছেন যে,

1. তরঙ্গের বিশেষত্ব হল, স্থান ও কাল উভয়ের সঙ্গে তরঙ্গায়িত রাশিটির পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন ঘটে।

2. অগ্রগামী তরঙ্গে এই পরিবর্তন পরস্পর রৈখিকভাবে যুক্ত অর্থাৎ (x_1, t_1) -এ যে দশা, একই দশা যদি সন্নিহিত বিন্দু এ সময়ে পাওয়া যায়, তবে সেখানে = ধ্রবক v, যেখানে v = তরঙ্গের বেগ।

3. এজন্য সাধারণভাবে তরঙ্গায়িত ভৌত রাশি (এটি সরণ, চাপ, তড়িৎ চুম্বকীয় তীব্রতা ইত্যাদি যা কিছু হতে পারে) এই রাশিটির একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক হবে। তবে আমাদের আলোচনায় সরলীকরণের জন্য আমরা শুধু সাইন অপেক্ষক নিয়ে বিচার করেছি। অর্থাৎ কম্পমান ভৌত রাশিটি যদি y হয়,

তবে, $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x \pm vt) = a\sin(kx \pm \omega t)$

এখানে λ = তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, কৌণিক কম্পাঙ্ক =

আবার যেখানে, ϑ = কম্পাঙ্ক

এবং, $v = \nu\lambda$

আগের আলোচনায় একটি নির্দিষ্ট দিকে সঞ্চরণশীল, নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের একটিমাত্র তরঙ্গ ধরে নেওয়া হয়েছে, কিন্তু প্রকৃতিতে তা প্রায়ই ঘটে না। উদাহরণ হিসাবে বলা যায়, আমাদের চারিদিকে যখন একাধিক ব্যক্তি কথা বলছেন, তখন সেই শব্দতরঙ্গগুলির উপরিপাত ঘটে।

এই এককে আপনারা তরঙ্গের উপরিপাত সম্বন্ধে অবগত হবেন। সব কৌণিক কম্পাঙ্ক অর্থাৎ সমান ω, সম তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অর্থাৎ সমান সঞ্চরণ ধ্রুবক (propagation constant) k এবং সমান বিস্তার সম্পন্ন দুইটি তরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে একই সরলরেখা বরাবর অগ্রসর হয়ে যখন একে অপরের উপর আপতিত হয়, তখন স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। অপরদিকে কম্পাঙ্কের সামান্য তফাত আছে এরকম দুটি শব্দ তরঙ্গ যখন একে অপরের ওপর এসে পড়ে, তখন তৈরি হয় স্বরকম্প (beats)।

একে অপর থেকে সামান্য তফাতের কম্পাঙ্কের অনেকগুলি তরঙ্গ যখন পরস্পরের উপর পড়ে, তখন যে মিলিত তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাকে বলে তরঙ্গ দল।

কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞান পড়তে গেলে তরঙ্গ দলের ধারণা থাকা খুবই প্রয়োজনীয়।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পড়লে আপনি—

- তরঙ্গের উপরিপাতের মূলনীতির বর্ণনা দিতে সমর্থন হবেন।
- স্থানু তরঙ্গ সৃষ্টির মূল ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- স্থানু তরঙ্গের মধ্যে সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করতে পারবেন।
- স্থানু তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলির সম্বন্ধে ধারণা করতে পারবেন।
- তরঙ্গদল কীভাবে তৈরি হয়, তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর তরঙ্গ বেগের নির্ভরশীলতার ধারণা থেকে দলীয় বেগ (group velocity) নির্ণয় করতে পারবেন।
- দুইটি উপরিপাতিত স্বরের কম্পাঙ্ক জানা থাকলে, স্বরকম্পের হার নির্ণয় করতে পারবেন।

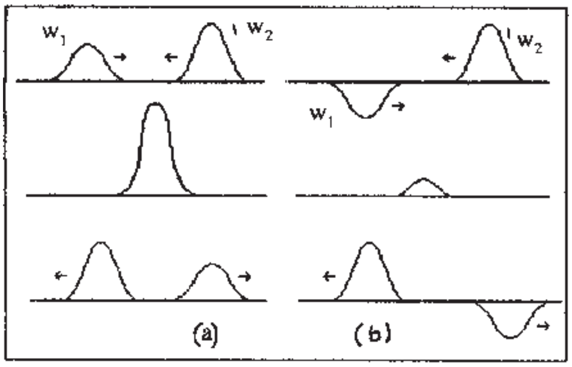
7.2 তরঙ্গের উপরিপাতের মূলতত্ত্ব

এই পর্যায়ের দ্বিতীয় এককে আপনারা সরল দোলগতির উপরিপাত সম্বন্ধে পড়েছেন। সেখানে দেখা গেছে যে, যখন কোনও কণা বা বস্তুর ওপর দুই বা ততোধিক সরল দোলগতি একই দিকে ক্রিয়া করে, তখন যে কোনও সময়ে কণাটির লব্ধি সরণ, প্রত্যেকটি আলাদা আলাদা সরণের বীজগাণিতিক যোগফল হবে। আবার যখন সরল দোলগতিগুলি বিভিন্ন ক্রিয়া দিক থেকে ক্রিয়া করে, তখন লব্ধি সরণ হবে ভেক্টর যোগফল।

দুই বা ততোধিক তরঙ্গ পরস্পরের নিরপেক্ষভাবে কোনও স্থানে একই পথে অগ্রসর হতে পারে। যদি দুই তরঙ্গ দ্বারা সৃষ্ট সরণ একই দিকে হয়, তবে তরঙ্গপথে কোনও কণার লব্ধি সরণ স্বতন্ত্রভাবে তরঙ্গগুলির দ্বারা কণাটিতে প্রদত্ত সরণগুলির বীজগাণিতিক যোগফলের সমান হবে।

তরঙ্গের উপরিপাতনের অনেক উদাহরণই আপনার জানা আছে। কোনও অর্কেস্ট্রায় যখন অনেক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজানো হয়, তখন সেগুলি থেকে উৎপন্ন শব্দতরঙ্গগুলি মিলিতভাবে একটি শব্দতরঙ্গ তৈরি করে। আমরা কিন্তু প্রতিটি যন্ত্রের শব্দ পৃথকভাবে শুনতে পারি। যা থেকে বোঝা যায় যে, লব্ধি শব্দতরঙ্গের মধ্যে প্রতিটি তরঙ্গ তাদের বৈশিষ্ট্য বজায় রাখে। আপনার রেডিওতে যে রেডিও তরঙ্গ ধরা পড়ে, তাও অনেকগুলি পৃথক তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে উৎপন্ন। কিন্তু আপনার রেডিও যন্ত্রটি এক একটি তরঙ্গের বাহিত শব্দ পৃথকভাবে পুনর্জনিত করতে পারে। অর্থাৎ, এক্ষেত্রে এক একটি রেডিও তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য উপরিপাতন সত্ত্বেও বজায় থাকে। উপরিপতিত তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য অক্ষুণ্ণ থাকা তরঙ্গের উপরিপাতনের একটি মূল ধর্ম।

বিষয়টি আরও ভালভাবে বোঝার জন্য একটি টান করে রাখা দড়ির ওপর বিপরীত দিক থেকে আসা দুইটি তরঙ্গের উপরিপাত লক্ষ্য করে দেখা যাক। 7.1 a ও b চিত্র দুইটিতে এরূপ দুইটি তরঙ্গ w_1 ও w_2 দেখানো হয়েছে। a চিত্রে তরঙ্গ দুইটির সরণ একই দিকে, b চিত্রে সরণ বিপরীত দিকে। লক্ষ্য করে দেখুন, তরঙ্গ দুইটি পরস্পরকে অতিক্রম করার আগে ও পরে তাদের রূপ একই রয়েছে। অতিক্রম করার সময়ে দড়ির বিভিন্ন বিন্দুর সরণ ও তরঙ্গের জন্য পৃথকভাবে যে সরণ হত, তার যোগফল। এছাড়া সাময়িক উপরিপাতন সত্ত্বেও তরঙ্গ দুইটি তাদের নিজস্ব রূপ যে বজায় রাখে, তা পরস্পরকে অতিক্রম করার পর তাদের সরণ থেকেই বোঝা যাচ্ছে।



চিত্র 7.1

এবার আমরা তরঙ্গের উপরিপাতনের গাণিতিক দিকটি আলোচনা করব। প্রথম পর্বের দ্বিতীয় একক থেকে আপনাদের নিশ্চয় স্পন্দনের উপরিপাতনের গাণিতিক সমাধান সম্বন্ধে ধারণা হয়েছে। ধরা যাক, x দিকে সঞ্চরণশীল দুটি তরঙ্গ পৃথকভাবে একটি বিন্দুতে একটি কণার উপর আপতিত হল। t সময়ে দুইটি তরঙ্গের জন্য পৃথক পৃথকভাবে কণাটির সরণ এবং $y_2(x,t)$। তাহলে কণাটির লব্ধি সরণ হবে

..... 7.1

আপনি আগেই জেনেছেন যে, x অক্ষ বরাবর সঞ্চরমান কোনও তরঙ্গের সরণ গাণিতিকভাবে লেখা যায় :

$$y(x,t) = a\sin(\omega t \pm kx + \phi) \qquad ..... 7.2$$

যেখানে a = তরঙ্গের বিস্তার, = কৌণিক কম্পাঙ্ক, k = সঞ্চরণ ধ্রুবক, যা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এর সঙ্গে সম্পর্কদ্বারা যুক্ত, ϕ, x ও t এর মান যখন শূন্য সেই অবস্থার প্রারম্ভিক দশাকোণে। তরঙ্গের সরণ

এখানে y অভিমুখী। দুইটি তরঙ্গের উপরিপাত ঘটতে হলে প্রথমেই তাদের সরণ দুইটি যেন পরস্পর লম্ব অভিমুখী না হয়, সেটি সুনিশ্চিত করতে হবে। আমরা এখানে ধরে নেব যে, দুইটি সরণই y বরাবর অর্থাৎ একই দিকে। এখন আমরা দুইটি তরঙ্গের উপরিপাতনের ক্ষেত্রে কয়েকটি বিশেষ অবস্থা বিবেচনা করব। এগুলি হল :

(i) তরঙ্গদ্বয়ের কৌণিক কম্পাঙ্ক ও সঞ্চরণ ধ্রুবক সমান কিন্তু বিস্তার ও প্রারম্ভিক দশাকোণ ϕ ভিন্ন। উভয়ই + x অক্ষ বরাবর সঞ্চরমান।

(ii) তরঙ্গদ্বয়ের কৌণিক কম্পাঙ্ক সমান কিন্তু বিস্তার ভিন্ন এবং সঞ্চরণের দিক বিপরীত, অর্থাৎ যদি একটি তরঙ্গ + x দিকে অগ্রসর হয়, তবে অন্যটি -x দিকে অগ্রসর হবে।

(iii) তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার ও কৌণিক কম্পাঙ্ক উভয়ই ভিন্ন তবে, পূর্বের মত উভয়ই + x দিকে সঞ্চরমান। পরবর্তী অংশে আমরা এই তিনটি ক্ষেত্রের গাণিতিক বিশ্লেষণ করব। উপরিপাতনের ফলে নতুন কোনও ভৌত ঘটনার উৎপত্তি হয় কিনা, তাও আপনি এর ফলে দেখতে পাবেন।

এখন আপনি নিশ্চয় জানেন যে, একটি তরঙ্গ সম্বন্ধে জানতে গেলে তার বিস্তার, কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং দশার সম্বন্ধে জ্ঞান থাক খুব প্রয়োজনীয়। বিভিন্ন অবস্থায় দুটি তরঙ্গের উপরিগত ঘটলে স্থাণু তরঙ্গ, ব্যতিচার বা স্বর কম্পন সৃষ্টি হতে পারে। এখানে আমরা এদের কিছু কিছুর বিষয়ে আলোচনা করব।

এর জন্য নিম্নোক্ত তরঙ্গ যুগলের উপরিপাতের দৃষ্টান্ত নেওয়া যাক

(i) এবং $y_2 = a_2 \sin(\omega t - kx + \pi)$

(ii) এবং, $y_2 = a_2 \sin(\omega_2 t - k_2)$

(iii) $y_1 = a \sin(\omega t - kx)$ এবং $y_2 = a \sin(\omega t + kx)$ 7.3

প্রথম উদাহরণটি নেওয়া যাক। এই দুটি তরঙ্গের বিস্তার আলাদা, কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং সঞ্চরণ ধ্রুবক (k) এক, কিন্তু দুটির মধ্যে দশার পার্থক্য = π,, লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ হবে

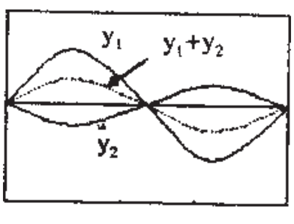
$$y(x,t) = a_1 \sin(\omega t - kx) + a_2 \sin(\omega t - kx + \pi)$$

$$=$$

$$= (a_1 - a_2)\sin(\omega t - kx)$$

কাজেই লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার হবে $(a_1 - a_2)$ এবং প্রথম তরঙ্গের সমান দশা বিশিষ্ট হবে (চিত্র 7.2 দ্রষ্টব্য)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তরঙ্গদুটির কম্পাঙ্ক এবং বিস্তার ধ্রুবক (k) বিভিন্ন। যখন দুটি তরঙ্গের মধ্যে এই পার্থক্য কম হয়, তখন এদের উপরিপাতের ফলে স্বরকম্পের সৃষ্টি হয়। এই স্বরকম্প তরঙ্গ দুটির দশার ওপর নির্ভরশীল নয়। দুটি তরঙ্গের পরিবর্তে একসঙ্গে অনেকগুলি স্বল্প তফাতের কম্পাঙ্কবিশিষ্ট তরঙ্গের যখন উপরিপাত ঘটে, তখন একটি তরঙ্গযূথ সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গযূথ বা তরঙ্গ দল যে বেগে চলে, তাকে বলা হয় **দলগত বেগ** (group velocity)। এই দলগত বেগ এবং তরঙ্গ বেগ এক নয়।



চিত্র 7.2

তৃতীয় উদাহরণে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, তরঙ্গ দুটির k এর সামনের চিহ্নটি ভিন্ন। প্রথম তরঙ্গটি x এর ধনাত্মক দিকে অগ্রসর হচ্ছে এবং দ্বিতীয় তরঙ্গটি x

এর ঋণাত্মক দিকে অগ্রসর হচ্ছে, অর্থাৎ তারা পরস্পরের বিপরীত দিকে যাচ্ছে। এই ধরনের দুটি তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। আমরা (7.3) পর্বে এ সম্বন্ধে বিশদ আলোচনা করব।

7.3 স্থাণু তরঙ্গ

দুটি সমান কৌণিক কম্পাঙ্কের (ω), সমান তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এবং সমান বিস্তারের তরঙ্গ এক সরল রেখা বরাবর বিপরীত দিক থেকে যখন পরস্পরের উপর আপতিত হয়, তখন স্থাণু তরঙ্গ তৈরি হয়। সমান তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং বিস্তারের দুটি তরঙ্গ পেতে গেলে প্রথমটিকে আপতিত তরঙ্গ এবং দ্বিতীয়টিকে প্রথমটির প্রতিফলিত তরঙ্গ ধরে নেওয়া সুবিধাজনক।

এই প্রতিফলন কোনও বদ্ধ প্রতিফলকে ঘটতে পারে (যেমন সেতার, গিটার, অর্গান নলের বদ্ধ দিক), অথবা কোনও মুক্ত প্রতিফলকেও ঘটতে পারে, (যথা অর্গান নলের মুক্ত প্রান্ত)। আপনারা সহজেই বুঝতে পারছেন যে, বদ্ধ স্থানে সরণের কোনও সম্ভবনা নেই। লব্দি সরণ শূন্য হওয়ার শর্ত হল এই যে, আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গ এ স্থানে বিপরীত দশাযুক্ত হবে। সুতরাং বলা যায় যে, বদ্ধ প্রতিফলকে π পরিমাণ দশার পরিবর্তন ঘটে, কিন্তু মুক্ত প্রতিফলনে দশা অপরিবর্তিত থাকে।

প্রথমে অর্গান নলের মুক্ত প্রান্তে প্রতিফলনের বিষয় আলোচনা করা যাক। এই ক্ষেত্রে দুটি তরঙ্গের লব্ধি সরণ হবে,

$$y(x,t) = a\sin(\omega t - kx) + a\sin(\omega t + kx)$$

$$= 2a\sin\omega t\cos kx \qquad \text{.........} \ 7.4$$

অথবা, ... 7.5

7.5 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, তরঙ্গটির বিস্তার $(2a\cos kx = y_0)$ একটি ধ্রুবক নয়, x এর অবস্থানের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে পর্যাবৃত্তকারে পরিবর্তিত হয়। তবে লব্ধি তরঙ্গের কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গের দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকে।

7.4 সমীকরণ লক্ষ্য করলে এও দেখা যাবে যে, x অক্ষ বরাবর কণাগুলি আন্দোলিত হয়, কিন্তু x এর বিভিন্ন মানে তাদের বিস্তার সমান নয়, তবে তাদের পর্যায়কালগুলি সমান।

7.5 নং সমীকরণটি কিন্তু চলতরঙ্গের সমীকরণ নয়। কেননা, চলতরঙ্গে x ও t এমনভাবে যুক্ত যে, x এর মান 1 বাড়ালে ও t 'র মান $\frac{k}{\omega}$ বাড়ালে দশা (kx -ωt) এর কোনও পরিবর্তন হয় না। দশা যেন সময়ে একক দৈর্ঘ্য অতিক্রম করে গেছে। কিন্তু সমীকরণ (7.5) -এ দশার এরকম কোনও গতিই নেই। আমরা যদিও দুটি বিপরীতগামী চলতরঙ্গ নিয়ে শুরু করেছিলাম, কিন্তু শেষে এমন একটি তরঙ্গে উপনীত হলাম, যেটি স্থান পরিবর্তন করে না। যে তরঙ্গ এগোয় না, তাকে স্থাণু তরঙ্গ বলে। স্থান পরিবর্তন করে না বলে এই তরঙ্গ শক্তি পরিবহণ করে না।

7.5 নং সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, বিস্তার y(x,t) সর্বাপেক্ষা বেশি হবে যখন

.... 7.6

অর্থাৎ, যেখানে $m = 0,1,2$

অথবা, $\frac{2\pi x}{\lambda} = m\pi$

অতএব, সর্বাপেক্ষা বেশি বিস্তারযুক্ত বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক হল,

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda ......, \frac{m\lambda}{2}$$

আবার একই সমীকরণ 7.5 থেকে পাওয়া যায় যে, বিস্তার $y(x,t)$ সবচেয়ে কম হবে যখন

$$\cos kx = \cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \qquad ....7.7$$

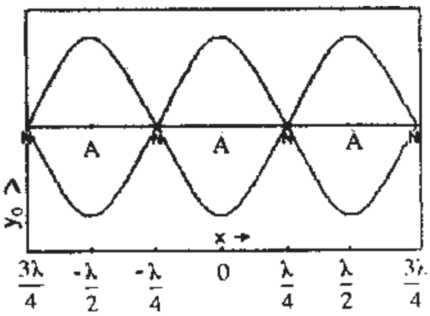
অর্থাৎ, যেখানে, m =0, 1, 2

অথবা, $\frac{2\pi x}{\lambda} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$

অথবা, $x = (2m+1)\frac{\lambda}{4}$

কাজেই সবচেয়ে কম বিস্তারযুক্ত বিন্দুগুলি স্থানাঙ্ক হল, $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4} ... (2m+1)\frac{\lambda}{4}$

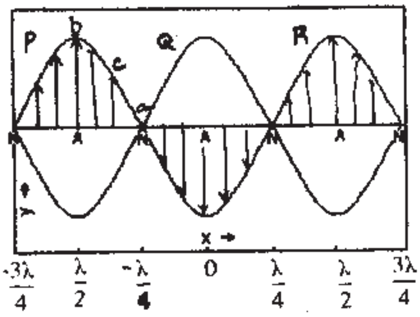
সবচেয়ে বেশি বিস্তারযুক্ত বিন্দুগুলিকে বলা হয় সুস্পন্দ বিন্দু এবং সবচেয়ে কম(শূন্য) বিস্তারমুক্ত বিন্দুগুলির নাম নিস্পন্দ বিন্দু। পরপর দুটি সুস্পন্দ অথবা নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের সমান $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ এবং একটি সুস্পন্দ ও একটি নিস্পন্দ বিন্দুর মাঝের দূরত্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশের সমান । (7.3 নং চিত্র দ্রষ্টব্য)।



চিত্র 7.3

উপরের আলোচনা থেকে আপনারা জানতে পারলেন যে, দুইটি একই রকম চলতরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে

এক সরলরেখা বরাবর এসে পরস্পরের উপর আপতিত হলে স্থাণুতরঙ্গের সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে বিক্ষোভ স্থানান্তরিত হয় না। যে স্থানে তরঙ্গ দুটির উপরিপাত ঘটে, সে স্থানটি কয়েকটি অংশে বিভক্ত হয়ে যায়। (চিত্র 7.3)। প্রত্যেকটি অংশ এক একটি বিন্দুতে শেষ হয়। এই বিন্দুতে কণার বিস্তার শূন্য এবং এই বিন্দুকেই বলা হয় নিস্পন্দ বিন্দু।



চিত্র 7.4

দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর ঠিক মধ্যবর্তী স্থানে কণার বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশি। এই বিন্দুর নাম **সুস্পন্দ বিন্দু**। নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী কণাগুলি শূন্য এবং সর্বাপেক্ষা বেশি বিস্তারের মধ্যবর্তী ক্রমবর্ধমান বিস্তার নিয়ে আন্দোলিত হয় (চিত্র 7.4)। a বিন্দুতে কণাটি সবসময়ে স্থির থাকে, b বিন্দুতে কণাটি সর্বাপেক্ষা বেশি বিস্তার নিয়ে আন্দোলিত হয় এবং c বিন্দুতে কণার বিস্তার ও দুই এর মধ্যবর্তী।

অনুশীলনী -1 : দুই প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ একটি তারের মধ্যে উৎপন্ন স্থাণু তরঙ্গের যে কোনও একটি কণার সরণের সমীকরণ নির্ণয় করুন। তারের আবদ্ধ প্রান্ত দুটি সুস্পন্দ বিন্দু হবে না নিস্পন্দ বিন্দু হবে? দুই মুখ খোলা নলের দুই প্রান্তে সুস্পন্দ বা নিস্পন্দ বিন্দু কোনটি হবে? স্থাণু তরঙ্গে শক্তিপ্রবাহ হয় না—এই তথ্যটি ব্যাখ্যা করুন।

7.3.1 স্থাণুতরঙ্গের যে কোন বিন্দুতে বস্তু কণার গতিবেগ এবং বিকৃতি (straim) নির্ণয়

আপনারা নিশ্চয়ই জানেন যে, সময়ের সঙ্গে কোন কণার সরণের পরিবর্তনের হারকেই গতিবেগ বলে। স্থাণু তরঙ্গে কোনও কণার গতিবেগ নির্ণয় করার উপায় হচ্ছে, লব্দি সরণ y(x,t) কে t- এর সাপেক্ষে অবকলন করা (এখানে x কে স্থির রাখতে হবে)।

এখন আমরা যদি 7.5 নং সমীকরণকে t -এর সাপেক্ষে অবকলন করি, তাহলে পাওয়া যাবে,

গতিবেগ = ... 7.8

গতিবেগ সর্বাপেক্ষা বেশি হবে যখন, $\cos kx = \pm 1$

অথবা, , $m = 0,1,2$

অথবা, অর্থাৎ, যে সব বিন্দুতে $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda ....., \frac{m\lambda}{2}$ । আবার গতিবেগ সবচেয়ে কম (শূন্য)হবে যখন, coskx= 0

অর্থাৎ, $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \cos(2m+1)\frac{\pi}{2}$

অথবা, $x = (2m+1)\frac{\pi}{4}$

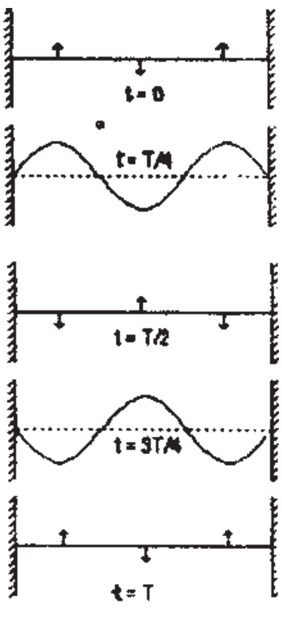
অর্থাৎ যে সব বিন্দুতে $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3x}{4}........(2m+1)\frac{\lambda}{4}$

এর অর্থ হচ্ছে, সুস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার এবং গতিবেগ দুইই সবচেয়ে বেশি এবং নিস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার ও গতিবেগ উভয়ই শূন্য (7.6 নং সমীকরণ এবং তৎসম্বন্ধীয় আলোচনা দেখুন),। সুস্পন্দ এবং নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যেকার কণাগুলির বিস্তার সুস্পন্দ বিন্দুতে সর্বাপেক্ষা বেশি থেকে ক্রমশ কমতে কমতে নিঃস্পন্দ বিন্দুতে শূন্য হয়। 7.4 নং চিত্রে তীরচিহ্নগুলির দৈর্ঘ্য দ্বারা স্থাণু তরঙ্গের কণাগুলির গতিবেগ নির্দেশ করা হয়েছে।

লব্ধি সরণ $y(x,t)$ কে x এর সাপেক্ষে অবকলন করলে (t কে স্থির রেখে) স্থাণু তরঙ্গের যে কোনও বিন্দুতে বিকৃতি নির্ণয় করা যায়। আমরা 7.5 নং সমীকরণকে x এর সাপেক্ষে অবকলন করলে পাই,

বিকৃতি (strain) = = -2ak sin kx sin 7.9

যেহেতু sinkx এর মান নিস্পন্দ বিন্দুতে সবচেয়ে বেশি, সেজন্য নিস্পন্দ বিন্দুতে বিকৃতি সবচেয়ে বেশি (এখানে বিস্তার এবং বেগ শূন্য)। 7.4 নং চিত্রে এটি স্পষ্ট বোঝা যায়। নিস্পন্দ বিন্দুর কণাগুলি দুই পাশে বিপরীত দিক থেকে ধাবিত কণাগুলির টান অনুভব করছে। বিকৃতি সর্বাপেক্ষা কম হয় সুস্পন্দ বিন্দুতে, যেখানে বিস্তার এবং বেগ সবচেয়ে বেশি। চিত্রে দেখতে পাওয়া যাচ্ছে যে, সুস্পন্দ বিন্দুতে কণা এবং তাদের পাশের কণাগুলির গতিমুখ একই দিকে। কাজেই সুস্পন্দ বিন্দুর কণাগুলিতে বিকৃতির সৃষ্টি হয় না।



চিত্র 7.4(a)

চিত্রে দেখা যাচ্ছে যে, স্থানু তরঙ্গের কণাগুলিকে P,Q,R ইত্যাদি কতকগুলি খণ্ডে বিভক্ত করা যায়। প্রত্যেক খণ্ডের কণাগুলি একই দিকে আন্দোলিত হয় এবং দুইটি পাশাপাশি খণ্ডের কণাগুলির আন্দোলনের দিক বিপরীত। একই খণ্ডের সব কণাগুলি একই সঙ্গে প্রত্যেকের সর্বোচ্চ বিস্তারে পৌঁছয় আবার একই সঙ্গে মধ্য বিন্দু অতিক্রম করে। চিত্র 7.4(a) - এ সেটি দেখানো হয়েছে। সব কণাগুলির পর্যায়কাল T একই কিন্তু গতিবেগ ভিন্ন হওয়ার ফলেই এটি সম্ভব হয়েছে। যে কণাগুলিকে বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে, তাদের গতিবেগ বেশি। আর যে কণাগুলিকে কম দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে, তাদের গতিবেগ কম।

এখন আলাদাভাবে স্থাণু তরঙ্গের একটি কণার কথা বিচার করলে আমরা দেখব, কখন এর গতিবেগ সবচেয়ে বেশি, আর কখনই বা শূন্য হয়।

7.8 নং সমীকরণ কে ভিন্ন রূপে লিখলে

=

উপরোক্ত সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, এবং -এ কণার গতিবেগ শূন্য এবং ও T তে সর্বাপেক্ষা বেশি।

অতএব একটি পূর্ণ পর্যায়কালে মাধ্যমের কণাগুলি যখন মধ্যবিন্দুতে পৌঁছয়, তাদের বেগ সবচেয়ে বেশি এবং পুরো শক্তিই গতিশক্তি এবং যখন চরম বিস্তারে পৌঁছয়, তখন তাদের বেগ শূন্য এবং পুরো শক্তিই স্থিতিশক্তি। পরের অংশে আমরা স্থাণু তরঙ্গে বিভিন্ন সমমেল সৃষ্টির কারণগুলি সম্বন্ধে জানতে পারব।

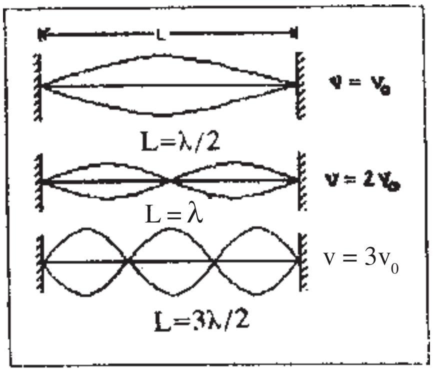
7.3.2 স্থাণু তরঙ্গে সমমেল (harmonics)

সমস্ত তারের বাদ্যযন্ত্রের বাদনভঙ্গি স্থাণু তরঙ্গের তত্ত্বের ওপর নির্ভরশীল। দুই প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আটকানো তারে কতকগুলি নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের স্থাণু তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায়।

যদি তারের দৈর্ঘ্য হয় L, তাহলে স্থানু তরঙ্গে সম্ভাব্য তরঙ্গদৈর্ঘ্য গুলি হল $2L, L, \frac{2L}{3}, \frac{L}{2} .... \frac{2L}{n}$ (যেখানে n একটি পূর্ণ সংখ্যা) চিত্র 7.5 দ্রষ্টব্য।

আমরা লক্ষ্য করব যে, তারের এরূপ কম্পনে সুস্পন্দ বিন্দুর সংখ্যা একাধিক হতে পারে। তারের দুই প্রান্ত আবদ্ধ থাকায় প্রান্ত দুটিতে নিস্পন্দ বিন্দু অবস্থিত। সুস্পন্দ বিন্দুর সংখ্যা এক হলে তারের কম্পন 7.5 চিত্রের প্রথম চিত্রটির মত হবে। এখানে তারের দৈর্ঘ্য পরপর দুই নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যের দূরত্বের সমান অর্থাৎ, L = এই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সাহায্যে আমরা নিম্নলিখিত সমীকরণ থেকে স্পন্দনের কম্পাঙ্কের মান নির্ণয় করতে পারব

এখানে v তারে তির্যক তরঙ্গের বেগ = যেখানে T = তারের টান এবং m = প্রতি একক দৈর্ঘ্যে তারের ভর।



চিত্র 7.5

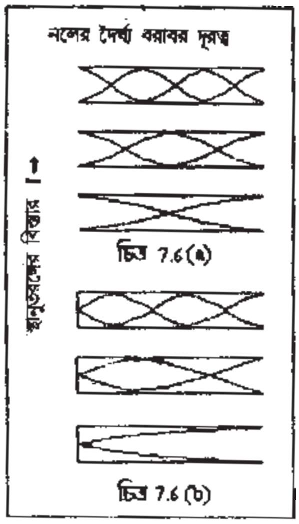
সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কের স্পন্দনকে বলা হয় মূলসুর। এর কম্পাঙ্কের মান,

.... 7.10

অন্য কম্পাঙ্কগুলিকে বলা হয় উপসুর। এগুলির কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের (ν_0)গুণিতক।

মূলসুরকে প্রথম সমমেল বলেও অভিহিত করা হয়। $\nu = 2\nu_0$ কম্পাঙ্ক যুক্ত প্রথম উপসুরটিকে বলা হয় দ্বিতীয় সমমেল। দ্বিতীয় উপসুরকে ($\nu=3\nu_0$) বলা হয় তৃতীয় সমমেল।

স্থাণু তরঙ্গের তত্ত্বের ওপর তৈরি যন্ত্রগুলির মধ্যে একটি হল বাঁশি। প্রাথমিকভাবে যে বিষয়গুলির ওপর বাঁশির সুরের কম্পাঙ্ক এবং শব্দের সমৃদ্ধি (a) নির্ভর করে তা হল (1) শব্দের উৎস (2) নলের আকৃতি এবং আয়তন, (3) আঙ্গুল দিয়ে চাপার ছিদ্রের আকার ও অবস্থান। সাধারণ বাঁশিকে একটি মুক্ত নল বলা যায় [চিত্র 7.6(a)]। এর ছিদ্রগুলি বন্ধ থাকলে নলের সমগ্র দৈর্ঘ্যেই বায়ুস্তম্ভ কম্পিত হয়, ফলে মূলসুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম হয়। কোনও ছিদ্র খুললেই তা নলের মুক্ত প্রান্ত রূপে আচরণ করে, ফলে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য কমে ও মূলসুরের কম্পাঙ্ক বেড়ে যায়। যখন কোনও নলের একদিকে বন্ধ থাকে তাকে বলা যায় বদ্ধ নল। বদ্ধ নলের বদ্ধ প্রান্তে সবসময়েই একটি নিস্পন্দ বিন্দু এবং মুক্ত প্রান্তে একটি সুস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয় [চিত্র 7.6(b)]।



চিত্র 7.6

একদিক বন্ধ নলের মূলসুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 4L$। কাজেই মূলসুরের কম্পাঙ্ক ।এই ধরনের নলে জোড় সংখ্যার সমমেলগুলি অনুপস্থিত।

দুই মুখ খোলা নলের মূলসুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 2L$। কাজেই মূলসুরের কম্পাঙ্ক । মুক্ত নলে মূলসুর ছাড়া দ্বিতীয়, তৃতীয় সব সমমেলই উৎপন্ন হতে পারবে। লক্ষ্য করলে দেখা যাবে যে, বদ্ধ নলে উৎপন্ন মূলসুরের কম্পাঙ্ক সম দৈর্ঘ্যের মুক্ত নলে উৎপন্ন মূলসুরের কম্পাঙ্কের অর্ধেক।

অনুশীলনী -2 : (a) দুই প্রান্ত আটকানো Im লম্বা একটি পিয়ানোর তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $0.015 kgm^{-1}$। এই পিয়ানোর মূলসুরের কম্পাঙ্ক যদি v = 200Hz হয়, তবে তারে কতটা টান প্রয়োগ করতে হবে নির্ণয় করুন।

(b) 1.0m লম্বা একটি এক মুখ বন্ধ অর্গান নলের মূলসুরের কম্পাঙ্ক হিসাব করুন। (শব্দের বেগ v= 350m/s) । নলটিকে খুব জোরে বাজালে কম্পাঙ্ক কী হবে?

7.3.3 স্থাণু তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য

স্থাণু তরঙ্গ সম্বন্ধে আলোচনার পর আমরা এই তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যহগুলিকে লিপিবদ্ধ করার চেষ্টা করব ঃ-

(a) স্থাণু তরঙ্গ মাধ্যমের সীমিত অংশে সৃষ্ট হয়। এই ক্ষেত্রে এক কণার কম্পনের অবস্থা পরবর্তী কণায় চলে যায় না, ফলে তরঙ্গের আকৃতি এগোয় না।

(b) স্থাণু তরঙ্গে মাধ্যমের প্রতিটি বস্তু কণা একই কম্পাঙ্কে বিভিন্ন বিস্তার নিয়ে কম্পিত হয়। সুস্পন্দ বিন্দুগুলিতে কম্পনের বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশি। নিস্পন্দ বিন্দুগুলিতে শূন্য। সুস্পন্দ বিন্দু থেকে শুরু করে বিস্তার কমতে কমতে নিস্পন্দ বিন্দুতে শূন্য হয়।

(c) দুটি সুস্পন্দ বা দুটি নিস্পন্দ মধ্যেকার দূরত্ব স্থাণু তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক। মাধ্যমটি কতকগুলি খণ্ডে বিভক্ত হয়। প্রত্যেকটি খণ্ডের দৈর্ঘ্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।

(d) পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী অঞ্চলে সব কণার দশা সমান থাকে এবং কোনও নিস্পন্দ বিন্দুর দুই দিকে অবস্থিত এইরকম দুটি সন্নিহিত অঞ্চলে কম্পনের দশা বিপরীত হয়।

(e) নিস্পন্দ বিন্দুতে কণার গতিবেগ শূন্য এবং সুস্পন্দ বিন্দুতে সবচেয়ে বেশি। মধ্যবর্তী বিন্দুগুলিতে কণাদের গতিবেগ সুস্পন্দ বিন্দু থেকে ক্রমান্বয়ে কমে নিস্পন্দ বিন্দুতে শূন্য হয়।

যে মাধ্যমে তরঙ্গের বিচ্ছুরণ ঘটে না, অর্থাৎ তরঙ্গদলের অন্তর্ভূক্ত সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গই একই বেগে অগ্রসর হয়, সেখানে তরঙ্গদলের আকৃতি অপরিবর্তিত রেখেই সেটি চলতে থাকে। এক্ষেত্রে তরঙ্গদলের বেগ যে কোনও একটি তরঙ্গের বেগের সমান। কিন্তু বিচ্ছুরণশীল মাধ্যমে (যেখানে তরঙ্গবেগ কম্পাঙ্কের ওপর নির্ভরশীল) তরঙ্গদলের এক একটি তরঙ্গ এক এক বেগে চলে, ফলে তরঙ্গদলের আকৃতি পরিবর্তিত হতে পারে এবং সর্ব্বোচ্চ বিন্দুর গতিবেগ সরল দোলতরঙ্গগুলির গতিবেগ থেকে ভিন্ন হয়। এই বেগকেই বলা হয় দলীয় বেগ তরঙ্গের শক্তি এই বেগেই তরঙ্গদলের সঙ্গে বাহিত হয়।

দলীয় বেগ। নির্ণয় করার জন্য আমরা একই বিস্তারের কিন্তু ω_1 ও এই দুই সামান্য পৃথক কৌণিক কম্পাঙ্কের দুইটি তরঙ্গ নিলাম। এই দুটি তরঙ্গের সঞ্চরণ ধ্রবক k_1 ও k_2 এবং এগুলির মানও কাছাকাছি থাকবে। ধরা যাক, তরঙ্গ দুইটি একই দিকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর পতিত হল।

এখন দুটি তরঙ্গের লব্ধি সরণ হবে,

$$= 2a\sin\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)t-(k_1+k_2)x}{2}\right]\cos\left[\frac{(\omega_1-\omega_2)t-(k_1-k_2)x}{2}\right] \qquad ..... \ 7.11$$

ও এবং ও k_2 - র মধ্যে পার্থক্য যদি খুব সামান্য থাকে, তাহলে দেখা যায়,

এবং

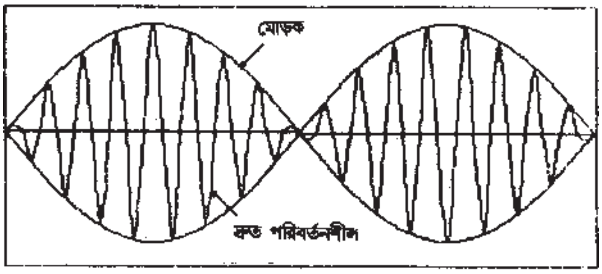
এছাড়া যদি গড় হিসাবে লিখি

এবং, $k = \dfrac{k_1 + k_2}{2}$

অতএব, 7.11 সমীকরণকে লেখা যায়

$$Y(x,t) = 2a\sin(\omega t - kx)\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right) \qquad \text{......... 7.12}$$

এটি একটি নতুন তরঙ্গরূপের সমীকরণ। প্রথমত, গঠনকারী (component) দুই তরঙ্গের যে কোনওটির বিস্তারের তুলনায় এই তরঙ্গের বিস্তার দ্বিগুণ। দ্বিতীয়ত, এই তরঙ্গের সমীকরণে দুটি ভাগ আছে। সাইন অপেক্ষক অংশটি দ্রুত পরিবর্তনশীল এবং এর কম্পাঙ্ক গঠনকারী দুটি তরঙ্গের কম্পাঙ্কের গড়। কোসাইন অংশটি ধীরে পরিবর্তনশীল। এটির কম্পাঙ্ক গঠনকারী দুটি তরঙ্গের কম্পাঙ্কের বিয়োগফলের অর্ধেক। উপরিপাতিত তরঙ্গে ধীরে পরিবর্তনশীল অংশটি দ্রুত পরিবর্তশীল অংশটি দ্রুত পরিবর্তনশীল অংশের উপরের মোড়কের (envelope) কাজ করে (চিত্র 7.7 দেখুন)।



চিত্র 7.7

7.9 সমীকরণের সাইন অপেক্ষকটি লব্ধি তরঙ্গের দশা বেগ নির্ধারণ করে। এই সমীকরণ থেকে দশা বেগ পাওয়া যায়। $0 =$ [illegible]

$$v_p = \frac{\omega}{k}$$

অর্থাৎ, লব্ধি তরঙ্গের দশা বেগ দুইটি তরঙ্গের গড় কম্পাঙ্ক ও গড় সঞ্চরণ ধ্রুবকের অনুপাত। কোসাইন অপেক্ষকটির তাৎপর্য হল এই যে, বিস্তার মোড়কটিও তরঙ্গগতিতে অগ্রসর হয়। প্রথমে দেখুন, $x = 0$, $t = 0$ তে কোসাইনের মান সর্বাধিক এবং বিস্তারও সর্বাধিক। আবার,   সময়ে যদি কোসাইনের মান স্থানাঙ্কে সর্বাধিক হয় তবে,

অথবা,

অর্থাৎ, বিস্তারের সর্ব্বোচ্চ মান   সময়ে   থেকে $x=$ বিন্দুতে   বা   বেগে সরে গেছে।

যেহেতু শক্তির ঘনত্ব বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক আমরা বলতে পারি যে, শক্তি তরঙ্গের যে অঞ্চলে পুঞ্জীভূত

থাকে, সেটি গতিবেগ নিয়ে অগ্রসর হয়। এই বেগকে বলা হয় গুচ্ছবেগ বা দলীয়বেগ (group velocity)v_R । এখন যদি উপরিপাতিত তরঙ্গ দুইটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য ক্রমশ আরও কাছাকাছি আসে, তবে , ধরে নেওয়া যাবে। এখন আমরা লিখতে পারি দলীয় বেগ

আপনি জানেন যে, সাদা আলো যখন কাচের প্রিজমের উপর আপতিত হয়, তখন কাচের মধ্যে এক এক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো এক এক বেগে চলে। এর ফলেই প্রিজমে আলোর বিচ্ছুরণ ঘটে। যে মাধ্যমে তরঙ্গের দশাবেগ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভরশীল, তাকে আমরা বলি বিচ্ছুরক মাধ্যম (dispersive medim)। বিচ্ছুরণকারী মাধ্যমে দলগত বেগও সাধারণভাবে তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভর করে। উপরে দুটি তরঙ্গের মিলিত ফলের আলোচনা করা হয়েছে। তাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিচ্ছিন্ন ধরে নিয়ে শেষ পর্যন্ত তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের প্রভেদের সীমান্ত মান (limiting value) শূন্য মনে করা হয়েছে। কিন্তু বাস্তবে তরঙ্গ গুচ্ছের মধ্যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য একটি সন্তত অপেক্ষক এবং তরঙ্গদের মিলিত ফল একটি সমাকল দিয়ে নির্দেশ করতে হয়। সেই সমাকলের মান যেখানে উচ্চতম (maximum), সেই বিন্দুই হল গুচ্ছের বিস্তারের অবস্থান এবং ঐ বিন্দুর গতিবেগ হবে তরঙ্গদলের গতিবেগ। অর্থাৎ, তরঙ্গগুচ্ছের সমীকরণ হবে,

$$y=\int f_k e^{f(\omega t-kx)}$$

$0 =$ [illegible]

এখানে তরঙ্গের বিস্তার। গণনার সুবিধার জন্য বাস্তব সাইন/ কোসাইন অপেক্ষকের বদলে জটিল সূচক (complex exponential) অপেক্ষক ব্যবহার করা হয়েছে।

দশা পরিবর্তনের হার শূন্য হবার শর্ত :

অর্থাৎ,

এই শর্তটি যেখানে পালিত হবে, সেখানে সমাকলের উচ্চতম মান পাওয়া যাবে। সুতরাং, ঐ উচ্চতম মানের বিন্দুর গতিবেগ, যেটি দল অথবা গুচ্ছের গতিবেগ, তার মান

.... 7.14

দশা বেগ এবং দলগত (অথবা গুচ্ছ) বেগের মধ্যে সম্পর্ক নিম্নলিখিত ভাবে নির্ণয় করা যায় :

দলগত বেগ $v_g=\dfrac{\partial\omega}{\partial k}=\dfrac{\partial}{\partial k}\left(kv_p\right)$ অথবা, $v_g=v_p+k\dfrac{\partial v_p}{\partial k}$ 7.15

যদি লেখা যায়, তাহলে, $\partial k = -\frac{2\pi}{k^2}\partial\lambda$

7.15 নং সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

.... 7.16

দলগত বেগ এবং দশাগত বেগের পার্থক্য নির্ণয়ের জন্য আমরা একটি উদাহরণের সাহায্য নেব। সেটি হল, গভীর জলের উপরিতলের তরঙ্গ, যাকে মাধ্যাকর্ষণ জনিত তরঙ্গ (gravity waves) বলা হয়। এ জতীয় তরঙ্গে কেবলমাত্র মাধ্যাকর্ষণই জলতলের উপর প্রত্যানয়ক বল সৃষ্টি করে এবং এই তরঙ্গের অধিক বিচ্ছুরণ লক্ষ্য করা যায়। এই তরঙ্গগুলির দশা বেগ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক অর্থাৎ

$v_p = c\lambda^{\frac{1}{2}}$ যেখানে c একটি স্থির সংখ্যা।

অথবা $v_p = c_1 k^{-\frac{1}{2}}$ (যেহেতু $k = \frac{2\pi}{\lambda}$)

এখানে নতুন স্থির সংখ্যাটি $c_1 = \sqrt{2\pi}$

আমরা জানি, $vp = \frac{\omega}{k}$

ω কে k এর সাপেক্ষে অবকলন করে [illegible]

অতএব, মাধ্যাকর্ষণজনিত তরঙ্গের ক্ষেত্রে দলীয় বেগ দশা বেগের অর্ধেক। অর্থাৎ, এই ধরনের তরঙ্গে গঠনকারী (component) তরঙ্গ শীর্ষ তরঙ্গদলের চেয়ে দ্রুততর বেগে যায়।

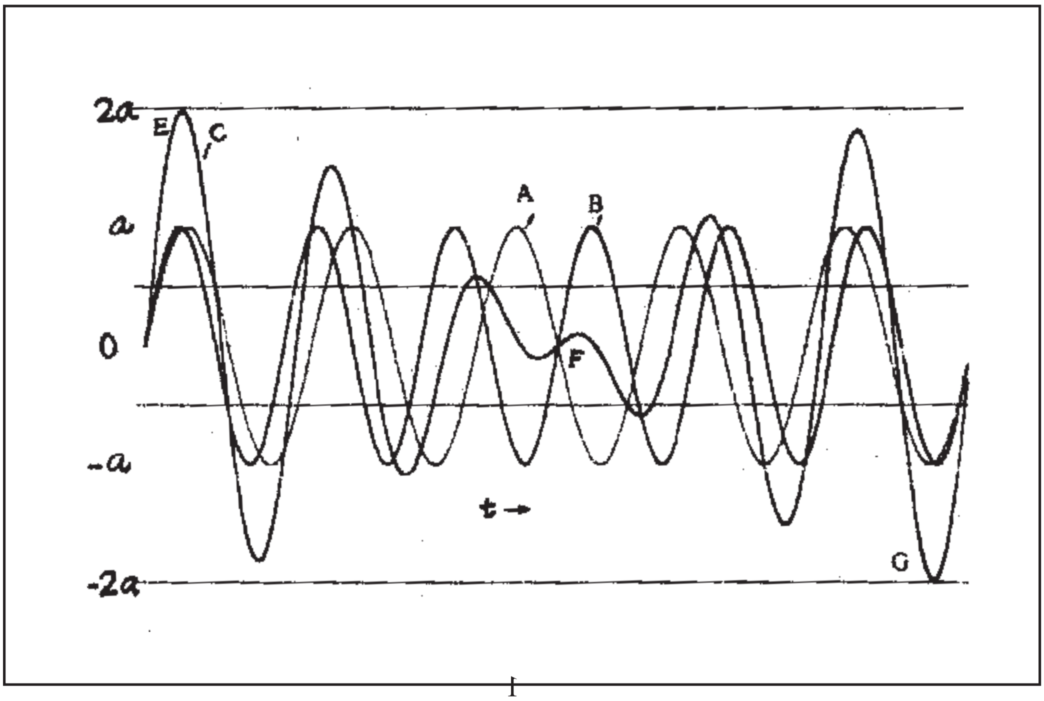
অনুশীলনী - 3 : (ক) কোনও মাধ্যমে একটি তরঙ্গের দশাবেগ $v = c_1 + c_2\lambda$ যেখানে c_1 এবং c_2 স্থির সংখ্যা। তরঙ্গের দলীয় বেগ কত?

(খ) কোনও একটি মাধ্যমে আলোকতরঙ্গের বেগ যেখানে n = মাধ্যমের প্রতিসরাংক, c = শূন্যে আলোকের গতিবেগ। দেখান যে, দলীয় বেগ ।

7.4 স্বরকম্প

আমরা দেখলাম যে, দুটি সামান্য পার্থক্যের কৌণিক কম্পাঙ্ক যুক্ত (এবং) তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে তরঙ্গদলের সৃষ্টি হয়।

7.7 চিত্রে আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, x অক্ষ বরাবর দূরত্ব এবং y অক্ষ বরাবর লব্ধি সরণকে আঁকা হয়েছে। এখানে সময় t কে অপরিবর্তিত রাখা হয়েছে। একে বলা যেতে পারে দূরত্ব সাপেক্ষে



$\frac{1}{2}$

উপরিপাত। আমরা অন্য এক প্রকার উপরিপাতের কথা বলতে পারি যেখানে আমরা একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে সরণ Y(x,t) কে t-এর সাপেক্ষে আঁকব এবং একে বলা যেতে পারে সময় সাপেক্ষে উপরিপাত। এখানে x অপরিবর্তনীয় সংখ্যা।

শব্দতরঙ্গের সময় সাপেক্ষে উপরিপাতের ফলে যে আকর্ষণীয় ঘটনাটি ঘটে, তার নাম স্বরকম্প। সামান্য তফাতের কম্পাঙ্কের দুটি শব্দের উৎসকে যদি একসঙ্গে ধ্বনিত করা হয়, তবে এর ফলে যে শব্দ উৎপন্ন হবে তার তীব্রতা পর্যায়ক্রমে একবার বাড়বে এবং একবার কমবে। শব্দে তীব্রতার এইরকম পর্যায়ক্রমে হ্রাসবৃদ্ধির ঘটনাকে স্বরকম্প বলে।

একটি উদাহরণ দেওয়া যাক। দুইটি সুরশলাকা (A, B) নেওয়া হল যাদের কম্পাঙ্ক 5 এবং 6Hz। এদের একসঙ্গে ধ্বনিত করলে যে শব্দতরঙ্গগুলি সৃষ্টি হবে, সে দুটি পরস্পরের ওপর আপতিত হয়ে একটি লব্ধি তরঙ্গ (C) সৃষ্টি করবে। 7.8 চিত্রে এটি দেখানো হয়েছে। যে অবস্থায় দুটি তরঙ্গের একই দশা হবে, তখনই শ্রোতা জোর শব্দ শুনবেন। এখানে লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার সবচেয়ে বেশি (E বিন্দু)। 1 সেকেণ্ড পরে দ্বিতীয় সুর শলাকাটির তরঙ্গ প্রথমটির অপেক্ষা একটি পূর্ণ তরঙ্গে অগ্রসর হবে এবং এদের দশা পুনরায় সমান হবে। তখন আবার জোর শব্দ শোনা যাবে। এটি G বিন্দু দিয়ে দেখানো হয়েছে। কিন্তু সেকেণ্ড পরে দ্বিতীয়

সুরশলাকাটি প্রথমটি অপেক্ষা অর্ধ তরঙ্গ এগিয়ে যাবে। তখন এদের দশা সম্পূর্ণ বিপরীত হবে। এই স্থানে (F বিন্দু) তরঙ্গের বিস্তার সবচেয়ে কম। এইভাবে যত সময় যাবে তত শব্দের প্রাবল্যের পর্যাক্রমে হ্রাসবৃদ্ধি ঘটবে এবং শ্রোতা একটি কম্পিত শব্দ শুনবেন।

স্বরকম্পের সংখ্যা এক সেকেণ্ডে যে কয়বার প্রবল অথবা মৃদু শব্দ শোনা যায়, সেই সংখ্যাকে স্বরকম্পের সংখ্যা বলা হয়। উপরের আলোচনা থেকে দেখা গেল যে, উৎস দুটির কম্পাঙ্ক 5 এবং 6 (অর্থাৎ কম্পাঙ্কের পার্থক্য =1) হলে তারা প্রতি সেকেণ্ডে একটি প্রবল বা একটি মৃদু শব্দ উৎপন্ন করবে।

অতএব, আমরা বলতে পারি যে,

স্বরকম্পের সংখ্যা = উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য

অবশ্য এই উদাহরণে 5 বা 6Hz কম্পাঙ্কের শব্দের কথা বলা হলেও বাস্তবে এত কম কম্পাঙ্কের শব্দ শোনা যায় না।

স্বরকম্পের গাণিতিক বিশ্লেষণ :

ধরা যাক সম বিস্তার কিন্তু সামান্য কম্পাঙ্ক পার্থক্যের দুটি সরল দোলগতি তরঙ্গ একই দিকে অগ্রসর হচ্ছে। এদের নিম্নলিখিত সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করা যায়,

এবং যেখানে a = তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার n_1, n_2 = কম্পাঙ্ক

= y_1 এবং y_2 = $n_1 > n_2$ এবং n_1 ও n_2 -র পার্থক্য খুব বেশি নয়।

ধরা যাক, দুটি তরঙ্গ সম দশায় থেকে যাত্রা শুরু করল। এদের উপরিপাতের ফলে যে লব্ধি সরণ হবে তাকে, y ধরলে,

[illegible]

= 7.17

উপরের সমীকরণটি একটি সরল দোলগতির কিন্তু এর বিস্তার $A = 2a\cos 2\pi\left(\frac{n_1 - n_2}{2}\right)t$ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তনশীল। অতএব, যত সময় অতিবাহিত হবে, লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার তত পরিবর্তিত হবে। কখনো কখনো এই বিস্তার সবচেয়ে বেশি হবে, আবার কখনো সবচেয়ে কম হবে। ফলে শব্দের প্রাবল্যের হ্রাসবৃদ্ধি হবে এবং স্বরকম্প সৃষ্টি হবে।

লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার (A) সবচেয়ে বেশি হবে যখন

$$\cos 2\pi \frac{(n_1 - n_2)}{2} = \pm 1$$

অথবা, $\frac{2\pi(n_1 - n_2)}{2} = 0, \pi, 2\pi ..... m\pi$ [m =0, 1, 2......ইত্যাদি]

অর্থাৎ, সময়ে সবচেয়ে জোরে শব্দ শোনা যাবে।

অতএব, দুটি জোরে শব্দ শোনার অন্তর্বর্তী অবকাশ =   সেকেণ্ড

1 সেকেন্ডে ($n_1 - n_2$) - বার প্রবল শব্দ শোনা যাবে।

আবার লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার (A) সবচেয়ে কম হবে যখন,

অথবা, $\frac{2\pi(n_1 - n_2)}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \ldots\ldots (2m+1)\frac{\pi}{2}$ [m =0, 1, 2......]

অর্থাৎ,   সময়ে বিস্তার সবচেয়ে কম হয়ে শূন্য হয়ে যাবে।

অতএব, পরপর দুটি নিঃশব্দের অন্তর্বর্তী অবকাশ = $\frac{1}{n_1 - n_2}$ সেকেণ্ড।

$\therefore$ 1 সেকেন্ডে (n_1 -n_2) বার কোন শব্দ শোনা যাবে না।

কাজেই আমরা উপরের আলোচনা থেকে দেখলাম যে স্বরকম্পের কম্পাঙ্ক =   = উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য। বাদ্যযন্ত্রাদির সুর মিলাতে স্বরকম্পের সাহায্য নেওয়া হয়। দুটি বাদ্যযন্ত্র এক সুরে আনতে দুটিকে একসঙ্গে বাজিয়ে স্বরকম্পের উপস্থিতি লক্ষ্য করা হয়। সুর মিলেলে আর স্বরকম্প শুনতে পাওয়া যায় না।

7.5 সারাংশ

(1) একই মাধ্যমে সঞ্চরমান দুটি তরঙ্গ যখন একে অপরের উপরিপাতিত হয়, তখন যে কোনও বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার দুটি তরঙ্গের আলাদা বিস্তারের বীজগাণিতিক যোগফলের সমান।

(2) সমান বিস্তার, কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্যযুক্ত দুটি তরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর পড়লে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গ দুটি বিন্দুর মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে।

(3) স্থাণু তরঙ্গের মধ্যে সুস্পন্দ বিন্দুতে সবচেয়ে বেশি বিস্তার এবং নিস্পন্দ বিন্দুতে বিস্তার শূন্য। দুটি পাশাপাশি নিস্পন্দ অথবা সুস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব স্থাণু তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।

(4) সামান্য পার্থক্যের কম্পাঙ্কযুক্ত দুটি তরঙ্গ একই দিকে ভ্রমণ করলে তরঙ্গ দল এবং স্বরকম্প সৃষ্টি করে।

(5) প্রতি সেকেন্ডে স্বরকম্পের সংখ্যা দুটি তরঙ্গের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান।

(6) একটি তরঙ্গদল যে বেগে চলে, তাকে বলা হয় দলগত বেগ। দুটি গঠনকারী তরঙ্গের বেগ সমান হলে দলগত বেগ, তরঙ্গ বেগের সমান হয়। অন্য ক্ষেত্রে, দলগতবেগ তরঙ্গবেগের সমান হয় না।

(7) অংশগ্রহণকারী তরঙ্গগুলির মধ্যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য যত কম হবে, তরঙ্গ দলের দৈর্ঘ্য তত বৃদ্ধি পাবে।

অনুশীলনী -4 : 560Hz কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকা অন্য একটি সুরের সঙ্গে একত্রে ধ্বনিত হলে প্রতি সেকেণ্ডে ৮টি স্বরকম্প শোনা যায়। আপনি কি সুরটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে পারেন?

7.6 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. একটি মাধ্যমে $x_1 = 0$ এবং x_2 =lm বিন্দুতে তরঙ্গের সরণকে নিম্নলিখিত ভাবে লেখা যায়,

y_2 = 0.2 sin

(a) তরঙ্গের কম্পাঙ্ক কত? (হাৎর্সে প্রকাশ করুন)।

(b) তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?

(c) তরঙ্গ বেগ কত?

2. ক্রমবর্ধমান কম্পাঙ্ক অনুযায়ী ৫০টি সুরশলাকা সাজানো হল। এদের পরপর দুটিকে একসঙ্গে বাজালে সেকেন্ডে 5টি স্বরকম্পের সৃষ্টি হয়। সবশেষের সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যদি প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্কের এক সপ্তক বেশি হয়, তাহলে প্রথমটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করুন। (কোনও সুরকে দ্বিতীয় একটি সুরের সপ্তক বেশি বলা হয় তখনই, যখন প্রথম সুরটির কম্পাঙ্ক দ্বিতীয় সুরটির দ্বিগুণ হয়)।

3. 25 cm লম্বা অক্সিজেন ভরা একটি বদ্ধ নল একটি সুরশলাকার সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করে। হাইড্রোজেন ভরা কত দৈর্ঘ্যের একটি বদ্ধ নল ঐ একই সুরশলাকার সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করবে? (অক্সিজেনের বাতাসের বেগ =$320m/s$ এবং হাইড্রোজেনে বাতাসের বেগ = $1280m/s$)

4. একটি কেলাসের মধ্যের আণবিক দূরত্ব d। এই কেলাসের মধ্যে সৃষ্ট তির্যক তরঙ্গের দশা বেগ (v)

$$= \frac{c'\sin\left(\frac{kd}{2}\right)}{\left(\frac{kd}{2}\right)},$$ এখানে c' একটি স্থির সংখ্যা

দেখান যে, তরঙ্গের দলগত বেগ হবে $c'\cos\left(\frac{kd}{2}\right)$

7.7 উত্তরমালা

অনুশীলনী - 1 : কোনও দৃঢ় প্রতিফলকে প্রতিফলনের ফলে π দশার পরিবর্তন হয়। কাজেই প্রতিফলিত তরঙ্গটির সমীকরণ হবে :

অতএব, লব্ধি সরণ $y(x,t)$ হবে,

$$Y(x,t) = a\sin(\omega t - kx) - a\sin(\omega t + kx)$$

$$= -2a\sin kx\cos\omega t$$

= যেখানে

দৃঢ় প্রতিফলকে একটি নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টি হবে, কেননা যেখানে সরণ শূন্য। ধনাত্মক x দিক থেকে আপতিত এবং ঋণাত্মক x দিক থেকে প্রতিফলিত তরঙ্গ দুটি একটি স্থাণু তরঙ্গ সৃষ্টি করবে। আপতিত এবং প্রতিফলিত দুটি তরঙ্গই সমান পরিমাণ শক্তি বিপরীত দিক থেকে বহন করবে। ফলত কোনও শক্তি প্রবাহিত হবে না।

অনুশীলনী -2 : (a) মূলসুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

তরঙ্গের গতিবেগ $\times\ 2m\ =\ 440m/s$

আমরা জানি, অথবা, $T = v^2 m$

=

= $2.9\ \times\ 10^3$ N

(b) মূলসুরের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

$\lambda = 4L = 4 \times 1m = 4m$

কম্পাঙ্ক

নলটিতে জোরে ফুঁ দিলে সুরের তীক্ষ্ণতা 3 গুণ বৃদ্ধি পেয়ে পরের সমমেলে পৌঁছবে এবং তার কম্পাঙ্ক হবে $v = 3 \times 88 = 264hz$

অনুশীলনী -3 : (ক) আমরা জানি যে,

এখানে, $\dfrac{dv}{d\lambda} = c_2$ কাজেই উপরের সমীকরণে v এবং এর মান বসালে,

(খ) এক্ষেত্রে

অনুশীলনী -4 : যদি স্বরটির কম্পাঙ্ক v ধরা হয়, তাহলে 6 = [560-v] অথবা 6 = [v-560]

$\therefore$ অথবা 566Hz

এখানে স্বরটির কম্পাঙ্ক স্থিরভাবে নির্ণয় করা যাবে না। উপরের যে কোনওটিই এর কম্পাঙ্ক হতে পারে।

7.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. (a) কম্পাঙ্ক

(b) চলতরঙ্গের তরঙ্গ ভেক্টর $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\therefore \ \frac{2\pi}{\lambda} = \pi/8$ বা, $\lambda = 16m$

(c)

2. ধরা যাক প্রথম স্বরটির কম্পাঙ্ক n

দ্বিতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হবে = n + 5 = n + (2 –1)5

তৃতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হবে = n + 10 = n + (3-1)5

50 তম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হবে = n + (50 -1)5

= n + 245

যেহেতু 50 তম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 2n

$\therefore$ n + 245 = 2n অতএব $n = 245Hz$

3. প্রথম নলটির মূলসুরের কম্পাঙ্ক $v_1 = \frac{\upsilon_0}{4l_1}$, v_0 = অক্সিজেনে শব্দের গতিবেগ l = প্রথম নলের দৈর্ঘ্য।

দ্বিতীয় নলটির মূলসুরের কম্পাঙ্ক , v_h = হাইড্রোজেনে শব্দের গতিবেগ, l_2 =দ্বিতীয় নলের দৈর্ঘ্য

যেহেতু দুইটি নলই একই সুরশলাকার সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করে, কাজেই অথবা

$\therefore \ l_2 = \frac{v_h}{v_0} \times l_1$

এবং l_1 এর মান বসিয়ে

4. দলবেগ $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ এবং, $\omega = kv$

অথবা

$= \frac{2c'}{d} \sin\left(kd/2\right)$

অতএব, $v_g = \frac{dw}{dk} = \frac{2c'}{d} \cos\left(\frac{kd}{2}\right) . \frac{d}{2}$

=

BLOCK—2

দোলগতি, তরঙ্গ ও স্বণবিদ্যা

একক 8 : বিভিন্ন মাধ্যমে তরঙ্গ সঞ্চার (Propagation of Waves in different Media)

গঠন

8.1 প্রস্তাবনা

ইতিমধ্যে আপনি তরঙ্গের সৃষ্টি এবং তরঙ্গগতির সঙ্গে পরিচিত হয়েছেন।

এই প্রসঙ্গে আপনি লক্ষ্য করে থাকবেন যে, তরঙ্গ সঞ্চরণের মাধ্যম এবং তরঙ্গায়িত রাশি নানা ধরনের হতে পারে। বায়ু বা যে কোনও স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে যে অনুদৈর্ঘ্য চাপতরঙ্গ প্রবাহিত হয় তা আমাদের শব্দের অনুভূতি সৃষ্টি করে। এজন্য এই তরঙ্গগুলিকে আমরা শব্দতরঙ্গ বলি। টান করে রাখা তারের বিভিন্ন বিন্দুতে অনুপ্রস্থ সরণ ঘটতে পারে। এই সরণ তারের দৈর্ঘ্য বরাবর তরঙ্গের রূপে সঞ্চারিত হয়। আবার কঠিন ধাতব দণ্ডের মধ্যেও মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতার ফলে সেটির দৈর্ঘ্য বরাবর সঙ্কোচন ও প্রসারণের তরঙ্গ চলতে পারে। এই বিশেষ তরঙ্গগুলির সম্বন্ধে কিছুটা আলোচনা এই এককে স্থান পাবে। অবশ্য এগুলি ছাড়াও আরও অনেক ধরনের তরঙ্গের সঙ্গে আমাদের পরিচয় আছে, যেমন তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ, ভূপৃষ্ঠ বা পৃথিবীর অভ্যন্তরে চলমান ভূকম্প-তরঙ্গ ও জলতলের তরঙ্গ। এর কোনটি সম্বন্ধে আপনি পরে আরও জানার সুযোগ পাবেন, আবার কোনটি জটিলতার জন্য আমরা এই পাঠক্রমের অন্তর্ভুক্ত করব না।

তরঙ্গ সঞ্চরণের সঙ্গে মাধ্যমের প্রতিরোধ এবং তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ অতি ঘনিষ্ঠভাবে জড়িত। এগুলি শুধু তাত্ত্বিক কারণেই গুরুত্বপূর্ণ নয়, তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের অজস্র উদাহরণ আমরা দৈনন্দিন জীবনে দেখতে পাই। এই এককে আপনি তরঙ্গের এসব ধর্মগুলির সম্বন্ধে নতুনভাবে কিছুটা জানতে পারবেন।

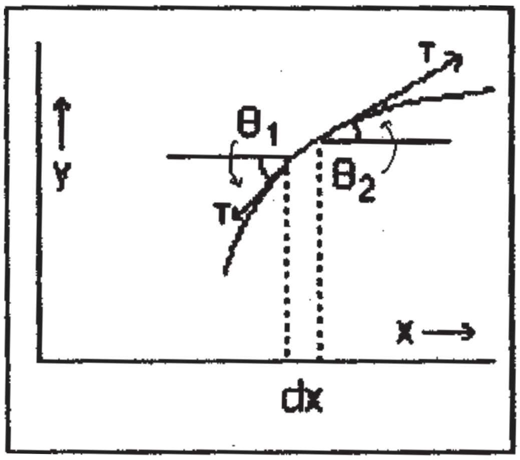
উদ্দেশ্য : এই এককটি পড়লে অপনি

- একমাত্রিক, দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের সমীকরণ লিখতে পারবেন।
- বিভিন্ন মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করতে পারবেন।
- বিশিষ্ট প্রতিরোধ (characteristic impedance) এবং শব্দে প্রতিরোধের মান নির্ণয় করতে পারবেন।
- প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত (transmitted) বিস্তার গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে সক্ষম হবেন।

8.2 একমাত্রিক চলতরঙ্গ

সঙ্গীত আমরা সকলেই ভালবাসি। কিন্তু আপনি কি ভেবে দেখেছেন, ঠিক কোন প্রক্রিয়ায় সঙ্গীতের শব্দতরঙ্গ আপনার কানে এসে পৌঁছয়? তরঙ্গের সঞ্চরণের জন্য কি কোন মাধ্যমের প্রয়োজন আছে? এবং যখন তরঙ্গ সঞ্চারিত হয় তখন তরঙ্গের বেগ কোন্ কোন্ বিষয়ের উপর নির্ভর করে? যখন দূরে ঘন্টা বাজে তখন ঘন্টাধ্বনির মধ্যে যে বিভিন্ন কম্পাঙ্গের শব্দতরঙ্গ থাকে সেগুলি একসঙ্গে আমাদের কানে পৌঁছয়। এ থেকে বোঝা যায় যে, বায়ুতে শব্দতরঙ্গের বেগ শব্দের কম্পাঙ্ক বা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে না। কাজেই এটি স্পষ্টই বোঝা যায় যে, শব্দতরঙ্গের বেগ মাধ্যমের ভৌত ধর্মের উপরেই নির্ভরশীল। শুধু বায়ুতে শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রেই নয়, অন্য মাধ্যমে ও অন্য ধরনের তরঙ্গের ক্ষেত্রেও এই একই কথা খাটে। এই তথ্যের সত্যতা যাচাই করার জন্য আমরা টানা তারে তরঙ্গ সৃষ্টির প্রক্রিয়ার আলোচনা করব।

8.2.1 টানা তারে তরঙ্গ



চিত্র 8.1 টানা তারের একটি ক্ষুদ্র অংশের উপর প্রযুক্ত বল।

প্রতি একক দৈর্ঘ্যে m ভর যুক্ত একটি সুষম তারকে T বল দ্বারা অনুভূমিক দিকে টেনে রাখা হল। তারটির দৈর্ঘ্য বরাবর x-অক্ষ নেওয়া হল। ধরা যাক, তারটিকে কোন জায়গায় y অক্ষ বরাবর টানা হল। এবার তারটিকে ছেড়ে দিলে তারের মধ্যে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সৃষ্টি হবে। এই তরঙ্গের বেগ জানতে গেলে মাধ্যমের জড়ত্ব এবং স্থিতিস্থাপকতা সম্বন্ধে ধারণা থাকা দরকার।

টানা তারের ক্ষেত্রে তারের টানের থেকে স্থিতিস্থাপকতার এবং m থেকে জড়ত্বের মাপ পাওয়া যায়। আমরা এখানে তারের একটি ছোট্ট অংশ নিলাম। ধরে নিন যে, তারটি অতি সামান্য বিকৃতি ঘটল যাতে তারের ওপর টানের মানের কোনও পরিবর্তন না ঘটে। 8.1 চিত্রে বর্ধিত আকারে বিকৃত তারের একটি ছোট অংশকে দেখানো হয়েছে।

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, এই ছোট অংশ বরাবর বলের দিক পরিবর্তন হচ্ছে। এর কারণ হচ্ছে যে, তারটি এখন সোজা নয়। এর ফলে ছোট অংশটির দুই প্রান্তে একই মানের টান বল T, T প্রযুক্ত হলেও বল দুটি পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করছে না। x এবং y এর দিকে প্রযুক্ত লব্ধিবল F নির্ণয় করার জন্য T বলকে দুটি উপাংশে ভাগ করতে হবে। ক্ষুদ্র খণ্ডটির ডান এবং বাম দিকে টানের x ওy উপাংশের পার্থক্যগুলি হল:

$$F_x = T \cos\theta_2 - T \cos \quad _1$$

এবং $$F_x = T \sin \quad _2 - T \sin \quad _1$$

$_1$ এবং $_2$ ক্ষুদ্র অংশটির দুই প্রান্তে অঙ্কিত স্পর্শক এবং x অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ।

ক্ষুদ্র দোলনের জন্য $_1$ ও $_2$ অতি ক্ষুদ্র কোণ। এই অবস্থায় $\cos \; _1 \quad \cos \; _2 \quad 1$

অর্থাৎ, x অক্ষ বরাবর কোন লব্ধি বল কাজ করবে না, $F_x = 0$ এবং তারটি প্রায় অনুভূমিক অবস্থায় থাকে। এই অর্থ এই যে, কোণগুলির সাইনের মান এবং ট্যানজেন্টের মান প্রায় এক, অর্থাৎ $\sin \; _1 \approx \tan \; _1$। $\sin \; _2 \approx \tan \; _2$

কিন্তু কোণ দুটির ট্যানজেন্ট হচ্ছে ক্ষুদ্র অংশটির দুই প্রান্তের অবকল এর সমান। অতএব ক্ষুদ্র অংশটির উপর প্রযুক্ত বলের y উপাংশ F_y= T $(\tan \; _2 - \tan \; _1)$

$$= T \qquad\qquad ......8.1$$

বন্ধনীর মধ্যের সংখ্যাগুলি এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত অবকলের পরিবর্তন নির্দেশ করছে। এই পরিবর্তনকে দিয়ে ভাগ করলে, সীমার মধ্যে এটি প্রথম অবকলের পরিবর্তনের হার নির্দেশ করবে। কিন্তু আমরা জানি যে, তারের সরণ অবস্থান এবং সময় উভয়ের উপরেই নির্ভর করে। এই দুটির কোনও একটির পরিবর্তন ঘটলেই সরণের পরিবর্তন হয়। কাজেই সমীকরণ 8.1 যে কোনও একটি বিশেষ সময়ের জন্য সত্য। অতএব, আমাদের সময়কে স্থির ধরে নিয়ে এই সমীকরণে অবকল নির্ণয় করতে হবে। আপনি জানেন, অন্য চলরাশিদের স্থির রেখে কেবল একটি চলরাশির সাপেক্ষে অবকলন করাকে আংশিক অবকলন

বলে। এবং আংশিক অবকলনের ক্ষেত্রে d চিহ্নের বদলে চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। তাহলে 8.1 সমীকরণকে নিম্নরূপে লেখা যায়:

$$F_y = T$$

এখানে আমরা $\left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right)_{x+\Delta x}$ কে x বিন্দুর সাপেক্ষে সম্প্রসারণ করেছি।

$$\left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right)_{x+\Delta x} = \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right)_x + \left(\frac{\partial^2 y(x,t))}{\partial x^2}\right)_x \Delta x$$

এই সমীকরণটি Δx এর উপর প্রদত্ত বল প্রকাশ করছে। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী আমরা ভর এবং ত্বরণের গুণফলকে এই বলের সমান হিসাবে লিখতে পারি। অংশের ভর m । অতএব,

$$m$$

অথবা, [illegible] 8.2

এই সমীকরণটি তারের একটি ক্ষুদ্র অংশের ওপর নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে পাওয়া গেছে। তবে সমীকরণে অনুপস্থিত থাকায় সমীকরণটি সম্পূর্ণ তারের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য হবে। আমাদের উদ্দেশ্য তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করা। সেজন্য নিচে বর্ণিত একটি সরল দোল তরঙ্গ নেওয়া যাক :

$y(x, t) = a\sin(\ _0t - kx)$

যেটি তারের ওপর সৃষ্টি হয়েছে। এই সমীকরণ যদি নিউটনের সূত্র অর্থাৎ 8.2 সমীকরণ মেনে চলে, তাহলে আমরা নিশ্চিতরূপে বলতে পারি যে, তারের মধ্যে এই ধরনের চলমান তরঙ্গ সৃষ্টি হতে পারে। এটি হয় কিনা দেখার জন্য আমরা কণার সরণের দ্বিতীয় আংশিক অবকল নির্ণয় করব।

$= -k^2a\sin(\ _0t - kx)$ এবং $= -\ _0^2a\sin(\ _0t - kx)$

8.2 সমীকরণে এই মান বসিয়ে

$-k^2a\sin(\ _0t - kx) = \ _0^2\, a\sin(\ _0t - kx)$

অথবা, $k^2 =$ $_0^2$

অথবা, অথবা তরঙ্গের বেগ $v = \frac{\omega_0}{k} = \sqrt{\frac{T}{m}}$ ...8.3

এই সম্পর্ক থেকে আমরা বলতে পারি, টানা তারে উৎপন্ন সরল দোলতরঙ্গের তরঙ্গবেগ হবে $\sqrt{\frac{T}{m}}$ ।

8.3 সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, তারে সঞ্চরমান অনুপ্রস্থ তরঙ্গের বেগ, টান এবং তারের একক দৈর্ঘ্যের ভরের উপর নির্ভর করে, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য অথবা পর্যায়কালের উপর নির্ভর করে না।

8.3 সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা 8.2 তরঙ্গ সমীকরণটিকে লিখতে পারি

....8.4

এই সমীকরণটি কেবলমাত্র x দিক বরাবর সঞ্চরমান তরঙ্গ নির্দেশ করে অর্থাৎ, এটি একমাত্রিক তরঙ্গের সমীকরণ। এই সমীকরণটি ক্ষুদ্র বিস্তারের তরঙ্গের পক্ষেই প্রযোজ্য। বিস্তার বেশি হলে $_1$ও $_2$ কোণগুলি বড় হয় এবং আগের গণনার অনেক অঙ্গীকার আর খাটে না। তরঙ্গের বেগ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল হয়ে পড়ে। এই অবস্থায় এখন আপনি সহজেই নীচের অনুশীলনীর উত্তর দিতে পারবেন।

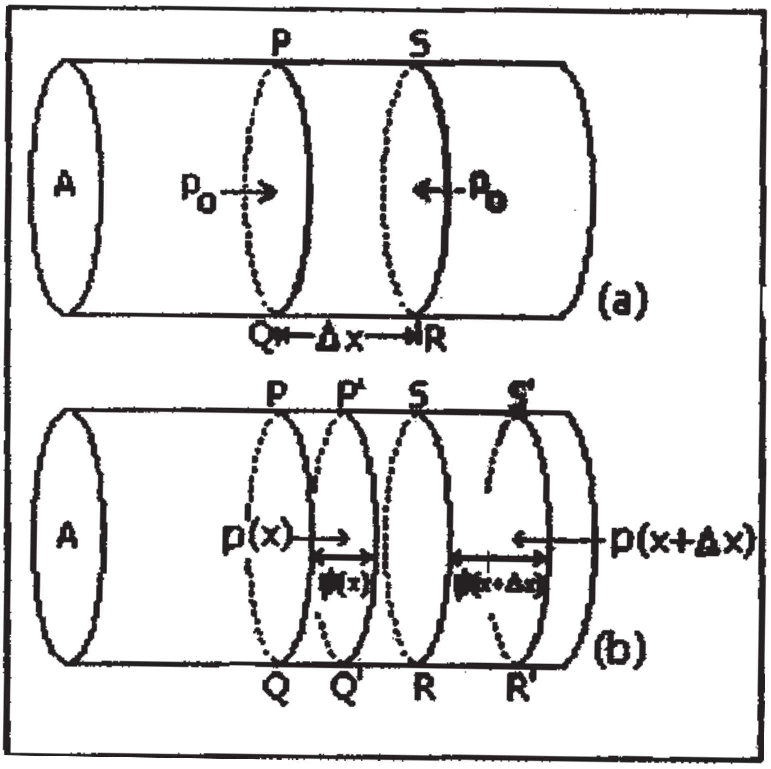
অনুশীলনী - 1

1 *gm* ভর সম্পন্ন একটি 1m লম্বা তারকে 10N বল দিয়ে টেনে রাখা হল। এই তারে যে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সৃষ্টি হবে তার বেগ নির্ণয় করুন।

তরঙ্গের বেগ মাধ্যমের জড়ত্ব এবং স্থিতিস্থাপকতার উপর নির্ভর করে। স্থিতিস্থাপকতা প্রত্যানয়ক বলের (restoring force) সৃষ্টি করে এবং তার ফলে মাধ্যমের কী প্রতিক্রিয়া হবে তা স্থির করে জড়ত্ব। কোন মাধ্যমে অনুপ্রস্থ স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ সৃষ্টি হতে মাধ্যমটির কৃন্তন পীড়ন সহ্য করার ক্ষমতা থাকা চাই কিন্তু যেহেতু প্রবাহীতে (তরল অথবা গ্যাস) দৃঢ়তা নেই, সেই কারণে অনুপ্রস্থ স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ কেবল কঠিন পদার্থেই সঞ্চারিত হতে পারে। কিন্তু অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ গ্যাস,তরল এবং কঠিন পদার্থ সবের মধ্যেই অনুভবন এবং ঘনীভবনের আকারে প্রবাহিত হয়। এখন আমরা প্রবাহীতে তরঙ্গের প্রবাহের কথা আলোচনা করব।

8.2.2 প্রবাহীতে তরঙ্গ সৃষ্টি

ধরে নিন, A প্রস্থচ্ছেদ যুক্ত একটি লম্বা নলে একটি নির্দিষ্ট ভরের এবং ধনত্বের প্রবাহী নেওয়া হল যার ওপর চাপ P_0। তারের মত এখানেও প্রবাহীর একটি ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্য নেওয়া হল। ধরা যাক এই ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের প্রবাহী $PQRS\rho$ অংশটির মধ্যে আবদ্ধ আছে। এই অংশটি x এবং $x +$ তলের মধ্যে অবস্থিত। (চিত্র 8.2 (a) দেখুন)।



চিত্র 8.2 - (a) প্রস্থচ্ছেদযুক্ত একটি লম্বা [illegible]লের মধ্যে অবস্থিত *PQRS* স্তম্ভের একটি প্রবাহীর x6
সাম্যাবস্থা। (b) চাপের পার্থক্যর জন্য স্তম্ভটির স্থানান্তরিত অবস্থা।

এই ছোট স্তম্ভ *PQRS*ρ টির ভর A । এখন এই প্রবাহীতে কী করে অনুদৈর্ঘ্যের তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায়? অজন্য আপনি একটি কম্পনশীল সুরশলাকাকে এই প্রবাহীর একদিকে ধরতে পারেন, অথবা একটি পিস্টন দিয়ে প্রাবহীকে ডানদিকে সরিয়ে দিতে পারেন। তরঙ্গ যখন এই ছোট স্তম্ভটির মধ্যে দিয়ে যাবে তখন স্তম্ভটির চাপ, ঘনত্ব এবং আয়তন পরিবর্তিত হবে। মনে করা যাক, t সময় পরে PQ এবং SR তল সরে $P'Q'$ এবং $S'R'$ -এ গেল (চিত্র 8.2 (b)) । যদি *PQ*, (x) দূরত্ব সরে এবং *SR* $(x +\quad)$ দূরত্ব সরে তাহলে স্তম্ভের বেধের বৃদ্ধি হবে

$l = \quad (x + \quad) - \quad (x) = - \quad (x) + \qquad - \quad (x)$ (টেলরের শ্রেণীর প্রসারণের সাহায্য নিয়ে প্রথম দুইটি পদ নেওয়া হল)

$=$

অতএব, আয়তনের বৃদ্ধি v কে লেখা যায় :

$v = A \quad l = A \quad x$

আয়তনের বিকৃতি (volume strain) অর্থাৎ, প্রতি একক আয়তনে আয়তনের বৃদ্ধি

....8.5

8.5 সমীকরণ থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, স্তম্ভটির আয়তনের পরিবর্তন ঘটেছে। এর কারণ হল, স্তম্ভটির মধ্যে চাপ P_0 - এর সমান নয়। ধরা যাক চাপের মান P_0 থেকে বেড়ে (x) হয়েছে। স্তম্ভটির উপর x দিকে প্রযুক্ত বল হবে $A[- \quad (x + \quad) + \quad (x)]$

টেলরের শ্রেণীর সাহায্য নিয়ে এর কেবলমাত্র প্রথম ঘাতের পদটি রেখে আমরা লিখতে পারি,

$F = - A$

$= - A$

যেখানে P_0 সাম্যাবস্থায় চাপ এবং তরঙ্গজনিত অতিরিক্ত চাপ।

[সাম্যাবস্থার চাপ ধ্রুবক বলে

অতএব, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী স্তম্ভটির গতি সমীকরণ হবে ঃ

$A \quad = - A$ 8.6

আপনারা নিশ্চয়ই আয়তন গুণাঙ্ক (bulk modulus of elasticity) E এবং -র মধ্যে নীচের সম্পর্ক সম্বন্ধে অবগত আছেন:

$E = \dfrac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} =$

চাপ বাড়লে আছতন কমবে এই ঘটনাটিকেই ঋণাত্মক চিহ্ন দিয়ে বোঝান হয়েছে।

কাজেই আমরা লিখতে পারি :

$\Delta \quad = - E$

8.5 সমীকরণ থেকে এর মান বসিয়ে পাই,

$= -E$

আবার মান 8.6 সমীকরণে বসিয়ে পাই,

অথবা, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ ...8.7

আমরা যদি ...8.7(a)

কে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ বলি তাহলে, 8.7 সমীকরণকে একটি তরঙ্গের সমীকরণ বলা যায়।

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, তরঙ্গের বেগ কেবলমাত্র E এবং ρ দ্বারা প্রভাবিত হয়। যে মাধ্যমে তরঙ্গ প্রবাহিত হচ্ছে, এই E এবং সেই মাধ্যমের ধর্ম।

এবার আমরা গ্যাসের মধ্য দিয়ে শব্দতরঙ্গের প্রবাহেরকথা আলোচনা করি।

(a) গ্যাসের মধ্যে শব্দতরঙ্গ প্রবাহ

একটি গ্যাসীয় মাধ্যমের (ধরা যাক বাতাস) মধ্যে যখন অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সঞ্চারিত হয়, তখন মাধ্যমের আয়তন গুণাঙ্ক মাধ্যমের তাপ গতীয় পরিবর্তনের উপর নির্ভরশীল হয়ে পড়ে। এই পরিবর্তন সমোষ্ণ বা রুদ্ধতাপ, যে কোনওটি হতে পারে। (একটি প্রক্রিয়াকে সমোষ্ণ তখনই বলা হয়, যখন প্রক্রিয়া চলাকালীন উষ্ণতার কোনও পরিবর্তন হয় না। রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় তন্ত্রের মোট শক্তির কোনও পরিবর্তন হয় না।) শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে নিউটন ধরে নিয়েছিলেন যে, মাধ্যমের পরিবর্তন সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় হবে। সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় বয়েলের সূত্র অনুযায়ী = ধ্রুবক। এবং -এর সামান্য পরিবর্তন হলে আমরা লিখতে পারি।

$= 0$

অথবা, $E =$ অর্থাৎ, আয়তন গুণাঙ্ক চাপের সমান।

সমীকরণ 8.7a তে E - এর মান বসিয়ে আপনি পাবেন শব্দতরঙ্গের বেগ $v\sqrt{\frac{\rho}{\rho}}$ ...8.8

এটিকে নিউটনের শব্দের বেগের সূত্র বলা হয়।

বাতাসের ক্ষেত্রে প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে $= 1{\cdot}29\,kgm^{-3}$ এবং $= 1{\cdot}01 \times 10^5\ Nm^{-2}$

নিউটনের সূত্রের সাহায্যে নিয়ে বাতাসে শব্দের বেগ হবে

$= 280\,ms^{-1}$

কিন্তু পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে, প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বাতাসে শব্দের বেগ = 332ms^{-1}

উপরের দুটি ফল থেকে স্বাভাবতই প্রশ্ন জাগে যে, নিউটন কী করে সঠিক উত্তরের কাছাকাছি এসেও সঠিক মান থেকে প্রায় 15% কম মান পেলেন? এই পার্থক্য বাতাসের চাপ বা ঘনত্বের পরিমাপগত সুক্ষ্মতার অভাবের জন্য হতে পারে না। স্বাভাবতই আপনাদের মনে হবে যে, নিউটনের সূত্রে নিশ্চয়ই কোনও তত্ত্বগত ত্রুটি আছে। ফরাসী গণিতবিদ লাপ্লাস নিউটনের সূত্রের সংশোধনের প্রস্থাব করেন। তিনি এই যুক্তি দেন যে, যখন শব্দতরঙ্গ একটি মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে যায় তখন মাধ্যমের কণাগুলি খুব দ্রুত আন্দোলিত হয়। মাধ্যমের ঘনীভবন ও তনুভবন; উভয়েই ঘটে রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায়। ফলে ঘনীভবনের স্থানগুলি গরম হয়ে ওঠে এবং তনুভবনের স্থানগুলি ঠাণ্ডা হয়। এর অর্থ শব্দতরঙ্গ বাতাসের যে অংশ দিয়ে প্রবাহিত হয় সেই স্থানে উষ্ণতার পরিবর্তন ঘটে।

রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ার জন্য আদর্শ গ্যাস বয়েলের সূত্র না মেনে Pv^{γ} = ধ্রুবক, এই সূত্রটি মেনে চলে। এখানে নির্দিষ্ট গাসের ক্ষেত্রে একটি ধ্রুবক এবং এর মান স্থির চাপ ও স্থির আয়তনে গ্যাসের দুটি আপেক্ষিক তাপের অনুপাতের সমান।

P = ধ্রুবক সূত্র থেকে সুরু করে এবং এর সামান্য পরিবর্তনের জন্য আমরা লিখতে পারি,

অথবা,

$$0 = \text{[illegible]}$$

অতএব, 8.7a সমীকরণ থেকে শব্দের বেগ হবে $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ ...8.9

এক গ্রাম অণুগ্যাসের ক্ষেত্রে $\rho V = RT$, R = গ্যাস ধ্রুবক, T = পরম উষ্ণতা, V = আণবিক আয়তন,

M যদি আণবিক ভর হয় তাহলে $V =$ অর্থাৎ, $V = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ 8.9a

বাতাসের জন্য $\gamma = 1{\cdot}4$। কাজে কাজেই 8.9 থেকে পাবেন প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বাতাসে শব্দের বেগ 331ms^{-1}। পরীক্ষালব্ধ মানের সঙ্গে এই মানের মিল সুস্পষ্ট এবং এর দ্বারা লাপ্লাসের সংশোধনের যথার্থতা প্রমাণিত হয়।

8.9 ও 8.9a সূত্র আমাদের কাছে খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এই দুই সূত্র থেকে আমরা শব্দের বেগ চাপ, উষ্ণতা প্রভৃতির উপর কীভাবে নির্ভর করে তা বার করতে পারি।

চাপের প্রভাব : যে-কোন উষ্ণতায় একটি গ্যাসের ক্ষেত্রে = ধ্রুবক। অতএব, 8.9 সমীকরণ থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ চাপের উপর নির্ভরশীল নয়।

উষ্ণতার প্রভাব : কোনও গ্যাসের উষ্ণতা পরিবর্তিত হলে চাপ সমান থেকেও ঘনত্ব পরিবর্তিত হয়। উষ্ণতা বাড়লে আয়তন বাড়ে, সুতরাং ঘনত্ব কমে। উষ্ণতা কমলে ঘনত্ব বাড়ে। 8.9a সূত্র অনুযায়ী নির্দিষ্ট গ্যাসে শব্দের বেগ পরম উষ্ণতার বর্গমূলের সমানুপাতী। অর্থাৎ

শব্দের বেগ পরিমাপের পদ্ধতি আমাদের প্রতিরক্ষা বাহিনীতে বহুভাবে ব্যবহৃত হয়েছে। এর সাহায্যে প্রথম মহাযুদ্ধের সময় শত্রুপক্ষের কামানের অবস্থান নির্ণয় সম্ভব হয়েছিল। এই পদ্ধতির নাম শব্দের উৎস সন্ধান (Sound ranging)

(b) তরলে শব্দের প্রবাহ — তরলের আয়তন গুণাঙ্ক সাধারণত এত বেশি হয় যে, তরলকে প্রায় অসংনম্য (incompressible) বলে ধরা হয়। জলের জন্য $E = 2{\cdot}22 \times 10^9 \mathrm{Nm}^{-2}$ এবং $\quad = 10^3 \mathrm{kgm}^{-3}$। এই দুই মান থেকে 8,7a সূত্রের সাহায্যে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করলে পাওয়া যায় $\quad = 15000 ms^{-1}$। এই মানের সঙ্গে প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় বাতাসে শব্দের বেগের মানের তুলনা করুন। দেখা যাবে যে, যদিও বাতাস জল অপেক্ষা প্রায় সহস্র গুণ কম ঘন, তথাপি শব্দ বাতাসের থেকে জলে প্রায় 4 গুণ দ্রুত যায়। এর কারণে বাতাসের তুলনায় জলের অসংনম্যতা। জলের মধ্যে শব্দতরঙ্গের অধিক গতিবেগ এবং অন্য কয়েকটি কারণে, যেমন জলে শব্দের প্রতিরসণ, অল্প শোষণ ও বিক্ষেপণ, বাতাসের তুলনায় সমুদ্রের জলের মধ্য দিয়ে শব্দ প্রেরণ অনেক সুবিধাজনক। এ জন্যেই সমুদ্রে এক জাহাজ থেকে অন্য জাহাজে বার্তা পাঠাতে এবং শব্দের উৎসের সন্ধান করতে সোনার (SONAR = Sound Navigation and Ranging) ব্যবস্থা ব্যবহার করা হয়। এই ব্যবস্থায় উচ্চ কম্পাঙ্কের শব্দ সৃষ্টি করে সমুদ্রের জলের মধ্যে প্রেরণ করা হয় এবং প্রতিফলিত শব্দের দিক ও বিলম্বের পরিমাপ করে তার থেকে সমুদ্রের গভীরতা, মাছের ঝাঁক, ডুবোজাহাজ এমন কি শত্রুপক্ষের ছোঁড়া টর্পেডোর অবস্থান ও দূরত্ব নির্ণয় করা যায়।

প্রবাহীর ক্ষেত্রে আমরা 8.7a সমীকরণটিতে শব্দের বেগের কঠিন যে রাশিমালাটি পেয়েছি সেটি আমরা এবার একটি দণ্ডের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করব।

8.2.3 একটি কঠিন সুষম দণ্ডের মধ্যে তরঙ্গ

একটি কঠিন স্থিতিস্থাপক দণ্ডের ক্ষেত্রে পরিবর্তন কেবলমাত্র দৈর্ঘ্যেই হয়। দৈর্ঘ্যের প্রসারণ বা সঙ্কোচন ঘটলে প্রস্থে যথাক্রমে সঙ্কোচন ও প্রসারণ ঘটে, ফলে আয়তন প্রায় স্থির থাকে। কাজেই প্রবাহীর ক্ষেত্রে ব্যবহৃত আয়তন গুণাঙ্কের স্থানে এখানে আমরা নেব ইয়ং-গুণাঙ্ক অর্থাৎ $Y = \dfrac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ তাহলে 8.7 সমীকরণের পরিবর্তিত রূপ হবে

......8.10

এটিই দণ্ডের মধ্যে প্রবাহিত তরঙ্গের সমীকরণ। এর থেকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের গতিবেগ

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad ....8.10a$$

দেখা যাচ্ছে যে, v এর মান দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদের উপর নির্ভরশীল নয়।

অনুশীলনী - 2

একটি ইস্পাতের দণ্ডের ক্ষেত্রে $Y = 1{\cdot}95 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$ এবং $= 7800\text{kgm}^{-3}$ দণ্ডের মধ্যে শব্দের বেগ নির্ণয় করুন।

উপরের অনুশীলনীটি করলে আপনি দেখতে পাবেন যে, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ তরল কিংবা গ্যাস অপেক্ষা কঠিন পদার্থের দ্রুত প্রসারিত হয়। এই কারণে লম্বা লোহার নলের একপ্রান্তে আঘাত করলে তার শব্দ বায়ুবাহিত হয়ে আসার আগেই নলের ধাতুর মধ্য দিয়ে বাহিত হয়ে আসে এবং শ্রুতিগোচর হয়।

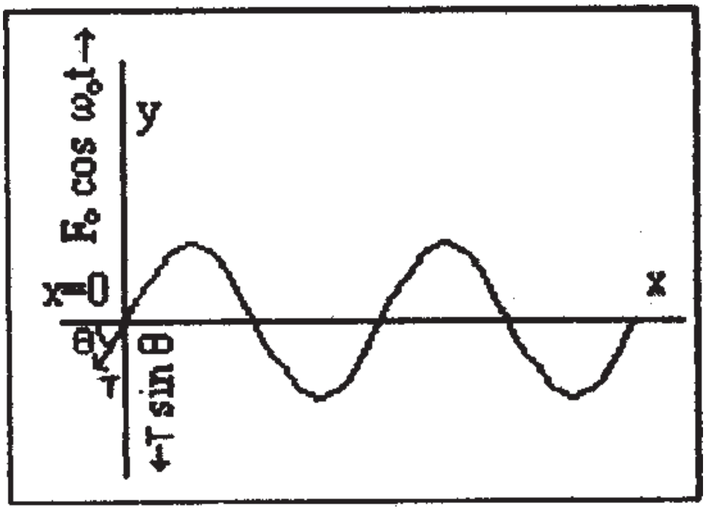
8.3 তরঙ্গপ্রবাহ এবং প্রতিরোধ (Impedance)

কোন মাধ্যমে যখন তরঙ্গের সৃষ্টি হয়, তখন মাধ্যমের বস্তুকণার তরঙ্গগতির ফলে উৎপন্ন বেগ ঐ তরঙ্গ উৎপাদনের জন্য প্রযুক্ত বলের সমানুপাতী হয়। আপনি হয়ত জানেন যে, বৈদ্যুতিক বর্তনীতে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করলে বর্তনীর মধ্যে পরবর্তী প্রবাহের সৃষ্টি হয়। এবং প্রযুক্ত তড়িচ্চালক বলও প্রবাহের অনুপাতকে বর্তনীর প্রতিরোধ (Impedance) বলা হয়। বৈদ্যুতিক বর্তনীর প্রতিরোধ বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহে কতটা বাধা দেয় তারই পরিমাপ। অনুরূপভাবে, তরঙ্গ উৎপাদনকারী বলও বস্তুকণার বেগের বিস্তারের অনুপাতকে তরঙ্গ প্রতিরোধ (wave impedance) বলা হয় এবং এই তরঙ্গ প্রতিরোধ মাধ্যমটি তরঙ্গ সঞ্চারণ কতটা বাধার সৃষ্টি করে তারই পরিমাপ। টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের এক্ষত্রে এই প্রতিরোধকে আমরা তারের বিশিষ্ট (characteristic) প্রতিরোধ বলি। অনুপ্রস্থ শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে এটি হয় মাধ্যমের শব্দ (acoustic) প্রতিরোধ।

প্রশ্ন উঠতে পারে, এই প্রতিরোধের সৃষ্টি হয় কেন? আসলে মাধ্যমের প্রতিটি বস্তুকণার গতি তার পরবর্তী বস্তুকণাকে প্রভাবিত করে। যে কণাটি অন্দোলিত হচ্ছে সেটি পরবর্তী কণাটিকে-গতিশীল করার জন্য সেটিতে শক্তি হস্তান্তর করে, আবার যে কণা স্থির আছে সেটি পরবর্তী কণার গতি মন্দিত করে। এইভাবে প্রতিটি কণা একটি পশ্চাৎকর্ষণ (drag) অনুভব করে। এই বলই প্রতিরোধের কারণ এবং এটি বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের সমমান।

আমরা এখন কতকগুলি বিশেষ উদাহরণ আলোচনা করব।

8.3.1 অনুপ্রস্থ তরঙ্গে টানা তারের প্রতিরোধ



চিত্র 8.3-দোলগতি বল $F = F_0\cos\ _0t$ প্রভাবে আন্দোলিত একটি তারের চিত্র

ধরুন, x অক্ষ বরাবর একটি টানা তারের $x = 0$ বিন্দুতে একটি দোলগতি বল $F = F_0 \cos\ _0t$ প্রয়োগ করে ঐ তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ সৃষ্টি করা হল (8.3 চিত্র) । যে কোনও সময় t তে x অবস্থানে তারের কণার সরণের সমীকরণ হবে।

$y(x, t) = a \sin(\ _0t - kx)$ ...8.11

এই সমীকরণটির সঙ্গে নিশ্চয়ই আপনার পরিচয় আছে।

ধরা যাক, তারের টান T। অতএব, $F_0 \cos\ _0t = -T\sin$

যেহেতু $x = 0$ বিন্দুতে তারের বস্তুকণার উপর লব্ধি বল শূন্য হবে

অতএব, $F_0 \cos\ _0t + T \sin\ _{x=0} = 0$

এর মান ক্ষুদ্র হলে ধরা যায় $\sin \approx \tan$

সেক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারি $F_0\cos\ _0t = -T\tan\ _{x=0}$ ...8.12

এই নতির (tan) মানটি $x = 0$ তে প্রযোজ্য।

8.11 সমীকরণের সাহায্যে আমরা এবং এর মধ্যে সম্বন্ধ পাই:

$$= -ka \cos(\ _0t - kx) \text{ এবং } = \ _0a \cos(\ _0t - kx)$$

অর্থাৎ,

এই মান 8.12 এ বসিয়ে আমরা পাই

$F_0 \cos \omega_0 t$ =

কিন্তু যেহেতু $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{x=0} = a \quad _0 \cos \quad _0 t.$

আমরা লিখতে পারি $F_0 \cos \quad _0 t = \quad a \quad _0 \cos \quad _0 t = \quad a \quad _0 \cos \quad _0 t$, যেখানে

যদি লেখা যায় $a\,\omega_0 = \quad _o$ যেখানে $\quad _o$ = তরঙ্গের বেগের বিস্তার (velocity amplitude)

তাহলে, $F_0 \cos \quad _0 t$ =

অথবা, F_0= কিংবা, ...8.13

উপরের সমীকরণটি প্রযুক্ত বলের বিস্তার এবং কণার অনুপ্রস্থ তরঙ্গের বেগের বিস্তারের অনুপাতকে তারের টান এবং কণার বেগের অনুপাত রূপে প্রকাশ করছে। এই সমীকরণ থেকে তারের বিশিষ্ট প্রতিরোধ পাওয়া যায়। Z এর সংজ্ঞা অনুযায়ী

$$Z = \frac{\text{প্রযুক্ত বলের বিস্তার } (F_0)}{\text{ধরঙ্গে তির্যগ বেগের বিস্তার } (V_0)}$$

8.13 সমীকরণ থেকে মান বসিয়ে

Z = ...8.14

8.7a সূত্র থেকে, যেখানে, m = তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর

সুতরাং, 8.14 সমীকরণকে আপনি লিখতে পারেন :

$$Z = \frac{T}{v} = \sqrt{Tm} \qquad ...8.15a$$

অথবা T কে অপসারণ করতে চাইলে

$$Z = \frac{mv^2}{v} = mv \qquad ...8.15b$$

8.15a সূত্র থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে, বিশিষ্ট প্রতিরোধ তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর এবং তারের টানের উপর নির্ভর করে। এর অর্থ এই যে, একটি সোনোমিটারের (Sonemeter) তারের প্রান্তে বিভিন্ন ভর চাপালে তার প্রতিরোধও বিভিন্ন হব। 8.15b সমীকরণ থেকে আর জানতে পারছি যে, Z তরঙ্গের বেগের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত বলে, Z মাধ্যমের জড়ত্ব এবং স্থিতিস্থাপকতার ওপরও নির্ভরশীল।

লক্ষ্য করুন প্রতিরোধ Z এর একক $Nm^{-1}s$ অথবা kgs^{-1}।

অনুশীলনী - 3

একটি তারকে 80N বলের সাহায্যে টেনে রাখা আছে। তারটির বিশিষ্ট প্রতিরোধ নির্ণয় করুন। তারের প্রতি মিটারের ভর 2g। এই তারে $25cms^{-1}$ বিস্তারের অনুপ্রস্থ বেগ সৃষ্টি করতে কত বিস্তারের বল লাগবে?

8.3.2 শব্দতরঙ্গে গ্যাসীয় মাধ্যমের প্রতিরোধ

গাসের ভিতর দিয়ে যখন শব্দতরঙ্গ প্রবাহিত হয়, তখন তরঙ্গের অতিরিক্ত চাপই অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বলের ভূমিকা গ্রহণ করে।

অতএব, শব্দপ্রতিরোধকে বলা যায়

$$Z = \frac{\text{শব্দতরঙ্গ জনিত অতিরিক্ত চাপ}}{\text{কনার গতিবেগ}} = \frac{\Delta p}{\partial\psi/\partial t} \qquad ...8.16$$

যখন একটি মাধ্যম দিয়ে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সঞ্চারিত হয়, তখন মাধ্যমে অনুভুত অতিরিক্ত চাপ

এখানে E = মাধ্যমের আয়তন গুণাঙ্ক। এই সম্পর্কটি আমরা 8.2.2. অংশে আগেই প্রতিষ্ঠিত করেছি।

কাজেই Z এর মান নির্ণয় করতে হলে আমাদের এবং ং উভয়ই নির্ণয় করতে হবে। তা করতে হলে আমাদের মনে রাখতে হবে যে, + x দিকে সঞ্চারিত অনুধৈর্ঘ্য-তরঙ্গের কণার সরণ

$$(x, t) = a\sin$$

x এবং t এর সাপেক্ষে অবকলন করলে

...8.17

এবং ...8.19

Δp এর রাশিমালার থেকে পাই,

...8.19

8.19 এবং 8.18-এর মান 8.16 এ বসিয়ে পাওয়া যায় শব্দ প্রতিরোধ

Z = ...8.20

এখানে v = তরঙ্গ বেগ।

উপরের সূত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে শব্দ প্রতিরোধের একক হল $Nm^{-3}s$(8.7a) অনুসারে আপনারা নিশ্চয় জানেন যে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ

যেখানে ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব।

অতএব, শব্দ প্রতিরোধকে এভাবেও প্রকাশ করা যায়:

Z = ...8.21

দেখা যাচ্ছে যে, শব্দ প্রতিরোধকে মাধ্যমের ঘনত্ব এবং তরঙ্গবেগের গুণফলরূপে প্রকাশ করা যায়। শব্দ প্রতিরোধের এককটি আপনি নির্ণয় করে দেখতে পারেন। এই এককটি হল $Nm^{-3}s$। এর পরে আপনারা উপরের লব্ধ ফলগুলি একটি তরঙ্গের প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত বিস্তার এবং শক্তির গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে ব্যবহার করবেন।

অনুশীলন - 4

প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বায়ুমাধ্যমের শব্দ প্রতিরোধ নির্ণয় করুন। দেওয়া আছে, $\rho = 1{\cdot}29kgm^{-3}$ এবং = $332ms^{-1}$। শব্দ প্রতিরোধের মান জল অথবা বাতাস, কোন্ মাধ্যমের ক্ষেত্রে বেশি হবে? আপনার উত্তরের কারণ লিখুন।

8.4 দ্বিমাত্রিক এবং ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ

আমরা এ পর্যন্ত টানা তারে সৃষ্ট একমাত্রিক তরঙ্গের কথা আলোচনা করেছি। সে ক্ষেত্রে তরঙ্গ তার বরাবর প্রবাহিত হয় এবং কণাগুলি অনুপ্রস্থভাবে আন্দোলিত হতে থাকে। কিন্তু সব বাদ্যযন্ত্র তারের তৈরি হয় না। আপনারা নিশ্চয়ই তবলা বাজানো দেখেছেন এবং শুনেছেন। যখন একটি তবলা অথবা একটি ঢাকের পর্দায় (membrane) সেই পর্দার তলের লম্ব বরাবর ঘা দেওয়া হয়, তখন পর্দার কণাগুলি প্রযুক্ত বলের অভিমুখে স্পন্দিত হতে থাকে। কিন্তু পর্দার টানের জন্য এই বিক্ষোভ সারা তলে ছড়িয়ে যায়। এর অর্থ, একটি প্রসারিত পর্দার (stretched membrane) উপরে যে তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তা দ্বিমাত্রিক। এই সব ক্ষেত্রে সরণ x, y এবং t এর অপেক্ষক হবে, অর্থাৎ $= (x, y,t)$। এখন আপনাদের মনে প্রশ্ন জাগতে পারে যে, দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের সমীকরণ কী রকম হবে? ভৌত কারণগুলি বিবেচনা করে আমরা অনায়াসে 8.4 সমীকরণকে একটি দ্বিমাত্রিক সমীকরণে পরিবর্তিত করতে পারি। x এবং y অক্ষ বরাবর বল যখন নিরপেক্ষভাবে কাজ করে, তখন প্রত্যেকের জন্যই সমীকরণে সদৃশ রাশি উপস্থিত থাকবে। অতএব, 8.4 সমীকরণকে সংযোজন ও পরিবর্তন করে লিখতে পারি,

$$(x, y, t) = \qquad (x, y, t) \qquad ...8.22$$

উপরোক্ত সমীকরণের সমাধান হচ্ছে,

$$(x, y, t) = a\sin({}_0 t - k\cdot r), \text{ যেখানে} \qquad ...8.23$$

$$= \qquad \text{এবং } r^2 = x^2+y^2$$

আপনার মনে হতে পারে যে, শব্দ এবং আলোকতরঙ্গ একটি উৎস থেকে দ্বিমাত্রিক তলে ব্যাসার্ধ বরাবর (radially) ছড়িয়ে পড়ে না। এগুলি আসলে ত্রিমাত্রিক তলে সঞ্চারিত হয়। ভূকম্প তরঙ্গ অথবা কোনও স্থিতিস্থাপক কঠিন পদার্থের মধ্যে সঞ্চারিত ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের বর্ণনা কী করে দেওয়া যায়? আমাদের দ্বিমাত্রিক তরঙ্গের সমীকরণের সম্প্রসারণ করে ত্রিমাত্রিক সমীকরণে যেতে হয়। এ কাজটি আপনার জন্য একটি অনুশীলনী হিসাবে রইল।

অনুশীলনী - 5

8.22 সমীকরণটিকে ত্রিমাত্রিক সমীকরণে রূপান্তরিত করুন।

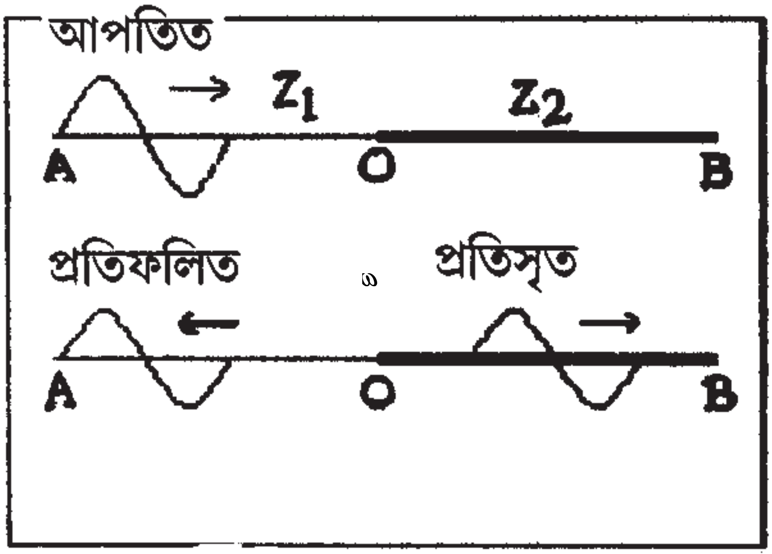
এবার আমরা তরঙ্গের কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্মের কথা আলোচনা করব। আলোকতরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণের ঘটনা আপনাদের কাছে নিশ্চয়ই অতি পরিচিত। শব্দতরঙ্গের প্রতিফলনের ফলে উৎপন্ন প্রতিধ্বনিও আপনাদের কাছে অপরিচিত নয়। কাজেই সাধারণভাবে তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ সম্বন্ধে আপনি নিশ্চয়ই জানতে চাইবেন। আসুন, প্রতিফলন ও প্রতিসরণের বিষয়গুলি আমরা গাণিতিকভাবে দেখার চেষ্টা করি।

8.5 প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত (transmitted) তরঙ্গ বিস্তারের গুণাঙ্ক

একটি তরঙ্গ যখন দুটি বিভিন্ন মাধ্যমের বিভেদতলে আঘাত করে, তখন এর কিছুটা অংশ প্রতিফলিত হয় এবং কিছু অংশ প্রতিসৃত হয়। বিভিন্ন মাধ্যম তাদের মধ্যে প্রবাহিত তরঙ্গে বিভিন্ন প্রতিরোধ সৃষ্টি করে। এখন আমরা দেখব যে, দুটি মাধ্যমের বিভেদতলে প্রতিরোধের হঠাৎ পরিবর্তনের ফলে তরঙ্গের কিরূপ পরিবর্তন হয়। এজন্য প্রথমে আমরা অনুপ্রস্থ তরঙ্গের কথা আলোচনা করব।

8.5.1 অনুপ্রস্থ তরঙ্গ

একটি সরু তার AO এবং আর একটি মোটা তার OB কে O বিন্দুতে জুড়ে টান করে রাখা হল। দুটি তারের টানই (T) এখন সমান। ধরা যাক, তার দুটির বিশিষ্ট প্রতিরোধ Z_1 এবং Z_2



চিত্র 8.4 - প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ভিন্ন ভরযুক্ত দুটি বিভিন্ন তারের মধ্যে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ।

ধরুন, একটি তরঙ্গ x অক্ষ বরাবর অগ্রসর হয়ে O বিন্দুতে আংশিক প্রতিফলিত এবং আংশিক প্রতিসৃত হল। আপতিত, প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের সরণ এইভাবে লেখা যায়,

$$y_i(x, t) = a_i \sin(\;_0 t - k_1 x) \qquad ...8.24$$

$$y_i(x, t) = a_r \sin(\;_0 t + k_1 x) \qquad ...8.25$$

এবং $$y_t(x, t) = a_t \sin(\;_0 t - k_2 x) \qquad ...8.26$$

যেখানে সরণ এবং বিস্তারের পদাঙ্ক (Subscripts) i, r এবং t আপতিত প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গ বোঝায়। আপনারা নিশ্চয় লক্ষ্য করে থাকবেন যে, এই তরঙ্গগুলির কৌণিক কম্পাঙ্ক সমান রয়েছে। এছাড়া আপতিত এবং প্রতিফলিত তরঙ্গের সঞ্চরণ ধ্রুবক (propagation constant) একই, কিন্তু প্রতিসৃত তরঙ্গের ক্ষেত্রে এটি আলাদা। আপনি কি এর কারণ বোঝার চেষ্টা করেছেন? এর কারণ হচ্ছে যে, মাধ্যমের পরিবর্তন হলেই তরঙ্গের বেগের ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে। আপনি নিশ্চয় আরও লক্ষ্য করেছেন যে, প্রতিফলিত তরঙ্গের ক্ষেত্রে আমরা k_1x এর আগে ধনাত্মক চিহ্ন দিয়েছি। এর কারণ, এই তরঙ্গটি x এর ঋণাত্মক দিকে অগ্রসর হচ্ছে।

প্রতিফলন ও প্রতিসরণ গুণাঙ্কের প্রকৃত অর্থ বুঝতে হলে আমাদের সীমান্ত শর্তাবলী (boundary conditions) ব্যবহার করতে হবে।

দুই মাধ্যমের সংযোগস্থলে প্রথম মাধ্যমে কণার মোট সরণ এবং টানের অনুপ্রস্থ উপাংশের মোট মান যথাক্রমে দ্বিতীয় মাধ্যমের কণার মোট সরণ ও টানের অনুপ্রস্থ উপাংশের সমান হবে। যেহেতু আপতনের দিকের মাধ্যমে আপতিত ও প্রতিফলিত এই দুই তরঙ্গ এবং অন্য দিকের মাধ্যমে কেবলমাত্র প্রতিসৃত তরঙ্গ আছে, এক্ষেত্রে সীমান্ত শর্তগুলি হল:

দুই মাধ্যমের সংযোগস্থলে, অর্থাৎ $x = 0$ বিন্দুতে

1. আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গের সরণের যোগফল = প্রতিসৃত তরঙ্গের সরণ,

2. আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গের টানের অনুপ্রস্থ উপাংশগুলির যোগফল = প্রতিসৃত তরঙ্গের টানের অনুপ্রস্থ উপাংশ।

এই দুটি শর্ত থেকে পাই,

$$y_i(x, t)\ _{x=0} + y_r(x, t)\ _{x=0}\ y_t(x, t)\ _{x=0} \qquad ...8.27$$

এবং ...8.28

সমীকরণ 8.24, 8.25, 8.26 ব্যবহার করে 8.27 শর্ত থেকে পাওয়া যায়,

$$a_i\sin\ _0t + a_r\sin\ _0t = a_t\sin\ _0t$$

অথবা $$a_i + a_r = a_t \qquad ...8.29$$

আবার 8.28 শর্ত ব্যবহার করে পাবেন,

$$a_ik_1T\cos\ t - a_rk_1T\cos\ t = a_rk_2T\cos\ t$$

অথবা $$k_1T(a_i - a_r) = k_2Ta_t \qquad ...8.30$$

আমরা জানি যে,

$$k_1\ T = \qquad\qquad \text{(8.15a সমীকরণ অনুযায়ী)}$$

এখানে Z_1 = প্রথম মাধ্যমের প্রতিরোধ। একইভাবে আমরা লিখতে পারি

$k_2T = 2\pi \quad Z_2$ যেখানে Z_2 দ্বিতীয় মাধ্যম কর্তৃক প্রদত্ত প্রতিরোধ

এই ফলগুলি ব্যবহার করে আমরা সমীকরণ 8.30 - কে লিখতে পারি,

$$2 \quad Z_1(a_i - a_r) = 2 \quad Z_2 a_t$$

অথবা $$Z_1(a_i - a_r) = Z_2 a_t \qquad ...8.31$$

(8.29) এবং (8.31) সমীকরণ থেকে আপনি সহজেই এবং অনুপাত নির্ণয় করতে পারেন। এই অনুপাতগুলি থেকে আমরা আপতিত বিস্তারের কতটা অংশ প্রতিফলিত হচ্ছে আর কতটা অংশ প্রতিসৃত হচ্ছে তার মান জানতে পারি। এই অনুপাতগুলিকে বলা হয় প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের (transmission) বিস্তার গুণাঙ্ক। আমরা এ দুটিকে R_{12} এবং T_{12} দ্বারা প্রকাশ করব:

$$R_{12} = \qquad ...8.32$$

এবং $$T_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \qquad ...8.33$$

আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, প্রতিফলন ও প্রতিসরণ বিস্তার গুণাঙ্ক মাধ্যম দুটির প্রতিরোধের উপর নির্ভর করে।

এখন 8.32 এবং 8.33 সমীকরণগুলি থেকে প্রাপ্ত ফলগুলির অর্থ নির্ণয়ের চেষ্টা করা যাক।

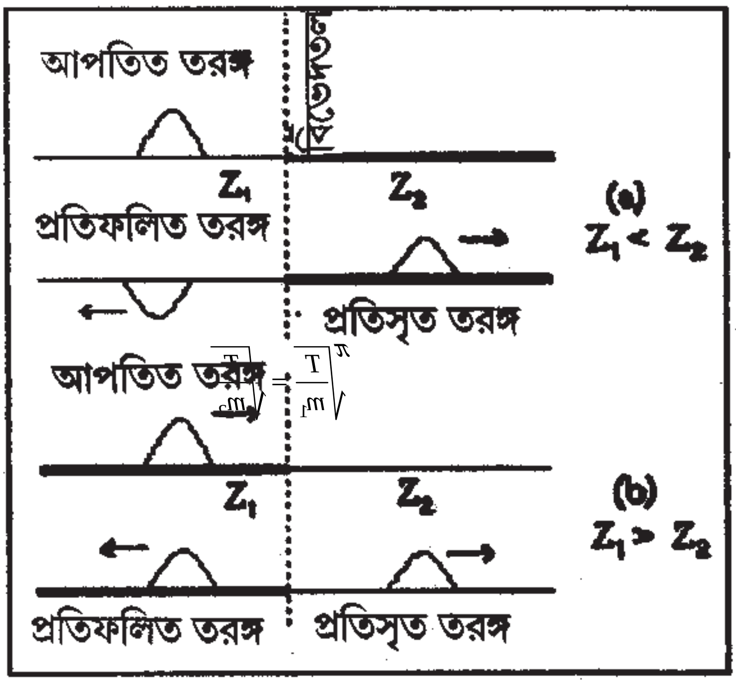
(i) মনে করা যাক, তারটির একপ্রান্ত দেওয়ালে আটকানো আছে। এরঅর্থ হল, দ্বিতীয় মাধ্যমটি অত্যন্ত ভারী অর্থাৎ $Z_2 = \infty$। এক্ষেত্রে $R_{12} = -1$ এবং $T_{12} = 0$। ফলস্বরূপ আমরা লিখতে পারি, $a_r = -a_i$ এবং $a_t = 0$ অর্থাৎ, প্রতিফলিত এবং আপতিত বিস্তারের মান একই কিন্তু চিহ্ন বিপরীত এবং প্রতিসৃত কোনও তরঙ্গ নেই। এর অর্থ, আপতিত তরঙ্গ অত্যন্ত ঘন মাধ্যম থেকে প্রতিফলিত হলে দশার পরিবর্তন হয়।

(ii) যখন $Z_2 > Z_1$ অর্থাৎ, দ্বিতীয় তার মাধ্যমটি ঘনতর, R_{12} তখনও ঋণাত্মক হবে। এর অর্থ, এক্ষেত্রেও প্রতিফলনের পরে দশা পরিবর্তন হবে। তবে এখানে আপতিত তরঙ্গ অংশত প্রতিফলিত এবং অংশত প্রতিসৃত হবে।

(iii) যখন $Z_2 < Z_1$, R_{12} ধনাত্মক অর্থাৎ, এক্ষেত্রে প্রতিফলনের পরে দশার কোনও পরিবর্তন হয় না। এক্ষেত্রেও তরঙ্গ প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত হয়।

(iv) যখন $Z_1 = Z_2$, $R_{12} = 0$ অর্থাৎ কোনও প্রতিফলন ঘটে না। এক্ষেত্রে $T_{12} = 1$ এবং $a_i = a_t$ এর অর্থ এই যে, প্রতিসৃত তরঙ্গের বিস্তার আপতিত তরঙ্গের বিস্তারের সমান। তরঙ্গটি এক্ষেত্রে দুই মাধ্যমের সীমান্তের অস্তিত্ব অনুভব করতে পারে না।

(i), (ii), (iii) থেকে এটি সুস্পষ্ট হচ্ছে যে, কম প্রতিরোধযুক্ত একটি মাধ্যমে প্রবাহী তরঙ্গ উচ্চ প্রতিরোধযুক্ত কোনও মাধ্যমের (বাতাস থেকে জল) বিভেদতল পৌঁছলে প্রতিফলিত তরঙ্গের দশার পরিবর্তন ঘটে। কিন্তু উচ্চ প্রতিরোধযুক্ত মাধ্যমে প্রবাহী তরঙ্গ যখন কম প্রতিরোধযুক্ত কোনও মাধ্যমের বিভেদ তলে পৌঁছায় (জল থেকে বাতাস) তখন প্রতিফলিত তরঙ্গের কোনও দশার পরিবর্তন হয় না। আপনারা নিশ্চয় লক্ষ্য করেছেন যে, T_{12} সমসময় ধনাত্মক থাকছে। অর্থাৎ, কোন সময়েই আপতিত তরলের তুলনায় প্রতিসৃত তরঙ্গের দশার পরিবর্তন হয় না। চিত্র (8.5) এ এই ফলগুলি প্রতিফলিত হয়েছে।



চিত্র 8.5 - প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত তরঙ্গের রূপ যখন (a) তরঙ্গ কম প্রতিরোধযুক্ত মাধ্যম থেকে উচ্চপ্রতিরোধযুক্ত মাধ্যমে যাচ্ছে এবং (b) যখন বিপরীত ঘটনা ঘটছে।

8.14 সমীকরণে আপনি দেখেছেন যে, একটি নির্দিষ্ট টানে কম প্রতিরোধযুক্ত মাধ্যমে তরঙ্গবেগ বেশি হবে। চতুর্থ ক্ষেত্রে, যখন $Z_1 = Z_2$ যদি দুইটি তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর m_1 ও m_2 হয়, তবে বা $m_1 = m_2$ । এক্ষেত্রে তার দুইটি হয় একই উপাদান ও প্রস্থচ্ছেদের অথবা আলাদা উপাদানের হলেও তাদের

ঘনত্ব ও প্রস্থচ্ছেদের এমন যে একক দৈর্ঘ্যের ভর সমান। এই অবস্থায় দুটি তারের কোনও বিভেদতলই থাকে না, ফলে প্রতিফলনও হয় না।

অনুশীলনী - 6

দুটি তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর m এবং $4m$। এই দুটি তারকে একসঙ্গে জুড়ে তাদের উপর T টান প্রয়োগ করা হল। ঐ তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রতিফলন ও প্রতিসরণ বিস্তার গুণাঙ্ক নির্ণয় করুন।

8.5.2 অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ

অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের আলোচনায় আমরা অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে যে উপায় ব্যবহার করেছি সেই একই পদ্ধতি অনুসরণ করব। ধরা যাক, দুটি মাধ্যম যাদের শব্দ প্রতিরোধ Z_1 এবং Z_2, তাদের বিভেদতলে ($x = 0$) একটি শব্দতরঙ্গ লম্বভাবে আপতিত হল। অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রের মত আমরা আপতিত প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের কণার সরণ 8.24, 8.25 এবং 8.26 সমীকরণের মত তিনটি সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করতে পারি:

$$\psi_i (x, t) = a_i \sin(\ _0 t - k_1 x) \qquad ...8.34$$

$$_r(x, t) = a_r \sin(\ _0 t - k_1 x) \qquad ...8.35$$

এবং
$$_t(x, t) = a_t \sin(\ _0 t - k_2 x) \qquad ...8.36$$

এক্ষেত্রে সীমান্ত শর্তাবলী হবে, $\frac{\psi 6}{x6}$

(i) কণার সরণ $_1(x, t)$ সীমান্তে অবিচ্ছিন্ন (continuous) অর্থাৎ, দুই মাধ্যমের বিভেদতলে ($x = 0$) ঠিক দুই দিকে সরণের মোট মান সমান হয়।

(ii) দুই মাধ্যমের বিভেদতলে ঠিক দুইদিকের মোট অতিরিক্ত চাপও সমান হয়।

প্রথম শর্তের অর্থ হল :

$a_i + a_r = a_t$

8.2.2 অংশ আপনি দেখেছেন যে, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে , যেখানে E = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক। আসলে $E = \gamma p_0$ যেখানে এবং p_0 = সাম্যাবস্থার চাপ (Equilibrium pressure) দ্বিতীয় শর্ত থেকে পাই যে,

$$-\gamma\rho_0 \frac{\partial \psi_i}{\partial x} - \gamma\rho_0 \frac{\partial \psi_r}{\partial x} = -\gamma\rho_0 \frac{\partial \psi_t}{\partial x}$$

অর্থাৎ, $\frac{\partial \psi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_r}{\partial x} = \frac{\partial \psi_t}{\partial x}$ ...8.38

(8.38) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$-\ a_i k_1 \cos\ _0 t\ +\ a_r k_1 \cos\ _0 t\ =\ -\ a_t k_2 \cos\ _0 t$

অথবা, $k_1(a_i - a_r) = k_2 a_t$ ...8.39

আমরা জানি, $k_1 =$

দিয়ে গুণ এবং ভাগ করে $k_1 =$

(যেহেতু $Z_1 = \rho_1 v_1$ এবং)

একইভাবে আপনি দেখাতে পারেন যে,

$$k_2 = \frac{\omega_0 Z_2}{\gamma \rho_0}$$

8.39 সমীকরণে এই ফল ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$\frac{\omega_0 Z_1}{\gamma \rho_0}(a_i - a_r) = \frac{\omega_0 Z_2}{\gamma \rho_0} a_t$$

অর্থাৎ $Z_1\ (a_i - a_r) = Z_2 a_1$ ...8.40

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে, 8.37 ও 8.40 সমীকরণ দুটি তারের অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে আমরা যে 8.29 ও 8.31 সমীকরণ দুটি পেয়েছিলাম, সেগুলির অনুরূপ। সুতরাং, সেগুলির সাহায্যে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে 8.32 ও 8.33 সমীকরণদ্বয়ের অনুরূপ সম্পর্ক

$$R_{12} = \frac{a_r}{a_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \text{ ও } T_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

পাওয়া যাবে। এক্ষেত্রে R_{12} ও T_{12} অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রতিফলন ও প্রতিসরণ বিস্তার গুণাঙ্ক।

8.6 প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত শক্তির গুণাঙ্ক

আমরা জানি যে, চলতরঙ্গ মাধ্যমের এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে শক্তি স্থানান্তরিত করে। এই তরঙ্গ যখন ভিন্ন প্রতিরোধের দুই মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত হয়, তখন এই শক্তির কী হয় তা দেখাই এখন আমাদের

উদ্দেশ্য।

আপনারা জানেন যে, যখন প্রতি একক দৈর্ঘ্যে m ভর যুক্ত একটি তার a বিস্তার এবং ω_0 কৌণিক কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হয় তখন তার একক দৈর্ঘ্য পিছু শক্তি

$$E = \quad ma^2 \;\; {}_0^2 \qquad ...8.41$$

মনে করা যাক, তরঙ্গ বেগে সঞ্চারিত হচ্ছে। তাহলে যে হারে তারের মধ্যে দিয়ে শক্তি প্রবাহিত হচ্ছে তা পেতে গেলে আমাদের শক্তির রাশিমালাকে (expression) বেগ দিয়ে গুণ করতে হবে। সুতরাং আপতিত তরঙ্গের সঙ্গে যে হারে শক্তি বিভেদ তলে এসে পড়ে তাকে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারি।

$$_i = \quad m_1 a_i^2 \;\; {}_0^2 \;\; = \quad \mathrm{Z}_1 \;\; {}_0^2 a_i^2 \qquad ...8.42$$

[সূত্র 8.15b তে দেখানো হয়েছে যে Z = mv]

একই ভাবে, যে হারে শক্তি প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের সঙ্গে বিভেদতল ছেড়ে যায়, সেগুলি যথাক্রমে

$$P_r = \quad \mathrm{Z}_1 \;\; {}_0^2 a_r^2 \qquad ...8.43$$

এবং $P_t = \quad Z_2 \;\; {}_0^2 a_t^2$ ...8.44

আমরা আগেই দেখেছি $a_r = a_i \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)$ এবং $a_t = a_i \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$ এই সম্পর্কগুলি ব্যবহার করে পাওয়া যায় :

$$P_r = \frac{1}{2} Z_1 \;\; {}_0^2 \qquad a_i^2 \qquad ...8.45$$

এবং $P_t = \quad Z_2 \;\; {}_0^2 \qquad a_i^2$ ...8.46

উপরের ফলগুলি প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত শক্তির গুণাঙ্ক $\mathrm{R_E}$ ও $\mathrm{T_E}$ নির্ণয়ে ব্যবহার করা যায়।

$$R_E = \frac{\text{মাধ্যমের বিভেদতল প্রতিফলিত শক্তির হার}}{\text{মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত শক্তির হার}} = \qquad ...8.47$$

$$T_E = \frac{\text{মাধ্যমের বিভেদতল প্রতিসৃত শক্তির হার}}{\text{মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত শক্তির হার}} = \qquad ...8.48$$

সমীকরণ 8.47 থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে $Z_1 = Z_2$ হলে $R_E = 0$; এর অর্থ, যখন প্রতিরোধ মিলন (impedance matching) হয়, তখন কোন, শক্তি প্রতিফলিত হয় না। শক্তি পরিবহনের ক্ষেত্রে এই প্রতিরোধ মিলন অত্যন্ত গুরুভূমিকা পালন করে। শক্তি পরিবহনকারী দীর্ঘ কেব্‌ল্‌ - এ প্রত্যেকটি জোড়ের) জায়গায় এই প্রতিরোধ মিলন অত্যন্ত জরুরী, না হলে প্রতিফলনের ফলে বহু পরিমাণ শক্তির ক্ষয় ঘটতে পারে। একটি লাউড স্পিকার থেকে কোনও ঘরের মধ্যে শব্দ ছড়িয়ে দেওয়ার জন্যও প্রতিরোধ মিলন প্রয়োজন।

অনুশীলনী - 7

বিশিষ্ট প্রতিরোধ Z_1 এবং Z_2 যুক্ত দুইটি মাধ্যমের বিভেদতলে একটি অনুপ্রস্থ তরঙ্গ আপতিত হলে দেখান যে শক্তি সংরক্ষিত হয়।

অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে শক্তির হস্তান্তরের হিসাবে সচারচর তরঙ্গের তীব্রতা ব্যবহার করা হয়। গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের তীব্রতা:

$$I = \frac{1}{2}\ a^2\ {}_0^2$$

$$= 2\ ^2\ ^2 a^2 Z \qquad \text{[তরঙ্গ প্রবাহের গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে]} \qquad ...8.49$$

যেখানে মাধ্যমের শব্দ প্রতিরোধ, [illegible] (সূত্র 8.21)

অতএব, আপতিত, প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের প্রাবল্য হয়ে যথাক্রমে

$$I_i = 2\ ^2\ ^2\ a_i^2 Z_1 \qquad ...8.50$$

$$I_r = 2\ ^2\ ^2\ a_r^2 Z_1 \qquad ...8.51$$

$$I_t = 2\ ^2\ ^2\ a_r^2 Z_2 \qquad ...8.52$$

এই তিনটি সমীকরণে ব্যবহার করে দেখানো যায় যে প্রতিফলিত শক্তির গুণাঙ্ক :

$$R_E = \qquad ...8.53$$

এবং প্রতিসৃত শক্তির গুণাঙ্ক :

$$T_E = \qquad ...8.54$$

লক্ষ্য করে দেখুন, অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রেও আমরা একই সমীকরণ পেয়েছিলাম।

অনুশীলনী - 8

জল এবং কাচের বিভেদতলে শব্দতরঙ্গ আপতিত হলে দেখান যে, 66% শক্তি প্রতিফলিত হবে। জল এবং কাচের শব্দ প্রতিরোধ যথাক্রমে $1{\cdot}43 \times 10^6$ Nm^{-3}s এবং $13{\cdot}9 \times 10^6$ Nm^{-3}s

8.7 সারাংশ

এই এককে আমরা একমাত্রিক চলতরঙ্গ হিসাবে টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ এবং স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের কথা বিবেচনা করেছি।

● একটি তারের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত একমাত্রিক অনুপ্রস্থ তরঙ্গকে নিচের সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করা যায়—

$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}$ যেখানে $\psi(x,\ t)$ হচ্ছে তারটির সরণ এবং তরঙ্গবেগ।

● টানা তারে সৃষ্ট তরঙ্গের বেগ যেখানে T = তারের টান এবং m = একক দৈর্ঘ্যের ভর।

স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ যেখানে E = মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক এবং = মাধ্যমের ঘনত্ব। বাতাসে শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের প্রসারণ ও অনুভবন রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়ায় ঘটে। এই তরঙ্গের বেগ—

= স্থির চাপ ও স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপদ্বয়ের অনুপাত। কঠিন পদার্থের দণ্ডে প্রবাহিত শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে

যেখানে Y = মাধ্যমের ইয়ং গুণাঙ্ক।

● যখন একটি তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্যে অগ্রসর হয়, তখন মাধ্যম তাকে বাধা দেয়। তরঙ্গপথের এই বাধাকে তরঙ্গ প্রতিরোধ বলা হয়। টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের বিশিষ্ট প্রতিরোধের মান

Z =

স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে শব্দতরঙ্গের বিশিষ্ট প্রতিরোধের মান:

$Z =$

- দ্বিমাত্রিক তরঙ্গ প্রবাহের সমীকরণ :

এই সমীকরণের সমাধান:

$$\Psi\ (r,\ t) = a\sin(\ \ _0t - k.r)$$

এখানে $\quad k.r = k_x x + k_y y$ এবং $k^2 = k_x^2 + k_y^2$

- একটি মাধ্যমের মধ্যে প্রবাহিত তরঙ্গ যখন অন্য প্রতিরোধ সম্পন্ন একটি দ্বিতীয় মাধ্যমের বিভেদতলে আপতিত হয়, তখন তার কিছু অংশ প্রতিফলিত এবং কিছু অংশ প্রতিসৃত হয়। এই প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত বিস্তার গুণাঙ্ক হচ্ছে যথাক্রমে—

$$R_{12} = \text{[illegible]} \quad \text{এবং} \quad T_{12} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

- নিম্ন প্রতিরোধযুক্ত মাধ্যম থেকে প্রবাহিত একটি তরঙ্গ যখন উচ্চ প্রতিরোধযুক্ত একটি মাধ্যমতলে প্রতিফলিত হয় তখন প্রতিফলিত তরঙ্গের π দশা পরিবর্তন ঘটে।

8.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. 500Hz কম্পনযুক্ত একটি সুরের ঘরের উষ্ণতায় ($15°c$) তরঙ্গদৈর্ঘ্য 70m। প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বাতাসের ঘনত্ব 1.29kgm^{-3} হলে γ-এর মান নির্ণয় করুন।

2. ভূকম্পের ফলে একটি অনুদৈর্ঘ্য বিক্ষোভ 2.5 মিনিটে 10^3km গেল। যদি পাথরের (rock) ঘনত্ব $2{\cdot}7 \times 10^3\text{kgm}^{-3}$ হয়, তাহলে পাথরের আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক নির্ণয় করুন।

3. বাতাসে প্রবাহিত একটি শব্দতরঙ্গ লম্বভাবে জলপৃষ্ঠে আঘাত করল। দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রবিষ্ট শব্দতরঙ্গে বিস্তার এবং আপতিত তরঙ্গের বিস্তারের অনুপাত নির্ণয় করুন। দেওয়া আছে, বাতাসের ঘনত্ব

$1{\cdot}29 kgm^{-3}$, জলের ঘনত্ব $1000 kgm^{-3}$ এবং বাতাসে ও জলে শব্দের বেগ যথাক্রমে $350 ms^{-1}$ এবং $1500 ms^{-1}$।

4. একটি টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন এবং তার থেকে ঐ তরঙ্গের বেগের রাশিমালাটিকে লিখুন।

5. দেখান যে, প্রবাহীতে অনুদৈর্ঘ্য শব্দতরঙ্গের সমীকরণ : যেখানে ψ = প্রবাহীর বস্তুকণার সরণ, E = আয়তন গুণাঙ্ক ও = ঘনত্ব। এই সমীকরণ থেকে বায়ুতে শব্দতরঙ্গের বেগের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

6. উপরের প্রশ্নের সমীকরণটি একটি সুষম ধাতব দণ্ডের ক্ষেত্রে কীভাবে লেখা যাবে?

7. মাধ্যমের তরঙ্গ-প্রতিরোধ কাকে বলে? টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গ এবং স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে শব্দতরঙ্গ—এই দুই ক্ষেত্রে তরঙ্গ প্রতিরোধের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

8. একটি তরঙ্গ যখন এক মাধ্যম থেকে অন্য একটি মাধ্যমের উপর আপতিত হয়, তখন প্রতিফলন ও প্রতিসরণ গুণাঙ্ক মান কত হয়, দুই মাধ্যমের প্রতিরোধের হিসাবে নির্ণয় করুন।

8.9 উত্তরমালা

অনুশীলনী

1, অমরা জানি যে, টানা তারে তরঙ্গ বেগ,

। T ও m মান বসিয়ে পাওয়া যায় $v = \sqrt{\dfrac{10N}{10^{-3}\text{kgm}^{-1}}} = 100 ms^{-1}$

2. আমরা জানি, $v = \sqrt{\dfrac{Y}{\rho}}$

মান বসিয়ে $v = \sqrt{\dfrac{1{\cdot}95\times10^{11}\text{Nm}^{-2}}{7800\text{kgm}^{-1}}} = 5 \times 10^3 ms^{-1}$

3. $m = 2{\cdot}0 \times 10^{-3} kgm^{-1}$, $T = 80N$

(8.15a) সমীকরণ থেকে, $Z = \sqrt{Tm}$

মান বসিয়ে $Z =$

$= 0{\cdot}4 Nm^{-1}s$

$F_0 = Z \times \upsilon_0 = 0{\cdot}4 \times 0{\cdot}25 = 0{\cdot}1$ N

4. 8.21 সমীকরণ অনুসারে,

$Z = \rho$

$Z = (1{\cdot}29 kgm^{-3}) \times (332 ms^{-1})$

$= (4{\cdot}28 \times 10^2) kgm^{-2}s^{-1}$

$= 428 Nm^{-3}s$

জলের শব্দ প্রতিরোধ বেশি হবে। কেননা, প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে জলের ঘনত্ব বাতাসের তুলনায় প্রায় 800 গুণ বেশি। জলে শব্দের বেগও বাতাসে শব্দের বেগের প্রায় 5 গুণ।

5. ত্রিমাত্রিক তরঙ্গে বল x, y এবং z অক্ষ বরাবর নিরপেক্ষভাবে কাজ করবে।

সমীকরণটি হবে

যেখানে, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

এবং,

6. প্রতিরোধ, টান এবং প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভরের মধ্যে সম্পর্ক নিম্নরূপ :

$Z =$ তার দুটির জন্য সম্পর্ক হলে $Z_1 =$ এবং $Z_2 =$

সমীকরণ 8.32 এবং 8.33 অনুসারে,

R_{12} = এবং $T_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 - Z_2}$

$\therefore R_{12}$ =

এবং $T_{12} = \frac{a_t}{a_i} = \frac{2\,Z_1/Z_2}{Z_1/Z_2 + 1} = \frac{2}{3}$

R_{12} ঋণাত্মক হওয়ার অর্থ হল যে দুই মাধ্যমের বিভেদতলে π দশার পরিবর্তন হয়েছে।

7. 8.42 সমীকরণ থেকে পাই, যে হারে শক্তি দুই মাধ্যমের বিভেদতলে পৌঁছয় তা হচ্ছে,

$P_i = \quad Z_1 \quad {}_0^2 \; a_i^2$

এবং যে হারে প্রতিফলিত এবং প্রতিসৃত তরঙ্গের সঙ্গে শক্তি দুই মাধ্যমের বিভেদতলে ছেড়ে যায়, তা হল :

$P_r + P_t = \quad Z_1 \quad {}_0^2 a_r^2 + \quad Z_2 \quad {}_0^2 a_t^2$

a_r এবং a_t র মান :

$a_i + a_r = a_t$ এবং $Z_1(a_i - a_r) = Z_2 a_t$

থেকে বসিয়ে

$P_r + P_t = \quad Z_1 \quad {}_0^2 \qquad a_i + \quad Z_2 \quad {}_0^2$

$$= \frac{1}{2} Z_1 \omega_0^2 \left[\left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 + \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \right] a_i^2$$

$=$

$= \quad Z_1 \;\; {}_0{}^2 a_i^2 = P_i$

যেহেতু, যে হারে শক্তি বিভেদতলে পৌঁছাচ্ছে সেই হারেই বিভেদতল ছেড়ে যাচ্ছে, আমরা বলতে পারি যে, শক্তি সংরক্ষিত হচ্ছে।

8. প্রতিফলিত শক্তির গুণাঙ্ক হচ্ছে,

$R = \qquad = \qquad = \qquad = 0{\cdot}66$

এর অর্থ, যখন শব্দতরঙ্গ জল ও কাচের সংযোগস্থলে আঘাত করে তখন শক্তির 66% প্রতিফলিত হয়।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. আমরা জানি, আদর্শ [illegible] যেখানে পাদচিহ্নটি ঘরের অবস্থায় এবং o পাদচিহ্নটি প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় চাপ, আয়তন বা উষ্ণতা নির্দেশ করছে। যেহেতু আয়তন V ও ঘনত্ব ρ ব্যাস্তানুপাতী,

$\therefore \qquad = 1{\cdot}055{\cdot}$

আবার শব্দের বেগ v = $v \quad =$

$= (\;\;)^2 \;\div\; (\;\;)^{2\cdot}$

$=$ $\times\ 1{\cdot}29$ $(P_0 = 1{\cdot}013 \times 10^5\ Nm^{-2})$

$= 1{\cdot}48$

2. ভূকম্পন জনিত তরঙ্গের বেগ

$= 6{\cdot}7 \times 10^{-3}\mathrm{ms}^{-1}$

যেহেতু

আমরা লিখতে পারি $E = v^2$

মান বসিয়ে পাই

$E = (6{\cdot}7 \times 10^3\mathrm{ms}^{-1})^2 \times 2{\cdot}7 \times 10^3\mathrm{kgm}^{-3}$

$= 1{\cdot}2 \times 10^{11}\mathrm{Nm}^{-2}$

3. দেওয়া আছে

$_1 = 1{\cdot}29\mathrm{kgm}^{-3}$

$_2 = 1000\mathrm{kgm}^{-3}$

$_1 = 350\mathrm{ms}^{-1}$

$_2 = 1500\mathrm{ms}^{-1}$

যেহেতু শব্দতরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য, আমরা লিখতে পারি (8.33 থেকে)

যেহেতু $Z = \rho$, আমরা লিখতে পারি

$$= \frac{1{\cdot}29\text{kgm}^{-3} \times 350\text{ms}^{-1}}{1000\text{kgm}^{-3} \times 1500\text{ms}^{-1}}$$

$$= 3{\cdot}01 \times 10^{-4}$$

সুতরাং, $\frac{a_t}{a_i} = \frac{2\left(3{\cdot}01 \times 10^{-4}\right)}{1+\left(3{\cdot}01 \times 10^{-4}\right)} = 6{\cdot}02 \times 10^{-4}$

লক্ষ্য করুন যে, জলের প্রতিরোধ অনেক বেশি হওয়ায়, বাতাসের শব্দতরঙ্গের অতি অল্প অংশই জলের মধ্যে প্রবেশ করে।

4. এর উত্তর আপনি 8.2.1 অংশে পাবেন।

5. 8.2.2 অংশে এর উত্তরটি পাওয়া যাবে।

6. 8.2.3 অংশ দ্রষ্টব্য।

7. 8.3 অংশ দ্রষ্টব্য।

8. 8.5 অংশ দ্রষ্টব্য।

একক 9 : টানা তারের স্পন্দন (Vibration of stretched strings)

9.1 প্রস্তাবনা

আপনারা নিশ্চয়ই সবাই তারের বাজনা শুনতে ভালবাসেন এবং অনেকে হয়ত নিজেরা বাজনা বাজিয়েও থাকেন। তারের বাজনার ক্ষেত্রে আপনারা অবশ্যই লক্ষ করে থাকবেন যে, সবরকম তারের বাদ্যযন্ত্র বাজাবার ভঙ্গি একরকম নয়। কোনও কোনও যন্ত্রে তারের কতকগুলি বিশেষ বিন্দুতে আঘাত করে একটি বিশেষ সুর, সৃষ্টি করা হয়। পিয়ানো ও সন্তুর এ জাতীয় বাদ্যযন্ত্র। আবার আমরা যখন কোনও সেতার বাদকের বাজনা শুনি, তখন দেখি যে তিনি তারটিকে বিশেষ বিশেষ স্থানে চেপে ধরছেন এবং অন্য হাতে অন্য একটি বিশেষ স্থানে তারটিকে পাশের দিকে টেনে ধরে ও ছেড়ে দিয়ে সুর সৃষ্টি করছেন। এটি কতকটা ধনুকের টংকার দেওয়ার মত। এই ধরনের তারে টংকার সুর সৃষ্টি করার যন্ত্রের মধ্যে গিটারও পড়ে। লক্ষ্য করে দেখবেন, গিটারে যে ছয়টি তার আছে, সেগুলির প্রস্থচ্ছেদ বিভিন্ন। আবার বাউলের একতারায় তার একটি থাকলেও তার টান কম বা বেশি করা যায়। এছাড়া আরও একরকমের টানা তারের বাদ্যযন্ত্র আছে। কোনও বেহালাবাদক যখন বেহালায় সুর সৃষ্টি করেন তখন, তিনি তারে আঘাত করেন না বা তার টেনেও সুর সৃষ্টি করেন না। তিনি সুর সৃষ্টি করেন তারের ওপর একটি ছড় টেনে। কাজেই আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, বিভিন্ন উপায়ে টানা তারে স্পন্দন সৃষ্টি করা যায়। এই এককে সেই বিভিন্ন উপায়গুলি নিয়ে আমরা বিস্তারিত তাত্ত্বিক আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য :

এই এককটি আপনাকে টানা তারের কম্পন সম্বন্ধে অনেকটাই জানতে সাহায্য করবে। এটি পড়লে আপনি যে সব কাজ করতে পারবেন সেগুলি হল :

● টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করতে পারবেন।

● টানা তারের সীমাশর্তগুলি প্রয়োগ করে তরঙ্গ সমীকরণের সাধারণ সমাধান নির্ণয় করতে পারবেন।

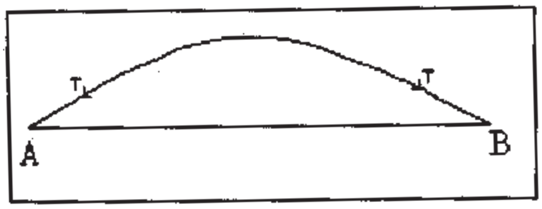
● কম্পনশীল টানা তারের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির রাশিমালা নির্ণয় করতে পারবেন।

● কর্ষিত, আহত ও ছড়টানা তারের ক্ষেত্রে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সময়-সরণ সমীকরণগুলি প্রতিষ্ঠিত করতে পারবেন এবং সেগুলির সাহায্যে এই তিন ক্ষেত্রে কম্পনের বৈশিষ্ট্যগুলি চিহ্নিত করতে পারবেন।

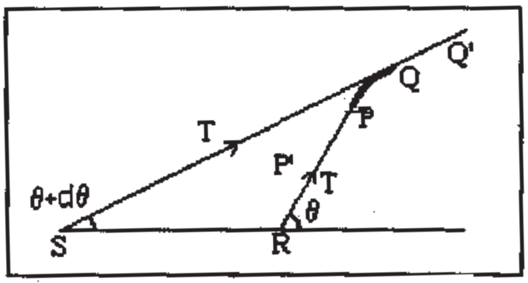
এগুলি ছাড়াও এই এককটি পড়ার পর আপনি নানাবিধ তারের বাদ্যযন্ত্রের গঠন ও শব্দবৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে অন্তর্দৃষ্টি লাভ করবেন এবং সেগুলি সম্বন্ধে বুঝিয়ে বলার ক্ষমতা অর্জন করবেন।

9.2 টানা তার

মনে করা যাক, একটি সুষম এবং সম্পূর্ণ নমনীয় তার এমনভাবে টান দিয়ে রাখা আছে যাতে তার টান সবসময়ই T থাকে। তারের দুইপ্রান্ত এমনভাবে আটকানো আছে যে, সেখানে তারের কোনও সরণ সম্ভব নয় (চিত্র 9.1)। এবার ধরুন, তারটিকে অনুপ্রস্থভাবে আন্দোলিত করা হল যাতে সমগ্র তারটি এক সমতলে থাকে।



চিত্র 9.1-AB আটকানো স্থির প্রান্ত তারের একটি সমতলে সীমিত আন্দোলন



চিত্র 9.2-তারের অতিক্ষুদ্র অংশের দুই প্রান্তে ক্রিয়াশীল টান

কম্পনরত তারের একটি অতিক্ষুদ্র অংশ PQ চিত্র 9.2—তে দেখানো হয়েছে। তারের টান দৈর্ঘ্য বরাবর ক্রিয়াশীল, সুতরাং বক্রাবস্থায় যে কোনও বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক টানের দিক নির্দেশ করে অর্থাৎ P প্রান্তে টানের দিক PP' এবং Q প্রান্তে QQ'। তারের সাম্যাবস্থা AB বরাবর X অক্ষ এবং সরণের দিক বরাবর Y অক্ষ ধরে নিয়ে P ও Q বিন্দুতে টান দুটির উপাংশ নির্ণয় করা যেতে পারে। আমরা ধরে নেব যে, তারটিকে সাম্যাবস্থা থেকে খুব অল্প পরিমাণেই টানা হয়েছে যার জন্য PP' ও QQ' স্পর্শকগুলি AB এর সঙ্গে খুবই

ক্ষুদ্র কোণ রচনা করে। একই কারণে P ও Q বিন্দু দুটির x স্থানাঙ্ক যদি যথাক্রমে x এবং $x + \delta x$ হয়, তবে PQ দৈর্ঘ্যটি এর সমান ধরে নেওয়া যায়।

এখন PP' বরাবর টানের X উপাংশ = – Tcos – T

এবং Y উপাংশ = – Tsin – Ttan = – T

এখানে কোণের মান ক্ষুদ্র বলে cos কে 1 এর সমান এবং sin কে tan এর সমান ধরা হয়েছে। একইভাবে + d কোণ অতি ক্ষুদ্র ধরে নিয়ে

QQ' বরাবর টানের X উপাংশ = T cos (+ d) = T

Y উপাংশ = T sin (+ d) = T tan (+ d)

= T

অতএব, PQ এর উপর কার্যকরী লব্ধি বলের X উপাংশ = –T + T= 0, অর্থাৎ x অক্ষ বরাবর কোনও অনুদৈর্ঘ্য বল নেই।

$$\text{Y উপাংশ} = T\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_Q - T\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_p = \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)\delta x$$

আমরা আগেই দেখেছি, PQ অংশটির দৈর্ঘ্য । তারটির একক দৈর্ঘ্যের ভর হলে সেটির দৈর্ঘ্যের ভর হবে । এখন নিউটনের গতীয় সমীকরণ অনুযায়ী

(= তারটির একক দৈর্ঘ্যের ভর)

অথবা, ...9.1

9.1 সমীকরণের চেহারাটি হয়ত আপনার কাছে পরিচিত। এটি এমন একটি তরঙ্গের সমীকরণ যার x অক্ষ বরাবর বেগ c । সমীকরণটি থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, টানা তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের বেগ c = । এই সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, তারের কোনও নির্দিষ্ট বিন্দুতে সরণ y নির্ভর করে সময় t এবং বিন্দুটির স্থানাঙ্ক x এর উপর। এখন আমাদের 9.1 সমীকরণটির সমাধান বার করতে হবে। কিন্তু সমীকরণটিতে x ও t এই দুই চলরাশি একত্র থাকায় আমাদের এ দুটিকে আলাদা করার চেষ্টা করতে হবে। ধরা যাক, সরণ y দুটি অপেক্ষকের গুণফল, যাদের একটি x এবং অন্যটি t-এর উপর নির্ভরশীল। সেক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারি,

$y(x, t) = X(x)\cdot T(t)$ ...9.2

9.2 রাশিটিকে এবার 9.1 সমীকরণে বসানো যাক। যেহেতু

এবং $\cdot T$ (কেননা X অপেক্ষকটি t এর উপর এবং T অপেক্ষকটি x এর উপর নির্ভর করে না।)

9.1 সমীকরণকে লেখা যায়,

$$\cdot\ T$$

অথবা উভয় দিকে X T দিয়ে ভাগ করে ...9.3

9.3 সমীকরণটি লক্ষ্য করলে বুঝতে পারবেন যে, এর বামদিকে কেবলমাত্র t-এর উপর এবং ডানদিকে কেবলমাত্র x-এর উপর নির্ভরশীল। এ অবস্থায় উভয় দিককেই ধ্রুবক হতে হবে। ধরা যাক, এই ধ্রুবকটি হল - p^2। গাণিতিক সুবিধার জন্য আমরা এখানে একটি নেগেটিভ বর্গ রাশি নিলাম। 9.3 সমীকরণ থেকে এখন আমরা x ও t - এর দুটি পৃথক সমীকরণ পাই:

$$+\ p^2c^2T = 0 \qquad ...9.4(a)$$

এবং $+\ p^2X = 0$ ...9.4(b)

এর মধ্যে প্রথমটি, অর্থাৎ 9.4(a) সমীকরণের একটি সম্ভবপর সমাধান cos pct এর সমানুপাতী ধরা যেতে পারে। সমীকরণ 9.4(b) এর সাধারণ সমাধান হল $X = A_1\sin px + A_2\cos px$

সুতরাং, 9.1 সমীকরণের সমাধান:

$$y(x,\ t) = X(x)\cdot T(t) = (A_1 \sin px + A_2 \cos px) \cos pct$$

এখানে A_1 ও A_2 দুটি অনির্দিষ্ট ধ্রুবক।

কিন্তু আমরা 9.4(a) সমীকরণের সমাধান sin pct এর সমানুপাতী হিসাবেও ধরতে পারি এবং সেক্ষেত্রে 9.1 সমীকরণের সমাধান হবে :

$$y(x,\ t) = X(x)\cdot T(t) = (B_1 \sin px + B_2 \cos px) \sin pct$$

যেখানে B_1 ও B_2 দুটি অন্য অনির্দিষ্ট ধ্রুবক। এখন 9.1 সমীকরণের দুটি সমাধান যোগ করে সাধারণ সমাধান পাওয়া যেতে পারে :

$y(x, t) = (A_1 \sin px + A_2 \cos px) \cos pct + (B_1 \sin px + B_2 \cos px) \sin pct$ ...9.5

টানা তারের সীমাশর্ত :

আপনি লক্ষ্য করেছেন যে, 9.5 সমীকরণে A_1, A_2, B_1 ও B_2 এই চারটি অনির্দিষ্ট ধ্রুবক রয়েছে। তারের সীমাশর্তগুলির সাহায্যে আপনি এই ধ্রুবকগুলির মান বার করতে পারবেন। প্রথমেই লক্ষ্য করুন, তারের দুই প্রান্ত অর্থাৎ $x = 0$ এবং $x = l$ বিন্দু দুইটিতে সব সময়েই $y = 0$। এখানে l = তারের দৈর্ঘ্য। 9.5 সমীকরণে এই সীমাশর্তগুলি আরোপ করা যাক।

(i) প্রথমটি (অর্থাৎ $x = 0$ হলে $y = 0$) থেকে :

$A_2 \cos pct + B_2 \sin pct = 0$

যদি এই সম্পর্কটি t-এর সব মানেই সত্য হয় তবে $A_2 = B_2 = 0$। সুতরাং, 9.5 সমীকরণের সরলীকৃত রূপ হল :

$y(x, t) = (A_1 \cos pct + B_1 \sin pct) \sin px$ ...9.6 (a)

(ii) এবার দ্বিতীয়টি, (অর্থাৎ $x = l$ হলে $y = 0$) থেকে

$(A_1 \cos pct + B_1 \sin pct) \sin pl = 0$

এই সম্পর্কটি t এর সব মানের জন্য সত্য হলে $\sin pl = 0$ বা $pl = s$, যেখানে s = পূর্ণ সংখ্যা। সুতরাং

p এর জায়গায় লেখা যেতে পারে। 9.6 (a) সমীকরণটি এবার এভাবে লেখা যায় :

$$y(x, t) = \left(A_s \cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin\frac{s\pi ct}{l}\right)\sin\frac{s\pi x}{l} \quad ...9.6(b)$$

যেহেতু $s = 0, 1, 2, 3$ প্রভৃতি s এর সব মানের জন্যই 9.6(b) সমাধানটি খাটে, এই সমাধানগুলির যোগফলটি সবচেয়ে সাধারণ সমাধান হবে। কাজেই 9.1 সমীকরণের সাধারণ সমাধান হল :

$$y\ (x,\ t\ ) = \sum_{s=1}^{\infty}\left(A_s \cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin\frac{s\pi ct}{l}\right)\sin\frac{s\pi x}{l} \quad ...9.7$$

উপরের সমীকরণটির রূপ থেকে আপনি বুঝতে পারবেন যে, x নির্ভর এবং t নির্ভর পর্যাবৃত্ত রাশিগুলি আলাদা উৎপাদক হিসাবে রয়েছে, অর্থাৎ এটি অনুপ্রস্থ স্থাণুতরঙ্গ নির্দেস করেছে। s পূর্ণ সংখ্যাটি কম্পনের বিভিন্ন ধরনকে বোঝায়। মূলসুরের জন্য $s = 1$, দ্বিতীয় সমমেলের জন্য $s = 2$ ইত্যাদি এবং 9.7 সমীকরণের ডানদিকের রাশিমালায় এরকম অসংখ্য সমমেলের জন্য সরণ যোগ হয়েছে। যে কোনও একটি সমমেলের জন্য কৌণিক কম্পাঙ্ক , অর্থাৎ কম্পাঙ্ক ; । সুতরাং, সমমেলগুলির সম্পাঙ্কের অনুপাত 1 : 2 : 3.... ইত্যাদি।

9.2.1 অনুপ্রস্থভাবে কম্পিত তারের শক্তি নির্ণয়

আমরা 9.7 সমীকরণ থেকে দেখেছি যে, একটি কম্পিত তারের যে কোন বিন্দু x - এ t সময়ে সরণ হচ্ছে

$$y = \sum_{s=1}^{\infty} \sin\frac{s\pi x}{l}\left(A_s \cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin\frac{s\pi ct}{l}\right)$$

$$= \sum_{s=1}^{\infty} y_s(t) \sin\frac{s\pi x}{l} \qquad \text{...9.8}$$

(যেখানে $y, (t) = A_s \cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin$)

অতএব,

$$= \sum_{s=1}^{\infty} \sin\frac{s\pi x}{l}\frac{s\pi c}{l}\left(-A_s \sin\frac{s\pi ct}{l} + B_s \cos\frac{s\pi ct}{l}\right) \qquad \text{...9.9}$$

তারের ক্ষুদ্র অংশ dx এর ভর pdx এবং তার গতিশক্তি

$= \frac{1}{2} pdx$ [illegible] দৈর্ঘ্যে তারের ভর)

সুতরাং, l দৈর্ঘ্যের তারের গতিশক্তি $T =$

$$= \frac{\rho}{2}\int_0^l \left[\sum_s \sin\frac{s\pi x}{l} \dot{y}_s(t)\right]^2 dx \qquad \text{...9.10}$$

এই সমাধানটির মধ্যে যে বর্গরাশিটি রয়েছে সেটি আপনি এইভাবে লিখতে পারেন :

$$\left[\sum_s \sin\frac{s\pi x}{l} \dot{y}_s(t)\right]\left[\sum_n \sin\frac{n\pi x}{l} \dot{y}_n(t)\right]$$

$$= \sum_s \sin^2\frac{s\pi x}{l} \dot{y}(t)^2 + \sum \sum_{s \neq n} \sin\frac{s\pi x}{l} \sin\frac{n\pi x}{l} \dot{y}_s(t) \dot{y}_s(t) dx$$

এখানে প্রথম রাশিমালাটি যে গুণফল রাশির জন্য $s = n$ এবং দ্বিতীয়টি যেগুলির জন্য $s \quad n$, সেগুলি বোঝাচ্ছে। এখন 9.10 সমাকলনটিকে লেখা যায় :

$T =$

কিন্তু আপনি জানেন যে, $\int_0^l \sin\frac{m\pi x}{l}\sin\frac{n\pi x}{l}dx$ - এর মান m n হলে শূন্য হবে। সুতরাং উপরের রাশিমালার দ্বিতীয় সমীকলনটি শূন্য হবে। কাজেই তারে গতিশক্তি হবে :

$$= \frac{\rho l}{4}\Sigma\left(\frac{s\pi c}{l}\right)^2\left(A_s{}^2\sin^2\frac{s\pi ct}{l}+B_s{}^2\cos^2\frac{s\pi ct}{l}-2A_sB_s\cos\frac{s\pi ct}{l}\sin\frac{s\pi ct}{l}\right) \quad ...9.11$$

কেননা ।

স্থিতিশক্তি : এবার আমরা সাম্যাবস্থা থেকে সরে থাকা অবস্থায় তারটির স্থিতিশক্তি নির্ণয় করব। সংজ্ঞা অনুযায়ী কোনও বস্তুর স্থিতিশক্তি

= বস্তুটির অবস্থান পরিবর্তন করার জন্য কৃতকার্য

= প্রযুক্ত বলের [illegible] সরণের গুণফলের সমাকলিত মান।

9.1 সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করার সময় আমরা দেখেছি যে, তারের অতি ক্ষুদ্র অংশ এর ওপরে লব্ধি বল Y অক্ষ বরাবর কাজ করে এবং তার মান T । এখন যদি সরণ পরিমাণ বাড়নো হয়, তার জন্য কৃতকার্য হবে : $-T$ । সমগ্র তারের জন্য কৃতকার্য এবং সেহেতু স্থিতিশক্তির বৃদ্ধি :

এখানে δy হবে x এর অপেক্ষক। বিশেষত সীমাশর্তের জন্য দুই প্রান্তে এর মান শূন্য হতে হবে। উপরের সমীকরণকে আংশিক সমাকল করলে পাওয়া যায়

সমাকলিত প্রথম অংশটি উভয় সীমাতেই শূন্য কারণ δy এর মান এই দুই বিন্দুতে শূন্য। অতএব,

সম্পূর্ণ স্থিতিশক্তি হবে সাম্যাবস্থা (যখন তারের সর্বত্রই $y = 0$ এবং $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$) থেকে এর একটি নির্দিষ্ট মানে আনার জন্য কৃতকার্য। অর্থাৎ,

$$V =$$

$$= \int_0^l \frac{1}{2} T \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 dx \qquad ...9.12$$

9.8 নং সমীকরণ থেকে আমরা পেয়েছি,

$$y = \sum_s y_s(t) \sin \frac{s\pi x}{l}$$

$\therefore$

অতএব, সমগ্র তারের স্থিতিশক্তি

$$= \frac{T}{2} \sum_s \left(\frac{s\pi}{l}\right)\left(A_s \cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin\frac{s\pi ct}{l}\right)^2 \times \int_0^l \cos^2 \frac{s\pi x}{l} dx$$

যেহেতু টান $T = \rho c^2$ এবং

আমরা লিখতে পারি, সমগ্র তারের স্থিতিশক্তি

...9.13

কম্পমান তারের মোট শক্তি গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল।

সুতরাং, 9.11 এবং 9.13 সমীকরণ থেকে মোট শক্তি

$$= \rho l \pi^2 \sum_s \left(\frac{sc}{2l}\right)^2 \left(A_s^2 + B_s^2\right)$$

$$= M\pi^2 \sum_s n_s^2 \left(A_s^2 + B_s^2\right) \qquad ...9.14$$

যেখানে $M = \quad l$ = সমগ্র তারের ভর এবং $\quad = n_s$ = কম্পনের s-তম সমমেলের কম্পাঙ্ক। এবার যা পড়লেন তার সম্বন্ধে একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী - 1

ধরুন, kg ওজন দিয়ে টেনে রাখা 1.1 মিটার লম্বা $2.2gm$ ভরের একটি সুষম তার কেবলমাত্র দ্বিতীয় সমমেলে কম্পিত হচ্ছে। তারটির সর্ব্বোচ্চ সরণ $2mm$ এবং $t = 0$ সময়ে তারটির কোথাও কোনও সরণ ছিল না। পরবর্তী সময়ে তারের সরণ-সময় সম্পর্কটি নির্ণয় করুন।

9.3 কর্ষিত তার (Plucked string)

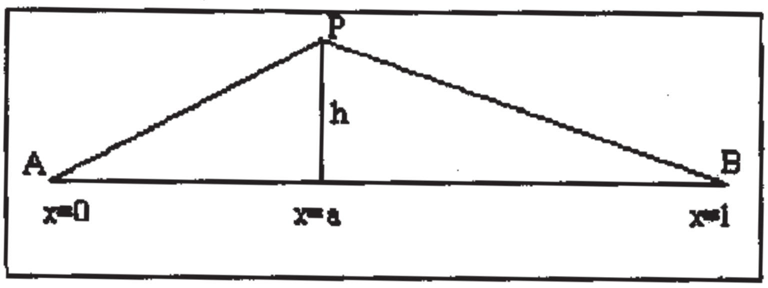
সেতার, গিটার প্রভৃতি বাদ্যযন্ত্রে তারটিকে টেনে ধরে ছেড়ে দেওয়া হয়। ছাড়ার পূর্ব মুহূর্তে তারটিতে কোনও গতি থাকে না। এর আকৃতি 9.3 চিত্রে দেখানো APB এর মত হয়। এই জাতীয় তারকে আমরা কর্ষিত তার বলি।

9.1 সমীকরণে আমরা পেয়েছি অনুদৈর্ঘ্যভাবে কম্পিত একটি তারের অবকল সমীকরণ :

এবং 9.7 সমীকরণ অনুযায়ী এটির সমাধান :

$$y = \sum_s \sin\frac{s\pi x}{l}\left(A_s \cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin\frac{s\pi ct}{l}\right) \quad ...9.15$$

মনে করা যাক, তারটিকে $x = a$ বিন্দুতে পাশের দিকে h দূরত্বে টেনে ধরা হল। এর



চিত্র 9.3-বিন্দুমাত্র স্থানে কর্ষিত তারের প্রাথমিক অবস্থান।

ফলে তারটির আকৃতি দাঁড়াল দুটি সরলরেখা, যারা কর্ষিত বিন্দুতে মিলিত হচ্ছে (চিত্র 9.3 দেখুন)। $t = 0$ সময়ে কর্ষিত বিন্দু p এর y স্থানাঙ্ক $= h$.

$x = 0$ এবং $x = a$ স্থানাঙ্কের মধ্যে যে কোনও বিন্দুতে তারের অনুপ্রস্থ সরণ হবে

$$y_0 = \frac{h}{a}x \qquad (0 \quad x \quad a) \qquad ...9.15(a)$$

আবার, $x = a$ ও $x = l$ এর মধ্যে যে-কোনও স্থানাঙ্কে তারের সরণ

$$y_0 = h \qquad (a \quad x \quad l) \qquad ...9.15(b)$$

$t = 0$ সময়ে তারের বিভিন্ন বিন্দুতে যে প্রাথমিক শর্তগুলি পালিত হয় সেগুলি হল

i) $y = y_0$ ...9.16(a)

এবং ii) ...9.16(b)

এখন আমরা এই প্রারম্ভিক শর্তগুলির সাহায্যে 9.15 সমীকরণের অনির্দিষ্ট ধ্রুবক A_s ও B_2 এর মান নির্ণয় করতে চেষ্টা করব। 9.15 সমীকরণে আমরা পেয়েছি,

$y\ (x,\ t) =$

এটি আসলে একটি ফুরিয়ে শ্রেণী Fourier Series এবং A_s ও B_s ফুরিয়ে গুণাঙ্ক। এই সমীকরণ থেকে $t = 0$ সময়ে আমরা পাই :

[illegible] ...9.17(a)

এবং $$\dot{y}(x,0) = \dot{y}_0 = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{s\pi c}{l} B_s \sin\frac{s\pi x}{l} \qquad ...9.17(b)$$

যদি 9.17(a) ও (b) সমীকরণ দুটির উভয় দিককে $\sin\frac{s\pi x}{l}dx$ দিয়ে গুণ করেন এবং $x = 0$ থেকে $x = l$ সীমার মধ্যে সমাকলন করেন, তবে আপনি পাবেন :

এবং

অর্থাৎ, এবং

এবার 9.15(a) ও (b) থেকে y_0 এবং 9.16(b) $\dot{y}_0$ এর মান বসানো যেতে পারে।

অথবা, $\frac{1}{2}A_s = \frac{h}{a}\int_0^a x\sin\frac{s\pi x}{l}dx + \frac{hl}{l-a}\int_a^l \sin\frac{s\pi x}{l}dx - \frac{h}{l-a}\int_a^l x\sin\frac{s\pi x}{l}dx$

$$= \frac{h}{a}\int_0^a x\sin px dx + \frac{hl}{l-a}\int_a^l \sin px dx - \frac{h}{l-a}\int_a^l x\sin px\, dx$$

যেখানে $\frac{s\pi}{l} = p$ লেখা হয়েছে।

=

$$= \frac{h}{a}\left(-\frac{a}{p}\cos pa + \frac{1}{p^2}\sin pa\right) + \frac{hl}{p(l-a)}(\cos pa - \cos pl) - \frac{h}{p(l-a)}\left[-l\cos pl + \frac{1}{p}\sin pl + a\cos pa - \frac{1}{p}\sin pa\right]$$

$= \frac{hl}{p^2 a(l-a)}\sin pa$, কেননা $\sin pl = 0$।

$\therefore$

আবার, $B_s = \frac{2}{s\pi l}\int_0^l \dot{y}_0 \sin\frac{s\pi x}{l}dx = 0$

কেননা তারের সব বিন্দুর জন্যই $\dot{y}_0 = 0$

A_s এবং B_2 এর যে মানগুলি আমরা নির্ণয় করলাম সেগুলি ব্যবহার করে কর্ষিত তারের কম্পনের 9.15 সমীকরণটিকে লেখা যায়:

...9.18

$$= \sum_s a_s \cos\frac{s\pi ct}{l}$$

এখানে, $a_s = \dfrac{2hl^2}{s^2\pi^2 a(l-a)} \sin\dfrac{s\pi a}{l} \sin\dfrac{s\pi x}{l}$ ...9.18(a)

এবং এটি তারের কম্পনের s-তম সমমেলের বিস্তার। যেহেতু তারের অনুপ্রস্থ তরঙ্গটি স্থাণুতরঙ্গ, এই বিস্তার তারের দৈর্ঘ্য বারবর x স্থানাঙ্কের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়।

9.18 সমীকরণ থেকে কর্ষিত তারের কম্পনের সমস্ত তথ্যই আমরা পেতে পারি। তারের কম্পনের মধ্যে যে উপসুরগুলি থাকে, কম্পনের ফলে উৎপন্ন শব্দতরঙ্গেও সেই উপসুরগুলি থাকে এবং সেগুলির আনুপাতিক তীব্রতাও কম্পনের উপসুরগুলির অনুরূপ হয়। সুতরাং, 9.18 সমীকরণটির পর্যালোচনা করে আমরা কর্ষিত তার থেকে উৎপন্ন শব্দতরঙ্গের বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধেও কিছুটা বুঝতে পারব।

কর্ষিত তারের কম্পনের বৈশিষ্ট্য :

(i) কর্ষণের ফলে সুরের অনুপস্থিতি—একটি তারকে $x = a$ বিন্দুতে কর্ষণ করলে, যে স্বর সৃষ্টি হয় তাতে সবকটি সুর উপস্থিত নাও থাকতে পারে। কারণ কর্ষিত বিন্দুটি কখনওই নিস্পন্দ বিন্দু হতে পারে না কেননা নিস্পন্দ বিন্দুতে y এর মান সমসময়েই শূন্য হয়। কাজেই যে সুরগগুলিতে কর্ষিত বিন্দুতে একটি নিস্পন্দ বিন্দু থাকে, সেই সুরগুলি স্বরে উপস্থিত থাকবে না। সুতরাং, আমাদের দেখতে হবে s-এর কোনও কোনও মানের জন্য $x = a$ হলে $a_s = 0$ হবে। এর শর্ত হল :

$\left[\sin\dfrac{s\pi x}{l}\right]_{x=a} = \sin\dfrac{s\pi a}{l} = 0$ বা, $\dfrac{s\pi a}{l} = n\pi$, যেখানে n = পূর্ণসংখ্যা 1, 2, 3, ইত্যাদি অথবা পূর্ণ সংখ্যা

$$s = \frac{nl}{a} \qquad ...9.19$$

সুতরাং, তারটিকে যদি r-সংখ্যাক সমান ভাগে ভাগ করা যায় এবং এর m-তম ভাগ বিন্দুতে কর্ষণ করা হয় (অর্থাৎ a যদি হয়),তাহলে যে স্বর সৃষ্টি হবে তাতে $s =$ যদি পূর্ণ সংখ্যা হয় তবে s-তম সমমেলটি অনুপস্থিত থাকবে। আবার যেহেতু n যে কোনও পূর্ণ সংখ্যা হতে পারে, s-তম সুরের জন্য নিস্পন্দ বিন্দু $2s$-তম, $3s$-তম প্রভৃতি সুরের জন্যও নিস্পন্দ বিন্দু হবে। কাজেকাজেই এইসব উচ্চতর সমমেলগুলি কর্ষিত তারে অনুপস্থিত থাকবে। এটিই হল ইয়ং হেল্‌ম্‌হোলৎস্-এর (Young Helmholtz) সূত্র। তারের বাদ্যযন্ত্র নির্মাণে ইয়ং হেলম্‌হোলৎস্ সূত্রের প্রয়োগ ঘটে। কোনও তার মধ্যবিন্দুতে কর্ষিত হলে দ্বিতীয়, চতুর্থ প্রভৃতি যুগ্ম সমমেলগুলি সম্পূর্ণ বর্জিত হয়। এতে স্বরের মাধুর্যের হানি হয়। এজন্য বাদ্যযন্ত্রে তারের এক প্রান্তের কাছাকাছি বিন্দুতে তারটি কর্ষিত হয়, যাতে প্রায় সব সমমেল উৎপন্ন হতে পারে।

তবে সব বাদ্যযন্ত্রের ক্ষেত্রে ইয়ং হেল্‌ম্‌হোলৎস্ সূত্র সম্পূর্ণ খাটে না। এর কারণ, বাদ্যযন্ত্রে ব্যবহৃত ধাতব তার সম্পূর্ণ নমনীয় হয় না এবং কর্ষণের সময় কর্ষিত বিন্দুতে তারটি একটি কোণের পরিবর্তে একটি ক্ষুদ্র বক্ররেখা রচনা করে। এছাড়া তারের বন্ধনী বা যে সেতুর উপর দিয়ে তারটি টানা থাকে সেটি সম্পূর্ণ দৃঢ় হয় না।

উদাহরণ : ধরা যাক, তারটিকে প্রান্ত থেকে দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ দূরে কর্ষণ করা হল। এক্ষেত্রে r = 3, m = 1। এখন যে সমমেলগুলি অনুপস্থিত থাকবে, সেগুলি ক্রমিক সংখ্যা হল $s = n \cdot \frac{r}{m} = n \cdot 3$ অর্থাৎ s = 3, 6, 9........। উৎপন্ন স্বরে তৃতীয়, ষষ্ঠ, নবম প্রভৃতি সমমেলগুলি থাকবে না।

(ii) **সুরের প্রাবল্য :** 9.18 সমীকরণ থেকে আপনি বুঝতে পারবেন যে, নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের একটি কর্ষিত তারের কোনও একটি পরিলক্ষিত বিন্দুতে s - তম সুরের বিস্তার দুটি বিষয়ের ওপর নির্ভর করে। প্রথমটি হল কর্ষিত বিন্দুর স্থানাঙ্ক ও প্রাথমিক বিচ্যুতির পরিমাণ অর্থাৎ a ও h এবং দ্বিতীয়টি হল তারের আবদ্ধ প্রান্ত থেকে পরিলক্ষিত বিন্দুর দূরত্ব, x।

প্রথমত, যদি কর্ষিত বিন্দুর অবস্থান ও প্রাথমিক বিচ্যুতিকে স্থির রাখা যায়, তাহলে s - তম সুরের বিস্তার আবদ্ধ প্রান্ত থেকে বিন্দুটির দূরত্ব x-এর উপর নির্ভর করবে। এই বিস্তার সবচেয়ে বেশি (a_{sm}) হবে যখন

sin অর্থাৎ, অথবা, x = j = পূর্ণ সংখ্যা।

অতএব, x-এর উপরিলিখিত মানের জন্য $a_s = a_{sm} =$ ...9.20

উদাহরণ : তারটিকে যদি $a = 1/2$ বিন্দুতে কর্ষণ করা হয় তাহলে s - তম সুরে তারের কম্পনের সর্বোচ্চ বিস্তার হবে

$a_{sm} =$ ...9.21

s যখন যুগ্ম পূর্ণ সংখ্যা (2, 4, 6,...) তখন sin = 0, সুতরাং $_{sm}$ = 0। এটি ঘটবে তারের কম্পনে দ্বিতীয়, চতুর্থ, ষষ্ঠ ইত্যাদি সমমেলের ক্ষেত্রে, অর্থাৎ এই সমমেলগুলি একেবারেই থাকবে না। আবার a_{sm} - এর মান সর্বোচ্চ হবে যখন s একটি অযুগ্ম পূর্ণ সংখ্যা (1, 3, 5,....), কেননা তখন sin = 1এবং a_{sm} = ।

দ্বিতীয়ত, কর্ষিত বিন্দুর স্থানাঙ্ক এবং আটকানো প্রান্ত থেকে পরিলক্ষিত বিন্দুটির দূরত্ব x যদি স্থির থাকে, তাহলে বিস্তার (a_s)s-এর বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ, a_s । যেহেতু তীব্রতার বিস্তারে

বর্গের সমানুপাতিক, কাজেই তীব্রতা (I_s) - কে আমরা লিখতে পারি $I_s \propto \frac{1}{s^4}$। এর থেকে স্পষ্ট হচ্ছে যে, উচ্চতর সুরগুলির তীব্রতা খুব দ্রুতগতিতে হ্রাস পাবে। ধরুন, তারটি যদি মধ্যবিন্দুতে কর্ষিত হয় প্রথম, তৃতীয়, পঞ্চম সুরগুলির তীব্রতার অনুপাত হবে $I_1 : I_2 : I_3 = 1 : \frac{1}{3^4} : \frac{1}{5^4}$

(iii) **স্বরের জাতি :** যে স্বরে মূলসুর ছাড়া অন্য সমমেল থাকে না তা শ্রুতিমধুর হয় না। কোনও সুরশলাকাকে বাদ্যযন্ত্র হিসাবে ব্যবহার করা যায় না কেননা এগুলির একটিমাত্র কম্পাঙ্ক থাকে। কর্ষিত তারে যে স্বর সৃষ্টি হয় তার জাতি নির্ণীত হয় সেই স্বরে উপস্থিত কতকগুলি সুর আছে তার সংখ্যা এবং সুরগুলির আপেক্ষিক (relative) তীব্রতার দ্বারা। তারটিকে a দূরত্বে কর্ষণ করলে সম্ভাব্য সুরগুলির সংখ্যা অনুপাত দ্বারা নির্ণয় করা যায়। সুতরাং, সৃষ্ট স্বর উন্নত জাতির (good quality) এবং শ্রুতিমধুর হবে যদি তারটিকে বৃহৎ সংখ্যক সমভাগে ভাগ করা যায় এবং এক প্রান্ত থেকে নিকটতম বিভাজন বিন্দুতে কর্ষণ করা হয়। এতে পর পর অনেকগুলি সমমেল উৎপন্ন হবে। যে সুরগুলি অনুপস্থিত থাকবে তাদের তীব্রতা নগণ্য হত, যার ফলে সেগুলির অনুপস্থিতিতে উৎপন্ন শব্দের জাতির কোনও হানি ঘটবে না। উপস্থিত সুরগুলির সংখ্যা যে বস্তুটি দিয়ে কর্ষণ করা হয় তার প্রকৃতির ওপরও নির্ভর করে।

এবার আপনি নিজে একটি অনুশীলনীর উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করুন।

অনুশীলনী - $\sum_s \left[A_s \cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin\frac{s\pi ct}{l}\right] \sin\frac{s\pi x}{l}$

একটি টানা তারকে আবদ্ধ প্রান্ত থেকে দূরত্বে কর্ষণ করা হল। এতে যে স্বর সৃষ্টি হবে তাতে কোন কোন সুর অনুপস্থিত থাকবে?

9.4 আহত তার (Struck string)

পিয়ানো একটি জনপ্রিয় বাদ্যযন্ত্র। এর তারকে একটি ফেল্টে (Felt) আবৃত হাতুড়ির দ্বারা আঘাত করা হয় এবং আঘাত করার পর হাতুড়িটি আবার নিজের স্থানে ফেরত আসে। মনে করা যাক, l দৈর্ঘ্য এবং m রৈখিক ঘনত্বের একটি তারকে T টান দ্বারা টেনে রাখা হয়েছে। অপরিবর্তিত অবস্থায় তারটির আবদ্ধ দিক থেকে ($x = 0$) $x = a$ দূরত্বে তারটিকে একটি প্যাডযুক্ত হাতুড়ি দিয়ে এমনভাবে আঘাত করা হল যাতে এই আঘাতের সময় $x = a$ এবং $x = a + da$ এই ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের মধ্যেই তারের সঙ্গে হাতুড়ির সংযোগ ঘটে। এখন আমরা টানা তারের সাধারণ সরণের 9.7 সমীকরণ ব্যবহার করব। এই সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$y\,(x, t) =$

এখন আমরা আহত তারের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য টানা শর্তগুলি আরোপ করব।

(i) প্রথম সীমাশর্তটি হল, প্রারম্ভিক অবস্থায়, যখন $t = 0$, তারের সব বিন্দুতে সরণ শূন্য হবে। $y(x, t)$-এর রাশিমালায় $t = 0$ বসালে আপনি পাবেন,

$$y\ (x,\ 0) = \sum_{s} A_s \sin\frac{s\pi x}{l}$$

উভয়দিককে $\sin\ \frac{r\pi x}{l} dx$ দিয়ে গুণ করে $x = 0$ থেকে $x = l$ পাল্লায় সমাকলন করলে পাওয়া যায় (এখানে r = পূর্ণ সংখ্যা)

বামদিকের রাশিটির মান শূন্য, কেননা $y\ (x,\ 0) = 0$। ডানদিকের সমাকলটির মান $A_r \cdot \frac{1}{2}$ কেননা

- এর মান s r হলে শূন্য হবে।

সুতরাং, $A_r = 0$ বা [illegible] A_3 প্রভৃতি সবগুলি ধ্রুবকের মানই শূন্য। সুতরাং,

$$y(x,\ t) = \qquad ...9.22$$

(ii) দ্বিতীয় সীমাশর্তটি হল, প্রারম্ভিক অবস্থায় তারের বেগ

$\dot{y}\,(x,\ t) = u_0$ যখন, $a \quad x < a +$ (= ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্য)

$= 0$ যখন x এর মান ভিন্ন।

অর্থাৎ, হাতুড়ির আঘাতের ফলে তারের $x = a$ বিন্দুর সন্নিহিত দৈর্ঘ্যের একটি খুব ছোট অংশ u_0 বেগ লাভ করে কিন্তু প্রারম্ভিক অবস্থায় তারের বাকি অংশ সাম্যাবস্থানে থাকে। এবার সীমাশর্তটি প্রয়োগ করা যাক। $y\ (x,\ t)$ - এর রাশিমালা 9.22 থেকে আমরা পাই :

এই সমীকরণের দুই দিককে $\sin\ \frac{r\pi x}{l} dx$ দিয়ে গুণ করে $x = 0$ ও $x = l$ সীমার মধ্যে সমাকলন করলে

এই সমীকরণের বামদিকের রাশিটির মান:

$$\int_0^a 0\cdot\sin\frac{r\pi x}{l}dx + \int_a^{a+\Delta} u_0\sin\frac{r\pi x}{l}dx + \int_{a+\Delta}^{l} 0\cdot\sin\frac{r\pi x}{l}dx$$

$= u_0\sin\ \frac{r\pi a}{l}\cdot$ কেননা দৈর্ঘ্যের উপর x-এর মান a বলে ধরে নেওয়া যায়।

ডানদিকের রাশিটির মান B_r

সুতরাং লেখা যায়, $B_s\ =\ \frac{2}{s\pi c}u_0\Delta\sin\frac{s\pi a}{l}$ ।

তারের Δ দৈর্ঘ্যের অংশটুকু যে প্রাথমিক ভরবেগ লাভ করে তার মান

$p\ =\ \quad \cdot u_0$, যেখানে $\quad$ = তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর।

$u_0\quad =$

$$\int_0^l \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_0 \sin\frac{r\pi x}{l}dx = \sum_s \int_0^l B_s\frac{s\pi c}{l}\sin\frac{s\pi x}{l}\sin\frac{r\pi x}{l}dx$$

এবং, $B_s\ =$

B_s-এর এই মান ব্যবহার করে 9.22 সমীকরণটি লেখা যায় :

$$y(x,\ t)\ =\ \frac{2p}{\pi cp}\sum_s\frac{1}{s}\sin\frac{s\pi a}{l}\sin\frac{s\pi x}{l}\sin\frac{s\pi ct}{l} \qquad ...9.23$$

উপরের সমীকরণ থেকে স্পষ্টই বোঝা যায় যে, আহত তারে যে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়, তার বিস্তার তারের এক এক স্থানে এক এক পরিমাণে হয়। আবদ্ধ প্রান্ত থেকে x দূরত্বে s-তম সুরে যে কম্পন হয় তার বিস্তার

$$a_s\ =\ \frac{2p}{\pi c\rho}\cdot\frac{1}{s}\cdot\sin\frac{s\pi a}{l}\sin\frac{s\pi x}{l} \qquad ...9.24$$

9.23 সমীকরণটিকে তখন এভাবেও লেখা যায় :

$$y\ (x,\ t)\ =\ \sum_s a_s\sin\frac{s\pi ct}{l} \qquad ...9.25$$

আহত তারের কম্পনের বৈশিষ্ট্য :

(i) **সুরের অনুপস্থিতি :** 9.23 সমীকরণ থেকে আপনি সহজেই বুঝতে পারছেন যে, তারের আবদ্ধ প্রান্ত থেকে আহত বিন্দুর (struck point) দূরত্ব a যদি এমন হয় যে $\sin \frac{s\pi a}{l}$ এর মান শূন্য হয়, তবে তারের কম্পনে s-তম সুর অনুপস্থিত থাকবে। এই শর্তের অর্থ $= r$ (r = পূর্ণ সংখ্যা) বা $a = l\cdot$ ।

যদি তারটিকে s সমানভাগে ভাগ করা যায় এবং যে কোনও একটি বিভাজন বিন্দুতে আঘাত করা হয় তাহলে তারের কম্পনে s-তম সুরটি অনুপস্থিত হবে। এখানে মূলনীতিটি এই যে, আহত বিন্দুতে যে সুরের একটি নিস্পন্দ বিন্দু থাকত, তারের কম্পনে সেই সুর থাকতে পারে না। আবার কোনও একটি বিন্দু s-তম সুরের নিস্পন্দ বিন্দু হলে সেটি $2s$-তম, $3s$-তম ইত্যাদি সুরগুলিরও নিস্পন্দ বিন্দু হবে। অর্থাৎ, $2s$-তম, $3s$-তম ইত্যাদি সুরগুলিও সেক্ষেত্রে অনুপস্থিত হবে।

(ii) **সুরের প্রাবল্য :** 9.23 সমীকরণ থেকে আপনি আগেই দেখেছেন যে, তারের আবদ্ধ প্রান্ত থেকে x দূরত্বে s-তম সুরের বিস্তার a_s আহত বিন্দুর 'a' এর উপর নির্ভর করে। আবার তারটিকে নির্দিষ্ট একটি বিন্দুতে আঘাত করলে, অর্থাৎ আহত বিন্দুর a কে স্থির রাখলে, s-তম সুরের বিস্তার বদ্ধ প্রান্ত থেকে দূরত্বের ($= x$) বিভিন্ন মানে বিভিন্ন হয়। বিস্তার a_s সবচেয়ে বেশি হবে যখন sin অথবা, $x =$ ($2n$ + 1), n = পূর্ণ সংখ্যা। বিস্তারের সর্বোচ্চ মান হবে

$$a_{sm} = \qquad \ldots 9.26$$

এই সর্বোচ্চ বিস্তার সমমেলের ক্রম 's' - এর সঙ্গে ব্যাস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। লক্ষ্য করুন, এক্ষেত্রে সুরের তীব্রতা $I \propto \frac{1}{s^2}$ । অর্থাৎ সুরের ক্রমের (order) বৃদ্ধির সঙ্গে তীব্রতা হ্রাস পেলেও এই হ্রাসের হার কর্ষিত তারের তুলনায় কম দ্রুত।

অনুশীলনী - 3

(a) l দৈর্ঘ্যের একটি তারকে আবদ্ধ প্রান্ত থেকে $\frac{l}{3}$ দূরে আঘাত করা হল। 9.18a সমীকরণের সাহায্যে তারের কম্পনের s-তম সমমেলের বিস্তারের রাশিমালাটি লিখুন। কোন কোন সুরে বিস্তার সর্বনিম্ন (অর্থাৎ শূন্য) আর কোন কোন সুরের জন্যই বা বিস্তার সর্বোচ্চ হবে? সর্বোচ্চ বিস্তারের রাশিমালাটি নির্ণয় করুন।

(b) আহত তারের গাণিতিক বিশ্লেষণে ধরে নেওয়া হয়েছে যে, হাতুড়িটি তারের অত্যন্ত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যে আঘাত করে। এটি সত্য না হলে বিশ্লেষণের কোনও পার্থক্য হবে কি?

9.5 ছড়টানা তার (Bowed string)

আমাদের সুপরিচিত বেহালা ও এসরাজ হল ছড়টানা তারের বাদ্যযন্ত্রের উদাহরণ। ছড়টানা তারের কম্পনে একটি অভিনবত্ব আছে। তারটি নিজস্ব কম্পাঙ্কে কম্পিত হলেও এটি তারের স্বাভাবিক কম্পন নয়, কারণ কম্পনের জন্য ছড়ের প্রভাব অবশ্য প্রয়োজনীয়। তারটি গতিশীল ছড় থেকেই কম্পনের জন্য তার প্রয়োজনীয় শক্তি পেয়ে থাকে। কিন্তু তাহলেও এটি পরবশ কম্পন (forced vibration) নয়, কারণ তারটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কেই আন্দোলিত হয়, ছড়টির কোনও নিজস্ব কম্পাঙ্ক নেই। এজন্য ছড়টানা তারের কম্পনকে বলা হয় **পোষিত কম্পন** (maintained vibration)।

ছড়ের গতি তারের কম্পনকে বজায় রাখে। একটি ছড়কে তারের ওপর চালালে ছড়টি তারটিকে তার সঙ্গে টেনে নিয়ে যায়। এটি সম্ভব হয় তার ও ছড়ের মধ্যে স্থিতীয় ঘর্ষণের ফলে। ছড়ের দু'দিকের তারের দুটি অংশ ছড়ের দিকে ক্রমে ক্রমে আনত হতে থাকে। ফলে টানা তারের প্রত্যানয়ক বলের মান ক্রমশ বৃদ্ধি পায়। একসময় এই প্রত্যানয়ক বলের মান স্থিতীয় ঘর্ষণ বলের থেকে বেশি হয় এবং তারটি পিছলে গিয়ে নিজস্ব অবস্থানে ফেরত আসতে থাকে। জাড্যের জন্য সেটি নিজস্ব অবস্থান ছাড়িয়ে চলে যায়। তারটি যতক্ষণ ছড়ের সাপেক্ষে গতিশীল থাকে ততক্ষণ তারের উপর প্রত্যানয়ক বল ছাড়াও গতীয় ঘর্ষণ বল কাজ করে। এই ফলেই তারটি মন্দিত হয়ে ক্রমশ স্থির অবস্থায় আসে। তখন ছড় দিয়ে আবার তারটিকে টেনে নিয়ে যাওয়া হয়। যতক্ষণ ছড়টি তারের সংস্পর্শে গতিশীল থাকে ততক্ষণ এই ছড় দিয়ে তারটি সামনে টেনে নিয়ে যাওয়া এবং তারের পিছলে পূর্বের অবস্থানে ফিরে আসা চলতে থাকে। তারের অগ্রগতির সময় স্থিতীয় ঘর্ষণের মানের পার্থক্যের জন্যই তারের কম্পন বজায় থাকে, কারণ স্থিতীয় ঘর্ষণ বল তারের ওপর বেশি কাজ করে।

পোষিত কম্পনের বিশেষত্বগুলি এবার আলোচনা করা যাক।

পোষিত কম্পনের বিশেষত্ব :

(i) প্রযুক্ত বলের কম্পাঙ্ক তারের নিজস্ব কম্পাঙ্কের দ্বারাই নিয়ন্ত্রিত হয়।

(ii) প্রযুক্ত বল তন্ত্রকে যে হারে শক্তির যোগান দেয় তা শক্তির অবক্ষয়ের হারের সমান।

(iii) অবিচ্ছিন্নতার সূত্র থেকে বলতে পারা যায় যে, তন্ত্রের কম্পন চলাকালীন শক্তির সরবরাহের হারে হঠাৎ কোনও পরিবর্তন ঘটতে পারে না।

9.5.1 হেল্‌ম্‌হোলৎস্‌-এর সূত্র :

ছড়টানা তারের গতির বিষয়ে বিজ্ঞানী হেলম্‌হোলৎস্‌-এর তিনটি সূত্র আছে। সূত্রগুলি এই প্রকার:

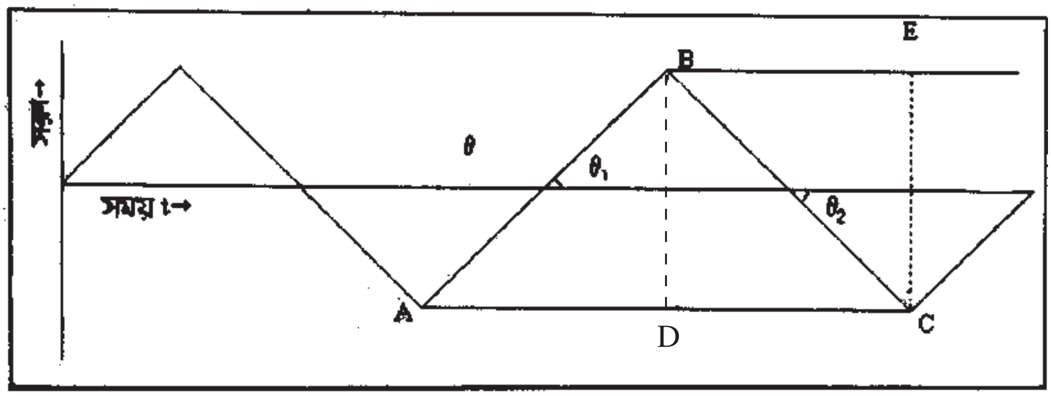
প্রথম সূত্র — ছড়ের সংস্পর্শে তারের বিন্দুটির অগ্রগতির বেগ ছড়ের গতিবেগের সমান।

বিজ্ঞানী রমণের যুক্তি অনুযায়ী, যেহেতু তারের কম্পন ছড়ের দ্বারা সৃষ্ট, অতএব তারের সন্মুখ গতির সময়ে ছড় থেকে তারে শক্তি সরবরাহের হার তারটি পিছলে পিছনের দিকে যাওয়ার সময়ের হারের সমান। তারের যে বিন্দুটি ছড়ের সংস্পর্শে থাকে তার সন্মুখ গতিবেগ যদি ছড়ের গতিবেগের কম হত তাহলে তাদের মধ্যে একটি আপেক্ষিক বেগ সৃষ্টি হত এবং তার ফলে দুই এর মধ্যে গতীয় ঘর্ষণ তৈরি হত। তারের পিছনের দিকে পিছলে পড়ার সময় এই আপেক্ষিক বেগের হঠাৎ পরিবর্তন ঘটত এবং ঘর্ষণ বলেরও হঠাৎ ঘর্ষণ বলেরও হঠাৎ পরিবর্তন হত। ফলে শক্তি সরবরাহের হারের সমতা বজায় থাকত না। এতে পোষিত কম্পনের মূলনীতি অর্থাৎ শক্তি সরবরাহের হারের সমতা লঙ্ঘিত হবে। সুতরাং, তারের অগ্রগতির সময়ে ছড়ের গতিবেগ ও তারের স্পর্শবিন্দুর গতিবেগ সমান হবে যাতে উভয়ের মধ্যে স্থিতীয় ঘর্ষণ কাজ করে।

দ্বিতীয় সূত্র — কোনও টানা তারের কোনও একটি প্রান্তে যদি ছড় দিয়ে কম্পন ঘটানো যায় তাহলে কম্পিত বিন্দুর অগ্র ও পশ্চাদ্‌গামী গতিবেগ দুটি স্থির থাকে এবং বেগ দুটির অনুপাত ছড়টি তারটিকে যে দুটি খণ্ডে বিভক্ত করেছে তাদের দৈর্ঘ্যের অনুপাতের সমান হয়। সংস্পর্শ বিন্দুর সরণ সময় লেখচিত্রটি পর্যাবৃত্ত এবং করাতের দাঁতের মত দুটি ধাপে আঁকাবাঁকা হয় (চিত্র 9.4)। লেখচিত্রের AB অংশ সংস্পর্শ বিন্দুর অগ্রগতি এবং BC অংশ ঐ বিন্দুর পশ্চাৎগতি নির্দেশ করেছে। চিত্রে অগ্রগতির বেগ $v_1 = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \tan\ {}_1$ এবং পশ্চাৎগতির বেগ $v_2 = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \tan\ {}_2$

দুই বেগের অনুপাত,

কেননা $BD = EC$



চিত্র 9.4 - তারের সংস্পর্শ তারের বিন্দুর সময় সরণ লেখ।

যদি একপ্রান্ত থেকে তারের সংস্পর্শ বিন্দুর দূরত্ব a এবং অন্যপ্রান্ত থেকে $l - a$ (l = তারের দৈর্ঘ্য) হয়, তবে হেল্‌ম্‌হোলৎস - এর দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী $\frac{v_1}{v_2} = \frac{a}{l-a}$ । এই অনুপাত 9.4 চিত্রের অনুপাতের সমান হয়।

তৃতীয় সূত্র — একইভাবে ছড় টানা হলে তারের যে কোনও বিন্দুর অগ্রগতি এবং পশ্চাৎগতির বেগের যোগফল $v_1 + v_2$ একটি স্থির রাশি এবং এই সংখ্যাটি x-এর উপর নির্ভরশীল নয়।

9.5.2 ছড়টানা তারের জন্য হেলম্‌হোলৎস্ - এর তত্ত্ব

ধরা যাক, l দৈর্ঘ্যের এবং রৈখিক ঘনত্বের একটি তারকে দুইপ্রান্ত $x = 0$ এবং $x = l$ - এ আটকানো হল এবং T বলে টান করে রাখা হল। এখন এই তারটিকে $x = a$ বিন্দুতে ছড় টেনে স্পন্দিত করা হল। এর ফলে যে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সৃষ্টি হবে তার বেগ হবে :

(9.1 সমীকরণ অনুযায়ী)

এক্ষেত্রেও আমরা কম্পিত তারের যে অবকল সমীকরণ পাব (সমীকরণ 9.1), তার সাধারণ সমাধান 9.7 সমীকরণের অনুরূপ হবে :

$$y = \sum_s \sin\frac{s\pi x}{l}\left[A_s \cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin\frac{s\pi ct}{l}\right]$$

যে কোনও বিন্দুতে তারের অনুপ্রস্থ বেগ হবে :

$$\dot{y} = \sum_s \sin\frac{s\pi x}{l}\cdot\frac{s\pi c}{l}\cdot\left(-A_s \sin\frac{s\pi ct}{l} + B_s \cos\frac{s\pi ct}{l}\right) \qquad ...9.26$$

এখন আমাদের A_s ও B_s ধ্রুবকগুলির মান জানতে হবে। 9.26 সমীকরণের উভয় দিককে $\sin\frac{s\pi ct}{l}dt$ দিয়ে গুণ করে তারের মূলসুরের এক পর্যায়কাল অর্থাৎ $t = 0$ থেকে $t = T$ সীমার মধ্যে সমাকলন করলে পাওয়া যাবে :

$$= -A_s \sin\ \frac{s\pi x}{l}\left(\frac{s\pi c}{l}\cdot\frac{T}{2}\right)$$

$$= -A_s\ s\pi \sin \qquad \text{কেননা } cT = 2l$$

যদি ধরা যায়, তারের অগ্রগতির সময়ে $t = 0$ থেকে $t =$ পর্যন্ত এবং পশচাৎগতির সময়ে $t =$ থেকে $t = T$ পর্যন্ত , তবে

$$= -\frac{v_1 l}{s\pi c}\left(\cos\frac{s\pi\tau}{l} - 1\right) + \frac{v_2 l}{s\pi c}\left(1 - \cos\frac{s\pi c\tau}{l}\right)$$

$$=$$

$$=$$

$$\therefore A_s \sin \qquad ...9.27(a)$$

এবার $\dot{y}$ কে cos dt দিয়ে গুণ করে আগের মত সমাকলন করলে পাওয়া যাবে :

$$= B_s \sin \frac{s\pi x}{l} \cdot \frac{s\pi c}{l} \cdot \frac{T}{2}$$

$$= B_s \; s\pi \sin$$

আগের মত এর মান ব্যবহার করে,

$$= \frac{v_1 l}{s\pi c}\sin\frac{s\pi c\tau}{l} + \frac{v_2 l}{s\pi c}\sin\frac{s\pi c\tau}{l}$$

$$= \frac{2(v_1+v_2)l}{s\pi c}\sin\frac{s\pi c\tau}{2l}\cos\frac{s\pi c\tau}{2l}$$

$\therefore \; B_s \sin$

$$= \frac{(v_1+v_2)T}{s^2\pi^2}\sin\frac{s\pi c\tau}{2l}\cos\frac{s\pi c\tau}{2l} \qquad ...9.27(b)$$

সুতরাং, $y = \sum_s \left[-\frac{(v_1+v_2)T}{s^2\pi^2}\sin^2\frac{s\pi c\tau}{2l}\cdot\cos\frac{s\pi ct}{l} + \frac{(v_1+v_2)T}{s^2\pi^2}\sin\frac{s\pi c\tau}{2l}\cos\frac{s\pi c\tau}{2l}\sin\frac{s\pi ct}{l} \right]$

$$= \frac{(v_1+v_2)T}{\pi^2}\sum_s \frac{1}{s^2}\cdot\sin\frac{s\pi c\tau}{2l}\left(\sin\frac{s\pi ct}{l}\cos\frac{s\pi c\tau}{2l} - \cos\frac{s\pi ct}{l}\sin\frac{s\pi c\tau}{2l}\right)$$

অর্থাৎ $y = \frac{(v_1+v_2)}{\pi^2}T\sum_s \frac{1}{s^2}\sin\frac{s\pi c\tau}{2l}\sin\frac{s\pi c}{l}\left(t-\frac{\tau}{2}\right) \qquad ...9.28$

হেল্‌ম্‌হোলৎসের সূত্র থেকে আমরা জানি যে, তারের পরিলক্ষিত বিন্দুর স্থানাঙ্ক x এবং তারের অগ্রগতির সময় τ পরস্পর রৈখিকভাবে সম্পর্কিত। যখন $= 0, \;\; , 2$ ইত্যাদির সমান হয় তখন $A_s \sin$ এবং $B_s \; s \sin$ রাশিগুলির মান শূন্য হয়। আবার যখন $= 0, \;\; , 2$ ইত্যাদি হয় তখনও 9.28 সমীকরণের ডানদিক শূন্য হবে। যেহেতু এগুলি কোনও ভিন্ন শর্ত হতে পারে না, অতএব আমরা এর

স্থানে লিখতে পারি। এছাড়া আমরা যদি সময় গণনার মুহূর্তটি পরিমাণে এগিয়ে দিই তবে $t -$ এর স্থানে t লেখা যেতে পারে। এই পরিবর্তনগুলির পর 9.28 সমীকরণকে লেখা যাবে :

$$y = \qquad \text{...9.29}$$

অথবা, $$y = \sum_s a_s \sin\frac{s\pi ct}{l} \qquad \text{...9.30}$$

যেখানে, $$a_s = \frac{(v_1+v_2)T}{\pi^2}\cdot\frac{1}{s^2}\cdot\sin\frac{s\pi x}{l} \qquad \text{...9.31}$$

এখন আপনি কর্ষিত তারের 9.18 সমীকরণ ও আহত তারের 9.23 সমীকরণের সঙ্গে ছড় টানা তারের 9.29 সমীকরণের তুলনা করতে পারেন। লক্ষ্য করে দেখুন, ছড় টানা তার এবং কর্ষিত তার—উভয় ক্ষেত্রেই সমমেলগুলির বিস্তার এর সমানুপাতী। তবে কর্ষিত তারের ক্ষেত্রে কর্ষণের বিন্দুটির স্থানাঙ্ক যতটা গুরুত্বপূর্ণ ছড় টানা তারের ক্ষেত্রে ছড়ের সংস্পর্শে থাকা বিন্দুটির স্থানাঙ্ক ততটা গুরুত্বপূর্ণ নয়।

এবার ছড়টানা তারের বিষয়ে একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী - 4

নিচের উক্তিগুলির মধ্যে যেগুলি সত্য সেগুলির পাশে 'স' এবং যেগুলি মিথ্যা সেগুলির পাশে 'মি' লিখুন।

(a) ছড়টানা তারে স্থিতীয় ঘর্ষণের কোনও ভূমিকা নেই। ☐

(b) ছড়টি দ্রুতগতিতে টানা হলে কম্পনের বিস্তার বাড়ে। ☐

(c) ছড়টানা তারের s তম সমমেলের বিস্তার s^{-2} এর সমানুপাতী। ☐

(d) ছড়টানার সময় ছড়ের সংস্পর্শে থাকা বিন্দুর অগ্রগতি ও পশ্চাৎগতি সর্বদাই সমান হয়। ☐

(e) ছড়টানা তারের কম্পনকে প্রণোদিত কম্পন বলা যায়। ☐

(f) পোষিত কম্পনে বাইরে থেকে শক্তির যোগান প্রয়োজন হয়। ☐

(g) একই তার কর্ষিত হলে তার যে মুলসুর হয়, ছড়টানা হলে সেই মূলসুর হয় না। ☐

9.6 সারাংশ

এই এককে আমরা দুই প্রান্ত আবদ্ধ এমন টান দিয়ে রাখা তারের কম্পন সম্বন্ধে আলোচনা করেছি। প্রথমেই, এ ধরনের তারে অনুপ্রস্থ সরণের তরঙ্গ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করে তার সাধারণ সমাধান বার করা হয়েছে এবং এই সমাধানের সাহায্যে তরঙ্গটির গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তির মান নির্ণয় করা হয়েছে।

এরপর আমরা টান দিয়ে রাখা তারে বিভিন্ন পদ্ধতিতে উৎপন্ন কম্পনের গাণিতিক বিশ্লেষণ করেছি এবং সেগুলির চরিত্রগত বৈশিষ্ট্যের আলোচনা করেছি। গাণিতিক বিশ্লেষণের মূল লক্ষ্য তারের সীমাশর্তগুলির প্রয়োগ এবং তার দ্বারা তারের সময়-সরণ সমীকরণ নির্ণয়।

টানা তারের কম্পন তিন প্রকারে সৃষ্টি করা যায়। এগুলি হল (i) কর্ষনের দ্বারা, অর্থাৎ তারের একটি বিন্দুকে পাশের দিকে টেনে ধরে এবং তারপর স্থির অবস্থা থেকে ছেড়ে দিয়ে; (ii) আঘাতের দ্বারা অর্থাৎ হাতুড়ি বা ঐ জাতীয় কোনও বস্তুর দ্বারা তারের কোনও বিন্দুতে আঘাত করে এবং (iii) ছড় টেনে, অর্থাৎ বেহালা প্রভৃতি বাদ্যযন্ত্রে ব্যবহৃত ছড়কে তারের উপর চাপ দিয়ে ধরে তারের সঙ্গে সমকোণে টেনে। এই তিন পদ্ধতির ক্ষেত্রে আমরা যে সময়-সরণ সমীকরণ পেয়েছি সেগুলি হল :

কর্ষিত তারের ক্ষেত্রে : $y =$ ...(সমীকরণ 9.18)

আহত তারের ক্ষেত্রে : $y = \dfrac{2p}{\pi c\rho}\sum_s \dfrac{1}{s}\sin\dfrac{s\pi a}{l}\sin\dfrac{s\pi x}{l}\sin\dfrac{s\pi ct}{l}$ ...(সমীকরণ 9.23)

ছড়টানা তারের ক্ষেত্রে : $y = \dfrac{(v_1+v_2)T}{\pi^2}\sum_s \dfrac{1}{s^2}\sin\dfrac{s\pi x}{l}\sin\dfrac{s\pi ct}{l}$ ...(সমীকরণ 9.29)

তিনটি ক্ষেত্রের রাশিমালাগুলিতে যে প্রতীকগুলি ব্যবহৃত হয়েছে সেগুলির অর্থ পাঠ্যাংশের মধ্যে দেওয়া হয়েছে। এই সময়-সরণ সমীকরণগুলির সাহায্যে টানা তারের বিভিন্ন উপায়ে সৃষ্ট কম্পনের কিছু বৈশিষ্ট্য আমরা আলোচনা করেছি। এগুলির সাহায্যে আপনি তিন পদ্ধতিতে উদ্দীপিত কম্পনের তুলনামূলক আলোচনাও করতে পারবেন।

9.7 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. টান দেওয়া তারে অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করুন এবং সেটির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করুন।
2. টানা তারের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির রাশিমালা নির্ণয় করুন। দেখান যে, মোট যান্ত্রিত শক্তি সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয় না।
3. কর্ষিত তারের সময়-সরণ সমীকরণ নির্ণয় করুন এবং এর থেকে ইয়ং হেল্‌ম্‌হোলৎস্ সূত্রটি বুঝিয়ে দিন।
4. টানা তারের সরণের সাধারণ সমীকরণ :

$$y\,(x,\,t) = \sum_s\left[A_s\cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s\sin\frac{s\pi ct}{l}\right]\sin\frac{s\pi x}{l}$$

ধরে নিয়ে আহত তারের সময়-সরণ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত করুন।

5. ছড় টানা তারের কম্পনে ছড় ও তারের মধ্যে গতীয় ও স্থিতীয় ঘর্ষণ বলের ভূমিকা আলোচনা করুন।

6. ছড় টানা তারের সময় সরণ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত করুন।

9.8 উত্তরমালা

অনুশীলনী

1. 9.7 সমীকরণে দ্বিতীয় সমমেলের জন্য s-এর মান কেবলমাত্র 2 ধরলে দেখা যায়,

$$y = \left(A_2 \cos\frac{2\pi ct}{l} + B_2 \sin\frac{2\pi ct}{l}\right)\sin\frac{2\pi x}{l}$$

যেহেতু $t = 0$ সময়ে সরণের মান সর্বত্র শূন্য, $A_2 = 0$

এক্ষেত্রে টান $T = 1 \times 9{\cdot}8 = 9{\cdot}8N$

তারের রৈখিক ঘনত্ব $\rho =$ $2 \times 10^{-3} kgm^{-1}$

$\therefore$ তারের তরঙ্গের বেগ $c =$ $= 70ms^{-1}$

সর্বোচ্চ সরণ $B_2 = 2mm$

সুতরাং, $y = 2\sin$

$= 2\sin 400t \ \sin 5{\cdot}71x \ mm$

2. 9.18 সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়, $x = a$ বিন্দুতে তারটিকে কর্ষণ করা হলে যে কোনও বিন্দুতে বিস্তার

$a_s =$

তারটিকে $\frac{l}{4}$ দূরত্বে কর্ষণ করা হলে $a =$

অতএব, $a_{sm} =$ । যেহেতু $s = 4, 8, 12, \ldots$ইত্যাদি হলে $\sin\frac{s\pi}{4} = 0$ হয়, কাজেই $a_{sm} =$ 0 হবে, চতুর্থ, অষ্টম, দ্বাদশ ইত্যাদি সুরে।

3(a) সমীকরণ 9.24 থেকে যে কোনও বিন্দুতে বিস্তার :

$a_s =$

সর্বোচ্চ বিস্তারের মান :

$$a_{sm} = \frac{2p}{\pi r c \rho}\frac{1}{s}\sin\frac{s\pi a}{l} \quad \text{(যখন } x = \frac{l}{2s}, \frac{3l}{2s} \text{ ইত্যাদি)।}$$

যদি তারটিকে $a =$ দূরত্বে আঘাত করা যায়, তাহলে

$$a_{sm} =$$

তৃতীয়, ষষ্ঠ, নবম ইত্যাদি সুরে (যখন $s = 3, 6, 9$ ইত্যাদি) a_{sm} এর মান শূন্য হবে অর্থাৎ এই সুরগুলি অনুপস্থিত থাকবে।

আবার a_{sm} সর্বাপেক্ষা বেশি হবে প্রথম, দ্বিতীয়, চতুর্থ ইত্যাদি সুরে (যেমন $s = 1, 2, 4$ ইত্যাদি) যখন x-এর মান যথাক্রমে ইত্যাদি। কাজেই আমরা লিখতে পারি, সর্বোচ্চ বিস্তারগুলির মান :

$$a_{1m} = \qquad \text{ইত্যাদি।}$$

3.(b) হাতুড়িটি তারের যে অংশে আঘাত করে, তার দৈর্ঘ্য অতিক্ষুদ্র না হলে 9.23 সমীকরণের প্রতিষ্ঠায় $\int_a^{a+\Delta} u_0 \sin\frac{\gamma\pi x}{l}dx$ রাশিটির মান নির্ণয় করার জন্য x এর সঙ্গে u_0 এর পরিবর্তন জানা প্রয়োজন হবে। তবে u_0 এর পরিবর্তন জানা থাকলেও সমাকলটির মান নির্ণয় করা দূরূহ হবে।

4. (a) মি; (b) স; (c) স; (d) মি; (e) মি; (f) স;(g) মি।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. 9.2 অনুচ্ছেদে এই বিষয় আলোচনা করা হয়েছে।
2. 9.2.1 অংশে আপনি এ বিষয়ে গাণিতিক বিশ্লেষণ পেয়েছেন।
3. 9.3 অংশে এই প্রশ্নের উত্তর আলোচিত হয়েছে।
4. এই সমীকরণ 9.4 অংশে প্রতিষ্ঠিত করা হয়েছে।
5. 9.5 অংশে ছড় টানা তার সম্বন্ধীয় আলোচনাটি দেখে নিন।
6. 9.5 অংশে ছড় টানা তারের সময়-সরণ সমীকরণ প্রতিষ্ঠিত হয়েছে।

একক 10 ❑ শব্দের তীব্রতা (intensity), প্রাবল্য (loudness) ও কম্পাঙ্কের (frequency) পরিমাপ

গঠন

10.1 প্রস্তাবনা

মানুষ তার জন্ম থেকে নানাজাতীয় শব্দের সঙ্গে পরিচিত হয়। বাইরের প্রকৃতির সঙ্গে তথ্য আদান-প্রদানের একটি গুরুত্বপুর্ণ উপায় হল শ্রবণেন্দ্রিয়র সাহায্যে শব্দগ্রহণ এবং নিজস্ব বাগ্‌যন্ত্র বা অন্য কোনো যান্ত্রিক ব্যবস্থার দ্বারা শব্দ সৃষ্টি। শব্দ শুধু দরকারী কথাবার্তা আর নীরস তথ্য আদান-প্রদানের মাধ্যম নয়, শব্দ মানুষের শিল্পসৃষ্টি, ভাব বিনিময় এবং বিনোদনেরও মাধ্যম। সে কারণে শব্দের বৈচিত্র্য ও প্রকারভেদ আমাদের কৌতূহল জাগ্রত করে।

স্বাভাবিক ক্ষমতায় মানুষ বিভিন্ন ধরনের শব্দের পার্থক্য বুঝতে পারে। যেমন—জোরে, আস্তে, তীক্ষ্ণ, গম্ভীর ইত্যাদি। কিন্তু ভৌতবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে এরকম গুণগত পার্থক্য যথেষ্ট নয়। আপনি নিশ্চয়ই একমত হবেন যে, ভৌতবিজ্ঞানে যে সব রাশি ব্যবহার করা হয়, সেগুলি পরিমাপযোগ্য হওয়া একান্তই প্রয়োজন। অতএব, বিভিন্ন উৎস থেকে উৎপাদিত বিভিন্ন শব্দের প্রকৃতি নির্ধারণ করা হয় কয়েকটি নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্য বিচার করে। একটি হল 'কম্পাঙ্ক'—অর্থাৎ, শব্দ উৎসটি সেকেন্ডে কতবার কম্পিত হচ্ছে এবং তার ফলে প্রতি সেকেন্ডে মাধ্যমে কতগুলি তরঙ্গ উৎপন্ন হচ্ছে। আর একটি হল 'তীব্রতা'—অর্থাৎ শব্দের গতিমুখে বা লম্বভাবে স্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে একক সময়ে প্রবাহিত গড় শব্দশক্তির পরিমাণ। এগুলি ভৌত রাশি, নির্দিষ্টভাবে মাপা সম্ভব। আবার কতকগুলি বৈশিষ্ট, আছে, যা মানব ইন্দ্রিয় অনুভব করতে পারে, কিন্তু সরাসরি পরিমাপ করা যায় না। যেমন শব্দের 'প্রাবল্য' মানে শব্দ কতটা জোরালো, তার অনুভব। তীব্রতাকে মাপার জন্য 'ডেসিবেল' নামে একটি নির্দিষ্ট একক আছে, যা আপনি একটু পরেই পড়বেন। কিন্তু প্রাবল্য একটি শ্রোতা-নির্ভর অনুভূতি, সুতরাং তাকে সরাসরি মাপা যায় না। প্রাবল্য পরোক্ষভাবে দুটি তীব্রতার তুলনা হিসাবে মাপা হয় এবং ফন (Phon) এককে প্রকাশ করা হয়। এই এককে তীব্রতা ও প্রাবল্যের তুলনামূলক বিশ্লেষণ করা হয়েছে এবং তীব্রতা মাপার বিভিন্ন আলোচনা করা হয়েছে।

শব্দের কম্পাঙ্কের সঙ্গে সম্বন্ধিত একটি অনুভূতি হল তীক্ষ্ণতা, শব্দ কতটা চড়া বলে মনে হচ্ছে সেই অনুভব। আমরা শুনে বুঝতে পারি, হুইসলের শব্দ তীক্ষ্ণ আর সানাইয়ের খাদের পর্দার আওয়াজ ভারী। কিন্তু এই 'তীক্ষ্ণ' আর 'ভারী' ভাব মাপা সম্ভব নয়। যেটা মাপা যায়, তা হল কম্পাঙ্ক। শব্দ ভারী বা চড়া হবে তার কম্পাঙ্ক কম বা বেশি হলে। কম্পাঙ্ক সরাসরি মাপা যায়, অথবা দুটি উৎস থেকে নির্গত শব্দের তরঙ্গ সংখ্যার তুলনা করে নির্ণয় করা যায়। এই এককে দু-রকম পদ্ধতিই ব্যাখ্যা করা হবে। শব্দের আর একটি বিশেষত্ব হল তার গুণ বা জাতি। এর মাধ্যমে একই কম্পাঙ্ক ও তীব্রতার দুটি শব্দ উৎসকে পৃথকভাবে চেনা যায়। জাতি নির্ভর করে তরঙ্গের প্রকৃতি অর্থাৎ সময়ের সঙ্গে কম্পাঙ্ক বিস্তার পরিবর্তনের প্রকৃতির উপর। এই এককে সে সম্বন্ধে আলোচনা করা হবে। এখানে বলে রাখা ভাল, তীক্ষ্ণতা ও জাতি একমাত্র সুরেলা শব্দের ক্ষেত্রেই বিচার্য। কোলাহল (noise)-এর তীক্ষ্ণতা ও জাতি অর্থহীন, কারণ কম্পাঙ্কই নির্দিষ্ট নয়।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পড়লে আপনি যে কাজগুলি করতে পারবেন, তা হল—

- শব্দের তীব্রতা ও প্রাবল্য বলতে কী বোঝায়, তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- পরিচিত 'ডেসিবেল' এককটির অর্থ কী, তা বোঝাতে পারবেন এবং প্রয়োজনমত এই এককটির ব্যবহার করতে পারবেন।
- তীব্রতা পরিমাপ করার বিভিন্ন পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবেন।
- কম্পাঙ্ক কীভাবে মাপা হয়, তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- সুরেলা শব্দের গুণ বা জাতি কাকে বলে, তা বুঝিয়ে দিতে পারবেন।

উপরের বিষয়গুলির সঙ্গে যুক্ত বিভিন্ন যন্ত্রের সঙ্গে পরিচিত হয়ে প্রায়োজনে সেগুলি ব্যবহার করতে পারবেন।

10.2 শব্দের তীব্রতা ও তার ডেসিবেল একক

একক নিশ্চয় কোনও সময়ে মোটরগাড়ির হর্ন বা লাউডস্পিকার থেকে নির্গত শব্দ অত্যন্ত তীব্র বলে অস্বস্তি অনুভব করেছেন। আবার টেলিফোনে কথা বলার সময় যে শব্দ শুনতে পেয়েছেন, তা যথেষ্ট তীব্র নয় বলে আপনার হয়ত অসুবিধা হয়েছে। শব্দের এই 'তীক্ষ্ণতা' বলতে শব্দবিজ্ঞানে ঠিক কী বোঝায়?

কোনো একটি নিদিষ্ট বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা বলতে বোঝায়, সেখানে শব্দের গতি অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত গড় শব্দক্ষমতার পরিমাণ। তীব্রতার একক প্রতি বর্গমিটার পিছু ওয়াট অর্থাৎ W/m^2। দেখানো যায় যে, কোন মাধ্যমে শব্দের তীব্রতার মান

$$I = \frac{1}{2}\rho_0 c\omega^2 A^2$$

যেখানে ρ_o = মাধ্যমের গড় ঘনত্ব, c = মাধ্যমে শব্দের বেগ = শব্দতরঙ্গের কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং A = শব্দতরেঙ্গর বিস্তার। I -এর রাশিমালা থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে, শব্দের তীব্রতা অনেকগুলি বিষয়ের উপর নির্ভরশীল। এখন এই বিষয়গুলি আলাদা করে দেখা যেতে পারে।

(i) কম্পাঙ্কের বিস্তার : তীব্রতার রাশিমালা থেকে এটা স্পষ্ট যে, নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের শব্দের জন্য তীব্রতা বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী হয়। আপনি যখন রেডিওর ভলিউম নবটি ঘোরান তখন নির্গত শব্দের বিস্তার বাড়ে বলেই তীব্রতাও বাড়ে। তবে কম্পনের বিস্তার অন্য কয়েকটি বিষয়ের উপরও নির্ভর করে।

(a) উৎসের আকার : উৎসের আকারের সঙ্গে শব্দতরঙ্গের বিস্তার বৃদ্ধি পায়। এজন্যই গিটার, বেহালা প্রভৃতি বাদ্যযন্ত্রে ফাঁপা সাউন্ড বক্স থাকে। শুধু তারের কম্পনের তুলনায় সাউন্ড বক্সের বাতাসের কম্পনের ফলে উৎপন্ন শব্দের বিস্তার ও তীব্রতা অনেক বেশী হয়।

(b) শব্দের উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব : শব্দের উৎস থেকে যত দূরে যাওয়া যায়, সাধারণভাবে শব্দের তীব্রতা তত হ্রাস পায়। যদি একটি বিন্দু উৎস থেকে উৎপন্ন শব্দ চতুর্দিক সমভাবে ছড়িয়ে পড়ে, তবে নির্গত শব্দশক্তি থেকে r দূরত্বে মোট 4 r^2 ক্ষেত্রফলের (অর্থাৎ r ব্যাসার্ধের গোলকের তলের ক্ষেত্রফলে) বিতরিত হয়। সুতরাং, একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত ক্ষমতা উৎস থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতী হয়। শব্দের তীব্রতা ও উৎস থেকে দূরত্বের এ জাতীয় সম্পর্ককে আমরা ব্যস্তবর্গ (inverse square) নিয়ম বলে থাকি।

শব্দের উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্বের উপর তীব্রতা নির্ভর করে বলেই অনেক উচ্চতায় ওড়া জেট প্লেনের শব্দ ক্ষীণ শোনায়। কিন্তু সেটি যখন নিচ দিয়ে ওড়ে, তখন তার গর্জন রীতিমত অসুবিধার সৃষ্টি করে।

(ii) শব্দের কম্পাঙ্ক : শব্দের বিস্তার অপরিবর্তিত থাকলে তীব্রতা কম্পাঙ্কের বর্গের সমানুপাতী হয়। এটি অবশ্য কানে শুনে সমসময়ে বোঝা যায় না, কেননা আমাদের কানের সংবেদনশীলতাও কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে।

(iii) মাধ্যমের ঘনত্ব : তীব্রতার রাশিমালা থেকে আপনি বুঝতে পারবেন যে,তীব্রতা মাধ্যমের ঘনত্বের সমানুপাতী। এজন্য বায়ু অপেক্ষা জলে শব্দের তীব্রতা বেশি হয়। আবার অধিক উচ্চতায় যেখানে বায়ুর ঘনত্ব সমুদ্রতলের চেয়ে কম, সেখানে শব্দের তীব্রতাও অপেক্ষাকৃত কম হয়।

এবার আমরা তীব্রতার একক সম্বন্ধে আলোচনা করব। আপনার মনে হতে পারে যে, "প্রতি বর্গমিটার পিছু ওয়াট" কেই তীব্রতার একক হিসাবে ব্যবহার করা যেতে পারে। এটি কিন্তু আমাদের কাছে খুব সুবিধাজনক নয়। সর্বনিম্ন তীব্রতার যে শব্দ আমাদের কানে ধরা পড়ে, তার তীব্রতা I_0 এর মাত্রা 10^{-12} W/m^2 । আমাদের সাধারণ কথাবার্তার সময় তীব্রতা এরও লক্ষগুণ অর্থাৎ 10^{-7}W/m^2 হতে পারে। আবার লাউডস্পিকারের জোর শব্দ বা বিস্ফোরণের শব্দের তীব্রতা এরও লক্ষ গুণ অর্থাৎ 10^{-2} W/m^2 অতিক্রম করতে পারে। তীব্রতার এই বিশাল পাল্লা আমাদের কানের বিস্ময়কর কর্মক্ষমতা সূচিত করলেও তীব্রতার মাত্রা সংখ্যা দ্বারা প্রকাশের ক্ষেত্রে অসুবিধার সৃষ্টি করে। তাই তীব্রতাকে সরাসরি W/m^2 এককে প্রকাশ না করে আমরা নিম্নতম শ্রবণযোগ্য তীব্রতার (I_0) সঙ্গে অনুপাত হিসাবে লগারিদ্‌ম্ স্কেলে প্রকাশ করি।

এর ফলে যে এককটির উৎপত্তি হয়, সে নামটি আপনার খুবই চেনা—ডেসিবেল। প্রায়ই শোনা যায়, বাজিপটকা, গাড়ির হর্ন, মাইক প্রভৃতির উপর নিষেধাজ্ঞা, " অমুক পরিমাণ ডেসিবেল ছাড়ানো চলবে না"। অর্থাৎ শব্দের তীব্রতা মাপার একক হল ডেসিবেল। তীব্রতা বৃদ্ধির মাপকাঠিতে সমতা আনার জন্য তীব্রতা বৃদ্ধিকে উভয় তীব্রতার অনুপাতের লগারিদ্‌ম্‌রূপে (ভূমি-10) প্রকাশ করা হয়। এই আপেক্ষিক তীব্রতাকে বিজ্ঞানী আলেকজান্ডার গ্রাহাম বেলের (Bell) নামানুসারে বেল (Bel) একক বলা হয়। যদি শব্দের ক্ষমতা বা প্রতি একক সময়ে নির্গত শব্দশক্তির পরিমাণ P_1 থেকে পরিবর্তিত হয়ে P_2 হয়ে যায়, তাকে বেল এককে এইভাবে প্রকাশ করা হবে:

ক্ষমতার বৃদ্ধির বেল সংখ্যা (number of bels) = $\log_{10}$ ...10.1

বাস্তবে বেল অর্থাৎ ক্ষমতার দশগুণ বৃদ্ধি ব্যবহারিক প্রয়োগের জন্য খুবই বড় বলে তার এক দশমাংশকে ডেসিবেল (decibel) নাম দেওয়া হয় এবং একক হিসাবে dB লেখা হয়। সুতরাং, ক্ষমতার বৃদ্ধির ডেসিবেল

সংখ্যা (number of decibels) = $10\log_{10}$ ...10.2

ডেসিবেলই শব্দের তীব্রতা বা ক্ষমতা বোঝানোর ব্যবহারিক একক। এবারে দেখুন ডেসিবেল (dB) পরিবর্তন কতটা বৃদ্ধি বা হ্রাস নির্দেশ করে। ক্ষমতার এক ডেসিবেল বৃদ্ধি বলতে বা প্রায় 1·26 গুণ বৃদ্ধি বোঝায়। মনে করুন, P_1 এর তুলনায় P_2 পরিমাণ 1000 গুণ বেশি। ডেসিবেল এককে বৃদ্ধি হবে মাত্র 30dB অর্থাৎ, ডেসিবেলে সামান্য বৃদ্ধি মানে বাস্তবে অনেক বৃদ্ধি।

শব্দের তীব্রতা স্তর বলতে বোঝায়, কোনো মানক 'শূন্য' স্তরের তুলনায় তার আপেক্ষিক তীব্রতা। 'মানক শূন্য তীব্রতা স্তর' হিসাবে শব্দের 10^{-12}Wm^{-2} তীব্রতা ধরে নেওয়া হয়। এখন যদি বলা হয় '60 ডেসিবেল শব্দ' তার মানে উক্ত স্তরের সাপেক্ষে 60dB বৃদ্ধি বা 10^6 গুণ বৃদ্ধি।

10.3 তীব্রতা এবং তার একক

শব্দের তীব্রতা আর প্রাবল্য বলতে সাধারণ ভাষায় একই বিষয় বোঝায়। কিন্তু পদার্থবিদ্যার ভাষায় তীব্রতার একটি নির্দিষ্ট সংজ্ঞা আছে। প্রাবল্যের এরকম কোনো সংজ্ঞা নেই। এটি মানব ইন্দ্রিয়ের একটি অনুভব মাত্র। শ্রোতার কানের উপরে নির্ভর করে শব্দ কতটা জোরালো শোনা যাবে।

তীব্রতার মতো প্রাবল্য সরাসরি যায় না। তা ছাড়া একই তীব্রতার কিন্তু ভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দ কোনো এক ব্যক্তির কাছে সাধারণত সমান জোরালো মনে হয় না। সে কারণে প্রাবল্য মাপার জন্য একটি নির্দিষ্ট মানক ধরে নিয়ে তার সাপেক্ষে অন্য উৎসগুলির তুলনা করা হয়। ধরা যাক একটি 1000Hz কম্পাঙ্কের 10^{-12} Wm^{-2} তীব্রতার শব্দ উৎস নেওয়া হল। যে শব্দের প্রাবল্য মাপা হবে, তার সঙ্গে মানক উৎসের শব্দ উৎপাদন করে ওই মানক উৎসটির তীব্রতা ক্রমশ পরিবর্তন করা হয় যতক্ষণ না উভয় উৎসের প্রাবল্য সমান হয়ে যায়। ধরা যাক, এই কাজ করতে গিয়ে মানক উৎসের তীব্রতা ndB ছড়ানো হল। তখন পরীক্ষাধীন উৎসটির প্রাবল্যমাত্রাকে বলা হবে n ফন (phon)।

সুতরাং, ফন হল প্রাবল্যমাত্রার একক, যেমন তীব্রতার একক ছিল ডেসিবেল। একমাত্র 1000 Hz কম্পাঙ্কের জন্য ফন স্কেল ও ডেসিবেল স্কেল সমান হবে। অর্থাৎ, তীব্রতা যত ডেসিবেল, প্রাবল্যমাত্রা ঠিক তত ফন হবে।

10.3.1 তীব্রতা ও প্রাবল্যের তুলনা $\frac{Ib}{I}$

আগের দুটি অনুচ্ছেদ থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, তীব্রতা আর প্রাবল্য দুটি পৃথক ধারণা। শব্দের তীব্রতা সরাসরি মাপা যায়। পরের অনুচ্ছেদেই তা দেখা যাবে। কিন্তু প্রাবল্য একটি অনুভূতি—শব্দ কতটা জোরালো শোনাচ্ছে তা প্রকাশ করার উপায়। এই কারণে প্রাবল্য পরোক্ষভাবে মাপা হয় দুটি তীব্রতার তুলনারূপে। তবে শব্দের তীব্রতা আর প্রাবল্যের মধ্যে একটি সম্পর্ক আছে, যাকে ওয়েবার ফেকনার নিয়ম বলা (Weber-Fechner Law) হয়। এই নিয়ম অনুসারে, প্রাবল্যে ন্যূনতম অনুভবযোগ্য বৃদ্ধি আনার জন্য প্রয়োজনীয় তীব্রতা বৃদ্ধি মূল তীব্রতার সমানুপাতী হয়। অর্থাৎ, শব্দ প্রাবল্যের কানে ধরা পড়ার মত ন্যূনতম বৃদ্ধি যদি dL হয়, আর তার প্রয়োজনীয় তীব্রতা বৃদ্ধি যদি dl হয়, তবে

$dl\ a\ dL{\cdot}I$ যেখানে I = মূল তীব্রতা। অথবা,

$$dL = k$$

যেখানে k একটি ধ্রুবক। সমাকলন করলে পাই,

$$L = k \log I + C$$

বা, $L = k_1 \log_{10} l$

যেখানে k_1 একটি ধ্রুবক।

সমীকরণ 10.3 হলে ওয়েবার ফেকনার নিয়মের গাণিতিক রূপ। এর থেকে স্পষ্ট হচ্ছে যে, তীব্রতা যখন গুণোত্তর শ্রেণীতে বাড়ে, প্রাবল্য তখন বাড়ে সমান্তর শ্রেণীতে। তাই তীব্রতায় সমান অনুপাতে বৃদ্ধি ঘটলে, প্রাবল্যও সমান ধাপে বাড়বে। প্রাবল্যের একক ও পরিমাণ নিয়ে পরের এককে বিস্তারিত আলোচনা করা হবে। এবার আপনি বরং নিচের অনুশীলনীটির উত্তর দিন।

অনুশীলনী - 1

(a) একটি ব্যস্ত রাজপথে মধ্যাহ্নে শব্দের তীব্রতা স্তর 80db ছিল। মধ্যরাত্রিতে তীব্রতা তুলনায় 32000 গুণ কম হলে এই তীব্রতা স্তরকে ডেসিবেল এককে প্রকাশ করুন।

(b) শূন্যস্থানগুলি পূর্ণ করুন (সাম্ভাব্য শব্দগুলি বন্ধনীতে দেওয়া আছে) :
শব্দের উৎসের আকার যত————(বাড়ে/কমে) শব্দের তীব্রতা তত বেশি হয়। উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব অর্ধেক হলে শ্রোতার কানে শব্দের তীব্রতা————(দুইগুণ/চারগুণ) বেশি মনে হয়। শব্দের তীব্রতার একক————($W/Wm^{-2}/Wm^{2}$)। শব্দের প্রাবল্য বলতে বোঝায় শব্দের–———(কম্পাঙ্ক/তীব্রতা/প্রবলতার অনুভূতি)।

10.4 তীব্রতার পরিমাপ

শব্দের তীব্রতা কম্পনের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী হয় বলে নানাভাবে বিস্তার পরিমাপ করে তীব্রতা গণনা করা যায়। যেমন, বায়ুর কম্পনের ফলে তার মধ্যেকার ধূলিকণার আন্দোলনের বিস্তার মাইক্রোস্কোপের সাহায্যে দেখা যায়। অথবা, কম্পন ও স্থাণু তরঙ্গের ফলে বায়ুর ঘনীভবন ও তনুভবনের দরুণ বায়ুর প্রতিসরাঙ্কের পর্যায়ক্রমে পরিবর্তন হয়। তার মধ্য দিয়ে আলোর ব্যতিচার লক্ষ্য করে বায়ুর কম্পনের ফলে চাপের বিস্তার নির্ধারণ করা যায়। তবে শব্দতরঙ্গের পরিবর্তী চাপ বা বেগকে তড়িৎ বিভবে পরিণত করে ঐ পরিবর্তী তড়িৎ বিভবের পরিমাপই বর্তমানে তীব্রতার পরিমাপের প্রচলিত উপায়।

কোনও একটি বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা মাপতে বেশ কয়েকটি ব্যবহারিক অসুবিধার মুখোমুখি হতে হয়। এগুলি আমাদের জেনে রাখা ভালো। অসুবিধার কারণগুলি হল ঃ

1. যে কোনও শব্দমাপক যন্ত্র শব্দক্ষেত্রকে কমবেশি পরিমাণে বিকৃত করে, সুতরাং যন্ত্রটি তার চারপাশে তীব্রতার পরিবর্তন ঘটায়। এজন্য যন্ত্রটির মাপ পরিমেয় শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তুলনায় ছোট রাখতে হয়।

2. কোনও শব্দমাপক যন্ত্রই সব তীব্রতায় সমানভাবে সাড়া দেয় না। এমনকি কম্পাঙ্কের সঙ্গেও শব্দমাপক যন্ত্রের দক্ষতা পরিবর্তিত হয়। বিশেষত, যন্ত্রের নিজস্ব কোনও কম্পাঙ্ক থাকলে ঐ কম্পাঙ্কের শব্দে যন্ত্রটিতে অনুনাদ ঘটে এবং সাড়ার পরিমাণ অন্য কম্পাঙ্কের তুলনায় অনেক বেশি হয়। এই কারণে যন্ত্রের গঠন এমন হয় যাতে কম্পাঙ্কের যে পাল্লায় সেটি ব্যবহার করা হবে তার মধ্যে বা নিকটে যন্ত্রের কোনও অনুনাদী কম্পাঙ্ক না থাকে।

3. কোনও যন্ত্রই সব মাধ্যমে ব্যবহারের উপযোগী হয় না।

4. সব কিছুর পর, শব্দের ক্ষমতার প্রবাহ এত অল্প যে, অত্যন্ত সুক্ষ্ম সংবেদনশীল যন্ত্রই তীব্রতার পরিমাণে ব্যবহার হয়।

আসুন, এবার আমরা শব্দতীব্রতা মাপার কয়েকটি যন্ত্রের সঙ্গে পরিচিত হই।

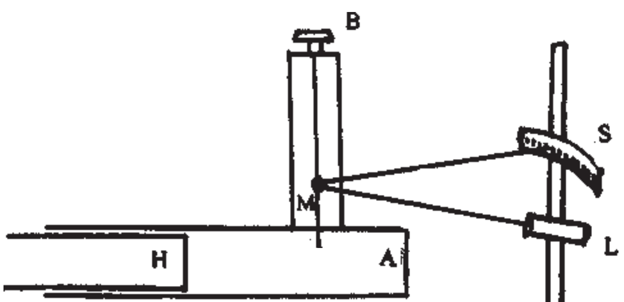
10.4.1 র‍্যালের চাকতি (Rayleigh's Disc)

প্রথমে এই যন্ত্রটি যে নীতির ভিত্তিতে কাজ করে, তা বলা যাক। একটি ছোট, হালকা চাকতি যদি শব্দের গতিপথে রাখা হয়, তবে শব্দতরঙ্গের চাপ সেটিকে তরঙ্গসঞ্চারের দিকের সঙ্গে লম্বভাবে রাখতে চায়। একটি সূতা বা পাতলা তারে ঝোলানো হাল্কা বৃত্তকার চাকতিটি যদি শব্দের গতিমুখের সাপেক্ষে এমনভাবে অবস্থান করে যাতে চাকতির উপর লম্ব এবং শব্দের গতিমুখের মধ্যে কোণ সৃষ্ট হয়, তখন চাকতির উপর একটি বলযুগ্ম কাজ করে

যার মান : $T =$ ...10.4(a)

অর্থাৎ, এখানে মাধ্যমের বায়ুর ঘনত্ব, r চাকতির ব্যাসার্ধ এবং ল হচ্ছে শব্দের ফলে উৎপন্ন বায়ুপ্রাবাহের গড় বর্গ বেগ। এই সূত্রে অবশ্য নানা কারণে কিছু ত্রুটি থাকে। এই কারণগুলি হল, শব্দের গতিপথে চাকতিটি থাকার ফলে শব্দতরঙ্গের ব্যবর্তন, মাধ্যমের সান্দ্রতা, শব্দচাপের প্রভাবে ঝুলন্ত চাকতির দোলন ইত্যাদি। আবার শব্দের কম্পাঙ্ক যদি চাকতির ব্যবর্ত দোলনের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয়ে যায়, তখন অনুনাদের ফলে পরিমাপে ব্যাঘাত ঘটে। তবে এ সবের জন্য সংশোধনী ব্যবস্থা নেওয়া যায় এবং এতে $\frac{4}{3}\rho r^3 v^2 \sin 2\theta$ যন্ত্রটির মূল নীতি একই থাকে।

এবারে যন্ত্রটির গঠনপ্রণালী দেখা যাক। 10.1(a) চিত্রে এটি দেখানো হয়েছে। এক সেমি ব্যাসার্ধের অভ্রের চাকতি D প্রায় দুই সেমি ব্যাসের লম্বা কাচনল A এর মধ্যে কোয়ার্টজ সূত্র দিয়ে ঝোলানো আছে। কোয়ার্টজ সূত্রের সঙ্গে একটি হালকা আয়না লাগানো আছে এবং সূত্রটির উপরের প্রান্ত একটি ব্যাবর্ত-শীর্ষের (B) সঙ্গে আবদ্ধ।



চিত্র : 10.1(a)

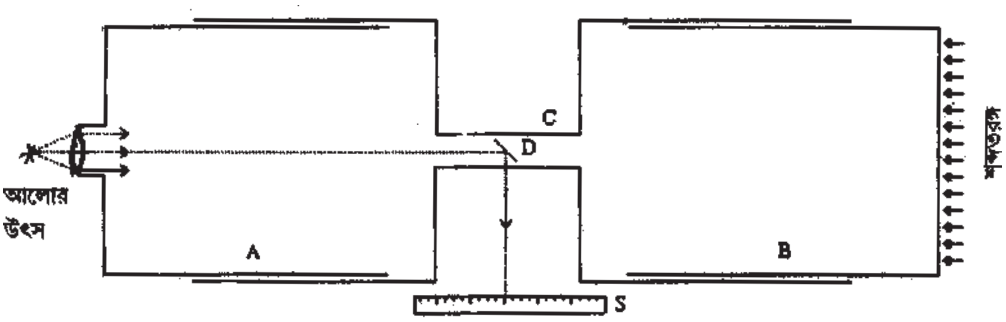
চাকতিটি প্রথমে কাচনলের অক্ষের সঙ্গে 45° কোণে রাখা হয়। একটি আলোক উৎস L থেকে আলোক রশ্মি M আয়নায় প্রতিফলিত হয়ে S স্কেলে পড়ে। H একটি পাতলা কাগজের পর্দা যার মধ্যে দিয়ে শব্দতরঙ্গ সহজেই সঞ্চারিত হয় এবং চাকতির উপর পড়ে। S স্কেলে আলোকবিন্দুর অবস্থান থেকে চাকতির বিক্ষেপ লক্ষ্য করা যায় এবং ব্যাবর্ত-শীর্ষটিকে ঘুরিয়ে চাকতির পূর্বাবস্থায় ফিরিয়ে আনা যায়। ব্যাবর্তশীর্ষের প্রয়োজনীয় ঘূর্ণন থেকে শব্দতরঙ্গের দ্বারা প্রযুক্ত বলযুগ্মের মান বার করা যায়।

চাকতিটিকে শব্দতরঙ্গের গতিমুখের সঙ্গে 45° কোণে রাখায় সেটির উপর বলযুগ্মের মান সর্বাধিক হয়

কেননা যখন = 45°, sin 2 = 1 এবং T = । ...10.4(b)

এছাড়া শব্দের তরঙ্গ হলে AD = এবং AH = 3 /4 রাখা হয়, যাতে তলের মধ্যে অনুনাদ হয়ে স্থাণুতরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং চাকতিটি একটি সুস্পন্দ বিন্দুতে থাকে। এতেও বলযুগ্মের মান অনেক বাড়ে।

10.1(b) চিত্রে বয়েজ-এর দ্বারা উদ্ভাবিত র‍্যালের চাকতির একটি বিকল্প ও উন্নত যন্ত্রসজ্জা দেখানো হয়েছে।



চিত্র : 10.1(b)

এখানে A এবং B দুটি ফাঁপা ধাতব পাত্র, যাদের দৈর্ঘ্য কমবেশি করা যায়। এদের যোগাযোগ রয়েছে C নলের মধ্যে দিয়ে। এই জাতীয় ফাঁপা পাত্র অনুনাদকের কাজ করে। এরকম যন্ত্রের সম্বন্ধে আমরা অনুচ্ছেদ 10.7.2 তে আবার পড়ব। এদের কাজ শব্দের নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে অনুনাদিত হওয়া। A পাত্রের পিছনে যে ছিদ্র থাকে, তা দিয়ে আলো ফেলার ব্যবস্থা থাকে এবং B পাত্রের পিছনের পর্দার মধ্য দিয়ে শব্দতরঙ্গ প্রবেশ করে। C নলের মধ্যে একটি কোয়ার্টজ তারের সাহায্যে D চাকতিটি শব্দতরঙ্গের গতিপথের সাপেক্ষে 45° কোণে ঝোলানো থাকে। তার আয়নায় আলো প্রতিফলিত হয়ে স্কেল S-এর উপর এসে পড়ে। চিত্রে এটি ভগ্নরেখা দিয়ে দেখানো হয়েছে। কোয়ার্টজ তারটি একটি ব্যাবর্ত-শীর্ষের সঙ্গে লাগানো থাকে। শীর্ষটির সঙ্গে একটি বৃত্তাকার নবও যুক্ত থাকে যাতে শীর্ষটিকে কতটা ঘোরানো হল, তা বোঝা যায়। বয়েজ-এর যন্ত্রটির কার্যপদ্ধতি র‍্যালের যন্ত্রের অনুরূপ।

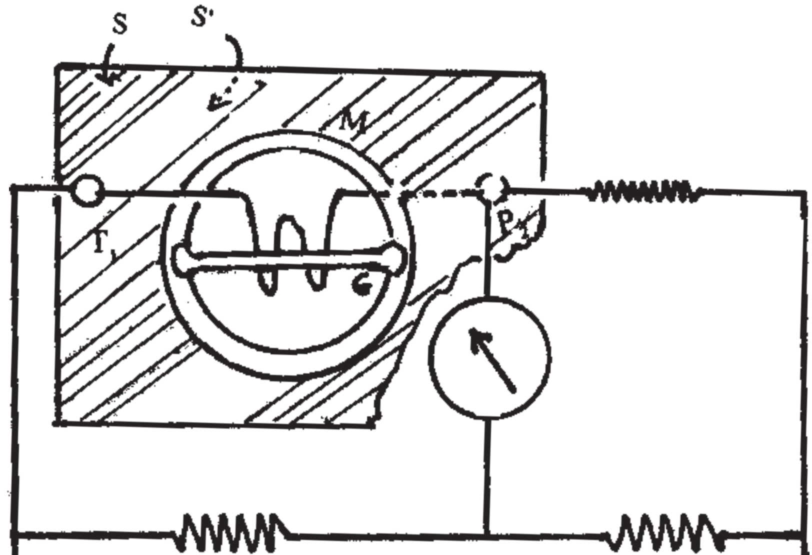
ধরা যাক, কোয়ার্টজ তারে একক মোচড়ের জন্য প্রয়োজনীয় টর্ক । যদি ব্যাবর্ত-শীর্ষের প্রয়োজনীয় ঘূর্ণন হয় তবেT = । এখন 10.4(b) সমীকরণে থেকে -এর মান নির্ণয় করে,

I = (c = শব্দের গতিবেগ)

সূত্র থেকে তীব্রতা 1-এর মান নির্ণয় করা যায়।

10.4.2 তপ্ত তার মাইক্রোফোন (Hot wire microphone)

আপনি নিশ্চয় জানেন যে, ধাতব তারের রোধ তার উষ্ণতার সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। যদি একটি তপ্ত তার নির্দিষ্ট উষ্ণতায় রাখা হয়, তার রোধ স্থির থাকবে। কিন্তু তাকে যদি বায়ুপ্রবাহ দ্বারা ঠাণ্ডা করা হয়, রোধ কমে যাবে। এখন, বায়ুপ্রবাহ যদি শব্দতরঙ্গের ফলে সৃষ্ট হয়, তবে তারের উপর আপতিত শব্দের তীব্রতা যত বেশি হবে, বায়ুর আন্দোলনও তত বাড়বে এবং তারটি তাপ পরিচালনের ফলে ঠাণ্ডা হয়ে রোধও তত কমবে। অর্থাৎ শব্দের তীব্রতা ও তারের রোধের মধ্যে একটা সম্পর্ক থাকবে এবং রোধের পরিমাপ থেকে তীব্রতার মান পাওয়া যাবে। রোধের পরিমাপের জন্য আমরা হুইটস্টোন ব্রিজ ব্যবহার করতে পারি। এই ব্রিজের রোধ ব্যবস্থার বিপরীত বাহু দুটির রোধের অনুপাত যদি সমান হয়, দুই বিপরীত সংযোগ বিন্দুর মধ্যেকার গ্যালভানোমিটারে কোনও বিক্ষেপ দেখা যাবে না। একে বলে ব্রিজের সাম্যাবস্থা। এখন মনে করুন, নির্দিষ্ট উষ্ণতায় তপ্ত তারটি এই ব্রিজের এক বাহুর রোধ হিসাবে রাখা আছে। যদি উষ্ণতা পরিবর্তনের ফলে রোধ কমে যায়, ব্রিজের সাম্যাবস্থা নষ্ট হয়ে গ্যালভানোমিটারে তড়িৎ প্রবাহ দেখা দেবে। এইভাবে আপতিত শব্দতরঙ্গের তীব্রতা আর গ্যালভানোমিটারে তড়িৎ প্রবাহ সম্পর্কিত থাকে। এখন তীব্রতা জানা আছে এমন কয়েকটি শব্দতরঙ্গের সাহায্যে তড়িৎ প্রবাহকে আংশাঙ্কিত (calibrate) করা যায়। এই অংশাঙ্কনের সাহায্যে অন্য কোনও শব্দের অজানা তীব্রতা নির্ধারণ করা সম্ভব হয়।



চিত্র : 10.2

এবারে 10.2 চিত্রে তপ্ত তার মাইক্রোফোনের গঠনপ্রণালী লক্ষ্য করুন। এখানে M একটি অভ্র চাকতি, যার মাঝখানে গোলাকৃতি ছিদ্র। এর উপরে আছে একটি কাচের রড G যার গায়ে 6 মাইক্রন ব্যাসের সূক্ষ্ম

প্ল্যাটিনাম তার আটকানো থাকে। এই তারই তপ্ত তারের কাজ করে। অভ্র চাকতিটি দু-পাশে দুটি গোলাকার ছিদ্রযুক্ত রুপোর পাত s, s' দিয়ে চাপা থাকে। প্ল্যাটিনাম তারের এক প্রান্ত উপরের পাত এবং অন্য প্রান্ত নিচের পাতের সঙ্গে যথাক্রমে T_1 ও T_2 টার্মিনালে লাগানো থাকে। T_1 ও T_2 প্রান্তের সাহায্যে তারের মধ্যে তড়িৎ প্রবাহ পাঠিয়ে তাকে গরম করা হয়। এমনভাবে তারটি নির্মাণ করা হয়, যাতে 30mA তড়িৎ প্রবাহেই তারের উষ্ণতা 400°C পর্যন্ত উঠে যায়।

হুইটস্টোন ব্রিজটিকে প্রথমে সাম্যাবস্থায় আনা হয়। এবার যন্ত্রটিকে একটি অনুনাদকের সামনে এনে যে শব্দতরঙ্গের তীব্রতা মাপা হবে, তার কম্পাঙ্কের সঙ্গে অনুনাদ ঘটিয়ে জোরালো বায়ুকম্পন তৈরি করা হয়। সেই বায়ুপ্রবাহে তাপ পরিচলনের ফলে তারের উষ্ণতা কমে গিয়ে রোধ কমিয়ে দেয় এবং হুইটস্টোন ব্রিজের গ্যালভানোমিটারে তড়িৎ প্রবাহ দেখা দেয়। এই তড়িৎ প্রবাহ থেকে তপ্ত তারের রোধ হ্রাস এবং তার থেকে আপতিত শব্দের তীব্রতা নির্ণয় করা যায়।

10.4.3 আলোকীয় পদ্ধতি (Optical method)

এর মূল নীতি হচ্ছে দুটি আলোকতরঙ্গের ব্যতিচার। একটি আলোক রশ্মিগুচ্ছ সাধারণ বায়ুর মধ্য দিয়ে প্রেরণ করা হয় এবং অন্যটি প্রেরণ করা হয় শব্দতরঙ্গ আরোপিত বায়ুর মধ্য দিয়ে। শব্দতরঙ্গের প্রভাবে তার তীব্রতা অনুযায়ী বায়ুতে চাপের পরিবর্তন এবং তার ফলে বায়ুর ঘনত্ব প্রতিসরাঙ্কের ক্রমান্বয়ে পরিবর্তন হতে থাকে। সুতরাং, উভয় রশ্মিগুচ্ছের মধ্যে পথ পার্থক্য (path difference) দ্রুত বদলায় এবং তার ফলে উভয় বিমের (beam) ব্যতিচারে যে পটি (fringe) দেখা যায়, তা সাধারণ অবস্থানের থেকে ক্রমান্বয়ে আন্দোলিত হতে থাকে। দৃষ্টি স্থায়িত্বের জন্য এই দ্রুত আন্দোলনে ব্যতিচার পটি চওড়া হয়ে গেছে বলে মনে হয়। পটির এই প্রস্থ পরিবর্তন থেকে শব্দের তীব্রতা নির্ধারণ করা যায়। তবে খুব জোরালো শব্দ না হলে এই পরিবর্তন এতই নগণ্য হয় যে, এই পদ্ধতিটি বিশেষ কার্যকরী হয় না।

10.4.4 ধ্বনি রেডিওমিটার (Sound Radiometer)

কোনও মাধ্যমে শব্দতরঙ্গের ফলে উৎপন্ন চাপ একটি পর্যাবৃত্ত রাশি। কিন্তু এ ছাড়াও শব্দ তরঙ্গ যখন কোনও তলে আপতিত হয়, তখন সেটি একটি ক্ষুদ্র স্থির চাপও প্রয়োগ করে। একে ধ্বনি বিকিরণ চাপ (acoustic radiation pressure) বলা হয়। তড়িৎ চুম্বকীয় বিকিরণও (electromagnetic radiation) এধরনের চাপ প্রয়োগ করে। লার্মর (Larmor) তার এক সিদ্ধান্ত প্রতিপাদন করেছিলেন। যেহেতু তাতে তরঙ্গ বা মাধ্যমের প্রকৃতি সম্বন্ধে কিছু নির্দিষ্ট নেই, সেই নীতি শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। আগে লার্মর সিদ্ধান্ত অনুসারে ধ্বনি বিকিরণ চাপ কীভাবে উৎপন্ন হয় সেটি দেখা যাক।

মনে করা যাক, c গতিবেগযুক্ত সমতল (plane) শব্দতরঙ্গ একটি আদর্শ প্রতিফলক তলে লম্বভাবে আপতিত হচ্ছে। যদি তলটি শব্দের বিপরীত দিকে বেগে গতিশীল হয়, শব্দতরঙ্গের সাপেক্ষে তার আপেক্ষিক বেগ

c + হবে। সুতরাং, প্রতি সেকেন্ডে প্রতিফলক তল আপতিত শব্দতরঙ্গের (c +) দৈর্ঘ্যের একটি স্তম্ভের মধ্য দিয়ে যাচ্ছে। কিন্তু প্রতিফলিত তরঙ্গের ক্ষেত্রে আপেক্ষিক বেগ c – । সুতরাং, সেটির জন্য প্রতিফলক প্রতি সেকেন্ড (c –) দৈর্ঘ্যের স্তম্ভ অতিক্রম করবে। যদি আপতিত তরঙ্গের শক্তি ঘনত্ব E হয়, প্রতিফলক তলের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে প্রতি একক সময়ে আপতিত শক্তি হবে (c +) E, যা প্রতিফলনের পর (c – u) দৈর্ঘ্যের মধ্যে সঙ্কুচিত হয়ে যাচ্ছে। সুতরাং, প্রতিফলিত তরঙ্গের শক্তি ঘনত্ব বেশি (ধরা যাক, E + E) হবে, কেননা মোট পরিমাণ নিশ্চয়ই স্থির থাকবে। অতএব আলোচ্য অবস্থা অনুযায়ী,

$(c\ +\ )E = (c -\ )\ (E +\ E)$

বা,

বা, $1 + \dfrac{\delta E}{E} = \left(1+\dfrac{v}{c}\right)\left(1-\dfrac{v}{c}\right)^{-1}$

[illegible]

$= 1 + 2$

$c\ \ E = 2\ \ E$ ...10.5

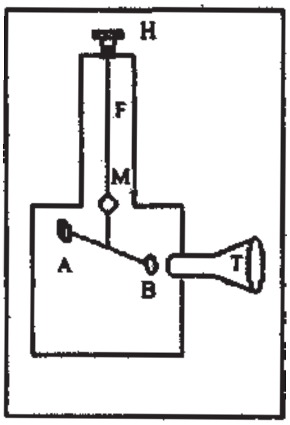
এই হল সেকেন্ডে প্রতিফলকের একক ক্ষেত্রফলের জন্য শব্দতরঙ্গের বাড়তি শক্তি যেটা প্রতিফলক দ্বারা কৃতকার্য থেকেই এসেছে। ধরা যাক, আপতিত তরঙ্গ প্রতিফলকের উপর P বিকিরণ চাপ প্রয়োগ করছে এবং চাপের বিরুদ্ধে তলকে গতিশীল করাতে হচ্ছে। সুতরাং, একক সময়ে প্রতিফলকের একক ক্ষেত্রফলে কৃতকার্য P. । (কেন, একটু চিন্তা করুন।)

সুতরাং, P. = = 2 { সমীকরণ (10.5) অনুযায়ী }

$P = 2E$ ...10.6

দেখা যাচ্ছে যে, শব্দ তরঙ্গ প্রযুক্ত বিকিরণ চাপ (P) প্রতিফলক তলের সন্মুখে শক্তি ঘনত্বের দ্বিগুণ। সমীকরণ 10.6 - এ প্রতিফলকের গতির (V) উল্লেখ নেই। অতএব, স্থির তলের ক্ষেত্রেও একই ঘটনা ঘটবে। অবশ্য যদি তলটি আদৌ প্রতিফলন না করে, $P = E$ হবে।

যেহেতু শব্দের তীব্রতা গড় শক্তি ঘনত্ব ও শব্দের গতিবেগের গুণফলের সমান, উপরের তত্ত্ব অনুযায়ী গড় শক্তি ঘনত্ব বার করতে পারলেই শব্দের তীব্রতা নির্ধারণ করা যাবে। যে যন্ত্রের সাহায্যে বিকিরণ চাপ নির্ণয় করা হয়, তাকে **ধ্বনি রেডিওমিটার** বলা হয়। যন্ত্রটির গঠন প্রণালী 10.3 চিত্রে দেখানো হয়েছে। এখানে A



চিত্র : 10.3

একটি ধাতব পাত এবং B তার সমান ভরের একটি ওজন। উভয়ে একটি দৃঢ় অথচ সরু রড দ্বারা যুক্ত এবং রডের মাঝখানে তন্ত্রটির ভরকেন্দ্রে একটি তন্তু (F) দিয়ে ঝোলানো থাকে। ব্যবস্থাটি একটি সুগ্রাহী ব্যাবর্ত তুলা (torsion balance) হিসাবে কাজ করে। তন্তুটির সঙ্গে বৃত্তাকার স্কেলযুক্ত একটি ব্যাবর্ত-শীর্ষ (torsion head) H এবং একটি ক্ষুদ্র আয়না M লাগানো থাকে। ব্যাবর্ত-শীর্ষের সাহায্যে তন্তুটিতে প্রয়োজন মতো মোচড় দেওয়া যায়। স্কেলের সাহায্যে আয়নায় প্রতিফলিত আলোকরশ্মি ঘূর্ণন মাপার ব্যবস্থা (lamp and scale arrangement) থাকে,যা দিয়ে রডের ঘূর্ণন কতটা হল, তা বোঝা যায়। A চাকতির উপর T নলের শব্দতরঙ্গ কেন্দ্রীভূত করা হয়। ধ্বনি বিকিরণ চাপ চাকতিকে স্বাভাবিক অবস্থান থেকে বিচ্যুত করে দেয়। তখন H শীর্ষটি ঘুরিয়ে চাকতিকে আবার আগেকার অবস্থায় আনা হয়। এই অবস্থায় বিকিরণচাপ যদি P হয়, চাকতির ক্ষেত্রফল যদি a হয়, আর যদি H এর মোচড় (twist) হয়, তবে

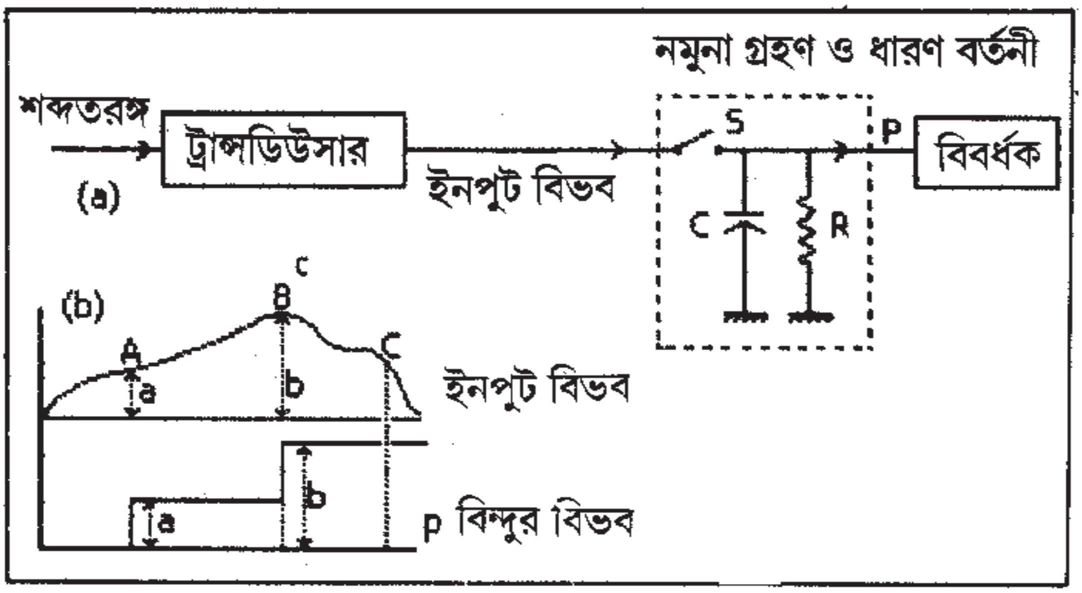
$$P \quad l = \qquad \qquad ...10.7$$

এখানে l হত AB রডের অর্ধ দৈর্ঘ্য আর তারের ব্যাবর্তন ধ্রুবক (torsional constant)। **সমীকরণ** 10.7 থেকে P নির্ধারণ করা যায়।

10.4.5 ডিজিটাল সাউন্ড লেভেল মিটার

অবৈদ্যুতিক রাশিকে তড়িৎ প্রবাহ বা বিভবের হিসাবে মাপতে হলে আগে দরকার রাশিটিকে সমানুপাতী বিভব বা তড়িতে রূপান্তরিত করার একটি উপায়। এই কাজে যে জাতের যন্ত্র ব্যবহার করা হয়, তাদের ট্রান্সডিউসার (Transducer) বলে। এগুলির কাজ তড়িৎ শক্তির অন্য শক্তিতে বা অন্য শক্তিকে তড়িৎ শক্তিতে রূপান্তরিত করা। সবচেয়ে পরিচিত ট্রান্সডিউসার হল মাইক্রোফেন ও স্পিকার (speker)। মাইক্রোফোনের সাহায্যে বক্তার কণ্ঠস্বরকে সমানুপাতী তড়িৎ সঙ্কেতে পরিণত করা হয়। তাকে বিবর্ধিত করে আবার লাউডস্পিকারে শব্দে রূপান্তিরিত করা হয়।

যে শব্দের তীব্রতা মাপা হবে, তাকে প্রথমেই মাইক্রোফোন বা অন্য কোনও ট্রান্সডিউসারের সাহায্যে তড়িৎ সঙ্কেতে রূপান্তরিত করা হয়। এবার এই সঙ্কেতকে নমুনা সংগ্রাহক ও ধারক (Sample-and-hold) নামক একটি বর্তনীতে পাঠানো হয়। চিত্র 10.4(a) - তে এই বর্তনীর ক্রিয়াপদ্ধতি বোঝানো হয়েছে। একটি সুইচ (S) এবং একটি ধারক সহযোগে এই বর্তনী গঠিত হয়। এই সুইচটি অবশ্য সাধারণ অন-অফ সুইচ নয়।



চিত্র : 10.4 : (a) ডিজিটাল সাউন্ড লেভেল মিটারের গঠন (b) বিভব প্রকৃতি

ট্রানজিস্টার বা মসফেট (MOSFET)-কে কাজে লাগিয়ে নির্দিষ্ট সময় অন্তর বর্তনীটি অন-অফ করানো হয়। অন হলে ইনপুট, বা শব্দতরঙ্গ সমানুপাতী বিভব C ধারকে এসে পড়ে এবং ধারকটি দ্রুত উক্ত বিভব পর্যন্ত আহিত হয়। এবারে সুইচটি অফ হলে ইনপুটের সঙ্গে সংযোগ বিচ্ছিন্ন হয়ে যায় এবং ধারকটি রোধ R-এর

মধ্য দিয়ে অনাহিত হতে থাকে। R-এর মান বাড়িয়ে ক্ষরণ কাল (discharging time) বাড়ানো যায়। তা হলে ইনপুট সংযোগ বিচ্ছিন্ন হওয়ার পরেও $C - R$ সমন্বয় কিছুক্ষণ বিভবটি ধরে রাখে। সুতরাং, বর্তনীটি যেন ইনপুট বিভবের নমুনা (sample) গ্রহণ করে তা ধারণ (hold) করে রাখে। এই নমুনা বিভব বিবর্ধকে প্রযুক্ত হয়। এর গুরুত্ব এই যে, ইনপুট তরঙ্গ শব্দের দ্রুত ওঠা-নামার সঙ্গে বাড়লে-কমলেও বিভবের একটি স্থির মান বিবর্ধকে পৌঁছয় এবং শব্দ তীব্রতার গড় অথবা অধিকতর মান জানা যায়।

চিত্র 10.4(b) - তে একটি গ্রাফের সাহায্যে ঘটনাটি বোঝানো হয়েছে। শব্দতরঙ্গের সমানুপাতী ইনপুট বিভব বাড়ছে-কমছে। নির্দিষ্ট সময় পরে পরে A, B এবং C মুহূর্তের বিভব গ্রহণ করা হল। A মুহূর্তের পর S - এর সংযোগ বিচ্ছিন্ন হয়ে গেল এবং $C - R$ সমন্বয় ওই মুহূর্তের বিভব (a) ধরে রাখল। B-তে বিভব আরও বাড়ল। তখন ধারক C সেই বর্ধিত বিভব (b) পর্যন্ত আহিত হল। C মুহূর্তে বিভব আবার কমে গেল। কিন্তু ধারক সেই b বিভবই ধরে রেখে দিল। অতএব, শব্দ তীব্রতার উচ্চতম মানটি পাওয়া গেল। যদি ইনপুট তরঙ্গ শুধু A অবস্থার কাছাকাছি ওঠা নামা করত, তবে তারই একটি মান স্থিরভাবে পাওয়া যেত এবং তা শব্দ তীব্রতার গড় মান নির্দেশ করত। কিন্তু বর্তনীটি একটি বিভব অনির্দিষ্ট কাল ধরে রাখবে, তা বাঞ্ছনীয় নয় তা হলে পটকা ফেটে চারদিকে স্তব্ধ হয়ে যাওয়ার পরও যন্ত্রটি সেই পটকার শব্দের সমানুপাতী উচ্চ বিভবই প্রদর্শন করবে। এই কারণে কিছুক্ষণ অন্তর সুইচটি অন করে বিভবের নমুনা সংগ্রহ করতে হয়। তা করলে আউটপুট বিভব কিছুক্ষণ অন্তর ইনপুট বিভবের সমানুপাতী এক একটা স্থির মান নির্দেশ করে অথচ ইনপুটের অনবরত ওঠা নামার বিশৃঙ্খল অবস্থাটাও এড়ানো যায়।

বিভবের নমুনা সংগ্রহের হার ইনপুট বিভবের উপর নির্ভর করে। কম্পাঙ্ক যত বেশি হবে, তত দ্রুত নমুনা সংগ্রহ করতে হবে। বিভবের পরিবর্তন যদি সাইন (sinusoidal) তরঙ্গ হয়, তবে কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হারে (কম্পাঙ্ক 5KHz হলে 10KHz হারে, বা প্রতি 10^{-4} সেকেন্ড পরে-পরে) নমুনা সংগ্রহ হওয়া উচিত। আর যদি অন্য অনিয়মিত আকৃতির তরঙ্গ হয়, তার উপাদানগুলির যে সাইন তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক সবচেয়ে বেশি, তার দ্বিগুণ হারে নমুনা সংগ্রহ হতে হবে।

এখন একটি অনুশীলনীর সাহায্যে যা পড়লেন যেটি একবার ঝালিয়ে নিন।

অনুশীলনী - 2 :

(a) র‍্যালের চাকতির উপর বলযুগ্মের মান বাড়াতে কোন কোন ব্যবস্থা নেওয়া হয়?

(b) তপ্ত তার মাইক্রোফোনের উপর শব্দতরঙ্গ আপতিত হলে তার রোধ পরিবর্তিত হয় কেন?

(c) শব্দের তীব্রতা মাপার আলোকীয় পদ্ধতিতে ব্যতিচার পটির আন্দোলন চোখে দেখা যায় না। এর কারণ কী?

10.5 শব্দের কম্পাঙ্কের পরিমাপ

এই আগের অনুচ্ছেদে আপনি শব্দের তীব্রতা পরিমাপের কয়েকটি উপায় পড়েছেন। তীব্রতার মত শব্দের কম্পাঙ্কও শব্দতরঙ্গের একটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম। অবশ্য যে শব্দকে আমরা অপস্বর বা গোলমাল (noise) বলে অভিহিত করি তাতে মাধ্যমের বস্তুকণার কোনও দোলগতি থাকে না, এ জাতীয় শব্দের কোনও নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কও থাকে না। সুস্বর বা সুরেলা শব্দে (musical sound) এক বা একাধিক কম্পাঙ্কের মিশ্রণ থাকে। আমরা এই জাতীয় শব্দের কম্পাঙ্ক কিভাবে নির্ণয় করা যায়, সেটিই আলোচনা করব।

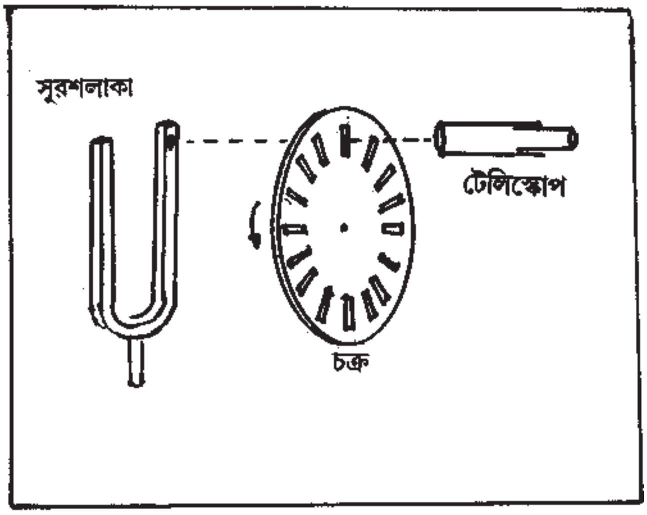
আপনি নিশ্চয়ই আগেই জেনেছেন যে, কোনও শব্দ কতটা খাদে থাকে বা চড়া শোনায় তা শব্দের কম্পাঙ্কের উপর সরাসরি নির্ভর করে। মহিলা বা শিশুর কণ্ঠস্বরের কম্পাঙ্ক পুরুষের তুলনায় বেশি হয়। তাই মহিলা বা শিশুর কণ্ঠস্বর পুরুষের কণ্ঠস্বরের তুলনায় চড়া শোনায়। শ্রোতার কানে বিশেষ একটি শব্দ কতটা চড়া শোনায়, তাকে আমরা শব্দের তীক্ষ্ণতা (pitch) বলি। শব্দের কম্পাঙ্ক আর তীক্ষ্ণতার ঘনিষ্ঠ সম্পর্ক থাকলেও দুটি কিন্তু এক নয়। কম্পাঙ্ক শব্দের উৎসের ধর্ম, কিন্তু তীক্ষ্ণতা পুরোপুরি শ্রোতার অনুভূতির উপর নির্ভরশীল। তবে দুইটি বিশুদ্ধ কম্পাঙ্কের সুর যদি একই কম্পাঙ্কের হয় তবে তাদের তীক্ষ্ণতাও সমান হয়। কাজেই শ্রোতা কানে শুনে একটি জানা কম্পাঙ্কের ও একটি অজানা কম্পাঙ্কের শব্দের তীক্ষ্ণতার সমতা সুনিশ্চিত করতে পারলে তিনি দুই কম্পাঙ্ক সমান বলে ধরতে পারবেন এবং এইভাবে অজানা কম্পাঙ্কটি নির্ণীত হবে। তবে এই পদ্ধতিটি কেবলমাত্র দুই কম্পাঙ্কের সমতা নির্ণয়ের জন্যই প্রযোজ্য। আমরা এখানে কম্পাঙ্কের পরিমাপের জন্য এজাতীয় তুলনাভিত্তিক পদ্ধতি ছাড়াও শ্রোতার অনুভূতির উপর নির্ভরশীল নয়। এমন কয়েকটি পদ্ধতির আলোচনা করব।

10.5.1 স্ট্রবোস্কোপিক চক্র (Stroboscopic wheel) পদ্ধতি

স্ট্রবোস্কোপ এমন এক যান্ত্রিক ব্যবস্থা, যাতে পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন বা ঘূর্ণায়মান বস্তুকে স্থির অবস্থায় দেখা সম্ভব। এর মূলনীতি হল বস্তুর ঘূর্ণন, কম্পন বা অন্য ধরনের পর্যাবৃত্ত গতির পর্যায়কালের সমান সময় পরে পরে বস্তুটিকে দেখার ব্যবস্থা করা, যাতে বস্তুটি একই দশায় স্থির আছে বলে মনে হয়। স্ট্রবোস্কোপের সাহায্যে আপনি সরাসরি শব্দের উৎসের কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে পারেন। ধরুন, শব্দের উৎসটি একটি কম্পমান সুরশলাকা (tuning fork), যার কম্পাঙ্ক নির্ধারণ করতে হবে। আর স্ট্রবোস্কোপ একটি চাকা, যার গায়ে সমান ব্যবধানে নির্দিষ্ট সংখ্যক অরীয় (radial) রেখাছিদ্র আছে এবং যাকে নির্দিষ্ট গতিতে ঘোরানো যায়। সুরশলাকা এবং স্ট্রবোস্কোপ চক্রকে নানাভাবে ব্যবহার করা যায়। তার মধ্যে একটি সুবিধাজনক ব্যবস্থা 10.5 চিত্রে দেখানো হয়েছে।

সুরশলাকার গায়ে একটি বিন্দু বা দাগ (P) দিয়ে শলাকাটিকে এমনভাবে রাখা হয় যাতে তার কম্পনের তল আর চক্রটির তল সমান্তরাল হয়। শলাকার গায়ের দাগটিকে জোরালো আলোয় আলোকিত করা হয়।

সুরশলাকাটি স্থির থাকলে এবং চাকার কোনও একটি রেখছিদ্র দাগটির সোজাসুজি সামনে থাকলে চাকার অন্য পাশে বসানো টেলিস্কোপে দাগটি স্পষ্ট দেখা যায়। শলাকা কম্পিত হলে দাগটি রেখাছিদ্রের ফাঁক দিয়ে আন্দোলিত অবস্থায় দেখা যায়। এবারে যদি সুরশলাকাকে কম্পিত করা হয় এবং সেই সঙ্গে চাকাটিকেও বৈদ্যুতিক মোটরের সাহায্যে ঘোরানো হয়, তা হলে ঘূর্ণনগতি বাড়তে বাড়তে এমন একটা অবস্থা আসবে যখন সুরশলাকার পর্যায়কাল আর চাকার একটা রেখাছিদ্রের জায়গায় পরেরটা আসার সময়কাল সমান হয়ে যাবে। সেই অবস্থায় টেলিস্কোপে দাগটি স্থির অবস্থায় দেখা যাবে।



চিত্র : 10.5 স্ট্রবোস্কোপিক চক্র পদ্ধতিতে শব্দের কম্পাঙ্ক নির্ণয়

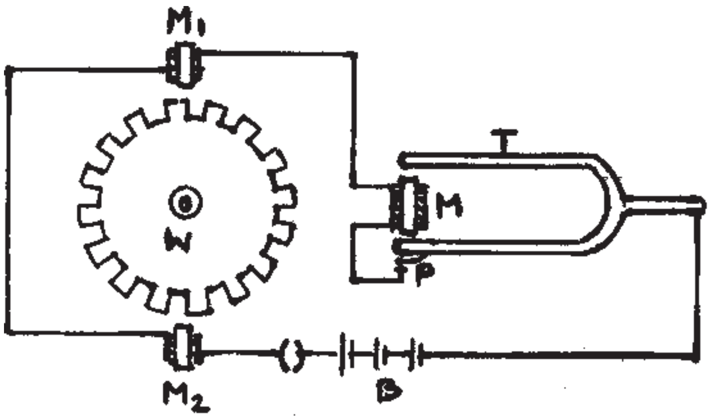
যদি চাকায় ফাঁকের সংখ্যা m এবং প্রতি সেকেন্ড ঘূর্ণনের সংখ্যা n হয়, তবে একটি ফাঁক আগেরটির জায়গা নিতে সময় নেবে সেকেন্ড। এই সময় হবে শলাকার পর্যায় কালের সমান। অতএব, শলাকার পর্যায় কাল সেকেন্ড এবং কম্পাঙ্ক mm Hz। স্পিডোমিটারের সাহায্যে n জানতে পারলে এই পদ্ধতিতে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ধারণ করা যায়। অবশ্য চক্রটি যদি সেকেন্ডে বার ঘুরত, তাহলেও সুরশলাকার দাগটি স্থির অবস্থায় দেখা যেত, কেননা তখন একটি রেখাছিদ্রের জায়গায় পরেরটি আসতে যে সময় লাগত, তার মধ্যে শলাকাটি দুটি পূর্ণ কম্পন পর্যায় সমাপ্ত করত। এজন্য চক্রের সর্বোচ্চ যে কৌণিক বেগে দাগটি স্থির দেখায়, সেটিই কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য গ্রহণ করতে হয়। সুরশলাকাটিকে সাধারণত বৈদ্যুতিকভাবে কম্পিত করা হয়, যাতে কম্পন স্থির ও দীর্ঘস্থায়ী হয়।

10.5.2 র‍্যালের শব্দ চক্র (Rayleigh's phonic wheel)

এটি বিদ্যুৎ-চালিত সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের একটি যন্ত্র, যেটি আসলে একটি সমলয় মোটর (synchronous motor).। 10.6 চিত্রে যন্ত্রটির গঠন দেখানো হয়েছে। এখানে যে সুরশলাকার (T) কম্পাঙ্ক নির্ণয় হবে সেটিকে একটি তড়িৎবর্তনীর অর্ন্তভুক্ত করা হয়েছে। B ব্যাটারিটি M_1, M_2 ও M এই তিনটি তড়িৎ চুম্বক, সুরশলাকা এবং সুক্ষ্ম সংযোগবিন্দু P এর মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ চালিত করে। এই তড়িৎ প্রবাহ M তড়িৎ চুম্বককে কার্যকরী করে এবং সেটি সুরশলাকার বাহু দুটিকে আকর্ষণ করে। অবশ্য এজন্য হয় সুরশলাকাটি

লোহা, স্টিল, প্রভৃতি কোন অয়শ্চুম্বক পদার্থে তৈরি হতে হয়, নতুবা সেটির বাহু দুটির সঙ্গে M চুম্বকের মেরু দুটির সামনে দুটি লোহার টুকরো যুক্ত করতে হয়। সুরশলাকার বাহু আকৃষ্ট হলেই P সংযোগ বিচ্ছিন্ন হয়, ফলে তড়িৎ প্রবাহ বার বার চালু ও বন্ধ হতে থাকে এবং সুরশলাকাটির তার নিজস্ব কম্পাঙ্কে সুস্থিতভাবে কম্পিত হতে থাকে।

আপনি নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন, 10.6 চিত্রে একটি চক্র ( ) দেখানো হয়েছে। এটিকেই আমরা শব্দ চক্র বলি। এটি লোহা, বা স্টিলের তৈরি এবং উল্লম্ব অক্ষের উপর খুব মসৃণভাবে ঘুরতে পারে। M_1 ও M_2 যখন চুম্বকিত হয়, তখন সেগুলি চক্রের বিপরীত দিকের দুটি দাঁতকে আকর্ষণ করে। তড়িৎ প্রবাহ বিচ্ছিন্ন হলে এই আকর্ষণ থেমে যায় এবং চক্রটি নিজস্ব জাড্যের জন্য ঘুরতে থাকে। M_1 ও M_2 যখন আবার চুম্বকিত হয় তখন যদি ঠিক পরের দুটি বিপরীত দাঁত আগের দুটির স্থানে আসে, তাহলে সে দুটিও একইভাবে আকৃষ্ট হয় এবং এইভাবে চক্রটি সমগতিতে সুস্থিতভাবে ঘুরে চলে। আসলে ঘর্ষণের ফলে চক্রটির ঘূর্ণন গতিশক্তির যেটুকু ক্ষয় হয়, চুম্বক M_1 ও M_2 - এর আকর্ষণ সেটুকু পূরণ করে। এই অবস্থায় প্রতি সেকেন্ডে সুরশলাকার যতগুলি কম্পন সম্পূর্ণ হয়, ঠিক ততগুলি দাঁত M_1 বা M_2 চুম্বককে অতিক্রম করে যায়। যদি শব্দ চক্রের দাঁতের সংখ্যা n এবং সুস্থিত ঘূর্ণনের সময় প্রতি সেকেন্ডে ঘূর্ণনের সংখ্যা N হয়, তবে এই সংখ্যাটি হল n N এবং এটিই সুরশলাকার নির্ণেয় কম্পাঙ্ক।



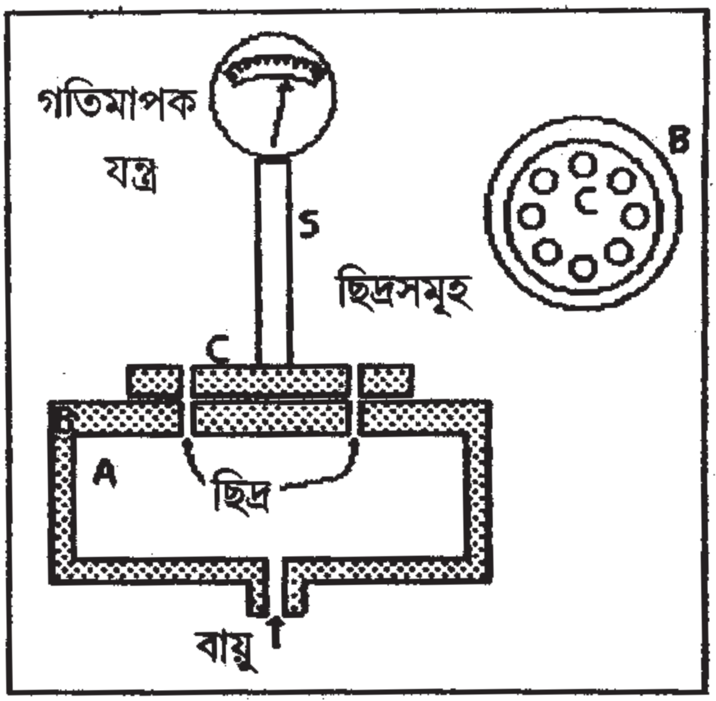
চিত্র : 10.6 র‍্যালের শব্দচক্র

10.5.3 ক্যানিয়ার দ্য লাতুরের সাইরেন (Cagniard de la Tour's siren)

এবার আমরা এমন একটি যন্ত্রের কথা আলোচনা করব যেটির সাহায্যে যে কোনও নির্ণয়যোগ্য কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন করা যায়। এই যন্ত্রটি এক ধরনের সাইরেন। আপনি হয়ত অসামরিক প্রতিরক্ষা বিভাগের সাইরেনের শব্দ শুনেছেন। সেক্ষেত্রে আপনি হয়ত লক্ষ্য করেছেন যে, ঐ সাইরেনের শব্দের তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতা উভয়েই প্রথমে বাড়ে কিছুক্ষণ স্থির থাকে বা ওঠা-নামা করে এবং তারপর কমে যায়। এই যন্ত্রের সাহায্যে কী ভাবে একটি অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ধারণ করা যায়, এবার আমরা সেটি দেখব।

ক্যানিয়ার দ্য লাতুরের সাইরেনের গঠন চিত্র 10.7 চিত্রে দেখানো হয়েছে। একটি বায়ুপ্রকোষ্ঠ A-তে পাম্পের সাহায্যে বায়ু প্রবেশ করানো হয়। প্রকোষ্ঠের উপরের তল B-তে অনেকগুলি ছিদ্র সমান দূরত্বে

বৃত্তাকারে সাজানো থাকে। (চিত্র যন্ত্রটির অনুদৈর্ঘ্যচ্ছেদ দেখানো হয়েছে। পাশেই আঁকা আছে ছিদ্রগুলির অবস্থান)। B-এর উপরে একটি চাকতি (C) থাকে, যাকে একটি কেন্দ্রীয় লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে সহজেই ঘোরানো যায়। C চাকতিতে B-এর ছিদ্রগুলির সোজাসুজি সমসংখ্যাক ছিদ্র থাকে, যাতে ছিদ্রগুলি মুখোমুখি



চিত্র : 10.7

পড়লে বায়ুপ্রকোষ্ঠ থেকে বাতাস নির্গত হতে পারে, কিন্তু ছিদ্রগুলি সরে গেলে বায়ুপ্রবাহ বন্ধ হয়ে যায়। এই সবিরাম বায়ুপ্রবাহ শব্দের সৃষ্টি করে যার মূল সুরের কম্পাঙ্ক বায়ুপ্রবাহ প্রতি সেকেন্ডে যতবার বাধাপ্রাপ্ত হয় তার সমান। C চাকতির ঘূর্ণন অক্ষ (rotation shaft) S-এর সঙ্গে গতিমাপক যন্ত্র লাগানো থাকে, যাতে C চাকতিটি প্রতি সেকেন্ডে কতবার ঘুরছে, তা জানা যায়।

কোনও একটি স্বনকের অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য সাইরেনের C চাকতিটি বৈদ্যুতিক মোটরের সহায্যে ক্রমশ দ্রুততর বেগে ঘোরানো হয়, যতক্ষণ না অজ্ঞাত কম্পাঙ্কের শব্দ ও সাইরেনের শব্দের তীক্ষ্ণতা কানে শুনে সমান মনে হয়। সাধারণত, দুটি কম্পাঙ্ক কাছাকাছি এলে স্বরকম্প শোনা যায়। সে অবস্থায় সাইরেনের ঘূর্ণন বেগ সামান্য কমবেশি করে স্বরকম্প দূর করতে হয়। ধরা যাক, দুই তীক্ষ্ণতা যখন সমান তখন চাকতিটি সেকেন্ডে n বার ঘুরছে। ছিদ্রের সংখ্যা যদি m হয় তবে প্রতি সেকেন্ডে m, n সংখ্যক হাওয়ার ঝলক A থেকে বেরিয়ে আসছে। সাইরেনের উৎপাদিত সুরের কম্পাঙ্ক তখন m, n এবং এটিই অজ্ঞাত কম্পাঙ্কের নির্ণেয় মান।

10.5.3 হেলম্‌হোল্‌ৎস্‌ অনুনাদক (Helmholtz's Resonator)

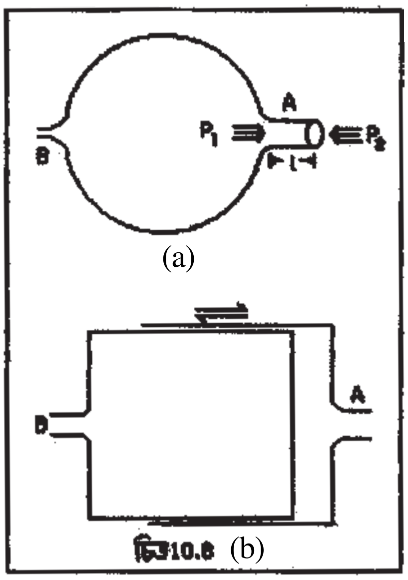
হেলম্‌হোল্‌ৎসের অনুনাদক বাস্তবে ধাতু বা কাচের তৈরি একটি ফাঁপা পাত্র। এর ভিতরের বাতাসের পর্যায়বৃত্ত প্রসারণ ও সংনমনের ফলে এর একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক থাকে। অনুনাদকটির উপর বিভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দ আপতিত হলে আরোপিত কম্পাঙ্কের কেবল একটি নির্দিষ্ট মানের সঙ্গেই এর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক মিলে যায় এবং ঐ নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে এটির অনুনাদ ঘটে। হেলম্‌হোলৎস্‌ অনুনাদকের এই নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে সাড়া দেওয়ার ক্ষমতাটিকে নানা কাজে ব্যবহার করা যায়। যেমন—শব্দের অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয়, শব্দ বিশ্লেষণ ও শব্দ বিবর্ধন। এখানে আমরা প্রথম ব্যবহারটিই আলোচনা করব।

চিত্র 10.8 (a)-তে হেলমহোল্‌ৎস্‌ অনুনাদকের গঠন লক্ষ্য করুন। এটি একটি ফাঁপা ধাতব গোলক। একদিকে কুঁজোর মুখের মতো বেলনাকার মুখ আছে, যাকে গ্রীবা (neck) বলা হয়। অন্যদিকে সরু খোলা নল (B) আছে। শব্দতরঙ্গ A-তে আপতিত হয় এবং যদি ঐ শব্দের মূল সুর বা কোনও উপসুর অনুনাদকের অনুবাদী কম্পাঙ্কের সমান হয়, তবে B নলের সামনে কান পাতলে জোরালো শব্দ শোনা যায় অথবা পাতলা কাগজ বা অভ্রের পাত রাখলে কেঁপে ওঠে। তবে এই যন্ত্রে অনুনাদ কেবল একটি কম্পাঙ্কের জন্যই হয়। পরীক্ষার কাজে ছোট থেকে বড় বিভিন্ন আকারের এবং বিভিন্ন কম্পাঙ্কে অনুনাদ ঘটে এমন অনেকগুলি হেলম্‌হোলৎস্‌ অনুনাদকের একটি সেট ব্যবহার করা হয়। একই অনুনাদকের বিভিন্ন কম্পাঙ্কে অনুনাদ পাওয়াও সম্ভব, তবে তার জন্য অনুনাদকটির আকার পরিবর্তন করতে হয়। সেরকম এক ব্যবস্থা কোনিগ (Koenig) করেছিলেন, যা চিত্রে 10.8(b)-তে দেখানো হয়েছে। এতে দুটি বেলনাকার পাত্রের একটি অন্যটির মধ্যে খাপে-খাপে এঁটে যায়। ঠেলে ঢুকিয়ে বা টেনে বার করে, অনুনাদকের আয়তন কমবেশি করা যায়। এভাবে হেলম্‌হোলৎস্‌ অনুনাদকটিকে এমন অবস্থায় আনা হয়, যাতে অজানা কম্পাঙ্কের সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি হয়। সেই অবস্থায় অনুনাদকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক যা, অজানা কম্পাঙ্ক তাই। সুতরাং, প্রথমটি জানা থাকলে দ্বিতীয়টি জানা যাবে। এক্ষেত্রে কীভাবে অনুনাদ ঘটে এবং অনুনাদ কম্পাঙ্ক কোন কোন বিষয়ের উপর নির্ভর করে সেটি আপনি নিশ্চয়ই জানতে চাইবেন। এবার এ বিষয়ে কিছু আলোচনা করা যাক।

অজানা কম্পাঙ্কের শব্দতরঙ্গ এসে অনুনাদকের গ্রীবার মুখে পড়লে তার মধ্যেকার বায়ু কম্পিত হয়ে দ্রুত পিস্টনের মতো ওঠানামা করবে। ফলে গোলকের মধ্যে বাতাসের ক্রমান্বয়ে রুদ্ধতাপ সংকোচন ও প্রসারণ (Adiabatic compression and rarefaction) হবে।

যদি গ্রীবার প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল a ও দৈর্ঘ্য l হয় এবং বায়ুর ঘনত্ব   হয়, তবে গ্রীবার মধ্যে বায়ুর ভর al হবে। মনে করা যাক, প্রাথমিক সাম্যাবস্থায় অনুনাদকের গোলকটিতে বায়ুর আয়তন ছিল   এবং চাপ ছিল বায়ুমণ্ডলের চাপ P। সাম্যাবস্থান থেকে গ্রীবার বায়ুর x পরিমাণ সরণ ঘটলে গোলকটির বায়ুর আয়তন বেড়ে হয় $V + xa$। ধরা যাক, ঐ প্রসারণের ফলে বায়ুর চাপ পরিবর্তিত হয়ে P_1 হয়। এখন নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী গ্রীবার মধ্যস্থ বায়ুর গতি সমীকরণ হবে:

$al \qquad = (P_1 - P)a$



চিত্র:10.8(b)

যেহেতু বায়ুর প্রসারণ বা সংকোচন শব্দের কম্পাঙ্কে অত্যন্ত দ্রুত ঘটে, অতএব এগুলি রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া এবং এর জন্য রুদ্ধতাপ পরিবর্তনের সূত্র প্রযোজ্য হবে। রুদ্ধতাপ পরিবর্তনের নিয়ম অনুযায়ী $P_1(V + xa) \quad = PV$ । এখানে $\quad$ = স্থির চাপ ও স্থির আয়তন বায়ুর দুই আপেক্ষিক তাপের অনুপাত।

$P_1 \qquad = P$

বা, $P_1 \qquad = P$, যেহেতু $xa <<$ ।

বা, $P_1 - P = \qquad P_1$ ...10.9

সমীকরণ 10.8-কে 10.9 সমীকরণে ব্যবহার করলে আপনি পাবেন,

l

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-\gamma x a P_1}{Vlp} x$

বা, $\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$ যেখানে

এই পরিচিতি সরল দোলগতির সমীকরণ। সুতরাং, অনুনাদকের মধ্যে বায়ু সরল দোলগতিতে আন্দোলিত হয় এবং তার কম্পাঙ্ক হয়,

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\gamma a P_1}{Vl\rho}}$$

বা, $$n = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{a}{lV}} \qquad ...10.10$$

যেখানে $c = \sqrt{\gamma P_1/\rho}$ = অনুনাদকের মধ্যে বায়ুতে শব্দের গতিবেগ।

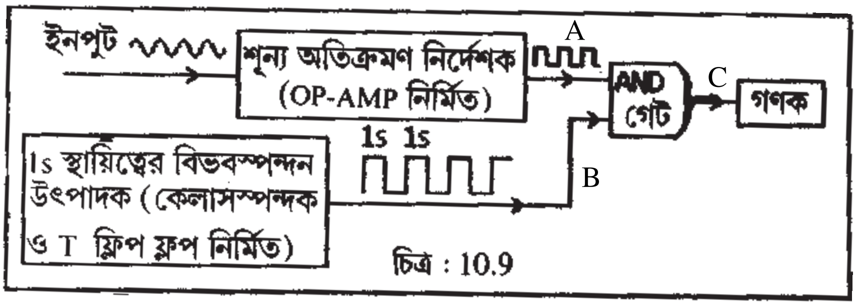
সমীকরণ (10.10) থেকে হেলম্‌হোলৎস্ অনুনাদকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক নির্ধারণ করা যায়, কারণ c, a, l এবং V সবই আমাদের জানা। অন্য সমস্ত রাশিগুলি স্থির রাখলে

$$n =$$

অর্থাৎ, অনুনাদকের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক তার আয়তনের বর্গমূলের ব্যাস্তানুপাতী হয়।

10.5.5 ডিজিটাল কম্পাঙ্কমাপক (Digital Frequencymeter)

এটি সম্পূর্ণ ইলেকট্রনিক বর্তনী। এটির জটিল কার্যপদ্ধতি এখানে ব্যাখ্যা করা সম্ভব নয়। এর কোন যন্ত্রাংশের কী কাজ, তা আলোচনা করা যাক। যে শব্দতরঙ্গের কম্পাঙ্ক নির্ধারণ করা হবে, তাকে ট্রান্সডিউসার(সাধারণত মাইক্রোফোন)-এর সাহায্যে সমানুপাতী তড়িৎ তরঙ্গে রূপান্তরিত করে 'ইনপুট' হিসাবে ব্যবহার করা হয়। এবারে চিত্র 10.9 দেখুন। শূন্য অতিক্রমণ নির্দেশক (Zero crossing detector) এমন একটি বর্তনী, যাতে পর্যায়গতির তড়িৎ তরঙ্গ প্রযুক্ত হলে যতবার তা ধনাত্মক থেকে ঋণাত্মক এবং ঋণাত্মক থেকে ধনাত্মক হয়, অর্থাৎ শূন্য অবস্থা অতিক্রম করে, ততবার তার আউটপুট বিভব (A) নির্দিষ্ট বিস্তারের ধনাত্মক বা ঋণাত্মক অবস্থা ধারণ করে। এর ফলে পর্যায়গতির তরঙ্গটি তার সমান কম্পাঙ্কের বর্গতরঙ্গে (square wave) রূপান্তরিত হয়। অপারেশনাল বিবর্ধক (operational amplifier, সংক্ষেপে OP-AMP) নামক এক বিশেষ ইলেকট্রনিক তন্ত্রের (electric device) সাহায্যে এই বর্তনীটি নির্মিত হয়। আর একটি বর্তনী নিখুঁত 1 সেকেন্ড স্থায়িত্বের ধনাত্মক বিভবস্পন্দন (B) উৎপাদন করে। এর জন্য T-flip-flop নামক একটি ইলেকট্রনিক তন্ত্র এবং কেলাস স্পন্দক (crystal oscillator) ব্যবহৃত হয়।

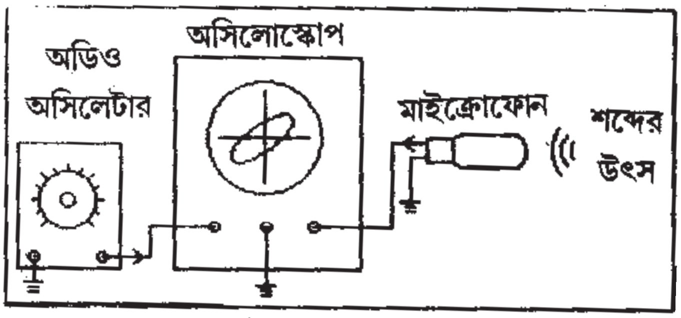


চিত্র : 10.9

A এবং B উভয় বিভব স্পন্দন (voltage pulse)-কে একত্রে AND গেট নামক একটি ইলেকট্রিক তন্ত্রে প্রয়োগ করা হয়। এই তন্ত্রটির বৈশিষ্ট্য এই যে, A এবং B উভয়েই ধনাত্মক হলে তবে C বিন্দুতে ধনাত্মক বিভব পাওয়া যাবে। এখন B-এর বিভব এক সেকেন্ডে ধরে ধনাত্মক। এই সময়ে A যতবার ধনাত্মক হবে (অর্থাৎ যে কটা তরঙ্গদৈর্ঘ্য সম্পূর্ণ হবে), C ততবার ধনাত্মক হবে। সুতরাং, C হবে সরাসরি ইনপুটের কম্পাঙ্কের পরিমাপ। প্রতি সেকেন্ডে ইনপুট তরঙ্গ যতবার কম্পন সম্পূর্ণ করবে, C-তে ততগুলি বিভবস্পন্দন উৎপাদিত হবে। এই সংখ্যাটি গণক (Counter) নামক একটি ইলেকট্রিক বর্তনীর সাহায্যে রেকর্ড করা হয়।

10.5.6 অসিলোস্কোপ পদ্ধতি

এই পদ্ধতির সাহায্যে আপনি একটি অডিও-ফ্রিকোয়েন্স অসিলেটরের উপযোজনযোগ্য (adjustable) কম্পাঙ্কের পর্যাবৃত্ত আউটপুটের সঙ্গে অজ্ঞাত কম্পাঙ্কের শব্দের সরাসরি তুলনা করে পরের কম্পাঙ্কটি বার করতে পারবেন। 10.10 চিত্র থেকে আপনি পদ্ধতিটি বুঝতে পারবেন।



চিত্র : 10.10

নির্ণেয় কম্পাঙ্কের শব্দটি প্রথমে একটি মাইক্রোফোনে আপতিত করা হয় এবং মাইক্রোফোন থেকে যে বিভব পাওয়া যায় সেটিকে অসিলোস্কোপেরY-অক্ষে প্রয়োগ করা হয়। এর ফলে অসিলোস্কোপের ইলেকট্রন রশ্মি পর্দায় যে উজ্জ্বল আলোকবিন্দুটি রচনা করে, সেটি Y বা উল্লম্ব দিকে মাইক্রোফোনে আপতিত শব্দের কম্পাঙ্ক অনুযায়ী আন্দোলিত হতে থাকবে।

এবার অসিলোস্কোপের X অক্ষে একটি অডিও-ফ্রিকোয়েন্সি বা শ্রাব্য কম্পাঙ্কের অসিলেটরের পর্যাবৃত্ত আউট-পুট বিভব প্রয়োগ করা হয়। এই ধরনের অসিলেটর প্রায় 20Hz থেকে 20000Hz কম্পাঙ্কের পর্যাবৃত্ত

বিভব উৎপাদন করতে পারে এবং একটি ডায়ালযুক্ত নব(knob)-এর সাহায্যে এই কম্পাঙ্কটি সম্পূর্ণ পাল্লার মধ্যে ইচ্ছামতো পরিবর্তিত করা যায়। অসিলেটরটি চালু করলে অসিলোস্কোপের পর্দায় আলোকবিন্দুটি X বা অনুভূমিক দিকে অসিলেটরের কম্পাঙ্কে আন্দোলিত হবে।

আপনি নিশ্চয় বুঝতে পারছেন যে, এখন আলোকবিন্দুটির X ও Y অক্ষ বরাবর দুই সরল দোলগতির সমাপতন ঘটবে এবং দুই দোলগতির কম্পাঙ্কে যদি সরল অনুপাত থাকে তবে আলাকবিন্দুটি পর্দায় লিসাজুর চিত্র তৈরি করবে। বিশেষত, দুই কম্পাঙ্ক যদি সমান হয় তবে পর্দায় সরলরেখা অথবা বৃত্ত অথবা একটি উপবৃত্ত দেখা যাবে। এই অবস্থায় অসিলেটরের ডায়াল থেকে সেটির কম্পাঙ্কের পাঠ নিলে সেটিই হবে নির্ণেয় কম্পাঙ্ক। এবার শব্দের কম্পাঙ্কের পরিমাপ সম্বন্ধীয় দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

অনুশীলনী - 3 :

স্ট্রবোস্কোপিক চক্র পদ্ধতিতে একটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে গিয়ে দেখা গেল যে, 80 টি রেখাছিদ্রযুক্ত চক্রটি যখন মিনিটে সর্বোচ্চ 90 বার ঘোরে, তখন সুরশলাকাটি স্থির দেখায়। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত? চক্রটি মিনিটে 45 বার ঘুরলে কী দেখা যেত?

10.6 সারাংশ

যে কোনও শব্দের একটি প্রধান বেশিষ্ট্য তার তীব্রতা। শব্দের তীব্রতা বলতে বোঝায় মাধ্যমের একক লম্ব ক্ষেত্রফলের মধ্যে দিয়ে একক সময়ে বাহিত শক্তি। তীব্রতার পরিবর্তনের অনুপাতকে তার লগারিদ্‌ম্‌ হিসাবে প্রকাশ করা হয় এবং তার দশমাংশকে ডেসিবেল একক বলা হয়। তীব্রতার সঙ্গে সম্বন্ধিত একটি রাশি হল শব্দের প্রাবল্য। শব্দ জোরে হচ্ছে, না আস্তে হচ্ছে তার অনুভূতিকেই আমরা প্রাবল্য বলি। ওয়েবার-ফেকনারের সূত্র অনুযায়ী প্রাবল্য বৃদ্ধি তীব্রতার বৃদ্ধির লগারিদ্‌মের সমানুপাতী হয়। তীব্রতা মাপার বিভিন্ন পদ্ধতি—র‍্যালের চাকতি, তপ্ত তার মাইক্রোফোন, আলোক ব্যতিচার পদ্ধতি ইত্যাদি এখানে বর্ণনা করা হয়েছে। ডিজিটাল তীব্রতামাপী যন্ত্রের কার্যপদ্ধতিও আপনি জানতে পেরেছেন।

শব্দের কম্পাঙ্ক মাপার বেশ কয়েকটি পদ্ধতি আপনি এখানে পড়েছেন। এই মধ্যে কতকগুলি সম্পূর্ণ যান্ত্রিক, যেমন ষ্ট্রবোস্কোপিক পদ্ধতি বা র‍্যালের শব্দচক্র পদ্ধতি। আবার কতকগুলি পদ্ধতিতে শ্রোতাকে কানে শুনে দুটি শব্দের তীক্ষ্ণতাকে সমান করতে হয় বা অনুনাদ ঘটছে কিনা, সে ব্যাপারে সুনিশ্চিত হতে হয়।

শোষাক্ত পদ্ধতিতে যে হেলম্‌হোলৎস্‌ অনুনাদক ব্যবহৃত হয় সেটি, শব্দবিজ্ঞানের ইতিহাসে একটি গুরুত্বপূর্ণ স্থান অধিকার করেছে। এই সরল ব্যবস্থাটি শব্দ বিশ্লেষণে নানাভাবে ব্যবহৃত হয়। এখানে আমরা এই ব্যবস্থাটির কার্যপদ্ধতির গাণিতিক বিশ্লেষণ করেছি এবং এটির অনুনাদ কম্পাঙ্কের একটি রাশিমালাও প্রতিষ্ঠিত করেছি।

10.7 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. র‍্যালে চাকতির সাহায্যে শব্দের তীব্রতা কীভাবে মাপা হয়?
2. ধ্বনি রেডিওমিটারের মূলনীতি ব্যাখ্যা করুন।

3. ক্যানিয়ার দ্য লা তুরের সাইরেনের গঠন ও কার্যপদ্ধতির বিবরণ দিন। এই যন্ত্রটি কম্পাঙ্কের পরিমাপ ছাড়া আর কী-কী কাজে লাগতে পারে বলে আপনার মনে হয়?

4. হেলম্‌হোলৎস্ অনুনাদকের ব্যাখ্যা করুন। প্রমাণ করুন যে, এর অনুনাদী কম্পাঙ্ক আয়তনের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতী।

5. ক্যাথোড রে অসিলোস্কোপের সাহায্যে কী করে একটি বিশুদ্ধ সুরের কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায় তা বর্ণনা করুন।

6. ডিজিটাল ফ্রিকোয়েন্সিমিটারের কার্যপদ্ধতি ব্যাখ্যা করুন।

10.8 উত্তরমালা

অনুশীলনী :

1. (a) মধ্যরাত্রিতে শব্দের তীব্রতা স্তর 10 log 3200 বা 45 ডেসিবেল কম, অর্থাৎ 80 – 45= 35dB।

   (b) বাড়ে, চারগুণ, Wm^{-2}, প্রবলতার অনুভূতি।

2. (a) ব্যবস্থাগুলি হল (i) চাকতিটি শব্দতরঙ্গের গতিবেগের সঙ্গে 45° কোণে ঝোলানো হয়; (ii) চাকতিটিকে নলের স্থাণুতরঙ্গের সুস্পন্দ বিন্দুতে রাখা হয়।

   (b) শব্দতরঙ্গ যে বায়ুপ্রবাহ উৎপন্ন করে তা তাপ পরিচলন দ্বারা তপ্ত তারটির উষ্ণতা কমিয়ে দেয়। এর ফলে ধাতব তারের রোধ কমে যায়।

   (c) বায়ুর চাপ, ঘনত্ব এবং প্রতিসরাঙ্কের পরিবর্তন শব্দের কম্পাঙ্কে ঘটে। সুতরাং, ব্যতিচার পটির আন্দোলনও একই কম্পাঙ্কে ঘটে। কিন্তু আমাদের চোখে যে কোনও দৃশ্য প্রায় $\frac{1}{10}$ সেকেন্ড স্থায়ী হয়। যার ফলে দ্রুত আন্দোলিত পটি আমাদের চোখে স্পষ্টভাবে ধরা পড়ে না।

3. সুরশলাকার কম্পাঙ্ক $\frac{80\times 90}{60} = 12Hz$।

   চক্রটি মিনিটে 45 বার ঘুরলে একটি রেখাছিদ্রের জায়গায় পরেরটি আসতে যে সময় লাগত, অর্থাৎ $\frac{60}{80\times 45} = \frac{1}{60}$ সেকেন্ডে সুরশলাকার দুটি কম্পন সম্পূর্ণ হত। সুতরাং, এক্ষেত্রেও সুরশলাকাটি স্থির বলে মনে হতো।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী :

1. 10.4.1 অংশে এবিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে।
2. 10.4.4 অংশে ধ্বনি-রেডিওমিটারের মূল নীতি বর্ণিত হয়েছে। এটি দেখে নিন।
3. প্রথম অংশের উত্তর 10.5.3 অংশে আলোচিত হয়েছে। পরিবর্তনযোগ্য কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপাদন ছাড়াও এই সাইরেন বিপদসূচক সংকেত, কারখানার বাঁশি, আম্বুল্যান্স প্রভৃতি গাড়ির হুটার হিসাবে ব্যববার করা যায়।
4. 10.5.4 অংশে হেলম্‌হোলৎস্‌ অনুনাদকের সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।
5. 10.5.6 অংশে এ সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।
6. 10.5.5 অংশে এই কার্যপদ্ধতি ব্যাখ্যা করা হয়েছে।

একক 11 : প্রেক্ষাগৃহের শব্দব্যবস্থা (Auditorium Acoustics)

গঠন

11.1 প্রস্তাবনা

উদ্দেশ্য

11.2 অনুরণন (Reverberation)

11.3 শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি

11.4 শব্দের তীব্রতা হ্রাস ও সেবিনের সূত্র

11.5 নিষ্প্রাণ কক্ষে অনুরণন ও আইরিং (Eyring)-এর সূত্র

11.6 শব্দশোষণ গুণাঙ্কের পরিমাপ

11.7 প্রেক্ষাগৃহের শব্দবিজ্ঞানসম্মত নকশা (Acoustic design of auditorium)

11.8 সারাংশ

11.9 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

11.10 উত্তরমালা

11.1 প্রস্তাবনা

আপনি নিশ্চয়ই সিনেমা - থিয়েটার দেখতে বা বক্তৃতা, গান বাজনা শুনতে বিভিন্ন প্রেক্ষাগৃহে গিয়েছেন। আপনি হয়ত লক্ষ্য করেছেন, কোনও কোনও প্রেক্ষাগৃহে শব্দ স্পষ্টভাবে শোনা যায় এবং প্রেক্ষাগৃহের সব অংশেই শব্দ সমানভাবে পৌঁছয়। আবার আমরা এও লক্ষ্য করি যে, কোনও কোনও হলে স্পিকারের সাহায্য ছাড়া সব জায়গা থেকে শব্দ শোনা যায় না বা বেশি গম্‌গম্ করায় স্পষ্ট বোঝা যায় না। প্রেক্ষাগৃহের এই বৈশিষ্ট্যগুলি তার গঠনের উপর নির্ভর করে।

সভা-বক্তৃতা অথবা সাংস্কৃতিক অনুষ্ঠানের উপযুক্ত কোনও বড় প্রেক্ষাগৃহ বা হলঘর এমন হওয়া উচিত, যাতে তার প্রতিটি অংশে উপবিষ্ট শ্রোতার কাছে শব্দ স্পষ্টভাবে পৌঁছয়। সে কারণে শব্দবিজ্ঞানের কিছু মূল নিয়ম মেনে এর গঠন বিশেষ ধরনে করা হয়ে থাকে। আবার বিপরীত দিকটাও ভাবুন। শব্দ রেকর্ডিং-এর স্টুডিও, টেলিফোন বুথ কিংবা হাসপাতালের অপারেশন কক্ষ হওয়া উচিত শব্দরোধী (sound proof), যাতে বাইরের গোলমাল না আসতে পারে। সে জন্য তার গঠন প্রণালীও পৃথক হওয়া দরকার। এর জন্য পদার্থবিজ্ঞানের কিছু মূল নিয়ম মানতে হয়। শব্দতরঙ্গ সঞ্চালনের সেই মিয়ম সমষ্টিকে বলা হয় প্রেক্ষাগৃহের শব্দব্যবস্থা।

সাধারণ বসবাসের ঘরের সঙ্গে প্রেক্ষাগৃহের মূল পার্থক্য সেটির বৃহৎ আকার এবং শব্দবিন্যাসের ব্যবস্থা। একটি ভাল প্রেক্ষাগৃহের কী কী গুণ থাকা প্রয়োজন বলে আপনার মনে হয়? আপনি নিশ্চয়ই নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্যগুলির উপর জোর দেবেন :

(i) প্রেক্ষাগৃহের সমস্ত অংশে যে প্রতিটি শব্দাংশ শ্রুতিগোচর হওয়ার মত যথেষ্ট জোরালো শব্দ শোনা যায়।

(ii) একটি শব্দাংশের প্রতিধ্বনি যেন পরবর্তী শব্দাংশেকে ঢাকা না দেয়, যাতে বক্তার উচ্চারিত শব্দাংশগুলি পৃথকভাবে স্পষ্ট বোঝা যায়। অবশ্য কিছুটা প্রতিধ্বনি থাকা বাঞ্ছনীয় কেননা তা শব্দের তীব্রতা বাড়ায় এবং সেটিকে শ্রুতিসুখকর করে।

(iii) মূল শব্দ যেন বিকৃত হয়ে না যায়, অর্থাৎ মূল শব্দে মূলসুর ও উপসুরগুলি যে অনুপাতে থাকে, শ্রোতার কর্ণে যেন সেই অনুপাতেই পৌঁছায়।

এই বেশিষ্ট্যগুলি বজায় রাখার জন্য যে বিষয়টি বিবেচনা করা সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ, তা হল অনুরণন। তা ছাড়াও কয়েককিটি বিচার্য বিষয় আছে যা পরে উল্লেখ করা হয়েছে। প্রেক্ষাগৃহের বাস্তুবিদ্যাগত নির্মাণ কৌশল শব্দবিজ্ঞানের যে সব নিয়ম ও সূত্রের উপর আধারিত, এই এককে সেগুলি আলোচনা করা হয়েছে।

উদ্দেশ্য :

এই এককটি পড়লে আপনি

- কোনও কোনও হলে শব্দ কেন ভাল সোনা যায় না তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- বোঝাতে পারবেন অনুরণন কাকে বলে এবং জীবিত ও মৃত কক্ষ কী।
- বদ্ধ প্রেক্ষাগৃহে শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি ও হ্রাসের গাণিতিক বিশ্লেষণ করতে পারবেন।
- একটি উৎকৃষ্ট প্রেক্ষাগৃহ নির্মাণের জন্য কী কী বিষয় বিবেচনা করা প্রয়োজন সে বিষয়ে পরামর্শ দিতে পারবেন।

11.2 অনুরণন (Reverberation)

সাধারণ অভিজ্ঞতা থেকে আমরা জানি যে, কোনও বদ্ধ ঘরে বক্তৃতা, সঙ্গীত বা বাদ্যের ধ্বনি থেমে গেলেও কিছুক্ষণ তার রেশ থেকে যায়। শ্রোতার কানে শব্দ গুঞ্জরিত হতে হতে মিলিয়েই যায়। কোনও ক্ষণস্থায়ী শব্দ উৎপাদিত হওয়ার পর কক্ষের চারিদিকের দেওয়াল, ছাদ ও অন্যান্য তল থেকে বারবার প্রতিফলিত হয়ে শ্রোতার কানে পৌঁছায়। যে কোনও ক্ষণস্থায়ী শব্দ আমাদের কানে যে শব্দানুভূতি-সৃষ্টি করে তা $0.1s$ স্থায়ী হয়। ঐ সময়ের মধ্যে অন্য কোন শব্দ কানে এলেও আমরা সেটি আলাদা করে বুঝতে পারি না। এর ফলে মূলশব্দ ও প্রতিধ্বনিগুলি মিলে একটি প্রলম্বিত শব্দানুভূতি সৃষ্টি করে, যার তীব্রতা ক্রমশ হ্রাস পায় ও অবশেষে মিলিয়ে যায়।

ধ্বনির এই প্রলম্বিত হওয়াকে অনুরণন বলা হয়। দীর্ঘস্থায়ী অনুরণন কোনও কোনও ক্ষেত্রে শুনতে ভাল লাগলেও বক্তৃতা, নাটক প্রভৃতি যে সব ক্ষেত্রে উচ্চারিত শব্দগুলি স্পষ্টভাবে শোনার প্রয়োজন হয়, সেখানে অনুরণন একটি বাক্যাংশ আর একটিকে ঢেকে দেওয়ার ফলে শ্রবণে অসুবিধার সৃষ্টি করে। আবার যদি অনুরণন একেবারেই না থাকে, সঙ্গীত-বাদ্য শ্রোতার কানে সুখকর হবে না। সে জন্য প্রেক্ষাগৃহ অনুরণনের সময় হওয়া উচিত খুব বেশিও নয়, একেবারে কম নয়, দুইয়ের মাঝামাঝি। এই প্রসঙ্গে কয়েকটি সংজ্ঞা জেনে নেওয়া যাক।

(i) অনুরণন কাল (Re-verberation time) : শব্দ উৎসাহিত হয়ে থেমে যাওয়ার পরে প্রতিধ্বনিত হতে হতে যতটা সময় ধরে প্রতিধ্বনিত শব্দের তীব্রতা শ্রবণসীমার উপরে থাকে, সাধারণভাবে তাকে অনুরণন কাল বলে। তবে এই সংজ্ঞা থেকে পরিমাণগতভাবে অনুরণন কাল নির্ণয় করা যায় না। আমেরিকার বিজ্ঞানী সেবিনের গৃহীত সংজ্ঞা অনুযায়ী, যে সময়ে প্রতিধ্বনিত শব্দের তীব্রতা মূল শব্দের 10^{-6} গুণ হয়ে ন্যূনতম শ্রাব্যসীমায় পৌঁছে যায়, তাকেই অনুরণন কাল বলা হয় অর্থাৎ যখন মূল শব্দের তীব্রতা ন্যূনতম শ্রাব্যসীমার 10^6 গুণ অর্থাৎ, তীব্রতা স্তর 60db ছিল, সেই মুহূর্ত থেকে তীব্রতা স্তর 0db এ নামার জন্য যতটা সময় লাগে সেটিই হল অনুরণন কাল।

(ii) শব্দশোষণ গুণাঙ্ক (Sound absorption coefficient) : শব্দতরঙ্গ যখন দেওয়াল, পর্দা, কাঠের পাটাতন প্রভৃতির উপর আপতিত হয়, তখন তরঙ্গটি সম্পূর্ণ প্রতিফলিত হয় না। প্রতিফলক তল শব্দতরঙ্গের কিছুটা শক্তি শোষণ করে। শব্দতরঙ্গ কোনও তলের উপর লম্বভাবে আপতিত হলে আপতিত শক্তির যে অংশ ঐ তলে শোষিত হয় তাকে ঐ তলের শব্দশোষণ গুণাঙ্ক বলে। আপনি নিশ্চয়ই আন্দাজ করতে পারছেন যে, খোলা জানালা বা দরজা যেহেতু তরঙ্গের কোনও শক্তিই প্রতিফলিত করে না, অতএব সেগুলির শব্দশোষণ গুণাঙ্ক 1.0 হবে। এই গুণাঙ্কের মান এক এক ধরনের তলের ক্ষেত্রে এক এক রকম হয়। আপতিত শব্দের কম্পাঙ্কের উপরেও এই মান নির্ভর করে।

কোনও একটি তলের ক্ষেত্রফলকে শব্দশোষণ গুণাঙ্ক দিয়ে গুণ কর ঐ তলের "শোষণ" পাওয়া যায়।

(iii) প্রাণবন্ত ও নিষ্প্রাণ কক্ষ : কোনও কক্ষের অনুরণন কাল কক্ষটির আয়তন এবং কক্ষের সবগুলি তলের মোট শোষণের উপর নির্ভর করে। আপনি এই এককে পরে দেখবেন যে, অনুরণনের কাল কক্ষের আয়তনের সমানুপাতী এবং মোট শোষণের ব্যাস্তানুপাতী। যে কক্ষের মোট শোষণ আয়তনের তুলনায় কম, সেখানে অনুরণন বেশি হয়, ফলে শব্দের তীব্রতা সোজাসুজি আসা শব্দের তুলনায় বেশি হয়, শব্দের রেশ অনেকক্ষণ থাকে। এ জাতীয় কক্ষকে প্রাণবন্ত কক্ষ বলা হয়। অপরদিকে, যদি আয়তনের তুলনায় শোষণ বেশি হয় তবে শব্দের রেশ দ্রুত মিলিয়ে যায়। শব্দের তীব্রতা ফাঁকা জায়গায় যতটা হত প্রায় ততটাই হয়। এ ধরনের কক্ষকে আমরা নিষ্প্রাণ কক্ষ বলি।

(iv) অনুকূল অনুরণন কাল (Optimum Re-verberation time) : প্রেক্ষাগৃহে উৎপাদিত ধ্বনির শ্রুতিমাধুর্য রক্ষা করা, প্রতিফলনের সময় শোষণের ফলে শব্দশক্তির অতিরিক্ত ক্ষয় রোধ করে শব্দের যথেষ্ট তীব্রতা বজায় রাখা, আবার একই সঙ্গে উচ্চারিত শব্দ, সঙ্গীত প্রভৃতির স্পষ্টতা রক্ষা করার জন্য আমরা চাই অনুরণনের একটি মাঝামাঝি অবস্থা। এই সর্বাধিক অনুরণনের কালটিকেই আমরা অনুকূল অনুরণন কাল বলি। এটির মান কক্ষের আয়তন এবং কক্ষটি কীভাবে ব্যবহার হবে এই দুই-এর উপরই নির্ভর করে। স্টিফেন ও বেট বিভিন্ন ধরনের কক্ষের আদর্শ অনুরণন কাল নির্ণয়ের জন্য যে প্রায়োগিক সূত্র ব্যবহার করেন সেটিকে মেট্রিক এককে লেখা যায়।

$$T = N\,(0.0036 \qquad + 0.107) \text{ সেকেন্ড।।} \qquad ...11.1$$

যেখানে $V = m^3$ এককে কক্ষের আয়তন, N রাশির মান বক্তৃতা বা নাটক, যন্ত্রসঙ্গীত ও বৃন্দগান বা অর্কেস্ট্রার ক্ষেত্রে যথাক্রমে 4, 5 ও 6 । একটি উদাহরণ দেওয়া যাক। ধরুন, $30m \times 20m \times 10m = 600m^3$ আয়তনের একটি কক্ষ অর্কেস্ট্রার জন্য ব্যবহৃত হবে। 11.1 সূত্র অনুযায়ী এই কক্ষের অনুকূল অনুরণন কাল হবে:

$6(0{\cdot}0036 \times \quad + 0{\cdot}107) = 1{\cdot}03$ সেকেন্ড

আপনি হিসাব করে দেখেতে পারেন যে, এই কক্ষটির অনুরণন কাল 1·3 সেকেন্ড হলে এটি বক্তৃতার জন্য উপযুক্ত হত।

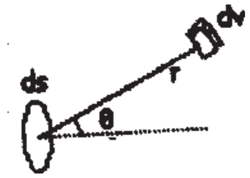
11.3 শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি

নিস্তব্ধ ঘরে যখন কোনও শব্দ আরম্ভ হয় তখন ঘরের মধ্যে শব্দের তীব্রতা সেই মুহূর্তেই কোন স্থায়ী মানে পৌঁছায় না। তীব্রতা শূন্যমান থেকে কীভাবে বৃদ্ধি পায়, এবার আমরা সেটি নির্ধারণ করতে চেষ্টা করব। মনে করা যাক, কোনও ঘরে একটি উৎস থেকে সমহারে শব্দশক্তি উৎপাদিত হচ্ছে। ঘরের দেওয়াল বা অন্য তলে আপতিত শব্দতরঙ্গের কিছু প্রতিফলিত এবং কিছু অবশোষিত হচ্ছে। বারবার প্রতিফলিত হওয়ার ফলে সমস্ত কক্ষ জুড়ে শব্দশক্তির ঘনত্ব সমান এবং শক্তিপ্রবাহও সবদিকে সমানভাবে হচ্ছে বলে ধরে নেওয়া যায়।

দেওয়ালের কোনও এক স্থানে ক্ষুদ্র ক্ষেত্রফল ds এবং তা থেকে r দূরত্বে এক ক্ষুদ্র আয়তন dv কল্পনা করা হল। r এর দিশা এবং ds - এর তলের লম্বদিশার মধ্যে কোণ , যেমন চিত্র 11.1-এ দেখা যাচ্ছে।

যদি ঘরের মধ্যে শব্দ শক্তির ঘনত্ব u হয় তা হলে dv ক্ষুদ্র আয়তনের মধ্যে শক্তির পরিমাণ udv হবে। যেহেতু শক্তি প্রবাহ সমদৈশিক (isotropic), ds ক্ষুদ্র তলের উপর dv আয়তন থেকে এই শক্তির

$dE =$ অংশ আপতিত হবে।



যেখানে d হল ds দ্বারা dv তে সৃষ্ট ঘন কোণ (solid angle)

এখন, $dv = r^2 \sin$ = দিগংশ কোণ)

চিত্র : 11.1

এবং, $d \ =$

কারণ, r দিশায় ds এর লম্ব প্রক্ষেপ (perpendicular projection) হচ্ছে $ds \cos$ ।

অতএব,

$dE = \quad r^2 \sin \quad d \quad d \quad dr$

$= \quad \sin \quad \cos \quad d \quad d \quad dr$ ...11.2

উপরের রাশিমালাটি হল dv আয়তন থেকে আসা শক্তির পরিমাপ। যদি সমস্ত কক্ষের আয়তনের হিসাব করতে হয়, তবে কোণে 0 থেকে পর্যন্ত এবং কোণ 0 থেকে 2 পর্যন্ত ব্যাপ্ত বলে ধরতে হবে। ভেবে দেখুন r এর ব্যাপ্তি কী হবে?

r হল দূরত্বের মাপ এবং শব্দের গতি c বলতে বোঝায় একক সময়ে শব্দ দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব। তাই r 0 থেকে c পর্যন্ত পরিবর্তন করলে একক সময়ে ds-এ আসা শব্দশক্তির পরিমাণ পাওয়া যাবে।

সুতরাং, 11.2 সমীকরণকে সমাকলন করে একক সময়ে ds ক্ষেত্রফলে কক্ষের মোট আয়তন থেকে আপতিত শব্দশক্তি পাওয়া যাবে :

$$E = \frac{uds}{4\pi}\int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{c} dr$$

$$= \frac{uds}{4\pi}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot c$$

$=$

একক সময়ে একক ক্ষেত্রফলে আপতিত শক্তি হবে

$I =$ ...11.3

সংজ্ঞা অনুযায়ী এটিই শব্দের তীব্রতা।

ধরা যাক, কক্ষে বিভিন্ন উপাদানে নির্মিত তল আছে, যেগুলির শব্দ শোষণ গুণাঙ্ক আলাদা।

যদি i তম তলের শব্দশোষণ গুণাঙ্ক $_i$ এবং ক্ষেত্রফল হয়, তবে ঐ তলে একক সময়ে পরিমাণ শক্তি আপতিত হবে এবং তার মধ্যে পরিমাণ শক্তি শোষিত হবে। সুতরাং, একক সময়ে কক্ষে মোট শোষিত শক্তির পরিমাণ :

E_a = ...11.4

যেখানে কক্ষের সবগুলি তলের মোট শোষণ :

$$a = \sum_i \alpha_i \delta s_i$$

সম্পূর্ণ ঘরটির আয়তন যদি V হয় এবং তার মধ্যে উৎস থেকে প্রতি একক সময়ে উৎপাদিত শক্তি P হয়, তবে শক্তিসংরক্ষণের নিয়ম অনুযায়ী ঘরের মধ্যে শব্দশক্তি বৃদ্ধির হার হবে,

শক্তি উৎপাদনের হার - শক্তি শোষণের হার

অর্থাৎ, ...11.5

$$\text{বা, } \frac{du}{P - acu/4} = \frac{dt}{V}$$

শব্দ আরম্ভ হওয়ার মুহূর্তে, অর্থাৎ যখন $t = 0$, তখন $u = 0$ ছিল। t সময় পরে শব্দশক্তির ঘনত্ব u হল। তাহলে

যদি $P - acu/4 = x$ ধরা হয়, তবে উভয়দিকে সমাকলন করে পাওয়া যায়,

$$\frac{t}{v} = -\frac{4}{ac} \int_0^{P-acu/4} \frac{dx}{x}$$

=

log

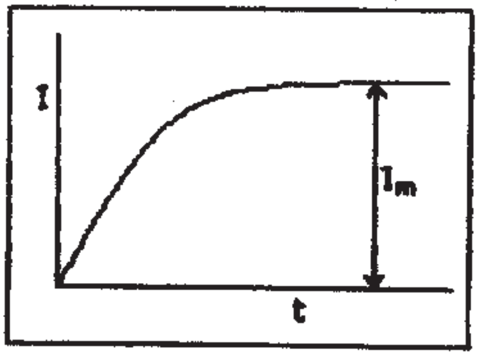
$$\text{বা, } \frac{P - acu/4}{P} = e^{-act/4V}$$

$$\text{বা, } u = \frac{4P}{ac}\left(1 - e^{-act/4V}\right) \quad ...11.6$$

শক্তি ঘনত্ব বাড়তে বাড়তে একটা উচ্চতম মানে (u_m) পৌঁছবে। সুতরাং, $t = \infty$ হলে $u = u_m$=

$$u = u_m(1- e^{-act/4V}) \qquad ...11.7$$

সমীকরণ 11.7 থেকে ঘরে শব্দশক্তির ঘনত্ব বৃদ্ধির প্রকৃতি বোঝা যাচ্ছে। সমীকরণ 11.3 থেকে আমরা পাই, $I =$, অর্থাৎ, শক্তি ঘনত্ব আর তীব্রতা পরস্পর সমানুপাতী। অতএব, সমীকরণ 11.7 থেকে পাওয়া যায়, $I = I_m(1 - e^{-act/4V})$ ...11.8



চিত্র 11.2 সময়ের সঙ্গে শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি

যেখানে $I_m =$ = তীব্রতার সর্বোচ্চ মান।

সমীকরণ 11.8 ঘরে শব্দশক্তির তীব্রতা বৃদ্ধির প্রকৃতি নির্দেশ করছে। সময়ের সঙ্গে শব্দের তীব্রতা কীভাবে বাড়বে, তা চিত্র 11.2 - এ দেখানো হয়েছে। তীব্রতা বাড়তে বাড়তে একটা মানে গিয়ে স্থির হয়ে যায়। এই বৃদ্ধির হার নির্ভর করে ঘরের আয়তন এবং ভেতরকার দেওয়াল ইত্যাদির অবশোষণ ক্ষমতার উপরে।

11.4 শব্দের তীব্রতা হ্রাস ও সেরিনের সূত্র

যদি শক্তি ঘনত্ব উচ্চতম মানে পৌঁছে যাবার পর উৎসটিকে বন্ধ করে দেওয়া হয়, তখনও কক্ষের বিভিন্ন তলে শব্দ শক্তি শোষিত হতে থাকবে। এর ফলে তখন শক্তি ঘনত্ব কমতে থাকবে। 11.5 অবকল সমীকরণে P = 0 বসালে

V

বা, $$\frac{du}{acu} = -\frac{dt}{4V}$$

উভয় দিক সমাকলন করলে পাই,

$$\log u = \frac{-act}{4V} + A,$$ যেখানে A = সমাকলন ধ্রুবক।

এক্ষেত্রে যখন $t = 0$, $u = u_m$, সুতরাং, $A = \log u_m$

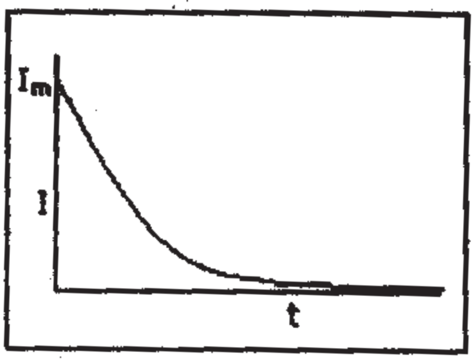
$$\log u = \qquad + \log u_m$$

বা, $\quad u = u_m e^{-act/4V}$ ...11.9

পূর্বের মত, যেহেতু $I = \frac{cu}{4}, I_m =$

$$I = I_{me}^{-act/4V} \qquad ...11.10$$

সমীকরণ 11.10 থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, কোনও বদ্ধ ঘরে শব্দশক্তি কিছুক্ষণ উৎপাদিত হয়ে থেমে যাওয়ার পর তীব্রতা উচ্চতম মান I_m থেকে সূচক (exponential) হারে কমতে থাকবে। কীভাবে সময়ের সঙ্গে শব্দের তীব্রতা কমবে, তা চিত্র 11.3-এ দেখানো হয়েছে।

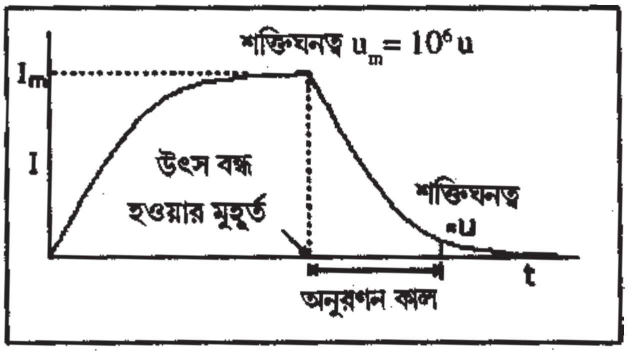


চিত্র 11.3

উৎস বন্ধ করে দিলে তৎক্ষণাৎ শব্দের তীব্রতা শূন্য হয়ে যায় না। কত দ্রুত বা ধীরে তা কমবে, তা নির্ভর করে ঘরের আয়তন এবং ভেতরকার দেওয়াল প্রভৃতির শোষণের উপরে।

এবার ধরুন, নিস্তব্ধ কক্ষে শব্দের উৎস চালু হওয়ার কিছুক্ষণ পর যখন শব্দের তীব্রতা বা শক্তি ঘনত্ব সর্বোচ্চ u_m মানে পৌঁছেছে, তখন উৎসটি বন্ধ করে দেওয়া হল। এখন শব্দের তীব্রতার যে পরিবর্তন হবে তা 11.4 চিত্রে দেখানো হয়েছে। তীব্রতার পরিবর্তে শক্তি ঘনত্বের লেখচিত্রে আঁকলে সেটি একইরকম দেখাত।

11.9 সমীকরণ থেকে আমরা অনুরণন কালের একটি রাশিমালা পেতে পারি। ঐ সমীকরণ থেকে $u_m/u = e^{act/4V}$ আপনি আগেই জেনেছেন যে, শক্তি ঘনত্ব 10^6 গুণ পরিমাণে হ্রাস পেয়ে ন্যূনতম শ্রাব্যসীমায় পৌঁছনোর যে সময়, সেটাই অনুরণন কাল T_R।



চিত্র 11.4

$$eacT_R/4V = 10^6$$

বা, $\quad acT_R/4V = In(10^6) = 6 \times 2{\cdot}303$

বা, T_R=

যদি শব্দের গতি $343ms^{-1}$ ধরা হয় এবং V ও a যথাক্রমে m^3 ও m^2 এককে মাপা হয় তবে

T_R= ...11.11

এটিই সেবিনের সূত্র।

শোষণের এফ পি এস এককের নাম সেবিনের নামানুসারে Sabin-ই দেওয়া হয়েছিল। খোলা জানালা বা ওই জাতীয় আদর্শ শোষকের এক বর্গফুট ক্ষেত্রফলের শোষণকে 'এক সেবিন' (Sabin) বলা হয়। তবে আমরা আদর্শ শোষকের এক বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের শোষণকেই একক হিসাবে ধরব।

সেবিনের সূত্রটির সাহায্যে কোনও কক্ষের আয়তন এবং সবগুলি তলের ক্ষেত্রফল ও শব্দশোষণ গুণাঙ্ক জানা থাকলে তার থেকে আপনি অনুরণন কাল নির্ণয় করতে পারবেন। এই সূত্রটি কিন্তু ত্রুটিমুক্ত নয়। এটি প্রতিষ্ঠা করতে গিয়ে আমরা কয়েকটি বিষয় ধরে নিয়েছি যা ঠিক নাও হতে পারে। দেখা যাক এগুলি কী কী।

(i) উৎসের শব্দশক্তি উৎপাদনের হার সম্পূর্ণ স্থির এবং কক্ষের তীব্রতার সঙ্গে সম্পর্কহীন।

(ii) কক্ষের সব অংশে শব্দশক্তি সমভাবে বন্টিত এবং শব্দশক্তির প্রবাহ সম্পূর্ণ সমদৈশিক।

(iii) শব্দতরঙ্গের উপরিপাতনের কোন ও প্রভাব থাকবে না।

(iv) শব্দের শোষণ কেবলমাত্র প্রতিফলনের সময়েই ঘটবে, মাধ্যমে অর্থাৎ বায়ুতে কোনও শোষণই ঘটবে না।

(v) তলগুলির শোষণ গুণাঙ্ক শব্দের কম্পাঙ্ক ও তীব্রতার উপর একেবারেই নির্ভরশীল নয়।

বাস্তবে সঙ্গীত, নাটক বা বক্তৃতা কোনওটিতেই শব্দশক্তি সমহারে উৎপন্ন হয় না। সাম্যাবস্থায় শব্দের উপরিপাতন ঘটবে এবং স্থাণুতরঙ্গ তৈরি হবে। যার ফলে শব্দশক্তির সুষম বন্টন ঘটবে না। বায়ুতে শব্দতরঙ্গের শোষণ ঘটে এবং শোষণের মাত্রাশব্দের কম্পাঙ্কের সঙ্গে বৃদ্ধি পায়। বিশেষত, বড় আকারের প্রেক্ষাগৃহের ক্ষেত্রে বায়ুমাধ্যমে শব্দের শোষণ মোটেই উপেক্ষা করা যায় না। এছাড়া যদি কোন কক্ষের প্রতিটি তলের শব্দশোষণ গুণাঙ্ক $= 1$ হয়, তখন a রাশিটি সবগুলি তলের মোট ক্ষেত্রফলের সমান হবে এবং সেক্ষেত্রেও কিছুটা অনুরণন কাল পাওয়া যাবে। কিন্তু বাস্তবে কী হবে তা ভেবে দেখুন। এ অবস্থায় শব্দের কোনও প্রতিফলনই ঘটবে না এবং অনুরণন একেবারেই থাকবে না।

আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, সেবিনের সূত্রটি সব অবস্থায় খাটবে না। আসলে কক্ষের মাপ শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তুলনায় অনেক বড় এবং শোষণের পরিমাণ কম হলে ($_i < 0{\cdot}2$), তবেই সেবিনের সূত্র ব্যবহার করা যায়।

এবারে দেখা যাক নিষ্প্রাণ কক্ষে, যেখানে শোষণের মান খুবই বেশি, সেখানে কীভাবে অনুরণন কাল নির্ণয় করা যায়।

11.5 নিষ্প্রাণ কক্ষে অনুরণন ও আইরিং (Eyring)-এর সূত্র

আপনি আগেই জেনেছেন, যে সব কক্ষে শোষণের মান বেশি, সেগুলির ক্ষেত্রে সেবিনের সূত্র ব্যবহার করা যায় না। এ ধরনের কক্ষের জন্য আইরিং কিছুটা বিভিন্ন পদ্ধতিতে অনুরণন কালের সঙ্গে কক্ষের আয়তন, তলগুলির মোট ক্ষেত্রফল এবং সেগুলির গড় শব্দশোষণ গুণাঙ্কের সম্পর্ক নির্ণয় করেন।

নিষ্প্রাণ কক্ষে তীব্রতার হিসাব করতে গেলে বারবার প্রতিফলনে শব্দতরঙ্গের শোষণ বিবেচনা করতে হবে। মনে করা যাক, কক্ষের তলগুলির গড় শব্দশোষণ গুণাঙ্ক । তা হলে প্রতিবার শব্দ আপতিত হওয়ার পর তীব্রতার অংশ শোষিত হবে এবং (1 –) অংশ প্রতিফলিত হবে।

অতএব, প্রারম্ভিক তীব্রতা যদি I_0 হয়, প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়.......ইত্যাদি প্রতিফলনের পরে তীব্রতা হবে I_0 (1 –), I_0(1 –)^2, I_0(1 –)^3......ইত্যাদি।

বোঝা যাচ্ছে যে, শব্দের উৎস বন্ধ করে দিলে n সংখ্যক প্রতিফলনের পর শব্দের তীব্রতা হবে

$$I = I_0(1 - \quad)^n \qquad \text{...11.12}$$

যদি এটি ন্যূনতম শ্রাব্যসীমা হয়, তবে অনুরণন কালের সংজ্ঞা অনুযায়ী :

$$I/I_0 = 10^{-6}$$

সমীকরণ 11.12 থেকে (1 –)^n = 10^{-6}

বা, $n\log(l - \quad) = -2{\cdot}303 \times 6$

বা, $n =$ ...11.13

সুবিধার জন্য কেবল চার দেওয়াল থেকে প্রতিফলনই বিবেচনা করা হচ্ছে। দুই প্রতিফলনের মধ্যে শব্দ দ্বারা অতিক্রান্ত গড় দূরত্ব হবে:

$$b = \frac{V}{S/4} \qquad \text{...11.14}$$

যেখানে V = ঘরের আয়তন এবং S = চার দেওয়ালের মোট ক্ষেত্রফল। n সংখ্যক প্রতিফলনে অতিক্রান্ত দূরত্ব = শব্দের গতি X অনুরণন কাল

বা, $nb = cT_R$ ...11.15

কারণ, n সংখ্যক প্রতিফলনের পর শব্দের তীব্রতা ন্যূনতম শ্রাব্যসীমায় পৌঁছাচ্ছে।

সমীকরণ 11.13, 11.14 এবং 11.15 অনুসারে

$$n = cT_R \cdot \frac{S}{4V} = \frac{-2{\cdot}303 \times 6}{\log\left(1-\overline{\alpha}\right)}$$

শব্দের গতি $343 ms^{-1}$ ধরলে $T_R = \dfrac{0{\cdot}161\mathrm{V}}{S\left[-\log\left(1-\overline{\alpha}\right)\right]}$ ...11.16

সমীকরণ 11.26 কে আইরিং-এর সূত্র বলে। এটি নিষ্প্রাণ কক্ষে অনুরণন কালের গণনা করতে সাহায্য করে। দুটি অবস্থা কল্পনা করা যাক।

(i) যখন শোষণ খুব বেশি অর্থাৎ এর মান 1-এর কাছাকাছি, তখন : –log(1 –) বা log খুব বড়, ফলে T_R খুব ছোট। সে ক্ষেত্রে অনুরণন নগণ্য বা কক্ষটি নিষ্প্রাণ।

(ii) যখন শোষণ খুব কম :

log(1 –) = –

≃ – (- এর উচ্চতর ঘাতগুলি নগণ্য ধরে)

সে ক্ষেত্রে T_R=

S = মোট অবশোষণ, সুতরাং উপরের সূত্রটি সেবিনের সূত্রের অনুরূপ। এই অবস্থায় কক্ষটি প্রাণবন্ত বলে বিবেচিত হবে।

সুতরাং, আমরা দেখলাম আইরিং এর সূত্র থেকে প্রাণবন্ত ও নিষ্প্রাণ কক্ষ — দুই-এরই অনুরণন কাল নির্ধারণ করা যায়।

মিলিংটন আইরিং - এর সূত্রের সংশোধন করে যে সূত্রটির প্রস্তাব করেছেন সেটি হল :

T_R =

এখানে S_i ও $_i$ হল i-তম তলের ক্ষেত্রফল ও শব্দশোষণ গুণাঙ্ক।

যখন সব $_i$ ক্ষুদ্র মানের, তখন এই সূত্রটি সেবিনের সূত্রে পরিণত হয়। কিন্তু যখন $_i$- এর মানগুলি বড় হয়, তখন এই সূত্রটির সঙ্গে পরীক্ষালব্ধ মানের ভাল সঙ্গতি দেখা যায়।

এবার একটি অনুশীলনীর মাধ্যমে অনুরণন কাল সম্বন্ধে যা পড়লেন তা একবার ঝালিয়ে নিতে পারেন।

অনুশীলনী - 1 :

(i) সঠিক শব্দ বেছে নিয়ে শূন্যস্থান পূর্ণ করুন :

(a) প্রেক্ষাগৃহের শব্দব্যবস্থায় সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হল————।(কম্পাঙ্ক/ অনুরণন/তীব্রতা)

(b) প্রেক্ষাগৃহের গঠন এমন হওয়া উচিত যাতে অনুরণন কাল অনুকূল অনুরণন কালের ————হয়। (কম/বেশি/সমান)

(c) প্রেক্ষাগৃহের মেঝেতে মোটা কার্পেট পাতা হলে অনুরণন কাল————। (বাড়বে/সমান থাকবে/কমবে)

(d) যখন শোষণের মাত্রা খুব কম থাকে, তখন সেবিনের সূত্র ও আইরিং - এর সূত্রের মধ্যে সঠিক সূত্র হল ————। (শুধু প্রথমটি/শুধু দ্বিতীয়টি/উভয়ই)

(e) অন্য বিষয়গুলি অপরিবর্তিত থাকলে অনুরণন কাল প্রেক্ষাগৃহের আয়তনের———— হয়। (সমানুপাতী/ব্যাস্তানুপাতী/বর্গের সমানুপাতী)

(ii) একটি হলঘরের আয়তন $10000m^3$ এবং তার সবগুলি তলের মোট শোষণ 300 একক (একক = Im^2 পূর্ণ শোষণকারী তল)। ঐ ঘরের অনুরণন কাল কত হবে? এখন ঐ ঘরে কত জন দর্শক প্রবেশ করলে অনুরণন কাল অর্ধেক হবে? প্রত্যেক দর্শকের শোষণ গড়ে 0·4 একক ধরে নিন।

11.6 শব্দশোষণ গুণাঙ্কের পরিমাপ

অনুরণন কালকে প্রেক্ষাগৃহের আয়তন এবং তার সম্ভাব্য ব্যবহার অনুযায়ী সবচেয়ে উপযোগী মানে রাখার প্রয়োজনীয়তা আপনি নিশ্চয়ই উপলব্ধি করেছেন। অনুরণনকে যথোপযুক্ত অবস্থান রাখার জন্য ছাদ ও দেওয়ালের তলগুলির শব্দশোষণ গুণাঙ্ক নির্ধারণ করার প্রয়োজন হয়। বিভিন্ন পদ্ধতিতে তা করা যেতে পারে। একটি প্রচলিত পদ্ধতি হল একটি কক্ষে দুটি উৎস থেকে উৎপাদিত শব্দের অনুরণন কালের তুলনা।

মনে করা যাক, P_1 ও P_2 দুটি শব্দ উৎসের ক্ষমতা এবং এদের অনুপাত জানা আছে। প্রথমটি থেকে কোনও অনুরণন কক্ষে শব্দ উৎপাদন করা হল। বেশ কিছুক্ষণ করে, যখন শব্দ শক্তির ঘনত্ব নিশ্চিত ভাবে উচ্চতম মানে পৌঁছে গেছে, তখন উৎস বন্ধ করা হল এবং শব্দ ন্যূনতম শ্রাব্যসীমায় পৌঁছনোর সময় T_1 মাপা হল। 11.7 সমীকরণ অনুযায়ী উচ্চতম শক্তি ঘনত্ব $4P_1/ac$ যেখানে a অভ্যন্তরীণ ছাদ ও দেওয়ালের

মোট শোষণ এবং c শব্দের বেগ। একই পরীক্ষা দ্বিতীয় উৎসটি নিয়েও করা হল এবং সময় T_2 মাপা হল। এখন 11.7 সমীকরণ অনুসারে,

কারণ T_1 সময় বাদে প্রথমটি এবং T_2 সময় বাদে দ্বিতীয়টি ন্যূনতম শ্রাব্যসীমায় পৌঁছেছে। উভয়ের ক্ষেত্রেই তখন তীব্রতা সমান। উভয়ের ক্ষেত্রেই কক্ষটি একই, যার আয়তন V।

$\therefore$

বা, $$\ln\left(\frac{P_1}{P}\right)=\frac{ac}{4V}\left(T_1-T_2\right)$$

$\therefore\ a =$ ...11.17

উপরের সমীকরণ থেকে কক্ষের মোট শোষণ বার করা যায়। কিন্তু কক্ষের অভ্যন্তরীণ দেওয়াল বা ছাদের উপাদানের শোষণ গুণাঙ্ক বার করা যাবে না। তার জন্য 11.4 সমীকরণের সাহায্য নিতে হবে। গড় শোষণ গুণাঙ্ক :

$$\bar{\alpha}=\frac{\sum \alpha_i ds_i}{\sum ds_i}=\frac{a}{S}$$

বা, $a = \bar{\alpha} S$ ...11.18

যেখানে S মোট অভ্যন্তরীণ তলগুলির ক্ষেত্রফল। সমীকরণ 11.17 ও 11.18 থেকে পাই,

...11.19

সমীকরণ 11.19 থেকে গড় শোষণ গুণাঙ্ক বার করা যাবে। সারণি 11.2-এ কয়েকটি উপাদানের শব্দশোষণ গুণাঙ্ক দেওয়া হয়েছে।

সারণি 11.2 বিভিন্ন উপাদানের শব্দশোষণ গুণাঙ্ক

তলের উপাদান	**শোষণ গুণাঙ্ক** (500 Hz কম্পাঙ্কে)
খোলা দরজা/জানালা	1.00
ঘন দর্শক সমষ্টি	0.96
ভারী পর্দা	0.50
কার্পেট (পাতলা থেকে ভারী)	0.1 - 0.4
সাধারণ ইটের দেওয়াল	0.03
পাইন কাঠের প্যানেল	0.10
বিশেষ মসৃণ প্লাস্টার	0.2 - 0.4
জানালার কাচ	0.05
কংক্রিট/মোজাইক মেঝে	0.02
শব্দশোষণ বিশেষ প্যানেল	0.50

ঘরের দেওয়াল, মেঝে ও ছাদ থেকে শব্দের প্রতিফলন কমাতে প্রায়ই ভারী পর্দা, কার্পেট, সছিদ্র প্লাইউডের প্যানেল প্রভৃতির ব্যবহার হয়। এর কারণ আপনি 11.2 সারণীটি লক্ষ্য করলেই বুঝতে পারবেন।

11.7 প্রেক্ষাগৃহের শব্দবিজ্ঞানসম্মত নকশা (Acoustic design of auditorium)

প্রেক্ষাগৃহের গঠন পরিকল্পনায় সবচেয়ে বেশি প্রাধান্য পায় অনুরণন। এ পর্যন্ত তার বিস্তারিত বিবরণ দেওয়া হল। তবে অনুরণন ছাড়াও আরও কয়েকটি বিষয় বিবেচনা করতে হয়। এবার দেখা যাক সেগুলি কী।

(i) সুষম তীব্রতা (uniform intensity) : শব্দ যাতে প্রেক্ষাগৃহের সব জায়গাতে সমান জোরালো হয়, সে জন্য বিদ্যুৎচালিত লাউডস্পিকার রাখা হয়। সাধারণত এগুলি শ্রোতা বা বক্তার মাথার চেয়ে বেশি উচ্চতায় রাখা হয়। কৃত্রিম ছাদের (false ceiling) সাহায্যে ঘরের উচ্চতা কম করে দিলেও শ্রাব্যতা ভাল হয়। দেওয়াল বা ছাদে গোল অথবা বেলনাকার অংশ অবনতভাবে থাকলে তা থেকে শব্দ প্রতিফলিত হয়ে অসমানভাবে ফোকাসিত হয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। তাতে বিভিন্ন জায়গায় শব্দের তীব্রতা কম বেশি হয়ে যাবে। তা ছাড়া স্পিকারের পিছনের অংশ থেকে প্রতিফলনও বাধা সৃষ্টি করে। তা দূর করার জন্য সে অংশে কার্পেট জাতীয় অবশোষক পদার্থের আস্তরণ থাকা ভাল।

(ii) অনুনাদ (Resonance) অপসারণ : যদি উৎপাদিত ধ্বনিসমষ্টির কোনও বিশেষ কম্পাঙ্কের জন্য অনুনাদ সৃষ্টি হয়, সেই কম্পাঙ্কযুক্ত শব্দের তীব্রতা অন্যগুলির চেয়ে বেশি হয়ে এক কোলাহল সৃষ্টি করবে। অনুনাদী কম্পাঙ্ক প্রায়শই হলের আয়তনের বর্গমূলের ব্যাস্তনুপাতী হয়। তাই হলের আয়তন খুব বড় হলে অনুনাদী কম্পাঙ্ক শ্রাব্যসীমার নিচে থাকে এবং অনুনাদের প্রভাব এড়ানো যায়।

(iii) কোলাহল (Noise) থেকে মুক্তি : প্রেক্ষাগৃহের বাইরের থেকে আসা গোলমাল এবং ভেতরে তৈরি হওয়া গোলমাল, (যেমন শ্রোতাদের পদধ্বনি, বৈদ্যুতিক পাখার শব্দ) দুই-ই কোলাহল সৃষ্টি করতে পারে।

বাইরে থেকে আসা শব্দ বাড়ির কাঠামোর মধ্য দিয়ে, দরজা-জানালা, দেওয়াল ভেদ করে এবং বায়ুবাহিত হয়ে আসতে পারে। বাড়ির মেঝে বা ছাদের মধ্য দিয়ে আসা শব্দ রোধ করতে হলে কাঠামো থেকে বিচ্ছিন্ন কাঠ বা শব্দ অন্তরক বোর্ডের বাড়তি মেঝে বা ছাদ গঠন করতে হয়। দরজার কিনারার ফাঁক রবার বা ফেল্ট নির্মিত মোটা আস্তরণ দিয়ে বন্ধ রাখতে হয়। পরপর দুটি দরজা বসালে সেটি শব্দ অন্তরক হিসাবে ভাল কাজ করে। বায়ুর মধ্যে রাখা দেওয়াল বা কোনও পাটাতন ভেদ করার সময়ে লম্বভাবে আপতিত শব্দের $20\log\frac{\pi\sigma n}{\rho c}\,db$ ক্ষয় হয়। এখানে = kgm^{-2} এককে বাধার তল ঘনত্ব, n = শব্দের কম্পাঙ্ক, = বায়ুর ঘনত্ব ও c = বায়ুতে শব্দের বেগ। এর থেকে বোঝা যায় যে, অধিক ঘনত্বের পুরু দেওয়াল শব্দ আটকাতে বেশি কার্যকরী এবং অধিক কম্পাঙ্কের শব্দ রোধ করা অপেক্ষাকৃত সহজ।

প্রেক্ষাগৃহের মেঝের কার্পেট, অফিস ঘরে টাইপরাইটারের তলায় রবার বা ফেল্ট-এর প্যাড কক্ষের অভ্যন্তরে উৎপন্ন শব্দ কমাতে সাহায্য করে। তবে বৈদ্যুতিক পাখা, শীততাপ নিয়ন্ত্রণ যন্ত্র, কুলার, লাউডস্পিকার সমূহ ত্রুটিমুক্ত হওয়া প্রয়োজন যাতে এগুলি অবাঞ্ছিত শব্দের উৎস না হয়।

(v) সোপান প্রভাব (Echelon effect) : যদি হলঘরে সিঁড়ি, রেলিং প্রভৃতি দীর্ঘাকৃতি নির্দিষ্ট আকার থাকে, তাতে শব্দ বারেবারে প্রতিফলিত হয়ে তার কাছাকাঠি অংশে এক ধরনের গমগমে আওয়াজ শোনা যায়। একে সোপান প্রভাব বলা হয়। একে এড়ানোর জন্য সিঁড়ির ধাপে কার্পেট ইত্যাদি অবশোষক পদার্থ রাখা যায়। অথবা সিঁড়ির কাঠামো একটানা না করে মাঝে মাঝে আকৃতির একটি পরিবর্তন করে দেওয়া যায়।

(vi) শ্রোতাদের উপস্থিতি-অনুপস্থিতি : সারণি 11.2 থেকে বোঝা যাচ্ছে যে, স্বয়ং শ্রোতা বা দর্শক হিসাবে উপস্থিত ব্যক্তি শব্দশোষক হতে পারেন। গদিযুক্ত চেয়ারও মনুষ্যদেহের মতোই শব্দশোষক উপাদান হিসাবে কাজ করে। তাই ফাঁকা হলঘরে খালি আসনগুলি কিছুটা শব্দ শোষণ করে। অবশ্য এতেও দর্শকে পরিপূর্ণ অবস্থার সঙ্গে কিছুটা পার্থক্য থেকে যায়। প্রেক্ষাগৃহের শব্দ পরিকল্পনা এমনভাবে করা হয় যেন প্রত্যাশিত সংখ্যক দর্শক উপস্থিত থাকলে অনুরণন কাল আদর্শ অনুরণন কালের সমান হয়।

এবার শোষণ গুণাঙ্কের পরিমাপ সম্বন্ধীয় একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী - 2 ঃ একটি ঘরের আয়তন $1500 m^3$ এবং সব তলের মোট ক্ষেত্রফল $1200 m^2$। 0.5W ক্ষমতার শব্দ উৎস ব্যবহার করে দেখা গেল উৎসটিকে থামানোর $2s$ পরে ঘরের শব্দ শ্রাব্যসীমায় পৌঁছয়। $100w$ ক্ষমতার উৎস ব্যবহার করলে ঐ সময়টি $3s$ হয়। ঘরের মোট শোষণ কত? ঘরের সব তলের গড় শোষণ গুণাঙ্ক কত?

11.8 সারাংশ

একটি কক্ষে উৎপাদিত শব্দ দেওয়াল প্রভৃতি থেকে কিছুটা প্রতিফলিত হয়, আবার দেওয়াল, আসবাব ইত্যাদি দ্বারা কিছুটা শোষিত হয়। এই প্রতিফলন ও শোষণের মাত্রা কক্ষের মধ্যকার বস্তু সমষ্টির উপাদান ও ঘরের মাপের উপর নির্ভর করে। এ বিষয়ে শব্দবিজ্ঞানের নিয়ম ও সূত্রগুলির দ্বারা নির্ধারিত হয় কক্ষের মধ্যে কতটা অনুরণন হবে এবং ঘরের সর্বত্র শব্দ জোরালো ও স্পষ্ট শোনা যাবে কিনা। বসবাসের সাধারণ আকারের ঘরের তুলনায় বৃহৎ আকারের প্রেক্ষাগৃহের ক্ষেত্রেই এগুলি গুরুত্বপূর্ণ হয়ে দাঁড়ায়। সে কারণে নাটক, বক্তৃতা, সিনেমা প্রভৃতির জন্য প্রেক্ষাগৃহের নির্মাণকার্যে ওই নিয়মগুলি অনুসরণ করা হয়। শব্দবিজ্ঞানের সেই নিয়মগুলি ও সেগুলির পরিপ্রেক্ষিতে প্রেক্ষাগৃহ গঠনের সূত্রসমূহ — এই সব মিলেই প্রেক্ষাগৃহের শব্দ ব্যবস্থার আলোচনা।

অনুরণন, অর্থাৎ বারেবারে প্রতিফলনের ফলে শব্দের দীর্ঘস্থায়ী গুঞ্জরণ উচ্চারিত শব্দের স্পষ্টতাকে সবচেয়ে বেশি প্রভাবিত করে। কোনও কক্ষে একটি উৎস থেকে ক্রমাগত শব্দ উৎপাদিত হলে প্রতিফলন এবং শোষণের মধ্য দিয়ে শব্দের তীব্রতা বাড়তে বাড়তে একটা মানে গিয়ে স্থির হয়ে যায়। সেই অবস্থায় যদি উৎসটি বন্ধ করে দেওয়া যায়, শব্দের তীব্রতা তৎক্ষণাৎ শূন্য হয়ে যায় না। ধীরে ধীরে কমতে কমতে ন্যূনতম শ্রাব্যসীমার নিচে চলে যায়। এই সময়কালকে বলা হয় **অনুরণন কাল**। অনুরণন কালের সংজ্ঞা ছাড়াও একটি কক্ষের অনুরণন কাল কত হবে সেটি কীভাবে হিসাব করা যায় এবং পরীক্ষা দ্বারা কীভাবে অনুরণন কাল নির্ণয়ের দ্বারা কক্ষের শোষণের পরিমাণ নির্ণয় করা যায়, সেগগুলি আপনি জানতে পেরেছেন। আদর্শ অনুরণন কাল বলতে কী বোঝায় এবং একটি কক্ষে কীভাবে অনুরণন কাল কমানো বাড়ানো যায়, তাও এই এককে আলোচিত হয়েছে। সবশেষে প্রেক্ষাগৃহের শব্দব্যবস্থার কয়েকটি দিকের উপর আলোকপাত করা হয়েছে, যেগুলি হয়ত আপনার কাছে কৌতুহলোদ্দীপক বলে মনে হবে।

11.9 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য 10m, প্রস্থ 6m ও উচ্চতা 5m । ছাদ ও কার্পেটে ঢাকা মেঝের শব্দশোষণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে 0·05 ও 0·2। দেওয়ালগুলির 10 শতাংশ খোলা দরজা-জানালা এবং বাকি অংশের শব্দশোষণ গুণাঙ্ক 0·02। ঐ ঘরের অনুরণন কাল কত হবে?

2. একটি বদ্ধ ঘরের মাপ দৈর্ঘ্য 8m × প্রস্থ 8m × উচ্চতা 4m। এটির দেওয়াল ও ছাদে শব্দশোষক প্যানেল লাগানো আছে যার শোষণ গুণাঙ্ক 0·5 । মেঝের অর্ধেক অংশে মোটা কার্পেটে ঢাকা, যার শোষণ গুণাঙ্ক 0·4 । মেঝের বাকি অংশে 40টি গদিমোড়া আসন আছে, যেগুলির প্রতিটির তল $1{\cdot}25m^2$ এবং শোষণ গুণাঙ্ক 0·6। সেবিন ও আইরিং-এর সূত্রের সাহায্যে কক্ষটির অনুরণন কাল নির্ণয় করুন।

3. একটি কক্ষে একটি শব্দের উৎস নির্দিষ্ট ক্ষমতায় শব্দ উৎপাদন করতে শুরু করল। কক্ষে তীব্রতা কীভাবে বৃদ্ধি পাবে তার গাণিতিক সূত্র নির্ণয় করুন। ঐ তীব্রতা কত সময়ে সর্বাধিক তীব্রতার অর্ধেক মানে পৌঁছাবে?

4. একটি প্রেক্ষাগৃহে শব্দের তীব্রতা স্থায়ী মানে পৌঁছবার পর শব্দের উৎসগুলি একসঙ্গে বন্ধ করে দেওয়া হল। এখন শব্দের তীব্রতা হ্রাসের গাণিতিক সূত্রটির প্রতিপাদন করুন। এই সূত্রের সাহায্যে অনুরণন কালের সেবিনের রাশিমালাটি নির্ণয় করুন।

5. 'প্রাণবন্ত' কক্ষ ও 'নিষ্প্রাণ' কক্ষ কাকে বলে? নিষ্প্রাণ কক্ষের অনুরণন কাল নির্ণয়ের জন্য উপযুক্ত একটি রাশিমালা প্রতিষ্ঠা করুন।

6. 'শব্দশোষণ গুণাঙ্ক' কাকে বলে? একটি কক্ষের তলগুলির গড় শব্দশোষণ গুণাঙ্ক কীভাবে নির্ণয় করা যায়?

7. প্রেক্ষাগৃহের শব্দ পরিকল্পনায় উপযুক্ত অনুরণন ছাড়াও আর কোন্ কোন্ বিষয়ে নজর রাখা প্রয়োজন? এগুলির সম্বন্ধে কোন্ কোন্ পদক্ষেপ নেওয়া জরুরী বলে আপনি মনে করেন?

11.10 উত্তরমালা

অনুশীলনী - 1

(i) (a) অনুরণন (b) সমান (c) কমবে (d) উভয়ই (e) সমানুপাতী

(ii) সেবিনের সূত্র অনুযায়ী $T_R = \frac{0{\cdot}161V}{A} = \frac{0{\cdot}161 \times 10000}{300} = 5{\cdot}4s$

অনুরণন কাল অর্ধেক হতে হলে শোষণ দ্বিগুণ হবে। যদি নির্ণেয় দর্শকের সংখ্যা n হয় তবে

$300 + (n \times 0{\cdot}4) = 300 \times 2$

অর্থাৎ $n = \frac{300}{0{\cdot}4} = 750$

অনুশীলনী - 2

11.19 সমীকরণ থেকে গড়শোষণ গুণাঙ্ক

এখানে $V = 1500\text{m}^3$, $P_1 = 100\text{w}$, $P_2 = 0{\cdot}5\text{w}$, $S = 1200\text{m}^2$

$T_1 = 3s,\ T_2 = 2s$। ধরা যাক $c = 340\text{ms}^{-1}$

$\therefore \qquad = \cdot0147 \text{ In } 200$

$= \cdot0147 \times 2{\cdot}303 \times 2{\cdot}3010 = 0{\cdot}078$।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. ঘরের আয়তন $V = 10 \times 6 \times 5 = 300m^3$

   ছাদের ক্ষেত্রফল $10 \times 6 = 60m^2$ $\therefore$ শোষণ $60 \times 0{\cdot}05 = 3m^2$

   মেঝের ক্ষেত্রফল $10 \times 6 = 60m^2$ শোষণ $60 \times 0{\cdot}2 = 12m^2$

   দেওয়ালের ক্ষেত্রফল $(10 + 10 + 6 + 6) \times 5 = 160m^2$

   দরজা - জানালার ক্ষেত্রফল $= 160 \times \qquad = 16m^2$ শোষণ $= 16 \times 1 = 16m^2$

   বাকি দেওয়ালের ক্ষেত্রফল $160 - 16 = 144m^2$ শোষণ $144 \times \cdot02 = 2{\cdot}88m^2$

   মোট শোষণ $a = 3 + 12 + 16 + 2{\cdot}88m^2$

   অনুরণন কাল $T_R = \qquad = 1{\cdot}42s$।

2. ঘরের আয়তন $V = 8 \times 8 \times 4 = 256m^3$

   দেওয়াল, মেঝের ও ছাদের মোট ক্ষেত্রফল s

   $= 2(8 \times 8 + 8 \times 4 + 8 \times 4) = 256m^2$

   ছাদের শোষণ $= 8 \times 8 \times 0{\cdot}5 = 32m^2$

   মেঝের শোষণ $= (8 \times 8) \times 0{\cdot}4 = 12{\cdot}8m^2$

আসনগুলির শোষণ $= 40 \times 1{\cdot}25 \times 0{\cdot}6 = 30m^2$

মোট শোষণ $a = 74{\cdot}8m^2$

গড় শোষণ গুণাঙ্ক $= 0{\cdot}292$

সেবিনের সূত্র অনুযায়ী $T_R = \frac{0{\cdot}161V}{a} = \frac{0{\cdot}161 \times 256}{74{\cdot}8} = 0{\cdot}55s$

আইরিং-এর সূত্র অনুযায়ী $T_R = \frac{0{\cdot}161V}{-5\text{In}\left(1-\bar{\alpha}\right)} = \frac{0{\cdot}161 \times 256}{-256lm\left(1-{\cdot}292\right)} = 0{\cdot}47s$

3. প্রথম অংশের উত্তর 11.3 অনুচ্ছেদে আলোচিত হয়েছে।

   11.3 অনুচ্ছেদের 11.8 সমীকরণ অনুযায়ী $I = I_m\left(1-e^{-\frac{act}{4V}}\right)$

   যখন $I = I_m/2$, তখন $\text{I} - e^{-act/4v} =$, অর্থাৎ

   $t = \quad \text{In}2 = 0{\cdot}00815$ যেখানে

   $c = 340ms^{-1}$ ধরা হয়েছে।

4. প্রশ্নটির উত্তর 11.4 অনুচ্ছেদে আলোচনা করা হয়েছে।
5. প্রশ্নের প্রথম অংশের উত্তর 11.2 অনুচ্ছেদে এবং দ্বিতীয় অংশের উত্তর 11.5 অনুচ্ছেদে পাওয়া যাবে।
6. প্রশ্নের প্রথম অংশের উত্তর 11.2 অনুচ্ছেদে এবং পরের অংশের উত্তর 11.6 অনুচ্ছেদে পাওয়া যাবে।
7. 11.7 অনুচ্ছেদে প্রশ্নটির উত্তর পাওয়া যাবে। আপনি নিজস্ব অভিজ্ঞতা থেকেও কিছু লিখতে পারেন।

একক 12 : অতিশব্দ (Ultrasonics)

গঠন

12.1 প্রস্তাবনা

উদ্দেশ্য

12.2 অতিশব্দের উৎপাদন

12.2.1 চৌম্বকতত্তি নির্ভর উৎপাদক (Magnetostrictive generator)

12.2.2 চাপ—বৈদ্যুতিক উৎপাদক (Piezoelectric generator)

12.3 বিভিন্ন মাধ্যমে অতিশব্দের গতিবেগ নির্ণয়

12.3.1 আলোক ব্যবর্তন (Optical diffraction) পদ্ধতি

12.3.2 শাব্দিক ব্যতিচার (Acoustic interference) পদ্ধতি

12.4 অতিশব্দের প্রয়োগ ও ব্যবহার

12.5 সারাংশ

12.6 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

12.7 উত্তরমালা

12.1 প্রস্তাবনা

আপনি নিশ্চয়ই পড়েছেন যে, আমরা যে শব্দ শুনতে পাই তার কম্পাঙ্কের ঊর্ধ্বসীমা প্রায় 20kHz। অনেকের ক্ষেত্রে এই সীমা আরও নিচেও হতে পারে। এর ফলে আমাদের পারিপার্শ্বিকের অনেক শব্দই হয়ত আমাদের কাছে অশ্রুত থেকে যায়। যে সব শব্দের কম্পাঙ্ক 20kHz এর বেশি, সেগুলিকে আমরা অতিশব্দ (Ultrasound) বলি। এ জাতীয় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক শ্রাব্য কম্পাঙ্কের ঊর্ধ্বসীমা থেকে আরম্ভ করে কয়েক মোগাহার্ৎস, এমন কি গিগাহার্ৎসও (10^9Hz) হতে পারে। মানুষ বা অন্য স্তন্যপায়ী প্রাণীরা অতিশব্দ শুনতে না পেলেও নিশাচর বাদুড় কম বেশি 100kHz কম্পাঙ্কের অতিশব্দ উৎপন্ন করে এবং প্রতিধ্বনি শুনে বাধা এড়িয়ে উড়ে বেড়ায় ও শিকারের সন্ধান করে।

পরীক্ষাগারে অতিশব্দ উৎপাদনের জন্য নানা ধরনের যন্ত্রপাতি উদ্ভাবিত হয়েছে। শব্দবিজ্ঞান চর্চার প্রথম দিকে যান্ত্রিক হুইস্‌লের সাহায্যে বা কার্বন আর্কে তড়িৎ মোক্ষণ ঘটিয়ে নিয়ন্ত্রিত কম্পাঙ্কের অতিশব্দ উৎপাদন করা হয়েছে। কিন্তু এই পদ্ধতিগুলির ঐতিহাসিক গুরুত্ব থাকলেও বর্তমানে অতিশব্দ উৎপাদনের জন্য প্রধাতন যে ভৌত ঘটনাগুলি ব্যবহার করা হয় সেগুলি হল, চৌম্বক তত্তি (magnetostriction) ও চাপ-বিদ্যুৎ (piezoelectricity)। এখানে আপনি অতিশব্দ উৎপাদনের এ জাতীয় আধুনিক পদ্ধতির সঙ্গে পরিচিত হবেন।

বিভিন্ন মাধ্যমে অতিশব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও বেগ পরিমাপ করার জন্য কয়েকটি নির্ভরযোগ্য পদ্ধতি চালু আছে। এখানে আমরা এ ধরনের কয়েকটি পদ্ধতির আলোচনা করব। কম্পাঙ্ক অধিক হওয়ায় অতিশব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য

স্বাভাবিকভাবেই কম এবং এজন্য অতিশব্দ তরঙ্গের রশ্মি নির্দিষ্ট দিকে চালনা করা যায়। এই রশ্মির প্রতিফলন লক্ষ্য করে যেমন প্রতিফলক বাধার অবস্থান ও চরিত্র নির্ধারণ করা যায়, তেমনই অতিশব্দের রশ্মির মাধ্যমে অনেকটা ক্ষমতা নির্দিষ্ট লক্ষ্যবস্তু অভিমুখে পাঠানো যায়। অতিশব্দের এই ধর্মগুলি এই শব্দ তরঙ্গের বিভিন্ন ব্যবহারিক প্রয়োগে কাজে লাগানো হয়। এই এককে আমরা অতিশব্দের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগ নিয়েও আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য :

এই এককটি পড়লে আপনি—

- অতিশব্দ কাকে বলে তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- অতিশব্দ কীভাবে উৎপাদন করা যায়, তার বিভিন্ন পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবেন।
- বিভিন্ন মাধ্যমে অতিশব্দের বেগ নির্ণয় কীভাবে করা হয়, তা বর্ণনা করতে পারবেন।
- অতিশব্দ কতরকম কাজে লাগে, বিশেষ করে আলট্রাসোনোগ্রাফি কী, এসব সাধারণ উৎসাহী মানুষকে বুঝিয়ে দিতে পারবেন।

12.2 অতিশব্দের উৎপাদন

আপনি আগেই জেনেছেন যে, শব্দতরঙ্গ আসলে স্থিতিস্থাপক মাধ্যমে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। শব্দতরঙ্গ তৈরি করতে মাধ্যমের মধ্যে কম্পনশীল একটি উৎসের প্রয়োজন। সাধারণ শব্দের মতো অতিশব্দও উৎসের কম্পনের ফলে উৎপন্ন হয়। তবে এই উৎসের কম্পাঙ্ক যে কম্পাঙ্কের অতিশব্দ উৎপাদন করতে হবে, তার সমান হতে হবে। অনেক সময় উৎপন্ন অতিশব্দকে তরলের মধ্য দিয়ে সঞ্চারিত করতে হয়। আপনি এই পর্যায়ের অষ্টম এককে পড়েছেন যে, তরলের শব্দ রোধ বায়ুমাধ্যমের তুনলায় অনেক বেশি। এই শব্দ রোধের সঙ্গে সামঞ্জস্য রক্ষা করে তরলে অতিশব্দের তরঙ্গ চালিত করতে উৎসটিকে অল্প সরণে প্রচুর বল প্রয়োগে সক্ষম হতে হয়। বর্তমানে অতিশব্দ উৎপাদনে, যে পদ্ধতিগুলি সচরাচর ব্যবহৃত হয়, এখানে আমরা সেগুলি আলোচনা করব।

এই প্রসঙ্গে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, সাধারণ শব্দের উৎপাদনে ব্যবহৃত যন্ত্রগুলির মত অতিশব্দের উৎসগুলিও তড়িৎশক্তিকেই শব্দশক্তিতে রূপান্তিরিত করে। এজন্য এগুলিকে ট্রান্সডিউসার (transducer) বা রূপান্তরক বলা হয়।

12.2.1 চৌম্বকততি-নির্ভর উৎপাদক (Magnetostrictive generator)

কোন অয়শ্চৌম্বক (ferromagnetic) পদার্থকে যখন চুম্বকিত করা হয় তখন চুম্বকনের দিক বরাবর সেটির সামান্য দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ঘটে। পদার্থটির মধ্যে চুম্বকন-তীব্রতা বাড়ায় সঙ্গে সঙ্গে সেটির অভ্যন্তরীণ গঠনে যে পরিবর্তন ঘটে সেটিই এই দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের কারণ। অয়শ্চৌম্বক পদার্থটির চুম্বকন যখন চুম্বকনের সংপৃক্তির

(saturation) বেশ কিছুটা নিচে থাকে, তখন সেটির ততির পরিমাণ আরোপিত চৌম্বক আবেশের বর্গের সমানুপাতী হয়। অর্থাৎ, চুম্বকনের দিক বরাবর প্রাথমিক দৈর্ঘ্য , দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন এবং চৌম্বক আবেশ

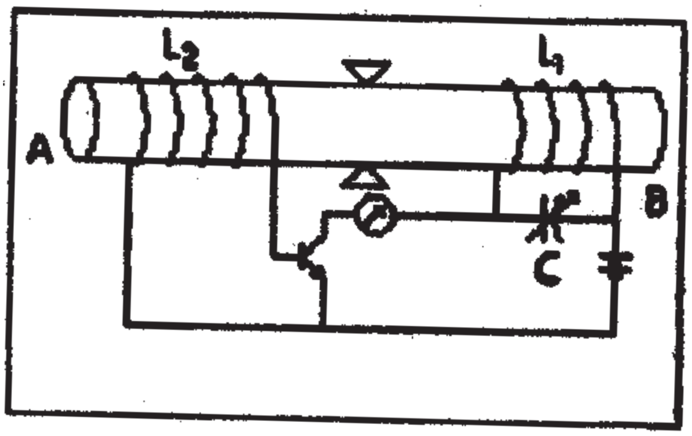
B হলে লেখা যায়, চৌম্বক ততি, $=KB^2$

...12.1

যেখানে K একটি ধ্রুবক, যার মান পজিটিভ বা নেগেটিভ হতে পারে। নিকেল এবং ইনভার, পারমেনডুর প্রভৃতি কয়েকটি সংকরের (alloy) ক্ষেত্রে চৌম্বক ততির মান বেশি হতে দেখা যায়। নিকেলের ক্ষেত্রে B-এর মান $0{\cdot}5\text{Wbm}^{-2}$ (ওয়েবার/বর্গমিটার) এর চেয়ে কম হলে K ধ্রুবকটির মান হয় $-1{\cdot}0 \times 10^{-4}\text{m}^4\text{Wb}^{-2}$। বিয়োগ চিহ্নটির অর্থ এই যে, চৌম্বক আবেশের প্রভাবে নিকেলের দৈর্ঘ্য সঙ্কোচন ঘটে।

আয়শ্চৌম্বক বস্তুতে নির্মিত কোনও দণ্ডের উপর একটি তারের কুণ্ডলী জড়িয়ে ঐ কুণ্ডলীতে যদি পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহ পাঠানো যায়, তবে তড়িৎপ্রবাহের প্রতি পর্যায়ে চৌম্বক ততি দুবার সর্বোচ্চ মান লাভ করবে। কেননা চৌম্বক আবেশের বিস্তার যদি B_m হয় তবে B এর মান $+B_m$ ও $-B_m$, উভয় ক্ষেত্রেই চৌম্বক ততি $KB_m{}^2$ হবে। এতে দণ্ডটির যান্ত্রিক কম্পনের কম্পাঙ্ক প্রবাহের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হবে। অবশ্য দণ্ডের উপর জড়ানো দ্বিতীয় একটি কুণ্ডলীর মধ্যে দিষ্ট তড়িৎপ্রবাহ পাঠিয়ে যদি একটি স্থির চৌম্বক আবেশ B_0 তৈরি করা যায় যার মান B_m এর চেয়ে বড়, তবে মোট চৌম্বক আবেশ পরিবর্তী প্রবাহের এক পর্যায়ে $B_0 - B_m$ থেকে $B_0 + B_m$ এর মধ্যে একবার কম্পিত হবে এবং দণ্ডের যান্ত্রিক কম্পনের কম্পাঙ্ক তড়িৎপ্রবাহের কম্পাঙ্কের সমান হবে। স্থির চৌম্বক আবেশটি অবশ্য কয়েকটি স্থায়ী চুম্বকের সাহায্যেও তৈরি করা যায়। উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে চৌম্বক ততি কমতে থাকে এবং শেষ পর্যন্ত কুরী উষ্ণতায় এসে চৌম্বক ততির মান শূন্য হয়ে যায়।

এবার দেখা যাক চৌম্বক ততিকে কিভাবে অতিশব্দ উৎপাদনের কাজে লাগানো যায়। এই কাজের উপযুক্ত একটি ট্রানজিস্টার বর্তনী 12.1 চিত্রে দেখানো হয়েছে।



চিত্র 12.1 চৌম্বক নিয়ন্ত্রিত অতিশব্দ উৎপাদক বর্তনী।

AB একটি নিকেল রড, ঠিক মাঝখানে দৃঢ়ভাবে ক্ল্যাম্প দিয়ে আটকে রাখা হয় যাতে দুটি প্রান্ত মুক্ত থাকে। রডের উপর ক্ল্যাম্পের দুই দিকে দুটি কুণ্ডলী L_1 এবং L_2 জড়ানো থাকে। L_1 এবং তার সমান্তরাল ও একটি পরিবর্তনযোগ্য ধারক C, উভয়ে একটি অনুনাদ বর্তনী তৈরী করে একটি ট্রানজিস্টার স্পন্দক বর্তনীতে (oscillator circuit) কালেক্টরের সঙ্গে যুক্ত থাকে। L_2 কুণ্ডলী ট্রানটিস্টারের বেস এবং এমিটারের মধ্যে যুক্ত থাকে।

প্রথমে নিকেল রডটিকে চুম্বক অথবা নির্দিষ্ট মাত্রার দিষ্ট তড়িৎপ্রবাহের সাহায্যে চুম্বকিত করে রাখা হয়। ধারক C-কে পরিবর্তন করে এমন অবস্থায় আনা হয়, যাতে রডের অনুদৈর্ঘ্য কম্পনের স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক আর স্পন্দক বর্তনীর কম্পাঙ্ক সমান হয়। তা হলেই অনুনাদ হবে। উভয় কুণ্ডলীর মধ্যে যুগ্মনের ফলে বর্তনীর স্পন্দন বজায় থাকে। কালেক্টরে প্রবাহের ফলে তার সঙ্গে জড়িত কুণ্ডলী L_1 - এর চৌম্বক ক্ষেত্রের তীব্রতার পরিবর্তন এবং রডের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন হয়। তখন অপর কুণ্ডলী L_2 এর ফ্লাক্স পরিবর্তন হয়, যার ফলে তার মধ্যে একটি আবিষ্ট বিভব (induced e.m.f.) সৃষ্ট হয়। যেহেতু এই কুণ্ডলী ট্রানজিস্টারের বেসের সঙ্গে যুক্ত, এই বিভব আবার বিবর্ধিত হয়, এতে কালেক্টর প্রবাহ পরিবর্তিত হয়, তা আবার L_1 এবং L_2 এর চৌম্বক ক্ষেত্রকে প্রভাবিত করে। এইভাবে স্পন্দন চলতেই থাকে। এই স্পন্দনের কম্পাঙ্ক রডের দৈর্ঘ্যের হ্রাস বৃদ্ধির কম্পাঙ্কের সমান হওয়ায় অনুনাদ অবস্থার সৃষ্টি হয় এবং অনুনাদী কম্পাঙ্কের শব্দ রডের প্রান্ত থেকে উৎপাদিত হয়।

বর্তনীতে ট্রানজিস্টার ব্যবহারের সুবিধা এই যে, কম শক্তির বিভব উৎস ব্যবহার করে শব্দ উৎপাদন করা যায়। স্পন্দক বর্তনীর কম্পাঙ্ক

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \ldots 12.2$$

এবং অনুনাদী অবস্থায় এই কম্পাঙ্ক রডের স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্কের সমান। দেখানো চায়, চৌম্বক ততির ফলে রডের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্কের কার্যকরী মান দাঁড়ায় $Y' = Y - 4\,\mu_i\mu_0\,Y^2K^2B_0^{\,2}$, যেখানে B_0=

রডের প্রাথমিক চৌম্বক আবেশ $_i$ $_o$ = রডের প্রাথমিক চৌম্বক আবেশের অবস্থায় এর মান,

Y = ইয়ং গুণাঙ্কের স্বাভাবিক মান। মূলসুরে কম্পিত হলে রডের কম্পাঙ্ক

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{Y'}{\rho}} \quad \ldots 12.3$$

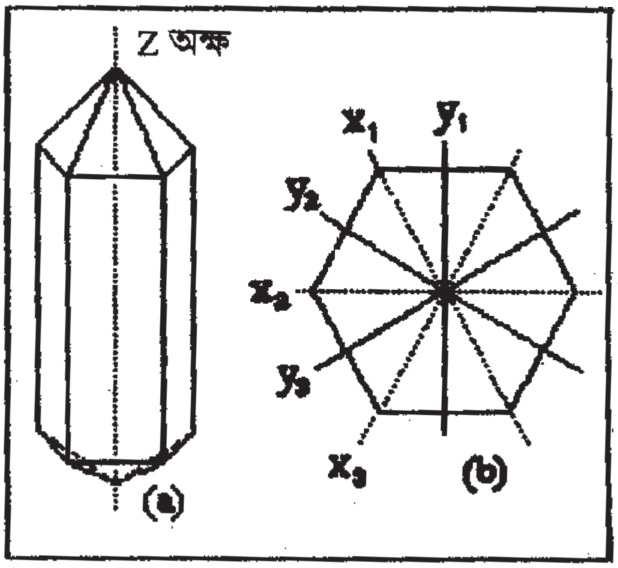
যেখানে রডের দৈর্ঘ্য l, রডের উপাদানের ঘনত্ব এবং ইয়ং গুনাঙ্ক (Young’s modulus) Y'। রডের দৈর্ঘ্য এবং ধারকের ধারকত্ব পরিবর্তন করে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের, প্রায় 5 থেকে 60KHz অবধি শব্দ উৎপাদন করা যায়।

12.2.2 চাপ-বৈদ্যুতিক উৎপাদক (Piezoelectric generator)

এই ধরনের যন্ত্রই সবচেয়ে আধুনিক অতিশব্দ উৎপাদক। এর ক্রিয়াপদ্ধতি বুঝতে হলে আগে জানতে হবে চাপ-বিদ্যুৎ ক্রিয়া (Piezoelectric effect) কাকে বলে।

কোয়ার্টজ, টুরম্যালিন প্রভৃতি কয়েক ধরনের কেলাসের বৈশিষ্ট্য এই যে, কেলাসের উপরে নির্দিষ্ট দিকে পীড়ন প্রয়োগ করলে নির্দিষ্ট পার্শ্বে আধান সৃষ্ট হয় এবং তার ফলে কেলাসের দুই বিপরীত তলের মধ্যে বিভব প্রভেদ উৎপন্ন হয়। বিভব প্রভেদের পরিমাণ পীড়নের সমানুপাতী হয় এবং তার দিশাও পীড়নের দিশার উপরে নির্ভর করে। এই বিপরীত ঘটনাও লক্ষ্য করা যায়। কেলাসের উপর তড়িৎ ক্ষেত্র প্রয়োগ করলে নির্দিষ্ট দিকে সংকোচন - প্রসারণ হয়। এই পরিবর্তন প্রযুক্ত তড়িৎ ক্ষেত্রের সমানুপাতী হয়। পীড়নের ফলে বিভব প্রভেদ সৃষ্টি এবং বিভব প্রভেদের ফলে পীড়ন উৎপাদনের এই ঘটনাকে চাপ-বৈদ্যুতিক প্রভাব বলে। এখানে 'নির্দিষ্ট দিক' বলতে কী বোঝানো হয়েছে, তা জানা দরকার। কোয়ার্টজ কেলাসের ব্যবহার সবচেয়ে বেশি হয় বলে কোয়ার্টজের উদাহরণ দিয়েই আলোচনা করা যাক।

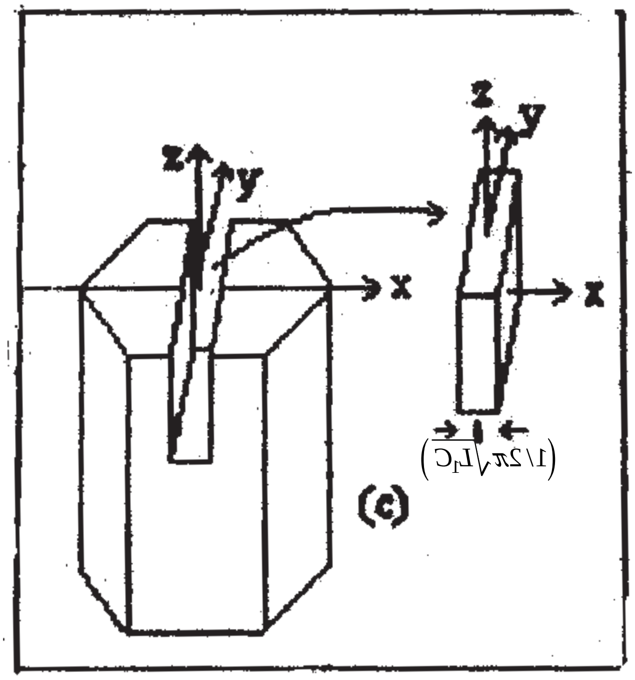
এক জাতীয় কেলাসের মধ্য দিয়ে আলোক রশ্মি প্রেরিত হলে সাধারণত তা দু'ভাগে ভাগ হয়ে যায়। কিন্তু এক বা একাধিক বিশেষ দিশায় রশ্মি প্রেরিত হলে তা বিভক্ত হয় না। সেই দিশাকে আলোকীয় অক্ষ



চিত্র 12.2 কোয়ার্টজ কেলাসের x, y এবং z অক্ষসমূহ।

(optic axis) বা z-অক্ষ বলা হয়। কোয়ার্টজের ষড়ভুজাকৃতি কেলাসের দুই শীর্ষ সংযোগকারী রেখা বরাবর z-অক্ষ হয়, যেমন চিত্র 12.2(a)-এ দেখানো হয়েছে। এই অক্ষের লম্বরেখা বরাবর কেলাসটিকে কাটলে

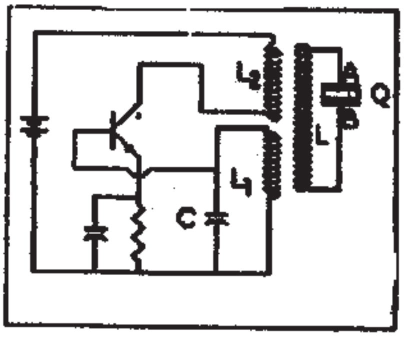
প্রস্থচ্ছেদটি চিত্র 12.2(b)-এর মতো ষড়ভুজাকৃতি হবে। এর দুটি বিপরীত কৌণিক বিন্দুর সংযোগকারী রেকাকে x অক্ষ বলা হয়। চিত্রে x_1, x_2 এবং x_3 তিনটি অক্ষ দেখানো হয়েছে। আর বিপরীত দুটি পার্শ্বের মধ্যবিন্দুর সংযোগকারী রেখাকে y অক্ষ বলা হয়। চিত্রে y_1, y_2 এবং y_3 অক্ষ তিনটিও দেখানো হয়েছে। x অক্ষকে তড়িৎ অক্ষ (electrical axis) এবং y অক্ষকে যান্ত্রিক অক্ষ (mechanical axis) বলা হয়। কোনো x অক্ষের লম্বতলে কাটা কেলাসকে x ছেদ (x – *cut*) কেলাস বলে (চিত্র 12.2c)।



চিত্র 12.2 (c) কোয়ার্টজ কেলাসের x ছেদ।

একটি x ছেদ কেলাসের যান্ত্রিক অক্ষ অভিমুখে পীড়ন প্রয়োগ করলে তড়িৎ অক্ষ অভিমুখে বিভব উৎপন্ন হয়। এর বিপরীতটিও হয়ে থাকে। কেলাসের জ্যামিতিক আকারের উপর নির্ভরশীল স্বাভাবিক কম্পঙ্ক আর প্রযুক্ত প্রত্যাবর্তী বিভবের কম্পাঙ্ক সমান হলে যান্ত্রিক অনুনাদ হয় এবং কম্পনের বিস্তার সর্বাধিক হয়। এরকম একটি কেলাসের তড়িৎ অক্ষের অভিমুখে তড়িৎ ক্ষেত্র প্রয়োগ করলে কোয়ার্টজে সংকোচন-প্রসারণের ফলে কম্পনের সৃষ্টি হবে। কোয়ার্টজ ঘড়িতে যান্ত্রিক গতি উৎপাদন এই পদ্ধতিতেই করা হয়ে থাকে। এখন দেখা যাক, অতিশব্দ উৎপাদনের কাজে কোয়ার্টজের এই চাপ-বৈদ্যুতিক ক্রিয়া কিভাবে ব্যবহৃত হয়।

চিত্র 12.3 দেখুন। একটি কোয়ার্টজ (Q) এমনভাবে কাটা হল, যাতে x অক্ষ এর বিপরীত পার্শ্বদুটির লম্ব অভিমুখী হয়। কেলাসটিকে দুটি ধাতব পাত A ও B এর মধ্যে রাখা হল। পাত দুটির সঙ্গে একটি কুণ্ডলী (L) যুক্ত আছে। স্পন্দক বর্তনীর এমিটার অংশে কুণ্ডলী L_1 এবং পরিবর্তনশীল ধারক C মিলে একটি অনুনাদী বর্তনী নির্মাণ করেছে, যা স্পন্দন বজায় রাখতে সাহায্য করবে। অপর কুণ্ডলী L_2 কালেক্টর বর্তনীতে যুক্ত আছে। ধারককে এমন মানে স্থির রাখা হয়, যাতে L_1 ও C দ্বারা নির্ধারিত কম্পাঙ্ক কেলাসের



চিত্র 12.3 চাপ-বৈদ্যুতিক অতিশব্দ উৎপাদক।

স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয়। স্পন্দক বর্তনীর প্রভাব L_1 ও L_2 কুণ্ডলীর সঙ্গে পারস্পরিক আবেশের ফলে L কুণ্ডলীতে সঞ্চারিত হয় এবং কোয়ার্টজ কেলাসে প্রত্যাবর্তী তড়িৎ ক্ষেত্র আরোপিত হয়। তখন চাপ-বৈদ্যুতিক ক্রিয়ার ফলে কেলাসে কম্পন হয় এবং তা থেকে একই কম্পাঙ্কের শব্দ নির্গত হতে থাকে। কোয়ার্টজ কেলাসটি যখন মূলসুরে কম্পিত হয় তখন তার অক্ষের সঙ্গে লম্বতল দুটি সুস্পন্দ এবং মধ্যতলটি নিস্পন্দ থাকে। কেলাসের বেঁধ যদি l হয় এবং x অক্ষ বরাবর শব্দের বেগ যদি v হয় তবে ঐ কেলাসে উৎপন্ন স্থাণুতরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে ত $\lambda = 2l$, অর্থাৎ, মূলসুরের কম্পাঙ্ক হবে

$n_1 =$

কেলাসটি অবশ্য তৃতীয়, পঞ্চম প্রভৃতি অযুগ্ম উপসুরেও কম্পিত হতে পারবে। এই কম্পনগুলির ক্ষেত্রেও কেলাসের বাইরের দুটি তল সুস্পন্দ এবং মধ্যতলটি নিস্পন্দ থাকবে। এগুলির কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের তিনগুণ, পাঁচগুণ প্রভৃতি হবে অর্থাৎ, এগুলির রাশিমালা হবে যথাক্রমে $n_3=3n_1=$, $n_5 = 5n_1 =$ ইত্যাদি। তবে কেলাসটি দ্বিতীয়, চতুর্থ প্রভৃতি যুগ্ম উপসুরে কম্পিত হতে পারবে না, কেন না এগুলির ক্ষেত্রে কেলাসের মধ্যতলে সুস্পন্দ বিন্দু থাকবে এবং কেলাসটির ভরকেন্দ্র কম্পিত হতে থাকবে। যেহেতু কেলাসের উপর কোনও লব্ধি বল ক্রিয়া করে না, অতএব এ ধরনের কম্পন ঘটা সম্ভব নয়।

কেলাসের কম্পাঙ্কের একটি আন্দাজ আমরা সহজেই পেতে পারি। x ছেদ কোয়ার্টজে শব্দের বেগ $5720 ms^{-1}$। ধরুন, কেলাসের বেধ 1mm। সেক্ষেত্রে মূলসুরের কম্পাঙ্ক $n_1 =$ বা, $2{\cdot}86 \times 10^6$Hz। ($2n$ +1)-তম উপসুরের কম্পাঙ্ক (n = পূর্ণসংখ্যা) এর $2n + 1$ গুণ হবে। অর্থাৎ, তৃতীয় উপসুরের কম্পাঙ্ক হবে $n_3 = 3 \times 2{\cdot}86 \times 10^6$ Hz বা, 8·6 MHz, পঞ্চম উপসুরের কম্পাঙ্ক হবে $n_5 = 5 \times 2{\cdot}86 \times 10^6$Hz বা 14·3MHz ইত্যাদি। কেলাসের বেধ আরও বেশি হলে স্বল্পতর কম্পাঙ্কের এবং বেধ আরও কম হলে

উচ্চতম কম্পাঙ্কের মূলসুর পাওয়া যাবে। তবে কেলাসটির বেধ কমিয়ে 50MHz অপেক্ষা অধিক কম্পাঙ্ক পাওয়া যায় না কেননা কেলাসটি তখন অত্যন্ত দুর্বল ও ভঙ্গুর হয়ে পড়ে।

অতিশব্দের উৎপাদন পদ্ধতি সম্বন্ধে পড়লেন। এবার একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী - 1 :

(a) কোন কম্পাঙ্কের শব্দকে অতিশব্দ বলা হয়?

(b) একটি অয়শ্চৌম্বক পদার্থে নির্মিত দণ্ডের উপর 50KHz কম্পাঙ্কের ও $0{\cdot}2 Wbm^{-2}$ বিস্তারের পরবর্তী চৌম্বক আবেশ প্রয়োগ করা হল। দণ্ডটি যদি প্রাথমিক অবস্থায় বিচুম্বকিত থাকে তবে সেটির কম্পনের কম্পাঙ্ক কত হবে? যদি প্রাথমিক অবস্থায় দণ্ডটির চৌম্বক আবেশ $0{\cdot}5 Wbm^{-2}$ হয় তখনই বা কম্পাঙ্ক কত হবে?

(c) 1 *MHz* কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপাদনের জন্য আপনি কোন বেধের কোয়ার্টজ কেলাস ব্যবহার করবেন?

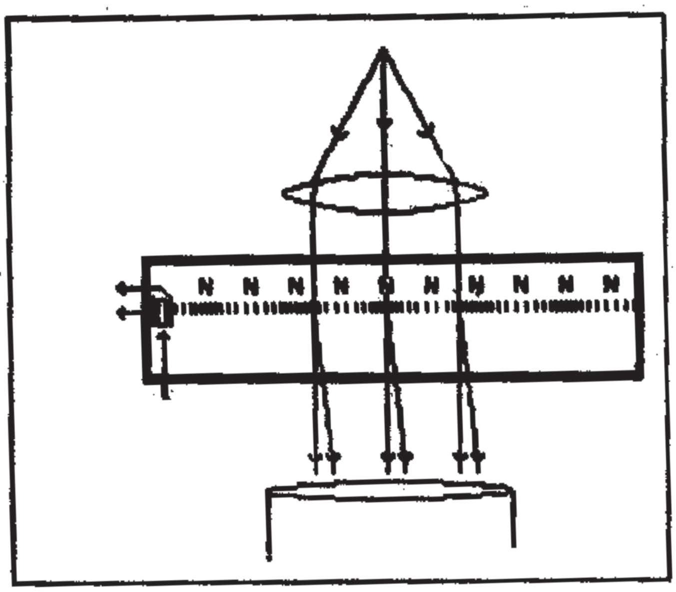
12.3 বিভিন্ন মাধ্যমে অতিশব্দের গতিবেগে নির্ণয় :

আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পেরেছেন, অতিশব্দ ও সাধারণ শব্দের মধ্যে কোনও মৌলিক পার্থক্য না থাকলেও উচ্চ কম্পাঙ্কই অতিশব্দের বৈশিষ্ট্য। কোনও মাধ্যমে অতিশব্দের গতিবেগ সাধারণ শব্দতরঙ্গের গতিবেগের সমান। কম্পাঙ্ক অধিক হওয়ার ফলে অতিশব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য অনেক কম। উদাহরণ হিসাবে বলা যায়, 1*MHz* কম্পাঙ্গের অতিশব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য বায়ুতে 0·34mm, জলে প্রায় 1·5 mm($30°c$) এবং স্টিলে প্রায় 6 mm। তরঙ্গদৈর্ঘ্য ছোট হওয়ার ফলে এই শব্দকে অপেক্ষাকৃত ছোট মসৃণ প্রতিফলক দ্বারা প্রতিফলিত করা যায়। আবার আলোক তরঙ্গের মতো এই তরঙ্গের ব্যতিচার (interference) ও ব্যবর্তনও লক্ষ্য করা যায়। এই এককে পরের অনুচ্ছেদে আপনি অতিশব্দের এমন কিছু প্রয়োগের কথা পড়বেন যেখানে অতিশব্দের বেগ জানা প্রয়োজন। এখন আমরা এই বেগ নির্ণয়ের কয়েকটি পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা করব।

12.3.1 আলোক ব্যবর্তন (Optical diffraction) পদ্ধতি

তরলের মধ্য দিয়ে অতিশব্দ প্রেরণ করলে তরলের কণাগুলি পর্যায়ক্রমে আন্দোলিত হয়। ফলে তরঙ্গ অভিমুখে মাধ্যমের চাপ ও ঘনত্ব স্থানে স্থানে পর্যায়ক্রমে কম বেশি হয়। ঘনত্বের সঙ্গে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্কও পর্যায়ক্রমে কমে বাড়ে। মাধ্যমের এই কম ও বেশি প্রতিসরাঙ্কের অংশগুলি নির্দিষ্ট দূরত্ব পরে পরে পর্যায়ক্রমে হওয়াতে মাধ্যমটি একটি ব্যবর্তন গ্রেটিং(grating)-এর মতো কাজ করে। বেশিও কম ঘনত্বের অংশগুলি গ্রেটিংয়ের যথাক্রমে অস্বচ্ছ ও স্বচ্ছ অংশের ভূমিকা নেয়। এই অবস্থার মাধ্যমে আলো পড়লে তার ব্যবর্তন হয়। ঘটনাটিকে শব্দালোক প্রভাব (Acousto—optic effect) বলা হয়। ব্যবর্তন বর্ণালী বিশ্লেষণ করে অতিশব্দের গতিবেগ নির্ণয় করা যায়।

আলোক তরঙ্গের ব্যবর্তন প্রত্যক্ষ করার ব্যবস্থাটি আপনি 12.4 চিত্র থেকে বুঝতে পারবেন। এখানে তরল মাধ্যমে স্পন্দক বর্তনীর সঙ্গে যুক্ত কোয়ার্টজ কেলাসটি ডোবানো আছে। কেলাসের কম্পনের ফলে মাধ্যমে অতিশব্দের তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। এই তরঙ্গ সাধারণত তরলের পাত্রের দেওয়ালে প্রতিফলিত হয় এবং তরলের মধ্যে স্থাণুতরঙ্গ উৎপন্ন করে। এই তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুগুলির (N) ব্যবধান হয় অতিশব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক, অর্থাৎ,



। নিস্পন্দ বিন্দুগুলিতে পরপর সর্বোচ্চ ঘনীভবন ও সর্বোচ্চ অনুভবন ঘটে অর্থাৎ দুটি সর্বোচ্চ ঘনীভবন ও উচ্চতম প্রতিসরাঙ্কের তলের মধ্যে ব্যবধান হয় । এই ব্যবধানই তরলের কার্যকরী গ্রেটিং ব্যবধান (grating space)। অবশ্য এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, শব্দতরঙ্গ পাত্রের দেওয়ালে প্রতিফলিত না হয়ে শোষিত হলে যে জলতরঙ্গের উৎপত্তি হয়, তাতেও পর পর দুটি সর্বোচ্চ ঘনীভবন বা সর্বোচ্চ অনুভবনের তলের মধ্যে ব্যবধান থাকে এবং একই যুক্তি প্রযোজ্য হয়।

আলোকবিদ্যা সংক্রান্ত পর্যায় থেকে আপনি জানতে পারবেন যে, $_i$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের একবর্ণী আলোকরশ্মি যদি এমন একটি গ্রেটিং এর উপর লম্বভাবে আপতিত হয় যার গ্রেটিং ব্যবধান d, তবে যে সমীকরণ থেকে ঐ আলোকরশ্মির ব্যবর্তনের ফলে উৎপন্ন m-ক্রমের বর্ণালি রেখার ব্যবর্তন কোণ $_m$-পাওয়া যাবে, সেটি হল: $d\sin\ _m = m\ _i$ ...12.4

কিন্তু আমরা দেখেছি, এক্ষেত্রে অতিশব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য ( ) কার্যকরী গ্রেটিং ব্যবধান। সুতরাং, আমরা লিখতে পারি $\sin\ _m = m\ _i$ ...12.5

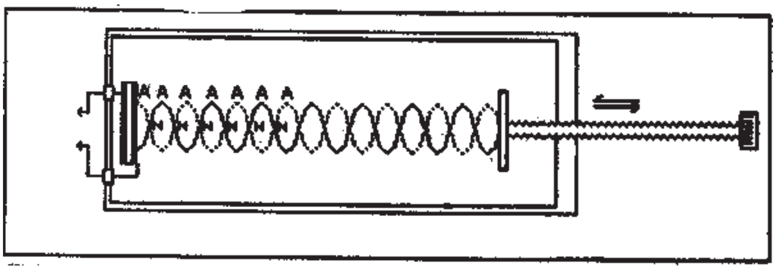
এই সূত্র থেকে $_m$ কোণ মেপে অতিশব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য জানা যাবে। এখন ধরুন, অতিশব্দের কম্পাঙ্ক n, যার মান কোয়ার্টজ কেলাসের বেধ থেকে জানা যায়। অতএব, অতিশব্দের বেগ :

$v = n\ \ = mn\ _i /\sin\ _m$ ...12.6

12.6 সূত্র থেকে অতিশব্দের বেগ সরাসরি বার করা যায়।

12.3.2 শাব্দিক ব্যতিচার (Acoustic interference) পদ্ধতি

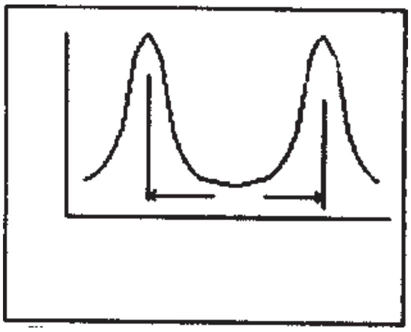
এই পদ্ধতিতে দুই শব্দতরঙ্গের উপরি পাতনের ফলে তাদের যে ব্যতিচার ঘটে, সেটিকে কাজে লাগানো হয়। গ্যাস এবং তরল, দুই ধরনের মাধ্যমেই শব্দের গতিবেগ নির্ণয়ে এই পদ্ধতি ব্যবহার করা যায়।



চিত্র 12.5(a)

12.5(a) চিত্রে একটি ব্যতিচারমাপক যন্ত্রের রূপরেখা দেখানো হয়েছে। 12.4 চিত্রে যে অতিশব্দ উৎপাদক দেখানো হয়েছে, সে জাতীয় একটি কোয়ার্টজ কেলাসযুক্ত স্পন্দক বর্তনী এখানে ব্যবহার করা হয়েছে। কেলাসের সামনে সেটির সঙ্গে সমান্তরাল একটি মসৃণ প্রতিফলক রাখা হয়, যেটিকে স্ক্রুর সাহায্যে সূক্ষ্মভাবে যুগ্মভাবে অগ্র পশ্চাতে সরানো যায়। উৎপাদক কেলাসটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ শব্দতরঙ্গের তুলনায় বড় হওয়ায় সেটির কম্পনের ফলে সমতল শব্দতরঙ্গ উৎপাদিত হয়। এর সঙ্গে প্রতিফলিত শব্দতরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে মাধ্যমে স্থাণুতরঙ্গ সৃষ্টি হয়। আপনি আগে জেনেছেন যে, স্থাণুতরঙ্গে পরপর দুটি সুস্পন্দ বিন্দু বা নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে ব্যবধান থাকে। কেলাস ও প্রতিফলকের মধ্যে ব্যবধান যখন অর্থাৎ হয়, তখন প্রতিফলকে নিস্পন্দ বিন্দু ও কেলাসের সামনের তলে সুস্পন্দ বিন্দু থাকে এবং এই অবস্থায় কেলাসের স্পন্দক বর্তনীতে তড়িৎপ্রবাহ সর্বোচ্চ মানে পৌঁছয়।

(12.5a) চিত্রে নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুগুলির অবস্থান দেখানো হয়েছে। এই অবস্থায় স্পন্দক বর্তনীতে তড়িৎপ্রবাহ সর্বোচ্চ হবে। এখন প্রতিফলকটি সরানো হলে তড়িৎপ্রবাহ প্রথমে কমবে কিন্তু ক্রমশ যখন



চিত্র 12.5(b) প্রতিফলকের অবস্থানের সঙ্গে স্পন্দক বর্তনীতে তড়িতের পরিবর্তন।

প্রতিফলকটির সরণ হবে তখন আবার কেলাসে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে ও তড়িৎপ্রবাহ সর্বোচ্চ মানে পৌঁছবে। 12.5 (b) চিত্র থেকে তড়িৎপ্রবাহের ওঠানামার ধারাটি আপনি বুঝতে পারবেন। এই লেখচিত্র থেকে সহজেই এর মান নির্ণয় করা যায় আর তা থেকে অতিশব্দের বেগও জানা যায়।

তরলের ক্ষেত্রে যান্ত্রিক ব্যবস্থাপনা একটু অন্যরকম হয়। একটি

তরলপূর্ণ পাত্রের নিচে অতিশব্দ উৎপাদক কোয়ার্টজটি লাগানো থাকে। পাত্রের উপরে একটি মসৃণ প্রতিফলক তরলে ডোবানো আছে। এই অবস্থান সূক্ষ্মভাবে পরিবর্তন করা যায় এবং মাইক্রোমিটারের সাহায্যে মাপা যায়। পাত্রের নিচে থেকে উঠে আসা অতিশব্দ তরঙ্গ তরলের মধ্য দিয়ে প্রেরিত হয়ে আবার তরলের মধ্যেই প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসে।

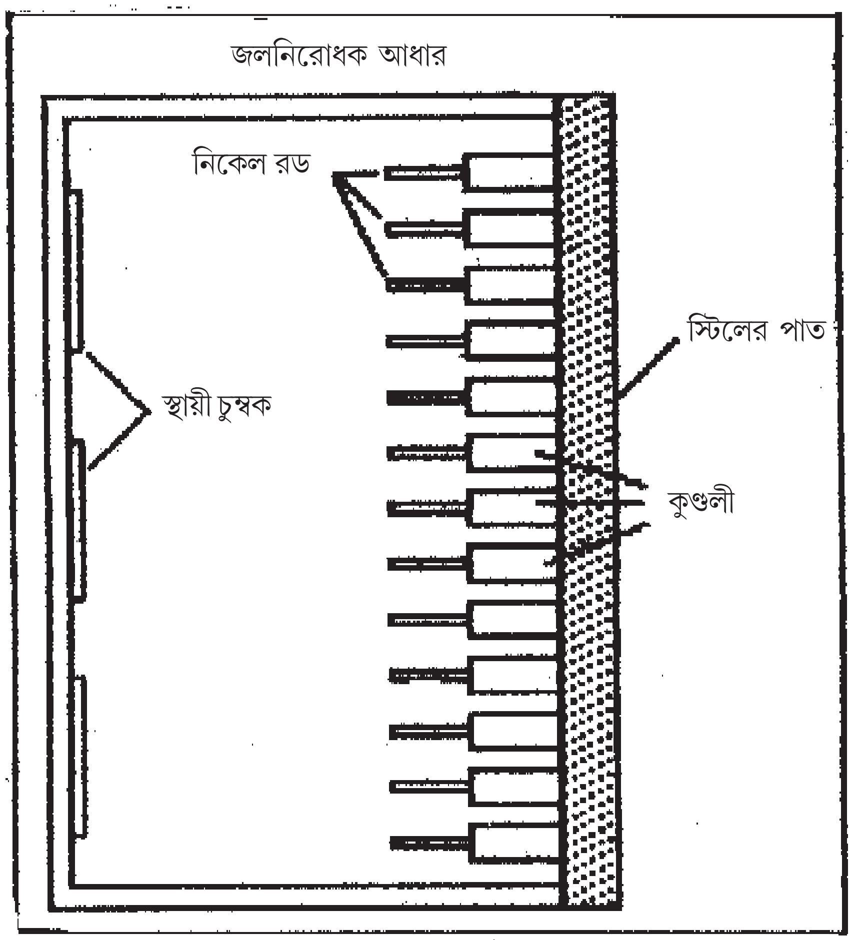
12.4 অতিশব্দের প্রয়োগ ও ব্যবাহর

আপনি প্রথমেই জেনেছেন যে, অতিশব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য খুব কম। সে কারণে এর সূক্ষ্ম ও সমতল রশ্মিগুচ্ছ তৈরি করা অপেক্ষাকৃত সহজ। সাধারণ শব্দের তুলনায় অনেক ছোট প্রতিফলকে এই তরঙ্গ প্রতিফলিত হয়। মাধ্যমে অতিশব্দ তরঙ্গের শোষণের পরিমাপ সহজেই করা যায়। কোনও অসচ্ছ বস্তু গতিপথে থাকলে এই তরঙ্গ তার ছায়া উৎপন্ন করে। কম্পাঙ্ক বেশি হওয়ায় অতিশব্দতরঙ্গ অধিক পরিমাণ শক্তি বহন করে এবং অত্যন্ত ছোট আকারের বস্তুর ওপর এর মাধ্যমে শক্তি পৌঁছে দেওয়া যায়। এই জন্য অতিশব্দের প্রতিফলন ও বাধাপ্রাপ্তিকে দূরত্ব নির্ণয়, কোনও কঠিন বস্তুর উপস্থিতি নির্ণয় ইত্যাদি নানা কাজে লাগানো হয়। এই জাতীয় কয়েকটি প্রয়োগ এখানে বর্ণনা করা হল।

(i) সমুদ্রের গভীরতা ও জলে নিমজ্জিত বস্তুর দূরত্ব নির্ণয় :

আপনি হয়ত প্রতিধ্বনির সাহায্যে সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয়ের পদ্ধতি সম্বন্ধে পড়ে থাকবেন। এই কাজের জন্য অতিশব্দ খুবই উপযোগী। অতিশব্দের তরঙ্গ উৎপাদন করে তা সমুদ্রের জলে সঞ্চারিত করাএবং তার প্রতিধ্বনি গ্রহণ করতে পারার মধ্যে যে সময় অতিবাহিত হয়, তার পরিমাপ থেকে প্রতিফলনের দূরত্ব জানা যায়। অবশ্য এজন্য সমুদ্রের জলে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় শব্দের গতিবেগ জানা প্রয়োজন। শব্দের প্রতিধ্বনির সাহায্যে ডুবোজাহাজ, জলে ভাসমান নানাধরনের তরী ও অন্যান্য বস্তুর অস্তিত্ব ও দূরত্ব নির্ণয়, সেগুলির গতিবিধির পর্যবেক্ষণ ও শ্রেণীবিভাগ জলযুদ্ধের একটি প্রয়োজনীয় অঙ্গ। এর জন্য যে পদ্ধতিগুলি ব্যবহৃত হয় সেগুলিকে একত্রে সোনার (SONAR = Sound Navigation and Ranging) বলা হয়।

এই কাজের জন্য যে অতিশব্দ ব্যবহৃত হয় তার গঠন এমন হওয়া প্রয়োজন যাতে সেটি জলের মধ্যে যথেষ্ট তীব্রতার অতিশব্দ উৎপাদন করতে পারে, কেননা, বিশেষত প্রতিফলকটি অনেক দূরে থাকলে সঞ্চারিত তরঙ্গ শক্তির অতি অল্প অংশই প্রতিধ্বনিরূপে গ্রাহকে এসে পৌঁছায়। এছাড়া প্রতিধ্বনি আসার দিকটিও সূক্ষ্ম ভাবে নির্ণয় করা প্রয়োজন।



চিত্র 12.6

12.6 চিত্রে জলের মধ্যে অতিশব্দ প্রেরণের উপযুক্ত অধিক ক্ষমতার একটি চৌম্বক ততি উৎপাদক দেখানো হয়েছে। এখানে কয়েক শত নিকেলের রডের এক প্রান্ত একটি প্রশস্ত স্টিলের পাতের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ ও অন্য প্রান্তগুলি মুক্ত থাকে। প্রতিটি রডের উপর তার কুণ্ডলী জড়ানো থাকে এবং সেগুলির মধ্য দিয়ে একই দশায় নিকেল রডের অনুনাদী কম্পাঙ্কে পরবর্তী তড়িৎপ্রবাহ পাঠানো হয়। কিছু স্থায়ী চুম্বকের সাহায্যে রডগুলিকে প্রাথমিকভাবে চুম্বকিত করে রাখা হয়। সমস্ত ব্যবস্থাটি জলনিরোধক আধারে রাখা থাকে। নিকেলের রডগুলির কম্পনের ফলে স্টিলের পাতটি একই কম্পাঙ্কে কম্পিত হয় এবং সেটি জলের মধ্যে ডোবানো থাকায় জলের মধ্যে অতিশব্দ তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। এখানে শব্দের উৎসের মাপ শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তুলনায় বেশ বড়। এজন্য খুব সংকীর্ণ ঘনকোণের মধ্যে অতিশব্দের তরঙ্গ পাঠানো সম্ভব হয়।

প্রতিফলিত শব্দতরঙ্গের গ্রাহক হিসাবেও চৌম্বক ততির বিপরীত ক্রিয়ার, অর্থাৎ আপতিত শব্দতরঙ্গের চাপে নিকেল রডের ততি এবং তার ফলে চৌম্বক আবেশের উৎপত্তির প্রয়োগ করা হয়। এই জাতীয় গ্রাহক 'হাইড্রোফোন' নামে পরিচিত।

(ii) বস্তুর গঠনগত ত্রুটি নির্ণয় :

ঢালাই লোহা বা ধাতব কাঠামোর মধ্যে কোনও ফাটল বা ত্রুটি আছে কিনা বোঝার জন্য তার মধ্যে অতিশব্দ চালনা করা হয় এবং প্রেরিত, বিক্ষিপ্ত ও প্রতিফলিত তরঙ্গকে বৈদ্যুতিক সংকেত রূপান্তরিত হরা হয়। বস্তুটির গঠন যদি নিখুঁত হয়, তবে সেটির সংলগ্ন গ্রাহকে প্রত্যাশিত বৈদ্যুতিক সংকেত পাওয়া যাবে। কিন্তু কোথাও ফাটল, ফাঁপা অংশ ইত্যাদি থাকলে, সেখানে অতিশব্দ তরঙ্গ প্রতিফলিত বা বিক্ষিপ্ত হবে এবং অনিয়মিত সংকেত পাওয়া যাবে। বস্তুর মধ্য দিয়ে শব্দতরঙ্গ যাওয়ার সময়কাল মাপতে পারলে বস্তুর বেধ বা কতখানি গভীরে গঠনগত ত্রুটি রয়েছে তাও জানা যাবে। অতিসূক্ষ্ম, প্রায় 10^{-5} cm বেধের ফাটলও এভাবে খুঁজে পাওয়া সম্ভব। এই নীতিতে প্রস্তুত একটি যন্ত্র ফায়ারস্টোন (F.A. Firestone) আবিষ্কৃত অতিশব্দ প্রতিফলনদর্শী (Ultrasonic reflectoscope)।

বস্তুকে ভেঙে নষ্ট না করে তার মধ্যেকার ত্রুটি নির্ধারণকে কারিগরি বিদ্যার ভাষায় বলা হয় অবিধ্বংসী পরীক্ষা (non-destructive testing)। অতিশব্দ সে ধরনের একটি সুযোগ করে দেয়।

প্রতিফলন ছাড়া, মাধ্যমের সঙ্গে ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার উপর ভিত্তি করেও অতিশব্দকে কাজে লাগানো হয়। কোনও মাধ্যমের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত অতিশব্দ তরঙ্গ মাধ্যমে কী পরিবর্তন ঘটাবে, তা নির্ভর করে তরঙ্গের শক্তির উপরে। কম শক্তি তরঙ্গ হলে তা অবিকৃত অবস্থায় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে চলে যায়, তরল বা গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুগুলির মধ্যে আলোড়ন সৃষ্টি করে। আর বেশি শক্তিসম্পন্ন হলে মাধ্যমের বাধায় তার কম্পন বিকৃত হয়ে যায়। তরঙ্গের শক্তি মাধ্যমের অণু-পরমাণুতে সঞ্চারিত হয়ে কেলাসের উষ্ণতা বৃদ্ধি, আণবিক গঠনের বিকৃতি, রাসায়নিক বিক্রিয়া ইত্যাদি ঘটায়। কোনও মাধ্যমের ভৌত বা রাসায়নিক পরিবর্তন ঘটাতে এই ধরনের অতিশব্দের প্রয়োগ হয়। প্রথমে কম শক্তির অতিশব্দ তরঙ্গের কয়েকটি ব্যবহার উল্লেখ করা যাক।

(iii) অতিশব্দীয় সান্দ্রতা মাপক (Ultrasonic viscometer) :

কোনও তরল তার মধ্য দিয়ে সঞ্চারিত শব্দতরঙ্গকে কতটা শোষণ করে তা ঐ তরলের সান্দ্রতার উপর নির্ভর করে। তরলের মধ্য দিয়ে d দূরত্ব যাওয়ার ফলে শব্দের তীব্রতা যদি I_0 থেকে কমে I_d হয় তবে α

$=$ In(I_0/I_d) রাশিকে শব্দের শোষাণাঙ্ক (attenuation coefficient) বলা হয়। এই শোষণাঙ্ক তরলের

ক্ষেত্রে শব্দের কম্পাঙ্কের বর্গের এবং তরঙ্গের সান্দ্রতার সমানুপাতী হয়। নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে উৎস থেকে বিভিন্ন দূরত্বের শব্দের তীব্রতা ট্রান্সডিউসারের সাহায্যে পরিমাপ করে শোষাণাঙ্কের মান নির্ণয় করা হয়। এইভাবে বিভিন্ন তরলে অতিশব্দের শোষণাঙ্কের মান জানা গেলে যে তরলের সান্দ্রতার মান জানা আছে, তার সঙ্গে তুলনা করে অন্য তরলের অজানা সান্দ্রতার মান নির্ণয় করা যায়।

উচ্চশক্তির অতিশব্দের সাহায্যেও কতকগুলি কাজ করা হয়ে থাকে। যেমন :

(iv) অতিশব্দীয় ড্রিল :

ধাতব বস্তুতে ছিদ্র করার জন্য অতিশব্দ ব্যবহৃত হয়। অতিশব্দের ট্রান্সডিউসারের সঙ্গে ছিদ্র করার বিট লাগানো থাকলে অতিশব্দের সমান কম্পাঙ্কে বিটটি কাঁপবে এবং ক্রমে ক্রমে ধাতুতে ছিদ্র করে প্রবিষ্ট হবে। সাধারণ ড্রিল যন্ত্রে ঘূর্ণন গতি হয়, ফলে শুধু বৃত্তাকার ছিদ্রই করা যায়। কিন্তু এ ক্ষেত্রে বিটটি ঘোরে না, আগে পিছে কাঁপতে কাঁপতে এগিয়ে যায়। ফলে যে কোনও আকৃতির ছিদ্র করা যায়। এই জাতীয় যন্ত্রে কাচ, ইস্পাত এমন কি হীরার মধ্যেও গর্ত করা যায়।

(v) অতিশব্দীয় ক্লিনার (cleaner) :

তরলের মধ্যে অতিশব্দ উৎপাদন করলে সর্বনিম্ন চাপের অঞ্চলগুলিতে বুদ্‌বুদের মত ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বায়ুশূন্য স্থান তৈরি হয়। এই ঘটনাকে গহ্বরণ বা ক্যাভিটেশন (cavitation) বলা হয়। এই বায়ুশূন্যতা ধূলিকণা প্রভৃতি ক্ষুদ্র বস্তুকে আকর্ষণ করে আনে। সুতরাং, তরলে কোনও বস্তুকে ডুবিয়ে সেই তরলে অতিশব্দ তরঙ্গ চালনা করলে বস্তুর গায়ে লেগে থাকা ধূলো ময়লা উঠে পরিষ্কার হয়ে যায়। এইভাবে সূক্ষ্ম বস্তু, যেমন ঘড়ির ক্ষুদ্র যন্ত্রাংশ যা হাত দিয়ে ঘষে পরিষ্কার করা সম্ভব নয়, তাও অতিশব্দ প্রয়োগে পরিষ্কার করা যায়।

উক্ত পদ্ধতিতে অমিশ্রণীয় তরল (জল ও তেল বা জল ও পারদ) মিশিয়ে অবদ্রব (emulsion) তৈরি করা যায়।

(vi) রাসায়নিক বিক্রিয়া :

বৃহদাকৃতি পলিমারের আণবিক শৃঙ্খল ভেঙে সরল পলিমার তৈরি করার জন্য অতিশব্দ ব্যবহার করা হয়। যেমন, পলিস্টাইরিন (polystyrene)-কে টলুইন (toluene)-এ দ্রবীভূত করে উচ্চ কম্পাঙ্ক (284 KHz) ও শক্তির (5W cm^2) অতিশব্দ প্রয়োগ করলে দ্রবণের পলিমার অণুগুলি ভেঙে যায়। এই পদ্ধতিতে শ্বেতসারের অণু, KI, H_2S, H_gCl_2 প্রভৃতি অণুও ভাঙা সম্ভব হয়।

(vii) নির্বীজন (sterilization) ;

কোনও মাধ্যমে যখন অতিশব্দ শোষিত হয় তখন শব্দশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়ে দ্রুত উষ্ণতা বৃদ্ধি করে। দুধ, পানীয় জল প্রভৃতি তরলের মধ্য দিয়ে শক্তিশালী অতিশব্দ তরঙ্গ পরিচালনা করলে উদ্ভূত উষ্ণতায় নানা ধরণের বীজাণু, এমন কি ব্যাঙাচির মত ছোট ছোট প্রাণী ধ্বংস হয়।

(viii) চিকিৎসাশাস্ত্রে অতিশব্দের প্রয়োগ :

আধুনিক চিকিৎসায় বিভিন্নভাবে অতিশব্দের প্রয়োগ ঘটে। চিকিৎসার ক্ষেত্রে অতিশব্দের ব্যবহারকে মোটামুটি দুই ভাগে ভাগ করা যায়। এগুলি হল (a) রোগ নির্ণয়ে ও (b) রোগের চিকিৎসায় অতিশব্দের ব্যবহার।

(a) রোগ নির্ণয়ে অতিশব্দের প্রয়োগ :

প্রথমে রোগ নির্ণয়ে অতিশব্দের ব্যবহারের কথা আলোচনা করা যাক। আপনি হয়ত আলট্রাসোনোগ্রাফি নামে দেহের অভ্যন্তরের চিত্র গ্রহণের পদ্ধতির নাম শুনেছেন। দেহের মধ্যে অতিশব্দের রশ্মিগুচ্ছ প্রেরণ এবং প্রতিধ্বনির সাহায্যে দেহের অভ্যন্তরের যন্ত্রাদি ও গর্ভস্থ ভ্রূণের ত্রিমাত্রিক চিত্র গঠনই আলট্রাসোনোগ্রাফির মূল কাজ।

আপনি ইতিপূর্বে জেনেছেন যে, শব্দতরঙ্গ যখন এমন দুই মাধ্যমের সীমানায় আপতিত হয়, যেগুলির শব্দরোধ ভিন্ন, তখন তা আংশিকভাবে প্রতিফলিত হয়। শব্দরোধ মাধ্যমের ঘনত্ব ও মাধ্যমে শব্দের বেগ—এই দুই এর গুণফল। বায়ুমাধ্যমের তুলনায় দেহের নরম কলাগুলির ঘনত্ব অনেক বেশি। এগুলির মধ্যে শব্দের বেগও বায়ুমাধ্যমের তুলনায় বেশি, প্রায় $1540ms^{-1}$। সুতরাং, বায়ু ও নরম কলার শব্দরোধ অনেকটাই ভিন্ন এবং বায়ু থেকে দেহে অতিশব্দ তরঙ্গ আপতিত হলে তার আংশিক প্রতিফলন ঘটে। আবার নরম কলা ও অস্থির শব্দরোধও ভিন্ন হওয়ায় অতিশব্দ যখন মেদ-মাংস ও অস্থির সীমানায় আপতিত হয়, তখনও তার কিছুটা প্রতিফলিত হয়।

আলট্রাসোনোগ্রাফিতে 1 mm থেকে 3 cm ব্যাসের চাপ-বিদ্যুৎ কেলাসের দ্বারা কয়েক মাইক্রোসেকেন্ড স্থায়ী থেকে 10 MHz কম্পাঙ্কের অতিশব্দের ঝলক তৈরি করে দেহের মধ্যে পরপর পাঠানো হয়। ঐ ঝলকগুলি দেহমধ্যস্থ পাকস্থলী, হৃৎপিণ্ড, অস্থি থেকে প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসে এবং উৎপাদক কেলাসটিই প্রতিধ্বনির গ্রাহক হিসাবে কাজ করে। প্রতিধ্বনি ফিরে আসতে কতটা সময় লাগে, তার থেকে প্রতিফলকটি দেহের মধ্যে কত গভীরতায় আছে তা নির্ণয় করা যায়। চাপ-বিদ্যুৎ কেলাস থেকে পাওয়া সংকেতের সাহায্যে কম্পিউটারের পর্দায় দেহের অভ্যন্তরের একটি দ্বিমাত্রিক চিত্র ফুটিয়ে তোলা যায়। ইচ্ছা করলে এই সংকেত কম্পিউটারের মেমরীতে সঞ্চিত রাখা যায়, আবার এর সাহায্যে গতিশীল দেহযন্ত্রের (যেমন হৃৎপিণ্ড) চলচ্চিত্র দেখতে পাওয়া যায়।

আলট্রাসোনোগ্রাফি চিকিৎসাশাস্ত্রে এখন একটি বহুব্যবহৃত চিত্রায়ন (imaging) পদ্ধতি। এর সাহায্যে শরীরের মধ্যে টিউমারের অবস্থান, হৃৎপিণ্ডের অবস্থা, গর্ভস্থ ভ্রূণের অবস্থান ও অন্যান্য তথ্য পাওয়া যায়। এক্স-রে চিত্র গ্রহণে বিকিরণের ফলে মানবদেহের বিশেষত ভ্রূণের ক্ষতি হওয়ার আশঙ্কা থাকে। কিন্তু অতিশব্দ এই দিক দিয়ে সম্পূর্ণ নিরাপদ।

(b) রোগ নিরাময়ে অতিশব্দের প্রয়োগ :

দেহকলার মধ্য দিয়ে যখন অতিশব্দের তরঙ্গ সঞ্চারিত হয়, তখন সেটি কিছুটা ম্যাসাজের কাজ করে। বাত ও স্নায়ু সংক্রান্ত রোগে বেদনার উপশমে অতিশব্দের তরঙ্গ প্রয়োগ করা হয়।

মানবদেহের কিডনিতে অনেক সময়ে ছোট ছোট পাথরের টুকরো তৈরী হয়। অতিশব্দের সাহায্যে এগুলি অস্ত্রোপচার ছাড়াই দূর করা যায়। এই পদ্ধতিতে পাথরের উপর একাধিক উৎস থেকে উৎপন্ন অতিশব্দের রশ্মিগুচ্ছ কেন্দ্রীভূত করে পাথরগুলিকে চূর্ণ করা হয় যাতে অতিক্ষুদ্র কণাগুলি দেহের স্বাভাবিক নিষ্কাশন ক্রিয়ার মাধ্যমে বার হয়ে যেতে পারে। এই পদ্ধতি লিথোট্রিপ্সি (lithotripsy) নামে পরিচিত।

এবার অনুশীলনীর পালা। নিচের প্রশ্নগুলির উত্তর আপনি সহজেই দিতে পারবেন।

অনুশীলনী - 2 :

(a) একটি 5cm দীর্ঘ মাছ জলের মধ্যে সাঁতার কাটছে। 300Hz কম্পাঙ্কের শ্রবণযোগ্য শব্দ মাছটি থেকে প্রতিফলিত না হলেও 300KHz কম্পাঙ্কের অতিশব্দ সেটি থেকে সুস্পষ্টভাবে প্রতিফলিত হবে। এর কারণ কী? (জলের মধ্যে শব্দের বেগ $1500ms^{-1}$)।

(b) জলের মধ্যে 5MHz কম্পাঙ্কের অতিশব্দ তরঙ্গ পাঠানো হল। এখন এই জলের মধ্য দিয়ে তরঙ্গ

গতির লম্ব অভিমুখে 600nm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোর সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ পাঠানো হলে তার প্রথম ক্রমের ব্যবর্তন কোণ কত হবে তা 12.6 সমীকরণ ব্যবহার করে নির্ণয় করুন।

(c) সমুদ্রের জলে অতিশব্দ প্রেরণের জন্য ব্যবহৃত চৌম্বক ততিউৎপাদক ব্যবহার করা হয়। এতে একটি প্রশস্ত স্টিলের পাতে অনেকগুলি নিকেল দণ্ড আবদ্ধ থাকে। এই প্রয়োজন হয় কেন?

(d) 18°C উষ্ণতায় ক্যাস্টর আয়েলের মধ্যে 1MHz কম্পাঙ্কের অতিশব্দ তরঙ্গ প্রেরণ করে দেখা গেল $5cm$ দূরত্বে শব্দের তীব্রতা 3 গুণ হ্রাস পায়। ঐ উষ্ণতায় ক্যাস্টর অয়েলের সান্দ্রতাঙ্ক $1000 mNsm^{-2}$। এখন যদি অলিভ অয়েলে একই কম্পাঙ্কের অতিশব্দ প্রেরণ করে তীব্রতা 50cm দূরত্বে 4 গুণ হ্রাস পেতে দেখা যায়, তবে অলিভ অয়েলের সান্দ্রতাঙ্ক কত?

12.5 সারাংশ

শব্দের কম্পাঙ্ক 20Hz-এর কম বা 20000Hz-এর বেশি হতে তা আর মানুষের কানে ধরা পড়ে না। কোন শব্দের কম্পাঙ্ক এই সীমার নিচে হলে তাকে অবশব্দ এবং উপরে হলে অতিশব্দ বলা হয়। অতিশব্দ নানাভাবে উৎপাদন করা যায় এবং প্রযুক্তির নানা ক্ষেত্রে অতিশব্দ ব্যবহৃত হয়। আধুনিককালে অতিশব্দ উৎপাদক যন্ত্রে চৌম্বক ততি এবং চাপ-বিদ্যুৎ ক্রিয়াকে কাজে লাগানো হয়।

অতিশব্দের প্রতিফলনকে কাজে লাগিয়ে সমুদ্রের গভীরতা, নিমজ্জিত বস্তুর দূরত্ব ও ধাতব বস্তুর অভ্যন্তরীণ ত্রুটি নির্ণয় করা হয়। তরলের সান্দ্রতা মাপার জন্যও অতিশব্দের ব্যবহার হয়। এ ছাড়া উচ্চশক্তির অতিশব্দের প্রয়োগে ড্রিলিং, ঝালাই এবং অস্ত্রোপচার করা হয়। অতিশব্দের সবচেয়ে পরিচিত ব্যবহার 'আলট্রাসোনোগ্রাফি', অর্থাৎ অতিশব্দের জীবদেহ থেকে প্রতিফলনের ক্রমাগত পরিবর্তনকে বৈদ্যুতিক সংকেত রূপান্তরিত করে অসিলোগ্রাফের পর্দায় শরীরের অভ্যন্তরভাগের দৃশ্যমান চিত্র প্রস্তুত করা হয়। রোগ নিরাময়ের ক্ষেত্রেও আজকাল অতিশব্দ ব্যবহৃত হয়ে থাকে।

12.6 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. অতিশব্দ কাকে বলে? জলের মধ্যে যে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 5cm, তাকে কি আমরা অতিশব্দ বলব?

2. চৌম্বক ততিকে অতিশব্দের উৎপাদনে কীভাবে ব্যবহার করা যায় তার বর্ণনা দিন।

3. চাপ-বৈদ্যুতিক ক্রিয়ার সাহায্যে অতিশব্দের উৎপাদনের বর্ণনা দিন। একই কোয়ার্টজ কেলাসকে কীভাবে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের অতিশব্দ উৎপাদনে কাজে লাগানো যায়?

4. অতিশব্দ তরঙ্গের গতিবেগ মাপার কোনও একটি পদ্ধতি বর্ণনা করুন। আপনার বর্ণিত পদ্ধতিটি তরল গ্যাসীয়—উভয় প্রকার মাধ্যমের ক্ষেত্রেই প্রয়োগ করা যায় কি?

5. চিকিৎসাশাস্ত্রে অতিশব্দের প্রয়োগের বিবরণ দিন।

6. অতিশব্দের ব্যবহারের এমন একটি উদাহরণ দিন যেখানে

(a) অতিশব্দের প্রতিফলন ও

(b) অতিশব্দের উচ্চ তীব্রতা কাজে লাগানো হয়।

12.7 উত্তরমালা

অনুশীলনী - 1

(a) যে শব্দের কম্পাঙ্ক শ্রবণযোগ্য শব্দের কম্পাঙ্কের ঊর্ধ্বসীমা অর্থাৎ 20KHz অপেক্ষা বেশি তাকে অতিশব্দ বলা হয়।

(b) দণ্ডটির চৌম্বক আবেশ প্রাথমিক অবস্থায় শূন্য হলে সেটির কম্পনের কম্পাঙ্ক হবে 50KHz × 2 বা 100KHz। কেননা, আরোপিত চৌম্বক আবেশ $0{\cdot}2Wbm^{-2}$ অথবা $-0{\cdot}2Wbm^{-2}$ — যেটিই হোক না কেন চৌম্বক অতি সর্ব্বোচ্চ হবে।

দণ্ডের প্রাথমিক চৌম্বক আবেশ - $0{\cdot}5wbm^{-2}$ হলে সেটি চৌম্বক আবেশ $(0{\cdot}5 \quad 0{\cdot}2)Wbm^{-2}$ অর্থাৎ, 0·7 ও $0{\cdot}3Wbm^{-2}$ এর মধ্যে আন্দোলিত হবে। এক্ষেত্রে চৌম্বক ততি প্রতি পর্যায়কালে একবার সর্বোচ্চ এ একবার সর্বনিম্ন হবে। সুতরাং, দণ্ডের কম্পাঙ্কও 50KHz হবে।

(c) যে কোয়ার্টজ কেলাসের মুলসুরের কম্পাঙ্ক 1MHz, তার বেধ হবে :

$$l = \qquad = 2{\cdot}86\ mm$$

সুতরাং, মূলসুর হিসাবে 1MHz কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপাদন করতে 2·86mm বেধের কোয়ার্টজ কেলাস ব্যবহার করতে হবে। এর দিনগুণ, পাঁচগুণ ইত্যাদি বেধের কেলাস ব্যবহার করে যথাক্রমে তৃতীয়, পঞ্চম ইত্যাদি সমমেল হিসাবে 1MHz কম্পাঙ্ক উৎপাদন করা যাবে।

অনুশীলনী - 2 :

(a) জলের মধ্যে 300Hz ও 300KHz কম্পাঙ্কের শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে $= 5m$ ও

$= 5mm$। প্রথম ক্ষেত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্য মাছের দৈর্ঘ্যের তুলনায় অনেক বড় হওয়ায় মাছ থেকে ঐ শব্দ বিশেষ প্রতিফলিত হবে না। কিন্তু দ্বিতীয় ক্ষেত্রে মাছের আকার তরঙ্গদৈর্ঘ্যর তুলনায় বড় হওয়ায় ঐ শব্দ সুস্পষ্টভাবে প্রতিফলিত হবে।

(b) 12.6 সমীকরণ অনুযায়ী $v = n \quad = mn \quad_i / \sin \quad_m$

এখানে $m = 1$, $v = n \quad = 1500ms^{-1}$, $\quad_i = 600 \times 10^{-9}$, $n = 5 \times 10^6$

সুতরাং, $\sin \quad = \quad = 0{\cdot}0002$ অর্থাৎ, $\theta = 6'53''$

(c) অনেকগুলি নিকেল দণ্ডের একত্র সম্পনের ফলে শক্তিশালী শব্দতরঙ্গ উৎপন্ন হয়। স্টিলের পাতটি প্রশস্ত হওয়ায় শব্দতরঙ্গ ঈপ্সিত দিকে সঙ্কীর্ণ ঘনকোণে পাঠানো সম্ভব হয়।

(d) ক্যাস্টর অয়েলের শোষণাঙ্ক $\quad_c = \quad \text{In } 3 = 11{\cdot}0m^{-1}$ একইভাবে অলিভ অয়েলের শোষাণাঙ্ক

$\quad_0 = \quad \text{In}4 = 1{\cdot}9m^{-1}$ একই কম্পাঙ্কে শোষাণাঙ্ক সান্দ্রতার সমানুপাতী। সুতরাং, অলিভ অয়েলের

সান্দ্রতাঙ্ক = $1000\text{mNsm}^{-2} \times \quad = 126\text{mNsm}^{-2}$

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী :

1. প্রস্তাবনা দেখুন। জলের মধ্যে শব্দের বেগ $1500ms^{-1}$ ধরে নিলে কম্পাঙ্ক $\quad = 30KHz$। এই কম্পাঙ্কের শব্দকে অতিশব্দ বলা হয়।
2. এর উত্তর 12.2.1 অনুচ্ছেদ পাওয়া যাবে।
3. 12.2.2 অনুচ্ছেদে প্রশ্নের প্রথম অংশের উত্তর পাওয়া যাবে। একটি কেলাস বিভিন্ন সমমেলে কম্পিত হতে পারে। সুতরাং, একই কোয়ার্টজ কেলাসকে বিভিন্ন কম্পাঙ্কে অনুনাদ ঘটিয়ে ভিন্ন ভিন্ন কম্পাঙ্কের অতিশব্দ উৎপন্ন করা যায়।
3. 12.3 অংশে আপনি প্রশ্নটির উত্তর পাবেন।
5. প্রশ্নটির উত্তর 12.4 অংশে (viii) অনুচ্ছেদে পাওয়া হয়েছে।
6. এই প্রশ্নটির উত্তরও 12.4 অংশে পাওয়া যাবে।

একক 13 শব্দের অভিলেখন ও পুনর্জনন (Recording and reproduction of sound)

গঠন

13.1 প্রস্তাবনা

যে সব প্রযুক্তি আমরা দৈনন্দিন জীবনে প্রতিনিয়ত ব্যবহার করে থাকি, শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের প্রযুক্তি সেগুলির অন্যতম। এই প্রযুক্তির কল্যাণে আমরা বিগত দিনের শিল্পীর কণ্ঠস্বর ও সঙ্গীত বা আবৃত্তি শুনতে পাই। হেমন্ত মুখোপাধ্যায়ের গান এমন কি রবীন্দ্রনাথ ঠাকুরের স্বকণ্ঠের কবিতা আবৃত্তি রেকর্ডের মাধ্যমে শোনা সম্ভব। আবার যে বিদেশী শিল্পীকে চাক্ষুষ দেখার কোনও সুযোগ নেই তাঁর গানও ক্যাসেট-বন্দী হয়ে আজ আমাদের কাছে সহজলভ্য হয়েছে। রেডিও বা দূরদর্শনে আমরা যা কিছু শুনি তার অধিকাংশই পূর্বে রেকর্ড করা। চলচ্চিত্রের যাবতীয় শব্দও ফিল্মের উপরই অভিলিখিত থাকে। এক কথায়, শব্দ যে স্থান কালের ব্যবধান অতিক্রম করতে পেরেছে তা অভিলেখন ও পুনর্জনন প্রযুক্তির উদ্ভাবনের প্রত্যক্ষ ফল। এই গুরুত্বপূর্ণ প্রযুক্তির পরিচয় ব্যতীত স্বনবিদ্যা সম্বন্ধীয় আলোচনা অসম্পূর্ণ থেকে যায়।

শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের একাধিক প্রযুক্তি বর্তমানে ব্যবহৃত হচ্ছে। এগুলির মূলনীতি একই। শব্দতরঙ্গে চাপের পরিবর্তনকে প্রথমেই মাইক্রোফোনের দ্বারা বৈদ্যুতিক সংকেতে পরিণত করা হয় এবং

ইলেকট্রনিক পদ্ধতিতে যতদূর সম্ভব অবিকৃত রেখে বিবর্ধিত করা হয়। এই বিবর্ধিত সংকেতকে কোনও এক পদ্ধতিতে স্থায়ীভাবে সংরক্ষণ করতে হয়—তা যান্ত্রিক, চৌম্বক বা আলোকীয়, যে কোনও উপায়ে হতে পারে। সংরক্ষিত সংকেতকেই আমরা শব্দের অভিলিপি বা রেকর্ড (record) বলি। শব্দের পুনর্জননের সময়ে এই অভিলিপিটিই সংরক্ষণ পদ্ধতির বিপরীত এক পদ্ধতির মাধ্যমে পূর্বে সংরক্ষিত বৈদ্যুতিক সংকেতের পুনরুৎপাদনে ব্যবহার করা হয়। এই পুনরৎপাদিত সংকেতকে বিবর্ধিত করে তার সাহায্যে লাউডস্পিকারের পর্দাকে কম্পিত করলে অভিলিখিত শব্দটিকে ফিরে পাওয়া যায়।

এই এককে শব্দ অভিলেখনের ও পুনর্জননে প্রচলিত পদ্ধতিগুলি আমাদের প্রদান আলোচ্য বিষয়। এই প্রযুক্তির একটি সংক্ষিপ্ত ইতিহাস এবং এত ব্যবহৃত দুইটি অপরিহার্য যন্ত্র—মাইক্রোফোন ও লাউডস্পিকার সম্বন্ধে কিছু আলোচনাও এই এককের অন্তর্ভুক্ত হবে।

উদ্দেশ্য

আধুনিক শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জনন প্রযুক্তির সঙ্গে আপনাকে পরিচিত হওয়ার সুযোগ দেওয়াই এই এককের উদ্দেশ্য। এই এককটি পাঠ করলে আপনি বিশেষভাবে যে কাজগুলি করতে পারবেন সেগুলি হল:

- বিগত এক শতাব্দীর অধিক সময়ে শব্দ প্রযুক্তির যে বিকাশ ঘটেছে তার বিবরণ দিতে পারবেন।
- গ্রামাফোন রেকর্ডে শব্দ অভিলেখন ও তা থেকে শব্দ পুনর্জননের পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবেন।
- টেপরেকর্ডার যন্ত্রের কার্যনীতি ও গঠন ব্যাখ্যা করতে পারবেন এবং শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননে চৌম্বক পদ্ধতির সুবিধাগুলির তালিকা রচনা করতে পারবেন।
- সবাক চলচ্চিত্রের ফিল্মে এবং আলোকীয় বা কমপ্যাক্ট ডিস্কে শব্দ অভিলেখন পদ্ধতির বিবরণ দিতে পারবেন এবং এগুলি থেকে শব্দ পুনর্জননের উপায় বর্ণনা করতে পারবেন।
- শব্দ সংরক্ষণ ও পুনর্জননের আধুনিক ডিজিট্যাল পদ্ধতিটির সঙ্গে পরিচয় লাভ করে এই পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- মাইক্রোফোন ও লাউডস্পিকার—এই দুই সাধারণ শব্দযন্ত্রের গঠন ও কার্যপদ্ধতি বুঝিয়ে দিতে পারবেন।

মোটের উপর এই এককটি আপনাকে শব্দ অভিলেখন ও পুর্নজননের প্রচলিত প্রযুক্তিগুলির সঙ্গে বেশ কিছুটা পরিচিত করবে, যাতে প্রয়োজনে আপনি এগুলি সম্বন্ধে হাতেকলমে কাজ শেখায় অগ্রসর হতে পারেন।

13.2 শব্দ প্রযুক্তির সংক্ষিপ্ত ইতিহাস

শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের যে উন্নত অবস্থা আমরা বর্তমানে যুগে দেখতে পাই তা বহু বিজ্ঞানী ও প্রযুক্তিবিদের দীর্ঘ প্রচেষ্টার ফল। এই প্রযুক্তির ইতিহাস প্রায় দেড়শো বছর পুরনো। এখানে আমরা শব্দ প্রযুক্তির উল্লেখযোগ্য উন্নয়নের ধাপগুলি সারণির আকারে বর্ণনা করব।

সাল ও গবেষক/উদ্ভাবক	প্রযুক্তির উদ্ভাবন ও উন্নয়ন
1857 লিয়ঁ স্কট (ফ্রান্স)	ফোনটোগ্রাফ যন্ত্রের উদ্ভাবন। এই যন্ত্রে একটি ঘুরন্তবেলনের ভূষা মাখানো গায়ে শব্দ আপতনের ফলে একটি পর্দার কম্পন ঢেউ খেলানো রেখা হিসাবে লিপিবদ্ধ হত।
1877 টমাস আলভা এডিসন (আমেরিকা যুক্তরাষ্ট্র)	এঁর উদ্ভাবিত ফোনোগ্রাফ (Phonograph) যন্ত্রে শব্দ একটি পর্দায় আপতিত হলে পর্দাটি কম্পিত হত এবং পর্দার সঙ্গে যুক্ত একটি সূচী ঘুরন্ত বেলনের গায়ে জড়ানো টিনের পাতের উপর শব্দের চাপ অনুযায়ী কমবেশি গভীরতার পেঁচানো রেখা কেটে চলত। এই পদ্ধতির নাম দেওয়া হয়েছিল 'হিল-ডেল' (hill and dale) অভিলেখন।
1878 চিচেস্টার এ.বেল (আমেরিকা যুক্তরাষ্ট্র)	নরম মোমের বেলনের উপরে দৃঢ় পর্দার সঙ্গে যুক্ত ধারালো সূচী শব্দের চাপ অনুযায়ী মোম কেটে বার করে হিল-ডেল পদ্ধতির অভিলেখন রেখা তৈরী করত। আপেক্ষাকৃত শক্ত মোম দিয়ে এই বেলন রেকর্ডের নকল তৈরি করে পুনর্জননের জন্য ব্যবহৃত হত। 1885 সালে এই পদ্ধতির পেটেন্ট নেন বেল ও টেন্টার।
1887 এমিল বার্লিনার (জার্মানি)	ইনি প্রথম ডিস্ক বা চাকতির আকৃতির রেকর্ড নির্মাণ করেন। জিঙ্ক (দস্তা) নির্মিত চাকতির চর্বি জাতীয় বস্তুতে আচ্ছাদিত করে তার উপর পাশের দিকে আঁকাবাঁকা প্যাঁচানো রেখার আকৃতিতে শব্দ অভিলিখিত হত। চাকতিটির উপর অ্যাসিড প্রয়োগ করলে সেটির আচ্ছাদিত অংশ অবিকৃত থাকত কিন্তু অভিলেখন রেখার মধ্য দিয়ে অ্যাসিড জিঙ্কের সঙ্গে রাসায়নিক বিক্রিয়ার ফলে স্থায়ী ও সমান গভীরতায় রেখাকৃতি গর্তের সৃষ্টি করত। পুনর্জননের জন্য দস্তার মূল রেকর্ডটির থার্মোপ্লাস্টিক নির্মিত নকল ব্যবহৃত হত। বার্লিনার হাতে চালানো যন্ত্রের সাহায্যে রেকর্ডটি ঘোরানোর ব্যবস্থা করেন এবং সাউন্ড-বক্সের সঙ্গে একটি ছোট চোং যুক্ত করেন। তিনি এই যন্ত্রটি গ্রামাফোন (Gramophone) নামে পেটেন্ট করেন।

1900	বার্লিনারের উদ্ভাবিত পার্শ্বীয় অভিলেখন পদ্ধতি আমেরিকা ও ইউরোপে জনপ্রিয় হয়।
1907 লাউস্ত (ব্রিটেন)	চলচ্চিত্রের সঙ্গে শব্দ অভিলেখনের ব্যবস্থার ব্রিটিশ পেটেন্ট। এক্ষেত্রে বিবর্ধক ব্যবহৃত হয়নি। প্রতি পিঠ 4 মিনিট বাজানো যায় এমন 78 rpm (প্রতি মিনিটে আবর্তন সংখ্যা 78) রেকর্ড চালু হয়।
1915 লী ডি ফরেস্ট (আমেরিকা যুক্তরাষ্ট্র)	শব্দের ক্ষমতা বৃদ্ধির জন্য ট্রায়োড ভাল্‌ভ ব্যবহার করে অডিয়ন বিবর্ধক নির্মাণ। প্রথম বিশ্বযুদ্ধের ফলে 1920 সালের আগে ইলেকট্রনিক বিবর্ধকের ব্যবহার পুরোপুরি চালু হয়নি। 1924 সালে বৈদ্যুতিক অভিলেখন ও 1925 সাল বৈদ্যুতিক পুনর্জনন প্রচলিত হয়।
1923 লী ডি ফরেস্ট	বিবর্ধকের সাহায্যে চলচ্চিত্রের ফিল্মে শব্দ অভিলেখন ও তার থেকে শব্দ পুনর্জননের পেটেন্ট।
1927 কার্লসন ও কার্পেন্টার	চৌম্বক অভিলেখনের কার্যকরী পদ্ধতি (পরিবর্তী প্রবাহ বায়াস এর সাহায্যে)।
1927-28 আমেরিকা যুক্তরাষ্ট্র ও জার্মানি	চৌম্বক ফিতার প্রস্তুত প্রণালী।
1928 ইংল্যান্ড	প্রথম সবাক চলচ্চিত্র ''The Jazz Singer''।
1936 জার্মানি	ম্যাগনেটোফোন কোম্পানি বার্লিন রেডিও মেলায় প্রথম টেপরেকর্ডার প্রদর্শন করে।
1960 এর দশক	হল্যান্ড - এর ফিলিপ্স্ কোম্পানি ক্যাসেট টেপ রেকর্ডার চালু করে। প্রথম দিকে এটি শুধু কথা বলার শব্দ অভিলেখনের জন্য ব্যবহৃত হত।

1970 এর দশক	শব্দের সাংখ্যিক বা ডিজিট্যাল অভিলেখনের প্রচলন। তবে এ সময়ে মূল টেপে অভিলেখন সাংখ্যিক পদ্ধতিতে হলেও বিক্রয়ের জন্য ডিস্ক্ ও টেপগুলিতে অ্যানালগ পদ্ধতিতেই শব্দ অভিলিখিত থাকত।
1983	জাপানের সোনি ও হল্যান্ডের ফিলিপ্স্ (কোম্পানি দ্বারা যৌথভাবে কমপ্যাক্ট ডিস্ক (CD বা সিডি) বা ডিজিট্যাল অডিও ডিস্ক (DAD)-এর নির্মাণ ও বিপণন।

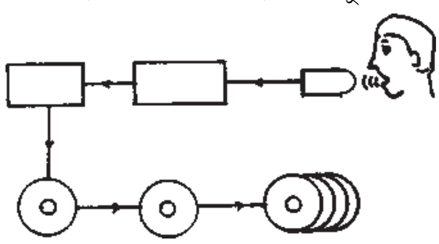
উপরের সারণিতে শব্দ প্রযুক্তির ক্ষেত্রে যে সব উন্নয়নের কথা বলা হয়েছে, সেগুলি ছাড়াও আরও অনেক উন্নয়ণমূলক গবেষণা ও আবিষ্কার শব্দ প্রযুক্তিকে বর্তমান যুগের অত্যুচ্চ মানে পৌঁছতে সাহায্য করেছে। এগুলির মধ্যে আছে মাইক্রোফোন ও লাউডস্পিকারের উদ্ভাবন, বিভিন্ন ইলেকট্রনিক বর্তনীর নির্মাণ, যথা বিবর্ধক ও ফিলটার বর্তনী এবং হাই-ফাই (hifi) প্রযুক্তির (কথাটি এসেছে high fidelity বা উচ্চ অবিকলতা থেকে) উদ্ভব। এই এককের পরবর্তী অংশগুলিতে আপনি শব্দ প্রযুক্তির গুরুত্বপূর্ণ উপাদানগুলির পরিচয় পাবেন।

13.3 অভিলেখন ও পুনর্জননের যান্ত্রিক পদ্ধতি

এই পদ্ধতিতে শব্দ সংরক্ষণের মাধ্যমে গ্রামাফোনের রেকর্ড বা ডিস্ক। বর্তমানে শব্দ অভিলেখনের কাজে গ্রামাফোন রেকর্ডের ব্যবহার প্রচলিত নেই। যদিও পুরনো রেকর্ড বাজারে লভ্য এবং বহু রেকর্ড বিভিন্ন প্রতিষ্ঠানে সংরক্ষিত আছে। শব্দ অভিলেখন প্রযুক্তির ইতিহাসে একটে গুরুত্বপূর্ণ অধ্যায় হিসাবে আমরা গ্রামাফোন রেকর্ডে অভিলেখন পদ্ধতি বর্ণনা করব।

13.3.1 যান্ত্রিক অভিলেখন

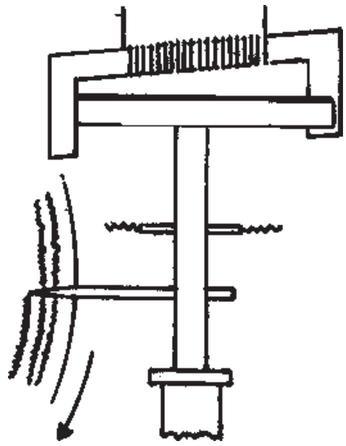
শব্দের যান্ত্রিক অভিলেখন পদ্ধতিটি আপনি 13.1 ব্লক চিত্র থেকে বুঝতে পারবেন। সঙ্গীত, বক্তৃতা ইত্যাদি যে শব্দ অভিলিখিত হবে সেটি প্রথমে মাইক্রোফোনের সাহায্যে বৈদ্যুতিক সংকেতে রূপান্তরিত ও ইলেকট্রনিক



চিত্র : 13.1

বিবর্ধকের সাহায্যে বিবর্ধিত করা হয়। বিবর্ধিত সংকেত তড়িৎপ্রবাহ অভিলেখন যন্ত্রের তড়িৎচুম্বকের কুণ্ডলীতে পাঠানো হয়।

অভিলেখন যন্ত্রটির একটি সরলীকৃত চিত্র (চিত্র 13.2) এখানে দেওয়া হল। এখানে C তড়িৎচুম্বকের কুণ্ডলী। কুণ্ডলীতে পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহের ফলে তড়িৎচুম্বকটির (M) চুম্বকন ও বিচুম্বকন ঘটে। এর ফলে R দণ্ডের সঙ্গে সংযুক্ত আর্মেচার A-এর উপর তড়িৎচুম্বকের আকর্ষণী টর্ক কমে বাড়ে। দণ্ডটি স্প্রিং (s, s) দিয়ে আটকানো থাকায় আর্মেচারটির R দণ্ডের অক্ষের উপর ঘূর্ণন কম্পন ঘটে। দণ্ডটির সঙ্গে আড়াআড়িভাবে লাগানো একটি সুচীমুখ কলম P এর ফলে কম্পিত হয়। সুচীমুখটিতে কোরান্ডাম বা অন্য কোনও কঠিন খনিজের শান দেওয়া টুকরো বসানো থাকে এ বৈদ্যুতিক উপায়ে সেটিকে তপ্ত রাখা হয়। কলমটি যে চাকতির (D) উপর শব্দলিপি মুদ্রিত হবে তার উপর অল্প চাপে বসানো থাকে। চাকতিটি ভারী ধাতুর উপর মোমের প্রলেপ দিয়ে অথবা অ্যালুমিনিয়ামের উপর লাক্ষার বার্নিস দিয়ে তৈরি হয়। কলমটি যেমন কম্পিত হয়, চাকতিটিও ঘুরতে থাকে এবং গিয়ারের সাহায্যে কলমটিকে চাকতির পরিধি থেকে ক্রমে কেন্দ্রের দিকে নিয়ে যাওয়া হয়।



চিত্র : 13.2

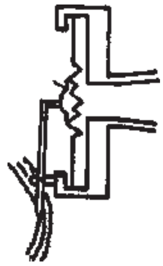
এর ফলে চাকতির উপর একটি প্যাঁচানো লাঙলের দাগের মত রেখা তৈরি হয় যেটি কলমের সূচীমুখটির কম্পন অনুযায়ী আঁকাবাঁকা হয়। এই চাকতিটিই শব্দের রেকর্ড। লাক্ষার বার্নিশ দেওয়া রেকর্ড সরাসরি শব্দের পুনর্জননে ব্যবহৃত হত। আর মোমের রেকর্ড ব্যবহৃত হত বিপণনের জন্য রেকর্ডের কপি তৈরি করার মূল রেকর্ড হিসাবে। অবশ্য লাক্ষার প্রলেপনের মান এবং রেকর্ড কাটার প্রযুক্তির উন্নতির ফলে লাক্ষা প্রলেপিত রেকর্ডই পরে মূল রেকর্ড হিসাবে ব্যবহৃত হয়েছে।

মূল রেকর্ড থেকে বিপণনযোগ্য নকল তৈরি করার জন্য তড়িৎ প্রলেপন (electroplating) পদ্ধতি অবলম্বন করা হয়। প্রথমে রেকর্ডটির উপর একটি পাতলা রুপোর আস্তরণ তৈরি করে তলটিকে তড়িৎ পরিবাহী করা হয়। এর পর মূল রেকর্ডের উপর তামা বা নিকেলের তড়িৎ প্রলেপন করা হলে যে ধাতুর চাকতিটি পাওয়া যায় সেটিকে মূল রেকর্ডের নেগেটিভ বলা যায় অর্থাৎ, মূল রেকর্ডে যে নালীরেখা থাকে, ধাতুর চাকতিতে তার অবিকল প্রতিরূপ আলরেখা পাওয়া যায়। এই চাকতিটিকে ছাঁচ হিসাবে ব্যবহার করে অর্থাৎ থার্মোপ্লাস্টিকের চাকতির উপর ধাতুর চাকতিটির ছাপ দিয়ে ব্যবহারোপযোগী অনেকগুলি রেকর্ড পাওয়া যায়। বাণিজ্যিক উৎপাদনের জন্য তড়িৎ প্রলেপন পদ্ধতিতে অনেকগুলি ধাতুর ‘নেগেটিভ’ তৈরি করা হয়, যার প্রত্যেকটি থেকে অনেকগুলি ‘পজিটিভ’ পাওয়া যেতে পারে।

দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের সময় পর্যন্ত মিনিটে 78 বার ঘোরাতে হয় এবং এক পিঠ 4 মিনিট বাজে, এরূপ রেকর্ডই প্রচলিত ছিল। 1948 সালে প্রতি পিঠ 30 মিনিট বাজার 33 rpm রেকর্ড এবং তার পর 8 মিনিট বাজার 45rpm রেকর্ডের প্রচলন হয়। এগুলি যথাক্রমে লং প্লেয়িং বা LPএবং এক্সটেন্ডেড প্লে বা EP রেকর্ড রূপে পরিচিত। এগুলির নালীরেখা অত্যন্ত সূক্ষ্ম—প্রস্থে 56 মাইক্রন ও গভীরতায় 32 মাইক্রন। এজন্য এগুলিকে মাইক্রোগ্রুভ (microgroove) রেকর্ডও বলা হয়।

13.3.2 যান্ত্রিক পুনর্জনন

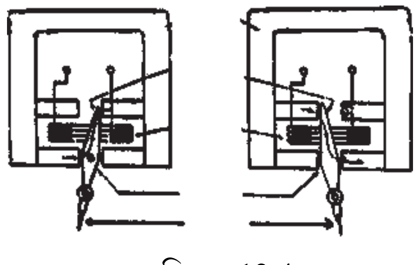
শব্দ প্রযুক্তির প্রথম যুগে গ্রামাফোন রেকর্ড থেকে শব্দ পুনর্জননে 'সাউন্ড বক্স' (চিত্র 13.2) নামে সম্পূর্ণ যান্ত্রিক ব্যবস্থা গ্রহণ করা হত। এতে শব্দলিপির নালীরেখার উপর একটি ধাতব সূচীমুখ অল্প চাপে রাখা হত। রেকর্ডটি ঘুরতে থাকলে নালীরেখার বক্রপথ অনুযায়ী সূচীমুখটি কম্পিত হত। সূচীমুখটি একটি কীলকিত



চিত্র : 13.3

লিভারের মাধ্যমে সাউন্ড বক্সের পর্দার সঙ্গে যুক্ত থাকায় সূচীমুখের কম্পন কিছুটা বিবর্ধিত হয়ে পর্দায় সঞ্চারিত হত এবং পর্দাটি সরাসরি অভিলিখিত শব্দের পুনর্জনন ঘটাত। গ্রামাফোন রেকর্ড থেকে শব্দ পুনর্জননের বৈদ্যুতিক ব্যবস্থার প্রচলনের পর সাউন্ড বক্সের ব্যবহার প্রায় বন্ধ হয়ে গিয়েছে।

বৈদ্যুতিক ব্যবস্থার মধ্যে তিনটি ধাপ আছে। এগুলি হল ; (1) বৈদ্যুতিক পিক-আপ (pick-up) ব্যবস্থার সাহায্যে কম্পনকে নালীরেখার বক্রপথ অনুসারী বৈদ্যুতিক বিভব প্রভেদে রূপান্তরিত করা, (2) বৈদ্যুতিক বিভব প্রভেদকে ইলেকট্রনিক বর্তনীর সাহায্যে বিবর্ধিত করা এবং (3) বিবর্ধিত বৈদ্যুতিক সংকেতটি লাউডস্পিকারে প্রয়োগ করে শব্দ উৎপাদন করা।



চিত্র : 13.4

বৈদ্যুতিক পিক আপ টিও নানা ধরনের হতে পারে। এগুলি হল—

(i) তড়িৎচুম্বকীয় পিক-আপ : এটি স্থির কুণ্ডলী বা চল কুণ্ডলী-এই দুই ধরনের হতে পারে। তলে চল কুণ্ডলী পিক-আপের বৈদ্যুতিক সংকেত অত্যন্ত দুর্বল হওয়ায় এটির বিশেষ ব্যবহার হয় না। স্থির কুণ্ডলী পিক-আপের একটি চিত্র এখানে দেখানো হল (চিত্র 13.4)। এই পিক-আপের সুচীমুখটি একটি কীলকিত লোহার আর্মেচারের সঙ্গে যুক্ত। সূচীমুখটি কম্পিত হলে আর্মেচারটি একটি স্থায়ী চুম্বকের দুইজোড়া N ও S মেরুর মধ্যবর্তী চৌম্বকক্ষেত্রে কম্পিত হয়। এর ফলে আর্মেচারের মধ্য দিয়ে কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত যে বলরেখাগুলি যায়, সেগুলি দিক পরিবর্তন করে এবং কুণ্ডলীতে বৈদ্যুতিক আবেশজাত বিভব প্রভেদ উৎপন্ন হয়।

(ii) চাপবৈদ্যুতিক (piezo-electric) পিক-আপ : এতে সাধারণত রোশেল সল্ট (potassium sodiumtartrate)-এর চাপবিদ্যুৎ ক্ষমতাসম্পন্ন কেলাস ব্যবহার করা হয়। পিক-আপের সূচীমুখটি একটি কীলকিত কলমের মুখে লাগানো থাকে। সূচীমুখের কম্পন ঘটলে কলমটি কেলাসের উপর পীড়ন সৃষ্টি করে এবং কেলাসের দুই প্রান্তের মধ্যে বিভব প্রভেদের সৃষ্টি হয়।

(iii) রোধ পিক-আপ : এটিতে কম্পনশীল সূচীমুখটি ঘূর্ণীকৃত কার্বনের উপর চাপ সৃষ্টি করে এবং কার্বনের রোধ ওঠানামা করতে থাকে। ফলে সূচীমুখের কম্পনের সঙ্গে কার্বনের মধ্য দিয়ে তড়িৎপ্রবাহও কমতে বাড়তে থাকে।

(iv) ধারকীয় পিক-আপ : সূচীমুখের গতি এক্ষেত্রে একটি ধারকের ধারকত্বের পরিবর্তন সৃষ্টি করে।

উপরে বর্ণিত পদ্ধতিগুলির মধ্যে প্রথম দুটিই অর্থাৎ তড়িৎচুম্বকীয় এবং চাপবৈদ্যুতিক পিক-আপই অধিক প্রচলিত।

পিক-আপ দ্বারা উৎপন্ন বৈদ্যুতিক সংকেত ইলেকট্রনিক বিবর্ধকের সাহায্যে বিবর্ধিত করা হয়। বিবর্ধিত সংকেত লাউডস্পিকারে প্রয়োগ করলে অভিলিখিত শব্দের পুর্ণজনন ঘটে। এই এককের 13.6 অংশে আপনি লাউডস্পিকার সম্বন্ধে কিছু তথ্য জানতে পারবেন। পরের অংশটি পড়ার আগে একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী - 1 :

(i) বৈদ্যুতিক পিক-আপ কোন্ কোন্ ধরনের হয়?

(ii) 33rpm রেকর্ডে কেন্দ্র থেকে 12cm দূরে 512Hz কম্পাঙ্কের একটি সুর অভিলেখিত হলে শব্দের একটি পূর্ণ পর্যায় শব্দলিপিতে একটা দৈর্ঘ্য জুড়ে থাকবে?

13.2 চৌম্বক পদ্ধতি—টেপ রেকর্ডার

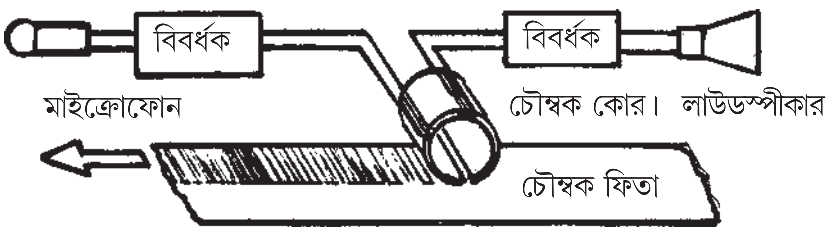
গ্রামাফোন রেকর্ডের তুলনায় চৌম্বক ফিতায় শব্দ সংরক্ষণ অনেক সহজ ও সুলভ। টেপ রেকর্ডার যন্ত্রের সাহায্যে আমরা নিজেরাই চৌম্বক ফিতায় শব্দ অভিলিখিত করতে পারি, একটি ফিতায় অভিলিখিত শব্দ অন্য একটি ফিতায় লিপিবদ্ধ করতে পারি এবং ইচ্ছামত ঐ শব্দের পুনর্জননও ঘটাতে পারি। এই পদ্ধতির কিছুটা বিশদ আলোচনা করা যাক।

চৌম্বক ফিতা : টেপ রেকর্ডারে যে চৌম্বক ফিতা ব্যবহার করা হয় তা মাইলার (Mylar) বা অন্য পলিয়েস্টার প্লাসটিকের নমনীয় ফিতার উপর চৌম্বক পদার্থের প্রলেপ লাগিয়ে তৈরি করা হয়। ফিতার উপর এমন একটি চৌম্বক পদার্থের প্রলেপ দিতে হয় যার চৌম্বক ধারণ ক্ষমতা যথেষ্ট বেশি অর্থাৎ চৌম্বক ক্ষেত্র অপসৃত হলেও যার চৌম্বকত্ব অনেকটাই থেকে যায় আবার নিগ্রাহিতাও (coercivity) যথেষ্ট যাতে রিলে জড়ানো অবস্থায় ফিতার একটি পাকের চুম্বকনের প্রভাবে অন্য পাকের বিচুম্বকন (demagnetisation) না ঘটে। ফিতার বেধ ক্যাসেটের ক্ষেত্রে 12 অথবা 8 মাইক্রন (   )। তবে খোলা রিলের ফিতার বেধ 38 বা 25 মাইক্রন হয়ে থাকে। ফিতার প্রস্থ হয় 3·78mm। চৌম্বক পদার্থ হিসাবে সাধারণত লৌহের অক্সাইড Fe_2O_3, 0·6 থেকে 1·0 মাইক্রন দৈর্ঘ্যের সূচী-আকৃতি কণার আকারে ব্যবহার করা হয়। ক্যাসেট টেপ

রেকর্ডারে ফিতার বেগ কম হওয়ায় উচ্চ কম্পাঙ্কের শব্দ পুনর্জননে অসুবিধা হয়। এ ধরনের যন্ত্রে ব্যবহারের জন্য চৌম্বক পদার্থ হিসাবে ক্রোমিয়াম ডাইঅক্সাইড (CrO_2) এবং ফেরিক অক্সাইডের প্রলেপ দিয়ে ফিতা তৈরি করা হয়েছে। চৌম্বক পদার্থের কণাগুলি বিশেষ ধরনের বন্ধনী আঠার সাহায্যে ফিতার উপর মাখানো হয়। এই আঠা কণাগুলিকে ফিতার উপর সমানভাবে ছড়িয়ে দেয়, শুকিয়ে যাওয়ার পর ফিতার নমনীয়তা বজায় রাখে এবং ফিতাটি গোটানো হলে পরবর্তী পাকের গায়ে আটকে যায় না। খোলা রিলের ফিতায় চৌম্বক প্রলেপের বেধ প্রায় 14 মাইক্রন এবং ক্যাসেটের ফিতার এটি প্রায় 6 মাইক্রন হয়ে থাকে।

অভিলেখন : চৌম্বক ফিতায় শব্দ অভিলেখনের জন্য অপরিহার্য যন্ত্রগুলি হল মাইক্রোফোন বিবর্ধক বা অ্যামপ্লিফায়ার এবং রিকর্ডিং হেড 13.5 চিত্রে আপনি অভিলেখনের পদ্ধতিটি দেখতে পাবেন।

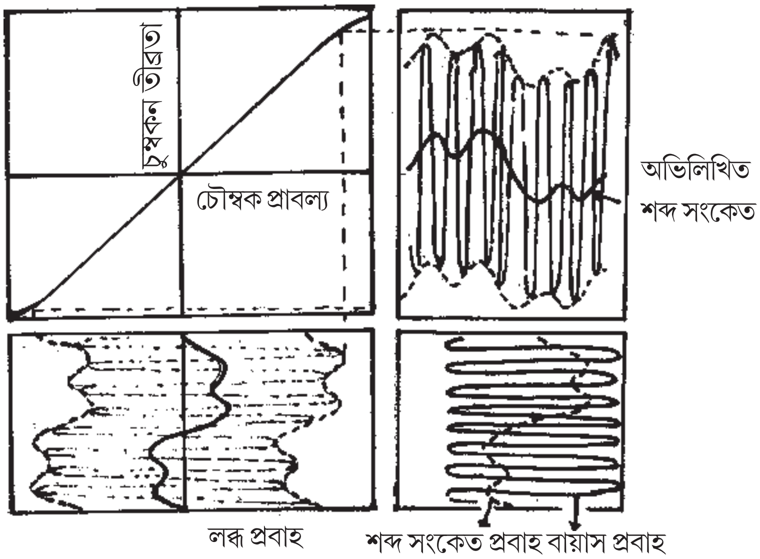
রেকর্ডিং হেডটি আসলে একটি লৌহনির্মিত চৌম্বক কোর। এই উপর একটি তার কুণ্ডলী জড়ানো থাকে। যে শব্দ অভিলিখিত করা হবে, সেটি মাইক্রাফোনের সাহায্যে বৈদ্যুতিক সঙ্কেতে পরিণত হয় এবং ইলেকট্রনিক পদ্ধতিতে সেটিকে বিবর্ধিত করা হয়। এর বিবর্ধিত সঙ্কেত কুণ্ডলীতে প্রয়োগ করলে কোরের চুম্বকন ঐ সঙ্কেত অনুযায়ী পরিবর্তিত হতে থাকে। কোরের একস্থানে দুই মেরুর মধ্যে সামান্য ফাঁক থাকে এবং চৌম্বক ফিতাটি ঐ ফাঁকটির ঠিক পাশ দিয়ে চালিত হয়। এই ফলে কোরের চৌম্বক বর্তনী (magnetic circuit) ফিতার যে অংশ ফাঁকটির ঠিক সামনে পড়ে, তার মধ্য দিয়ে সম্পূর্ণ হয় এবং কুণ্ডলীর তড়িৎপ্রবাহ অনুযায়ী ঐ অংশের চুম্বকন ঘটে। এইভাবে গতিশীল ফিতার উপর শব্দসংকেত অনুযায়ী কম বেশি চুম্বকন হতে থাকে এবং শব্দটি চুম্বকনের রূপে ফিতার উপর অভিলিখিত হয়।



চিত্র : 13.5

চৌম্বক ফিতায় অভিলেখনের যে পদ্ধতিটি আপনি জানলেন, সেটি সরল হলেও এই পদ্ধতিতে সংকেত ও অপশব্দের অনুপাত (signal to noise ratio) যথেষ্ট অধিক হয় না। এর ফলে পুনর্জননের সময় উৎপন্ন শব্দের মধ্যে অপশব্দ থেকে যায়। আধুনিক যুগে অভিলেখনের জন্য এ.সি. বায়াস ব্যবস্থা প্রচলিত হয়েছে। এই ব্যবস্থায় ফিতাটি রেকর্ডিং হেড-এ আসার আগে ইরেজিং হেড (erasing head)-এর পাশ দিয়ে আসে। এটি রেকর্ডিং হেডের মতই তবে অপেক্ষাকৃত বড় একটি ফাঁকযুক্ত চৌম্বক কোর। এটির উপর জড়ানো কুণ্ডলীর মধ্যে শক্তিশালী পরিবর্তী প্রবাহ পাঠানো হয়। ফিতার যে কোনও অংশ ইরেজিং হেড-এর ফাঁকটির পাশ দিয়ে যাওয়ার সময় দ্রুত দিক পরিবর্তনকারী চৌম্বকক্ষেত্রে প্রবেশ করে এবং ক্রমশ বার হয়ে আসে। এর ফলে ক্রমহ্রাসমান শক্তির চৌম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে ফিতার ঐ অংশের সম্পূর্ণ বিচুম্বকন ঘটে অর্থাৎ চৌম্বক কণাগুলির চুম্বকত্বের দিক চতুর্দিকে সমভাবে বন্টিত হয়।

সম্পূর্ণ বিচুম্বকিত হওয়ার পর ফিতাটি রেকর্ডিং হেডের সঙ্কীর্ণ ফাঁকের পাশ দিয়ে যায়। রেকর্ডিং হেডের কুণ্ডলীতে (a) মাইক্রোফোন ও বিবর্ধক থেকে আসা সংকেত তড়িৎপ্রবাহ এবং (b) শব্দোত্তর কম্পাঙ্কের একটি পরিবর্তী বায়াস প্রবাহ একত্রে প্রবাহিত হয়। দ্বিতীয় অর্থাৎ (a) প্রবাহের বিস্তার সংকেত তড়িৎপ্রবাহের তুলনায় অনেক বেশি হয়। বায়াস প্রবাহের কম্পাঙ্কও সর্বোচ্চ যে কম্পাঙ্কের শব্দ অভিলিখিত হবে তার বেশ কয়েক গুণ হয়। দুই প্রবাহের মিলিত প্রভাবে ফিতার উপর যে চুম্বকন ঘটে, তার মাত্রা ফিতার চৌম্বক পদার্থের চুম্বকন-তীব্রতা (I) - চৌম্বক-প্রবাল্য (H) লেখের রৈখিক অংশের মধ্যেই থাকে। এর ফলে ফিতার চুম্বকন রেকর্ডিং হেডের কুণ্ডলীর তড়িৎপ্রবাহের যথার্থ অনুলিপি হয়। 13.6 চিত্র থেকে এ বিষয়টি আপনার কাছে স্পষ্ট হবে।



চিত্র : 13.6

ফিতার চুম্বকনে যে শব্দোত্তর কম্পাঙ্কের ওঠানামা থাকে তা স্থায়ী হয় না এবং তার অবশিষ্টাংশ যে শব্দ উৎপন্ন করে তা অতি উচ্চ কম্পাঙ্কের জন্য শোনা যায় না। কিন্তু ফিতার চৌম্বক পদার্থের $I—H$ লেখের সম্পূর্ণ রৈখিক অংশ ব্যবহার করার ফলে অভিলিখিত শব্দসংকেতটি শক্তিশালী ও অপেক্ষাকৃত অবিকৃত হয়।

অভিলেখনের উৎকর্ষ বৃদ্ধি করার জন্য কয়েকটি বিষয়ে সতর্কতা অবলম্বন করতে হয়। রেকর্ডিং হেডের ফাঁকটি সম্পূর্ণ সোজা ও সমান হতে হয়। খোলা রিলের যন্ত্রে এই ফাঁকটি প্রস্থে 2.5 থেকে 13 মাইক্রন হয়, তবে সাধারণ টেপ রেকর্ডারে অভিলেখন ও পুনর্জনন—উভয় কাজের জন্য যে হেড ব্যবহার করা হয় তার ফাঁকের প্রস্থ মাত্র 1.3 মাইক্রন। চৌম্বক ফিতার উপর অভিলিখিত শব্দলিপির প্রস্থ সাধারণ স্টিরিও ক্যাসেটের ক্ষেত্রে 0.53mm হয়, তবে পেশাদার অভিলেখনের কাজে এটি 6·4mm হয়ে থাকে। রেকর্ডিং হেডের ফাঁকটি এবং হেডের যে অংশ চৌম্বক ফিতার সংস্পর্শে আসে,সেটি আলোকীয় পদ্ধতিতে পালিশ করে মসৃণ করা হয়।

অভিলিখিত শব্দলিপি চৌম্বক ফিতার প্রস্থের অর্ধেক বা এক চতুর্থাংশ জুড়ে থাকে। এতে একই ফিতায় পাশাপাশি দুইটি বা চারটি শব্দলিপির সংরক্ষণ করা যায়।

পুনর্জনন : শব্দের পুনর্জননের জন্য শব্দলিপিযুক্ত চৌম্বক ফিতাটি অভিলেখনের জন্য ব্যবহৃত চৌম্বক হেড অথবা আরও সঙ্কীর্ণ ফাঁকযুক্ত একটি ভিন্ন 'প্লে-ব্যাক' হেডের পাশ দিয়ে অভিলেখনের সমান গতিতে পাঠানো হয়। কোনও কোনও অভিলেখন যন্ত্রে 'রেকর্ডিং হেড' ও 'প্লে-ব্যাক হেড' আলাদা হলেও সচরাচর ব্যবহৃত টেপ রেকর্ডারে 'রেকর্ডিং হেড'টিই প্লে-ব্যাক হেড হিসাবে কাজ করে।

ফিতার চুম্বকনের ফলে পুনর্জননে ব্যবহৃত এই হেডটির কোরে চৌম্বক ফ্লাক্সের ওঠানামা ঘটে এবং কোরের উপর জড়ানো কুণ্ডলীতে একটি পরিবর্তী বিভব তৈরি হয়। এই পরিবর্তী বিভব ফ্লাক্সের পরিবর্তনের হারের সমানুপাতী। সুতরাং, এটি চৌম্বক ফিতার গতিবেগ, অভিলিখিত সংকেতের বিস্তার ও কম্পাঙ্কের সমানুপাতী হয়।

আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, প্লে-ব্যাক হেডে উৎপন্ন বিভব অভিলিখিত শব্দের কম্পাঙ্কের সমানুপাতী হওয়ার ফলে শব্দের পুনর্জননে প্রচণ্ড অসুবিধা দেখা দেবে। এর ফলে 64 থেকে 128Hz কম্পাঙ্কের সুরের তুলনায় 128 থেকে 256Hz কম্পাঙ্কের সুরের তীব্রতা দ্বিগুণ শোনাবে, 256 থেকে 512Hz কম্পাঙ্কের সুরের তীব্রতা চতুর্গুণ শোনাবে এবং এইভাবে কম্পাঙ্কের সঙ্গে তীব্রতা বৃদ্ধির ফলে পুনর্জনিত শব্দ, যার মধ্যে নানা কম্পাঙ্কের শব্দ মিশ্রিত থাকতে পারে, তা প্রচণ্ড রকম বিকৃত মনে হবে। এই সমস্যার সমাধানের জন্য সমস্ত পুনর্জনক যন্ত্রে (Tape reproducer) আন্তর্জাতিক মানক অনুযায়ী সমানীকরণের (equalisation) ব্যবস্থা করা হয়। অর্থাৎ, বিবর্ধনের সময় অল্প কম্পাঙ্কে বেশি ও অধিক কম্পাঙ্কে কম বিবর্ধন ঘটিয়ে শব্দের পুনর্জনন করা হয়।

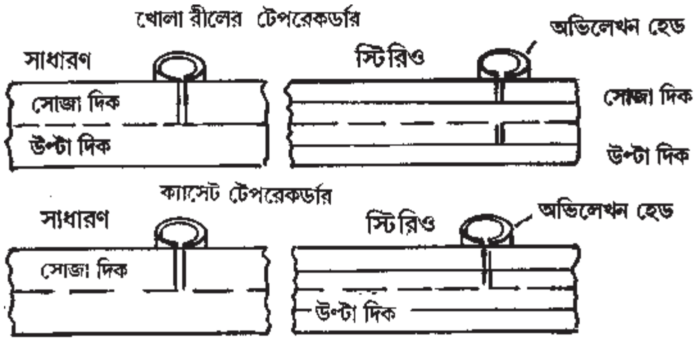
পুনর্জননে ব্যবহৃত প্লে-ব্যাক হেডের ফাঁকটি যথেষ্ট ছোট হওয়া প্রয়োজন। এর কারণ আপনি সহজেই বুঝতে পারবেন। যদি চৌম্বক ফিতার বেগ V এবং শব্দের কম্পাঙ্ক v, পর্যায়কাল T হয়, তবে ফিতায় অভিলিখিত চুম্বকনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে

$$= V\mathrm{T} =$$

এখন প্লে-ব্যাক হেডের ফাঁক যদি এর সমান হয়, তবে ফাঁকটির দুই প্রান্তে চুম্বকনের অবস্থা অনুরূপ হবে এবং কোরের মধ্যে কোনও পরিবর্তী ফ্লাক্স না যাওয়ায় কুণ্ডলীর উৎপন্ন বিভব শূন্য হবে। অপরপক্ষে, ফাঁকটি / 2 এর সমান হলে পরিবর্তী ফ্লাক্স ও উৎপন্ন বিভব সর্বাধিক হবে। সুতরাং, সর্বোচ্চ যে কম্পাঙ্কের সুর পুনর্জনন করা দরকার, তার চুম্বকন-তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অর্ধেকের চেয়ে প্লে-ব্যাক হেডের ফাঁক বড় হওয়া উচিত নয়। ধরা যাক, চৌম্বক-ফিতার বেগ v = সেকেন্ডে 1 ইঞ্চি অর্থাৎ $4{\cdot}8\mathrm{cms}^{-1}$। 20000Hz কম্পাঙ্কের সুরের ক্ষেত্রে = cm বা 2·4 মাইক্রন। সুতরা, 20000Hz কম্পাঙ্ক পর্যন্ত সুরের পুনর্জনন ঘটাতে প্লে-ব্যাক হেডের ফাঁক এর অর্ধেক অর্থাৎ 1·2 মাইক্রনের কাছাকাছি হওয়া উচিত।

আগেই জেনেছেন যে, ফিতার একাধিক শব্দলিপি পাশাপাশি থাকে। ফিতাটি সোজা দিকে চালিয়ে এর অর্ধেক থেকে এবং উল্টো দিকে চালিয়ে বাকি অর্ধেক থেকে শব্দের পুনর্জনন করা হয়।

স্টিরিও **অভিলেখন পদ্ধতি** : আপনি হয়ত জানেন যে, স্টিরিও পদ্ধতিতে একই সঙ্গে দুইটি মাইক্রোফোন দ্বারা সংগৃহীত শব্দ অভিলিখিত হয় এবং পুনর্জননের সময় এই দুই শব্দলিপি থেকে উৎপন্ন শব্দ দুইটি পৃথক লাউডস্পিকারের সাহায্যে ধ্বনিত হয়, যাতে দুইটি শব্দ পৃথক উৎস থেকে আসছে বলে মনে হয়। স্টিরিও অভিলেখন ও পুনর্জননের জন্য ফিতায় পাশাপাশি চারটি শব্দলিপি থাকে—যার দুইটি সোজামুখে ও অন্য দুইটি বিপরীতমুখে অভিলিখিত হয়। চিত্র 13.7 থেকে আপনি খোলা রিলের টেপ রেকর্ডার ও ক্যাসেট টেপ রেকর্ডারের সাধারণ (mono) ও স্টিরিও অভিলেখন ব্যবস্থা বুঝতে পারবেন।



চিত্র : 13.7

চৌম্বক অভিলেখন ও পুনর্জননের সুবিধা : পুরানো দিনের গ্রামাফোনের তুলনায় চৌম্বক পদ্ধতি অর্থাৎ টেপ রেকর্ডারের অনেকগুলি সুবিধা আছে। এগুলি হল:

- সহজে বহনযোগ্য যন্ত্রের সাহায্যে যে কেউ যে কোনও স্থানে শব্দের অভিলেখন বা পুনর্জনন করতে পারেন।
- একটানা 30 বা 45 মিনিট বাজানোর উপযোগী অভিলেখন করা সম্ভব।
- একই ফিতায় পুরাতন শব্দলিপি মুছে ফেলে নতুন করে অভিলেখন করা যায়। এমন কি শব্দলিপির অংশ মুছে ফেলে সেটির সম্পাদনা করা যায়।
- চৌম্বক ফিতার কোনও প্রস্ফুটনের (developing) প্রয়োজন হয় না। কাজেই অভিলেখনের ঠিক পরেই শব্দ পুনর্জনন করা যায়।
- চৌম্বক ফিতার অ্যানালগ এবং ডিজিট্যাল—এই পদ্ধতিতেই শব্দ সংরক্ষণ করা যায়। এই ডিজিট্যাল পদ্ধতি সম্বন্ধে আপনি এর পরের অংশে জানতে পারবেন।

এবার আপনার নিচের অনুশীলনীটির উত্তর করতে পারা উচিত।

অনুশীলনী - 2 :

(i) চৌম্বক ফিতায় চৌম্বক পদার্থ হিসাবে ব্যবহার হয় এমন দুইটি পদার্থের নাম লিখুন।

(ii) এ সি বায়াস অভিলেখন পদ্ধতি ব্যবহার করে কী সুফল পাওয়া যায়?

(iii) পুনর্জনক যন্ত্রে সমানীকরণের প্রয়োজন হয় কেন?

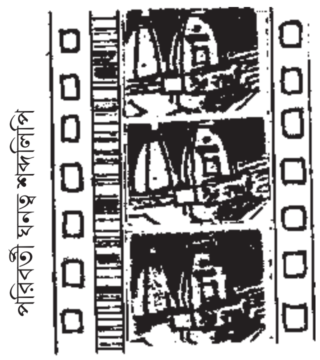
(iv) স্টিরিও অভিলেখন পদ্ধতিতে ফিতার উপর কয়টি শব্দলিপি পাশাপাশি থাকে?

13.5 আলোকীয় পদ্ধতি

আপনি ইতিমধ্যে যান্ত্রিক পদ্ধতিতে অর্থাৎ গ্রামাফোন রেকর্ডে এবং চৌম্বক ফিতায় শব্দ অভিলেখনের কথা পড়েছেন। এ দুটি ছাড়া তৃতীয় যে শব্দ অভিলেখন পদ্ধতির সঙ্গে আমরা পরিচিত সেটি হল আলোকীয় পদ্ধতি। আলোকরশ্মির সাহায্যে শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের দুইটি সম্পূর্ণ ভিন্ন প্রযুক্তি আমরা আয়ত্ত করেছি। এর মধ্যে সবাক চলচ্চিত্রের ফিল্মে শব্দ অভিলেখন ও তার থেকে শব্দ পুনর্জননের প্রযুক্তি সত্তর বছরের বেশি পুরনো। সম্প্রতি আলোকরশ্মি ব্যবহার করে শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের যে অন্য প্রযুক্তি আবিষ্কৃত হয়েছে, সেটিতে শব্দলিপি ধরে রাখার জন্য আলকীয় ডিস্ক (optical disc) বা কমপ্যাক্ট ডিস্ক (compact disc) ব্যবহার করা হয়। এই অংশটিতে আপনি চলচ্চিত্রের ফিল্ম এবং আলোকীয় ডিস্ক—উভয় মাধ্যমের বিষয়ই জানতে পারবেন।

13.5.1 চলচ্চিত্রের ফিল্ম :

সিনেমা দেখার সময় আপনি যে কথাবার্তা বা গান বাজনা শুনতে পান, সেই শব্দ সিনেমার ফিল্মের উপরেই অভিলিখিত থাকে। ফিল্মের চিত্রের অভিক্ষেপের (projection) সঙ্গে সঙ্গেই ফিল্মের শব্দলিপি থেকে শব্দের পুনর্জনন ঘটানো হয়, যার ফলে নায়িকার ওষ্ঠের গতি ও তাঁর উচ্চারিত শব্দ, অথবা ধরুন, ধাবমান অশ্বের পদচারণা আর তার খুরের টগ্‌বগ্‌ ধ্বনির মধ্যে সমকালীনতা (synchronization) বজায় থাকে।

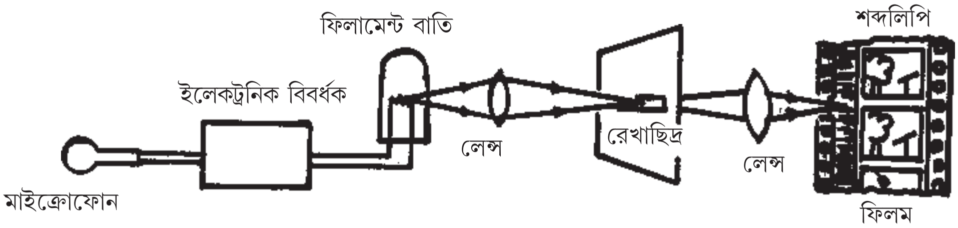


চিত্র : 13·8(a)

ফিল্মে শব্দলিপি দুই ধরনের হতে পারে—পরিবর্তী ঘনত্ব (variable density) ও পরিবর্তী প্রস্থ (variable width)। এখানে আমরা এই দুই পদ্ধতিতে অভিলেখনের পদ্ধতিগুলি সম্বন্ধে সংক্ষিপ্ত আলোচনা করব।

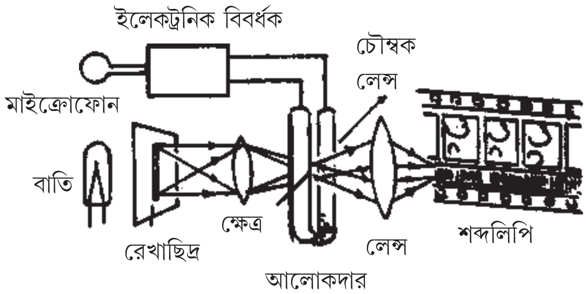
পরিবর্তী ঘনত্ব অভিলেখন : 13.8(a) চিত্র থেকে আপনি এই অভিলেখনের রূপটি বুঝতে পারবেন। এই পদ্ধতিতে ফিল্মের উপর শব্দলিপি সর্বত্র সমান প্রস্থের হয় কিন্তু ফিল্মে কালিমার ঘনত্ব শব্দতরঙ্গের সরণ অনুযায়ী বাড়ে ও কমে। দুই ভিন্ন উপায়ে এটি করা যায়।

- প্রথম পদ্ধতিতে মাইক্রোফোনে উৎপন্ন শব্দ সংকেতটি ইলেকট্রনিক বিবর্ধকের সাহায্যে বিবর্ধিত করে উৎপন্ন তড়িৎপ্রবাহের দ্বারা একটি বৈদ্যুতিক ফিলামেন্ট বা পারদ-আর্ক বাতির ঔজ্জ্বল্য নিয়ন্ত্রণ করা হয়। বাতিটির ঔজ্জ্বল্য প্রাথমিক অবস্থায় মাঝামাঝি থাকে এবং মাইক্রোফোনে গৃহীত শব্দতরঙ্গ অনুযায়ী সেটি কমে বাড়ে। এই বাতির আলো একটি সরু রেখাছিদ্রের (slit) মধ্য দিয়ে ফিল্মের উপর শব্দলিপির জন্য সংরক্ষিত স্থানে পড়ে। ফিল্মটি ডেভেলপ করা হলে পরিবর্তী ঘনত্বের শব্দলিপিটি পরিস্ফুট হয়। 13.8(b) চিত্রে আপনি এই পদ্ধতির একটি রূপচিত্র দেখতে পাবেন।



চিত্র : 13.8(b)

● দ্বিতীয় পদ্ধতিটিতে বাতির ঔজ্জ্বল্য স্থির থাকে কিন্তু ঐ বাতির আলোর সাহায্যে একটি আলোক দ্বারের (light-valve) উপর একটি রেখাছিদ্রের প্রতিবিম্ব ফেলা হয়। আলোক ভালব্টি আসলে ডুর‍্যালুমিনের ফিতার একটি সরু ও লম্বা ফাঁস। এই দুই পাটের মধ্যে একটি সূক্ষ্ম ফাঁক বা রেখাছিদ্র থাকে। ফাঁকটি একটি অনুভূমিক চৌম্বকক্ষেত্রে উল্লম্বভাবে ঝোলানো থাকে। মাইক্রোফোন থেকে উৎপন্ন তড়িৎপ্রবাহ ফিতার মধ্য দিয়ে প্রবাহিত হলে চৌম্বকক্ষেত্রে ও তড়িৎপ্রবাহের পারস্পরিক ক্রিয়ায় উৎপন্ন বল ফিতাটিকে কম্পিত করে এবং ফাঁসের মধ্যে রেখাছিদ্রটির প্রস্থ কমে বাড়ে। এর ফলে রেখাছিদ্রটির মধ্য দিয়ে যে আলো ফিল্মের উপর আপতিত হয়, তার পরিমাণ মাইক্রোফোনে গৃহীত শব্দতরঙ্গ অনুযায়ী কম-বেশি হয়। 13·8(c) চিত্র থেকে আপনি এই পদ্ধতির মূল নীতিটি বুঝতে পারবেন।



চিত্র : 13.8(c)

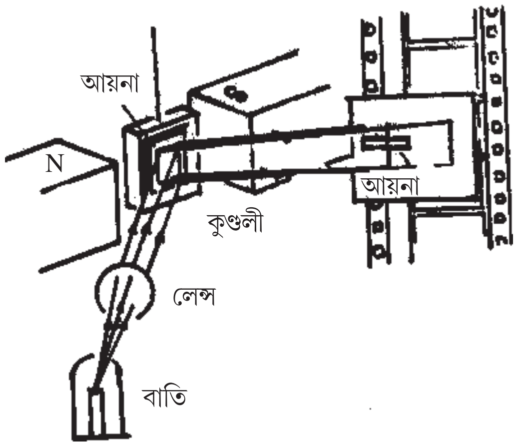
পরিবর্তী প্রস্থ অভিলেখন : আধুনিক চলচ্চিত্রে পূর্ববর্ণিত পরিবর্তী ঘনত্ব অভিলেখন ব্যবহৃত হয় না। বরং বিভিন্ন ধরনের পরিবর্তী প্রস্থ অভিলেখন প্রযুক্তিই বর্তমানে ব্যবহৃত হয়ে থাকে।

চিত্র : 13.9(a)

পরবর্তী প্রস্থ অভিলেখনে শব্দলিপির ঘনত্ব সমান থাকে কিন্তু প্রস্থ কম বাড়ে [চিত্র 13.9 (a)]। এই ধরনের অভিলেখনের একটি সহজ পদ্ধতি হল মাইক্রোফোন জাত তড়িৎপ্রবাহ একটি গ্যালভ্যানোমিটারের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত করা, যাতে গ্যালভ্যানোমিটারের আয়না গৃহীত শব্দতরঙ্গ অনুযায়ী কম্পিত হয়। আয়তাকার প্রস্থচ্ছেদের একটি সমান্তরাল আলোকরশ্মিগুচ্ছ ঐ আয়নায় আপতিত হয় এবং প্রতিফলনের পর একটি সরু রেখাছিদ্রকে আংশকিভাবে আলোকিত করে। আয়নাটি কম্পিত হলে রেখাছিদ্রের

আলোকিত অংশের দৈর্ঘ্য কমবেশি হয়। গতিশীল ফিল্মের উপর রেখাছিদ্রের একটি প্রতিবিম্ব পড়ে এবং গৃহীত শব্দতরঙ্গ অনুযায়ী প্রতিবিম্বের প্রস্থ কম্পিত হওয়ার ফলে পরিবর্তী প্রস্থের শব্দলিপি গঠিত হয়। 13.9(b) চিত্র থেকে আপনি এই পদ্ধতিটি বুঝতে পারবেন।

সিনেমার ফিল্মের অভিলিখিত শব্দলিপি থেকে মূল শব্দটি কীভাবে ফিরে পাওয়া যায়? দুই ধরনের অভিলেখনের ক্ষেত্রে শব্দের পুনর্জননের পদ্ধতিটি একই। শব্দলিপির উপর একটি আলোকিত রেখাছিদ্রের প্রতিবিম্ব গঠিত হয় এবং ফিল্মের মধ্য দিয়ে প্রেরিত আলো একটি ফটো ইলেকট্রিক সেলের উপর পড়ে। এই ফটো ইলেকট্রিক সেল দ্বারা উৎপন্ন তড়িৎপ্রবাহ মূল অভিলিখিত শব্দের কম্পন অনুযায়ী ওঠানামা করে। এই তড়িৎপ্রবাহকে বিবর্ধিত করে সিনেমার পর্দার পিছনে রাখা লাউডস্পিকারে পাঠানো হয় এবং এইরূপ এক বা একাধিক লাউডস্পিকার থেকে পুনর্জনিত শব্দ উৎপন্ন হয়।



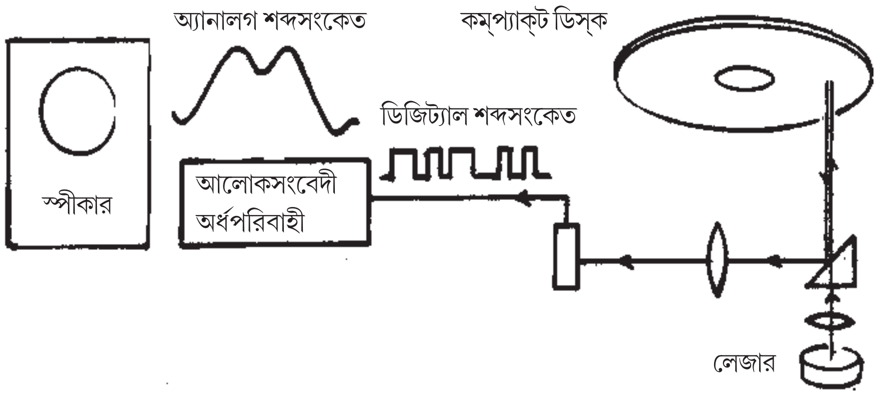
চিত্র : 13.9(b)

সাধারণত ফিল্মের উপর একটি পরিবর্তী প্রস্থ শব্দলিপির পরিবর্তে পাশাপাশি দুইটি অনুরূপ শব্দলিপি অভিলিখিত করা হয়। দুটির মধ্য দিয়ে প্রেরিত আলোকরশ্মি একই ফটো ইলেকট্রিক সেলের উপর পড়ে। দেখা গেছে, এই পদ্ধতিতে পুনর্জনিত শব্দের মধ্যে অবাঞ্ছিত অপশব্দ (noise) অনেকটা কমানো সম্ভব হয়। পরে দুই শব্দলিপিতে দুইটি পৃথক শব্দ অভিলিখিত করে এবং শব্দগুলি পৃথক ফটো ইলেকট্রিক সেল, বিবর্ধক ও লাউডস্পীকারের সাহায্যে পুনর্জনিত করে স্টিরিওফোনিক শব্দ ব্যবস্থা সৃষ্টি করা সম্ভব হয়েছে।

সাম্প্রতিককালে সিনেমার ফিল্মে শব্দ অভিলেখনের জন্য ডিজিট্যাল পদ্ধতি ব্যবহার করা হচ্ছে। এই পদ্ধতি সম্বন্ধে আপনি পরের অংশে কিছুটা বিশদভাবে জানতে পারবেন।

13.5.2 কমপ্যাক্ট ডিস্ক বা সিডি (CD)

শব্দ অভিলেখনের অন্যতম আধুনিক মাধ্যম আলোকীয় ডিস্ক বা কমপ্যাক্ট ডিস্ক, যেটিকে আমরা সংক্ষেপে সিডি বলে থাকি। এই ডিস্কের উপর একটি অ্যালুমিনিয়ামের স্তর থাকে। অভিলিখিত শব্দলিপি অ্যালুমিনিয়াম স্তরের উপর ডিস্কের পরিধি থেকে প্রায় কন্দ্রেস্থল পর্যন্ত প্যাঁচানো রেখা বরাবর ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র গর্তের আকারে খোদিত থাকে। অ্যালুমিনিয়ামের স্তরটি যাতে অক্ষত থাকে সেজন্য সেটির উপরে স্বচ্ছ ও মসৃণ প্লাস্টিকের আবরণ থাকে। গর্তগুলি প্রায় আয়তাকার—প্রস্থে 0.5 মাইক্রন এ দৈর্ঘ্যে 1থেকে 3 মাইক্রন। সেগুলি যে প্যাঁচানো রেখা বরাবর সাজানো থাকে, তার এক এক প্যাঁচের মধ্যে ফাঁক মাত্র 1.6 মাইক্রন। আপনার মনে হতে পারে যে, এত ক্ষুদ্র গর্তগুলি খোদিত করা বা সেগুলির পাঠোদ্ধার করার মত সুচীমুখ



চিত্র : 13.10

তৈরি করা দুঃসাধ্য হবে। আসলে এ ধরনের ডিস্কে শব্দ অভিলেখন অথবা পুনর্জননের জন্য লেজার রশ্মি ব্যবহৃত হয়।

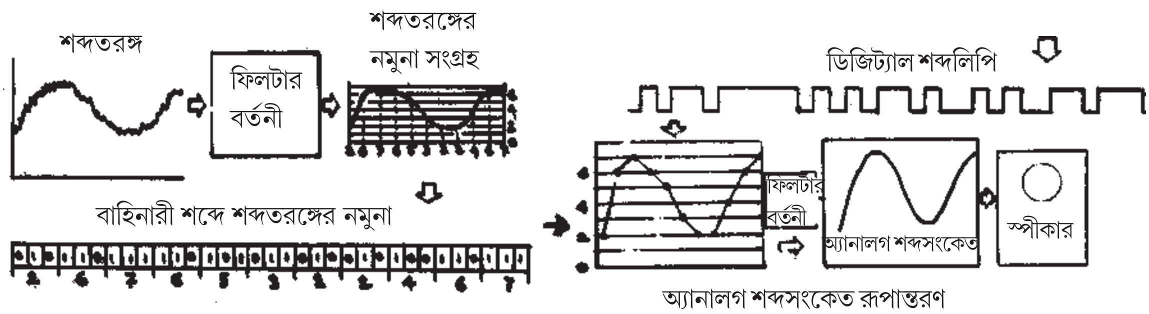
অভিলেখনের সময় লেজার রশ্মিটি শব্দসংকেত অনুযায়ী অ্যালুমিনিয়ামের উপর গর্তগুলি খোদিত করে। পুনর্জননের সময় অপেক্ষাকৃত কম শক্তির লেজার রশ্মি অ্যালুমিনিয়াম স্তরের উপর পড়ে এবং প্রতিফলিত রশ্মিটি আলোকসংবেদী অর্ধপরিবাহীর সাহায্যে গৃহীত হয়। প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতার হ্রাস বৃদ্ধিকে শব্দসংকেতে রূপান্তরিত করা হয়। 13.10 চিত্র থেকে বিষয়টি আপনার কাছে পরিষ্কার হবে।

গ্র্যামাফোন রেকর্ড থেকে কমপ্যাক্ট ডিস্কে শব্দ অভিলেখনের মূল পার্থক্য হল এই যে, গ্রামাফোন রেকর্ডে শব্দ সংরক্ষিত থাকে অ্যানালগ পদ্ধতিতে কিন্তু কমপ্যাক্ট ডিস্কে শব্দের অভিলেখন হয় ডিজিট্যাল পদ্ধতিতে। শব্দ সংরক্ষণের ডিজিট্যাল পদ্ধতি সম্বন্ধে আপনি নিশ্চয়ই কিছুটা জানতে চাইবেন।

ডিজিট্যাল সংরক্ষণ পদ্ধতি : সাধারণ গ্রামাফোন রেকর্ড বা চৌম্বক ফিতায় শব্দ অভিলেখনের সময় শব্দ তরঙ্গের একটি প্রতিরূপ অবিচ্ছিন্নভাবে লিপিবদ্ধ হয়। এই শব্দলিপি অভিলিখিত মূল শব্দকে যত অবিকলভাবে অনুসরণ করে, পুনর্জনিত শব্দ ততটাই মূল শব্দের অনুরূপ হয়। ডিজিট্যাল পদ্ধতিতে শব্দতরঙ্গকে অবিচ্ছিন্নভাবে অনুসরণ করা হয় না। বরং একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর শব্দতরঙ্গের অভিলেখনীয় রাশির নমুনা গ্রহণ করা হয় এবং সেটিকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তরিত করা হয়। আপনি হয়ত জানেন যে, একটি বাইনারি অর্থাৎ দ্বি-ভিত্তিক সংখ্যা কতকগুলি 0 ও 1-এর সাহায্যে লেখা হয়। শব্দতরঙ্গের নমুনাগুলি অভিলেখন মাধ্যমে পরপর বাইনারি সংখ্যা হিসাবে লিপিবদ্ধ হয়। চৌম্বক ফিতায় চুম্বকনের তারতম্য এবং কমপ্যাক্ট ডিস্কে অ্যালুমিনিয়াম প্রতিফলক ও গর্তগুলির দ্বারা '0' ও '1' সংখ্যাগুলি নির্দেশ করে বাইনারি সংখ্যাগুলি অভিলিখিত হয়। চলচ্চিত্রের ফিল্মে স্বচ্ছ ও অস্বচ্ছ অংশগুলি বাইনারি সংখ্যা নির্দেশ করে। মাত্র চারটি বিট (bit = binary digit) দ্বারা গঠিত একটি ডিজিট্যাল শব্দের দ্বারা শূন্য (0000) থেকে পনের (1111)

পর্যন্ত মোট ষোলটি সংখ্যাকে নির্দেশ করা যায়। শব্দের ডিজিট্যাল অভিলেখনে 14টি বা 16টি বিট দ্বারা গঠিত শব্দ দিয়ে শব্দতরঙ্গের তাৎক্ষণিক মান বোঝানো হয়। আপনি সহজেই হিসাব করে দেখতে পারেন যে, 14 টি বিট ব্যবহার করে মোট 2^{14} বা 16384 টি এবং 16 টি বিট ব্যবহার করে মোট 2^{16} বা 65536 টি সংখ্যা বোঝানো যায়।

শব্দ অভিলেখনে সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ যে তীব্রতাগুলি সংরক্ষিত হয়, তাদের পাল্লাটি অভিলেখনের উৎকর্ষের একটি সূচক। 16 টি বিটের শব্দ ব্যবহার করলে দুই তীব্রতার অনুপাত হয় $2^{16\times2} : 1$। কেননা তীব্রতা বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী। ডেসিবেলের হিসাবে এর মান $10\log(2^{32})$ বা, $10 \times 32 \times \log 2$ অর্থাৎ, $96dB$। এই মান যে কোনও অ্যানালগ অভিলেখন পদ্ধতির তীব্রতা ব্যাপ্তির (dynamic range) তুলনায় বড়, যার ফলে ডিজিট্যাল পদ্ধতিতে শব্দের বিকৃতি (distortion) অ্যানালগ পদ্ধতির তুলনায় অনেক কম হয়।



চিত্র : 13.11

13.11 চিত্র থেকে আপনি ডিজিট্যাল পদ্ধতির অভিলেখন ও পুনর্জনন ব্যবস্থাটি বুঝতে পারবেন। মাইক্রোফোন দ্বারা উৎপন্ন সংকেতকে বিবর্ধিত করে ইলেকট্রনিক ফিলটার বর্তনীর সাহায্যে 20,000Hz কম্পাঙ্কের উপরের উপাংশগুলি বাদ দেওয়া হয়। সংকেতটি এইবার ডিজিট্যাল সংকেতে রূপান্তরিত করা হয়। অর্থাৎ, শব্দটি এখন '0' ও '1' দিয়ে তৈরি বাইনারি শব্দের সংকেত রূপে বার হয়। এই সংকেতটিকে প্রয়োজন মত সংশোধন করে রেকর্ডিং হেডে পাঠানো হয়।

শব্দের পুনর্জননের জন্য প্লে-ব্যাক হেড থেকে বাইনারি সংকেতটি প্রথমে একটি মেমরিতে (memory) জমা হয় এবং একটি ঘড়ির সাহায্যে নির্দিষ্ট সময় অন্তর ভুল সংশোধন প্রক্রিয়ার মাধ্যমে ডিজিট্যাল থেকে অ্যানালগ সংকেতে রূপান্তরণ ব্যবস্থায় পাঠানো হয়। এই ব্যবস্থা থেকে উৎপন্ন অ্যানালগ সংকেত পুনরায় 20,000Hz-এর উপরের কম্পাঙ্ক বর্জন করার ফিলটার এবং ক্ষমতা বিবর্ধকে (power amplifier) যায় ও অবশেষে লাউডস্পিকারে শব্দের পনির্জনন ঘটায়।

ডিজিট্যাল পদ্ধতিতে শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের যে ব্যবস্থার কথা আপনি পড়লেন, এটি চৌম্বক ফিতা এবং কমপ্যাক্ট ডিস্ক—উভয় মাধ্যমের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। চলচ্চিত্রের ফিল্মে শব্দ অভিলেখনেও এই পদ্ধতি

ব্যবহৃত হচ্ছে এবং এই পাঠ্যবস্তু রচনার সময়ে এটিই সর্বাধিক প্রচলিত পদ্ধতি। আধুনিক 12 cm ব্যাসের কমপ্যাক্ট ডিস্কে 44.1 কিলোহার্ৎস্ হারে (অর্থাৎ সেকেন্ডে 44100 টি) গৃহীত শব্দের নমুনা 16 বিট শব্দের আকারে অভিলিখিত হয়। এগুলির তীব্রতা-ব্যাপ্তি অন্তত 90dB, শব্দবিকৃতি 0·004 শতাংশের কম এবং 5Hz থেকে 20,000Hz কম্পাঙ্কের মধ্যে শব্দোৎপাদনের সাড়ায় (frequency response) 0·5 ডেসিবেলের বেশি হেরফের হয় না। এই সুবিধাগুলির জন্যই শব্দের অভিলেখন ও পুনর্জননে ডিজিট্যাল প্রযুক্তি একটি স্থায়ী জায়গা করে নিতে পেরেছে।

চলচ্চিত্রের ফিল্মে ও কমপ্যাক্ট ডিস্কে শব্দ অভিলেখন ও সেগুলি থেকে শব্দ পুনর্জননের বিষয়ে যা পড়লেন এবার তার উপর একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী 3 :

(i) পরিবর্তী ঘনত্ব অভিলেখনে ব্যবহৃত রেখাছিদ্রটি অত্যন্ত সুক্ষ্ম হয়। এর কারণ কী?

(ii) পরিবর্তী প্রস্থ অভিলেখনে পাশাপাশি দুইটি শব্দলিপি অভিলিখিত হয়। এর সুবিধা কী?

(iii) শব্দের ডিজিট্যাল অভিলেখনে 14 বা 16 বিটের সংখ্যা ব্যবহার না করে আরও কম সংখ্যক বিটের সংখ্যা ব্যবহার করলে কী অসুবিধা হত?

(iv) আলোকীয় ডিস্কের পাঠোদ্ধারে অতি সূক্ষ্ম লেজার রশ্মির প্রয়োজন হয় কেন?

13.6 অনুষঙ্গিক যন্ত্রাবলী

এ পর্যন্ত আপনি এই এককের যতটা পড়েছেন তাতে দেখেছেন যে, শব্দ অভিলেখন বা পুনর্জননের যে কোনও উন্নত পদ্ধতিতে শব্দকে প্রথমেই বৈদ্যুতিক সংকেতে রূপান্তরিত করা হয় এবং বিবর্ধন ও অন্যান্য প্রক্রিয়ার পর সংকেতটিকে অভিলেখন ব্যবস্থায় পাঠানো হয়। তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের মাধ্যমে সম্প্রচারের জন্যও শব্দ সংকেতকে বৈদ্যুতিক সংকেতে রূপান্তরিত করা প্রয়োজন। যে যন্ত্র এই রূপান্তরণ ঘটায়, সেটি হল মাইক্রোফোন (microphone)। আবার বৈদ্যুতিক সংকেতকে পুনরায় শব্দসংকেতে রূপান্তরিত করতে যে যন্ত্রটি ব্যবহৃত হয়, সেটি হল লাউডস্পিকার। মাইক্রোফোন ও লাউডস্পিকার—উভয় যন্ত্রই কোন এক মাধ্যমের এক জাতীয় তরঙ্গ থেকে অন্য মাধ্যমে ভিন্ন জাতীয় তরঙ্গ উৎপন্ন করে। এ জাতীয় যন্ত্রকে ট্রান্সডিউসার (transducer) বলা হয়। এই অংশ থেকে আপনি এই দুই যন্ত্রের গঠন ও কার্যপ্রণালী সম্পর্কে কিছুটা ধারণা পেতে পারবেন। প্রথমে আমরা মাইক্রোফোন সম্বন্ধে আলোচনা কর।

13.6.1 মাইক্রোফোন

আপনি আগেই জেনেছেন যে, মাইক্রোফোনের কাজ শব্দের কম্পনকে বৈদ্যুতিক সংকেতে রূপান্তিরিত করা। এই রূপান্তরণে নানা ধরনের ভৌত ঘটনা ব্যবহার করা হয়ে থাকে। যেমন তড়িৎচুম্বকীয় আবেশ, ধারকের ধারকত্বের ও পাত্রে আবদ্ধ রাখা কার্বন কণার রোধের পরিবর্তন, চাপবিদ্যুৎ বা পিজোইলেকট্রিক (piezoelectric) অভিক্রিয়া এবং চৌম্বক ততি বা ম্যাগনেটোস্ট্রিকশন (magnetostriction)। যে কোনও মাইক্রোফোন ব্যবহারযোগ্য হতে হলে তার কয়েকটি বাঞ্ছনীয় গুণ থাকা প্রয়োজন। আপনি হয়ত এগুলি সম্বন্ধে আগেই জেনে নিতে চাইবেন। এই গুণগুলি হল :

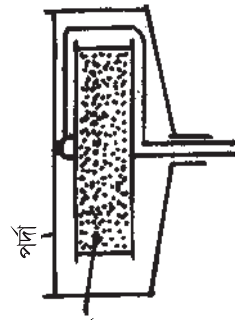
(a) **সুবেদিতা (sensitivity) :** মাইক্রোফোনে আপতিত শব্দচাপের বিস্তার ρ_0 এবং মুক্ত বর্তনীতে মাইক্রোফোন দ্বারা উৎপন্ন ভিবব প্রভেদের বিস্তার E_0 — এই দুই-এর অনুপাত অর্থাৎ $M =$ রাশিটি মাইক্রোফোনের সাড়া (response) বা সুবেদিতা সূচিত করে। এটির একক ভোল্ট/প্যাস্কাল । অনেক সময় 0·1 প্যাস্কাল পিছু এক ভোল্ট বিভব প্রভেদকে মানক হিসাবে ধরে ডেসিবেলের হিসাবে সুবেদিতার মান লেখা হয়। এই হিসাবে সুবেদিতার আপেক্ষিক মান $\frac{E_0/p_0}{0{\cdot}1} = \frac{E_0}{10p_0}$ । যেহেতু উৎপন্ন ক্ষমতা বিভব প্রভেদের বর্গের সমানুপাতী, ডেসিবেলের হিসাবে মাইক্রোফোনের সাড়া $n = 10\log\left(\frac{E_0}{10p_0}\right)^2 = 20\log\left(\frac{E_0}{10p_0}\right)$।
সাধারণভাবে, মাইক্রোফোনের অন্যান্য গুণগুলি অক্ষত রেখে সুবেদিতার মান যত অধিক হয় ততই ভাল। তবে উচ্চমানের ইলেকট্রনিক বিবর্ধক সহজলভ্য হওয়ায় সুবেদিতার মান কিছুটা কম হলেও সেই ঘাটতি সহজেই পূরণ করা যায়।

(b) কম্পাঙ্ক-সাড়ার সুসমতা (uniformity of frequency-response) : মাইক্রোফোনের সুবেদিতা বা সাড়ার মান শব্দের কম্পাঙ্কের উপর নির্ভরশীল হলে উৎপন্ন বিভব প্রভেদ মিশ্র কম্পাঙ্কের শব্দের কম্পনকে যথাযথভাবে অনুসরণ করে না। ফলে অভিলিখিত শব্দে বা লাউডস্পিকারে উৎপন্ন শব্দে বিকৃতি ঘটে। এই বিকৃতি এড়িয়ে শব্দের অবিকলতা (fidelity) বজায় রাখার জন্য মাইক্রোফোনের সাড়ার যথাসম্ভব কম্পাঙ্ক-অনির্ভর হওয়া প্রয়োজন।

(c) তীব্রতা-ব্যাপ্তি (dynamic range) : মাইক্রোফোনে আপতিত শব্দের তীব্রতার যে পাল্লার মধ্যে উৎপন্ন বিভব প্রভেদ শব্দচাপের সমানুপাতী থাকে, সেটিই মাইক্রোফোনের তীব্রতা ব্যাপ্তি। অতি দুর্বল শব্দে মাইক্রোফোনের নিজস্ব অপস্বর এবং অতি তীব্র শব্দের ক্ষেত্রে উৎপন্ন বিভব কম্পনের বিকৃতি তীব্রতা ব্যাপ্তিকে সীমিত রাখে।

এবার আমরা প্রচলিত কয়েক প্রকার মাইক্রোফোনের গঠন ও কার্যনীতি সম্বন্ধে আলোচনা করব। এগুলি হল কার্বন মাইক্রোফোন, ধারক বা কনডেনসার মাইক্রোফোন, পিজোইলেকট্রিক মাইক্রোফোন ও চল কুণ্ডলী মাইক্রোফোন।

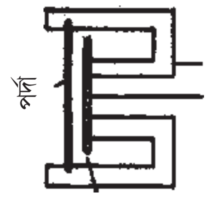
কার্বন মাইক্রোফোন : এ জাতীয় মাইক্রোফোনে একটি প্রকোষ্ঠে কার্বনের দানা কিছুটা আলগাভাবে ভরা থাকে (চিত্র 13.12) । শব্দ মাইক্রোফোনের পর্দায় আপতিত হলে শব্দচাপের ফলে পর্দাটি কম্পিত হয় এবং পর্দার সঙ্গে যুক্ত একটি পিস্টন কার্বনের দানাগুলির উপর চাপের হ্রাস বৃদ্ধি ঘটায়। এই চাপের সঙ্গে দানাগুলির পরস্পরের মধ্যে স্পর্শতলও কমে বাড়ে, ফলে কার্বনের দানাগুলির বৈদ্যুতিক রোধও পরিবর্তিত হয়। এই অবস্থায় যদি আপনি ব্যাটারির সাহায্যে কার্বনের মধ্য দিয়ে বৈদ্যুতিক প্রবাহ পাঠাতে চেষ্টা করেন, তবে শব্দের কম্পনের সঙ্গে কার্বনের মধ্য দিয়ে বৈদ্যুতিক প্রবাহও কম্পিত হতে থাকবে।



কার্বনের দানা
চিত্র : 13.12

কার্বন মাইক্রোফোনের বৈদ্যুতিক সংকেত শক্তিশালী। এর সাড়ার মান - 45 থেকে - 40 ডেসিবেলের মত। এটি টেকসই অথচ স্বল্পমূল্য ; তবে এটিতে কম্পাঙ্ক সাড়া সুসম না হওয়ায় শব্দের অবিকলতা বজায় থাকে না। টেলিফোন ও বেতার যোগাযোগে কার্বন মাইক্রোফোন প্রায়ই ব্যবহৃত হয়।

ধারক মাইক্রোফোন : এই মাইক্রোফোনে একটি টান দেওয়া ধাতুর পর্দা ও একটি দৃঢ়ভাবে সংবদ্ধ পাত মিলিতভাবে একটি সমান্তরাল পাত ধারকের মত কাজ করে। আপতিত শব্দের কম্পনের সঙ্গে ধাতুর পর্দাটি কম্পিত হয়, ধারকের ধারকত্বেরও হ্রাস বৃদ্ধি হয়। এই ধারকের সঙ্গে একটি ব্যাটারি ও ভার রোধ শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত করলে ধারকত্বের ওঠানামার ফলে ভাররোধের মধ্য দিয়ে পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহের সৃষ্টি হয়। 13.13 চিত্রে আপনি ধারক মাইক্রোফোনের একটি গঠনচিত্র দেখতে পাবেন।



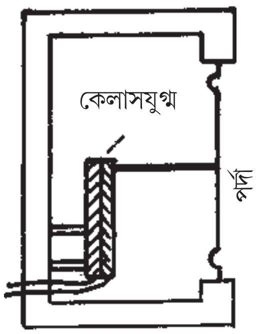
সংবদ্ধ পাত
চিত্র : 13.13

ধারক মাইক্রোফোনের একটি বড় সুবিধা এই যে, এর সুবেদিতা প্রায় 6-7 KHz পম্পাঙ্ক পর্যন্ত অপরিবর্তিত থাকে। অবশ্য এর বেশি কম্পাঙ্কে টান দেওয়া ধাতুর পর্দার নিজস্ব কম্পাঙ্কে অনুনাদের ফলে কম্পাঙ্ক-সাড়া বৃদ্ধি পায়। এরও অধিক কম্পাঙ্কে সাড়ার মান পর্দার ভরের উপর নির্ভরশীল হয় এবং ক্রমশ কমে যায়। ধারক মাইক্রোফোনের সুবেদিতার মান অত্যন্ত অল্প। ডেসিবেলের হিসাবে এটি - 50db এর কাছাকাছি। তবে ইলেকট্রনিক বিবর্ধক ব্যবহার করে এই অসুবিধা কাটিয়ে ওঠা যায়। ধারকের ধারকত্ব সাধারণত অত্যন্ত অল্প হয়, প্রায় 100 pF এর মতো। এজন্য দীর্ঘ যোজক তার ব্যবহার না করে মাইক্রোফোনের সঙ্গেই প্রাক্-বিবর্ধক (pre-amplifier) রেখে উৎপন্ন বিভব প্রভেদকে বিবর্ধিত করতে হয়। ব্যবহারের সময় এই মাইক্রোফোনে 200 থেকে 400 ভোল্টের ব্যাটারি অথবা সম্পূর্ণ স্থির বিভবের ব্যাটারি এলিমিনেটর ব্যবহার করতে হয়।

পিজোইলেকট্রিক মাইক্রোফোন : এ ধরনের মাইক্রোফোনের ক্রিয়া বুঝতে হলে প্রথমেই পিজোইলেকট্রিক বা চাপ বিদ্যুৎ ধর্মের বিষয়টি আলোচনা করে নিতে হবে। দ্বাদশ এককে আপনি এ সম্বন্ধে কিছুটা জেনেছেন।

কোয়ার্টজ, রোশের সল্ট (Rochelle Salt), এ ডি পি (ammonium dihydrogen phosphate) প্রভৃতি কেলাসে পিজোইলেকট্রিক ধর্ম দেখা যায়। এই কেলাসগুলি থেকে বিশেষভাবে কাটা অংশে যান্ত্রিক পীড়ন প্রয়োগ করলে সেটির দুই তলের মধ্যে বিভব প্রভেদ তৈরি হয় এবং দুই বিপরীত তলে পরস্পর বিপরীত বৈদ্যুতিক আধান দেখা দেয়। বিভব প্রভেদের নাম অবশ্য কেলাসটি কীভাবে কাটা হয়েছে এবং কোন ধরনের পীড়ন প্রয়োগ করা হয়েছে অর্থাৎ, তা সংনমন, প্রসারণ বা বংকন—এর কোন জাতীয়, তার উপর নির্ভর করে। শব্দতরঙ্গ পিজোইলেকট্রিক কেলাসের উপর আপতিত হলে শব্দচাপের ওঠানামার সঙ্গে কেলাসের দুই বিপরীত তলের মধ্যে যে বিভব প্রভেদ সৃষ্ট হয়, সেটি বিবর্ধন করে লাউস্পিকারে অথবা শব্দ অভিলেখন ব্যবস্থায় পাঠানো হয়। এই জাতীয় মাইক্রোফোনকে কেলাস মাইক্রোফোন বলা হয়। বেরিয়াম টাইট্যানেট জাতীয় সেরামিক পদার্থে বিশেষ প্রক্রিয়ায় স্থায়ী বিদ্যুৎ-মেরুভবন (electric polarization) ঘটালে এটি পিজোইলেকট্রিক ধর্ম লাভ করে। এই জাতীয় সেরামিক পদার্থ যে মাইক্রোফোনে ব্যবহৃত হয়, তাকে সেরামিক মাইক্রোফোন বলা হয়।

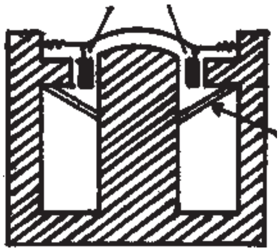
সাধারণ শব্দচাপে পিজোইলেকট্রিক মাইক্রোফোনে উৎপন্ন বিভব প্রভেদ অতি অল্প মানের হয়। এই বিভব প্রভেদ বাড়ানোর জন্য যে বিশেষ গঠন পদ্ধতি অবলম্বন করা হয় সেটি আপনি 13.14 চিত্রে দেখতে পাবেন। শব্দতরঙ্গ একটি হালকা পর্দার উপর আপতিত হয়ে সেটিকে কম্পিত করে। পর্দার কেন্দ্রের সংলগ্ন একটি কাঁটা ঐ কম্পনকে দুইটি পিজোইলেকট্রিক কেলাসের এক প্রান্তে সঞ্চালিত করে। কেলাস দুইটি পাশাপাশি জোড়া লাগানো থাকে এবং বৈদ্যুতিক সংযোগের সুবিধার জন্য সেগুলির উভয়দিকে ধাতুর প্রলেপ লাগানো থাকে। কেলাসযুগ্মের (bimorph) উপর পীড়ন প্রযুক্ত হলে সেটি তার বিকৃতির সমানুপাতী বিভব প্রভেদ উৎপন্ন করে। মাইক্রোফোনের পর্দা, কাঁটা ও কেলাসযুগ্ম এমনভাবে তৈরি হয় যে, সেটির কম্পনশীল অংশের অনুনাদ কম্পাঙ্ক সচরাচর যে কম্পাঙ্ক পাল্লার মধ্যে মাইক্রোফোনটি ব্যবহৃত হয়, তার উপরে থাকে। ফলে এটির কম্পাঙ্ক সাড়া প্রায় সুসম থাকে। এই পদ্ধতিতে নির্মিত মাইক্রোফোনের সাড়া সাধারণত শ্রাব্য কম্পাঙ্কে –50 5 ডেসিবেলের মধ্যে থাকে। ধারক মাইক্রোফোনের তুলনায় কেলাস মাইক্রোফোনের একটি বাড়তি সুবিধা এই যে, এটিতে কোনও সংলগ্ন প্রাক্-বিবর্ধক ব্যবহারের প্রয়োজন হয় না। অভিভাষণ ব্যবস্থায়, শ্রবণ সহায়ক যন্ত্রে ও শব্দের তীব্রতা মাপক যন্ত্রে প্রায়ই পিজোইলেকট্রিক মাইক্রোফোন ব্যবহার করা হয়।



চিত্র : 13.14

চলকুণ্ডলী (moving coil) মাইক্রোফোন : 13.3.2 অংশে যে চলকুণ্ডলী পিক-আপের উল্লেখ করা হয়েছে, এই মাইক্রোফোনের কার্যনীতি তারই অনুরূপ। 13.15 চিত্র থেকে আপনি এই মাইক্রোফোনের গঠনটি বুঝতে পারবেন। এখানে M একটি বাটির আকারের স্থায়ী চুম্বক যার একটি মেরু (N) বলয়কৃতি এবং অন্য মেরুটি বাটির কেন্দ্রে স্তম্ভের আকৃতিবিশিষ্ট (S) D পর্দাটি দৃঢ় ও অর্ধগোলকাকৃতি, এর বাইরের অংশ ঢেউ খেলানো পাতের সাহায্যে নিবদ্ধ, যাতে পর্দাটি সহজে ওঠানামা করতে পারে। পর্দার সঙ্গে একটি তারের কুণ্ডলী আটকানো থাকে, যেটি পর্দার কম্পনের সঙ্গে স্থায়ী চুম্বককের চৌম্বক্ষেত্রে চলাফেরা করে। এর ফলে

এই কুণ্ডলীতে চৌম্বক আবেশজনিত বিভব প্রভেদের সৃষ্টি হয়। চুম্বকের মেরু দুইটির মধ্যে রেশমের কাপড়ের একটি শঙ্কু আটকানো থাকে। পর্দা ও রেশমী শঙ্কুর মধ্যে আবদ্ধ বায়ু সংনমন ও তনুভবনের ফলে পর্দার উপর প্রত্যানয়ক বল তৈরি করে। ঢেউ খেলানো পাতটিও পর্দাকে সাম্যাবস্থায় ফেরাতে সাহায্য করে। এছাড়া রেশমী শঙ্কুটি শ্রাব্য কম্পাঙ্কের মধ্যে পর্দার অনুনাদী কম্পন রোধ করে কম্পাঙ্ক—সাড়াকে অনেকটা সুষম করে। এই মাইক্রোফোনের সাড়ার মান অত্যন্ত কম, প্রায়-90 থেকে -95 ডেসিবেলের মধ্যে, তবে এর অভ্যন্তরীণ প্রতিরোধ (internal impedance) খুব কম, প্রায় 10 এর মতো। ফলে উৎপন্ন পরিবর্তী বিভব প্রভেদকে সহজেই ট্রান্সফরমার দ্বারা বর্ধিত করে বিবর্ধকে পাঠানো যায়।



স্থায়ী চুম্বক

চিত্র : 13.15

দিষ্টতা (directionality) : এখানে আপনি চার ধরনের মাইক্রোফোনের গঠন, কার্যপদ্ধতি ও কয়েকটি ধর্ম সম্বন্ধে জানতে পারলেন। কিন্তু মাইক্রোফোনের আরও একটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম সম্বন্ধে আপনার মনে জিজ্ঞাসা থাকতে পারে। আমরা নাটকের মঞ্চে যে মাইক্রোফোন ব্যবহার করি তা মঞ্চের বিভিন্ন অংশ থেকে আসা শব্দ ধরতে সক্ষম হওয়া উচিত। কিন্তু একজন সাংবাদিক ভিড়ের মধ্যে কোনও এক নির্দিষ্ট ব্যক্তির কণ্ঠস্বর রেকর্ড করতে চাইলে তাঁর মাইক্রোফোন যত একমুখী (unidirectional) হয় ততই ভাল। এই দুই ক্ষেত্রে মাইক্রোফোনের যে ধর্মটি আমরা বিবেচনা করছি সেটি হল তার দিষ্টতা (directionality)। শব্দ মাইক্রোফোনের ওপর সরাসরি সামনে থেকে আপতিত হলে যে সাড়া পাওয়া যায়, মাইক্রোফোনের অক্ষের সঙ্গে শব্দ আপতনের দিখে আনত থাকলে সাড়া তার চেয়ে কম হয়। এটির প্রথম কারণ মাইক্রোফোনের দ্বারা শব্দতরঙ্গের ব্যবর্তন (diffraction), যার ফলে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য মাইক্রোফোনের আকারের সঙ্গে তুলনীয় হলে তির্যকভাবে আপতিত শব্দ মাইক্রোফোনে অপেক্ষাকৃত অল্প শব্দচাপ উৎপন্ন করে। দ্বিতীয় কারণটি এই যে, তির্যকভাবে আপতিত শব্দ মাইক্রোফোনের পর্দার বিভিন্ন অংশে যে পরিবর্তী শব্দচাপ প্রয়োগ করে মাইক্রোফোনের আকার তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তুলনায় নেহাত ছোট না হলে তার দশাকোণ পর্দার বিভিন্ন অংশে বিভিন্ন হয়। ফলে সেগুলির প্রভাব ব্যতিচারের ফলে ক্ষয়প্রাপ্ত হয়। তবে মাইক্রোফোনের দিষ্টতা তার গঠন, আকার, আকৃতি ও শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভরশীল এবং বিভিন্ন প্রয়োগের ক্ষেত্রে বিভিন্ন প্রকার দিষ্টতা বাঞ্ছনীয় বলে মনে করা হয়। এবার আমরা মাইক্রোফোনের বিপরীতধর্মী একটি যন্ত্রের কথা আলোচনা করব।

13.6.2 লাউডস্পিকার (Loudspeaker)

মাইক্রোফোন যেমন শব্দতরঙ্গের কম্পনকে বৈদ্যুতিক বিভব বা প্রবাহের কম্পনে পরিণত করে, তেমনই লাউডস্পিকার বৈদ্যুতিক বিভব বা প্রবাহের কম্পন থেকে শব্দ উৎপন্ন করে। অর্থাৎ, এটির কার্য মাইক্রোফোনের কার্যের ঠিক বিপরীত। আদর্শ লাউডস্পিকারের যে গুণগুলি থাকা উচিত সেগুলি আগে জেনে নেওয়া যাক। এগুলি হল :

(a) বৈদ্যুতিক শক্তিকে শব্দশক্তিতে রূপান্তরণের দক্ষতা যথাসম্ভব অধিক হওয়া উচিত।

(b) শব্দ উৎপাদন সাড়া (acoustic output response) সমগ্র শ্রাব্য কম্পাঙ্কে কম্পাঙ্ক-অনির্ভর হওয়া উচিত।

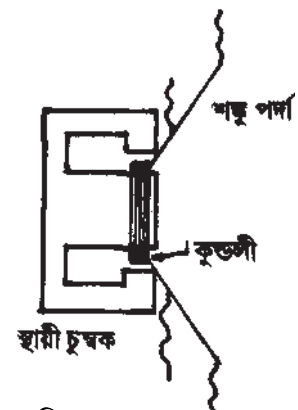
(c) উৎপন্ন শব্দে যেন কোনওরূপ বিকৃতি না থাকে এবং স্থায়ী ও ক্ষণস্থায়ী, উভয় প্রকার বৈদ্যুতিক সংকেতের জন্যই যেন উৎপন্ন শব্দের অবিকলতা বজায় থাকে।

(d) উৎপন্ন শব্দের বিকিরণ অদিষ্ট, অর্থাৎ বিভিন্ন দিকে সমভাবে বন্টিত হওয়া চাই।

(e) নির্দিষ্ট শব্দ উৎপাদন ক্ষমতার জন্য লাউডস্পিকারের আকার যেন যথাসম্ভব ছোট হয়।

মাইক্রোফোনের মধ্যে লাউডস্পিকার, যাকে অনেক সময় 'স্পিকার' বলা হয়, বিভিন্ন ভৌত ঘটনাকে ভিত্তি করে নির্মিত হতে পারে। এখানে আমরা সর্বাধিক প্রচলিত চলকুণ্ডলী লাউড স্পিকারের গঠন ও কার্যনীতির বিষয়ে আলোচনা করব।

চলকুণ্ডলী লাউডস্পিকার (Moving coil loudspeaker) : এটির গঠন অনেকটা চলকুণ্ডলী মাইক্রোফোনের মতো। চিত্র 13.16 লক্ষ্য করলে আপনি দেখতে পত্রাবেন যে, এর চুম্বকটি বাটির আকৃতি, একটি মেরু বলয়াকৃতি এবং বাটির অক্ষ বরাবর একটি দণ্ডই অন্য মেরু। শক্ত কাগজের তৈরি একটি শঙ্কু আকৃতির পর্দার সঙ্গে আটকানো স্বরকুণ্ডলী দুটি চৌম্বক মেরুর মধ্যে সমাক্ষভাবে থাকে। শঙ্কুর বাইরের প্রান্ত ঢেউ খেলানো (corrugated) এবং তার বেড়টি আবদ্ধ থাকে। পর্দার কেন্দ্রীয় অঞ্চলটিও ঢেউ খেলানো কাগজ বা অন্য কোনও নরম পর্দার সাহায্যে স্পিকারের প্রকোষ্ঠের সঙ্গে আটকে রাখা হয়।



চিত্র : 13.16

স্বরকুণ্ডলীতে শব্দসংকেতের বিদ্যুৎপ্রবাহ পাঠানো হলে চৌম্বকক্ষেত্র প্রবাহের দিক ও মান অনুযায়ী কুণ্ডলীর উপর বল প্রয়োগ করে। এর ফলে স্বরকুণ্ডলীটি এবং তার সঙ্গে সমগ্র পর্দাটি সমাক্ষভাবে সামনে পিছনে কম্পিত হয়। এই কম্পনই স্পিকার থেকে শব্দ উৎপন্ন করে। শঙ্কু পর্দাটির ব্যাস বেশ বড়, প্রায় 20-25 cm পর্যন্ত হওয়ায় পর্দার কম্পন অনেকটা বায়ুতে সঞ্চালিত হয়, যার ফলে উৎপন্ন শব্দটি আমরা বেশ জোরে শুনতে পাই।

নিম্ন কম্পাঙ্কে শঙ্কু পর্দাটির সবটাই একত্রে কম্পিত হয়। কিন্তু উচ্চ কম্পাঙ্কে পর্দাটি এক বা একাধিক নিস্পন্দ বৃত্ত দ্বারা বিভক্ত হয়। বাইরের অঞ্চলগুলিতে কম্পনের বিস্তার কম থাকে। শব্দ প্রধানত কেন্দ্রীয় অঞ্চল থেকেই বিকীর্ণ হয়। সাধারণত একটি লাউডস্পিকার উচ্চ ও নিম্ন উভয় কম্পাঙ্কে যথেষ্ট শব্দক্ষমতা বিকীর্ণ করতে পারে না। এজন্য একই সঙ্গে অন্তত দুইটি স্পিকার ব্যবহার করা হয় যার মধ্যে নিম্ন কম্পাঙ্কের স্পিকারটির শঙ্কু পর্দা বড় এবং উচ্চ কম্পাঙ্কের স্পিকারটির শঙ্কুপর্দা অপেক্ষাকৃত ছোট হয়। একটি ইলেকট্রিনিক নির্বাচক বর্তনী বিবর্ধক থেকে আসা শব্দ সংকেতের নিম্ন ও উচ্চ কম্পাঙ্ক উপাংশগুলিকে পৃথক করে সেগুলিকে যথাযথভাবে দুই স্পিকারে চালিত করে। আপনি হয়ত লাউডস্পিকার বাক্সে বড় উফার (woofer, কুকুরের ডাকের সাদৃশ) ও ছোট টুইটার (tweeter, পাখির ডাকের সদৃশ) স্পিকার দেখেছেন। এগুলির প্রয়োজনীয়তা এবার আপনি উপলব্ধি করতে পারছেন।

এবার মাইক্রোফোন এবং লাউডস্পিকার সম্বন্ধে একটি অনুশীলনীর জবাব দিন।

অনুশীলনী- 4 :

(i) ধারক মাইক্রোফোনের তুলনায় কার্বন মাইক্রোফোনের একটি সুবিধা ও একটি অসুবিধা লিখুন।

(ii) উত্তম মাইক্রোফেনের কোন্ কোন্ গুণ থাকা উচিত?

(iii) লাউডস্পিকারের শব্দ-উৎপাদন সাড়া, উৎপন্ন শব্দের বিকৃতি ও বিকিরণের দিষ্টতা কেমন হওয়া উচিত বলে আপনি মনে করেন?

(iv) উভার ও টুইটার স্পিকারের কাজ কী?

13.7 সারাংশ

এই এককটিতে শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের প্রচলিত প্রযুক্তিগুলির সম্বন্ধে একটি সংক্ষিপ্ত বিবরণ দেওয়া হয়েছে। প্রথমেই ঊনবিংশ শতাব্দীর মাঝামাঝি থেকে আজ পর্যন্ত শব্দ প্রযুক্তির যে সব যুগান্তকারী আবিষ্কার ও উন্নয়ন ঘটেছে, সেগুলির একটি কালানুক্রমিক তালিকা দেওয়া হয়েছে। এর পর গ্রামাফোন রেকর্ডে অভিলেখনের যান্ত্রিক পদ্ধতি, চৌম্বক ফিতায় অভিলেখনের চৌম্বক পদ্ধতি এবং সবাক চলচ্চিত্রের ফিল্ম ও আলোকীয় ডিস্কে অভিলেখনের আলোকীয় পদ্ধতির পৃথক পৃথক বর্ণনা দেওয়া হয়েছে। প্রতিটি ক্ষেত্রে শব্দ পুনর্জননের ব্যবস্থাটিও আমরা আলোচনা করেছি।

আলোকীয় ডিস্কে যে ডিজিট্যাল পদ্ধতি ব্যবহৃত হয় তা চৌম্বক ফিতা এবং চলচ্চিত্রের ফিল্মেও ব্যবহৃত হচ্ছে। শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের ক্ষেত্রে এটিই বর্তমানে প্রচলিত পদ্ধতি। সুতরাং, নতুন এই প্রযুক্তির সঙ্গে আপনাকে পরিচিত করতে এর মূল নীতিটি পৃথকভাবে আলোচনা করা হয়েছে।

যে কোন শব্দ প্রযুক্তিতেই মাইক্রোফোন এবং লাউডস্পিকার অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ ও অপরিহার্য আনুষঙ্গিক যন্ত্র। তাই এগুলি সম্বন্ধেও পৃথকভাবে আলোচনা করা হয়েছে।

এই এককে যন্ত্রাবলীর বিভিন্ন অংশের পুঙ্খানুপুঙ্খ বর্ণনার চেয়ে পদার্থবিদ্যার দৃষ্টিকোণ থেকে সেগুলির কার্যনীতির ব্যাখ্যায় বেশি জোর দেওয়া হয়েছে। এটি হয়ত আপনার দৃষ্টি এড়ায়নি।

13.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. গ্রামাফোন রেকর্ডে শব্দ অভিলেখন পদ্ধতির সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দিন।

2. যান্ত্রিক পুনর্জনন ব্যবস্থায় পিক-আপ নির্মাণে যে প্রযুক্তি ব্যবহৃত হয়, মাইক্রোফোন যন্ত্রও সেই প্রযুক্তিগুলির উপর নির্ভর করেই কাজ করে। — এই উক্তির সমর্থনে যুক্তি দেখান।

3. গ্রামাফোন রেকর্ডের তুলনায় চৌম্বক ফিতা ব্যবহারের সুবিধা কী কী?

4. টেপরেকর্ডার যন্ত্রের কার্যপ্রণালী সংক্ষেপে বর্ণনা করুন।

5. সবাক চলচ্চিত্রে কীভাবে শব্দের অভিলেখন ও পুনর্জনন করা হয়?

6. শব্দ অভিলেখন ও পুনর্জননের ডিজিট্যাল পদ্ধতির বিবরণ দিন।

7. কমপ্যাক্ট ডিস্ক বা আলোকীয় ডিস্কে কিভাবে শব্দ অভিলিখিত হয় এবং এগুলি থেকে কীভাবে শব্দের পুনর্জনন ঘটানো হয়?

8. প্রচলিত কোনও এক ধরনের মাইক্রোফোনের গঠন ও কার্যনীতির বর্ণনা দিন।

9. সাধারণ লাউডস্পিকারের গঠন ও কার্যপদ্ধতি বর্ণনা করুন।

13.9 উত্তরমালা

অনুশীলনী :

1. (i) বৈদ্যুতিক পিক-আপ প্রধানত চার প্রকারের হয় : (a) তড়িৎচুম্বকীয়, (b) চাপবৈদ্যুতিক বা পিজোইলেকট্রিক, (c) রোধ ও (d) ধারকীয়।

(ii) শব্দের পর্যায় কাল সেকেন্ড। এই সময়ে রেকর্ডটি = = 0·0067 রেডিয়ান কোণে ঘুরবে। সুতরাং, শব্দের একটি পূর্ণ পর্যায়, $0{\cdot}0067 \times 12$ অর্থাৎ 0·081cm দৈর্ঘ্য জুড়ে থাকবে।

2. (i) লৌহের অক্সাইড Fe_0O_3 ও ক্রোমিয়াম ডাই-অক্সাইড।

(ii) এ সি বায়াস অভিলেখন পদ্ধতি ব্যবহার করলে সংকেতের তুলনায় অপশব্দের পরিমাণ অনেক কম হয় এবং এর ফলে অভিলেখনের উৎকর্ষ বাড়ে।

(iii) প্লে-ব্যাক হেড যে বিভব উৎপন্ন করে তা সাধারণত অভিলিখিত শব্দের কম্পাঙ্কের সমানুপাতী হয়, যার ফলে উচ্চ কম্পাঙ্কের শব্দগুলি বেশি জোরে শোনা যায়। এতে মিশ্রিত কম্পাঙ্কের স্বর বিকৃত শোনায়। এই বিকৃতি রোধ করার জন্যই সমানীকরণের প্রয়োজন হয়।

(iv) স্টিরিও অভিলেখনে সাধারণ অভিলেখনের দ্বিগুণ সংখ্যক শব্দলিপির প্রয়োজন হয় অর্থাৎ, সোজামুখে দুইটি ও বিপরীতমুখে দুইটি, মোট চারটি শব্দলিপি থাকে।

3. (i) পরিবর্তী ঘনত্ব অভিলেখনে রেখাচিত্রটি সূক্ষ্ম না হলে তার মধ্য দিয়ে ফিল্মের উপর আপতিত আলো অনেকটা প্রস্থ জুড়ে থাকবে। এর ফলে অভিলেখনের সময় চলমান ফিল্মের যে কোনও বিন্দুতে বেশ কিছুক্ষণ সময় ধরে আলো পড়বে এবং ঐ সময়ের মধ্যে আলোর তীব্রতায় শব্দ সংকেত অনুযায়ী কম বেশি ঘটলেও অভিলিখিত শব্দলিপিটিতে ঐ সময়ের গড় তীব্রতা অনুযায়ী কালিমার ঘনত্ব দেখা যাবে। এতে বিশেষ করে উচ্চতর কম্পাঙ্কগুলির অভিলেখন যথার্থ হবে না।

(ii) পাশাপাশি দুইটি শব্দলিপির ব্যবহারে অবাঞ্ছিত অপশব্দ কমানো যায়। প্রয়োজনে এই দুইটি শব্দলিপিকে স্টিরিওফোনিক শব্দ অভিলেখনের জন্য ব্যাবহার করা যায়।

(iii) কম সংখ্যক বিটের সংখ্যা ব্যবহার করলে তীব্রতা ব্যাপ্তি অপেক্ষাকৃত কম এবং শব্দের বিকৃতি অপেক্ষাকৃত বেশি হতো।

(iv) আলোকীয় ডিস্কে খোদিত গর্তগুলি অত্যন্ত ক্ষুদ্র হয়। একমাত্র লেজার রশ্মিই গর্তগুলির আকারের সঙ্গে তুলনীয় প্রস্থচ্ছেদের হতে পারে।

4. (i) **সুবিধা :** শক্তিশালী বৈদ্যুতিক সংকেত।

অসুবিধা : কম্পাঙ্ক—সাড়া অসম, ফলে শব্দের অবিকলতা কম।

(ii) 13.6.1 অংশে আপনি এব সম্পূর্ণ উত্তর পাবেন।

(iii) ও (iv) 13.6.2 অংশে এ সম্বন্ধে আলোচনা দেখে নিন।

সর্বশেষ প্রণালী

1. 13..3.1 অংশে আপনি এ সম্বন্ধে পড়েছেন।

2. 13.3.2 এবং 13.6.1 অংশ দেখে নিন। লক্ষ্য করুন যে, পিক-আপ এবং মাইক্রোফোন— উভয় যন্ত্রের গঠনেই একই প্রযুক্তি যথা (i) চাপবৈদ্যুতিক বা পিজোইলেকট্রিক ক্রিয়া; (ii) কার্বন দানার উপর চাপের সঙ্গে রোধের পরিবর্তন; (iii) ধারকের দুই পাতের মধ্যে ব্যবধানের তারতম্যের ফলে ধারকত্বের পরিবর্তন ও (iv) তড়িৎচুম্বকীয় ক্রিয়া ব্যবহৃত হয়।

3 ও 4. 13.4 অংশে এ বিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

5. 13.5.1 অংশে আপনি এ বিষয়ে পড়েছেন।

6 ও 7. 13.5.2 অনুচ্ছেদে এ বিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

8. 13.6.1 অংশে বিভিন্ন ধরনের মাইক্রোফোনের গঠন ও কার্যনীতি সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

9. 13.6.2 অংশটি দেখে নিন।

একক 14 বাক্ ও শ্রুতি (Speech and Hearing)

গঠন

14.1 প্রস্তাবনা

এই পাঠক্রমের পূর্ববর্তী এককগুলিতে আমরা শব্দতরঙ্গের উৎপত্তি, শব্দের নানাবিধ ধর্ম, একস্থান থেকে অন্যস্থানে শব্দতরঙ্গের সঞ্চরণ, শব্দের সংরক্ষণ ও পুনর্গঠন এবং আনুষাঙ্গিক কয়েকটি বিষয়ে আলোচনা করেছি। সুরেলা শব্দের বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আপনি যেমন কিছুটা জানতে পেরেছেন, তেমনই সুরহীন শব্দ বা অপস্বর কী, তাও আপনার নজরে এসেছে। কিন্তু এগুলি ছাড়াও আর এক প্রকারের প্রাকৃতিক শব্দ আছে যার মাধ্যমে আমরা পরস্পরের মধ্যে ভাব বিনিময় করি। আপনি হয়ত অনুমান করতে পারছেন, এখানে আমরা কোন ধরনের শব্দের কথা বলছি। এটি হল বাক্ বা আমাদের কণ্ঠনির্গত শব্দ। এই শব্দ উৎপন্ন হয় এবং এর বৈশিষ্ট্যগুলি কী, সে বিষয়ে আপনার নিশ্চয়ই কিছুটা অনুসন্ধিৎসা আছে।

অপরপক্ষে, যে কোনও উচ্চারিত শব্দ বা সঙ্গীতের সার্থক পরিণতি তার শ্রবণে। কোনও শব্দ অভিলিখিত (recorded) হলেও তা তখনই সার্থক হয় যখন সেই শব্দ পুনর্গঠিত হয় এবং আমরা সেটি শুনি। আমাদের শ্রবণেন্দ্রিয় বা কর্ণের গঠন ও কার্যপ্রণালী এবং বিভিন্ন কম্পাঙ্ক ও তীব্রতার শব্দের প্রতি আমাদের শ্রবণযন্ত্র কীভাবে সাড়া দেয়, সেটিও আমাদের কৌতুহল জাগ্রত করে।

এই এককটিতে আমরা মনুষ্যদেহের শব্দসৃষ্টি ও শব্দানুভূতির জটিল অথচ অত্যন্ত কার্যকরী দুইটি যন্ত্র—বাগ্‌যন্ত্র ও কানের গঠন ও কার্যপদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা করব। এখানে আপনি বিশেষ করে লক্ষ্য করবেন যে, অন্য যে কোনও শব্দের মত মানুষের কণ্ঠস্বরও মাইক্রোফোন, অ্যামপ্লিফায়ার, অসিলোস্কোপ প্রভৃতি যন্ত্রের সাহায্যে সম্পূর্ণ ব্যক্তি নিরপেক্ষভাবে বিশ্লেষণ করা সম্ভব। কিন্তু কোন শব্দ মানুষের শ্রবণেন্দ্রিয় দ্বারা শ্রুত ও বৈদ্যুতিক সঙ্কেতের রূপে নার্ভ সমূহের দ্বারা মস্তিষ্কে প্রেরিত হয়ে কোন্ অনুভূতি সৃষ্টি করে, তার বর্ণনা ও বিশ্লেষণ কেবলমাত্র শ্রোতার উপলব্ধির উপর নির্ভর করেই করা সম্ভব। এই বর্ণনা বা বিশ্লেষণ একান্তই ব্যক্তিনির্ভর এবং এগুলি এক ব্যক্তি থেকে অন্য ব্যক্তির ক্ষেত্রে কিছুটা ভিন্ন হওয়া অসম্ভব নয়।

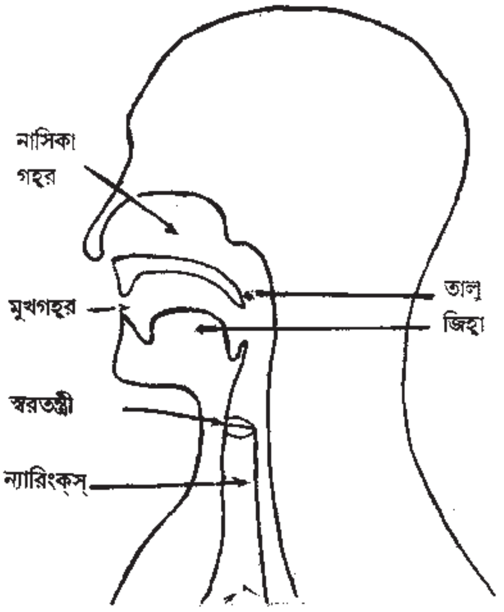
উদ্দেশ্য ঃ

এই এককটি পাঠ করলে, আশা করা যায় যে আপনি—

- মানুষের বাগ্‌যন্ত্র এবং শ্রবণযন্ত্র অর্থাৎ কানের গঠন বর্ণনা করতে পারবেন এবং এগুলির প্রতিটি অংশের কার্য ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- কণ্ঠস্বরে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের উপাংশের উপস্থিতি এবং সেগুলির মধ্যে ক্ষমতার বন্টনের বিবরণ দিতে পারবেন।
- বিভিন্ন কম্পাঙ্কে কোন্ নিম্নতম তীব্রতার শব্দ আমরা শুনতে সক্ষম হই এবং কোন্ তীব্রতায় শব্দ আমাদের কর্ণে অস্বস্তির সৃষ্টি বা ক্ষতিসাধন করে, সে বিষয়ে নিজে অবহিত হতে ও অপরকে অবহিত করতে পারবেন।
- শব্দের তীব্রতার সঙ্গে প্রাবল্যমাত্রা ও শ্রোতানির্ভর প্রবলতাকে সম্পর্কিত করতে, দুটির মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা করতে এবং 'ফন' ও 'সোন' এককগুলির সংজ্ঞা দিতে পারবেন।
- মিশ্র কম্পাঙ্কের শব্দের তীব্রতার বন্টন জানা থাকলে প্রত্যাশিত প্রবলতা গণনা করতে পারবেন।
- সুরের কম্পাঙ্ক ও তীক্ষ্ণতার মধ্যে সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবেন এবং তীক্ষ্ণতার একক 'মেল' এর সংজ্ঞা দিতে পারবেন।
- স্বরকম্প, শ্রুতি উপসুর ও যুক্তস্বনের উৎপত্তির বৈজ্ঞানিক ব্যাখ্যা দিতে পারবেন এবং
- আমরা কীভাবে দুই কানের সাহায্যে শব্দ উৎসের অবস্থান নির্ণয় করি তা বোঝাতে পারবেন।

14.2 বাক্ ও বাগ্‌যন্ত্র

জটিল দেহযন্ত্রের মধ্যে মানুষের বাগ্‌যন্ত্র নিজেই একটি অত্যন্ত কার্যকর যান্ত্রিক ব্যবস্থা। আপনি যদি একবার ভেবে দেখেন যে, বিভিন্ন কম্পাঙ্কের ও তীব্রতার কত বিচিত্র রকমের শব্দ এই বাগ্‌যন্ত্র থেকে নির্গত হয় তবে আপনি এই যন্ত্রটির কর্মকুশলতায় আশ্চর্য না হয়ে পারবেন না। 14.1 চিত্রে মানুষের বাগ্‌যন্ত্রের বিভিন্ন অংশগুলি দেখানো হয়েছে।

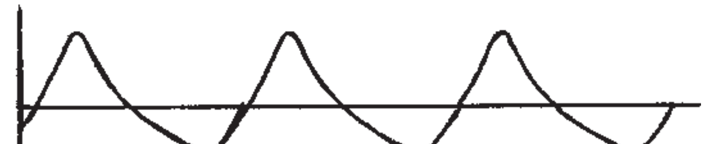


চিত্র : 14.1 মানুষের বাগ্‌যন্ত্র ফুসফুস থেকে বায়ু স্রোত

শব্দ উৎপাদনে শক্তির মূল উৎস আমাদের বুকের মাংসপেশি। এই মাংসপেশির সংকোচনের ফলে ফুসফুস থেকে বায়ুস্রোত শ্বাসনালীর (trachea) মধ্য দিয়ে বাগ্‌যন্ত্র বা ল্যারিংস-এ (larynx) প্রবেশ করে। এই বায়ুস্রোতের প্রবাহ নিয়ন্ত্রণের দ্বারা অর্থাৎ বায়ুর বেগ ও চাপের তারতম্য ঘটিয়েই আমরা শব্দ উৎপাদন করি।

বায়ুস্রোতের এই নিয়ন্ত্রণ (modulation) দু'ভাবে ঘটানো হয়। ল্যারিংসের উপরের প্রান্ত দুটি পর্দার মতো স্বরতন্ত্রী (vocal cord) দিয়ে আচ্ছাদিত থাকে। স্বরতন্ত্রী দুটির মাঝখানে যে রেখাছিদ্র (slit) থাকে, সেটির খোলা ও বন্ধ হওয়ার ফলে ল্যারিংসের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত বায়ুস্রোতে তারতম্য ঘটে। আমাদের সাধারণ কথাবার্তা, বা গান গাওয়ার সময় এই স্বরতন্ত্রীগুলি কাজ করে এবং এই শব্দগুলিকে আমরা ঘোষধ্বনি (voice) বলি। স্বরতন্ত্রীর মধ্য দিয়ে নির্গত বায়ুস্রোতের শব্দচাপের অর্থাৎ গড় বায়ুচাপের অতিরিক্ত চাপের করাত-দাঁত তরঙ্গের মতো তারতম্য ঘটে।

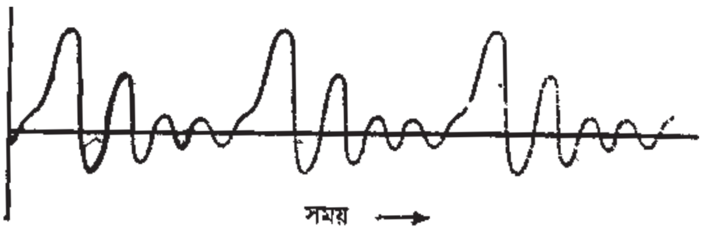
সময়ের সঙ্গে এই শব্দচাপের ওঠানামা 14.2(a) লেখচিত্রে দেখানো হয়েছে। চাপের এই তারতম্যের কম্পাঙ্ক স্বরতন্ত্রীর টান ও দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। এ বিষয়ে হয়ত টানা তারের সঙ্গে স্বরতন্ত্রীর আচরণে আপনি মিল লক্ষ্য করবেন। স্বরতন্ত্রীর দৈর্ঘ্য পুরুষের ক্ষেত্রে প্রায় 2.5 cm এবং নারীর ক্ষেত্রে 1.5 cm হয়। এই দৈর্ঘ্য কম হওয়ার ফলে নারীকণ্ঠের কম্পাঙ্ক স্বাভাবিকভাবে পুরুষের তুলনায় বেশি হয়। স্বরতন্ত্রীর টান বাড়লে উচ্চারিত স্বরের তীক্ষ্ণতা বাড়ে এবং গান গাওয়ার সময় আমরা অভ্যাসবশতই স্বরতন্ত্রীর টান কমিয়ে বাড়িয়ে থাকি।



চিত্র : 14.2 (a) স্বরতন্ত্রী থেকে নির্গত বায়ুর শব্দ চাপ।

স্বরতন্ত্রী থেকে নির্গত হওয়ার পর নিয়ন্ত্রিত চাপের বায়ু কণ্ঠ (throat) মুখগহ্বর ও নাসিকা গহ্বরে প্রবেশ করে। এই গহ্বরগুলির আকার ও আকৃতি জিহ্বা, ওষ্ঠ ও দন্তের দ্বারা পরিবর্তিত করা যায় এবং তার দ্বারা বায়ুপ্রবাহকে আরও নিয়ন্ত্রিত করে আমরা নানা ধরনের ঘোষধ্বনি উৎপন্ন করি। আপনি নিজে কথা বলার সময় জিহ্বা, ওষ্ঠ ও দন্তের অবস্থানের পরিবর্তন লক্ষ্য করে দেখতে পারেন। 'আ' স্বরধ্বনি উচ্চারণের সময় শব্দচাপে যে ধরনের পরিবর্তন ঘটে তা 14.2(b) চিত্রে দেখানো হয়েছে।

ঘোষধ্বনি ছাড়াও আমরা শ্বাসধ্বনি (breath sound) বা ফিসফিসানি হিসাবে পরিচিত আর এক ধরেনর শব্দ করে থাকি। এগুলির জন্য স্বরতন্ত্রীকে কোনও কাজ করতে হয় না। বায়ুস্রোত সরাসরি মুখগহ্বর প্রভৃতির মধ্য দিয়ে নিয়ন্ত্রিত হয়ে নির্গত হয় এবং অনেক অল্প তীব্রতার শব্দ উৎপন্ন করে। বায়ু প্রবাহের ঘর্ষণ দ্বারা (fricative) উৎপন্ন ব্যঞ্জনধ্বনি 'ফ' (f) ও 'স' (s) এবং স্পর্শবর্ণ 'প্, ট্ ও ক্ - ও এইভাবে উৎপন্ন হয় অর্থাৎ এগুলির ক্ষেত্রে স্বরতন্ত্রীগুলি নিষ্ক্রিয় থাকে।



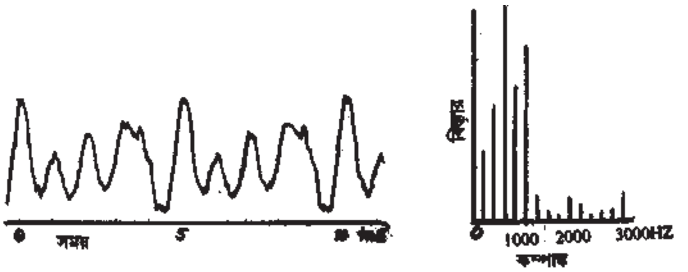
চিত্র : 14.2 (b) 'আ' স্বরধ্বনির শব্দচাপ।

14.3 কণ্ঠস্বরে ক্ষমতার বহিঃপ্রবাহ (Power output) :

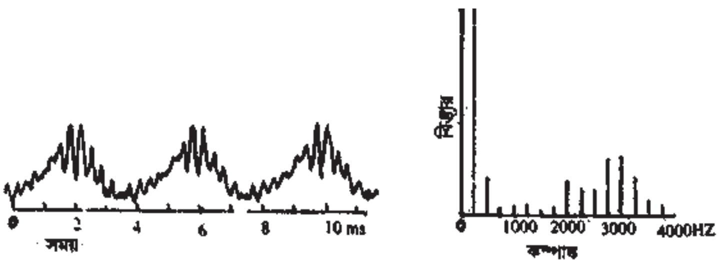
আপনি জানেন যে, শব্দতরঙ্গ শক্তি পরিবাহিত করে। এজন্য শব্দ সৃষ্টি করার জন্য বক্তাকে ক্ষমতা ব্যয় করতে হয়। সাধারণ কথোপকথনের সময় যে ক্ষমতা ব্যয় হয় তার মান অতি দ্রুত ওঠানামা করে। কয়েক সেকেন্ড সময়ের জন্য গড় নির্ণয় করে দেখা যায় যে, সাধারণ কথাবার্তায় প্রায় 10μW (মাইক্রোওয়াট) ক্ষমতা শব্দ দ্বারা বাহিত হয়। স্বরতন্ত্রীর ওপর সহনক্ষমতার অতিরিক্ত পীড়ন সৃষ্টি না করে আমরা গড়ে প্রায় 200 Wক্ষমতাবাহী শব্দ উৎপন্ন করতে পারি। সজোরে চিৎকার করলে এই ক্ষমতার পরিমাণ 100 W এ পৌঁছয়। অরপরক্ষে আমরা যখন ফিসফিস করে কথা বলি তখন যে ক্ষমতা বাহিত হয়, তার মান মাত্র 0·001 W। যদি দীর্ঘ সময়ের উপর গড় ক্ষমতা না ধরে আপনি একটি অক্ষর (syllable) উচ্চারণ করতে যেটুকু সময় লাগে অর্থাৎ প্রায় 0·2 সেকেন্ড সময়ের মধ্যে কণ্ঠস্বরবাহিত ক্ষমতার পরিমাপ করেন, তবে তার মানে অনেকটা হ্রাস-বৃদ্ধি লক্ষ্য করবেন। উদাহরণস্বরূপ, 'ও' স্বরবর্ণটি উচ্চারণের সময় ক্ষমতা যদি 50 W হয় তবে ইংরাজী 'v' ব্যঞ্জনবর্ণ উচ্চারণের সময় এই ক্ষমতা মাত্র, 0·03 W - এ দাঁড়ায়।

বহু বিজ্ঞানী মানুষের কণ্ঠস্বরে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের স্বরের উপস্থিতি ও সেগুলির ক্ষমতার তুলনামূলক মানের উপর গবেষণা করেছেন। জার্মান বিজ্ঞানী ট্রেন্ডেলেনবুর্গের (1924) গবেষণার একটি ফল আলোচনা করা যাক। পুরুষ ও মহিলা কণ্ঠে 'ই' বা 't' স্বরবর্ণটি উচ্চারিত হলে বায়ুতে যে কম্পন সৃষ্টি হয় তার লেখচিত্র 14.3(a) ও (b) চিত্রে দেখানো হয়েছে। এখানে পুরুষকণ্ঠের মূল কম্পাঙ্ক 200Hz এবং মহিলা কণ্ঠের মূল

কম্পাঙ্ক প্রায় 250Hz। লেখচিত্র দুইটির ফুরিয়ে বিশ্লেষণ করলে বিভিন্ন ফুরিয়ে উপাংশের যে বিস্তার পাওয়া যায়, সেগুলিও পাশের স্তম্ভচিত্রে দেখানো আছে। পুরুষ ও মহিলাকণ্ঠে একই স্বর উচ্চারিত হলে কম্পনের যে গুণগত প্রভেদ থাকে, তা নিশ্চয়ই আপনার দৃষ্টি এড়াবে না। কিন্তু লক্ষ্য করলে দেখবেন, দুই ক্ষেত্রেই3000Hz কম্পাঙ্কে বেশ শক্তিশালী ফুরিয়ে উপাংশ রয়েছে, যেটি 'ই' স্বরবর্ণটির একটি বৈশিষ্ট্য। অন্যান্য গবেষকরাও দেখেছেন যে, প্রতি স্বরবর্ণের ক্ষেত্রেই মূল কম্পাঙ্ক যাই হোক, একটি বা দুইটি উচ্চতর কম্পাঙ্কে সর্বদাই শক্তিশালী ফুরিয়ে উপাংশের উপস্থিতি লক্ষ্য করা যায়।



চিত্র 14.3(a) : পুরুষ কণ্ঠে 'ই' স্বরবর্ণের কম্পন ও ফুরিয়ে উপাংশগুলির বিস্তার।
(মূলসুরের কম্পাঙ্ক 200Hz)



চিত্র 14.3(b) : মহিলাকণ্ঠে 'ই' স্বরবর্ণের কম্পন ও ফুরিয়ে উপাংশগুলির বিস্তার
(মূলসুরের কম্পাঙ্ক 250Hz)

স্বাভাবিক কথোপকথনে ধ্বনি ক্ষমতা কম্পাঙ্কের এক বিস্তৃত পাল্লার মধ্যে বন্টিত থাকে। পুরুষকণ্ঠের ক্ষেত্রে প্রায় 500Hz কম্পাঙ্কে সর্বাধিক ক্ষমতা বাহিত হতে দেখা যায়। নিম্নতর কম্পাঙ্কে 100Hz পর্যন্ত ক্ষমতা বিশেষ হ্রাস না পেলেও উচ্চতর কম্পাঙ্কে বাহিত ক্ষমতা অপেক্ষাকৃত দ্রুত হ্রাস পায় । তবে ক্ষমতা কম হলেও উচ্চতর কম্পাঙ্কগুলিই উচ্চারিত শব্দকে সুবোধ্য করে। স্বরতন্ত্রীর মূলসুরের নিম্নকম্পাঙ্কগুলি বরং উচ্চতর কম্পাঙ্কগুলির বাহক হিসাবে কাজ করে।

এ পর্যন্ত যা পড়লেন তাতে হয়ত বুঝেছেন যে, আমাদের কণ্ঠনিঃসৃত শব্দের তীব্রতা এবং কম্পাঙ্ক—উভয়েরই পাল্লা খুব বড়। আমরা যে শ্রবণেন্দ্রিয় দিয়ে এত বিচিত্র শব্দগ্রহণ ও উপলব্ধি করি, তার দক্ষতাও বড় কম নয়। আমরা এর পরের অংশে এই শ্রবণেন্দ্রিয় অর্থাৎ কর্ণ সম্বন্ধে আলোচনা করব। তবে তার আগে আপনার জন্য একটি সহজ অনুশীলনী রইল।

অনুশীলনী — 1 :

(i) স্বরতন্ত্রীকে ব্যবহার না করে আমরা কী কথা বলতে পারি?

(ii) সাধারণ কথাবার্তায় আমরা কী পরিমাণ ক্ষমতার শব্দ সৃষ্টি করি?

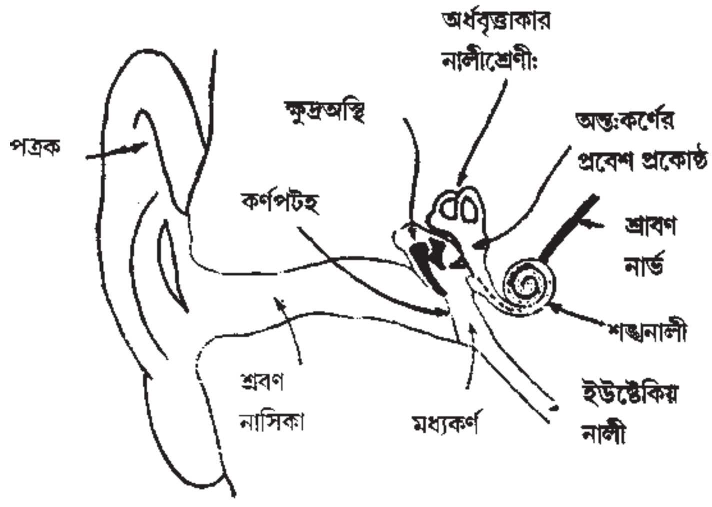
14.4 কান

আমাদের মস্তকের দুইপাশে অবস্থিত দুইটি কান আমাদের শ্রবণেন্দ্রিয়। কান বায়ু বা অন্য কোনও মাধ্যমে শব্দতরঙ্গকে প্রথমে যান্ত্রিক কম্পনে পরিণত করে এবং তারপর বৈদ্যুতিক সঙ্কেতে পরিণত ক'রে নার্ভ তন্তুর দ্বারা মস্তিষ্কে প্রেরণ করে। সমস্ত স্তন্যপায়ী জীবের কানের গঠন একই ধরনের। অবশ্য ব্যাং এবং কোনও কোনও গিরগিটি জাতীয় প্রাণীর কানপটহ মাথার উপর অনাচ্ছাদিত অবস্থায় থাকে। আবার মাছেরা তাদের পার্শ্বীয় রেখার (interal line) সাহায্যে জলের মধ্যে শব্দের জন্য কম্পন অনুভব করতে পারে।

আমরা এখানে কেবল মানুষের কানের গঠন ও কার্যপদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করব।

14.4.1 কানের গঠন

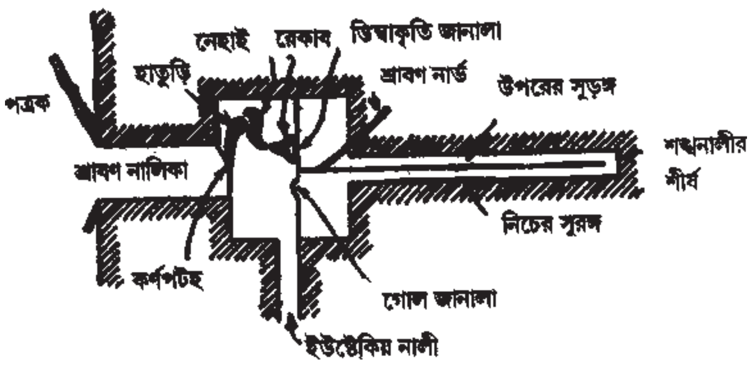
মানুষের কানের তিনটি প্রধান অংশ আছে। এগুলি হল বহিঃকর্ণ, মধ্যকর্ণ ও অন্তঃকর্ণ (চিত্র 14.4)। কানের পত্রক বা পাতা (pinna) যা বাইরে থেকে দেখা যায়, শ্রবণ-নালিকা (auditory canal) ও কর্ণপটহ বা কানের পর্দা (cardrum), এগুলি নিয়েই বহিঃকর্ণ গঠিত। কর্ণপটহের অভ্যন্তরে মধ্যকর্ণে আছে একটি বায়ুপূর্ণ গহ্বর, যার মধ্যে তিনটি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অস্থি (ossicle) পেশি ও সন্ধিবন্ধনীর (ligament) দ্বারা সন্নিবিষ্ট থাকে। আকৃতিতে মিল থাকার জন্য অস্থিগুলির নাম হাতুড়ি (malleus), নেহাই (incus) ও রেকাব (stapes)। হাতুড়ির সুর দিকটি কানের পর্দার সঙ্গে যুক্ত থাকে এবং সন্ধিবন্ধনীর টানের ফলে হাতুড়িটি পর্দাকে সামান্য পরিমাণে ভিতর দিকে টেনে রাখে। আপতিত শব্দতরঙ্গের ফলে পর্দার যে কম্পন হয়, তার ফলে হাতুড়ি, নেহাই ও শেষে রেকাবটি কম্পিত হতে থাকে। রেকাবের একপ্রান্তে পাদানির মতো যে চ্যাপটা পাত থাকে সেটি মধ্যকর্ণ ও অন্তঃকর্ণের মাঝখানে যে ডিম্বাকৃতি জানালা থাকে সেটিকে ঢেকে রাখে। অন্তঃকর্ণটি একপ্রকার তরলে পূর্ণ থাকে এবং রেকাবের কম্পন ঐ তরলে চাপতরঙ্গের সৃষ্টি করে। মধ্যকর্ণের গহ্বর ও কণ্ঠনালী, ইউস্টেকিয় নালী (Eustachian tube) দ্বারা যুক্ত থাকে। এই নালীটি সাধারণভাবে বন্ধ থাকলেও হাই তোলার বা খাদ্য গলাধঃকরণের সময় সেটি খুলে যায় এবং সেটির মধ্য দিয়ে বায়ুচলাচল ক'রে মধ্যকর্ণের ভিতরে বায়ুচাপ বাইরের সমান রাখে।



চিত্র : 14.4 কানের গঠন

অন্তঃকর্ণের তিনটি অংশ। এগুলি হল প্রবেশ প্রকোষ্ঠ (vestibule), অর্ধবৃত্তাকার নালীশ্রেণী ও শঙ্খনালী (cochlea)। আগেই জেনেছেন যে, অন্তঃকর্ণের গহ্বরটি তরলে পূর্ণ থাকে। মধ্যকর্ণ ও অন্তঃকর্ণের মাঝখানের

দেওয়ালে ডিম্বাকৃতি জানালা ছাড়াও পাতলা পর্দা দ্বারা আচ্ছাদিত একটি গোল জানালা থাকে, কিন্তু দুটি জানালাই বন্ধ থাকায় ঐ তরল মধ্যকর্ণে যেতে পারে না। তবে রেকাবটি যখন কম্পনের ফলে ডিম্বাকৃতি জানালায় চাপ দেয় তখন গোল জানালার পর্দাটি মধ্যকর্ণের দিকে স্ফীত হয়। এর ফলে চাপতরঙ্গ সহজেই অন্তঃকর্ণের তরলের মধ্যে চলাচল করতে পারে। অর্ধবৃত্তাকার নালীশ্রেণী আমাদের শরীরের ভারসাম্য রক্ষায় সহায়তা করে। তবে শ্রবণকার্যে এগুলির কোনও



চিত্র : 14.5 কর্ণের সরলীকৃত নকশা

ভূমিকা থাকে না। শঙ্খলানীটি শঙ্খের মতো প্যাঁচ দেওয়া গোলাকৃতি প্রস্থচ্ছেদের একটি নালী। 2 প্যাঁচের এই নালীর মোট দৈর্ঘ্য প্রায় 3.1 cm। নালীটির দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বিভাজক দেওয়াল (cochlear partition) নালীটিকে পাশাপাশি দুইটি সুড়ঙ্গে বিভক্ত করে। উপরের সুড়ঙ্গটি ডিম্বাকৃতি জানালায় এবং নিচের সুড়ঙ্গটি গোল জানালায় শুরু হয় কিন্তু সুড়ঙ্গ দুইটি অপর প্রান্তে শঙ্খলানীর শীর্ষে একটি ছোট ছিদ্র দ্বারা সংযুক্ত থাকে। বিভাজন দেওয়ালটির গঠন অত্যন্ত জটিল। এটির মধ্যে একাধিক পর্দা থাকে যার মধ্যে একটি হল বেসিলার পর্দা (basilar membrane)। শ্রবণ নার্ভগুলি এই বেসিলার পর্দার মধ্যে প্রবেশ করে এবং নার্ভের সরু সরু চুলের মতো প্রান্তগুলি পর্দাটি থেকে বার হয়ে থাকে।

কর্ণের গঠনটি বুঝতে যাতে আপনার সুবিধা হয়, সেজন্য 14.5 চিত্রে কর্ণের বিভিন্ন অংশের একটি সলরীকৃত নকশা দেখানো হল। এবার দেখা যাক কর্ণ নামক এই জটিল যন্ত্রটি কীভাবে কাজ করে।

14.4.2 কান কিভাবে কাজ করে

আমাদের কান একটি অত্যন্ত সুদক্ষ, সংবেদনশীল অথচ শক্তপোক্ত যন্ত্র। অত্যন্ত ক্ষীণ শব্দও আমাদের কর্ণে ধরা পড়ে। বায়ুতে ক্ষীণতম যে শব্দ আমরা শুনতে পাই, তার বাহিত ক্ষমতা মাত্র $10^{-12}Wm^{-2}$ এবং শব্দচাপ $2 \times 10^{-5}Pa$। এই চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের 5×10^{9} ভাগের এক ভাগ এবং এই শব্দচাপ 1000Hz কম্পাঙ্কে কাণের পর্দার যে সরণ সৃষ্টি করে তার পরিমাণ মাত্র $10^{-9}cm$। অন্যদিকে, আধুনিক মিউজিক সিস্টেমের শব্দ বা বোমা-পটকার শব্দে আমাদের কর্ণ বিকল হয়ে যায় না, যদিও এ সব ক্ষেত্রে শব্দচাপের মাপ 100Pa ছাড়িয়ে যেতে পারে। এছাড়া এটি যে শুধু 20 থেকে 1500Hz কম্পাঙ্কের শব্দ শুনতে পারে তাই নয়। প্রচণ্ড গোলমালের মধ্যে একটি বিশেষ কম্পাঙ্কের শব্দ এটি চিনে নিতে পারে। কর্ণের এই কর্মক্ষমতা নিশ্চয়ই আপনাকে কিছুটা অবাক করছে।

শ্রবণের প্রক্রিয়ার মধ্যে কানের তিনটি অংশেরই নির্দিষ্ট ভূমিকা আছে। বায়ুবাহিত শব্দতরঙ্গ প্রথমেই

শ্রবণনালিকার মধ্যে প্রবেশ করে। শ্রবণ নালিকার ব্যাস 0·7 cm ও দৈর্ঘ্য প্রায় 2.5 cm। এটির ভিতরের প্রান্ত কর্ণপটহ দ্বারা আচ্ছাদিত থাকায় এটি একটি আবদ্ধ অর্গান নলের মতো আচরণ করে। বায়ুতে শব্দের বেগ 340ms^{-1}, প্রান্তীয় ত্রুটির শুদ্ধি ব্যাসের 0.3 গুণ ধরে নিলে এই অর্গান নলের প্রথম অনুনাদ কম্পাঙ্ক

$$\frac{34000}{4(2.5+0.3\times 0.7)}$$

বা প্রায় 3100 Hz। পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে, মোটামুটি এই কম্পাঙ্কে সত্যই অনুনাদ ঘটে এবং কর্ণপটহে শব্দচাপ শ্রবণনালিকার প্রবেশপথের তুলনায় 10 ডেসিবেল বেশি হয়। এই অনুনাদ অবশ্য তীক্ষ্ণ নয় এবং 2000 থেকে 6000Hz কম্পাঙ্কের মধ্যেই শব্দচাপের বেশ কিছুটা মানোন্নতি (gain) লক্ষ্য করা যায়। এছাড়া মানুষের মস্তক দ্বারা শব্দতরঙ্গের ব্যবর্তনের (diffraction) ফলেও মুক্ত বায়ুর তুলনায় শ্রবণনালিকার সামনে শব্দচাপ কিছুটা বেশি হয়।

কর্ণপটহের কম্পনের সঙ্গে হাতুড়িটির যে কম্পন হয় তা নেহাই এর মাধ্যমে রেকাবে পৌঁছায়। রেকাবটির অগ্রপশ্চাৎ কম্পন ডিম্বাকৃতি জানালার মধ্য দিয়ে অন্তঃকর্ণের তরলে চাপতরঙ্গ সৃষ্টি করে। পর্দা ও ক্ষুদ্র অস্থিগুলি স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্ক 800 থেকে 1500Hz এর মধ্যে থাকে। তবে এই কম্পন যথেষ্ট অবমন্দিত (damped) হওয়ায় কর্মপটহটি মিশ্রিত কম্পাঙ্কের শব্দতরঙ্গে সঠিকভাবে সাড়া দিতে পারে। উপরন্তু, পটহের স্বাভাবিক কম্পনের ফলে কোন অতিরিক্ত শব্দানুভূতির সৃষ্টি হয় না।

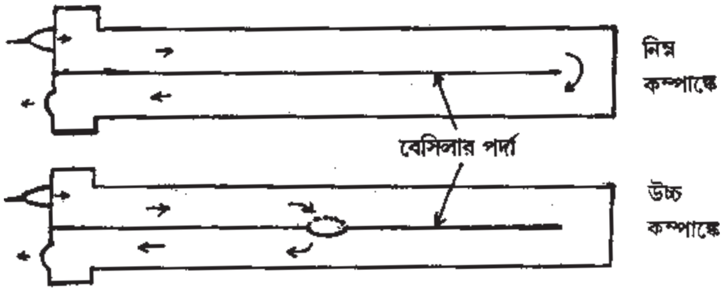
আপনার মনে হতে পারে যে, শোনার জন্য মধ্যকর্ণের কী প্রয়োজন? অর্থাৎ কর্ণপটহের ঠিক ভিতরেই তরলপূর্ণ অন্তঃকর্ণ থাকলেও শব্দ শ্রবণ সম্ভব হতো। এই ধারণাটি ঠিক নয়। প্রথমত, আপতিত শব্দের তীব্রতা অধিক হলে ক্ষুদ্র অস্থিগুলির নিয়ন্ত্রক মাংসপেশির টান এমনভাবে পরিবর্তিত হয় যে, হাতুড়ির গতি অত্যধিক হলেও রেকাবের গতি তার সমানুপাতী না হয়ে কম হয়, ফলে অন্তঃকর্ণ তীব্র শব্দজনিত ক্ষতি থেকে রক্ষা পায়। দ্বিতীয়ত, কানের পর্দার তুনলায় ডিম্বাকৃতি জানালার ক্ষেত্রফলের অনুপাত প্রায় 30 : 1 এবং বিজ্ঞানীরা মনে করেন যে, ক্ষেত্রফলের এই অনুপাত ও ক্ষুদ্রঅস্থিগুলির সরণের অনুপাত শ্রবণনালিকার বায়ু ও অন্তঃকর্ণের তরলের মধ্যে কিছুটা প্রতিরোধ-মিল (impedance matching) ঘটায়, যাতে রেকাবটি যতদূর সম্ভব অধিক তরঙ্গশক্তি অন্তঃকর্ণের তরলে সঞ্চারিত করতে পারে।

এবার দেখা যাক, শ্রবণপ্রক্রিয়ার মধ্যে অন্তঃকর্ণের ভূমিকা কী শঙ্খনালীর দেওয়াল দৃঢ় এবং অন্তঃকর্ণের তরল অনমনীয় (incompressible) হওয়ায় রেকাবটি যখনই ভিতর দিকে ঢুকে আসে তখনই তরলটি প্রবাহিত হয় ও গোল জানালার আচ্ছাদন বাইরের দিকে সরে যায়। নিম্ন কম্পাঙ্কে তরল শঙ্খনালীর শীর্ষে বেসিলার পর্দায় যে ছিদ্র থাকে তার মধ্য দিয়ে চলাচল করে। কিন্তু অধিক কম্পাঙ্কে উপরের সুড়ঙ্গের তরল বেসিলার পর্দার কোনও এক অংশকে কম্পিত করে, যার ফলে কম্পন সরাসরি নিচের সুড়ঙ্গের তরলে পৌঁছে যায়। 14.6 চিত্র দেখলে প্রক্রিয়াটি আপনার কাছে স্পষ্ট হবে। কম্পাঙ্ক যত বাড়ে, বেসিলার পর্দার কম্পিত অংশটি ততই প্রবেশ প্রকোষ্ঠের কাছাকাছি থাকে।

বেসিলার পর্দার যে কোনও অংশের নড়াচড়া ঘটলে ঐ অংশের চুলের মতো নার্ভ কোষগুলির পীড়ন ঘটে। কোষগুলি তখন পিজোইলেকট্রিক প্রক্রিয়ায় বিভব প্রভেদ সৃষ্টি করে। এই বিভবকে আমরা শঙ্খনালী-বিভব

(cochlear potential) বলি। এই বিভবই নার্ভ দ্বারা মস্তিষ্কে বাহিত হয় এবং শব্দের অনুভূতি সৃষ্টি করে।

সমগ্র প্রক্রিয়াটি জেনে আপনার নিশ্চয়ই মনে হচ্ছে যে, আমাদের কান একটি সুন্দর প্রাকৃতিক মাইক্রোফোন। তবে এই শ্রবণযন্ত্রেরও কিছু কিছু স্বাভাবিক সীমাবদ্ধতা ও নিজস্ব বৈশিষ্ট্য আছে। এরপর আপনি সেগুলি সম্বন্ধে জানতে পারবেন। এখন একটি অনুশীলনীর উত্তর দিতে চেষ্টা করুন।



চিত্র : 14.6 শঙ্খনালীর মধ্যে তরলের প্রবাহ

অনুশীলনী - 2 :

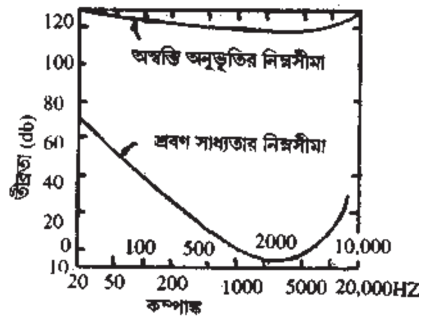
নিচে দেওয়া কানের অংশগুলি শব্দের অনুভূতি বহনে কোনও না কোনও ভূমিকা পালন করে। এগুলিকে কার্য পরম্পরা অনুযায়ী সাজিয়ে দিন :

1. রেকাব, 2. অন্তঃকর্ণের তরল, 3. হাতুড়ি, 4. শ্রবণ নার্ভ, 4. শ্রবণনালিকা, 6. ডিম্বাকৃতি পর্দা, 7. নেহাই, 8. বেসিলার পর্দা, 9. কানের পর্দা বা কর্ণপটহ।

14.4.3 কানের শ্রবণশক্তির বৈশিষ্ট্য ও সীমাবদ্ধতা

আপনি হয়ত জানেন যে, মানুষের কান কেবলমাত্র নির্দিষ্ট একটি পাল্লার মধ্যে থাকা কম্পাঙ্কের শব্দ শুনতে পায়। আবার শব্দের তীব্রতা অত্যন্ত অল্প হলে তা যেমন কানে ধরা পড়ে না, তেমনই অত্যুচ্চ তীব্রতার শব্দ কানে যন্ত্রণার সৃষ্টি করে, কখনও কখনও তা বধিরতাও সৃষ্টি করতে পারে।

সর্বনিম্ন কোন্ তীব্রতার শব্দ আমাদের শ্রবণসাধ্য হয় এবং সর্বোচ্চ কোন্ তীব্রতা ছাড়িয়ে গেলে সেই শব্দ কানে বিশুদ্ধ শব্দানুভূতির বদলে অস্বস্তি বা কট্‌কটানি সৃষ্টি করে তা শব্দের কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে। আমাদের কান প্রায় 3000Hz কম্পাঙ্কের শব্দের ক্ষেত্রে সবচেয়ে বেশি সংবেদনশীল। আপনি 14.4.2 অংশে ইতিমধ্যেই পড়েছেন যে, এর কারণ শ্রবণনালিকার মধ্যে শব্দের অনুনাদ। প্রায় 1000 Hz কম্পাঙ্কে সর্বনিম্ন যে তীব্রতার শব্দ আমরা শুনতে সক্ষম হই, সেটিকে আমরা ০ db (ডেসিবেল) তীব্রতা বলে অভিহিত করি। আপনি আগেই জেনেছেন যে, এই তীব্রতার মান $10^{-12}Wm^{-2}$। অবশ্য শ্রবণসাধ্যতার এই নিম্নসীমা ব্যক্তি থেকে ব্যক্তিতে বিভিন্ন হয়, আবার কানের পত্রকের সামনে, অথবা সম্পূর্ণ



চিত্র : 14.7 শব্দানুভূতির সীমা

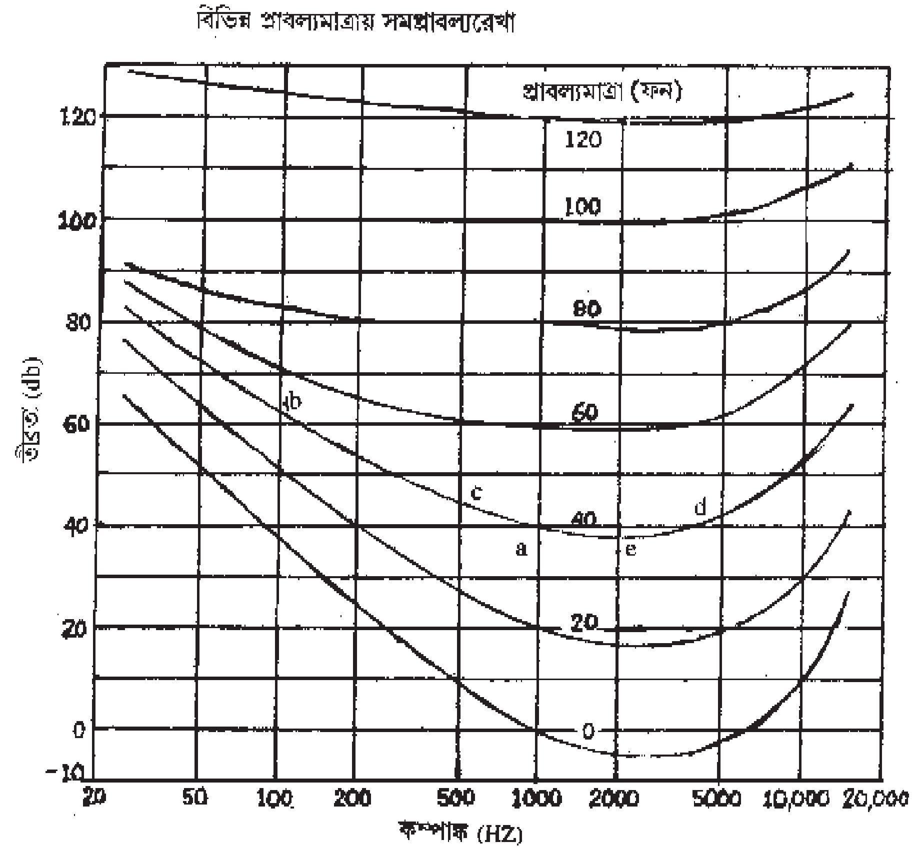
খোলা জায়গায় কোথায় তীব্রতা মাপা হয় তার উপরও নির্ভর করে। শব্দ কোন দিকে থেকে আসছে এবং শ্রোতা এক কান দিয়ে শুনছেন না উভয় কান দিয়ে, তার উপরেও এই তীব্রতার মান নির্ভরশীল। 14.7 লেখচিত্রে ডেসিবেলের হিসাবে কম্পাঙ্কের সঙ্গে শ্রবণসাধ্যতার নিম্নসীমা ও অস্বস্তি অনুভূতির নিম্নসীমা দেখানো হয়েছে। এই পরিমাপে বিভিন্ন অনুভূমিক দিক থেকে আসা শব্দের মিশ্রণ ব্যবহৃত হয়েছে এবং শ্রোতার দুই কানই খোলা রাখা হয়েছে। এই লেখচিত্র থেকে আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, কম্পাঙ্ক 1000 Hz এর নিচে নামলে এই শ্রবণসীমা 0 db থেকে ক্রমশ বাড়তে থাকে। অবশ্য 30 Hz কম্পাঙ্কের নিচে এ ধরনের পরিমাপ নির্ভরযোগ্য থাকে না। অপরপক্ষে, উচ্চকম্পাঙ্কে এই শ্রবণসীমা দ্রুত বৃদ্ধি পায় এবং কম্পাঙ্কের কোন এক উর্ধ্বসীমায় শব্দ আর শ্রবণসাধ্য থাকে না। এই উর্ধ্বসীমা 30 বছর বয়স পর্যন্ত শ্রোতার ক্ষেত্রে 2000 - 25000 Hz হতে পারে কিন্তু চল্লিসোর্ধ্ব বয়সের শ্রোতার ক্ষেত্রে ক্রমশ কমে 15000 থেকে 10000 Hz কম্পাঙ্কে দাঁড়ায়। অবশ্য 1000 Hz কম্পাঙ্কের নিচে শ্রবণসীমা বয়সের উপর নির্ভর করে না।

শব্দের তীব্রতা ক্রমশ বাড়তে থাকলে যে তীব্রতায় কর্ণে অস্বস্তির সৃষ্টি হয়, তার মান মাঝামাঝি কম্পাঙ্কে প্রায় 120 db। এই মান কম্পাঙ্কের ওপর খুব বেশি নির্ভর করে না। 140 db তীব্রতায় কানে যন্ত্রণা অনুভূত হয় এবং এর বেশি তীব্রতা বেশিক্ষণ স্থায়ী হলে শ্রবণযন্ত্রের স্থায়ী ক্ষতি হতে পারে। 160 db বা তদূর্ধ্ব তীব্রতার শব্দ মুহূর্তের মধ্যে শ্রবণশক্তি নষ্ট করতে পারে।

14.4.4 শব্দের প্রাবল্যমাত্রা (Loudness level)

শব্দের তীব্রতা ও কানের শ্রবণসীমা সম্বন্ধে আমরা আগের অংশে যে আলোচনা করলাম, তার থেকে আপনার মনে হতে পারে যে, কোন শব্দ আমাদের কানে কত জোর বলে মনে হয় তা ঐ শব্দের তীব্রতার উপর নির্ভর করে। প্রকৃত ঘটনা এই যে, এটি ঐ শব্দের তীব্রতা ও কম্পাঙ্ক-উভয়ের উপরই নির্ভর করে। 14.8 লেখচিত্র থেকে আপনি এ ব্যাপারটি কিছুটা বুঝতে পারবেন। এখানে বিভিন্ন প্রাবল্যমাত্রায় সমপ্রাবল্যরেখা (Loudness level contour) দেখানো হয়েছে। 20 db তীব্রতার শব্দের কথাই ধরুন। কম্পাঙ্ক যদি 1000, 2000 বা 5000 Hz হয় তবে এই তীব্রতার শব্দ আমরা সহজেই শুনতে পাব। কিন্তু ঐ একই তীব্রতার শব্দ 100 Hz কম্পাঙ্কের হলে তা আমাদের শ্রবণসাধ্য হবে না। সুতরাং, কোন শব্দ আমাদের কানে কত বেশি অনুভূতির সৃষ্টি করে বা সহজ ভাষায় কত জোর শোনায় সেটিকে আমরা একটি ভিন্ন নামে অভিহিত করব। এটি হল শব্দের প্রাবাল্যমাত্রার একক ফন (Phon)।

এখন প্রশ্ন, নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের কোনও শব্দের প্রাবল্যমাত্রা আমরা কীভাবে নির্ণয় করব? 1000 Hz কম্পাঙ্কের কোন শব্দের তীব্রতা যত ডেসিবেল, তার প্রাবল্যমাত্রা তত ফন বলে ধরে নেওয়া হয়। অর্থাৎ, বিশুদ্ধ 1000 Hz কম্পাঙ্কের 20db তীব্রতার শব্দের প্রাবল্যমাত্রা 20 ফন, 40 db তীব্রতার শব্দের প্রাবল্যমাত্রা 40 ফন ইত্যাদি।



চিত্র : 14.8 বিভিন্ন প্রাবল্য মাত্রার সমপ্রাবল্য রেখা

এখন যদি শব্দের উৎসের কম্পাঙ্ক এবং সেইসঙ্গে শব্দের তীব্রতা এমনভাবে পরিবর্তিত করা যায়, যাতে শব্দের প্রাবল্যমাত্রা এক থাকে অর্থাৎ, শব্দের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হলে সেটি শ্রোতার কানে সমান জোর বলে মনে হয়, তবে ঐ নির্দিষ্ট প্রাবলামাত্রার জন্য কম্পাঙ্ক তীব্রতা লেখচিত্র অঙ্কন করা যাবে। 14.8 চিত্রে এ ধরনের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। এই চিত্রে 40 ফনের রেখাটি লক্ষ্য করুন। এটি 1000 Hz কম্পাঙ্কে 40 db তীব্রতা নির্দেশ করেছে (a বিন্দু), যা আমরা ফন এককের সংজ্ঞা থেকেই আশা করি। কিন্তু এই রেকাটি100Hz কম্পাঙ্কে 62 db (b), 500 Hz কম্পাঙ্কে 45 db (c) ও 5000 Hz কম্পাঙ্কে 42 db (d) তীব্রতা দেখাচ্ছে। আমার 2000 Hz কম্পাঙ্কে তীব্রতা 38 db (e), যা 40 db এর চেয়েও কম। এর থেকে আপনি বুঝতে পারছেন যে, কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হলে প্রাবল্যমাত্রা সমান রাখতে তীব্রতারও পরিবর্তন করতে হয়।

কোনও বিশুদ্ধ কম্পাঙ্কের শব্দের প্রাবল্যমাত্রার মান শব্দটি কতক্ষণ ধরে শ্রুত হয় তার উপরও নির্ভর করে। শব্দটি আরম্ভ হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে প্রাবল্যমাত্রার মান দ্রুত বাড়তে থাকে। এক সেকেন্ডের মতো সময়ে প্রাবল্যমাত্রা উচ্চতম মানে পৌঁছয় এবং তারপর ধীরে ধীরে কমতে থাকে।

প্রাবল্যমাত্রার সংজ্ঞা থেকে আপনার মনে হতে পারে যে তীব্রতা 50 db থেকে 60 db হলে যেমন তীব্রতার মান10 গুণ বৃদ্ধি পায়, তেমনই কোনও একসুর বিশিষ্ট শব্দের প্রাবল্যমাত্রা 50 ফন থেকে বেড়ে 60 ফন হলে শব্দটি দশগুণ জোর শোনাবে। এই ধারণা কিন্তু ঠিক নয়? ফন এককে প্রকাশিত প্রাবল্যমাত্রার সমান মান

দুই বা ততোধিক শব্দের প্রাবল্যমাত্রার সমতা বোঝাতে কার্যকরী হলেও দুই ভিন্ন প্রাবল্যমাত্রার শব্দের তুলনা করতে উপযোগী নয়। একটি উদাহরণ দিলে বিষয়টি স্পষ্ট হবে। ধরুন, আপনি 1000 Hz কম্পাঙ্কের একটি বিশুদ্ধ সুরের তীব্রতার মাত্রা 10 db থেকে বাড়িয়ে 20 db করলেন। এতে তীব্রতা 10 গুণ বৃদ্ধি পাবে। প্রাবল্যমাত্রা 10 থেকে বেড়ে 20 ফন-এ দাঁড়াবে। কিন্তু এতে শ্রোতার অনুভূতিতে শব্দের জোরালোভাব বাড়বে প্রায় 6 গুণ, 10 গুণ নয়। আবার যদি প্রাবল্যমাত্রা 50 থেকে বাড়িয়ে 60 ফন করা হতো, তবে শ্রোতার কাছে ঐ জোরালোভাব বাড়ত মাত্র 2 গুণ, যদিও তীব্রতা বাড়ত 10 গুণ। এর ফলে আমাদের এমন একটি একক প্রয়োজন যা শ্রোতা নির্ভর প্রবলতার মাপকাঠি হবে। পরবর্তী অংশে আমরা এই শ্রোতানির্ভর প্রবলতা বিষয়ে আনোচনা করব।

14.4.5 শ্রোতানির্ভর প্রবলতা (Subjective Loudness)

ধরুন, আপনাকে ওজন মাপার জন্য এক সেট বাটখারা তৈরি করতে হবে। আপনি প্রথমেই একটি বাটখারার ওজনকে একক ওজন বলে ধরে নেবেন। এবার তার সমান ওজনের আর একটি বাটখারা দিয়ে দুটি বাটখারা একত্রে রাখবেন ও দাঁড়ি পাল্লার সাহায্যে সে দুটির সমান তৃতীয় একটি বাটখারা তৈরি করে সেটিকে দুই একক ওজনের বাটখারা বলবেন। এইভাবে বিভিন্ন ওজনের বাটখারা তৈরি করে নিলে ব্যবহারের উপযোগী পুরো একসেট বাটখারা পাওয়া যাবে।

একই ভাবে যদি আপনাকে দাঁড়ি পাল্লার বদলে শ্রোতার শব্দানুভূতির উপর ভিত্তি করে শ্রোতানির্ভর প্রবলতার মাপকাঠি তৈরি করতে হয়, তবে শ্রোতার কানে কোন শব্দএকটি নির্দিষ্ট শব্দের দ্বিগুণ, তিনগুণ ইত্যাদি প্রবলতার বলে মনে হয় তা নির্ণয় করতে হবে। এটি করার দুইটি উপায় আছে।

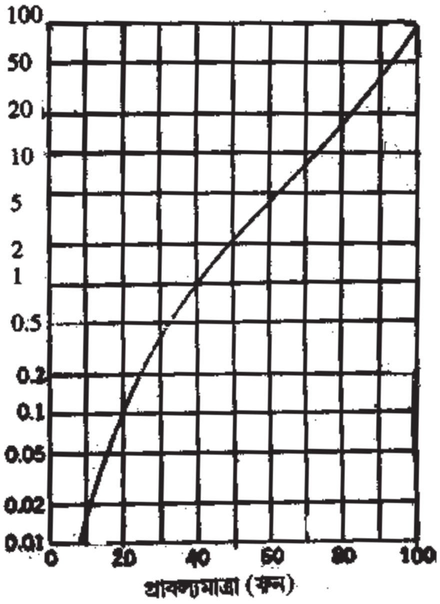
(i) ধরে নেওয়া যায় যে, কোনও শব্দ এক কানে শুনলে তা শ্রোতার কাছে যত প্রবল বলে মনে হয়, দুই কানে শুনলে তার দ্বিগুণ প্রবল মনে হয়। সুতরাং, যদি 'ক' শব্দ শ্রোতা দুই কানে শুনে যত প্রবল বলে মনে করেন, 'খ' শব্দটি এক কানে শুনেই তাঁর ততটা প্রবল মনে হয়, তবে 'খ' শব্দের শ্রোতানির্ভর প্রবলতা 'ক' শব্দের দ্বিগুণ। অবশ্য এই পদ্ধতিতে দুইটি শব্দের প্রবলতার 1 : 2 অনুপাত সম্বন্ধেই নিশ্চিত হওয়া সম্ভব, অন্য অনুপাতের ক্ষেত্রে এই পদ্ধতি খাটে না।

(ii) আমরা আগেই দেখেছি যে, শব্দের এক এক কম্পাঙ্কে বেসিলার পর্দার এক এক অংশ কম্পিত হয়। এর ফলে ভিন্ন কম্পাঙ্কের একই প্রবলতার দুইটি সুর যদি শ্রোতার কানে প্রবেশ করে তবে, সেগুলি বেসিলার পর্দার দুই ভিন্ন অংশে সাড়া জাগাবে এবং শ্রোতার শব্দানুভূতি যে কোনও একটি সুরের জন্য যতটা প্রবল হত তার দ্বিগুণ প্রবল হবে। এই পদ্ধতিতে ভিন্ন ভিন্ন কম্পাঙ্কের ও সমান প্রাবল্যমাত্রার দুই-এর অধিক সংখ্যক সুর ব্যবহার করে প্রবলতার আরও বড় অনুপাত নির্দিষ্ট করা যায়।

এর পর যে কাজটি করা প্রয়োজন সেটি হলো, প্রবলতার কেটি একক স্থির করা। 100 Hz কম্পাঙ্কের 40 db তীব্রতার সুরের প্রবলতাকে এই একক হিসাবে ধরে নেওয়া হয়। এই এককের নাম সোন (sone)।

আপনি যদি ফন এককের সংজ্ঞা ভেবে দেখেন, তবে দেখবেন যে, এই সুরটির প্রবল্যমাত্রা 40 ফন। এখন যদি 40 ফন অপেক্ষা কম বা বেশি প্রাবল্যমাত্রার সুরের প্রবলতার মান সোন এককে নির্ণয় করা যায়, তবে আমরা উভয় রাশির সম্পর্ক লেখচিত্রের সাহায্যে দেখাতে পারি। 14.9 চিত্রে এই লেখচিত্রটি দেখতে পাবেন।

লেখচিত্রটি ভাল করে লক্ষ্য করুন। আপনি বুঝতেই পারছেন—



চিত্র : 14.9 প্রবল্যমাত্রা ও প্রবলতার লেখচিত্র

- এই অনুভূমিক অক্ষে প্রাবল্যমাত্রা (LL) রৈখিকভাবে (linear) দেখানো হলেও উল্লম্ব অক্ষে প্রবলতা (L) দেখানো হয়েছে লগারিথ্মিক্ স্কেলে।

- 40 ফনের অধিক প্রাবল্যমাত্রায় লেখটি প্রায় সরলরৈখিক। এই অংশটির সমীকরণ সহজেই নির্ণয় করা যায়। সোনের সংজ্ঞা অনুযায়ী যখন LL = 40, তখন L = 1, log L = 0। যদি ধরে নেওয়া যায় যখন LL = 100, তখন LL = 100, log L = 2, তবে সমীকরণটি হবে,

$$(\log L - 0) = \frac{2-0}{100-40}(LL - 40)$$

বা, $\log L = \quad (LL - 40) = 0{\cdot}033LL - 1{\cdot}33$

বা, $L = 10^{-1\cdot33}\cdot10^{0\cdot033LL} = 0{\cdot}047\ 10^{0\cdot033LL}$ ...14.1

মনে রাখতে হবে, 14.1 সমীকরণটি 40 ফনের কম প্রাবল্যমাত্রায় ব্যবহার করা যায় না।

1000Hz কম্পাঙ্কের সুরের ক্ষেত্রে আমরা প্রবলতার সঙ্গে ডেসিবেল মাত্রায় তীব্রতার সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারি। এই বিশেষ কম্পাঙ্কে

$LL = 10\log$ যেখানে I = তীব্রতা এবং I_0= শ্রবণসাধ্যতার সীমায় তীব্রতা, অর্থাৎ $10^{-12}Wm^{-2}$

$$LL = 10(\log I - \log I_0) = 10\log I + 120$$

$$log\ L = {\cdot}033(10\ \log I + 120) - 1{\cdot}33 = 0{\cdot}33\log I + 2{\cdot}67$$

অর্থাৎ, $L = 464I^{0.33}$ ...14.2

14.2 সমীকরণ থেকে বোঝা যায় যে প্রবলতা মোটামুটিভাবে তীব্রতার ঘনমূলের সমানুপাতী।

14.4.6 মিশ্র কম্পাঙ্কের শব্দ

এ পর্যন্ত আমরা প্রধানত একটিমাত্র কম্পাঙ্কের শব্দ অর্থাৎ সুরের প্রবল্যমাত্রা এ প্রবলতা সম্বন্ধে আলোচনা করলাম। কিন্তু প্রকৃতিতে কোনও শব্দই একটিমাত্র কম্পাঙ্কের বিশুদ্ধ সুর নয়। আসলে কোকিলের ডাকই বলুন আর হরিপ্রসাদ চৌরাশিয়ার বাঁশিই বলুন, নানা উপসুর মিশ্রিত না থাকলে কোনটিই এত মিষ্টি হত না। এখন আমরা মিশ্র কম্পাঙ্কের শব্দের প্রবলতা সম্পর্কে আলোচনা করব।

আমরা আগেই জেনেছি, যেহেতু এক এক কম্পাঙ্কের সুর বেসিলার পর্দার এক এক অংশকে কম্পিত করে, সেজন্য এদের মধ্যে কোন ব্যতিচার (interference) ঘটে না এবং এগুলির মোট প্রবলতা স্বরগুলির একক প্রবলতার যোগফলের সমান হয়। এই নীতিটি আমাদের কাছে অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ, কেন না, এর সাহায্যে আমরা মিশ্রকম্পাঙ্কের শব্দের প্রত্যাশিত প্রবলতা নির্ণয় করতে পারি। একটি উদাহরণ থেকে আপনি এর পদ্ধতিটি বুঝতে পারবেন। ধরা যাক, কোনও মিশ্র শব্দ 100, 200, 500, 1000, 2000, ও 5000 Hz কম্পাঙ্কে ছয়টি সুরের সংমিশণে গঠিত এবং প্রতিটির তীব্রতা 60db। এখন আমরা 14.8 চিত্রের সমপ্রাবল্যরেখাগুলির সাহায্যে প্রতিটি স্বরের প্রাবল্যমাত্রা নির্ণয় করে (এর জন্য কিছুটা চোখে দেখে আন্দাজের প্রয়োজন হবে) 14.9 লেখচিত্র থেকে প্রতিটির প্রবলতা নির্ণয় করতে পারি। এই প্রবলতাগুলির যোগফলই হবে মোট শ্রোতানির্ভর প্রবলতা। নিচের সারণিতে একইভাবে মোট প্রবলতা নির্ণয় করা হল। আপনি নিজে লেখচিত্রগুলির সাহায্যে নির্ণয়টি সঠিক হয়েছে কি না দেখে নিন।

সারণি 14.1 : মিশ্রকম্পাঙ্কের শব্দের প্রবলতা নির্ণয়

কম্পাঙ্ক(Hz)	তীব্রতা(db)	প্রবল্যমাত্রা(ফন)	প্রবলতা (সোন)
100	60	36	0·7
200	60	50	2·1
500	60	59	4·3
1000	60	60	4·5
2000	60	61	4·9
5000	60	58	4·0
			মোট প্রবলতা 20·5

এখানে মোট প্রবলতা 20·5 সোন, যার জন্য সাধারণভাবে 83 ফন প্রাবল্যমাত্রার প্রয়োজন। কেবলমাত্র 1000 Hz কম্পাঙ্কের একটি বিশুদ্ধ সুর 83 db তীব্রতাবিশিষ্ট হলে সেটির প্রাবল্যমাত্রা 83 ফন হত। কিন্তু এক্ষেত্রে তীব্রতা ছয়টি 60db তীব্রতার যোগফল অর্থাৎ 60 + 10log 6 বা, 68 db। এর থেকে আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে, একই তীব্রতা একটি কম্পাঙ্কে কেন্দ্রীভূত না হয়ে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের ছড়ানো থাকলে শ্রোতার কর্ণে তা অধিকতর প্রবলতার অনুভূতি সৃষ্টি করে। এবার একটু বিরতি। আরও পড়ার আগে একটি অনুশীলনী আপনাকে বিষয়টি বুঝতে সাহায্য করবে।

অনুশীলনী 3 :

একটি শব্দ রেকর্ডিং - এর স্টুডিওতে 30db তীব্রতার 100 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ, একটি ক্লাসঘরে 70 *db* তীব্রতার মিশ্র কম্পাঙ্কের শব্দ এবং একটি কারখানায় 130 db তীব্রতার মিশ্র কম্পাঙ্কের শব্দ তৈরি হয়। এই তিনটি ক্ষেত্রে একজন শ্রোতার কর্ণে কেমন অনুভূতি হবে?

অনুশীলনী 4 :

নিচের উক্তিগুলির মধ্যে যেগুলি ঠিক সেগুলির পাশে টিক্ চহ্ন দিন।

(a) লাউডস্পিকার বা পটকার শব্দ আমাদের শ্রবণযন্ত্রে কোনও ক্ষতি করে না।

(b) 60 db তীব্রতার শব্দের কম্পাঙ্ক 1000 Hz হলে তার প্রাবল্যমাত্রা 60 ফন, কিন্তু কম্পাঙ্ক কমলে প্রাবল্যমাত্রাও কম হবে।

(c) তীব্রতা 10 db বাড়লে তার মান 10 গুণ হয়, সুতরাং প্রাবল্যমাত্রা 10 ফন পরিমাণে বাড়লে শ্রোতার কর্ণে তা 10 গুণ জোরালো বলে মনে হবে।

(d) শব্দের শ্রোতানির্ভর প্রবলতা মোটামুটিভাবে তীব্রতার ঘনমূলের সমানুপাতী।

(e) একই তীব্রতা একটিমাত্র কম্পাঙ্কের পরিবর্তে বিভিন্ন কম্পাঙ্কে বিন্যস্ত হলে শ্রোতার কাছে শব্দটি প্রবলতর বলে মনে হয়।

14.4.7 সুর ও স্বরের তীক্ষ্ণতা (pitch)

গান শুনতে আপনি নিশ্চয়ই ভালোবাসেন। গান শোনার সময় আপনি নিশ্চয়ই খেয়াল করেন যে, গায়ক বা গায়িকার কণ্ঠ একবার খাদে নেমে আসে আবার চড়ায় ওঠে। এক্ষেত্রে আপনার কানে একটানা শব্দের

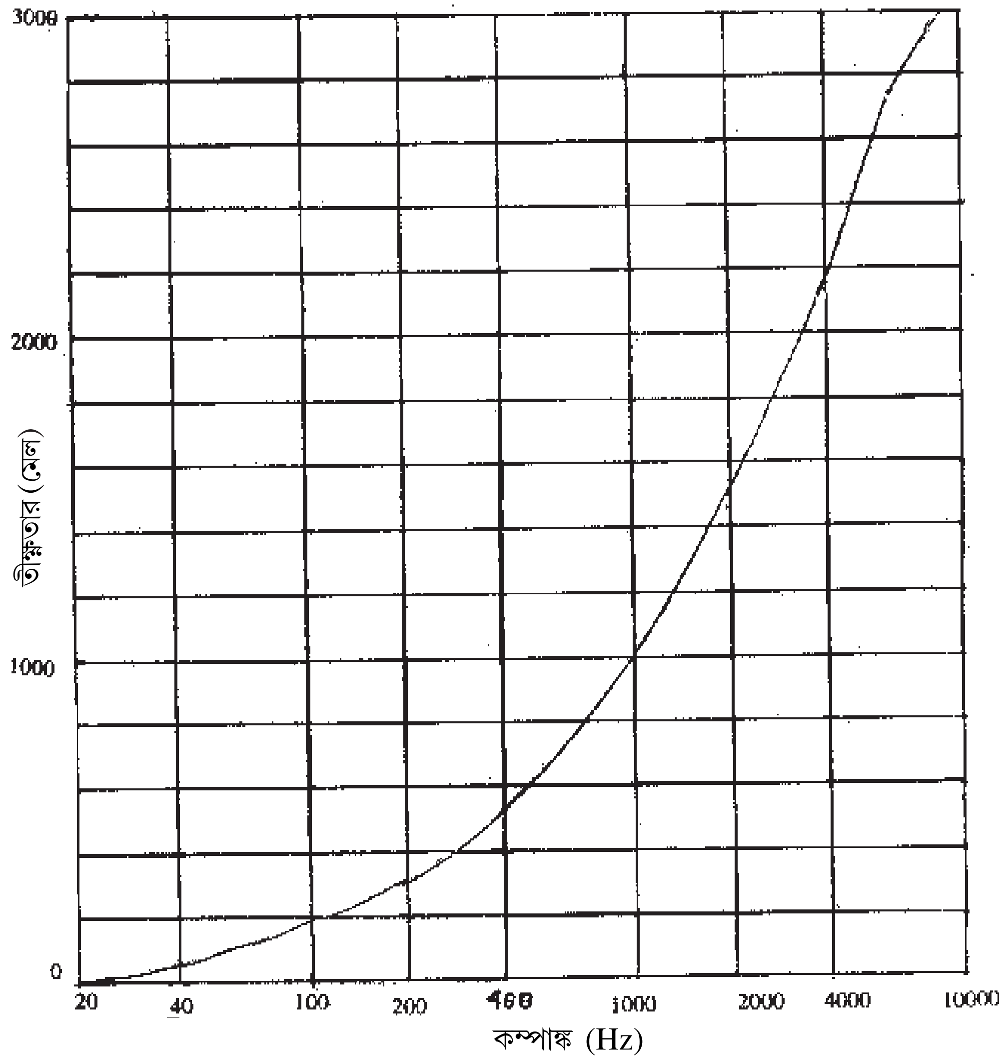
যে গুণটি ধরা পড়ে সেটি হলো তার তীক্ষ্ণতা (pitch)। অর্থাৎ, কোনও সুর বা সুস্বরের তীক্ষ্ণতা বলতে আমরা বুঝি শ্রোতার অনুভূতিতে সেটি কতটা চড়া বলে মনে হয়।

কোনও সুরের তীক্ষ্ণতা প্রধানত তার কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে। তীক্ষ্ণতা ও কম্পাঙ্কের সম্পর্ক নির্ণয় করতে শ্রোতার ব্যক্তিনির্ভর (subjective) অভিমত গ্রহণ করা প্রয়োজন, কেননা, প্রাবল্যমাত্রার মতো তীক্ষ্ণতাও সম্পূর্ণরূপে শ্রোতার অনুভূতির দ্বারাই সংজ্ঞিত হয়। এই সম্পর্ক দুইভাবে নির্ণয় করা যায়।

(i) শ্রোতা সমান প্রাবল্যমাত্রার (40 বা 60 ফন) দুইটি বিশুদ্ধ সুর একবার এটি, আর একবার অন্যটি, এইভাবে শোনেন এবং একটির কম্পাঙ্ক স্থির রেখে অন্যটির কম্পাঙ্ক এমনভাবে উপযোজন করেন যাতে সেটির তীক্ষ্ণতা প্রথমটির তুলনায় ঠিক অর্ধেক, অর্থাৎ এক সপ্তক নিচে বলে মনে হয়। এই প্রক্রিয়াটি বার বার প্রয়োগ করে সমস্ত শ্রাব্য কম্পাঙ্কের জন্য কম্পাঙ্কের হিসাবে তীক্ষ্ণতার মাপকাঠি তৈরি করা যায়। এই পদ্ধতিতে সাধারণত 1000Hz কম্পাঙ্কের বিশুদ্ধ সুরকে মানক হিসাবে ধরা হয় এবং এটির তীক্ষ্ণতাকে 1000 মেল (ইংরাজী melody শব্দ থেকে উদ্ভূত) বলা হয়। দেখা যায় যে, 60 ফন প্রাবল্যমাত্রায় যে শব্দের তীক্ষ্ণতা এর অর্ধেক অর্থাৎ 500 মেল বলে মনে হয়, তার কম্পাঙ্ক মাত্র 400Hz। আবার তীক্ষ্ণতা এর দ্বিগুণ অর্থাৎ 2000 মেল হতে হলে তার কম্পাঙ্ক হয় প্রায় 3100 Hz। এর থেকে বোঝা যায় যে তীক্ষ্ণতা ও কম্পাঙ্ক সমানুপাতিক নয়।

$$\frac{\Delta f}{f}$$

(ii) দ্বিতীয় একটি পদ্ধতিতে শ্রোতা সুরের কম্পাঙ্কের সর্বনিম্ন যে পরিবর্তন   ধরতে পারেন সেটি নির্ণয় করা হয়। গড় কম্পাঙ্ক f যখন 500Hz-এর নিচে তখন   এর মান 60 ফন প্রবল্যমাত্রার শব্দের ক্ষেত্রে প্রায় 3 Hz হতে দেখা যায়। উচ্চতর কম্পাঙ্কে   রাশিটি প্রায় অপরিবর্তিত থাকে এবং এর মান হয় 0·002 থেকে 0·003। ধরে নেওয়া হয় যে, কম্পাঙ্ক   পরিমাণ পরিবর্তিত হলে তীক্ষ্ণতা সব কম্পাঙ্কেই একই পরিমাণ কমে বা বাড়ে। সমগ্র শ্রবণপাল্লা জুড়ে পরপর   এর মান নির্ণয় করে প্রতিটি সুরের তীক্ষ্ণতা 'মেল' - এর হিসাবে নির্ণয় করা হয়। কোনও সুরের তীক্ষ্ণতা শব্দের তীব্রতার উপরেও কিছুটা নির্ভর করে। কম্পাঙ্ক স্থির রেখে তীব্রতা বাড়ালে তীক্ষ্ণতা কিছুটা কম বলে অনুভূত হয়। তবে 100Hz-এর কাছাকাছি কম্পাঙ্কেই তীব্রতার সঙ্গে তীক্ষ্ণতার পরিবর্তন সর্বাধিক হয়, 1000 Hz-এর অধিক কম্পাঙ্কে তীক্ষ্ণতা তীব্রতার উপর বিশেষ নির্ভর করে না। আবার অতি উচ্চ কম্পাঙ্কে (> 3000 Hz) তীব্রতা বাড়লে তীক্ষ্ণতাও বাড়ে, এমনও দেখা গেছে।



চিত্র : 14.10 কম্পাঙ্ক ও তীব্রতার সম্পর্ক

60 ফন প্রাবল্যমাত্রায় সুরের কম্পাঙ্ক ও তীক্ষ্ণতার নির্ণীত সম্পর্ক 14.10 চিত্রে লেখের সাহায্যে দেখানো হয়েছে। এখানে লক্ষ্য করার বিষয় এই যে, 1000 Hz কম্পাঙ্কের নিচে মেল-এর হিসাবে তীক্ষ্ণতা সর্বদাই কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি। কিন্তু 1000 Hz কম্পাঙ্কের ঊর্ধ্বে তীক্ষ্ণতা কম্পাঙ্কের তুলনায় ক্রমশ কম হতে থাকে।

এ পর্যন্ত আমরা যে আলোচনা করলাম তা শুধু বিশুদ্ধ সুরের ক্ষেত্রেই খাটে। একাধিক সুরের সমন্বয়ে যে স্বর গঠিত হয় তার তীক্ষ্ণতা কত হবে? এই প্রশ্নের উত্তর সরাসরি দেওয়া যায় না। সাধারণভাবে যে শব্দে একটি মূলসুর ও তার উপসুরগুলি মিশ্রিত আছে, তার তীক্ষ্ণতা মূলসুরের কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে। কিন্তু

অন্যক্ষেত্রে অবস্থার ব্যতিক্রম ঘটে। পরীক্ষা করে দেখা গেছে, 100, 200, 300,400 ও 500 Hz কম্পাঙ্কের সমান তীব্রতার সুরের সমন্বয়ে যে স্বর গঠিত হয় তার তীক্ষ্ণতা প্রায় 160 মেল। এখন যদি 100 Hz - এর সুরটি কমিয়ে দেওয়া যায় তবে আপনি নিশ্চয়ই আশা করবেন যে, তীক্ষ্ণতার বৃদ্ধি ঘটবে। কিন্তু বাস্তবে দেখা যায় যে, তীক্ষ্ণতা একই অর্থাৎ 160 মেল থাকে। আবার 400, 500, 600, 700, 800, 900 ও 1000 Hz কম্পাঙ্কের সমান তীব্রতার সাতটি সুরের মিশ্রণের তীক্ষ্ণতাও প্রায় 160 মেল হয়। কিন্তু 500, 700 ও 900 Hz কম্পাঙ্কের সুরগুলি বাদ দিলে তীক্ষ্ণতা বেড়ে প্রায় 300 মেল-এ দাঁড়ায়। এ থেকে এটাই বোঝা যায় যে, তীক্ষ্ণতা কেবলমাত্র সর্বনিম্ন কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে না। বরং কম্পাঙ্কগুলির ব্যবধানের সঙ্গেও তীক্ষ্ণতার ঘনিষ্ঠ সম্পর্ক রয়েছে। এই ঘটনার কারণ আমাদের কর্ণপটহে চাপ ও শ্রবণ-নার্ভের উদ্দীপনার মধ্যে অরৈখিক (non-linear) সম্পর্ক। এ সম্বন্ধে আপনি পরবর্তী অংশে আরও জানতে পারবেন।

কোনও মিশ্র স্বরের মধ্যে যখন বহুসংখ্যক কম্পাঙ্ক খুব কাছাকাছি থাকে, তখন বেসিলার পর্দার অনেকটা অঞ্চল একত্রে উদ্দীপিত হয় এবং কোনও নির্দিষ্ট তীক্ষ্ণতাই শ্রোতা অনুভব করেন না। এ জাতীয় শব্দকে আমরা অপস্বর বা কোলাহল (noise) বলে থাকি। অপরপক্ষে, নির্দিষ্ট তীক্ষ্ণতার অনুভূতি জাগানো শব্দ শ্রবণসুখকর এবং একেই আমরা সুরেলা শব্দ (musical sound) বলি।

সুরেলা শব্দের আর একটি ধর্মের উল্লেখ করে আমরা এই অংশটি শেষ করব। এটি হল সুরেলা শব্দের জাতি (timbre)। শব্দের তরঙ্গাকৃতির সঙ্গে সংশ্লিষ্ট এই বৈশিষ্ট্যটির জন্যই আমরা প্রবলতা ও তীক্ষ্ণতা এক হওয়া সত্ত্বেও বাঁশি ও বেহালার শব্দের মধ্যে পার্থক্য ধরতে পারি। তবে এটাও মনে রাখতে হবে যে, সুরেলা শব্দের জাতি কেবলমাত্র তরঙ্গাকৃতির উপর নির্ভর করে না। একই শব্দ রেকর্ডিং-এর পর অধিক প্রাবল্যমাত্রায় বাজানো হলে অথবা বাজানোর সময় ডিস্ক বা চৌম্বক টেপের গতি বাড়িয়ে কম্পাঙ্কের বৃদ্ধি ঘটালে পুনর্গঠিত শব্দ কানে একই জাতির বলে মনে হয় না। জাতির কোনও পরিমাণগত পরিমাপ সম্ভব নয় এবং এটি সম্পূর্ণ ব্যক্তিনির্ভর ও গুণগত অনুভূতি হিসাবেই বর্ণিত হয়।

পরের অংশে যাওয়ার আগে একটি অনুশীলনীর উত্তর দিন।

অনুশীলনী - 5 :

নিচের বাক্যগুলিতে শূন্যস্থানগুলি উপযুক্ত শব্দ দিয়ে পূর্ণ করুন :—

কোনও সুরের তীক্ষ্ণতা প্রধানত তার.................-এর উপর নির্ভর করলেও.................সঙ্গেও তীক্ষ্ণতার কিছুটা পরিবর্তন ঘটতে পারে।.................একক মেল। 100 Hz কম্পাঙ্কের বিশুদ্ধ স্বরের তীক্ষ্ণতাকে.................মেল ধরা হয়। সমান ব্যবধানে থাকা কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট কয়েকটি সমতীব্রতার সুর একত্রে ধ্বনিত হলে শব্দের তীক্ষ্ণতা সুরগুলির.................উপর নির্ভর করে। অত্যন্ত কাছাকাছি থাকা বহুসংখ্যক সুর .... সৃষ্টি করে। সুরেলা শব্দের যে ধর্মের জন্য আমরা সানাই ও বাঁশির শব্দের পার্থক্য বুঝতে পারি, সেটি হল তার.................। এই ধর্মটি মূলত.................-এর উপর নির্ভরশীল হলেও.................ও কম্পাঙ্কের উপরও কিছুটা নির্ভর করে।

14.5 স্বরকম্প, শ্রুতি উপসুর ও যুক্তস্বন (Beats, aural harmonics and combination tones)

আমাদের শ্রবণযন্ত্রটির কার্যকারিতা ও নিজস্ব বৈশিষ্ট্যের বেশ কিছু পরিচয় আপনি ইতিমধ্যেই পেয়েছেন। এই অংশে আপনি দেখবেন যে, আমাদের কানে এমন কম্পাঙ্কের অনুভূতি সৃষ্টি হতে পারে যা উদ্দীপক চাপতরঙ্গের বা চাপতরঙ্গসমূহের কোনওটির কম্পাঙ্কের সমান নয়। নতুন এই কম্পাঙ্কগুলির সৃষ্টি কানের যান্ত্রিক ব্যবস্থার মধ্যেই ঘটে থাকে এবং শব্দ গ্রাহকের গতিপ্রকৃতির গাণিতিক বিশ্লেষণ দ্বারা এগুলির ব্যাখ্যা দেওয়া সম্ভব। স্বরকম্প, শ্রুতি উপসুর ও যুক্তস্বন এই জাতীয় কম্পাঙ্কের উদাহরণ। এখন দেখা যাক, কীভাবে এগুলি উৎপন্ন হয়।

স্বরকম্প : দুইটি সমরেখ সরল দোলগতি যখন প্রায় সমান কম্পাঙ্কের হয় তখন তাদের উপরিপাতনের ফলে এমন একটি দোলগতি উৎপন্ন হয় যার কম্পাঙ্ক সরল দোলগতি দুইটির কম্পাঙ্কের গড় এবং বিস্তার কম্পাঙ্ক দুইটির অন্তরের সমান কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে কম্পিত হতে থাকে। EPH 03 কোর্সে আপনি এ বিষয়ে বিশদভাবে পড়েছেন। প্রায় সমান এবং শ্রাব্য কম্পাঙ্কের দুইটি সুর যখন কর্ণে শ্রুত হয়, তখন সেগুলি বেসিলার পর্দার একই অংশে উদ্দীপনা সৃষ্টি করে। তবে সুর দুইটির দশা ক্রমান্বয়ে সম ও বিপরীত হওয়ার ফলে বেসিলার পর্দার কম্পনের বিস্তার ওঠানামা করতে থাকে, ফলে উদ্দীপনার মানেও অনুরূপ তারতম্য ঘটে। এর ফলে শ্রোতা মাঝামাঝি কম্পাঙ্কের শব্দ শুনতে পান কিন্তু তাঁর অনুভূত প্রাবল্যমাত্রা কম্পিত হতে থাকে। একেই আমরা স্বরকম্প বলি।

দুইটি সুরের কম্পাঙ্কের মধ্যে সমতা আনার জন্য একটির কম্পাঙ্ক স্থির রেখে অন্যটি উপযোজিত (adjust) করা হয় যাতে স্বরকম্পের কম্পাঙ্ক ক্রমশ কমে শূন্য হয়। বাদ্যযন্ত্রের সুর বাঁধার জন্য এটি একটি প্রচলিত উপায়। হার্মোনিয়াম যন্ত্রের একেবারে খাদের অর্থাৎ বামদিকের পরপর দুটি রিড একসঙ্গে টিপে যন্ত্রটি বাজালে আপনি স্বরকম্প শুনতে পাবেন।

শ্রুতি উপসুর : স্বরকম্প উৎপাদনে আমাদের শ্রবণযন্ত্র বৈখিকভাবে কাজ করে অর্থাৎ বেসিলার পর্দার উদ্দীপনা শ্রবণ-নার্ভে যে সাড়া (response) তৈরি করে তা উদ্দীপনার সঙ্গে রৈখিকভাবে পরিবর্তিত হয়। শব্দের তীব্রতা অল্প হলে উদ্দিপক শব্দচাপ ও নার্ভের সাড়াকে সমানুপাতী বলে ধরা যায়। কিন্তু তীব্রতা বৃদ্ধি পেলে সাড়ার এই রৈখিকতা আর বজায় থাকে না। এই অবস্থায় একটি বিশুদ্ধ সুর অধিক তীব্রতার ধ্বনিত হলে শ্রোতা বিশুদ্ধ সুরটির কম্পাঙ্কের গুণিতক কম্পাঙ্কের সুরও শুনতে পান। এই গুণিতক কম্পাঙ্কের সুরগুলিকেই শ্রুতি উপসুর বলা হয়।

শ্রুতি উপসুরের উৎপত্তি গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। ধরা যাক শব্দ চাপ P ও নার্ভের সাড়া R-এর মধ্যে সম্পর্ক :

$$R = ap + bp^2 + cp^3 \qquad ...14.3$$

bp^2 ও cp^3 রাশিদ্বয় এখানে উভয়ের সম্পর্কের অরৈখিকতা (non-linearity) নির্দেশ করেছে। এখন ধরা যাক শব্দচাপ n কম্পাঙ্কে সরল দোলগতিতে কম্পিত হয়। $p = P \cos 2\ nt$ লিখলে,

$$R = aP\cos 2\ nt + bP^2\cos^2 2\ nt + cP^3\cos^3 2\ nt$$

$$= aP\cos 2\ nt + \quad bP^2(\cos 4\ nt + 1) + \quad cP^3 (\cos 6\ nt + 3\cos 2\ nt)$$

$$\text{বা, } R = \qquad \cos 2\ nt + \quad bP^2\cos 4\ nt + \quad cP^3\cos 6\ nt + \quad bP^2 \quad ...14.4$$

14.4 সমীকরণের ডানদিকের প্রথম তিনটি রাশি যথাক্রমে n, $2n$ ও $3n$ কম্পাঙ্কের আন্দোলন সূচিত করছে। এ থেকে প্রমাণিত হয় যে, শব্দচাপের পরিবর্তন কেবলমাত্র n কম্পাঙ্কে হলেও শ্রবণযন্ত্রের অরৈখিকতার ফলে সাড়ার মধ্যে উচ্চতর উপসুরও বর্তমান থাকবে। এগুলি শ্রুতি উপসুর।

শ্রুতি উপসুরের উপস্থিতি খুব সহজেই দেখানো হয়। ধরা যাক, কোনও শ্রোতাকে 200 Hz কম্পাঙ্কের একটি বিশুদ্ধ সুর বেশ উচ্চ তীব্রতায় শোনানো হলে। শ্রোতা 200 Hz কম্পাঙ্কের সুরটির সঙ্গে 400 Hz, 600 Hz প্রভৃতি কম্পাঙ্কের সুরের অনুভূতিও লাভ করবেন। এখন যদি 403 Hz কম্পাঙ্কের আরও একটি বিশুদ্ধ সুর তাকে শোনানো হয় তবে তিনি 400 Hz কম্পাঙ্কের উপসুরের সঙ্গে এই সুরটির উপরিপাতনের ফলে 3Hz কম্পাঙ্কের স্বরকম্পও শুনতে পারেন। এতে 400 Hz উপসুরের উপস্থিতি নিশ্চিতভাবে প্রমাণিত হয়। 100 Hz-এর কাছাকাছি কম্পাঙ্কের বিশুদ্ধ সুর অপেক্ষাকৃত সহজেই শ্রুতি উপসুরের সৃষ্টি করতে পারে। প্রাবল্যমাত্রা 20 ফন থেকে বাড়তে থাকলে ক্রমশ দ্বিতীয়, তৃতীয় প্রভৃতি উপসুরগলি শোনা যায়।

যুক্তস্বন : প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুইটি বিশুদ্ধ সুর যদি একই সঙ্গে শ্রুত হয়, তবে তার ফল আপনি ইতিমধ্যেই জেনেছেন। কিন্তু সুর দুইটির কম্পাঙ্ক যদি এতটাই পৃথক হয় যে, তাদের ব্যবধানও শ্রাব্য কম্পাঙ্কের মধ্যে পড়ে, তখন কম্পাঙ্কদ্বয়ের বিয়োগফল এবং যোগফলের সমান অর্থাৎ সমষ্টি ও আন্তর কম্পাঙ্কের সুরও শোনা যায়। এই সুরগুলিকে আমরা যুক্তস্বন বলি।

শ্রুতি উপসুরের মতো যুক্তস্বনের উৎপত্তিও শ্রবণযন্ত্রের অরৈখিকতায় জন্যই ঘটে। 14.3 সমীকরণের অপেক্ষাকৃত ক্ষুদ্র রাশি cp^3-কে উপেক্ষা করে আমরা লিখতে পারি।

$R = ap + bp^2$ (R = নার্ভের সাড়া, p = শব্দচাপ)

ধরে নিন, শব্দচাপ n ও m দুই কম্পাঙ্কের দুইটি পৃথক বিশুদ্ধ সুরের দ্বারা উৎপন্ন অর্থাৎ,

$$p = P_1 \cos 2\ nt + P_2\cos 2\ mt$$

শব্দচাপের ওই রাশি ব্যবহার করে,

$R = a\ (P_1 \cos 2\ \ nt + P_2 \cos 2\ \ mt) + b(P_1^2 \cos^2 2\ \ mt + P_2^2\ \cos^2 2\ \ mt + 2P_1 P_2\ \cos 2\ \ nt$ $\cos 2\ \ mt)$

$= a\ (P_1\ \cos 2\ \ nt + P_2\ \cos 2\ \ mt) +\ \ \ bP_1^2\ (\cos 4\ \ nt + 1) +\ \ \ bP_2^2\ (\cos 4\ \ mt + 1)$

$+ bP_1 P_2 [\cos 2\ \ \ (n + m)t + \cos 2\ \ (n\ \ - m)t]$ ...14.5

লক্ষ্য করে দেখুন R - এর রাশিটির মধ্যে n, m, $2n$, $2m$ ছাড়াও $n + m$ ও $n - m$ কম্পাঙ্কের সমষ্টি ও আন্তর উপাংশ রয়েছে। এর থেকে বোঝা যায়,যুক্তস্বনগুলি শ্রবণযন্ত্রের অরৈখিকতার ফলেই উৎপন্ন হয়।

বিড়ালের কানের শঙ্খনালী-বিভবের পরিমাপ করে যুক্তস্বনের অস্তিত্ব দেখা গেছে। 700 Hz ও 1200 Hz কম্পাঙ্কের দুইটি বিশুদ্ধ সুর কর্ণে প্রবেশ করিয়ে শঙ্খনালী-বিভবে 500 Hz, 1900 Hz, 1700 Hz, ও 3100 Hz কম্পাঙ্কের সাড়ার সন্ধান পাওয়া যায়। লক্ষ্য করুন, এই কম্পাঙ্কগুলি যথাক্রমে 1200 –700, 1200 + 700, 2 × 1200 – 700 ও 2 × 1200 + 700 Hz - এর সমান।

শ্রুতি উপসুরের ক্ষেত্রে বর্ণিত পদ্ধতিতেও যুক্তস্বনগুলির সন্ধান করা যায়। এক্ষেত্রে 700 ও 1200 Hz কম্পাঙ্কের দুটি বিশুদ্ধ সুর কানে প্রবেশ করিয়ে শঙ্খনালী বিভবে 500 Hz, 1900 Hz, 1700 Hz ও 3100 Hz কম্পাঙ্কের সাড়ার সন্ধান পাওয়া যায়। লক্ষ্য করুন, এই কম্পাঙ্কগুলি যথাক্রমে 1200 – 700, 1200 + 700, 2 × 1200 + 700 Hz ও 2 × 1200 + 700 Hz এর সমান।

শ্রুতি উপসুরের ক্ষেত্রে বর্ণিত পদ্ধতিতেও যুক্তস্বনগুলির সন্ধান করা যায়। এক্ষেত্রে 700 Hz ও 1200 Hz কম্পাঙ্কের দুটি বিশুদ্ধ সুর মোটামুটি উচ্চ তীব্রতায় ধ্বনিত করে এগুলির সঙ্গে তৃতীয় একটি উপযোজনযোগ্য সন্ধানী সুর শ্রোতাকে শোনানো হয়। সন্ধানী সুরটির কম্পাঙ্ক যখন 500 Hz, 1900 Hz প্রভৃতির কাছাকাছি হয়, তখন শ্রোতা স্বরকম্প শুনতে পান এবং এর দ্বারা বিভিন্ন সমষ্টি ও আন্তর কম্পাঙ্কের উপস্থিতি সূচিত হয়।

এই প্রসঙ্গে একটি কথা বলা যেতে পারে। আজ থেকে দেড়শ বছরেরও আগে বিজ্ঞানী ওম্ (G.S. Ohm, 1787-1854) এই সিদ্ধান্তে এসেছিলেন যে, আমাদের কানে বিশুদ্ধ সরল দোলগতির কম্পন একটিমাত্র সুরের অনুভূতি সৃষ্টি করে, কিন্তু অন্য ধরনের পর্যাবৃত্ত কম্পন কানে বিশ্লেষিত হয় এবং যথেষ্ট তীব্রতা থাকলে প্রতিটি উপসুর পৃথকভাবে অনুভূত হয়। কিন্তু এই অংশে আমরা লক্ষ্য করলাম যে, কানে এমন কম্পাঙ্কের অনুভূতি সৃষ্টি হতে পারে যা শ্রুত শব্দে সম্পূর্ণ অনুপস্থিত। সুতরাং, ওম, - এর সিদ্ধান্ত সম্পূর্ণ সত্য নয়।

14.6 দ্বিকর্ণীয় দিক নির্ণয় (Binaural localization)

আপনার হয়ত মনে হয়েছে যে, শব্দের প্রবলতা, তীক্ষ্ণতা বা জাতি অনুভব করতে একটি কানই যথেষ্ট। সুতরাং, মানুষ বা অন্যান্য স্তন্যপায়ী জীবের দুইটি কানের কি প্রয়োজন? এর উত্তরে বলা যায় যে, আমরা যে শব্দ, শুনি তার উৎসটি কোথায় সেটাও আমাদের জানার প্রয়োজন হয়। মনে করুন, শিক্ষা সহায়ক অনুষ্ঠানে

কোন একজন শিক্ষার্থী একটি প্রশ্ন করলেন। শিক্ষক মহাশয়ের শুধু প্রশ্নটি শুনলেই চলবে না, তাঁকে জানতে হবে, কে প্রশ্নটি করলেন অর্থাৎ কোন দিকে থেকে প্রশ্নের শব্দটি এল। শব্দের উৎসের দিক নির্ণয় করার জন্য দুই কানে শব্দটি শোনা একান্তই প্রয়োজন।

দুই কানে শব্দ শোনার ফলে দুটি পৃথক উপায়ে আমরা শব্দের দিক নির্ণয় করি। এগুলি হলো।

- দুই কানে অনুভূত প্রবলতার ভিত্তিতে তীব্রতার তুলনামূলক বিচার
- ক্ষণস্থায়ী শব্দের ক্ষেত্রে দুই কানে শব্দ পৌঁছনোর সময়ের ব্যবধান, অথবা দীর্ঘস্থায়ী শব্দের ক্ষেত্রে শ্রুত শব্দের দশার প্রভেদ।

এই দুইটি উপায় সম্বন্ধে আমরা পৃথকভাবে আনোচনা করব।

দুই কানে শ্রুত শব্দের তীব্রতার প্রভেদ হওয়ার কারণ শ্রোতার মস্তক ও কান পত্রকের শব্দছায়া। এক্ষেত্রে যে সাধারণ নীতি প্রযোজ্য, সেটি হল, অনচ্ছ বস্তুর আকার যখন তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের তুলনায় ক্ষুদ্র হয় তখন সেটি ঐ তরঙ্গের জন্য কোনও ছায়াঞ্চল সৃষ্টি করে না। শব্দতরঙ্কের কম্পাঙ্ক 1000 Hz-এর কম অর্থাৎ তরঙ্গদৈর্ঘ্য 35 cm অপেক্ষা বেশি হলে শ্রোতার মস্তক, যেটির ব্যাস প্রায় 20 cm, কোনও ছায়াঞ্চল সৃষ্টি করে না এবং দুই কানে শ্রুত শব্দের তীব্রতায় বিশেষ পার্থক্য থাকে না। 1000 Hz-এর অধিক কম্পাঙ্কে মস্তকের শব্দছায়ায় অবস্থিত হওয়ার ফলে শব্দ উৎস অভিমুখী কানের তুলনায় দূরবর্তী কানে পৌঁছনো শব্দের তীব্রতা কম হয়। শ্রোতার দুই কানে টেলিফোন রিসিভারের সাহায্যে সামান্য কম বেশী তীব্রতার শব্দ পৌঁছে দিয়ে দেখা গেছে 1000 Hz এর অধিক কম্পাঙ্কের বিশুদ্ধ সুরের ক্ষেত্রে শ্রোতা যে দিকের কানে শব্দের তীব্রতা বেশি, শব্দের উৎস সেই অনুযায়ী বাম বা ডানপাশে বলে মনে করেন। 3000 Hz-এর অধিক কম্পাঙ্কে কর্ণপত্রক দুটিও শ্রবণনালিকার সামনে ছায়ার সৃষ্টি করে, ফলে শ্রোতা শব্দের উৎস তার সামনে না পিছনে আছে তাও বুঝতে পারেন।

অপরপক্ষে, দুই কানে পৌঁছানো বিশুদ্ধ এক সুরের শব্দের ক্ষেত্রে দশার প্রভেদ শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং শব্দের শ্রোতার সোজাসুজি সামনের দিকে থেকে বাম বা ডানদিকে কতটা কোণে সরে আছে, তার উপর নির্ভর করে। উৎসটি সম্পূর্ণ একপাশে থাকলে দশার প্রভেদ হবে , যেখানে $d =$ মস্তকের ব্যাস ও = শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য। 150 Hz-এর মতো অতি নিম্ন কম্পাঙ্কে এর মান প্রায় 0.03, সুতরাং, দশার প্রভেদ অত্যন্ত কম। 800 = 900 Hz কম্পাঙ্কে দশার প্রভেদ প্রায় 180° হয়। কিন্তু এর বেশি কম্পাঙ্কে দশার প্রভেদ 180° - এর চেয়ে বেশি হয় এবং এর ফলে উৎসের নিকটবর্তী কানে যে শব্দতরঙ্গ পৌঁছয়, সেটি দশাকোণে এগিয়ে না থেকে পিছিয়ে আছে বলে মনে হয়। সুতরাং, 1000 Hz বা তদূর্ধ্ব কম্পাঙ্কে দশার প্রভেদ শব্দ উৎসের দিক নির্ণয়ে সাহায্য করে না। 200 থেকে 800 Hz কম্পাঙ্কের ক্ষেত্রে যে এটি কার্যকরী থাকে তা পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয়েছে।পূর্বের পরীক্ষার মতো শ্রোতার দুই কানে টেলিফোন রিসিভারের সাহায্যে ভিন্ন দশায় বিশুদ্ধ সুর শ্রবণ করিয়ে দেখা গেছে, শ্রোতা যেদিকের কানে দশায় এগিয়ে থাকা শব্দ শোনেন, শব্দের উৎস সেদিকেই আছে বলে মনে করেন।

বাস্তবে শ্রুত শব্দের মধ্যে সাধারণত উচ্চ ও নীচ—সব কম্পাঙ্কই উপস্থিত থাকে। উপরন্তু শ্রোতা ইচ্ছামত মাতা ঘোরাতেও পারেন। এর ফলে আমরা তীব্রতার প্রভেদ ও দশার প্রভেদ—দুটিকেই কাজে লাগাই এবং মোটামুটি সঠিকভাবে শব্দের উৎসের দিক নির্ণয় করতে পারি।

শ্রুতি সম্বন্ধীয় আলোচনা এখানেই শেষ হল। এই আলোচনা যেহেতু মানুষেরই শ্রবণেন্দ্রিয় ও শ্রবণ ক্ষমতার সম্বন্ধে, এটি সম্ভবত আপনার কাছে কৌদুহলোদ্দীপক বলে মনে হয়েছে। এবার আপনি একটি অনুশীলনী উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করুন।

অনুশীলনী - 6 :

(a) শব্দের তীব্রতা কম থাকলে শ্রুতি উপসুর শোনা যায় না কেন?

(b) 600 Hz ও 1000 Hz কম্পাঙ্কের দুটি বিশুদ্ধ সুর একসঙ্গে ধ্বনিত হল। এমন চারটি কম্পাঙ্কের উল্লেখ করুন যেগুলিতে যুক্তস্বন শোনা যাবে।

(c) 100 Hz কম্পাঙ্কের বিশুদ্ধ শব্দ দুই কানে সমান প্রবতলায় শ্রুত হয়। এর কারণ কী?

14.7 সারাংশ

বর্তমানে এককটির উপজীব্য বিষয় মানুষের শরীরে প্রকৃতিদত্ত শব্দ উৎপাদক ও শব্দগ্রাহক দুটি যন্ত্র—বাগ্‌যন্ত্র ও কান। এককটির দুই মূল অংশের প্রথমটিতে বার্গযন্ত্রের গঠন ও কার্যপ্রণালী আলোচিত হয়েছে, যার মধ্যে আছে ঘোষধ্বনি ও শ্বাসধ্বনি, উভয় প্রকার কণ্ঠস্বরের উৎপাদন। কণ্ঠস্বরে এ ক্ষমতা বাহিত হয় তার পরিমাণ অত্যন্ত অল্প। এই ক্ষমতা পুরুষ ও মহিলার কণ্ঠস্বরের বিভিন্ন ফুরিয়ে উপাংশে কীভাবে বন্টিত থাকে তার সংক্ষিপ্ত উল্লেখ করা হয়েছে।

দ্বিতীয় অংশটি শ্রুতি সম্পর্কীয়। কানের গঠন ও কার্যপ্রণালী ছাড়াও কানের শ্রবণসীমা অর্থাৎ শ্রবণসাধ্য শব্দের সর্বনিম্ন তীব্রতা ও সহনীয় সর্বোচ্চ তীব্রতার উল্লেখ করা হয়েছে। তবে নৈর্ব্যক্তিকভাবে পরিমাপযোগ্য তীব্রতা ছাড়াও শ্রোতা নির্ভর দুইটি রাশি ব্যবহার করার প্রয়োজন হয়। এর একটি প্রাবল্যমাত্র, যেটি যে শব্দগুলি বিভিন্ন কম্পাঙ্কের অথচ শ্রোতার কাছে সমান প্রাবল্যের বলে মনে হয় সেগুলিকে সম্পর্কিত করে। অন্যটি শ্রোতা নির্ভর প্রবলতা, যেটির সাহায্যে দুইটি শব্দের একটি শ্রোতার কানে অন্যটির তুলনায় কতগুণ জোরালো বলে মনে হয় তা নির্ণয় করতে সাহায্য করে। এই দুই রাশির বিষয়ে আলোচনা ছাড়া এগুলির একক, যথাক্রমে ফন ও সোন এখানে সংজ্ঞাত ও ব্যবহৃত হয়েছে।

পরিশেষে, দুইটি কানে শ্রবণের সাহায্যে আমরা কীভাবে শব্দ উৎসের দিক নির্ণয় করি সে সম্বন্ধে এই এককে আলোচনা করা হয়েছে।

14.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. কণ্ঠস্বর উৎপাদনে (a) ফুস্‌ফুস্‌, (b) স্বরতন্ত্রী, (c) জিহ্বা, ওষ্ঠ ও দন্তের ভূমিকা ব্যাখ্যা করুন।
2. মানুষের কণ্ঠস্বরে কী পরিমাণে বিভিন্ন কম্পাঙ্ক উপস্থিত থাকে?
3. মানুষের কানের গঠন বর্ণনা করুন এবং কানের বিভিন্ন অংশের কার্য ব্যাখ্যা করুন।
4. শব্দের তীব্রতা ও প্রাবল্যমাত্রার সম্পর্ক বর্ণনা করুন।
5. শব্দের প্রাবল্যমাত্রা ও প্রবলতার প্রভেদ কী? প্রবলতা রাশিটির জ্ঞান আমাদের কাজে লাগে এমন দুইটি ক্ষেত্রের উল্লেখ করুন।
6. তীক্ষ্ণতা কী এবং এটি কোন্ কোন্ রাশির উপর নির্ভর করে?
7. স্বরকম্প, শ্রুতি উপসুর ও যুক্তস্বন কীভাবে উৎপন্ন হয় তা ব্যাখ্যা করুন।
8. শব্দ উৎসের দিক নির্ণয়ে দুইটি কান কীভাবে কাজ করে, ব্যাখ্যা করুন।

14.9 উত্তরমালা

অনুশীলনী :

1. (i) হ্যাঁ, শ্বাসধ্বনিতে অর্থাৎ ফিসফিস করে কথা বলতে স্বরতন্ত্রীর ব্যবহার হয় না, তবে বায়ুস্রোত মুখগহ্বর, নাসিকাগহ্বর প্রভৃতির মধ্যে নিয়ন্ত্রিত হয়ে অর্থপূর্ণ শব্দ সৃষ্টি করে।

   (ii) সাধারণ কথাবার্তায় প্রায় 10 W ক্ষমতার শব্দ সৃষ্ট হয়, তবে জোরে কথা বললে এটি 200 W পর্যন্ত যেতে পারে।

2. শ্রবণনালিকা—কর্ণপটহ—হাতুড়ি—নেহাই—রেকাব—ডিম্বাকৃতি পর্দা—অন্তঃকর্ণের তরল—বেসিলার পর্দা—শ্রবণ—নার্ভ।

3. 30 db তীব্রতার 100 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ—প্রাবল্যমাত্রা 0 ফনের নিচে। সুতরাং শ্রবণসাধ্য নয়।

   70 db তীব্রতার মিশ্র কম্পাঙ্কের শব্দ—কোনও অস্বস্তি ব্যতীত শোনা যাবে।

   130 db তীব্রতার মিশ্র কম্পাঙ্কের শব্দ—কানে অস্বস্তির সৃষ্টি করবে।

4. (b), (d), (c) — ঠিক।

5. কম্পাঙ্ক, তীব্রতার, তীক্ষ্ণতার, 1000, ব্যবধানের, অপস্বর, জাতি, তরঙ্গাকৃতি, প্রাবল্যমাত্রা।

6. (a) শব্দের তীব্রতা কম থাকলে 14.3 সমীকরণে p-এর মান ছোট ধরতে হবে। সেক্ষেত্রে bp^2 ও cp^3 রাশিগুলি উপেক্ষণীয় হবে, অর্থাৎ R ও p এর সম্পর্ক রৈখিক হবে। 14.4 সমীকরণে R এর রাশিমালায় মুলসুর ব্যতীত অন্যান্য উপসুরগুলি থাকবে না। এর ফলে শ্রুতি উপসুর শোনা যাবে না।

(b) 400 Hz, 1600 Hz, 1400(1000 × 2 – 600) Hz, 2600 (1000 × 2 + 600) Hz

(c) 100 Hz কম্পাঙ্কে তরঙ্গদৈর্ঘ্য প্রায় 3.5 m, যা মস্তকের ব্যাসের তুলনায় অনেক বড়। ফলে শ্রোতার মস্তক এই কম্পাঙ্কে কোনও ছায়াঞ্চল সৃষ্টি করে না এবং শব্দ উভয় কানে প্রায় সমান তীব্রতায় পৌঁছায়।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. এর উত্তর আপনি 14.2 অংশে পাবেন।

2. 14.3 অংশে এ বিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

3. 14.4.1 অংশে কানের গঠন ও 14.4.2 অংশে বিভিন্ন অংশের কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা করা হয়েছে।

4. 14.4.4 অংশে আপনি প্রশ্নটির উত্তর পাবেন।

5. ফন এককে সমপ্রাবল্যমাত্রার শব্দ কানে সমান জোরালো শোনায় কিন্তু প্রাবল্যমাত্রার মানের বৃদ্ধির সঙ্গে শব্দ কতটা জোরালো শোনাবে তার নির্দিষ্ট সম্পর্ক নেই। যদি একটি শব্দ উৎসের সঙ্গে অনুরূপ আর একটি শব্দ উৎস ব্যবহার করা হয় তবে তীব্রতা দ্বিগুণ হলেও (3db বৃদ্ধি) প্রাবল্যমাত্রা সাধারণভাবে 3 ফন বৃদ্ধি পাবে না। অপরপক্ষে, কানে শব্দ কত জোর শোনা যাবে তা সোন এককে প্রবলতা দিয়ে নির্দেশ করা যায়। জোরালোভাব দ্বিগুণ বৃদ্ধি পেলে প্রবলতাও দ্বিগুণ হবে। বিভিন্ন উৎস থেকে আসা শব্দের জন্য মোট প্রবলতা একক প্রবলতাগুলির যোগফল এবং শ্রোতার কাছে মিলিত শব্দ কত জোর শোনাবে তা নির্দেশ করে।

   প্রবলতা রাশিটি জানা থাকলে আমরা (i) বিভিন্ন উৎস থেকে আসা শব্দ মিলিতভাবে শ্রোতার কানে কতটা জোরালো শোনাবে তা নির্ণয় করতে পারি ও (ii) যে শব্দে বিভিন্ন তীব্রতার একাধিক কম্পাঙ্কের উপাংশ আছে তা শ্রোতার কাছে কতটা জোর মনে হবে তার গণনা করতে পারি।

6. শ্রোতার অনুভূতিতে কোনও সুর অথবা সুস্বর কতটা চড়া মনে হয়, তাকেই ঐ সুর বা সুস্বরের তীক্ষ্ণতা বলা হয়। কোনও সুরের তীক্ষ্ণতা প্রধানত তার কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর করে, তবে তীব্রতার উপরেও এটি কিছুটা নির্ভরশীল। একটি মূলসুর ও তার কিছু উপসুরের সমন্বয়ে গঠিত শব্দের তীক্ষ্ণতা মূলসুরের কম্পাঙ্ক দ্বারাই নির্ধারিত হয়। কিন্তু মূলসুর ও তার উপসুর নয় এমন কয়েকটি সুরের

মিশ্রণে গঠিত শব্দের ক্ষেত্রে তীক্ষ্ণতা সর্বনিম্ন কম্পাঙ্কের উপর নির্ভর না করে কম্পাগুলির ব্যবধানের উপর নির্ভর করে।

7. 14.5 অংশে এ সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

8. 14.6 অংশে এই প্রশ্নের উত্তর পাবেন।

এই এককটির রচনায় নিম্নোক্ত পুস্তকগুলির সহায়তা নেওয়া হয়েছে। আপনি ইচ্ছা করলে এগুলি পড়ে দেখতে পারেন।

1. Fundamentals of Acoustics — L.E. Kinsler & A.R. Frey, Wiley Eastern Ltd.

2. Acoustics — A. Wood, Blackie & Son Ltd.

3. উচ্চতর স্বনবিদ্যা—যুগলকিশোর মুখোপাধ্যায়, পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ।