



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

STUDY MATERIAL

**ELECTIVE PHYSICS
HONOURS**

EPH 13

**Structure of Atoms,
Molecular Spectra and
Solid State Physics**

● Solid State
Physics

● Block-2



প্রাক্কথন

নেতাজি সুভাষ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের স্নাতক শ্রেণির জন্য যে পাঠক্রম প্রবর্তিত হয়েছে, তার লক্ষণীয় বৈশিষ্ট্য হল প্রতিটি শিক্ষার্থীকে তাঁর পছন্দমতো কোনো বিষয়ে সাম্মানিক (honours) স্তরে শিক্ষাগ্রহণের সুযোগ করে দেওয়া। এক্ষেত্রে ব্যক্তিগতভাবে তাঁদের গ্রহণ ক্ষমতা আগে থেকেই অনুমান করে না নিয়ে নিয়ত মূল্যায়নের মধ্য দিয়ে সেটা স্থির করাই যুক্তিযুক্ত। সেই অনুযায়ী একাধিক বিষয়ে সাম্মানিক মানের পাঠ-উপকরণ রচিত হয়েছে ও হচ্ছে—যার মূল কাঠামো স্থিরীকৃত হয়েছে একটি সুচিন্তিত পাঠক্রমের ভিত্তিতে। কেন্দ্র ও রাজ্যের অগ্রগণ্য বিশ্ববিদ্যালয় সমূহের পাঠক্রম অনুসরণ করে তার আদর্শ উপকরণগুলির সমন্বয়ে রচিত হয়েছে এই পাঠক্রম। সেইসঙ্গে যুক্ত হয়েছে অধ্যোতব্য বিষয়ে নতুন তথ্য, মনন ও বিশ্লেষণের সমাবেশ।

দূর-সঞ্চারী শিক্ষাদানের স্বীকৃত পদ্ধতি অনুসরণ করেই এইসব পাঠ-উপকরণের লেখার কাজ চলছে। বিভিন্ন বিষয়ের অভিজ্ঞ পণ্ডিতমণ্ডলীর সাহায্য এ কাজে অপরিহার্য এবং যাঁদের নিরলস পরিশ্রমে লেখা, সম্পাদনা তথা বিন্যাসকর্ম সুসম্পন্ন হচ্ছে তাঁরা সকলেই ধন্যবাদের পাত্র। আসলে, এঁরা সকলেই অলঙ্ঘ্য থেকে দূর-সঞ্চারী শিক্ষাদানের কার্যক্রমে অংশ নিচ্ছেন; যখনই কোনও শিক্ষার্থী এই পাঠ্যবস্তুনিচয়ের সাহায্য নেবেন, তখনই তিনি কার্যত একাধিক শিক্ষকমণ্ডলীর পরোক্ষ অধ্যাপনার তাবৎ সুবিধা পেয়ে যাচ্ছেন।

এইসব পাঠ-উপকরণের চর্চা ও অনুশীলনে যতটা মনোনিবেশ করবেন কোনো শিক্ষার্থী, বিষয়ের গভীরে যাওয়া তাঁর পক্ষে ততই সহজ হবে। বিষয়বস্তু যাতে নিজের চেষ্টায় অধিগত হয়, পাঠ-উপকরণের ভাষা ও উপস্থাপনা তার উপযোগী করার দিকে সর্বস্তরে নজর রাখা হয়েছে। এরপর যেখানে যতটুকু অস্পষ্টতা দেখা দেবে, বিশ্ববিদ্যালয়ের বিভিন্ন পাঠকেন্দ্রে নিযুক্ত শিক্ষা-সহায়কগণের পরামর্শে তার নিরসন অবশ্যই হতে পারবে। তার ওপর প্রতি পর্যায়ের শেষে প্রদত্ত অনুশীলনী ও অতিরিক্ত জ্ঞান অর্জনের জন্য গ্রন্থ-নির্দেশ শিক্ষার্থীর গ্রহণ ক্ষমতা ও চিন্তাশীলতা বৃদ্ধির সহায়ক হবে।

এই অভিনব আয়োজনের বেশ কিছু প্রয়াসই এখনও পরীক্ষামূলক—অনেক ক্ষেত্রে একেবারে প্রথম পদক্ষেপ। স্বভাবতই, ত্রুটি-বিচ্যুতি কিছু কিছু থাকতে পারে, যা অবশ্যই সংশোধন ও পরিমার্জনার অপেক্ষা রাখে। সাধারণভাবে আশা করা যায়, ব্যাপকতর ব্যবহারের মধ্য দিয়ে পাঠ-উপকরণগুলি সর্বত্র সমাদৃত হবে।

অধ্যাপক(ড.) শুভ শঙ্কর সরকার
উপাচার্য

দ্বিতীয় পুনর্মুদ্রণ : জুন, ২০১৭

বিশ্ববিদ্যালয় মঞ্জুরি কমিশনের দূরশিক্ষা ব্যুরোর বিধি অনুযায়ী এবং অর্থানুকূলে মুদ্রিত।
Printed in accordance with the regulations and financial assistance of the
Distance Education Bureau of the University Grants Commission.

পরিচিতি

বিষয় : কঠিন পদার্থের তত্ত্ব

সাম্মানিক স্তর

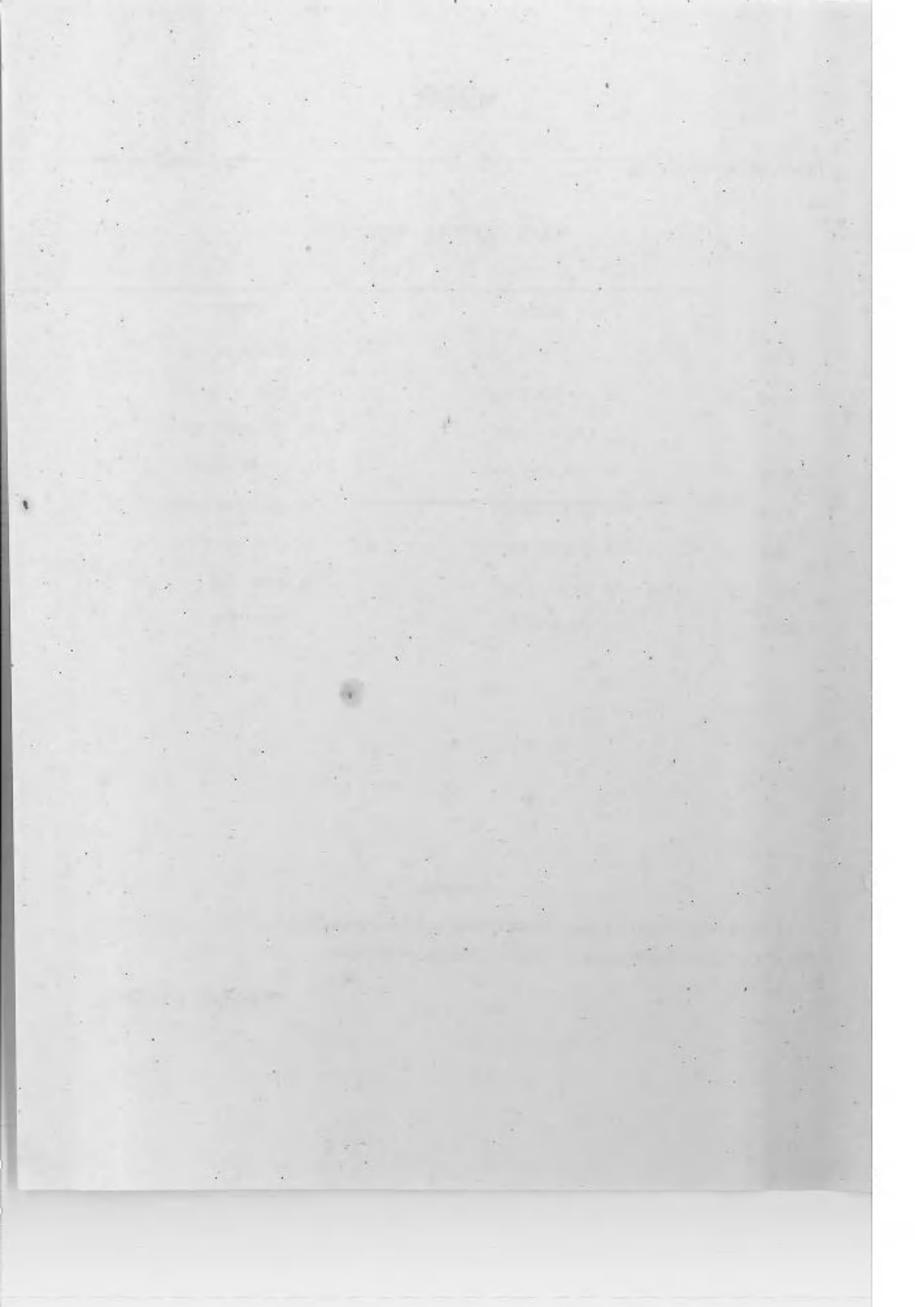
পাঠ্যক্রম : EPH 13 : পর্যায় : 2

	রচনা	সম্পাদনা
একক 9	☐ ড. দেবতোষ মজুমদার	ড. প্রদীপ কুমার ঘোষ
একক 10	☐ ড. দেবতোষ মজুমদার	ড. প্রদীপ কুমার ঘোষ
একক 11	☐ ড. রূপায়ন ভট্টাচার্য	ড. রাম কুমার গুহাইত
একক 12	☐ ড. গোপালচন্দ্র বেরা	ড. রূপায়ন ভট্টাচার্য
একক 13	☐ ড. রূপায়ন ভট্টাচার্য	ড. রাম কুমার গুহাইত
একক 14	☐ ড. দেবতোষ মজুমদার	ড. প্রদীপ কুমার ঘোষ
একক 15	☐ ড. রূপায়ন ভট্টাচার্য	ড. তাপস মিত্র
একক 16	☐ ড. রূপায়ন ভট্টাচার্য	ড. তাপস মিত্র

প্রজ্ঞাপন

এই পাঠ্যসংকলনের সমুদয় স্বত্ব নেতাজি সুভাষ মুক্ত-বিশ্ববিদ্যালয়ের দ্বারা সংরক্ষিত। বিশ্ববিদ্যালয় কর্তৃপক্ষের লিখিত অনুমতি ছাড়া এর কোন অংশের পুনর্মুদ্রণ বা কোনভাবে উদ্ধৃতি সম্পূর্ণ নিষিদ্ধ।

মোহন কুমার চট্টোপাধ্যায়
নিবন্ধক





নেতাজি সুভাষ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়

EPH-13

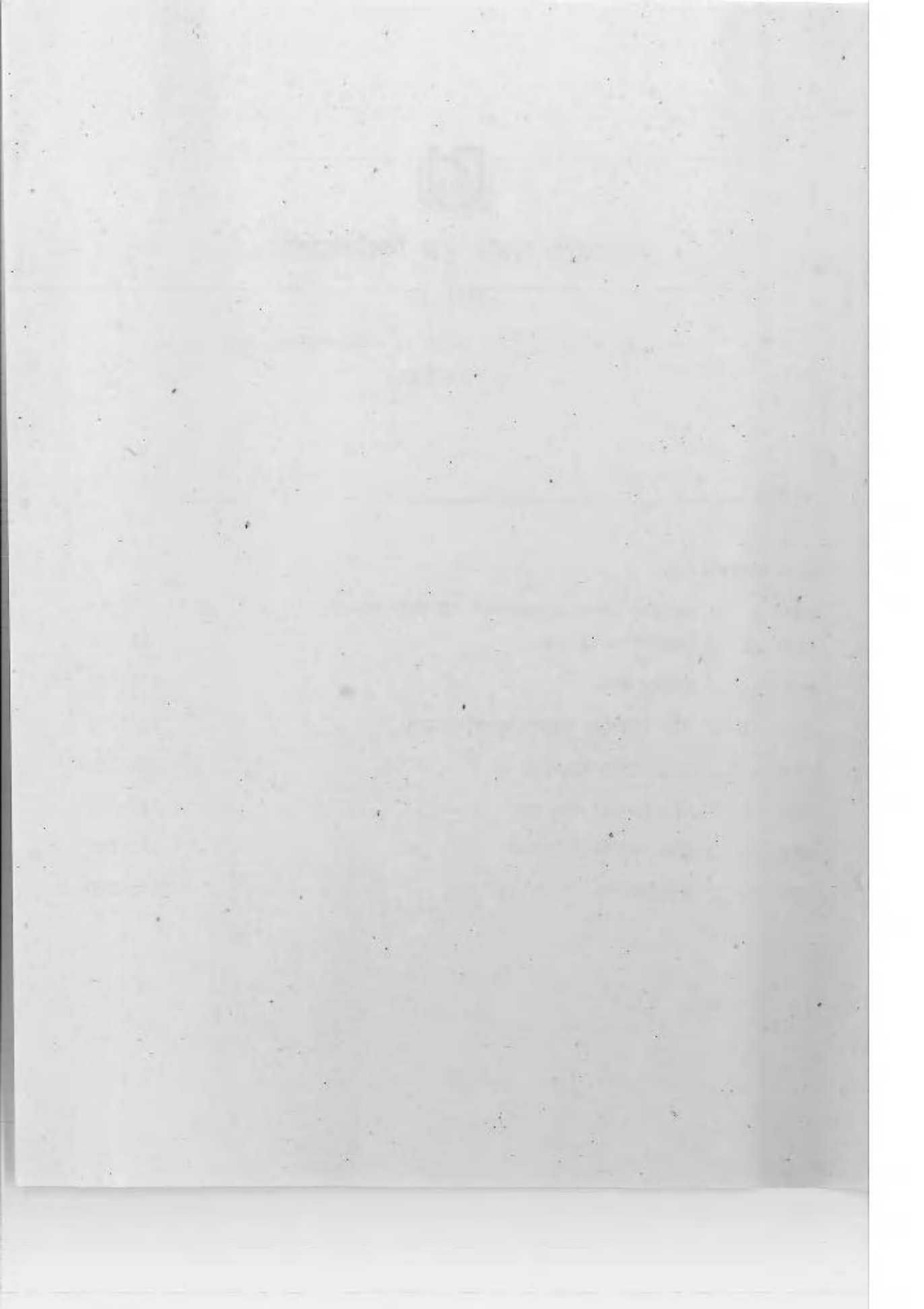
পরমাণুর গঠন, আণবিক বর্ণালি ও কঠিন পদার্থের তত্ত্ব
(স্নাতক পাঠ্যক্রম)

পর্যায়

2

কঠিন পদার্থের তত্ত্ব

একক 9	□ কেলসের গঠন ও কেলসবিদ্যায় এক্স-রশ্মির ব্যবহার	7-69
একক 10	□ কেলসিত পদার্থের বন্ধন	70-107
একক 11	□ জাফরিং কম্পন	108-119
একক 12	□ কঠিন কেলসিত পদার্থের আপেক্ষিক তাপ	120-138
একক 13	□ মুক্ত ইলেকট্রন তত্ত্ব	139-151
একক 14	□ কঠিন পদার্থের ব্যান্ড তত্ত্ব	152-180
একক 15	□ কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্ম	181-194
একক 16	□ অতিপরিবাহিতা	195-200



একক ৭ □ কেলাসের গঠন ও কেলাসবিদ্যায় এক্স-রশ্মির ব্যবহার

গঠন

- 9.1 প্রস্তাবনা ও উদ্দেশ্য
- 9.2 ভূমিকা
- 9.3 কেলাস ও ল্যাটিসের ভিত্তি, কোষ ও এদের সম্বন্ধ
- 9.4 ল্যাটিসের প্রতিসাম্য
- 9.5 ব্র্যাভাইস ল্যাটিস ও কোষ
- 9.6 ল্যাটিসের বিভিন্ন রেখার দিক, তল ও তলদূরত্ব
- 9.7 একপরিমাণুক ভিত্তির কেলাসীয় গঠন
- 9.8 দ্বিপরিমাণুক ভিত্তির কেলাসীয় গঠন
- 9.9 কেলাসবিদ্যায় এক্স-রশ্মির ব্যবহার
- 9.10 সারাংশ
- 9.11 প্রশ্ন ও উত্তর

9.1 প্রস্তাবনা ও উদ্দেশ্য

কঠিন পদার্থের আলোচনায় কেলাসবিদ্যা একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ অধ্যায়। এই বিজ্ঞানে কেলাসের অভ্যন্তরীণ গঠন, এরূপ গঠনের কারণ এবং এই গঠনের জন্য কেলাসের যেসব ধর্ম পাওয়া যায়, সাধারণভাবে তার আলোচনা করা হয়। এই বিজ্ঞানের প্রয়োগ দ্বারাই বর্তমান যুগের সেমিকন্ডাক্টর ডায়োড, ট্রানজিস্টর, আই সি, এল সি ডি, মাইক্রোপ্রসেসর প্রভৃতি বিভিন্ন সূক্ষ্ম ও অতি প্রয়োজনীয় যন্ত্রপাতি তৈরী করা সম্ভব হয়েছে। এই এককে কেলাসের গঠন এবং এই গঠন নির্ণয়ে কীভাবে এক্স-রশ্মির ব্যবহার করা হয়, তা আলোচনা করা হবে।

এই এককটি পাঠ করলে আপনি যেসব বিষয়গুলি জানতে পারবেন বা প্রয়োগ করতে পারবেন, সেগুলি হল —

- কেলাস বা নিয়তাকর ও অনিয়তাকর পদার্থের পার্থক্য কী?
- এককেলাস, বহুকেলাস, কেলাসদানা ও কেলাস কোষের ভিত্তি কী?
- কেলাসীয় ল্যাটিস কী এবং কেলাসীয় গঠনের সঙ্গে এর সম্বন্ধ কী?
- কেলাস ও ল্যাটিসের সাপেক্ষে বিভিন্ন প্রতিসাম্য ধর্ম কী?

- বিভিন্ন দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক ব্র্যাডাইস ল্যাটিস ও এর কোষগুলির গঠন কী ?
- ল্যাটিস কোষের মধ্যে কোনও রেখার দিক ও সমতলের সূচক নির্ণয়ের পদ্ধতি কী ?
- দুটি সমতলের মধ্যে দূরত্ব নির্ণয়ের পদ্ধতি কী ?
- একপারমাণবিক ভিত্তির কোষগুলির গঠন ও বৈশিষ্ট্য কী ?
- দ্বিপারমাণবিক ভিত্তির কোষগুলির গঠন ও বৈশিষ্ট্য কী ?
- কেলাস দ্বারা এক্স-রশ্মির ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে লাই-এর তত্ত্ব কী ও কীরূপে এই তত্ত্বের পরীক্ষা করা হয় ?
- ব্র্যাগের সূত্র কী ও কীরূপে এর প্রয়োগ করা হয়,
- ব্র্যাগের বর্ণালিমাপক যন্ত্র ও কেলাস চূর্ণের ব্যবর্তন চিত্র গ্রহণ যন্ত্রের দ্বারা কেলাসের গঠন কীরূপে নির্ণয় করা হয় ?

9.2 ভূমিকা (Introduction)

সাধারণভাবে পদার্থকে আমরা কঠিন, তরল ও গ্যাসীয়—এই তিন ভৌত অবস্থায় দেখতে পাই। কঠিন পদার্থের নিজস্ব আকার ও আয়তন আছে। কিন্তু তরল পদার্থের নিজস্ব আয়তন থাকলেও কোনও নির্দিষ্ট আকার নেই। তরলকে একটি পাত্রে না রাখলে তা ছড়িয়ে পড়ে বা ঢালুর দিকে বাহিত হয়। আবার কোনও পাত্রে রাখলে তা পাত্রের আকার ধারণ করে। গ্যাসের নির্দিষ্ট আকার বা আয়তন কোনওটাই নেই। একটি পাত্রে আবদ্ধ করে রাখলে তা পাত্রকে পূর্ণ করে রাখে। কিন্তু পাত্রের মুখ খুলে দিলে পাত্র থেকে আপনা-আপনি বেরিয়ে যায়। এক্ষেত্রে এটির তরলের অনুরূপ ধর্ম আছে। সেজন্য তরল ও গ্যাসকে একসঙ্গে প্রবাহী পদার্থ (fluid material) বলে।

পদার্থের ভৌত অবস্থাগুলি সাধারণত উত্তাপের উপর নির্ভর করে। অধিকাংশ কঠিনকে একটি নির্দিষ্ট উত্তমায় উত্তপ্ত করা হলে তা তরলে এবং নির্দিষ্ট চাপে আরও উত্তপ্ত করা হলে একটি নির্দিষ্ট উত্তমায় গ্যাসে পরিবর্তিত হয়। বরফ, জল ও জলীয় বাষ্পকে পদার্থের এরূপ ভৌত অবস্থার পরিবর্তনের উদাহরণ বলা হয়। বিপরীতক্রমে পদার্থের উত্তমতা যথেষ্ট হ্রাস করা হলে একটি বিশেষ চাপে ও উত্তমায় গ্যাসীয় পদার্থ তরলে এবং তরলের উত্তমতা আরও হ্রাস করা হলে একটি বিশেষ উত্তমায় তা কঠিনে পরিবর্তিত হয়। উদাহরণস্বরূপ, উত্তমতার ক্রমিক হ্রাস দ্বারা এবং উপযুক্ত চাপ প্রয়োগে আমরা জলীয় বাষ্প থেকে জল এবং জল থেকে বরফ পাই। তবে সকল পদার্থই যে উত্তমতার হ্রাস-বৃদ্ধিতে অবস্থান্তরের এই তিনটি ক্রমিক পর্যায় মেনে চলে, তা নয়। যেমন, কর্পূরকে উত্তপ্ত করলে তা প্রথমে তরলীভূত না হয়ে সরাসরি গ্যাসীয় অবস্থায় চলে যায়, এবং তারপর আবার ঠান্ডা করা হলে ঐ গ্যাসীয় অবস্থা থেকে তরলীভূত না হয়ে সরাসরি কঠিন অবস্থায় ফিরে আসে।

চিনি, বিভিন্ন প্রকারের লবণ, কোয়ার্জ, হীরে, ধাতু প্রভৃতি বহু কঠিন বস্তুকে স্বচ্ছ বা উজ্জ্বল নির্দিষ্ট আকারের বহু সংখ্যক সমতল দিয়ে আবদ্ধ দানারূপে পাওয়া যায়। এরূপ নির্দিষ্ট বহুতলীয় আকারযুক্ত বস্তুগুলিকেই আমরা নিয়তাকার বস্তু বা কেলাস (crystal) বলে থাকি। অপরপক্ষে ভূসোকাশি, প্লাস্টিক,

রবার, কাচ প্রভৃতি কঠিন ও অধিকাংশ তরল ও গ্যাসীয় পদার্থের কেলাসের অনুরূপ কোনও নির্দিষ্ট আকার নেই। সেজন্য এইসব পদার্থকে অনিয়তাকার বা অকেলাসিত (non-crystalline) পদার্থ বলা হয়। অবশ্য এমন কিছু কিছু পদার্থ আছে যেগুলি গলিত অবস্থাতেও বা অন্য তরলের দ্রবণে লব্ধা শলাকার মতো বা পাতলা পাতের মতো আকৃতিবিশিষ্ট অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কেলাস গঠন করে। কিন্তু এই কেলাসগুলি তরলের ভিতর একস্থান থেকে অন্যস্থানে বাহিত হতে পারে। এজন্য এরূপ কেলাসগুলিকে তরল কেলাস (liquid crystal) বলা হয়।

একটি কেলাস একটি নির্দিষ্ট সংখ্যক সমতল তল দ্বারা আবদ্ধ থাকে। এই তলগুলিকে কেলাসের পার্শ্বতল (facet) বলা হয়। দুটি পার্শ্বতলের সংযোগ রেখাকে ধার বা প্রান্ত বা কিনারা (edge) বলা হয়। একটি কেলাসকে বিভিন্ন নির্দিষ্ট সমতল বরাবর সহজেই ভাগ করা যায়। এরূপ সমতলকে সম্ভেদ বা খণ্ডন তল (cleavage plane) বলে।

একটি কেলাসকে বিভিন্ন খণ্ডন তলে বার বার ভাগ করতে থাকলে আমরা একই ধর্ম ও আকারের ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর আকৃতির কেলাস পাই। একই কেলাসের এইরূপ ক্ষুদ্রতম অংশকে একক কেলাস কোষ (unit crystal cell) বলে। সুতরাং একটি কেলাস হল বিপুল সংখ্যক একক কেলাস কোষের সমষ্টি।

কেলাসিত পদার্থের আরও একটি বৈশিষ্ট্য এই যে এদের বহু ভৌত ধর্ম (যেমন—যান্ত্রিক, তাপীয়, তাড়িৎ, চৌম্বক, আলোকীয় প্রভৃতি ধর্মগুলি) দিকের উপর নির্ভর করে। এজন্য এই কেলাসগুলিকে বিষমদৈশিক (anisotropic) বলা হয়। কিন্তু তরল বা গ্যাসীয় পদার্থের ভৌত ধর্মগুলি দিকের উপর নির্ভর করে না। এই পদার্থগুলিকে সমদৈশিক (isotropic) বলা হয়। কাচ কঠিন পদার্থ হলেও এটি তরলের মতোই অনিয়তাকার ও সমদৈশিক। তা ছাড়া কেলাসিত পদার্থের যেমন একটি নির্দিষ্ট গলনাঙ্ক থাকে, কাচের সেরূপ কোনও গলনাঙ্ক নেই। উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে তা ক্রমশ নরম হতে থাকে এবং শেষ পর্যন্ত তরলে পরিণত হয়। এজন্য কাচকে অতি শীতলীভূত তরল (super cooled liquid) বলা হয়।

আমরা সাধারণভাবে কোনও পদার্থের যে কেলাসগুলি পাই, সেগুলির আকৃতি বা আয়তন অবিকল এক রকম হয় না। যেমন, চিনি বা সাধারণ লবণের কেলাসগুলি ছোট বড় ও নানা আকারের দেখা যায়। এদের বিষমদৈশিক ধর্মগুলিও সাধারণভাবে দেখা যায় না। এর কারণ, এই কেলাসগুলি বহু সংখ্যক ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কেলাসের কণার সমষ্টি। এগুলিকে কেলাসদানা (crystal grain) বলে। এই দানাগুলির একটির মধ্যে একক কোষগুলি যে পর্যায়ক্রমে সজ্জিত থাকে, ঐ দানার প্রান্তে সেই পর্যায়ক্রম ভেঙে যায় এবং পরের দানাতে কোষগুলি অন্য পর্যায়ক্রমে সজ্জিত হয়। অনিয়মিত পর্যায়ক্রমের বহু দানায়ুক্ত এরূপ পদার্থকে বহুকেলাসিত পদার্থ (polycrystalline substance) বলে।

কেলাসের এই দানাগুলির আকৃতি অতিক্ষুদ্র থেকে আরম্ভ করে একটি বড় কেলাসের সমান হতে পারে। যদি সম্পূর্ণ কেলাসটি একইভাবে সজ্জিত কোষের একটি মাত্র দানার দ্বারা গঠিত হয়, তবে ঐ কেলাসকে এককেলাস (single crystal) বলা হয়। আর যদি পদার্থের মধ্যে দানাগুলি এত ক্ষুদ্র হয় যে এগুলি একটি একক কোষের আকৃতির প্রায় সমান হয়ে পড়ে, তবে একটি দানার মধ্যে একাধিক কোষের পর্যায়ক্রম থাকতে পারে না। সেক্ষেত্রে বস্তুটি অকেলাসিত বা অনিয়তাকার রূপ পায়।

9.3 কেলাস ও ল্যাটিসের ভিত্তি, কোষ ও এদের সম্বন্ধ (Basis and cells of Crystals and Lattices and their relation)

প্রত্যেক কেলাস কোষ দ্বারা গঠিত এবং প্রত্যেক কোষ এর ভিত্তির দ্বারা গঠিত। একটি কেলাসের গঠনকে জ্যামিতিকভাবে অঙ্কিত একটি ল্যাটিস দ্বারা নির্দেশ করা যায়। একটি কেলাসের গঠন সঠিকভাবে বোঝার জন্যই ল্যাটিসের ধারণা করা হয়। একটি ল্যাটিসকে অসংখ্য কোষের সমষ্টিরূপে ধরা যায়। আমরা এই অনুচ্ছেদে এই বিষয়গুলি সম্বন্ধে বিস্তৃত আলোচনা করব।

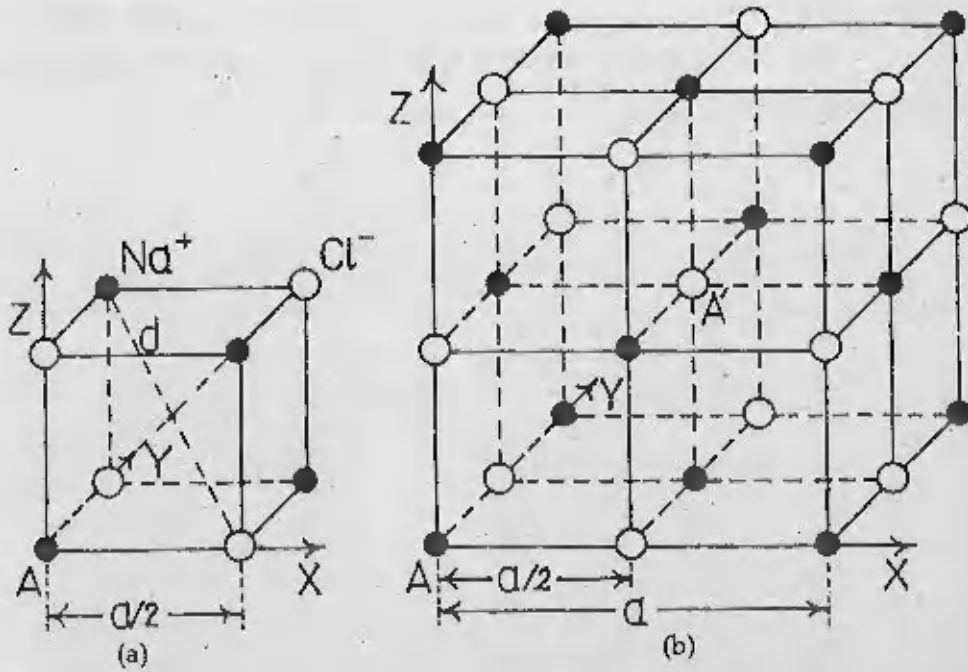
9.3.1 কেলাসীয় গঠনের ভিত্তি (Basis of Crystal Structure)

খাবার লবণ (NaCl)-এর এককেলাস একটি ঘনক (cube)। সুতরাং এর গঠন খুবই সরল। এতে একটি সোডিয়াম আয়ন (Na^+) একটি ক্লোরিন আয়ন (Cl^-)-এর সঙ্গে যুক্ত হয়ে একটি NaCl অণু গঠন করে। এই অণুগুলি ত্রিমাত্রিক দেশে পরপর সজ্জিত হয়ে একটি NaCl -এর কেলাস গঠন করে। এজন্য এই অণুগুলিকে বলা হয় NaCl কেলাসের ভিত্তি (basis)। অনুরূপে প্রত্যেক পদার্থের কেলাসই ঐ পদার্থের ভিত্তির দ্বারা গঠিত। কেলাসের এই ভিত্তি যেমন একটি অণু হতে পারে, তেমনি তা এক বা একাধিক পরমাণু বা আয়নের সমষ্টিও হতে পারে।

9.3.2 সোডিয়াম ক্লোরাইডের মৌলিক ও প্রচলিত কোষ (Primitive and conventional cells of Sodium Chloride)

সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসটির আকার একটি ঘনক। এর একক কোষের আকারও একটি ঘনক। কিন্তু এর ভিত্তি অর্থাৎ অণুগুলির আকার ঘনক নয় (বহুতর প্রত্যেকটি অণু অনেকটা ডাঙল আকারের)। এজন্য সোডিয়াম ক্লোরাইডের একাধিক অণু পরস্পর যুক্ত হয়ে সোডিয়াম ক্লোরাইডের একটি একক কোষ গঠন করে। 9.1(a) চিত্রে, দেখানো হয়েছে যে সোডিয়াম ক্লোরাইডের ন্যূনতম চারটি ভিত্তি অর্থাৎ চারটি অণুর সাহায্যে এর একটি ক্ষুদ্রতম ঘনক গঠন করা যায়। এই ঘনকের আটটি কোণে চারটি Na^+ আয়ন এবং চারটি Cl^- আয়ন একান্তরভাবে বসানো আছে। তার ফলে প্রত্যেক আয়ন-এর চার পাশে অবস্থিত বিপরীত ধর্মীয় আয়ন দ্বারা আবৃত হয় এবং ঘনকটি স্থিতি লাভ করে।

সোডিয়াম ক্লোরাইডের এই ক্ষুদ্রতম ঘনকটিকে একটি মৌলিক একক কোষ বলা হয়। এই মৌলিক কোষগুলি পরপর যুক্ত হয়েই সোডিয়াম ক্লোরাইডের একটি কেলাস গঠন করে। তবে বাস্তবে দেখা যায় যে প্রত্যেক মৌলিক কোষকে আলাদা-আলাদাভাবে না নিয়ে এদের আটটিকে একত্রে একটি কোষ হিসাবে ধরলে, এই কোষের দ্বারা সোডিয়াম ক্লোরাইডের কেলাসের গঠন সহজে ব্যাখ্যা করা যায়। কাজের সুবিধার জন্য এরূপ মৌলিক কোষের চেয়ে বৃহত্তর কোনও কোষকে একক ধরলে, তাকে প্রচলিত কোষ বলে। 9.1 চিত্র থেকে সোডিয়াম ক্লোরাইডের মৌলিক কোষ ও প্রচলিত কোষের পার্থক্য বোঝা যাবে।



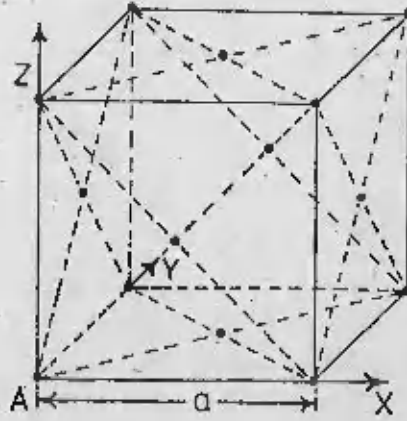
চিত্র 9.1: সোডিয়াম ক্লোরাইডের মৌলিক ও প্রচলিত ঘনাকার কোষ। (a) মৌলিক কোষ, (b) 8টি মৌলিক কোষের সংযুক্তির দ্বারা গঠিত প্রচলিত কোষ। মৌলিক কোষের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $a/2$ এবং প্রচলিত কোষটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a । চিত্রের কালো বৃত্তগুলি Na^+ আয়ন ও সাদা বৃত্তগুলি Cl^- আয়ন বোঝাচ্ছে। এই কোষের মূলবিন্দু $(0,0,0)$ ধরে X, Y, Z তিনটি অক্ষ আঁকা হয়েছে। A' বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2})$ ।

সোডিয়াম ক্লোরাইডের প্রচলিত কোষটি একটি ঘনক হওয়ায় এর প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং ছেদকারী দুটি বাহুর মধ্যবর্তী কোণ সমকোণ। যদি একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a ধরা হয়, তবে দুটি Na^+ আয়ন বা দুটি Cl^- আয়নের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব a এবং একটি Na^+ আয়ন ও পরবর্তী Cl^- আয়নের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব $\frac{a}{2}$ ।

9.3.3 কেলাসীয় ল্যাটিস ও একক ল্যাটিস কোষ (Crystal Lattice and Unit Lattice cell)

এখন আমরা যদি ত্রিমাত্রিক দেশে এমনভাবে অসংখ্য বিন্দুর একটি বিন্যাস কল্পনা করি, যার যেকোনও স্থানে পরস্পর সন্নিহিত আটটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি ঘনক অঙ্কন করা যায় এবং এই ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a হয়, তবে এই বিন্যাসটিকে একটি ঘনাকার কেলাসীয় ল্যাটিস বা বিন্যাস বলা হয় এবং এই ঘনকটিকে একটি সরল (simple) ঘনাকার ল্যাটিস কোষ বলা হয়। যদি ল্যাটিস কোষটির আটটি কোণিক বিন্দু ছাড়াও এর ভিতরে বা পার্শ্বতলের উপর আরও কোনও বিন্দুর অবস্থান থাকে, তবে ঐ ল্যাটিস

কোষকে প্রচলিত ল্যাটিস কোষ (Conventional lattice cell) বলে। সরল বা প্রচলিত ল্যাটিস কোষের পুনরাবৃত্তির দ্বারা ই আমরা সম্পূর্ণ ল্যাটিসটি গঠন করতে পারি। 9.2 চিত্রে একটি প্রচলিত ঘনক কোষ এবং সংশ্লিষ্ট ল্যাটিস বিন্দুগুলি দেখানো হল।



চিত্র 9.2: সোডিয়াম ক্লোরাইডের ত্রিমাত্রিক ল্যাটিস বিন্দুর বিন্যাস ও একটি প্রচলিত ঘনকাকার তল-কেন্দ্রিক ল্যাটিস কোষ। এই কোষের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a । এই কোষের প্রত্যেক কোণে এবং প্রত্যেক পার্শ্বতলের কেন্দ্রে একটি ল্যাটিস বিন্দু আছে। এজন্য এটিকে তল-কেন্দ্রিক কোষ বলে। এই কোষের A মূলবিন্দু এবং X, Y, Z তিনটি অক্ষ।

9.3.4 ল্যাটিস কোষ ও কেলাস কোষের মধ্যে সম্বন্ধ (Relation between Lattice Cell and Crystal Cell)

ল্যাটিস কোষ জানা থাকলে আমরা খুব সহজেই তা থেকে কেলাস কোষ গঠন করতে পারি। যেমন, 9.2 চিত্রে a দৈর্ঘ্যযুক্ত বাহুর যে একক ল্যাটিস কোষটি দেখানো হয়েছে, তার প্রত্যেক কোণে এবং প্রত্যেক পার্শ্বতলের কেন্দ্রে যদি একটি করে সোডিয়াম আয়ন বসানো হয় এবং প্রত্যেক সোডিয়াম আয়ন থেকে কোনও একটি নির্দিষ্ট বাহুর দিকে (বা ঐ বাহুর সমান্তরাল দিকে) $\frac{a}{2}$ দূরত্বে একটি করে Cl^- আয়ন বসানো হয় (চিত্র 9.1b) তবেই আমরা সোডিয়াম ক্লোরাইডের প্রচলিত কেলাস কোষটি পাই। [আপনি এখানে লক্ষ্য করুন যে চিত্রের প্রচলিত ল্যাটিস কোষের ৪টি কোণে ৪টি বিন্দু ছাড়াও ৬টি পার্শ্বতলের কেন্দ্রে আরও ৬টি বিন্দু ধরা হয়েছে। এরূপ প্রচলিত কোষকে তল-কেন্দ্রিক (Face-centred) কোষ বলে। এ বিষয়ে আপনি পরে আরও আলোচনা পাবেন।]

প্রচলিত ল্যাটিস কোষ থেকে প্রচলিত কেলাস কোষ পাওয়ার জন্য আমরা এখানে প্রত্যেক ল্যাটিস বিন্দুতে একটি করে Na^+ আয়ন ধরেছি এবং এই আয়ন থেকে $\frac{a}{2}$ দূরত্বে একটি করে Cl^- আয়ন ধরেছি।

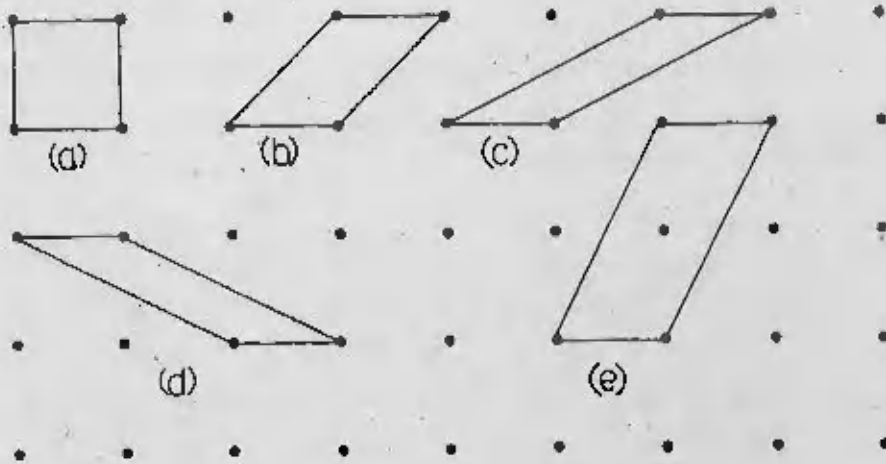
কিন্তু একটি Na^+ আয়ন ও একটি Cl^- আয়ন মিলিত হয়ে একটি সোডিয়াম ক্লোরাইডের অণু গঠন করে এবং ঐ অণুই হল সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের ভিত্তি। সুতরাং আমরা ল্যাটিস কোষ ও কেলাস কোষের মধ্যে সম্বন্ধ এভাবে লিখতে পারি –

$$\text{ল্যাটিস কোষ} + \text{ভিত্তি} = \text{কেলাস কোষ} \quad \dots \dots (9.1)$$

আবার যেহেতু ল্যাটিস কোষগুলি পুনরাবৃত্তির দ্বারা সম্পূর্ণ ল্যাটিস এবং কেলাস কোষগুলির পুনরাবৃত্তির দ্বারা একটি সম্পূর্ণ কেলাসের গঠন পাওয়া যায়, সুতরাং আমরা উপরের সমীকরণ থেকে পাই

$$\text{ল্যাটিস} + \text{ভিত্তি} = \text{কেলাসের গঠন} \quad \dots \dots (9.2)$$

এখানে উল্লেখযোগ্য যে ল্যাটিস হল অসংখ্য জ্যামিতিক বিন্দুর বিন্যাস। সুতরাং এটি একটি কাল্পনিক ধারণামাত্র। কিন্তু এর সঙ্গে যখন ভিত্তি যুক্ত হয়, তখন আমরা বাস্তব কেলাসের গঠন পাই।



চিত্র 9.3: দ্বিমাত্রিক বর্গক্ষেত্রাকার ল্যাটিস বিন্দুর বিন্যাস ও বিভিন্ন কোষ। (a), (b), (c), (d) মৌলিক কোষ ও (e) কেন্দ্রিক প্রচলিত কোষ। মৌলিক কোষগুলির ক্ষেত্রফল সমান ও ন্যূনতম। প্রচলিত কোষটির ক্ষেত্রফল বেশী।

9.3.5 দ্বিমাত্রিক ল্যাটিস ও একক কোষ (Two Dimensional Lattices and Unit Cells)

পূর্ব অনুচ্ছেদে আপনি লক্ষ্য করেছেন যে সোডিয়াম ক্লোরাইডের কেলাসের গঠন বিশ্লেষণ করে আমরা কীভাবে ত্রিমাত্রিক ল্যাটিস ও ল্যাটিস কোষের ধারণা তৈরী করতে পারি। সোডিয়াম ক্লোরাইডের ল্যাটিস কোষটি একটি ঘনক। Au, Ag, Cu, Fe, ZnS, হীরে প্রভৃতি বহু সংখ্যক ধাতু ও খনিজের কেলাসের ক্ষেত্রে আমরা এরূপ ঘনক ল্যাটিস কোষ পাই। কিন্তু এ ছাড়াও আরও বহু সংখ্যক কেলাস আছে যেগুলির ল্যাটিস কোষগুলি ঘনক নয়। এই ত্রিমাত্রিক ল্যাটিস কোষগুলির আলোচনার সুবিধার জন্য প্রথমে আমরা বিভিন্ন দ্বিমাত্রিক ল্যাটিস ও এদের কোষ সম্বন্ধে আলোচনা করব।

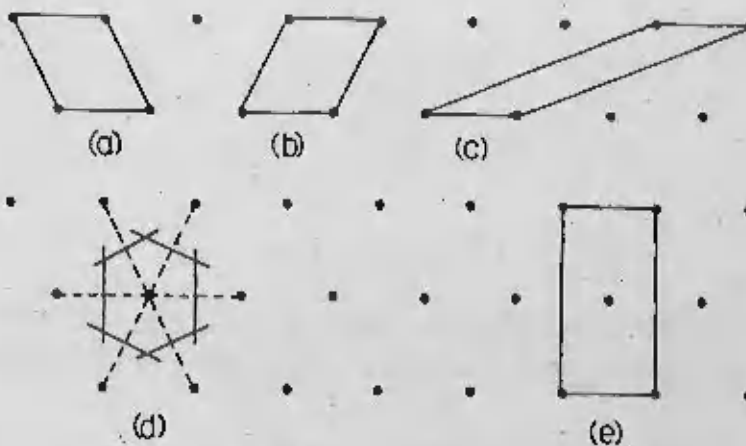
একটি ঘনকের ভূমি একটি দ্বিমাত্রিক বর্গক্ষেত্র। সুতরাং এটিকে আমরা একটি দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের একক কোষ হিসাবে ধরতে পারি। 9.4(a) চিত্রে এরূপ একটি দ্বিমাত্রিক ল্যাটিস ও এর একক কোষ দেখানো হল। এই কোষের দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = a ধরা যায় এবং এদের মধ্যস্থ কোণ $\gamma = 90^\circ$ ।

সাধারণভাবে একটি ল্যাটিসের কোষের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান নাও হতে পারে এবং এদের মধ্যে কোণও সমকোণ না হতে পারে। 9.4(b) চিত্রে এরূপ একটি সাধারণ ল্যাটিস দেখানো হল। এই ল্যাটিসকে তির্যক (Oblique) ল্যাটিস বলে।

চিত্রের ল্যাটিসের চারটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে কীভাবে বিভিন্ন একক কোষ গঠন করা যায়, তা দেখানো হল। এই কোষগুলির বাহুর দৈর্ঘ্য ও কোণের মান বিভিন্ন হলেও এগুলি প্রত্যেকটিই একটি সামান্তরিক এবং এদের ক্ষেত্রফল ক্ষুদ্রতম ও সমান। সুতরাং এই কোষগুলির প্রত্যেকটিই একটি মৌলিক কোষ।

মৌলিক কোষ গঠনের জন্য ভিগনার-সাইৎজ (Wigner-Seitz) একটি সহজ পদ্ধতি উদ্ভাবন করেন। এই পদ্ধতিতে গঠিত মৌলিক কোষকে ভিগনার-সাইৎজ কোষ বলে। পদ্ধতিটি এরূপ :

- ল্যাটিসের যেকোনও একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে নিকটস্থ সকল ল্যাটিস বিন্দুর সঙ্গে যুক্ত করুন।
- দুটি বিন্দুর সংযোগ রেখার মধ্যবিন্দুতে লম্ব আঁকুন করুন।



চিত্র 9.4: দ্বিমাত্রিক তির্যক ক্ষেত্রাকার ল্যাটিস বিন্দুর বিন্যাস ও বিভিন্ন কোষ। (a), (b), (c) মৌলিক কোষ। (d) ভিগনার-সাইৎজ পদ্ধতিতে অঙ্কিত মৌলিক কোষ। এই মৌলিক কোষগুলির ক্ষেত্রফল সমান। (e) প্রচলিত কেন্দ্রিক কোষ।

এই লম্বগুলির দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতম ক্ষেত্রফলযুক্ত (দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে) বা ক্ষুদ্রতম আয়তনযুক্ত (ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে) কোষটিই ল্যাটিসটির মৌলিক কোষ। 9.4(d) চিত্রে উক্ত পদ্ধতিতে কীভাবে একটি দ্বিমাত্রিক ভিগনার-সাইৎজ ল্যাটিস কোষ গঠন করা হয়, তা দেখানো হল।

কেলাসের একটি বিশেষ ধর্ম প্রতিসাম্য (Symmetry) (এ বিষয়ে আপনি পরে আলোচনা পাবেন)। কোষের আকারের উপর প্রতিসাম্য ধর্মগুলি নির্ভর করে। সেজন্য বিভিন্ন আকারের কোষের মধ্যে যে

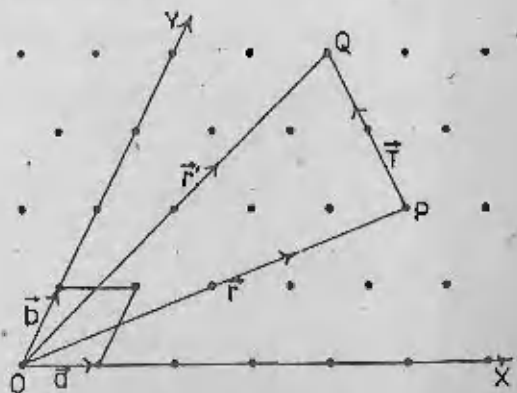
আকারটির জন্য কেলাসের প্রতিসাম্য ধর্ম সঠিকভাবে বজায় থাকে, সেই আকারের কোষকেই ল্যাটিসের একক কোষরূপে গ্রহণ করা হয়। অনেক ক্ষেত্রে আবার মৌলিক কোষের চেয়ে বড় ও অন্য আকারের কোষ ব্যবহার করলে, তবেই কেলাসের প্রতিসাম্য ধর্মগুলি সঠিকভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। সেক্ষেত্রে এরূপ কোষকেই ল্যাটিসের একক কোষ হিসাবে গ্রহণ করা হয় এবং তাকে প্রচলিত (conventional) কোষ বলে। 9.4(e) চিত্রে এরূপ একটি প্রচলিত কোষ দেখানো হল। লক্ষ্য করুন, এই কোষটির চার কোণায় চারটি বিন্দু ছাড়াও কোষটির কেন্দ্রে (অর্থাৎ দুটি কর্ণের ছেদ বিন্দুতে) একটি অতিরিক্ত বিন্দু আছে। এইরূপ কোষকে কেন্দ্রিক (centred) কোষ বলে। এই কোষে মোট আবদ্ধ বিন্দুর সংখ্যা 5। তা ছাড়া কোষটির ক্ষেত্রফলও মৌলিক কোষগুলির ক্ষেত্রফলের চেয়ে বেশী।

9.4 ল্যাটিসের প্রতিসাম্য (Symmetry of Lattices)

যে রূপান্তর দ্বারা ল্যাটিসের রূপ পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে বা অপরিবর্তিত (Invariant) থাকে, তাকে ল্যাটিসের প্রতিসাম্য সংকরণ (Symmetry Operation) বলে। এই সংকরণগুলি হল চলন (Translation), ঘূর্ণন (Rotation), প্রতিফলন (Reflection) ও উৎক্রম বা উল্টাকরণ (Inversion)। এদের মধ্যে চলন কেবল ল্যাটিসের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। কিন্তু বাকী সংকরণগুলি বা এদের যোগফল যেকোনও ত্রিমাত্রিক বস্তুর ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। এগুলিকে একসঙ্গে বিন্দু প্রতিসাম্য সংকরণ (Point Symmetry Operation) বলে। এদের মধ্যে আবার উৎক্রম সংকরণটি দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয় না। এখন আমরা লক্ষ্য করব যে এই প্রতিসাম্য সংকরণগুলি দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে কীভাবে ব্যাখ্যা করা যায়।

9.4.1 চলন প্রতিসাম্য (Translational Symmetry)

ল্যাটিস একটি আদর্শ জ্যামিতিক কল্পনা যা কেলাসের গঠন ব্যাখ্যা করার জন্য আবশ্যিক হয়। এর যে দুটি প্রধান ধর্ম ধরে নেওয়া হয়, সেগুলি হল, (i) এটি অসীম এবং ত্রিমাত্রিক দেশে অসংখ্য অভিন্ন জ্যামিতিক বিন্দুর বিন্যাস এবং (ii) এর যেকোনও একটি বিন্দুর পারিপার্শ্বিক ক্ষেত্রে অন্যান্য বিন্দুর যেরূপ বিন্যাস থাকে, অন্য যে কোনও বিন্দুর পারিপার্শ্বিক ক্ষেত্রেও ঠিক সেইরূপ অভিন্ন বিন্দুর বিন্যাস থাকে। যদিও ল্যাটিসের গঠন দ্বারাই কেলাসের গঠন ব্যাখ্যা করা হয়, তবু কেলাস ও ল্যাটিসের গঠনের মধ্যে যথেষ্ট পার্থক্য আছে। এগুলি হল : (i) ল্যাটিস অসীম হলেও কেলাস নির্দিষ্ট আকারযুক্ত সসীম। (ii) ল্যাটিস



চিত্র 9.5: একটি তির্যক দ্বিমাত্রিক ল্যাটিস। O মূলবিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত OX ও OY দুটি অসমান্তরাল অক্ষ। এই দুই অক্ষের দিকে $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ দুটি ভিত্তি ভেক্টর। P ও Q ল্যাটিস বিন্দুতে যথাক্রমে $\vec{r}$ ও $\vec{r}'$ দুটি অবস্থান ভেক্টর। P থেকে Q পর্যন্ত সরণকে $\vec{r}''$ ধরা হয়েছে।

অসংখ্য বিন্দুর দ্বারা গঠিত। কিন্তু কেলাস নির্দিষ্ট আকারযুক্ত পরমাণু বা আয়ন সমষ্টির ভিত্তির দ্বারা গঠিত।
 (iii) ল্যাটিসের গঠন সর্বত্র অভিন্ন। কিন্তু কেলাসের গঠনের মধ্যে অনেক সময়ই নানাবিধ বিকৃতি, ত্রুটি বা ফাঁক দেখা যায়। ফলে গঠনটি সর্বত্র অভিন্ন হয় না। এসব কারণের জন্যই চলন প্রতিসাম্য কেলাসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয় না।

9.5 চিত্রে একটি ত্রিমাত্রিক ল্যাটিস দেখানো হল। এই ল্যাটিসের যেকোনও একটি বিন্দু O -কে মূলবিন্দু ধরে একটি মৌলিক কোষ অঙ্কন করা হল। এই কোষটি একটি সামান্তরিক। এর দুটি বাহু $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ -কে দুটি ভেক্টর ধরে এদের মধ্যে দিয়ে যথাক্রমে X ও Y দুটি অক্ষ আঁকা হল। $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ ভেক্টর দুটিকে ভিত্তি (basis) বা মৌলিক (primitive) ভেক্টর বলে। যেহেতু এদের মধ্যস্থ কোণ γ সাধারণত এক সমকোণ নয়, সেজন্য X ও Y অক্ষদুটিকে কার্টেসীয় (Cartesian) বলা যায় না।

এখন ধরা যাক, P ও Q দুটি ল্যাটিস বিন্দু এবং O বিন্দুর সাপেক্ষে এদের অবস্থান ভেক্টর হল যথাক্রমে $\vec{r}$ ও $\vec{r}'$ । যদি $\vec{PQ}$ সরণকে $\vec{T}$ ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তবে ভেক্টরের ত্রিভুজ সূত্র অনুযায়ী

$$\vec{r}' - \vec{r} = \vec{T} \quad \dots \dots (9.3)$$

এখন যদি ধরা হয় যে,

$$\vec{T} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} \quad \dots \dots (9.4)$$

যেখানে n_1 ও n_2 যেকোনও দুটি পূর্ণ সংখ্যা (ধনাত্মক বা ঋণাত্মক), তাহলে 9.4 সমীকরণ দ্বারাই সম্পূর্ণ ল্যাটিসটি ব্যাখ্যা করা যায়। যেমন, এই সমীকরণে $n_1 = 0, n_2 = 0$ বসালে আমরা মূলবিন্দু O পাই। আবার, $n_1 = 1, n_2 = 0$ বসালে $\vec{a}$ ভেক্টরের অবস্থান বিন্দুটি পাই। অনুরূপে $n_1 = 0, n_2 = 1$ বসালে আমরা $\vec{b}$ ভেক্টরের অবস্থান বিন্দু পাই। এভাবে ল্যাটিসের যেকোনও স্থানেই $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ ভিত্তি ভেক্টর দুটির মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকলে (9.4) সমীকরণে n_1 ও n_2 -র স্থানে বিভিন্ন পূর্ণ সংখ্যার মান বসিয়ে আমরা ল্যাটিসের প্রত্যেকটি বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করতে পারি।

(9.3) ও (9.4) সমীকরণ দুটি থেকে আমরা লিখতে পারি,

$$\begin{aligned} \vec{r}' &= \vec{r} + \vec{T} \\ &= \vec{r} + n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} \quad \dots \dots (9.5) \end{aligned}$$

যেহেতু $\vec{T}$ সরণ দ্বারা ল্যাটিসটি অপরিবর্তিত থাকে, সুতরাং (9.5) সমীকরণটি আমরা এভাবে ব্যাখ্যা করতে পারি যে, যদি $\vec{r}$ ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের যেকোনও বিন্দুর একটি অবস্থান ভেক্টর হয়, তবে এর উপর $\vec{T} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b}$ সরণ (চলন) প্রয়োগ করা হলে, লম্বি $\vec{r}'$ ভেক্টর দ্বারা ল্যাটিসের কোনও পরিবর্তন ঘটে না। একেই বলে ল্যাটিসের চলন প্রতিসাম্য।

ত্রিমাত্রিক দেশে $\vec{a}$, $\vec{b}$ ও $\vec{c}$ তিনটি ভিত্তি ভেক্টর হলে এবং এই $\vec{c}$ ভেক্টরের অভিমুখে Z অক্ষ কল্পনা

করা হলে $\bar{T}$ সরণের মান হবে,

$$\bar{T} = n_1 \bar{a} + n_2 \bar{b} + n_3 \bar{c} \quad \dots \dots (9.6)$$

যেখানে n_1, n_2, n_3 তিনটি (ধনাত্মক বা ঋণাত্মক) পূর্ণসংখ্যা।

এক্ষেত্রে লম্বি অবস্থান ভেক্টরটি হবে,

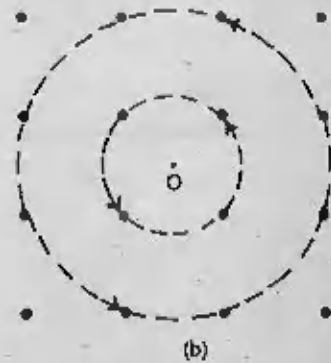
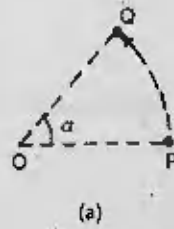
$$\bar{r}' = \bar{r} + \bar{T} = \bar{r} + n_1 \bar{a} + n_2 \bar{b} + n_3 \bar{c} \quad \dots \dots (9.7)$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রেও চলন প্রতিসাম্য প্রযোজ্য।

9.4.2 ঘূর্ণন প্রতিসাম্য (Rotational Symmetries)

ঘূর্ণন প্রতিসাম্য দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক ল্যাটিস এবং কেলাসের পক্ষে সমভাবে প্রযোজ্য। 9.6 চিত্রের দ্বারা ঘূর্ণন প্রতিসাম্য ব্যাখ্যা করা যায়।

ধরা যাক, 9.6(a) চিত্রের দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের O বিন্দুতে ল্যাটিস তলের একটি লম্ব অক্ষকে কেন্দ্র করে ল্যাটিসের একটি বিন্দু P কে α কোণে ঘোরানো হল। ধরা যাক, ঘূর্ণনের পূর্বে Q বিন্দুতে একটি ল্যাটিসের বিন্দু ছিল। যদি ঘূর্ণনের পর P ল্যাটিস বিন্দুটি Q ল্যাটিস বিন্দুতে যায়, তাহলে ল্যাটিসের বিন্যাসের কোনও পরিবর্তন হবে না। ল্যাটিসের এই ধর্মকে ঘূর্ণন প্রতিসাম্য বলে।



চিত্র 9.6: ঘূর্ণন প্রতিসাম্য। (a) P ও Q দুটি ল্যাটিস বিন্দু। O একটি প্রতিসাম্য বিন্দু, যাকে কেন্দ্র করে P-কে α কোণে ঘোরানো তা Q বিন্দুর অবস্থানে যায়। (b) একটি 4-ভাঁজ ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের উদাহরণ।

যদি প্রত্যেক α কোণে ঘূর্ণনের জন্য

ল্যাটিসটির ঘূর্ণন প্রতিসাম্য থাকে, তবে P বিন্দুর একটি পূর্ণ ঘূর্ণনের জন্য ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের সংখ্যা হবে,

$$\frac{2\pi}{\alpha} = n \quad \dots \dots (9.8)$$

যেখানে n একটি পূর্ণ সংখ্যা (ধনাত্মক)। যদি কোনও ল্যাটিস $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ কোণে ঘূর্ণনের ফলে অপরিবর্তিত থাকে, তবে বলা হয় যে ল্যাটিসটির n -ভাঁজ (n -fold) প্রতিসাম্য অক্ষ আছে। প্রমাণ করা যায় যে, n -এর মান 1, 2, 3, 4 বা 6 হতে পারে, কিন্তু কখনওই 5 বা 7 হয় না। 9.6(b) চিত্রে একটি 4-ভাঁজ ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের উদাহরণ দেখানো হল। এখানে $\alpha = \frac{\pi}{2}$ । অর্থাৎ প্রত্যেক এক সমকোণে ঘূর্ণনের জন্য ল্যাটিসটির প্রতিসাম্য হয়।

9.4.3. দর্পণ প্রতিসাম্য (Mirror Symmetry)

দর্পণ প্রতিসাম্য দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক উভয় ল্যাটিসের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। 9.7 চিত্রের সাহায্যে এই প্রতিসাম্য ব্যাখ্যা করা যায়। চিত্রে M রেখা কাগজের উপর একটি লম্ব সমতলের ছেদক। এই সমতলটিকে দর্পণ সমতল বলে। M রেখার উভয় পার্শ্বে P, Q প্রভৃতি বিন্দুগুলি একটি দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের বিন্দু। যদি M-কে একটি দর্পণ হিসাবে কল্পনা করা হয় এবং Q এই দর্পণে P-বিন্দুর প্রতিবিম্ব হয়, তবে P ও Q যুক্ত করে যে সরলরেখা আঁকা যায়, তা M-এর উপর লম্ব হবে এবং M- রেখা থেকে P ও Q-র দূরত্ব সমান হবে। যদি ল্যাটিসের সব বিন্দুই এইভাবে কোনও লম্ব সমতলের উভয়পার্শ্বে জোড়ায় জোড়ায় সাজানো যায়, তাহলে বলা হয় যে ল্যাটিসটি এই সমতলে প্রতিফলনের ফলে অপরিবর্তিত থাকে। ল্যাটিসের এই ধর্মকে দর্পণ প্রতিসাম্য বলে। ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে দর্পণ সমতলটিকে এবং দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে দর্পণ রেখাটিকে (M) ল্যাটিসের দর্পণ প্রতিসাম্য উপাদান (Mirror Symmetry element) বলে।

চিত্র 9.7: দর্পণ প্রতিসাম্য। M কাগজের উপর লম্বভাবে বসানো একটি সমতল দর্পণের ছেদক রেখা। Q ল্যাটিস বিন্দু P ল্যাটিস বিন্দুর প্রতিবিম্ব।

9.4.4 উৎক্রম প্রতিসাম্য (Inversion Symmetry)

ধরা যাক, কোনও কেলাসের মধ্যে এমন একটি বিন্দু আছে যাকে মূলবিন্দু ধরে কেলাসের মধ্যে ইচ্ছা মতো যেকোনোও দিকে r ও $-r$ দুটি অবস্থান ভেঙের কল্পনা করা যায়। এই দুটি ভেঙের মান সমান কিন্তু অভিমুখ বিপরীত। যদি ভেঙের দুটির এই দুই অবস্থান বিন্দুতে কেলাসের পরমাণুগুলির বিন্যাস ও অন্যান্য সকল ধর্ম এক বা অপরিবর্তিত থাকে, তাহলে কেলাসের ঐ বিন্দুকে উৎক্রম বিন্দু (Centre of Inversion) বলা হয় এবং বলা হয় যে কেলাসটির উৎক্রম প্রতিসাম্য আছে।

অনুরূপে, একটি ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রেও আমরা উৎক্রম বিন্দু ও উৎক্রম প্রতিসাম্য বিবৃত করতে পারি। অর্থাৎ ল্যাটিসের ক্ষেত্রে উৎক্রম বিন্দু হল এমন একটি বিন্দু যার সাপেক্ষে r ও $-r$ দূরত্বে ল্যাটিসের বিন্দু দুটি অভিন্ন হয়। কিন্তু সংজ্ঞা অনুযায়ী ল্যাটিসের যেকোনও দুটি বিন্দুর চতুর্পার্শ্বের পরিবেশ অভিন্ন হয়। সুতরাং ল্যাটিসের প্রত্যেক বিন্দুই এর এক একটি উৎক্রম বিন্দু। দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে r -ও দ্বিমাত্রিক। এজন্য এই ল্যাটিসের উৎক্রম প্রতিসাম্য নেই।

9.5 ব্র্যাভাইস ল্যাটিস ও কোষ (Bravais Lattices and Cells)

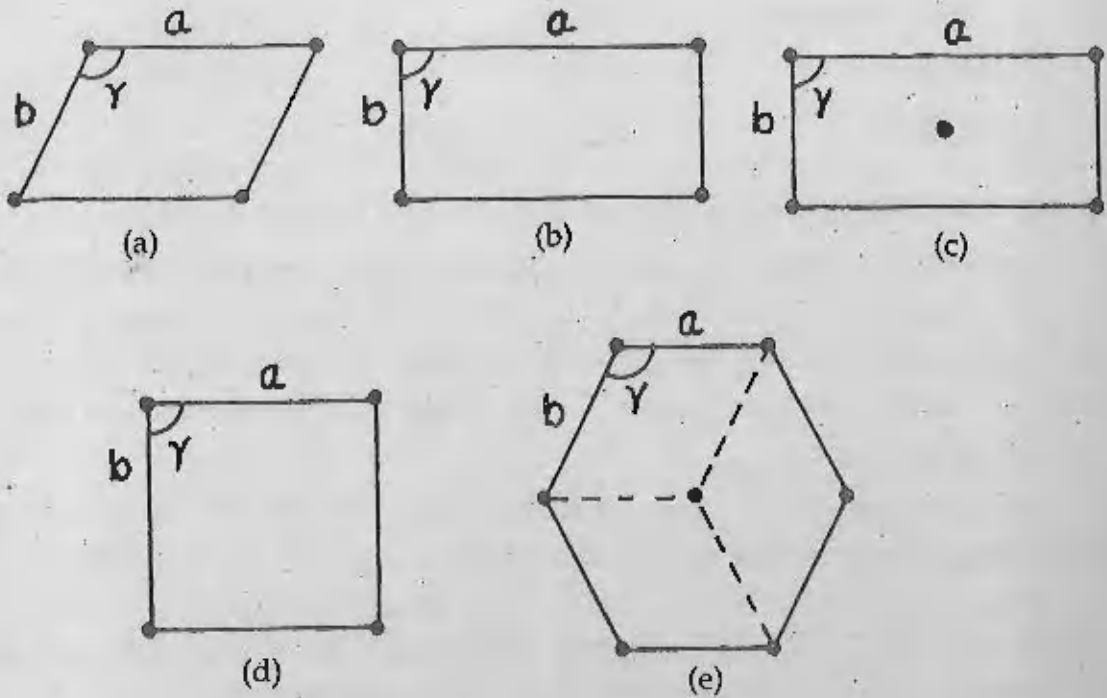
আমরা গাণিতিকভাবে অসংখ্য প্রকার দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক ল্যাটিস ও কোষ কল্পনা করতে পারি। কিন্তু কেলাসের যেহেতু বিভিন্ন প্রতিসাম্য ধর্ম আছে, সেজন্য যেসকল ল্যাটিসের অনুরূপ প্রতিসাম্য ধর্ম

আছে, কেবল সেগুলিই কেলাসের গঠন বিশ্লেষণের জন্য প্রয়োজন হয়। 1848 খ্রীষ্টাব্দে ব্র্যাভাইস বিভিন্ন ল্যাটিসের উপর এই প্রতিসাম্য ধর্মগুলি আরোপ করে দেখিয়েছেন যে মোট 5 প্রকার দ্বিমাত্রিক ও 14 প্রকার ত্রিমাত্রিক ল্যাটিস পাওয়া যায়। এগুলিকেই ব্র্যাভাইস ল্যাটিস বলে। আমরা প্রথমে দ্বিমাত্রিক ও তারপর ত্রিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিসগুলি বর্ণনা করব।

প্রত্যেক ল্যাটিসেরই একটি বৈশিষ্ট্যমূলক কোষ আছে যা একটির পর একটি সাজিয়ে সম্পূর্ণ ল্যাটিসটি গঠন করা যায়। একটি নির্দিষ্ট কোষই হল একটি নির্দিষ্ট ল্যাটিসের প্রতিনিধি। এই কারণে কোষকেই অনেক সময় ল্যাটিস বলা হয়। অনুরূপে আমরাও সাধারণভাবে ব্র্যাভাইস ল্যাটিস বলতে ঐ ল্যাটিসের কোষকেই বোঝাব।

9.5.1 দ্বিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিস (Two Dimensional Bravais Lattices)

দ্বিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিসে চারটি মৌলিক কোষ আছে। এগুলির দ্বারা মোট 5টি ব্র্যাভাইস কোষ পাওয়া যায়। 9.8 চিত্রের (a), (b), (c), (d), (e)-তে এই ব্র্যাভাইস কোষগুলি দেখানো হল। প্রথম কোষটিকে (a) তির্যক (oblique) বলা হয়। এটি একটি মৌলিক সামান্তরিক যার a ও b বাহু দুটি অসমান ($a \neq b$) এবং এদের মধ্যে কোণ γ এক সমকোণ নয় ($\gamma \neq 90^\circ$)। দ্বিতীয় কোষটিও (b) মৌলিক এবং এটিকে



চিত্র 9.8: দ্বিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিসের তিনটি মৌলিক ও দুটি প্রচলিত কোষ। (a) মৌলিক তির্যক, (b) মৌলিক আয়তক্ষেত্রাকার, (c) কেন্দ্রিক (প্রচলিত) আয়তক্ষেত্রাকার, (d) মৌলিক বর্গাকার এবং (e) (প্রচলিত) ষড়ভুজাকার।

আয়তক্ষেত্রাকার (Rectangular) বলা হয়। কারণ কোণটির বাহু $a \neq b$ এবং কোণ $\gamma = 90^\circ$ । তৃতীয় কোণটিও (c) একটি আয়তক্ষেত্র। তবে এটি মৌলিকের চেয়ে বড় প্রচলিত কোষ। এই কোষের কেন্দ্রে (অর্থাৎ দুটি বিপরীত কর্ণের ছেদ বিন্দুতে) একটি ল্যাটিস বিন্দু আছে। এজন্য এই কোষের নাম কেন্দ্রিক আয়তক্ষেত্রাকার (Central Rectangular)। এক্ষেত্রে $a \neq b, \gamma = 90^\circ$ । চতুর্থ ব্র্যাভাইস কোণটি (d) বর্গক্ষেত্রাকার (square)। এটিও মৌলিক এবং এর বাহু ও কোণের মান হল $a = b, \gamma = 90^\circ$ । পঞ্চম ব্র্যাভাইস ল্যাটিসকে (e) (সুষম) ষড়ভুজাকার (Hexagonal) বলা হয়। এটি একটি প্রচলিত কোষ যা তিনটি মৌলিক রহস্য দ্বারা (Rhombus) গঠিত। এই রহস্যের বাহু ও কোণগুলি হল $a = b, \gamma = 120^\circ$ । 9.1 সারণিতে এই কোষগুলির বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য একসঙ্গে সাজিয়ে দেখানো হল :

সারণি 9.1

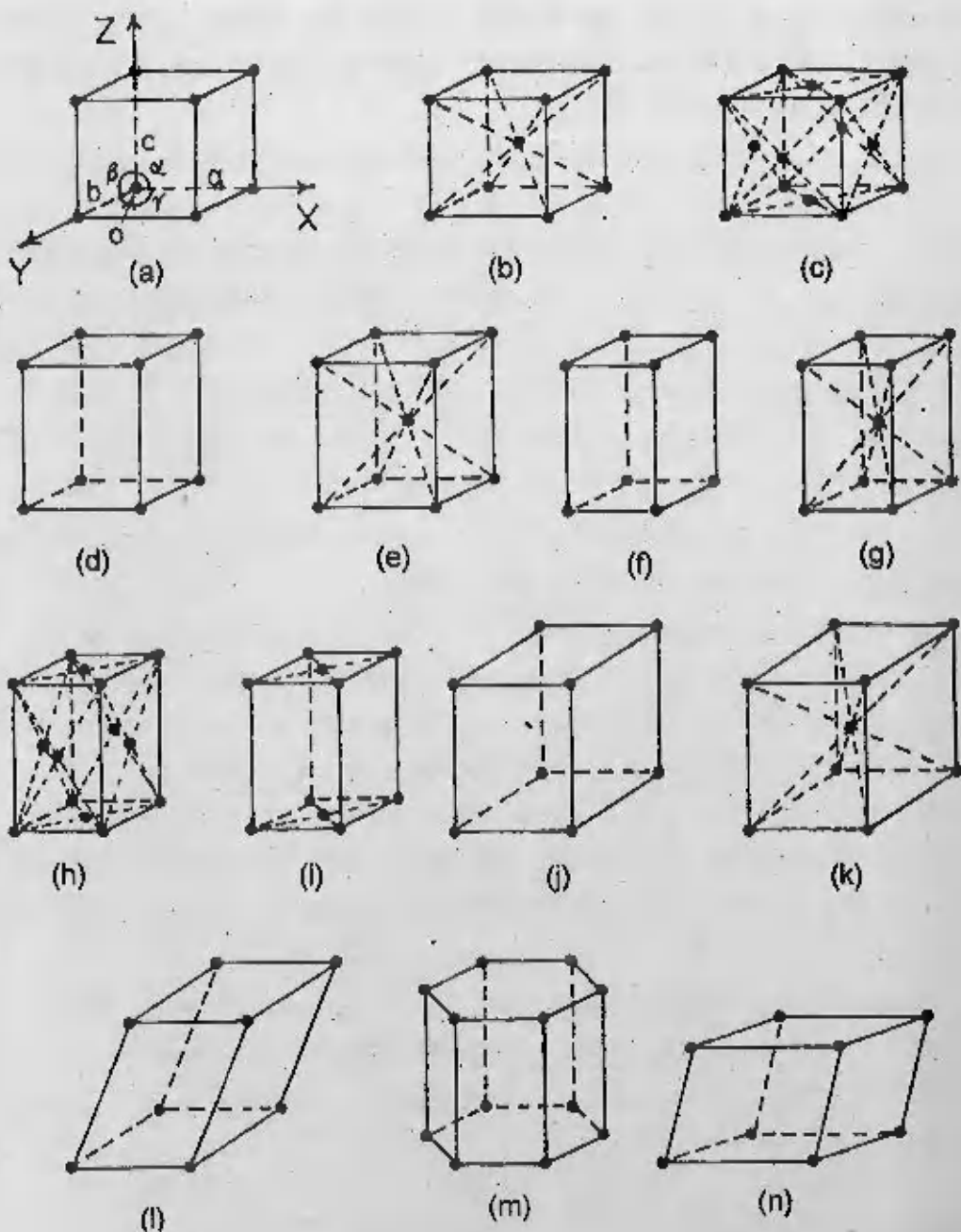
ল্যাটিস (প্রচলিত কোষ)	মৌলিক একক কোষ	বাহু ও কোণের সম্পর্ক
1. ত্রিভুজ	সামান্তরিক	$a \neq b, \gamma \neq 90^\circ \left(\frac{\pi}{2} \right)$
2. মৌলিক আয়তক্ষেত্রাকার	আয়তক্ষেত্র	$a \neq b, \gamma = 90^\circ$
3. কেন্দ্রিক আয়তক্ষেত্রাকার	আয়তক্ষেত্র	$a \neq b, \gamma = 90^\circ$
4. বর্গক্ষেত্রাকার	বর্গক্ষেত্র	$a = b, \gamma = 90^\circ$
5. ষড়ভুজাকার	120° কোণযুক্ত রহস্য	$a = b, \gamma = 120^\circ$

9.5.2 ত্রিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিস (3-Dimensional Bravais Lattices)

ব্র্যাভাইস ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের উপর প্রতিসাম্য ধর্মগুলি প্রয়োগ করে দেখতে পাবেন যে এই ল্যাটিসগুলি মোট সাত প্রকারের হতে পারে এবং এগুলির সাহায্যে মোট 14 প্রকার মৌলিক ও প্রচলিত কোষ গঠন করা যায়। একটি দ্বিমাত্রিক কোষকে ভূমি ধরে একে চারটি নির্দিষ্ট পার্শ্বতল দ্বারা আবদ্ধ করা হলে সহজে একটি ত্রিমাত্রিক কোষ গঠিত হয়। এজন্য সাধারণত দ্বিমাত্রিক কোষটির আকার অনুযায়ীই ত্রিমাত্রিক কোষটির নামকরণ করা হয়।

একটি ব্র্যাভাইস কোষের ভূমির যেকোন একটি কৌণিক বিন্দু O-কে মূলবিন্দু ধরে কোষের a, b, c —তিনটি পরস্পর অসমান্তরাল বাহুর অভিমুখে আমরা যথাক্রমে X, Y, Z তিনটি অক্ষ কল্পনা করতে পারি। ধরা যাক X ও Z অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ α এবং Y ও Z অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ β এবং X ও Y অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ γ । 9.9(a) চিত্রে একটি কোষের ক্ষেত্রে এই বাহু, অক্ষ ও কোণগুলি দেখানো হল। এই বাহু ও কোণগুলির সাপেক্ষে এখানে ব্র্যাভাইস কোষগুলির বৈশিষ্ট্য আলোচনা করা হল।

(1) ঘনাকার (Cubic) : একটি বর্গক্ষেত্রকে ভূমি ধরে যদি এর চারটি প্রান্তে অভিন্ন বর্গক্ষেত্র খাড়াভাবে বসানো হয়, তবে আমরা একটি ঘনক পাই। এই ঘনকের 6টি পার্শ্বতল, 8টি কৌণিক বিন্দু ও



চিত্র ৯.৯: ত্রিভুজিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিস। (১) ঘনাকার—(a) সরল, (b) বস্তু-কেন্দ্রিক, (c) তল-কেন্দ্রিক। (২) সমকোণী বর্গক্ষেত্রাকার—(d) সরল, (e) বস্তু-কেন্দ্রিক। (৩) সমকোণী আয়তক্ষেত্রাকার—(f) সরল, (g) বস্তু-কেন্দ্রিক, (h) তল-কেন্দ্রিক, (i) ভূমি-শীর্ষ-কেন্দ্রিক। (৪) সমকোণী সামান্তরিকাকার—(j) সরল, (k) ভূমি-শীর্ষ-কেন্দ্রিক। (৫) ত্রিসামান্তরিকাকার—(l) সরল। (৬) ষড়ভুজাকার—(m) সরল। (৭) রহস্যাকার—(n) সরল।

12টি প্রান্তরেখা (বাহু বা ভুজ) আছে। যদি ঘনকটির 8টি কৌণিক বিন্দু ল্যাটিসের 8টি বিন্দু হয়, এবং এই বিন্দুগুলি ছাড়া ল্যাটিসের আর কোনও বিন্দু ঘনক তলের উপর বা ভিতরে না থাকে, তবে এই ঘনকটিকে মৌলিক বা সরল (simple) ঘনক বলা হয়।

কোনও কোনও ল্যাটিসের ক্ষেত্রে সরল ঘনককে একটি একক কোষ হিসেবে না ধরে এর থেকে বড় একটি ঘনককে প্রচলিত কোষ হিসেবে ধরা সুবিধাজনক হয়। এরফলে কোষের মধ্যে ল্যাটিস বিন্দুর সংখ্যা বৃদ্ধি পায়। ল্যাটিসের প্রতিসাম্য ধর্ম অনুযায়ী এরূপ দুটি প্রচলিত কোষ হতে পারে। যদি ঘনকের 8টি কৌণিক বিন্দু ছাড়াও এর ভিতরের কেন্দ্রে (অর্থাৎ ভিতরের কর্ণগুলির ছেদবিন্দুর) একটি ল্যাটিস বিন্দু থাকে, তবে তাকে বস্তুকেন্দ্রিক (Body-centered) কোষ বলে। অপরপক্ষে যদি কোষটির যে 6টি পার্শ্বতল আছে, তাদের প্রত্যেকের দুটি কর্ণের ছেদ বিন্দুতে একটি করে অতিরিক্ত ল্যাটিস বিন্দু থাকে, তবে ঐ প্রচলিত কোষকে তলকেন্দ্রিক (Face-centered) কোষ বলে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে একটি ঘনক থেকে একটি সরল, একটি বস্তু-কেন্দ্রিক ও একটি তল-কেন্দ্রিক—মোট এই তিন প্রকার কোষ পাওয়া যায়।

এই কোষগুলির প্রত্যেকটির বাহুগুলির সম্বন্ধ $a = b = c$ এবং কোণগুলির সম্বন্ধ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ । 9.9(a), (b), (c) চিত্রের দ্বারা এই কোষগুলি দেখানো হল।

(2) সমকোণী বর্গক্ষেত্রাকার (Tetragonal) : এই কোষের ভূমি ও শীর্ষ বর্গক্ষেত্রাকার এবং এদের চারদিকের প্রান্ত এদের সঙ্গে সমকোণে স্থাপিত চারটি আয়তক্ষেত্র দ্বারা আবদ্ধ। যদি এই ঘন কোষটি কেবল 8টি কৌণিক বিন্দু দ্বারা গঠিত হয়, তবে তাকে একটি সরল কোষ বলা হয়। এই সরল কোষটি বস্তুত একটি বর্গাকার ভূমির উপর গঠিত একটি চৌপল। এর বাহু ও কোণগুলির বৈশিষ্ট্য হল $a = b \neq c$ এবং $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ । বিভিন্ন প্রতিসাম্য ধর্ম বিবেচনা করলে এর কেবল একটি বস্তু-কেন্দ্রিক প্রচলিত কোষ পাওয়া যায়। এই কোষের তল-কেন্দ্রিক প্রচলিত কোষ হয় না। সুতরাং সমকোণী বর্গক্ষেত্রাকার ল্যাটিসের সরল ও বস্তু-কেন্দ্রিক—কেবল এই দুই প্রকার একক কোষ আছে। 9.9(d) ও (e) চিত্র দুটি এই দুটি কোষকে বোঝাচ্ছে।

(3) সমকোণী আয়তক্ষেত্রাকার বা চৌপলাকার (Orthorhombic) : এই কোষটির ভূমি ও শীর্ষতল আয়তক্ষেত্রাকার এবং এগুলির প্রান্ত এগুলির সঙ্গে সমকোণে চারটি আয়তক্ষেত্রাকার তল দ্বারা বেষ্টিত। এজন্যই এটিকে সমকোণী চৌপল বা আয়তঘন (Rectangular Parallelopiped) বলে। এর বাহুগুলির ও কোণগুলির সম্পর্ক হল—

$$a \neq b \neq c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$

এই কোষটি সরল, বস্তু-কেন্দ্রিক, তল-কেন্দ্রিক ও ভূমিশীর্ষ-কেন্দ্রিক—এই চার প্রকার হতে পারে। সরল কোষটি মৌলিক এবং এটি ল্যাটিসের 8টি কৌণিক বিন্দুর দ্বারা গঠিত। অপর তিনটি কোষ প্রচলিত এবং এদের মধ্যে ল্যাটিস বিন্দুর সংখ্যা 8-এর বেশী। যেমন, বস্তু-কেন্দ্রিক কোষে কৌণিক বিন্দুগুলি ছাড়াও কোষের ভিতরে এর চারটি কর্ণের ছেদ বিন্দুতে একটি অতিরিক্ত ল্যাটিস বিন্দু আছে। সুতরাং এর মোট

ল্যাটিস বিন্দুর সংখ্যা 9। অপরপক্ষে তল-কেন্দ্রিক প্রচলিত কোষটির প্রত্যেক পার্শ্বতলের দুটি কর্ণের ছেদ বিন্দুতে একটি অতিরিক্ত ল্যাটিস বিন্দু আছে। সুতরাং এই তল-কেন্দ্রিক কোষে মোট $8+6=14$ টি ল্যাটিস বিন্দু আছে। ভূমিশীর্ষ-কেন্দ্রিক কোষের কেবল ভূমি ও শীর্ষতলের কর্ণগুলির ছেদ বিন্দুতে একটি করে অতিরিক্ত ল্যাটিস বিন্দু আছে। সুতরাং ভূমিশীর্ষ-কেন্দ্রিক কোষে মোট $8+2=10$ টি ল্যাটিস বিন্দু পাওয়া যায়। 9.9 (f), (g), (h), (i) চিত্রগুলির দ্বারা এই চার প্রকার কোষ দেখানো হল।

(4) সমকোণী সামান্তরিকাকার বা একসামান্তরিকাকার (Monoclinic) : যদি একটি কোষের কেবল ভূমি ও শীর্ষতল দুটি অভিন্ন তির্যক সামান্তরিক হয় কিন্তু এগুলির প্রান্ত এদের উপর লম্ব আয়তক্ষেত্র দ্বারা বেষ্টিত হয়, তবে এই ঘন কোষটিকে সমকোণী সামান্তরিকাকার বা একসামান্তরিকাকার বলা হয়। এই কোষের বাহুগুলি অসমান ($a \neq b \neq c$) এবং কেবল ভূমিস্থ কোণটি অসমকোণ ($\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma \neq 90^\circ$)। এই আকারের কেবল সরল ও ভূমিশীর্ষ-কেন্দ্রিক কোষ পাওয়া যায় (চিত্র 9.9(j), (k))।

(5) ত্রিসামান্তরিকাকার (Triclinic) : যে ঘন কোষের তিন দিকের দুটি পার্শ্ব তলই তির্যক সামান্তরিক, তাকে ত্রিসামান্তরিক আকার ঘন কোষ বলে। ত্রিসামান্তরিক আকার কোষের কোনও বাহুই সমান নয় ($a \neq b \neq c$) এবং কোনও কোণই সমকোণ নয় ($\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$)। এটি কেবল সরল বা মৌলিক কোষ হিসাবেই পাওয়া যায়। এর কোনও প্রচলিত কোষ নেই (চিত্র 9.9(l))।

(6) ষড়ভুজাকার (Hexagonal) : যে ঘন কোষের ভূমি (শীর্ষ) 6টি সমবাহুর দ্বারা গঠিত একটি ষড়ভুজ এবং এই ষড়ভুজটির ছটি প্রান্ত ছটি লম্ব আয়তক্ষেত্র দ্বারা বেষ্টিত, তাকে ঘন ষড়ভুজাকার কোষ বলা হয়। এই কোষের ভূমি তিনটি মৌলিক 120° রহস্য বা 6টি সমবাহু ত্রিভুজের যোগফল হিসাবেও ধরা যায়। এই কোষের ক্ষেত্রে $a = b \neq c$ এবং $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$ । মোট 12টি কৌণিক ল্যাটিস বিন্দুর দ্বারা এই প্রচলিত কোষটি গঠিত। এর আর কোনও ভিন্নরূপ নেই (চিত্র 9.9(m))।

(7) রহস্যাকার বা (সমবাহু) ত্রিভুজাকার (Rhombohedral or Trigonal) : এই কোষের ভূমি একটি রহস্য অর্থাৎ দুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমষ্টি। এর চতুর্পার্শ্বের আবদ্ধকারী তলগুলিরও অনুরূপ রহস্য এবং এগুলির কোনও কোণই 90° নয়। একটি ঘনকের কোনও বস্তু-কেন্দ্রিক কর্ণকে দুদিক থেকে ধরে টানলে ঘনকের যে বিকৃতি ঘটে, রহস্যাকার কোষের গঠন সেইরূপ। এই কোষের বাহু ও কোণগুলি হল, $a = b = c$ এবং $120^\circ > \alpha = \beta = \gamma > 90^\circ$ । এটি একটি সরল কোষ। এর কোনও প্রচলিত কোষ নেই (চিত্র 9.9(n))।

9.2 সারণিতে বিভিন্ন ব্র্যাভাইস কোষগুলির বৈশিষ্ট্য তালিকাবদ্ধভাবে দেখানো হল।

সারণি 9.2

ল্যাটিসের প্রকার	কোষের বাহু ও কোণগুলির সম্বন্ধ	ব্র্যাভাইস কোষের নাম	সংক্ষিপ্ত নাম	কোষের চিহ্ন	কেলাসের উদাহরণ
1. ঘনাকার (Cubic)	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	i) সরল (Simple)	sc	P	Cu, Ag, Fe
		ii) বহু-কেন্দ্রিক (body-centered)	bcc	I	CsCl, NH_4Cl , LiHg, CuZn, Li, Na, K, Rb, Cs, Ba
		iii) তল-কেন্দ্রিক (face-centred)	fcc	F	NaCl, MnO, MgO, LiH, AgBr, PbS, KCl, KBr, Ca, Al, Pb, Co, Ni, Cu
2. সমকোণী বর্গক্ষেত্রাকার বা চতুর্ভুজাকার (Tetragonal)	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	i) সরল	st	P	$\beta\text{-Sn}$ (সাদা)
		ii) বহু-কেন্দ্রিক	bct	I	TiO_2 , SnO_2
3. চৌপলাকার বা সমকোণী আয়তক্ষেত্রাকার (Orthorhombic)	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	i) সরল	so	P	Ga, $\alpha\text{-S}$
		ii) বহু-কেন্দ্রিক	bco	B	Fe_3C
		iii) তল-কেন্দ্রিক	fco	F	KNO_3
		iv) ভূমিশীর্ষ-কেন্দ্রিক (base-centred)	cco	C	K_2SO_4
4. সমকোণী সামান্তরিকাকার বা একসামান্তরিকাকার (Monoclinic)	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma \neq 90^\circ$	i) সরল	sm	P	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
		ii) ভূমিশীর্ষ-কেন্দ্রিক	ccm	C	Borax
5. ত্রিসামান্তরিকাকার (Triclinic)	$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	i) সরল	str	P	$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$
6. ষড়ভুজাকার (Hexajonal)	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	i) সরল	sh	P	Mg, Zn, Cd, SiO_2
7. রম্বসাকার (Rhombohedral)	$a = b = c$ $120^\circ > \alpha = \beta = \gamma > 90^\circ$	i) সরল	sr	P	As, Sb, Bi, CaCO_3

9.6 ল্যাটিসের বিভিন্ন রেখার দিক, তল ও তলদূরত্ব (Line Directions, Planes and Interplanar Distances of a Lattice)

ল্যাটিসের বিন্দুগুলির মধ্য দিয়ে বিভিন্ন রেখা ও তল অঙ্কন করা যায়। এই রেখাগুলির দিক, তলের অবস্থান বা দুটি সমান্তরাল তলের মধ্যে দূরত্ব কীভাবে নির্ণয় করা হয়, আমরা এখন সেই আলোচনা করব।

9.6.1 ল্যাটিসের মধ্যে কোনও রেখার দিক নির্ণয় :

ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের মধ্যে কোনও একটি রেখার দিক তিনটি সূচকের (অনুরূপে দ্বিমাত্রিকের ক্ষেত্রে দুটি সূচকের) সাহায্যে নির্দিষ্ট করা হয়। এই সূচকগুলি ল্যাটিসের তিনটি ভিত্তি ভেক্টরের ক্ষুদ্রতম পূর্ণ সংখ্যার গুণনীয়ক দ্বারা নিম্নলিখিতভাবে গঠন করা হয় :

9.4.1. অনুচ্ছেদে আপনি একটি ল্যাটিসের দুটি বিন্দু P ও Q-র মধ্যে ভেক্টর সরণের রাশিমালা পেয়েছেন। 9.3 সমীকরণ অনুযায়ী এই সরণ $\vec{T} = \vec{r}' - \vec{r}$ যেখানে $\vec{r}'$ ও $\vec{r}$ যথাক্রমে Q ও P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর (চিত্র 9.5)।

আপনি লক্ষ করেছেন যে, $\vec{T}$ দ্বারা ল্যাটিসের বিন্দুগুলি পাওয়ার শর্ত হল

$$\vec{T} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b}$$

যদি ল্যাটিসটি দ্বিমাত্রিক হয়

$$\text{এবং } \vec{T} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}$$

যদি ল্যাটিসটি ত্রিমাত্রিক হয়।

যদি O (মূলবিন্দু) ও P উভয়েই ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের বিন্দু হয় তবে $\vec{T}$ ভেক্টরের অণুরূপে আমরা লিখতে পারি,

$$\vec{OP} = \vec{r} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c} \quad \dots \dots (9.9)$$

যেখানে n_1, n_2, n_3 তিনটি পূর্ণ সংখ্যা। এদেরকে P বিন্দুর স্থানাঙ্কও বলা হয়। অর্থাৎ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $P(n_1, n_2, n_3)$ । $\vec{r}$ -কে ল্যাটিসের অবস্থান বা দিক ভেক্টর বলে।

ধরা যাক, H এই তিনটি স্থানাঙ্কের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)। তাহলে $\vec{r}$ দিক ভেক্টরটির তিনটি দিক সূচকের সংজ্ঞা হল,

$$e = \frac{n_1}{H}, f = \frac{n_2}{H}, g = \frac{n_3}{H} \quad \dots \dots (9.10)$$

দিক বোঝাবার জন্য এই তিনটি সূচক একসঙ্গে একটি তৃতীয় বন্ধনীর মধ্যে রাখা হয়।

কাজেই $\vec{r}$ ভেক্টরের দিক-সূচকগুলি হল $[e, f, g]$ ।

উদাহরণ-১. ধরা যাক, P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টরটি হল

$$\vec{r} = 4\vec{a} + 16\vec{b} + 12\vec{c}$$

$\vec{r}$ ভেক্টরের দিক-সূচকগুলি নির্ণয় করুন।

উত্তর : 4, 16, 12 সংখ্যাগুলির (স্থানাঙ্কগুলির) গ.সা.গু. = 4

$$\therefore e = \frac{4}{4} = 1, f = \frac{16}{4} = 4, g = \frac{12}{4} = 3$$

সুতরাং $\vec{r}$ ভেক্টরের দিক সূচকগুলি হবে [1, 4, 3]।

যদি কোনও সূচক ঋণাত্মক হয়, তবে ঋণাত্মক (বিয়োগ) চিহ্নটি সূচকের বাঁদিকে না বসিয়ে এর মাথার উপর বসানো হয়। যেমন, সূচক -3 না লিখে লেখা হয় $\bar{3}$ (সংখ্যার মাথার উপর লেখা বিয়োগ চিহ্নকে বার (bar) বলে)। এখানে উপরের উদাহরণে যদি $n_3 = -12$ হয়, তবে, $\vec{r}$ ভেক্টরের দিক সূচকগুলি হবে [1, 4, $\bar{3}$]।

একক কোষের ক্ষেত্রে n_1, n_2, n_3 অনেক সময় পূর্ণ সংখ্যা হয় না। অর্থাৎ এই সংখ্যাগুলি ভগ্নাংশ। এরূপ ক্ষেত্রে n_1, n_2, n_3 -র লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)-দ্বারা প্রথমে n_1, n_2, n_3 -কে গুণ করে এগুলিকে পূর্ণ সংখ্যাতে পরিবর্তিত করে নেওয়া হয়। তারপর এদের গ.সা.গু.-দ্বারা এই পূর্ণ-সংখ্যাগুলিকে ভাগ করে e, f, g -র মান বার করা হয়।

যদি P ও Q ল্যাটিসের যেকোনও দুটি বিন্দু হয়, এবং এদের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \vec{r} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c} \\ \overrightarrow{OQ} &= \vec{r}' = n'_1\vec{a} + n'_2\vec{b} + n'_3\vec{c} \end{aligned} \right\} \dots \dots (9.11)$$

হয়, তবে $\overrightarrow{PQ}$ ভেক্টরটিকে লেখা যায়

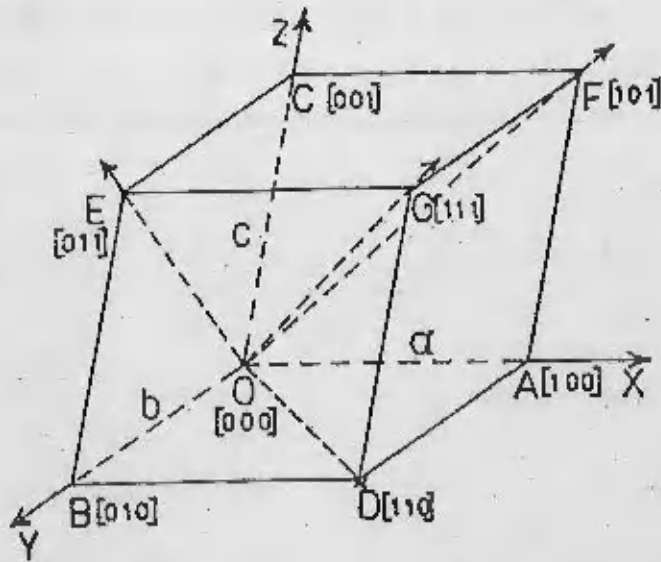
$$\vec{T} = \overrightarrow{PQ} = \vec{r}' - \vec{r} = (n'_1 - n_1)\vec{a} + (n'_2 - n_2)\vec{b} + (n'_3 - n_3)\vec{c} \dots \dots (9.12)$$

$$= m_1\vec{a} + m_2\vec{b} + m_3\vec{c} \dots \dots (9.13)$$

এখানে $m_1 = n'_1 - n_1$, $m_2 = n'_2 - n_2$, $m_3 = n'_3 - n_3$ তিনটি পূর্ণ সংখ্যা। যদি এই পূর্ণ সংখ্যাগুলির গ.সা.গু. H হয়, তবে $\overrightarrow{PQ}$ ভেক্টরের দিক-সূচক হবে $[e, f, g]$,

$$\text{যেখানে, } e = \frac{m_1}{H} = \frac{n'_1 - n_1}{H}, f = \frac{m_2}{H} = \frac{n'_2 - n_2}{H} \text{ এবং } g = \frac{m_3}{H} = \frac{n'_3 - n_3}{H} \dots \dots (9.14)$$

9.10 চিত্রে একটি একক কোষের ক্ষেত্রে বিভিন্ন অক্ষের দিক-সূচকগুলি দেখানো হয়েছে। আপনি নিজেও এগুলি নির্ণয় করতে পারেন।



চিত্র 9.10 : একটি একক কোষের বিভিন্ন অক্ষের দিক সূচক।

উদাহরণ-2. দুটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক হল যথাক্রমে $P(0, 10, 15)$ এবং $Q(6, -2, 15)$ । $\overline{PQ}$ ভেক্টরের দিক-সূচকগুলি নির্ণয় করুন।

উত্তর : এখানে $m_1 = 6 - 0 = 6$, $m_2 = -2 - 10 = -12$, $m_3 = 15 - 15 = 0$ ।

6 ও 12 -এর গ.সা.গু. $H = 6$

সুতরাং $e = \frac{m_1}{H} = \frac{6}{6} = 1$, $f = \frac{m_2}{H} = \frac{-12}{6} = -2$, $g = 0$

∴ $\overline{PQ}$ ভেক্টরের দিক-সূচকগুলি হল $[1, \bar{2}, 0]$ ।

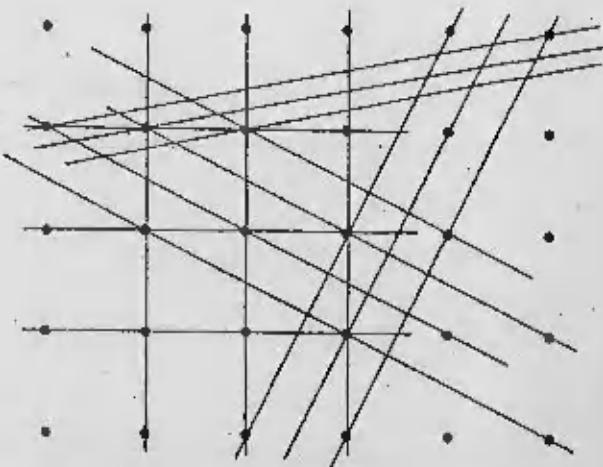
উদাহরণ-3. একটি একক কোষের P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ । এর অবস্থান ভেক্টরের সূচকগুলি নির্ণয় করুন।

উত্তর : $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ স্থানাঙ্কগুলি ভগ্নাংশ হওয়ায় এদের হরগুলির ল.সা.গু. = 2। এই 2-দ্বারা ভগ্নাংশগুলিকে গুণ করলে পূর্ণসংখ্যাগুলি হবে যথাক্রমে 1, 1, 1। এই তিনটি একক সংখ্যার গ.সা.গু. = 1। সুতরাং এই একক গ.সা.গু. দিয়ে ভাগ করলে পূর্ণ সংখ্যাগুলির মান অপরিবর্তিত থাকবে।

সুতরাং অবস্থান ভেক্টরের নির্ণয় সূচকগুলি হল $[1, 1, 1]$ ।

9.6.2 ল্যাটিস সমতল ও মিলার সূচক (Lattice Planes and Miller Indices)

একটি ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের যে অসংখ্য বিন্দু আছে, সেগুলির মধ্য দিয়ে অসংখ্য সমতল আঁকা যায়। এই সমতলগুলি বিভিন্ন দিকে থাকে এবং প্রত্যেক দিকে পরস্পর সমান্তরাল বহুসংখ্যক সমতল আঁকা যায় (চিত্র 9.11)। মিলার এই বিভিন্ন সমতলগুলিকে তিনটি সংখ্যার দ্বারা চিহ্নিত করার জন্য একটি পদ্ধতি উদ্ভাবন করেন। প্রত্যেক সমতলের সঙ্গে যুক্ত এই তিনটি সংখ্যাকে মিলার সূচক (Miller indices) বলে। কেমিস্ট্রিতে এই সূচক পদ্ধতি সর্বসম্মতভাবে গৃহীত হয়। মিলার সূচকের আমরা এভাবে সংজ্ঞা দিতে পারি যে এগুলি হল এমন তিনটি ক্ষুদ্রতম পূর্ণ সংখ্যা যেগুলি ল্যাটিসের কোনও সমতল ঐ ল্যাটিসের তিনটি অক্ষকে যে তিনটি বিন্দুতে ছেদ করে, সেই বিন্দুগুলির আপেক্ষিক দূরত্বের সঙ্গে একই ব্যস্তানুপাতে থাকে।



চিত্র 9.11 : ল্যাটিসের মধ্যে অঙ্কিত বিভিন্ন সমতল।

মিলারের সূচকগুলি নির্ণয়ের পদ্ধতি হল—

(i) ল্যাটিসের তিনটি অক্ষকে কোনও সমতল যে তিনটি বিন্দুতে ছেদ করে, তাদের আপেক্ষিক দূরত্ব নির্ণয় করুন। কোনও অক্ষের উপর একটি ছেদ বিন্দুর আপেক্ষিক দূরত্ব হল ঐ অক্ষের দিকে ভিক্তি ভেক্টরের এককে মূল বিন্দু থেকে ছেদ বিন্দুর দূরত্ব। যেমন, যদি X অক্ষের দিকে ভিক্তি-ভেক্টরের দৈর্ঘ্য a হয় এবং মূলবিন্দু থেকে ছেদ বিন্দুর দূরত্ব $5a$ হয়, তবে ঐ বিন্দুর আপেক্ষিক দূরত্ব হবে 5।

(ii) আপেক্ষিক দূরত্বগুলির ব্যস্ত অনুপাত নিন এবং ভগ্নাংশগুলির হরের ল.সা.গু. নির্ণয় করুন।

(iii) এই ল.সা.গু.-দ্বারা প্রত্যেকটি ব্যস্ত অনুপাতকে গুণ করুন। এই গুণফলগুলি যদি h, k, l পূর্ণসংখ্যা হয়, তবে এগুলিকেই মিলার সূচক বলে। মিলারের সূচক বোঝাবার জন্য h, k, l -কে প্রথম বন্ধনীর মধ্যে রাখা হয়। অর্থাৎ মিলারের সূচক হল (hkl) । লক্ষ্য করুন, এখানে বন্ধনীর মধ্যে কমা বা অন্য কোনও চিহ্ন ব্যবহার করা হয়নি।

উদাহরণ-4. ল্যাটিসের একটি সমতল-এর অক্ষগুলিকে $5a, 15b$, ও $10c$ দূরত্বে ছেদ করে। মিলার সূচকগুলি নির্ণয় করুন।

উত্তর : প্রদত্ত ছেদক দূরত্ব $5a, 15b, 10c$ ।

আপেক্ষিক ছেদক দূরত্ব 5, 15, 10।

এদের ব্যস্ত অনুপাত $\frac{1}{5}, \frac{1}{15}, \frac{1}{10}$ ।

হর 5, 15 ও 10-এর ল.সা.গু. = 30।

30 দ্বারা ব্যস্ত অনুপাতগুলিকে গুণ করে পাওয়া যায় 6, 2, 3।

সুতরাং মিলার সূচকগুলি হল (623)।

উদাহরণ-5. একটি ল্যাটিসের X, Y, Z অক্ষগুলির উপর একটি সমতলের ছেদকগুলি হল $a, 2b, c$ । সমতলটির মিলার সূচকগুলি নির্ণয় করুন।

উত্তর। প্রদত্ত ছেদক $a, 2b, c$ ।

এদের আপেক্ষিক ব্যস্ত অনুপাত = $\frac{1}{a}, \frac{1}{2}, \frac{1}{c} = 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{c}$

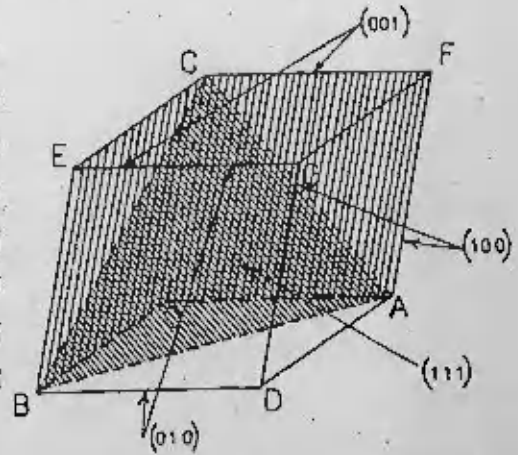
2 ও 1-এর ল.সা.গু. = 2

সুতরাং মিলার সূচকগুলি হল (0 1 2)।

লক্ষ করুন, এই উদাহরণে X-অক্ষের দিকে ছেদকের মান a । অর্থাৎ এখানে সমতলটি X-অক্ষের সমান্তরাল। এর ফলে এই অক্ষের দিকে মিলার সূচক 0 (শূন্য)। মিলার সূচককে সর্বদা সসীম ধরা হয়। কিন্তু মূল বিন্দুর মধ্য দিয়ে কোনও তলের মিলার সূচক নির্ণয় করলে তা অসীম হয়। সেজন্য মূলবিন্দুর মধ্য দিয়ে কোনও তলের মিলার সূচক নির্ণয় করা যায় না। এই তলের সমান্তরাল কোনও তলের সূচককেই মূল বিন্দুর মধ্য দিয়ে তলের সূচক হিসেবে ধরা হয়।

মিলার সূচকের ক্ষেত্রে আরও একটি কথা মনে রাখা প্রয়োজন। যদি কোনও সূচক ঋণাত্মক হয়, তবে বিয়োগ চিহ্নটি (বার্) সূচকের মাথার উপর বসে। অর্থাৎ এক্ষেত্রেও পূর্বে আলোচিত দিক নির্ণয় ক্ষেত্রের সংশ্লিষ্ট রীতি প্রযোজ্য।

9.12 চিত্রের একক কোষটির বিভিন্ন তলের মিলার সূচকগুলির মান এরূপ : OAFB এবং BDGE তল দুটির মিলার সূচক $\left(\frac{1}{\infty}, \frac{1}{1}, \frac{1}{\infty}\right)$ বা (0 1 0); OBEC এবং ADGF তলদুটির মিলার সূচক $\left(\frac{1}{1}, \frac{1}{\infty}, \frac{1}{\infty}\right)$ বা (1 0 0); OADB এবং CFGE তলদুটির মিলার সূচক $\left(\frac{1}{\infty}, \frac{1}{\infty}, \frac{1}{1}\right)$ বা (0 0 1); ABC তলটির মিলার সূচক $\left(\frac{1}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{1}\right)$ বা (1 1 1)।



চিত্র 9.12: একটি কোষের মধ্যে অবস্থিত বিভিন্ন তলের মিলার সূচক।

9.6.3 ল্যাটিস তলের দূরত্ব ও অন্যান্য বৈশিষ্ট্য (Separation between Lattice Planes and Other Characteristics)

ঘনকাকার ল্যাটিসের ক্ষেত্রে মিলার সূচকগুলি খুবই কাজে লাগে। এই সূচকগুলির প্রধান তিনটি বৈশিষ্ট্য এখানে আমরা উল্লেখ করতে পারি।

(i) যদি একটি তলের মিলার সূচকগুলি (hkl) হয়, তবে এই তলের উপর লম্বের দিক-সূচকগুলি হবে $[hkl]$ । অর্থাৎ লম্ব ও তল উভয়েরই সূচকগুলির মান সমান।

(ii) ধরা যাক, (hkl) এবং $(h'k'l')$ দুটি তলের মধ্যে কোণ θ । তাহলে প্রমাণ করা যায় যে

$$\cos \theta = \frac{hh' + kk' + ll'}{(h^2 + k^2 + l^2)^{1/2} (h'^2 + k'^2 + l'^2)^{1/2}} \quad \dots \dots (9.15)$$

(iii) যদি পরপর দুটি সমান্তরাল তলের মধ্যে দূরত্ব d হয়, তবে ঐ সমতলগুলির সূচক (hkl) -এর সাপেক্ষে d -র মান হবে

$$d = \frac{a}{(h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}} \quad \dots \dots (9.16)$$

যেখানে a হল একক ঘনকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য।

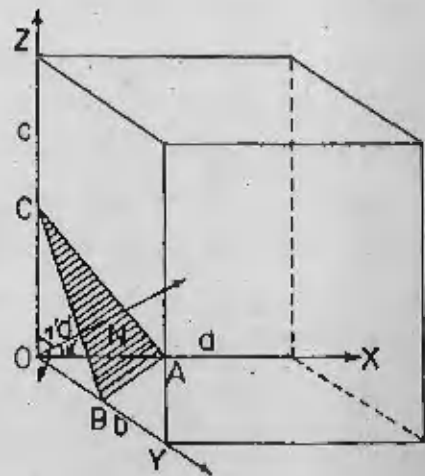
যদি একক কোষটি ঘনকাকার না হয়ে চতুর্ভুজাকার বা সমকোণী আয়তক্ষেত্রাকার হয় এবং এর তিনটি ভিত্তি-বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c হয়, তবে প্রমাণ করা যায় যে, (hkl) সূচকযুক্ত দুটি পরপর সমান্তরাল তলের দূরত্ব d -র মান হবে

$$d = \frac{1}{\sqrt{(h^2/a^2) + (k^2/b^2) + (l^2/c^2)}} \quad \dots (9.17)$$

9.6.4 (9.16) ও (9.17) সমীকরণ দুটির প্রমাণ

9.13 চিত্রের চৌপলাকার কোষের ক্ষেত্রে ধরা যাক, মূলবিন্দু O -র মধ্য দিয়ে অঙ্কিত একটি তলের সমান্তরাল ABC তলটির ন্যূনতম দূরত্ব $ON = d$ । যদি চৌপলটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্য a, b, c হয় এবং ABC তলটির সূচকগুলি (hkl) হয়, তবে চিত্র অনুযায়ী আমরা পাই

$$OA = \frac{a}{h}, \quad OB = \frac{b}{k} \quad \text{এবং} \quad OC = \frac{c}{l} \quad \dots \dots (9.18)$$



চিত্র 9.13 : একটি কোষের মধ্যে অঙ্কিত ABC তলের মূলবিন্দু O থেকে দূরত্ব (d) ।

যদি ON লম্ব X, Y ও Z অক্ষের সঙ্গে যথাক্রমে α' , β' ও γ' কোণ উৎপন্ন করে, তবে

$$d = OA \cos \alpha' = OB \cos \beta' = OC \cos \gamma' \quad \dots \dots (9.19)$$

কিন্তু চিত্র অনুযায়ী X, Y, Z অক্ষের উপর d -এর অভিক্ষেপগুলি হল যথাক্রমে $d \cos \alpha'$, $d \cos \beta'$, $d \cos \gamma'$ । সুতরাং

$$(d \cos \alpha')^2 + (d \cos \beta')^2 + (d \cos \gamma')^2 = d^2$$

$$\text{বা, } \cos^2 \alpha' + \cos^2 \beta' + \cos^2 \gamma' = 1. \quad \dots \dots (9.20)$$

9.20 সমীকরণে 9.18 ও 9.19 সমীকরণের মানগুলি বসালে আমরা পাই

$$\left(\frac{dh}{a}\right)^2 + \left(\frac{dk}{b}\right)^2 + \left(\frac{dl}{c}\right)^2 = 1$$

$$\text{বা, } d^2 \left\{ \left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2 \right\} = 1$$

$$\text{বা, } d = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2}} \quad \dots \dots (9.21)$$

যদি চৌপলটি একটি ঘনক হয়, তবে $a = b = c$ ।

সুতরাং 9.21 সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad \dots \dots (9.22)$$

9.6.5 সরল ঘনাকার ল্যাটিসের ক্ষেত্রে বিভিন্ন তলের মধ্যে দূরত্বের অনুপাত (Ratio of distances between different planes in a simple cubic lattice)

আমরা এখন 9.22 সমীকরণটিকে ঘনাকার ল্যাটিসের বিভিন্ন তলের মধ্যে দূরত্বের অনুপাত নির্ণয়ের জন্য ব্যবহার করব।

যদি $d_{100}(100)$ সূচকযুক্ত পরপর সমান্তরাল তলগুলির দূরত্ব নির্দেশ করে, তবে 9.22 সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$d_{100} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} = \frac{a}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = a$$

অনুরূপভাবে (110) এবং (111) সূচকযুক্ত সমান্তরাল তলগুলির ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$d_{110} = \frac{a}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{এবং } d_{111} = \frac{a}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

সুতরাং আমরা পাই,

$$d_{100} : d_{110} : d_{111} = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} \quad \dots \dots (9.23)$$

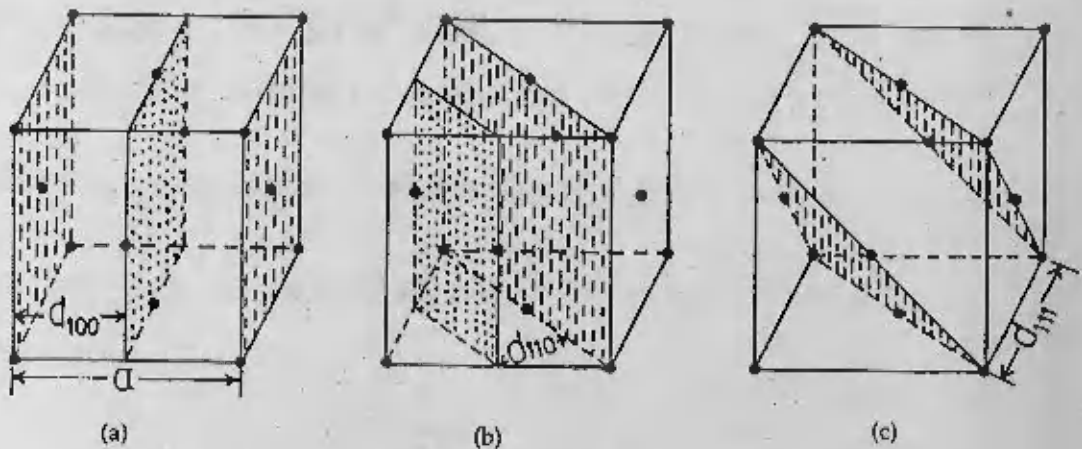
9.6.6 তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিস (Face-centered Cubic Lattice)

তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিসের (100), (110) এবং (111) তলগুলি 9.14(a), (b), (c) চিত্রগুলিতে দেখানো হয়েছে। 9.14(a) চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রত্যেক পার্শ্বতলের কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে একটি অতিরিক্ত (100) তল আঁকা যাচ্ছে। সুতরাং এক্ষেত্রে দুটি পরস্পর তলের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব $\frac{1}{2}a$ ।

d_{100} -র মানও হল,

$$d_{100} = \frac{a}{2}$$

9.14(b) চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে, (110) তলের ক্ষেত্রেও পার্শ্বতলগুলির কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে পূর্বের



চিত্র 9.14: একটি তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিসের বিভিন্ন তলের দূরত্ব। (a) d_{100} , (b) d_{110} , (c) d_{111}

মতোই একটি অতিরিক্ত তল পাওয়া যায়। সুতরাং এক্ষেত্রেও দুটি তলের মধ্যে দূরত্ব $\frac{1}{2}a$ এবং তারফলে

$$d_{110} = \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{2}}$$

9.14(c) চিত্র থেকে আবার দেখা যাচ্ছে যে (111) তলের ক্ষেত্রে পার্শ্বতলের কেন্দ্রগুলি মূল তলের উপরেই স্থাপিত আছে। সুতরাং এক্ষেত্রে কোনও অতিরিক্ত তল পাওয়া যায় না এবং দুটি তলের মধ্যে সর্বনিম্ন দূরত্ব a থেকে যায়। সুতরাং এই তলগুলির জন্য

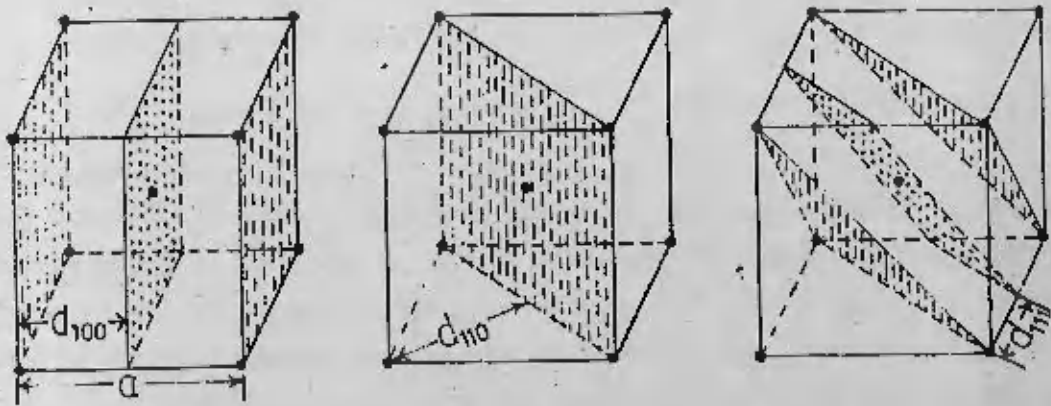
$$d_{111} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore d_{100} : d_{110} : d_{111} = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 1 : \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \dots \dots (9.24)$$

9.6.7 বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিস (Body-centered Cubic Lattice)

এখন আমরা দেখবো যে যদি ঘনাকার ল্যাটিস কোষটি বস্তু-কেন্দ্রিক হয়, তবে এর বিভিন্ন তলের দূরত্বগুলির মধ্যে কী অনুপাত থাকে? 9.15(a), (b), (c) চিত্রে এই ল্যাটিসের (100), (110), (111)



চিত্র 9.15: একটি বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষের বিভিন্ন তলের মধ্যে দূরত্ব। (a) d_{100} , (b) d_{110} , (c) d_{111}

তলগুলি দেখানো হয়েছে। এই চিত্রগুলি থেকে দেখা যাচ্ছে যে (100) এবং (111) তলগুলির ক্ষেত্রে সরল কোষের জন্য যে তলগুলি পাওয়া যায় সেই তলগুলির মধ্যে প্রত্যেক বস্তু-কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে একটি করে অতিরিক্ত তল গঠিত হয়েছে। কিন্তু (110) তলগুলির ক্ষেত্রে কোনও অতিরিক্ত তল তৈরী হয় না।

$$\text{এজন্য } d_{100} = \frac{1}{2}a$$

$$d_{110} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{এবং } d_{111} = \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{সুতরাং } d_{100} : d_{110} : d_{111} = 1 : \frac{2}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 1 : \frac{\sqrt{2}}{2} : \sqrt{3}$$

... ... (9.25)

9.7 একপরমাণুক ভিত্তির কেলাসীয় গঠন (Monoatomic Basis Crystal Structures)

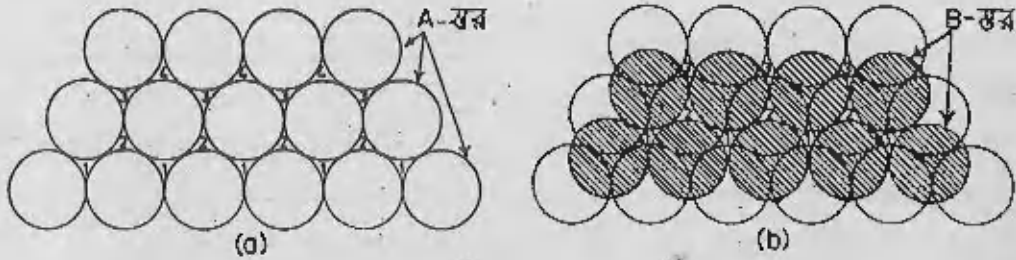
আপনি পূর্বের আলোচনায় জেনেছেন যে ল্যাটিস বিন্দুগুলিতে একটি করে ভিত্তি (basis) যুক্ত করলে কেলাসের গঠন পাওয়া যায়। সাধারণত ধাতুগুলির কেলাসের ভিত্তি একটি মাত্র পরমাণু দ্বারা গঠিত হয়। সেজন্য এই কেলাসগুলির গঠন সবচেয়ে সরল হয় এবং সহজে বিশ্লেষণ করা যায়। অপরপক্ষে অধিকাংশ জৈব কেলাসের ভিত্তি বহু সংখ্যক পরমাণু দ্বারা গঠিত। সুতরাং এই কেলাসগুলির গঠন খুবই জটিল। আমরা এখানে একপরমাণু দ্বারা গঠিত ভিত্তির কেলাস কোষের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য নিয়ে আলোচনা করব।

9.7.1 কোষের গঠন ও প্রকার (Structure and Types of Cells)

আলোচনার সরলতার জন্য আমরা একটি পরমাণুকে r -ব্যাসার্ধ্যযুক্ত একটি দৃঢ় গোলক হিসাবে কল্পনা করতে পারি। ধরা যাক, প্রত্যেক ল্যাটিস বিন্দুতে এরূপ একটি পরমাণুর কেন্দ্র আছে। এখন যদি ল্যাটিস কোষটির পরমাণুগুলি এমনভাবে পরস্পর স্পর্শ করে থাকে যে এদের মধ্যস্থিত ফাঁক বা শূন্যস্থান সর্বাপেক্ষা কম হয়, তবে ঐ কোষের গঠনকে বলা হয় ঘন-সংবন্ধ (Close-packed)। কিন্তু যদি কোষের মধ্যে পরমাণুগুলি পরস্পরকে এমনভাবে স্পর্শ করে থাকে যে এদের মধ্যে ফাঁক ন্যূনতমের চেয়ে বেশি হয়, তবে ঐ কোষের গঠনকে বলা হয় শিথিল বা ঢিলা সংবন্ধ (Loose-packed)।

পরমাণুগুলি যখন কেলাসের মধ্যে ঘন-সংবন্ধভাবে থাকে, তখন ঐ কেলাসের গঠন কীরূপ হয়, তা আপনি কতকগুলি অভিন্ন গোলাকার মার্বেলের সাহায্যে পরীক্ষা করে নির্ণয় করতে পারেন। 9.16(a) চিত্রের অনুরূপে কতকগুলি মার্বেলকে প্রথমে টেবিলের উপর এমনভাবে বসান যাতে এগুলি পরস্পর পরস্পরকে ঘন-সংবন্ধভাবে স্পর্শ করে থাকে। মার্বেলগুলি যাতে পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে না যায়, সেজন্য এগুলিকে চারদিক থেকে চারটি বই দিয়ে আটকে রাখুন। এগুলিকে আমরা মার্বেলের প্রথম বা

A-স্তর (level A) বলব। আপনি লক্ষ্য করে দেখুন প্রত্যেক জায়গায় তিনটি মার্বেল পরস্পরকে স্পর্শ করেছে এবং সেখানে তিন দিক থেকে ঢালু হয়ে একটি গর্তের সৃষ্টি হয়েছে। আপনি আরও লক্ষ্য করে দেখুন দুটি মার্বেল সারির মধ্যে পাশাপাশি এরূপ দুটি গর্তের সারি তৈরী হয়েছে। আমরা 1, 3, 5 প্রভৃতি বিজোড় সংখ্যার দ্বারা এক পাশের ও 2, 4, 6 প্রভৃতি জোড় সংখ্যার দ্বারা অন্য পাশের গর্তের সারিকে বোঝাতে পারি।



চিত্র 9.16: টেবিলের উপর বসানো মার্বেলের স্তর। (a) প্রথম বা নিচের A-স্তর, (b) A-স্তরের উপর বসানো দ্বিতীয় বা B-স্তর।

আপনি এখন 1, 3, 5 প্রভৃতি বিজোড় সংখ্যার গর্তের সারিগুলির প্রত্যেক গর্তের উপর একটি মার্বেল বসিয়ে A-স্তরের উপর মার্বেলের দ্বিতীয় বা B-স্তর তৈরী করতে পারেন (চিত্র 9.16(b))। আপনি লক্ষ্য করে দেখুন B-স্তরের ক্ষেত্রেও A-স্তরের মতোই তিনটি করে মার্বেল পরস্পর পরস্পরকে স্পর্শ করে আছে এবং এদের মধ্যেও আগের মতোই বিজোড় ও জোড় সংখ্যার গর্তের সারি তৈরী হয়েছে।

আপনি ইচ্ছা করলে A স্তরের 1, 3, 5 প্রভৃতি বিজোড় সংখ্যার গর্তগুলির পরিবর্তে 2, 4, 6 প্রভৃতি জোড় সংখ্যার গর্তগুলিতে মার্বেল বসাতে পারেন। কিন্তু কখনওই এক সজোড় জোড় ও বিজোড় সারির গর্তে মার্বেল বসানো যায় না। এর কারণ পরপর সন্নিহিত দুটি গর্তের সারির মধ্যে যে দূরত্ব থাকে, তা মার্বেলের ব্যাসের চেয়ে অনেক কম হয়। অবশ্য বিজোড় সংখ্যার গর্তের সারিগুলিতে মার্বেল বসালে B-স্তরটির যেরূপ বিন্যাস হয়, জোড় সংখ্যার গর্তের সারিগুলিতে মার্বেল বসালেও আপনি ঐ একই প্রকার মার্বেলের বিন্যাস পাবেন। তবে B-স্তরের মার্বেলগুলি A-স্তরের মার্বেলগুলির ঠিক উপরে উপরে থাকে না। এজন্য এ দুটি বিন্যাস আলাদা।

B-স্তরে মার্বেল বসাবার পর আপনি এই স্তরের বিজোড় বা জোড় সংখ্যাগুলির গর্তের সারিতে মার্বেল বসিয়ে মার্বেলের তৃতীয় স্তর তৈরী করতে পারেন। কিন্তু তৃতীয় স্তরে দুইভাবে মার্বেল বসিয়ে আপনি লক্ষ্য করে দেখুন যে একভাবে মার্বেল বসালে তৃতীয় স্তরের প্রত্যেক মার্বেল প্রথম স্তরের প্রত্যেক মার্বেলের ঠিক উপরে থাকে। সেজন্য এটিকেও আমরা A- স্তর বলতে পারি। আবার এই স্তরে অন্যভাবে গর্তের সারি বেছে নিয়ে মার্বেল বসালে দেখা যাবে যে মার্বেলগুলি প্রথম স্তরের বা দ্বিতীয় স্তরের মার্বেলের ঠিক উপরে না থেকে খানিকটা একপাশে সরে থাকছে। অর্থাৎ এই স্তরের বিন্যাস A ও B উভয় স্তরের বিন্যাস থেকে ভিন্ন। সুতরাং এক্ষেত্রে এই স্তরকে বলা যায় C-স্তর।

কোনও মৌলের কেলাসের পরমাণুগুলিকে মার্বেলের মতোই দৃঢ় ও গোলাকার বস্তু হিসেবে ধরে নিলে কেলাসের মধ্যে এদের বিন্যাস মার্বেলের উপরোক্ত বিন্যাসের অনুরূপ হবে বলে ভাবা যায়। যদি ল্যাটিসের কোষের পরমাণুগুলি ঘন-সংবন্ধভাবে (close-packed) AB AB AB... এরূপ পরম্পরায় স্তরে স্তরে সজ্জিত থাকে, তবে ঐ কোষের আকার পূর্বে আলোচিত ষড়ভুজাকার (Hexagonal) হয়। অপরপক্ষে যদি এরূপ কোষের পরমাণুগুলি ABC ABC... এই পরম্পরায় সাজানো থাকে, তবে ঐ কোষের আকার তল-কেন্দ্রিক (Face-centred) হয়।

আবার যদি কোষের মধ্যে পরমাণুগুলি ঢিলা-সংবন্ধভাবে (loose-packed) থাকে, তবে ঐ পরমাণুগুলি হয় সরল (simple) অথবা বস্তু-কেন্দ্রিক (body-centred)—এই দুই প্রকার কোষ গঠন করতে পারে।

উপরে আলোচনা থেকে আপনি দেখতে পাচ্ছেন যে একই (অভিন্ন) পরমাণু দ্বারা গঠিত ল্যাটিসের চার প্রকার কোষ হতে পারে। আমরা এখন এই কোষগুলির বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য নিয়ে আলোচনা করব। এর ফলে আপনি এই বিভিন্ন প্রকার কোষের মধ্যে পার্থক্য আরও ভালভাবে বুঝতে পারবেন।

9.7.2 প্রতি একক কোষে পরমাণুর সংখ্যা (Number of atoms per unit cell)

প্রতি একক কোষে কটি পরমাণু থাকে, তা কোষের গঠনের উপর নির্ভর করে। আমরা এখন বিভিন্ন কোষের ক্ষেত্রে পরমাণুর এই সংখ্যা নির্ণয় করব। একে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যাও (effective number of atoms) বলে।

(i) সরল ঘনকাকার (সংক্ষেপে sc বা P) ল্যাটিস :

একটি সরল ঘনকাকার কোষের (চিত্র 9.9(a)) আটটি কৌণিক বিন্দু এবং প্রত্যেক কোণার বিন্দুতে একটি পরমাণু থাকে। কিন্তু প্রত্যেক কোণার একটি পরমাণু আটটি কোষের সঙ্গে সমানভাবে যুক্ত। সুতরাং প্রত্যেক কোষ এর প্রত্যেকে কৌণিক বিন্দু থেকে একটি পরমাণুর $\frac{1}{8}$ অংশ পায়। কিন্তু কোষটিতে যেহেতু মোট ৪টি কৌণিক বিন্দু আছে, সেজন্য কোষটির কার্যকর পরমাণু সংখ্যা হল

$$8 \times \frac{1}{8} = 1$$

(ii) বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনকাকার (সংক্ষেপে bcc বা I) ল্যাটিস :

সরল ঘনকাকার কোষের মতোই এই কোষের ও (চিত্র 9.9(b)) ৪টি কৌণিক বিন্দুতে ৪টি পরমাণু আছে যাদের প্রত্যেকটি ৪টি কোষের সঙ্গে সমানভাবে যুক্ত। তাছাড়া এই কোষের বস্তু-কেন্দ্রে একটি অতিরিক্ত পরমাণু আছে যার সঙ্গে অন্য কোনও কোষ যুক্ত নয়। সুতরাং এই কোষের কার্যকর পরমাণু সংখ্যা হল

$$8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$$

(iii) তল-কেন্দ্রিক ঘনকাকার (সংক্ষেপে fcc বা F) ল্যাটিস :

উপরের কোষগুলির অনুরূপে এই কোষেরও (চিত্র 9.9(c)) ৪টি কৌণিক বিন্দুর প্রত্যেকটিতে একটি

পরমাণু আছে এবং এই পরমাণু একই কৌণিক বিন্দুতে যুক্ত মোট ৪টি কোষের অংশ। সুতরাং এই হিসেবে প্রত্যেক কোষে পূর্বের মতোই $8 \times \frac{1}{8} = 1$ টি করে পরমাণু আছে। তাছাড়া এই কোষের প্রত্যেক পার্শ্বতলের কেন্দ্রে একটি পরমাণু আছে যা পাশের কোষের পার্শ্বতলের সঙ্গেও একইভাবে যুক্ত। সুতরাং একটি কোষে এই পরমাণুর অংশ $= \frac{1}{2}$ । কিন্তু প্রত্যেক কোষে মোট ৬টি পার্শ্বতল থাকায় সব পার্শ্বতলগুলির জন্য একটি কোষে পরমাণুর সংখ্যা $6 \times \frac{1}{2} = 3$ টি। এভাবে সব কৌণিক বিন্দু ও পার্শ্বতল মিলিয়ে একটি তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা হল

$$1 + 3 = 4$$

(iv) ষড়ভুজাকার ঘন-সংবন্ধ (hcp) ল্যাটিস

আমরা পূর্বেই উল্লেখ করেছি যে এই ল্যাটিসে পরমাণুগুলি ABABAB... এই পর্যায়ক্রমে স্তরে স্তরে সজ্জিত থাকে। ষড়ভুজাকার ল্যাটিসের একটি কোষে (চিত্র 9.9(m)) ABA এই তিনটি স্তরে পরমাণুগুলি সাজানো থাকে। উপর ও নিচের দুটি অভিন্ন A স্তরকে ভিত্তি স্তর বলে। এই স্তরের কেন্দ্রবিন্দুতে একটি পরমাণু থাকে এবং এই পরমাণুটিকে ঘিরে মোট আরও ছটি পরমাণু পরস্পরকে স্পর্শ করে থাকে (চিত্র 9.17(d))। এইভাবে এই কোষের নিচে ও উপরের ভিত্তি স্তরে ৬টি করে মোট ১২টি পরমাণুর কেন্দ্র ঘুরা কোষটির ১২টি কৌণিক বিন্দু গঠিত হয় এবং দুটি ভিত্তি স্তরের কেন্দ্রে দুটি পরমাণু কেন্দ্র পাওয়া যায়। এছাড়া B-স্তরের মোট তিনটি পরমাণু কোষের ভিতরে দুটি ভিত্তিস্তরের ঠিক মধ্যস্থানে থাকে। এগুলি অন্য কোষের অংশ নয়। যেহেতু কোষটির প্রত্যেক কৌণিক বিন্দু ৬টি এবং ভিত্তি-স্তরের কেন্দ্রের প্রত্যেক বিন্দু দুটি কোষের সমান-অংশরূপে থাকে, সুতরাং এই ষড়ভুজাকার কোষের কার্যকর পরমাণু সংখ্যা হবে

$$12 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{2} + 3 = 6$$

আবার যেহেতু এই কোষটি তিনটি সরল একক কোষের সমষ্টি, সুতরাং প্রতি সরল কোষে পরমাণুর সংখ্যা $\frac{6}{3} = 2$ ।

9.7.3 সমন্বয় সংখ্যা ও দুটি নিকটতম পরমাণুর দূরত্ব (Coordination Number and distance between two nearest atoms)

একটি ল্যাটিসের যেকোনও একটি পরমাণুকে ঘিরে ন্যূনতম দূরত্বে যে পরমাণুগুলি থাকে, তাদের সংখ্যাকে ল্যাটিসের সমন্বয় সংখ্যা বলে। পরমাণুগুলির মধ্যে আকর্ষণ বল যত বেশী হয়, এগুলি তত বেশী সংবন্ধভাবে থাকে। ফলে ল্যাটিসের সমন্বয় সংখ্যাও তত বেশী হয়। কোষের গঠন জানা থাকলে ল্যাটিসের সমন্বয় সংখ্যা এবং দুটি পরমাণুর মধ্যে নিকটতম দূরত্ব সহজেই নিরূপণ করা যায়। পূর্বের অনুচ্ছেদের মতো এই অনুচ্ছেদেও 9.9(a), (b), (c), (m) চিত্রগুলি প্রযোজ্য।

(i) সরল ঘনাকার ল্যাটিস

এই ল্যাটিস কোষের যেকোনও একটি পরমাণুর মধ্য দিয়ে একটি পার্শ্বতল ও একটি লম্বতল বিবেচনা করা হলে ঐ পার্শ্বতলে ঐ পরমাণুর উভয় দিকে নিকটতম দূরত্বে ৪টি পরমাণু পাওয়া যায় এবং ঐ লম্বতলে উভয় দিকে নিকটতম দূরত্বে আরও দুটি পরমাণু পাওয়া যায়। সুতরাং এই কোষে একটি পরমাণুর নিকটতম দূরত্বে মোট ৬টি পরমাণু থাকে এবং এই সংখ্যাটিই হল এই ল্যাটিসের সমন্বয় সংখ্যা।

যদি a ঘনকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য হয়, তবে দুটি নিকটতম পরমাণু কেন্দ্রের দূরত্বও হবে a ।

(ii) বস্তু-কেন্দ্রিক ল্যাটিস

বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষের বস্তু-কেন্দ্রে (O) একটি পরমাণু থাকে এবং একে ঘিরে কোষের ৪টি কৌণিক বিন্দুতে ৪টি পরমাণু থাকে (চিত্র 9.17(b))। এই ৪টি পরমাণুই কেন্দ্রের পরমাণুটির সবচেয়ে নিকটবর্তী। সুতরাং এই ল্যাটিসের সমন্বয় সংখ্যা হল ৪। যদি ঘনকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a হয়, তবে বস্তু-কেন্দ্র থেকে কোষটির একটি কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব হবে $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ এবং এটিই হল দুটি পরমাণু কেন্দ্রের নিকটতম দূরত্ব।

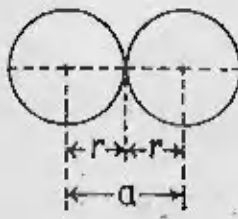
(iii) তল-কেন্দ্রিক ল্যাটিস

একটি তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিস কোষের ৪টি কৌণিক বিন্দু ছাড়াও প্রত্যেক পার্শ্বতলের কেন্দ্রে একটি বিন্দু আছে। এই বিন্দুর মধ্য দিয়ে পরস্পর সমকোণে এমন তিনটি তল অঙ্কন করা যায় যেগুলি কোষের অন্য তল-কেন্দ্রিক বিন্দুগুলির মধ্য দিয়ে যায়। এই তলগুলির প্রত্যেকটিতে ৪টি বিন্দু প্রথম তল-কেন্দ্রিক বিন্দুটির সবচেয়ে কাছে পাওয়া যায়। সুতরাং ঐ তিনটি তলে এই বিন্দুগুলির মোট সংখ্যা $4 \times 3 = 12$ । যেহেতু এই বিন্দুগুলির প্রত্যেকটিতে একটি পরমাণু কল্পনা করা যায়, সুতরাং তল-কেন্দ্রিক ল্যাটিসের সমন্বয় সংখ্যা হল 12।

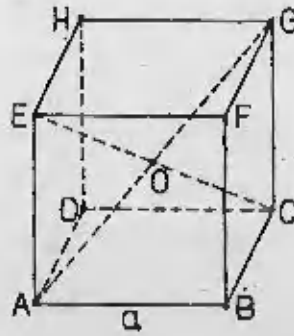
যদি ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য a হয়, তবে এর একটি কৌণিক বিন্দু থেকে সবচেয়ে নিকটবর্তী তল-কেন্দ্রিক বিন্দুর দূরত্ব হবে $\frac{a}{\sqrt{2}}$ (চিত্র 9.17(c))। সুতরাং এটিই হল কোষের দুটি নিকটতম পরমাণুর কেন্দ্র দূরত্ব।

(iv) ষড়ভুজাকার ল্যাটিস

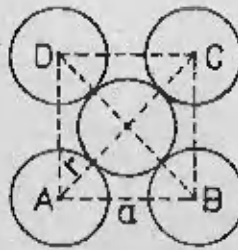
ষড়ভুজাকার ল্যাটিসের যেকোনও একটি স্তরে (বা তলে) প্রত্যেক পরমাণুকে ঘিরে ৬টি পরমাণু স্পর্শ করে থাকে (চিত্র 9.17(d))। এছাড়া এই তলের নিচের এবং উপরের তলের ৩টি করে আরও ৬টি পরমাণু ঐ প্রথম পরমাণুটিকে স্পর্শ করে থাকে। সুতরাং এই ল্যাটিসের সমন্বয় সংখ্যা হল $6 + 6 = 12$ । এই 12টি পরমাণুর প্রত্যেকটিই কেন্দ্রের পরমাণুটিকে স্পর্শ করে থাকে। সুতরাং ষড়ভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, দুটি পরমাণুর মধ্যে ন্যূনতম দূরত্বও হবে a ।



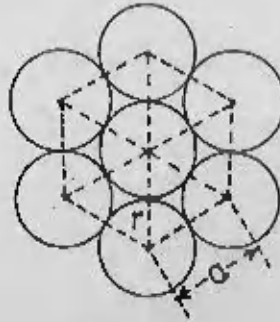
(a)



(b)



(c)



(d)

চিত্র 9.17: পারমাণবিক ব্যাসার্ধ ও ল্যাটিস ধ্রুবকের সম্বন্ধ। (a) সরল ঘনাকার কোষ, (b) A-বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ, (c) তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ, (d) ষড়ভুজাকার কোষ।

9.7.4 পারমাণবিক ব্যাসার্ধ (Atomic radius)

যদি দুটি পরমাণু পরস্পরের নিকটতম দূরত্বে থাকে, তবে এদের কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্বকে পরমাণুর ব্যাস এবং এই ব্যাসের অর্ধেককে পরমাণুর ব্যাসার্ধ (r) বলা হয়। এরূপ অবস্থায় পরমাণু দুটি পরস্পরকে স্পর্শ করে আছে এরূপ বলা হয় এবং পরমাণু দুটির প্রত্যেকটিকে r ব্যাসার্ধ্যুক্ত একটি মৃদু গোলক হিসাবে কল্পনা করা হয়।

একটি ল্যাটিস কোষের a, b, c তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যকে ল্যাটিস ধ্রুবক বলা হয় এবং এই বাহুগুলির দিকে এদের মানযুক্ত $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ তিনটি ভেক্টরকে ভিত্তি ভেক্টর বলে (চিত্র 9.9(a))। একটি ঘনকের ক্ষেত্রে $a = b = c$ । কিন্তু ষড়ভুজাকার কোষের ক্ষেত্রে $a = b \neq c$ । আমরা এখন বিভিন্ন কোষের ক্ষেত্রে ল্যাটিস ধ্রুবক ও পরমাণু ব্যাসার্ধের মধ্যে যে সম্বন্ধ পাওয়া যায়, তা নির্ণয় করব।

(i) সরল ঘনাকার কোষ

যদি সরল ঘনাকার কোষের প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুকে একটি পরমাণুর কেন্দ্র হিসেবে ধরা হয় এবং

যদি এই পরমাণুগুলি পরস্পরকে স্পর্শ করে থাকে (চিত্র 9.17(a)), তবে স্বভাবতই

$$a = 2r \text{ বা } r = \frac{a}{2} \quad \dots \dots (9.26)$$

যেখানে a হল কোষের বাহুর দৈর্ঘ্য এবং r হল পারমাণবিক ব্যাসার্ধ।

(ii) বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ

বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষে ঘনকের ৪টি কৌণিক বিন্দুতে ৪টি পরমাণু এবং বস্তু-কেন্দ্রে একটি পরমাণু থাকে (চিত্র 9.17(b))। যদি পরমাণুগুলি পরস্পরকে স্পর্শ করে থাকে, তবে এর বস্তু-কর্ণ (অর্থাৎ ঘনকের ভিতরে দুটি বিপরীত কৌণিক বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত কর্ণ) অভিমুখে তিনটি পরমাণু পরস্পরকে স্পর্শ করে থাকবে। যদি পরমাণু ব্যাসার্ধ r এবং ল্যাটিস ধ্রুবক a হয়, তবে চিত্র অনুযায়ী বস্তু-কর্ণের দৈর্ঘ্য $AG = EC = 4r$ এবং বাহু $AB = BC = CG = a$ । আবার

$$AG^2 = EC^2 = AB^2 + BC^2 + CG^2$$

$$\text{বা, } (4r)^2 = a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$\text{বা, } r = \frac{\sqrt{3}a}{4} \quad \dots \dots (9.27)$$

(iii) তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ

তল-কেন্দ্রিক কোষের ৪টি কৌণিক বিন্দুতে ৪টি এবং প্রত্যেক পার্শ্বতলের কেন্দ্রে একটি পরমাণু থাকে। যদি পার্শ্বতলের কর্ণ অভিমুখে তিনটি পরমাণু পরস্পরকে স্পর্শ করে থাকে (চিত্র 9.17(c)) এবং পরমাণুর ব্যাসার্ধ r ও ল্যাটিসের ধ্রুবক a ধরা হয়, তবে চিত্র অনুযায়ী

$$\text{কর্ণ } AC = BD = 4r$$

$$\text{এবং বাহু } AB = BC = a$$

$$\text{কিছু } AC^2 = BD^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা } (4r)^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\text{বা } r = \frac{\sqrt{2}a}{4} \quad \dots \dots (9.28)$$

(iv) ঘড়ুজাকার কোষ

ঘড়ুজাকার কোষের ভূমির কেন্দ্রস্থলে একটি পরমাণু থাকে এবং একে ঘিরে ৬টি পরমাণু পরস্পর পরস্পরকে স্পর্শ করে থাকে। ফলে এই পরমাণুগুলির কেন্দ্র একটি ঘড়ুজকের ৬টি কৌণিক বিন্দুতে থাকে। যদি পরমাণুর ব্যাসার্ধ r এবং ঘড়ুজকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a হয়, তবে চিত্র 9.17(d) অনুযায়ী

$$a = 2r$$

$$\text{বা } r = \frac{a}{2} \quad \dots \dots (9.29)$$

9.7.5 সংবন্ধি অনুপাত বা সংবন্ধি উৎপাদক (Packing Fraction or Packing Factor)

একটি কোষে যতগুলি পরমাণু থাকে, সেগুলির মোট আয়তন ও কোষের মোট আয়তনের অনুপাতকে সংবন্ধি অনুপাত বা সংবন্ধি উৎপাদক বলা হয়। আমরা এখন বিভিন্ন প্রকার কোষের ক্ষেত্রে এই অনুপাতের মান নির্ণয় করব।

(i) সরল ঘনাকার কোষ

আপনি পূর্বে লক্ষ্য করেছেন যে প্রতি সরল ঘনাকার কোষে একটি করে কার্যকর পরমাণু পাওয়া যায়।

যদি পরমাণুর ব্যাসার্ধ r হয়, তাহলে এর আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ এবং কোষটির আয়তন a^3 (a হল ঘনকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য)। তা ছাড়া এই কোষের ক্ষেত্রে,

$$r = \frac{a}{2}$$

সুতরাং এই কোষের সংবন্ধি অনুপাত হবে,

$$f = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{a^3} = \frac{\frac{4\pi}{3} \frac{a^3}{8}}{a^3} = \frac{\pi}{6} = 0.52 \quad \dots\dots (9.30)$$

(ii) বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ

এই ল্যাটিসের প্রতি কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা = 2

$$\text{সুতরাং পরমাণুর মোট আয়তন} = 2 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{কোষের আয়তন} = a^3$$

$$\text{এবং এই কোষের ক্ষেত্রে } r = \frac{\sqrt{3}a}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং } f &= \frac{2 \times \frac{4}{3}\pi r^3}{a^3} = \frac{2 \times \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{3}a}{4}\right)^3}{a^3} \\ &= \frac{\sqrt{3}\pi}{8} = 0.68 \quad \dots\dots (9.31) \end{aligned}$$

(iii) তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ

প্রতি তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা = 4

$$\text{এই পরমাণুগুলির মোট আয়তন } 4 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

কোষের আয়তন = a^3

কিন্তু যেহেতু $r = \frac{\sqrt{2}a}{4}$

সুতরাং আমরা পাই,

$$f = \frac{4 \times \frac{4}{3} \pi r^3}{a^3} = \frac{4 \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\sqrt{2}a}{4}\right)^3}{a^3} \\ = \frac{\sqrt{2}\pi}{6} = 0.74 \quad \dots \dots (9.32)$$

(iv) ষড়ভুজাকার কোষ

আপনি লক্ষ্য করেছেন যে এই প্রচলিত কোষটি তিনটি সরল 120° রহস্যাকার কোষের সমষ্টি। এই রহস্যাকার কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা = 2। সুতরাং এই দুটি পরমাণুর আয়তন $2 \times \frac{4}{3} \pi r^3$ । রহস্যাকার কোষটির ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে ভূমির ক্ষেত্রফল $= a \times a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ । যদি কোষটির উচ্চতা c হয়, তাহলে আমরা প্রমাণ করতে পারি যে $c = \sqrt{\frac{8}{3}} a$

সুতরাং রহস্যাকার কোষের আয়তন $= \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 c$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{\frac{8}{3}} a^3 = \sqrt{2} a^3$$

আপনি আরও লক্ষ্য করেছেন যে এই কোষের ক্ষেত্রে,

$$r = \frac{a}{2}$$

সুতরাং এই কোষের সংবন্ধি অনুপাত

$$f = \frac{2 \times \frac{4}{3} \pi r^3}{\sqrt{2} a^3} \\ = \frac{2 \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^3}{\sqrt{2} a^3} \\ = \frac{\sqrt{2}\pi}{6} = 0.74 \quad \dots \dots (9.33)$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে তল-কেন্দ্রিক ও ষড়ভুজাকার উভয় কোষের ক্ষেত্রেই সংবন্ধি অনুপাত সমান।

এখানে আপনি একটি বিষয় লক্ষ্য করতে পারেন যে সরল রম্বাসাকার কোষের পরিবর্তে সরাসরি ঘনত্বজাকার কোষটির সাহায্যে f নির্ণয় করা যায়। এক্ষেত্রে কোষটির কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা হবে ৬ এবং কোষের ভূমির ক্ষেত্রফল হবে $3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ । যেহেতু উচ্চতা c একই থাকছে, সুতরাং এক্ষেত্রেও আপনি দেখুন যে $f = \frac{\sqrt{2}\pi}{6}$ ।

9.7.6 ল্যাটিস ধ্রুবক নির্ণয় (Calculation of Lattice Constant)

যদি কেলাসের ঘনত্ব এবং আণবিক ওজন জানা থাকে, তবে এই উপাদানগুলির সাহায্যে আমরা উপরি উক্ত ল্যাটিসগুলি ধ্রুবকের মান নির্ণয় করতে পারি।

(i) সরল ঘনাকার কোষ

ধরা যাক কোষটির ঘনত্ব ρ এবং ল্যাটিস ধ্রুবক (অর্থাৎ বাহুর দৈর্ঘ্য) a । সুতরাং একক কোষের আয়তন $= a^3$ এবং কোষটির ভর $= \rho a^3$ ।

যদি কেলাসটির আণবিক গুরুত্ব M এবং অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা N হয়, তবে কোষের একটি অণুর ওজন $= \frac{M}{N}$ । আমাদের বর্তমান আলোচনায় অণুগুলি এক পরমাণুক। সুতরাং কোষের একটি পরমাণুর ওজন $= \frac{M}{N} = \frac{A}{N}$ (A = পারমাণবিক ওজন)। আপনি পূর্বে লক্ষ্য করেছেন যে, একটি সরল ঘনাকার কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা $= 1$ । সুতরাং কোষটির ভর এই পরমাণুর ভরের সমান। কাজেই আমরা লিখতে পারি

$$\text{কোষের ভর} = \rho a^3 = \frac{A}{N}$$

$$\text{বা } a = \left(\frac{A}{\rho N} \right)^{1/3} \quad \dots \dots (9.34)$$

(ii) বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ

যদি কেলাসের ঘনত্ব ρ হয়, তবে এক্ষেত্রেও কোষের ভর $= \rho a^3$ এবং একটি পরমাণুর ওজন $\frac{A}{N}$ । কিন্তু একটি বস্তু-কেন্দ্রিক কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা $= 2$ । সুতরাং এক্ষেত্রে

$$\rho a^3 = 2 \times \frac{A}{N}$$

$$\text{বা, } a = \left(\frac{2A}{\rho N} \right)^{1/3} \quad \dots \dots (9.35)$$

(iii) তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ

এই কোষের ক্ষেত্রেও কোষের ভর $= \rho a^3$ এবং একটি পরমাণুর ভর $= \frac{A}{N}$ ।

কিন্তু এই কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা $= 4$

কাজেই এক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$\rho a^3 = 4 \frac{A}{N}$$

$$\text{বা, } a = \left(\frac{4A}{\rho N} \right)^{1/3} \quad \dots\dots (9.36)$$

(iv) ষড়ভুজাকার কোষ

এই কোষের আয়তন $= 3 \times \sqrt{2} a^3$

সুতরাং কোষটির ভর $= 3\sqrt{2} \rho a^3$

এক্ষেত্রেও একটি পরমাণুর ভর $= \frac{A}{N}$

কিন্তু এক্ষেত্রে পরমাণুর কার্যকর সংখ্যা $= 6$

সুতরাং এক্ষেত্রে আমরা পাই

$$3\sqrt{2} \rho a^3 = 6 \frac{A}{N}$$

$$\text{বা, } a = \left(\frac{6M}{3\sqrt{2}\rho N} \right)^{1/3} = \left(\frac{\sqrt{2}A}{\rho N} \right)^{1/3} \quad \dots\dots (9.37)$$

9.7.7 কোষের বিভিন্ন ধর্মের সারণি (Table for different properties of lattice cells)

আমরা উপরে বিভিন্ন কোষের বিভিন্ন ধর্মগুলি আলোচনা করে যেসব ফল পেয়েছি, সেগুলি এখন আমরা একসঙ্গে একটি সারণির আকারে দেখাতে পারি।

সারণি 9.3
ল্যাটিস কোষের বিভিন্ন ধর্ম

কোষের প্রকার	একক কোষে কার্যকর পরমাণু সংখ্যা	সমতুল্য সংখ্যা ও দুটি নিকটতম পরমাণুর দূরত্ব	পারমাণবিক ব্যাসার্ধ r	সংবন্ধি অনুপাত f	ল্যাটিস ধ্রুবক a	কোষের উদাহরণ (ঘরের উদাহরণ)
1. সরল ঘনাকার (sc)	1	6, a	$\frac{a}{2}$	$\frac{\pi}{6} = 0.52$	$\left(\frac{A}{\rho N}\right)^{\frac{1}{3}}$	P ₀ (একমাত্র উদাহরণ ঘরের উদাহরণ)
2. বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার (bcc)	2	8, $\frac{\sqrt{3}a}{2}$	$\frac{\sqrt{3}a}{3}$	$\frac{\sqrt{3}\pi}{8} = 0.68$	$\left(\frac{2A}{\rho N}\right)^{\frac{1}{3}}$	Na, Mo, W, Li, K, Rb, Cs, Ba
3. তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার (fcc)	4	12, $\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}a}{4}$	$\frac{\sqrt{2}\pi}{6} = 0.74$	$\left(\frac{4A}{\rho N}\right)^{\frac{1}{3}}$	Cu, Ag, Au, Al, Pb, Co, Ni, Pt
4. ষড়ভুজাকার (hcp)	6	12, a	$\frac{a}{2}$	$\frac{\sqrt{2}\pi}{6} = 0.74$	$\left(\frac{\sqrt{2}A}{\rho N}\right)^{\frac{1}{3}}$	Mg, Zn, Cd, Ti, Be, Ru

9.8 দ্বিপারমাণুক ভিত্তির কেলাসের গঠন (Structures of Crystals of diatomic basis)

9.7 অনুচ্ছেদে আপনি একপারমাণুক ভিত্তির কেলাসের গঠন কীরূপ হয়, তা জানতে পেরেছেন। কিন্তু কেলাসের ভিত্তি একটি পরমাণুর পরিবর্তে একাধিক বা বহু ও বিভিন্ন প্রকার পরমাণুর দ্বারা গঠিত হতে পারে। কেলাসের ভিত্তিতে পরমাণুর সংখ্যা বা বিভিন্নতা যত বাড়ে, কেলাসের গঠনও ততই জটিল হয়ে পড়ে। কিন্তু এই জটিল আলোচনার এখানে প্রয়োজন নেই। তাই আমরা এই অনুচ্ছেদে কেবল দ্বিপারমাণুক ভিত্তির অর্থাৎ যে ভিত্তিতে কেবল দুটি পরমাণু আছে, সে রূপ কয়েকটি কেলাসের গঠন নিয়ে আলোচনা করব। কারণ এরূপ কেলাসের গঠন দুটি এক পরমাণুক ভিত্তির কেলাসের গঠনের সরল যোগফল এবং বহু অতিপরিচিত বা গুরুত্বপূর্ণ কেলাসের গঠনই এরূপ দ্বিপারমাণুক ভিত্তিযুক্ত। জটিলতর কেলাসের গঠন বিষয়ে আলোচনার আবশ্যক হলে আপনাকে উচ্চতর কেলাসবিদ্যার বই পড়তে হবে।

9.8.1 সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের গঠন (Structure of Sodium Chloride Crystals)

বস্তুত আমরা সোডিয়াম ক্লোরাইডের কেলাসের গঠন পূর্বেই আলোচনা করেছি এবং ঐ আলোচনার ভিত্তিতেই ল্যাটিসের ধারণা গঠন করার চেষ্টা করেছি। এখানে আমরা ল্যাটিসের গঠন দ্বারা সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের গঠন কীভাবে পাওয়া যায়, তা আলোচনা করব।

সোডিয়াম ক্লোরাইডের কোষ 9.1b চিত্রের অনুরূপ একটি তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিস দ্বারা গঠন করা যায়। সোডিয়াম ক্লোরাইডের একটি সোডিয়াম আয়ন (Na^+) একটি ক্লোরিন আয়ন (Cl^-)-এর সঙ্গে মিলিত হয়ে একটি সোডিয়াম ক্লোরাইড অণু গঠন করে। এই অণুটিই সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের ভিত্তি। সুতরাং 9.2 চিত্রের ল্যাটিসের প্রত্যেক বিন্দুতে একটি Na^+Cl^- অণু যুক্ত করলেই আমরা সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের কোষটি পেতে পারি।

কিন্তু প্রশ্ন হল যে ল্যাটিসের একটি বিন্দুতে Na^+Cl^- অণুটি কীভাবে বসানো যায়? বস্তুত, ল্যাটিসের একটি বিন্দুতে কেবল একটি পরমাণু বা আয়ন কেন্দ্রই বসানো যায়। সুতরাং 9.1(b) চিত্রের ল্যাটিসের প্রত্যেক বিন্দুতে আমরা একটি Na^+ আয়ন বসিয়ে দিতে পারি। যদি $A(0, 0, 0)$ ল্যাটিসটির মূল বিন্দু হয়,

তবে Cl^- আয়নগুলি বসাবার জন্য এই ল্যাটিসের ভিতরে $A'\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ বিন্দুকে মূলবিন্দু ধরে a দৈর্ঘ্যযুক্ত বাহুর অপর একটি তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিস অঙ্কন করা যায়। এই ল্যাটিসটি পূর্বের ল্যাটিসটির সঙ্গে

অভিন্ন, কেবল এর প্রত্যেক বিন্দু পূর্ব ল্যাটিসের অনুরূপ বিন্দু থেকে $d\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ দূরত্বে অবস্থিত। এখন এই নতুন ল্যাটিসের প্রত্যেক বিন্দুতে একটি Cl^- আয়ন বসালে আমরা সম্পূর্ণ NaCl কেলাসের গঠনটি পাই।

এই গঠন অনুযায়ী একটি NaCl কেলাসের ল্যাটিস একটি Na^+ আয়নের fcc ল্যাটিসের ভিতর একটি Cl^- আয়নের fcc ল্যাটিসের অনুপ্রবেশ (interpenetration) হিসেবে ধরা যায়। এখানে একটি Na^+ আয়ন থেকে অনুরূপ বিন্দুতে একটি Cl^- আয়নের দূরত্ব

$$AA' = d\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad \dots \dots (9.38)$$

আপনি 9.1(b) চিত্র লক্ষ্য করে দেখুন, দুটি অভিন্ন ল্যাটিসের পরস্পরের ভিতর অনুপ্রবেশের ফলে যেকোনও একটি অক্ষের দিকে Na^+ ও Cl^- আয়নগুলি একান্তরভাবে পরস্পর থেকে $\frac{a}{2}$ দূরত্বে অবস্থিত।

এর ফলে NaCl কেলাসের কোষটি 8টি $\frac{a}{2}$ দৈর্ঘ্যের বাহুযুক্ত সরল ঘনকের সমষ্টি হিসেবে ধরা যায়। $A(0,0,0)$ মূলবিন্দুযুক্ত এরূপ একটি সরল ঘনকে Na^+ ও Cl^- আয়নগুলির স্থানাঙ্ক এবং দূরত্ব নিচের ছকে দেখানো হল।

ভিত্তি	Na^+	Cl^-	d
1	(0, 0, 0)	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{3}a}{2}$
2	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$	$\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{3}a}{2}$
3	$\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$	$\left(0, \frac{1}{2}, 0\right)$	$\frac{\sqrt{3}a}{2}$
4	$\left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right)$	$\frac{\sqrt{3}a}{2}$

9.1(a) চিত্র থেকে লক্ষ্য করে দেখুন যে এই d দূরত্বটি হল সরল ঘনকটির বস্তু কর্ণের (body-diagonal-এর) অর্থাৎ ভিতরের কর্ণের দূরত্ব। 9.1 চিত্রে সোডিয়াম ও ক্লোরিন আয়নগুলি স্পষ্টভাবে দেখানোর জন্য যথাক্রমে কালো ও সাদা বৃত্ত ব্যবহার করা হয়েছে। ক্লোরিন আয়নের ব্যাসার্ধ সোডিয়াম আয়নের ব্যাসার্ধের চেয়ে বড়। এজন্য চিত্রে ক্লোরিন আয়নগুলি সোডিয়াম আয়নের চেয়ে বড় বৃত্তের সাহায্যে দেখানো হয়েছে। তাছাড়া ল্যাটিসের গঠন পরিষ্কারভাবে দেখানোর জন্য চিত্রে আয়নগুলিকে পরস্পর থেকে দূরে দূরে দেখানো হয়েছে। কিন্তু বাস্তবিক পক্ষে আয়নগুলি পরস্পর পরস্পরকে স্পর্শ করে থাকে। চিত্র থেকে আরও লক্ষ্য করে দেখুন, একটি Na^+ আয়নের চারদিকে সবচেয়ে কাছে একই তলে 4টি এবং উপরে ও নিচে আরও 2টি, অর্থাৎ মোট 6টি Cl^- আয়ন ঘিরে আছে। বিপরীত পক্ষে প্রত্যেক Cl^- আয়নকেও অনুরূপভাবে 6টি Na^+ আয়ন ন্যূনতম দূরত্বে সবদিক থেকে ঘিরে থাকে। এজন্য সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের বিপরীতধর্মী আয়নের সমন্বয় সংখ্যা হল 6। অনুরূপে লক্ষ্য করুন যে, এই কেলাসের সমন্বয়ী আয়নের সমন্বয় সংখ্যা হল 12।

একপরমাণুক ভিত্তির দ্বারা গঠিত fcc কোষে যেমন কার্যকরী পরমাণুর সংখ্যা 4, তেমনি এক-আণবিক ভিত্তির দ্বারা গঠিত NaCl-এর fcc কোষেও কার্যকরী অণুর সংখ্যা হল 4। যদি NaCl কেলাসের ঘনত্ব ρ এবং আণবিক ওজন M হয়, তবে একটি কোষের ভর $\rho a^3 = \frac{4M}{N}$

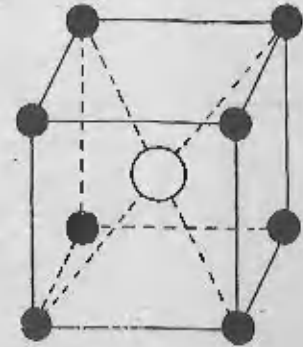
$$\text{সুতরাং } a = \left(\frac{4M}{\rho N}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \dots \dots (9.39)$$

যেখানে a হল কোষের বাহুর দৈর্ঘ্য এবং $N =$ অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা।

বহু বিপরমাণুক অণুবৃত্ত কেলাসের গঠনই NaCl কেলাসের গঠনের অনুরূপ। এদের মধ্যে উল্লেখযোগ্য LiH, MgO, MnO, AgBr, PbI, Pbs, NiO, UO, KCl এবং KBr।

9.8.2 সিসিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের গঠন (Cesium Chloride Crystal Structure)

সিসিয়াম ক্লোরাইডের অণু একটি Cs^+ ও একটি Cl^- আয়ন দ্বারা গঠিত। এটিই এই কেলাস গঠনের ভিত্তি। CsCl কেলাস কোষের গঠন 9.18 চিত্রে দেখানো হল। এটি একটি বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ। কোষ ঘনকটির ৪টি কৌণিক বিন্দুতে ৪টি Cs^+ আয়ন ও এর বস্তু-কেন্দ্রে একটি Cl^- আয়ন (বা বিপরীত পক্ষে প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুতে একটি Cl^- আয়ন ও বস্তু-কেন্দ্রে একটি Cs^+ আয়ন) বসিয়ে এই কোষটি গঠন করা যায়।



চিত্র 9.18: সিসিয়াম ক্লোরাইড কোষের গঠন।

এটি বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ।
এর ৪টি কৌণিক বিন্দুতে ৪টি Cs^+ আয়ন (কালোবৃত্ত) এবং বস্তু-কেন্দ্রে একটি Cl^- আয়ন (সাদা বৃত্ত) দেখানো হয়েছে।

এই কোষটিকে দুটি সরল ঘনকের একটির ভিতর অপরটির অনুপ্রবেশ হিসেবেও বিবেচনা করা যায়। এই দুটি ঘনকের মধ্যে একটির মূলবিন্দু $(0,0,0)$ এবং অপরটির মূলবিন্দু প্রথম ঘনকের বস্তু-কেন্দ্রে $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ধরা যেতে পারে। এই দুটি ঘনকের একটির প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুগুলিতে Cs^+ আয়ন এবং অপর ঘনকটির প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুতে Cl^- আয়ন বসালে আমরা এই কেলাসের গঠনটি পাই।

বেশ কিছু লবণ ও ধাতু-সংকর CsCl -এর অনুরূপ কেলাস গঠন করে। এদের কয়েকটি উদাহরণ হল BeCu , AlNi , CuZn (β -ব্রাস), CuPd , AgMg , LiHg , NH_4Cl , TlBr , TlI , RbCl ।

9.8.3 হীরের গঠন (Structure of Diamond)

হীরে গ্রাফাইটের মতো কার্বনের (C-র) একটি বহুরূপ (Allotrope)। হীরের কেলাস কোষ ষড়ভুজাকার বা ঘনাকার এই দুপ্রকারই হতে পারে। তবে সাধারণভাবে এই কোষটি ঘনাকারই হয়। সেজন্য আমরা এখানে এই ঘনাকার কোষটি নিয়েই আলোচনা করব। হীরের এই ঘনাকার কোষটি তল-কেন্দ্রিক (fcc)। 9.19 চিত্রে এই তল-কেন্দ্রিক কোষটি দেখানো হল। এর ৪টি কৌণিক বিন্দুতে ৪টি এবং ৬টি পার্শ্বতলের কেন্দ্রে আরও ৬টি বা মোট ১৪টি কার্বন পরমাণু কালো বৃত্তের সাহায্যে দেখানো হল। কিন্তু এই কেলাসের ভিত্তি দুটি কার্বন পরমাণু দ্বারা গঠিত। এই দুটি পরমাণুর মধ্যে দূরত্ব কোষের বস্তু কর্ণ বা অন্তর কর্ণের দৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশ ($\frac{1}{4}$ অংশ)। সুতরাং কোষের চিত্রে প্রদর্শিত প্রত্যেক কার্বন পরমাণু থেকে অন্তর কর্ণের অভিমুখে কর্ণ-দূরত্বের $\frac{1}{4}$ অংশ দূরত্বে আরও একটি কার্বন পরমাণু স্থাপন করা হলে হীরের একক কোষটি পাওয়া যায়। প্রকৃতপক্ষে এভাবে কেবল আরও ৪টি কার্বন পরমাণু একটি কোষের অভ্যন্তরে স্থাপন করা যায়। চিত্রে এই ৪টি কার্বন পরমাণু সাদা বৃত্তের সাহায্যে দেখানো হল। মোট ১৪টি ভিত্তির বাকী ১০টি পরমাণু তিন দিকের পরবর্তী কোষগুলিতে স্থান পায়।

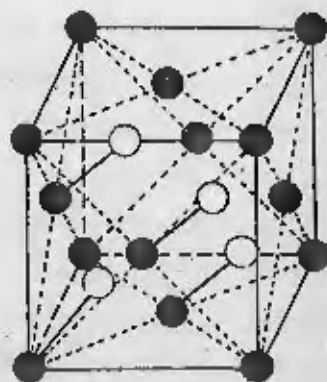
এই কোষের পরমাণুগুলি খুবই শিথিলভাবে সংবন্ধ (loose-packed) থাকে। সেজন্য কোষটির সংবন্ধি অনুপাত মাত্র 0.34; যদিও সাধারণভাবে fcc কোষের সংবন্ধি অনুপাত 0.74 হয়। এই কোষের কার্বন

পরমাণুগুলির সমন্বয় সংখ্যা 4 এবং দুটি নিকটতম পরমাণুর মধ্যে দূরত্ব $\frac{\sqrt{3}a}{4}$, যেখানে a হল ল্যাটিস ধ্রুবক।

হীরের এই কোষটিকে একটি fcc ল্যাটিস কোষের মধ্যে অনুপ্রবিষ্ট আরেকটি fcc ল্যাটিস কোষ হিসেবে ধরা যায়। এক্ষেত্রে প্রথমে কোষটির মূলবিন্দু $A(0,0,0)$ ধরলে অনুপ্রবিষ্ট ল্যাটিসটির মূলবিন্দু $A'(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ ধরা প্রয়োজন।

জিঙ্ক ব্রেন্ড বা জিঙ্ক সালফাইড (ZnS)-এর গঠনও হীরের গঠনের অনুরূপ। এক্ষেত্রে কেবল ভিত্তির প্রথম কার্বন পরমাণুটির (চিত্রের কালো বৃত্ত)-র স্থানে একটি জিঙ্ক পরমাণু (Zn) এবং ভিত্তির দ্বিতীয় কার্বন পরমাণু (চিত্রের সাদা বৃত্ত)-র স্থানে একটি সালফার (S) পরমাণু ধরতে হবে।

জিঙ্ক ব্রেন্ড ছাড়া আরও যেসব গুরুত্বপূর্ণ মৌলের কেলাসের গঠন হীরের গঠনের অনুরূপ সেগুলি হল Si, Ge এবং গ্ৰেইটিন (grey tin)। এছাড়া SiC ও GaAs যৌগগুলিও জিঙ্ক ব্রেন্ড (বা হীরের) কেলাসের অনুরূপ কেলাস গঠন করে।



চিত্র 9.19: হীরের গঠন। এটি তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষ। এর ৪টি কোণিক বিন্দুতে এবং ৬টি তল-কেন্দ্রে ভিত্তির প্রথম ১৪টি কার্বন পরমাণু (কালো বৃত্ত) দেখানো হয়েছে। ভিত্তির দ্বিতীয় কার্বন পরমাণুগুলির মধ্যে কেবল ৪টি এই কোষের অংশ (সাদা বৃত্ত)।

9.9 কেলাসবিদ্যায় এক্স-রশ্মির ব্যবহার (Use of X-rays in Crystallography)

লাউ-এর এক্স-রশ্মির ব্যবর্তন তত্ত্বের সাফল্যের ফলে কেলাসবিদ্যায় এই রশ্মির ব্যবহার সম্ভবপর হয়। সেজন্য প্রথমে আমরা লাউ-এর এই তত্ত্ব আলোচনা করব।

9.9.1 লাউ-এর কেলাস দ্বারা এক্স-রশ্মির ব্যবর্তন তত্ত্ব (Laue's Theory of Diffraction of X-rays by Crystals)

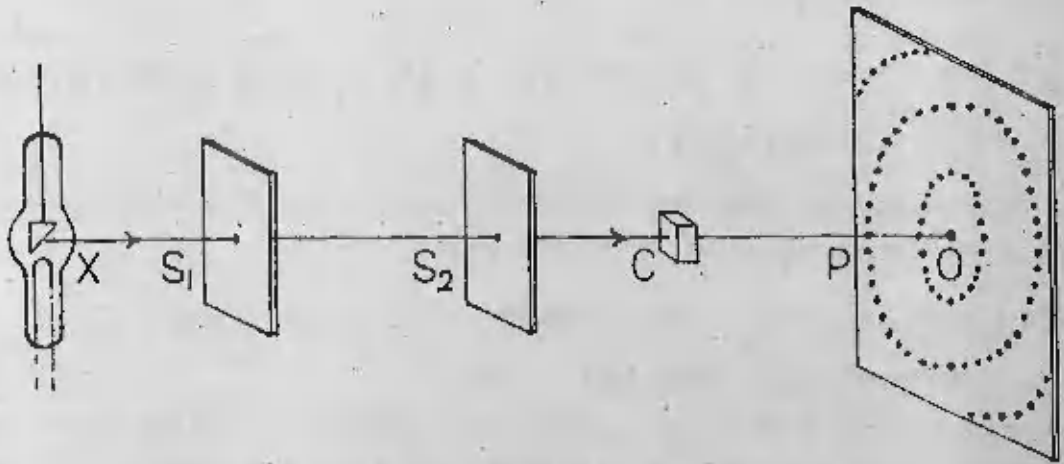
১৮৯৫ খ্রিস্টাব্দে, রন্টজেন (W. K. Röntgen) এক্স-রশ্মি আবিষ্কার করেন (এর জন্য রন্টজেন ১৯০১ খ্রিস্টাব্দে পদার্থবিদ্যায় প্রথম নোবেল পুরস্কার লাভ করেন) এবং এর পর থেকে এই অজানা রশ্মির বিভিন্ন ধর্ম জানার জন্য নানাভাবে পরীক্ষা-নিরীক্ষা চলতে থাকে। এতৎসত্ত্বেও দীর্ঘদিন যাবৎ এই রশ্মির সঠিক প্রকৃতি জানা সম্ভব হয়নি। এ বিষয়ে সেই সময় বিজ্ঞানীদের মধ্যে দুটি তত্ত্ব প্রচলিত ছিল। একটি তত্ত্বে ধরা হতো যে এক্স-রশ্মিগুলি ক্যাথোড-রশ্মির মতোই দ্রুত গতিবেগ সম্পন্ন এমন এক প্রকার কণা যাদের ভেদন ক্ষমতা ক্যাথোড রশ্মির চেয়ে অনেক বেশী। দ্বিতীয়ত তত্ত্বে ধরা হতো যে এক্স-রশ্মিগুলি আলোকের মতোই

একপ্রকার তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ, যাদের তরঙ্গদৈর্ঘ্য সাধারণ আলোকের চেয়ে বহু গুণ ছোট।

এক্স-রশ্মির এই দুটি তত্ত্বের মধ্যে কোনটি ঠিক, তা জানার জন্য সে সময়ে বহু পরীক্ষা করা হয়। কিন্তু কোনও পরীক্ষাই ঠিক সফল হয়নি। এর কারণ, এক্স-রশ্মি তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ কিনা তা জানতে হলে এমন ব্যবর্তন গ্র্যাটিং (Diffraction grating) প্রয়োজন, যা অতিবেগুনি রশ্মির চেয়েও ক্ষুদ্রতম তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোকের ব্যবর্তন নকশা গঠন করতে পারে। কিন্তু এবূপ সূক্ষ্ম গ্র্যাটিং তৈরী করা সে সময়ে সম্ভবপর ছিল না। এই অসুবিধা দূর করার জন্য 1912 খ্রিস্টাব্দে জার্মানির বিজ্ঞানী ম্যাক্স ভন লাউ (Max Von Laue) একটি তত্ত্ব প্রকাশ করেন। তা হল, যেহেতু কেলাসের মধ্যে পরমাণুগুলি একটি নির্দিষ্ট বিন্যাস অনুযায়ী সজ্জিত থাকে, সুতরাং এক্স-রশ্মিগুলি অতিক্ষুদ্র তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ হলে এই তরঙ্গের ব্যবর্তনের জন্য কেলাসের ঐ পরমাণুগুলি অতি সূক্ষ্ম গ্র্যাটিং হিসেবে কাজ করতে পারে। তবে সাধারণ গ্র্যাটিং-এর সঙ্গে এই কেলাসীয় গ্র্যাটিং-এর মূল পার্থক্য হবে এই যে, সাধারণ গ্র্যাটিং যেখানে সমতলীয় (অর্থাৎ ত্রিমাত্রিক), কেলাসীয় গ্র্যাটিংটি সেখানে আয়তনিক (অর্থাৎ ত্রিমাত্রিক)। এর কারণ কেলাসের মধ্যে পরমাণুগুলির বিন্যাস আয়তনিক। এই তত্ত্বকে লাউ-এর তত্ত্ব (Laue's Theory) বলা হয়।

9.6.2 লাউ তত্ত্বের পরীক্ষা (Experimental Verification of Laue Theory)

লাউ-এর তত্ত্বের সত্যতা পরীক্ষার জন্য তাঁর সহযোগী দুজন বিজ্ঞানী ফ্রিডরিশ (Friedrich) এবং নিপ্পিং (Knipping) 9.20 চিত্রের মতো একটি পরীক্ষা ব্যবস্থা করেন। এই পরীক্ষা ব্যবস্থায় S_1 ও S_2 দুটি সিসার পাতের ছিদ্রের মধ্য দিয়ে একটি সরু এক্স-রশ্মিগুচ্ছ (x) একটি পাতলা জিংক-ব্রেন্ড (ZnS)



চিত্র 9.20: লাউ-এর তত্ত্বের ফ্রিডরিশ ও নিপ্পিং-এর পরীক্ষা।

কেলাসের (C) উপর আপতিত হয়। কেলাসের পিছনে রশ্মিগুচ্ছটির সঙ্গে লম্বভাবে একটি ফটোগ্রাফির পাত (P) থাকে। ফ্রিডরিশ ও নিপ্পিং লক্ষ করলেন যে, এক্স-রশ্মিগুচ্ছটির একটি অংশ ZnS কেলাসের মধ্য দিয়ে সরাসরি চলে গিয়ে ফটোগ্রাফির পাতের মধ্য বিন্দুতে একটি কালো দাগ (O) সৃষ্টি করেছে। সেই সঙ্গে

এই দাগটির চতুর্দিকে আরও বহু কালো দাগের একটি প্রতিসম নকশা সৃষ্টি হচ্ছে। এই নকশাটিকে ল্যাউ নকশা (Laue Pattern) বলে। ল্যাউ নকশা থেকে দুটি সত্য প্রতিষ্ঠিত হয়।

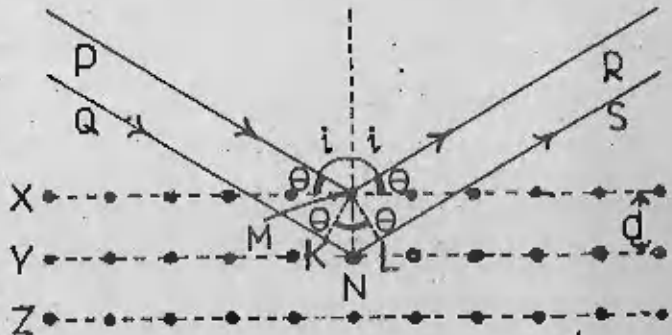
- এক্স-রশ্মিগুলি প্রকৃতই অতি ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ।
 - কেলাসের ভিতরে পরমাণুগুলি প্রকৃতই একটি সুসামঞ্জস ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসের আকারে বিন্যস্ত।
- ল্যাউ-এর এই অসামান্য অবদানের জন্য তাঁকে 1914 খ্রিস্টাব্দে নোবেল পুরস্কারে ভূষিত করা হয়।

9.9.3 ব্র্যাগের সূত্র (Bragg's Law)

ল্যাউ নকশা কেলাসের ভিতরে প্রত্যেক পরমাণুর দ্বারা এক্স-রশ্মির ব্যবর্তনের ফলে গঠিত হয়। কিন্তু এই নকশার গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ অত্যন্ত জটিল কাজ। এই অসুবিধা দূর করার জন্য উইলিয়াম হেনরি ব্র্যাগ (Sir William Henry Bragg) এবং তাঁর পুত্র উইলিয়াম লরেন্স ব্র্যাগ (Sir William Lawrence Bragg) একটি কেলাসের উপর এক্স-রশ্মি বিভিন্ন কোণে আপতিত হলে ব্যবর্তন নকশার কীরূপ পরিবর্তন ঘটে, তা নিয়ে নানারূপ পরীক্ষা করতে থাকেন। তাঁরা লক্ষ করেন যে, যদি এক্স-রশ্মি কেলাসের কোনও তলে একটি বিশেষ কোণে আপতিত হয়, তবে এই রশ্মিগুলির একটি অংশ কেলাস থেকে প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসে এবং নিজেদের মধ্যে গঠনমূলক ব্যতিচার ঘটিয়ে তীব্রতার বৃদ্ধি করে।

কেলাস দ্বারা এক্স-রশ্মির প্রতিফলন উইলিয়াম লরেন্স ব্র্যাগ একটি সরল গাণিতিক তত্ত্বের দ্বারা ব্যাখ্যা করতে সমর্থ হন। তাঁর ব্যাখ্যা অনুযায়ী কেলাসের ভিতরে এমন কতগুলি পরস্পর সমান্তরাল ল্যাটিস তল কল্পনা করা যায়, যেগুলিতে পরমাণুগুলি

সবচেয়ে বেশী সংখ্যায় বর্তমান থাকে। যখন কোনও এক্স-রশ্মি একটি তির্যক কোণে এরূপ একটি তলে আপতিত হয়, তখন ঐ রশ্মির তরঙ্গগুলি ঐ তলের পরমাণুগুলির দ্বারা ব্যবর্তিত হয়ে বিভিন্ন দিকে ছড়িয়ে পড়ে। ফলে ঐ তরঙ্গগুলির একটি অংশ কার্যত ঐ তল থেকে প্রতিফলিত হয় এবং অন্য অংশ প্রতিসৃত হয়ে পরবর্তী তলে আপতিত হয়। এরূপে দ্বিতীয়, তৃতীয় প্রভৃতি প্রত্যেক তল থেকে



চিত্র 9.21 : ব্র্যাগের তত্ত্ব অনুযায়ী কেলাস তলদ্বারা এক্স-রশ্মির ব্যবর্তনজনিত প্রতিফলন।

এক্স-রশ্মির কিছু অংশ প্রতিফলিত হয়ে পূর্বের প্রতিফলিত রশ্মিগুলির সঙ্গে মিলিত হয় এবং বিভিন্ন দিকে এদের দশার পার্থক্য অনুযায়ী হয় গঠনমূলক না হয় বিনাশমূলক ব্যতিচার নকশার সৃষ্টি করে।

এখন ধরা যাক 9.21 চিত্রে X, Y, Z প্রভৃতি পরস্পর সমান্তরাল কয়েকটি ল্যাটিস তল এবং কেলাসের পরমাণুগুলি এই ল্যাটিস তলগুলির উপরেই নির্দিষ্ট নিয়মে সজ্জিত আছে। ধরা যাক, এই ল্যাটিস তলগুলি পরস্পর d সমদূরত্বে অবস্থিত এবং এই তলগুলির উপর একটি সমান্তরাল এক্স-রশ্মিগুচ্ছ θ তির্যক কোণে

আপতিত হয়। এখানে তির্যক কোণ (glancing angle) বলতে একটি রশ্মি ও এর আপতন তলের মধ্যে কোণ বোঝাচ্ছে। আপনি লক্ষ্য করুন তির্যক কোণ ও আপতন কোণ (incident angle) পরস্পর ভিন্ন। কারণ, আপতন কোণ আপতিত রশ্মি ও আপতন বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্বের মধ্যে কোণকে বোঝায়। সুতরাং এক্ষেত্রে আপাতন কোণ $i = 90^\circ - \theta$ ।

এখন ধরা যাক, এই রশ্মিগুচ্ছের PM ও QN রশ্মিদুটি X ও Y তলের যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে আপতিত হয় এবং এই দুই বিন্দু থেকে প্রতিফলিত হয়ে যথাক্রমে MR এবং NS অভিমুখে যায়। এখানে লক্ষ্যণীয় যে কেবল সরলীকরণের জন্যই PM ও QN-কে দুটি পৃথক রশ্মিরূপে কল্পনা করা হয়েছে। প্রকৃতপক্ষে এগুলি কোনও এক সময়ে একই তরঙ্গমুখের অবস্থান নির্দেশক মাত্র। অনুরূপে MR ও NS-ও কোনও সময় একই ব্যবর্তিত তরঙ্গমুখের অবস্থান নির্দেশ করে। এখানে আরও একটি বিষয় লক্ষ্যণীয় যে, QN রশ্মি X তলে প্রতিসরণের ফলে কিছুটা বেঁকে যায়। কিন্তু গাণিতিক সরলীকরণের জন্য আমরা এই প্রতিসরণজনিত রশ্মির দিক পরিবর্তনকেও উপেক্ষা করেছি।

চিত্রে আপতিত রশ্মিদ্বয় PM ও QN যথাক্রমে X ও Y সমতল দুটির সঙ্গে θ কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয় MR ও NS যথাক্রমে X ও Y সমতলদুটির সঙ্গে একই θ কোণ উৎপন্ন করে, কিন্তু এদের মধ্যে একটি পথ-পার্থক্য (path difference) ঘটে। কেলাসের বিভিন্ন তল থেকে এবং একই তলের বিভিন্ন বিন্দু থেকে প্রতিফলিত হয়ে বিভিন্ন রশ্মিগুলি যখন এরূপ পথ-পার্থক্যসহ পরস্পর মিলিত হয়, তখন পথ-পার্থক্যের কতকগুলি নির্দিষ্ট মানে তাদের মধ্যে গঠনমূলক বা বিনাশমূলক ব্যতিচার ঘটে।

চিত্রে M বিন্দু থেকে QN ও NS রশ্মিদুটির উপর MK ও ML দুটি লম্ব অঙ্কন করা হয়েছে। সুতরাং PMR ও QNS রশ্মি দুটির মধ্যে মোট পথ-পার্থক্য = $KN + NL = 2d \sin \theta$ ।

সুতরাং গঠনমূলক ব্যতিচারের শর্ত হল

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad \dots \dots (9.40)$$

যেখানে $m = 1, 2, 3, \dots$ ইত্যাদি কোনও একটি পূর্ণ সংখ্যা এবং λ হল এক্স-রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য। $m = 1, 2, 3, \dots$ প্রভৃতি পূর্ণ-সংখ্যাগুলিকে যথাক্রমে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়... প্রভৃতি ক্রমের প্রতিফলন বলে।

9.40 সমীকরণটিকে ব্র্যাগের সূত্র (Bragg's Law) বলে। এই সূত্রের সাহায্যে যদি d ও m জানা থাকে, তবে পরীক্ষার দ্বারা θ কোণ পরিমাপ করে আপতিত এক্স-রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায়। অপরপক্ষে যদি λ ও m জানা থাকে, তবে উক্ত সূত্র থেকে আমরা কেলাসের ল্যাটিস ধুবক d নির্ণয় করতে পারি।

যদি কেলাস থেকে প্রতিফলিত রশ্মিগুলি একটি ফটোগ্রাফিক প্লেটের উপর ফেলা হয়, তবে গঠনমূলক ব্যতিচারের ক্ষেত্রে ঐ প্লেটের উপর একটি কালো দাগ পাওয়া যায়। কিন্তু যদি বিনাশমূলক ব্যতিচার হয়, তবে ফটোগ্রাফিক প্লেটের উপর কোনও দাগ উৎপন্ন হয় না।

কেলাসের মধ্যে সমান্তরাল সমতলগুলি বিভিন্নভাবে আঁকা যায়। তারফলে d -এর মান পরিবর্তিত হয়। সুতরাং যদি λ -র মান নির্দিষ্ট থাকে, তবে কেলাসটির কেবল একটি বিশেষ অভিমুখীনতার (orientation)

জনাই গঠনমূলক ব্যতিচার পাওয়া যায়। কিন্তু যদি আপতিত এক্স-রশ্মিটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য নিরবচ্ছিন্ন হয়, তবে যেকোনও তির্যক কোণের জন্যই λ -র কোনও একটি মান দ্বারা 9.40 সমীকরণটি সিদ্ধ হয়। তার ফলে সকল দিকেই প্রতিফলিত এক্স-রশ্মি পাওয়া যায়।

উইলিয়াম হেনরি ব্র্যাগ ও উইলিয়াম লরেন্স ব্র্যাগ ব্র্যাগের সূত্রের সত্যতা নির্ভুলভাবে পরীক্ষা করার জন্য একটি এক্স-রশ্মির বর্ণালিমাপক যন্ত্র উদ্ভাবন করেন। এই যন্ত্রের সাহায্যে তাঁরা এক্স-রশ্মির বিভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যের জন্য বিভিন্ন কেলাসের ক্ষেত্রেই ব্র্যাগের সূত্রের সত্যতা প্রতিষ্ঠিত করেন এবং এই সূত্রের দ্বারা বিভিন্ন d ও λ -র মান নির্ভুলভাবে নির্ণয় করতে সমর্থ হন। কেলাসবিদ্যায় এক্স-রশ্মির সাহায্যে কেলাসের গঠন নির্ণয় করার ক্ষেত্রে তাঁদের এই গুরুত্বপূর্ণ অবদানের জন্য 1915 খ্রিস্টাব্দে উভয়কেই নোবেল পুরস্কার দেওয়া হয়।

9.9.4 ব্র্যাগের সূত্রের সংশোধন (Correction of Bragg's Equation)

আপনি উপরে লক্ষ্য করেছেন যে ব্র্যাগের সূত্র নির্ণয়ে সরলীকরণের জন্য এক্স-রশ্মির প্রতিসরণজনিত বৈক্যে যাওয়াকে (কৌণিক চ্যুতিক) উপেক্ষা করা হয়েছে। এরফলে ব্র্যাগের সূত্রে যে কিছুটা ভ্রম হয়, 1919 খ্রিস্টাব্দে স্টেনস্ট্রম তা সংশোধন করেন।

9.22 চিত্রে X তলের সঙ্গে এক্স-রশ্মির তির্যক আপতন কোণ θ এবং Y তলের সঙ্গে তির্যক আপতন ও প্রতিফলন কোণ θ' ($\theta' < \theta$)। সুতরাং এক্ষেত্রে ব্র্যাগের সূত্র হল

$$2d\sin\theta' = m\lambda' \quad \dots \dots (9.41)$$

এখানে λ' হল প্রতিসৃত রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য। যদি এক্স-রশ্মির সাপেক্ষে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক μ হয়, তবে আমরা পাই,

$$\mu = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\sin(90^\circ - \theta')} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} \quad \dots \dots (9.42)$$

সুতরাং, এই দুটি সমীকরণ থেকে আমরা পাই

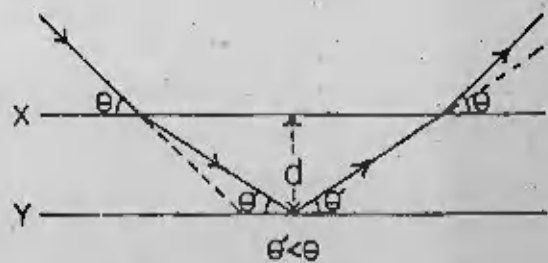
$$\frac{m\lambda}{\mu} = 2d\sin\theta'$$

$$\text{বা } m\lambda = 2\mu d(1 - \cos^2 \theta')^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2\mu d \left(1 - \frac{\cos^2 \theta}{\mu^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2d(\mu^2 - 1 + \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2d\sin\theta \left(1 + \frac{\mu^2 - 1}{\sin^2 \theta} \right)^{\frac{1}{2}}$$



চিত্র 9.22 : স্টেনস্ট্রম তত্ত্ব অনুযায়ী প্রতিসরণের জন্য ব্র্যাগের সূত্রের সংশোধন।

$$= 2d \sin \theta \left(1 + \frac{\mu^2 - 1}{2 \sin^2 \theta} \right) \quad \dots \dots (9.43)$$

[$\because \mu \approx 1, \therefore \frac{\mu^2 - 1}{\sin^2 \theta} \ll 1$ । কাজেই দ্বি-রাশির বিস্তার তত্ত্ব এক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়]

এই সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, যদি $\frac{\mu^2 - 1}{2 \sin \theta}$ রাশিটি উপেক্ষা করা হয়, তবে আমরা ব্র্যাগের

9.40 সমীকরণটি ফিরে পাই।

একই তরঙ্গদৈর্ঘ্যের এক্স-রশ্মির দ্বারা বিভিন্ন ক্রমের প্রতিফলন পরিমাপ করে স্টেনস্ট্রম তাঁর 9.43 সমীকরণের সত্যতা প্রতিষ্ঠিত করেন।

9.9.5 ব্র্যাগের এক্স-রশ্মি বর্ণালিমাপক যন্ত্র (Bragg's X-ray Spectrometer)

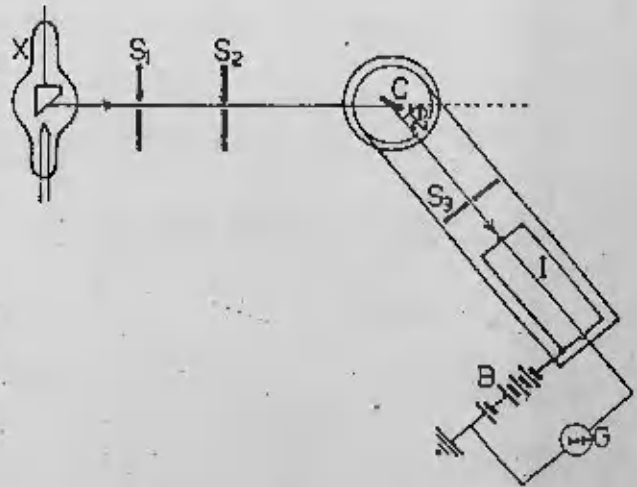
আলোকের বর্ণালিমাপক যন্ত্রের অনুরণে ব্র্যাগ এক্স-রশ্মির বর্ণালিমাপক যন্ত্র নির্মান করেন। 9.23 চিত্রে যন্ত্রটির গঠন দেখানো হল। এই যন্ত্রের ক্ষেত্রে প্রধান পরিবর্তনগুলি হল :

(i) আলোক অভিমুখীকরণ লেন্স ও ছিদ্রের পরিবর্তে এখানে উৎস (X) থেকে একটি সরু এক্স-রশ্মিগুচ্ছ পাওয়ার জন্য ছিদ্রযুক্ত দুটি সমান্তরাল সিসার পাত S_1, S_2 ব্যবহার করা হয় (এর কারণ সিসার পাত দ্বারা এক্স-রশ্মিকে সহজে বাধা দেওয়া যায়)।

(ii) বর্ণালিমাপক যন্ত্রের টেবিলের উপর প্রিজম বা সমতল গ্র্যাটিং-এর পরিবর্তে সৈম্বল লবণ বা ক্যালসাইট বা জিঙ্গা ব্রেন্ডের একটি এক কেলাস (C) এমনভাবে বসানো হয়, যাতে এর খণ্ডন তলটি (cleavage plane) টেবিলের উপর লম্বভাবে থাকে।

(iii) দূরবীক্ষণ যন্ত্রের বদলে এখানে এক্স-রশ্মি সন্ধানি যন্ত্র (X-ray detector) ব্যবহার করা হয়। এই যন্ত্রটি আসলে একটি ফটোগ্রাফিক প্লেট বা একটি আয়ন-প্রকোষ্ঠ (I) (ionization chamber)। কেলাস থেকে প্রতিফলিত এক্স-রশ্মি S_3 সিসার পাতের ছিদ্রের মধ্যে দিয়ে আয়ন প্রকোষ্ঠে প্রবেশ করে এবং প্রকোষ্ঠের গ্যাসকে আয়নিত করে।

আয়ন-প্রকোষ্ঠ একটি টাংস্টেন ধাতুর তার ব্যাটারির (B) ধনাত্মক দ্বারের সঙ্গে যুক্ত করা হয়। একটি তামার পাত এই ধনাত্মক তারকে একটি নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধ দূরে বেলনের আকারে ঘিরে থাকে। এটি ব্যাটারির



চিত্র 9.23 : ব্র্যাগের এক্স-রশ্মির বর্ণালিমাপক যন্ত্র।

ঋণাত্মক দ্বারের সঙ্গে যুক্ত। আয়ন প্রকোষ্ঠে স্বাভাবিক বা তার চেয়ে উচ্চতর চাপে হিলিয়াম, নিয়ন বা আর্গন গ্যাস থাকে। এক্স-রশ্মি প্রকোষ্ঠে প্রবেশ করলে গ্যাসটি আয়নিত হয় এবং ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দ্বারের মধ্যে তড়িৎ প্রবাহ সৃষ্টি হয়। একটি গ্যালভানোমিটারের সাহায্যে (G) এই প্রবাহ পরিমাপ করা হয়।

সন্ধানি যন্ত্রটি টেবিলের সঙ্গে একটি গিয়ারের সাহায্যে এমনভাবে যুক্ত থাকে, যাতে টেবিলের উপর একটি লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে কেলাসটিকে θ কোণে ঘোরালে সন্ধানকারী যন্ত্রটিও সঙ্গে সঙ্গে 2θ কোণে ঘুরে যায়। এর ফলে এক্স-রশ্মির যেকোনও আপতন কোণের জন্যই প্রতিফলিত রশ্মিটি সন্ধানি যন্ত্রের ভিতর প্রবেশ করে। যার ফলে এই প্রতিফলিত এক্স-রশ্মির তীব্রতা জানা যায়।

9.9.6 ব্র্যাগের এক্স-রশ্মি বর্ণালিমাপক যন্ত্রের সাহায্যে এক্স-রশ্মির তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য নির্ণয় (Determination of Wave length of X-rays by Bragg's X-ray Spectrometer)

এক্স-রশ্মির তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হলে আমাদের এমন একটি কেলাস প্রয়োজন, যার ভিতরের সমান্তরাল তলগুলির পারস্পরিক দূরত্ব আমরা পূর্বেই নির্ণয় করতে পারি। এছাড়া সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসটি নেওয়া যায়। কারণ এই কেলাসের গঠন ঘনাকার কোষ সমন্বিত হওয়ায় এই কোষের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য (a), 9.39 সমীকরণ দ্বারা সহজেই নির্ণয় করতে পারি। আপনি লক্ষ্য করুন যে ঐ সমীকরণে এক মোল NaCl অণুর ওজন $M = 58.5 \text{ gm}$, $\rho = 2.16 \text{ gm/cc}$ এবং $N = 6.03 \times 10^{23}$ ধরলে

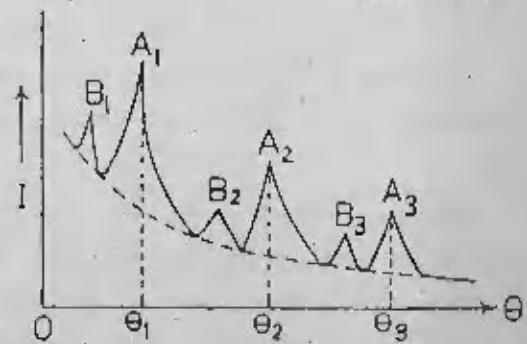
$$a = 5.64 \times 10^{-8} \text{ cm} = 5.64 \text{ \AA} \quad \dots \dots (9.44)$$

আপনি আরও লক্ষ্য করুন যে NaCl-এর এই প্রচলিত fcc কোষটি $\frac{a}{2}$ বাহুবিশিষ্ট আটটি সরল ঘনাকার কোষ দ্বারা গঠিত। এই সরল কোষের কৌণিক বিন্দুগুলিতে Na^+ ও Cl^- আয়নগুলি একান্তরভাবে সম্বন্ধিত থাকে। সুতরাং NaCl কেলাসের অভ্যন্তরে পরস্পর সমান্তরাল তলগুলির মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব হবে

$$d = \frac{a}{2} = \frac{5.64}{2} = 2.82 \text{ \AA} \quad \dots \dots (9.45)$$

ব্র্যাগের বর্ণালিমাপক যন্ত্রের টেবিলে এবুপ একটি NaCl-এর কেলাস বসিয়ে S_1 ও S_2 দুটি ছিন্নের মধ্য দিয়ে কুলিজ নল থেকে একটি সবু এক্স-রশ্মিগুচ্ছ ঐ কেলাসের উপর ফেললে কেলাস থেকে প্রতিফলিত রশ্মি আয়ন-প্রকোষ্ঠে প্রবেশ করবে এবং গ্যালভানোমিটারে একটি আয়ন প্রবাহের মান পাওয়া যাবে। বিভিন্ন তির্যক কোণের (θ) জন্য আয়ন প্রবাহের মানের (I) কীবূপ পরিবর্তন হয়, তা 9.24 চিত্রে দেখানো হল।

চিত্র থেকে বোঝা যায় যে, এটি I-এর দুটি



চিত্র 9.24: কেলাসের উপর আপতিত এক্স-রশ্মির তির্যক কোণের পরিবর্তনের সঙ্গে আয়ন প্রকোষ্ঠে আয়ন প্রবাহের পরিবর্তন।

মানের সমষ্টি। একটি মান θ বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে নিরবচ্ছিন্নভাবে ক্রমশ কমতে থাকে এবং অপর মানটি এই নিরবচ্ছিন্ন মানের উপর A_1, A_2, A_3 ও B_1, B_2, B_3 প্রভৃতি বিচ্ছিন্ন শিখর (peak) গঠন করে।

যদি A_1, A_2, A_3 শিখরগুলির যথাক্রমিক তির্যক কোণ $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ হয় এবং B_1, B_2, B_3 শিখরগুলির যথাক্রমিক তির্যক কোণ $\theta'_1, \theta'_2, \theta'_3$ হয়, তাহলে দেখা যায় যে,

$$\sin \theta_1 : \sin \theta_2 : \sin \theta_3 = 1 : 2 : 3 \quad \dots \dots (9.46)$$

$$\text{এবং} \quad \sin \theta'_1 : \sin \theta'_2 : \sin \theta'_3 = 1 : 2 : 3 \quad \dots \dots (9.47)$$

পরীক্ষার এই ফল থেকে ব্র্যাগ সিদ্ধান্ত করেন যে A_1, A_2, A_3 শিখরগুলি একটি নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ -এর জন্য এবং B_1, B_2, B_3 শিখরগুলি অন্য একটি নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ' -এর জন্য গঠিত হয়। এখন যদি A_1, B_1 শিখর দুটিকে প্রথম ক্রমের ($m=1$), A_2, B_2 শিখর দুটিকে দ্বিতীয় ক্রমের ($m=2$) এবং A_3, B_3 শিখর দুটিকে তৃতীয় ক্রমের ($m=3$) প্রতিফলন হিসাবে ধরা হয়, তাহলে ব্র্যাগের সমীকরণ থেকে A_1, A_2, A_3 শিখরগুলির জন্য পাওয়া যায়,

$$2d \sin \theta_1 = \lambda$$

$$2d \sin \theta_2 = 2\lambda$$

$$2d \sin \theta_3 = 3\lambda$$

$$\text{বা,} \quad \sin \theta_1 : \sin \theta_2 : \sin \theta_3 = 1 : 2 : 3 \quad \dots \dots (9.48)$$

অনুরূপে B_1, B_2, B_3 শিখরগুলির জন্য আমরা পাই

$$\sin \theta'_1 : \sin \theta'_2 : \sin \theta'_3 = 1 : 2 : 3 \quad \dots \dots (9.49)$$

(এখানে লক্ষণীয় যে কেলাসটি অপরিবর্তিত থাকায় d -র মান ধ্রুবক ধরা হয়েছে।)

সুতরাং এখানে দেখা যাচ্ছে যে এই পরীক্ষার দ্বারা ব্র্যাগের সূত্র প্রমাণিত হয়।

যেহেতু ব্র্যাগের এই পরীক্ষা থেকে θ, θ' এবং m -এর মান নির্ণয় করা যায় এবং NaCl কেলাসের d -র মান গাণিতিকভাবে নির্ণয় করা যায়, সুতরাং ব্র্যাগের সমীকরণ দ্বারা আমরা λ বা λ' -র মান পাই।

অপরপক্ষে ব্র্যাগের এই সূত্র দ্বারা কোনও এক্স-রশ্মির তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের মান নির্ণয় করার পর ঐ রশ্মি ব্যবহার করে NaCl-এর স্থানে অন্য কোনও অজানা কেলাস বসিয়ে আমরা ঐ কেলাসের d নির্ণয় করতে পারি।

ব্র্যাগের এই পরীক্ষায় যে নিরবচ্ছিন্ন আয়ন প্রবাহ পাওয়া যায় তা থেকে প্রমাণিত হয় যে কুলিড নল থেকে বিচ্ছিন্ন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের এক্স-রশ্মির সঙ্গে একটি নিরবচ্ছিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এক্স-রশ্মিও নির্গত হয়। নিরবচ্ছিন্ন এক্স-রশ্মি উৎসের (লক্ষের) প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। কিন্তু বিচ্ছিন্ন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট এক্স-রশ্মি লক্ষ্যের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ একটি নির্দিষ্ট উপাদানের (বা পদার্থের) জন্য একটি নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এক্স-রশ্মি পাওয়া যায়। কিন্তু এই উপাদান পরিবর্তিত হলে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যও পরিবর্তিত হয়। এরূপ বিচ্ছিন্ন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য-বিশিষ্ট এক্স-রশ্মিকে ঐ উপাদান বা পদার্থের বৈশিষ্ট্যমূলক (characteristic) এক্স-রশ্মি বলে।

এক্স-রশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয়ের জন্য NaCl কেলাস ব্যবহার করার একটি অসুবিধা হল এই যে এটি বায়ু থেকে জল শোষণ করে সহজেই গলে যায়। সেজন্য আজকাল সাধারণত NaCl কেলাসের পরিবর্তে ক্যালসাইট (CaCO_3) কেলাস ব্যবহার করা হয়। এই কেলাসের সুবিধা হল যে, এটি বড় আকারে এক কেলাসরূপে পাওয়া যায় এবং এটি বায়ুর জল শোষণ করে না। তবে এর কোষের আকার যত্নবূজাকার। এর সমান্তরাল তলগুলির মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব $d = 3.02945 \text{ \AA}$ ।

9.9.7 ব্র্যাগের সূত্রের সাহায্যে কেলাসের গঠন নির্ণয় (Determination of Crystal Structure by Bragg's Law)

ব্র্যাগের সূত্রের সাহায্যে কেলাসের গঠন নির্ণয় করা যায়। এ বিষয়ে ব্র্যাগের নিজের পরীক্ষার ফল আলোচনা করা যেতে পারে। ব্র্যাগের পরীক্ষায় একটি KCl কেলাসের তিন দিকের তলে একটি নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এক্স-রশ্মি আপতনের ফলে দেখা গেল যে, এই তলগুলির সাপেক্ষে তির্যক কোণের মান 5.22° , 7.30° এবং 9.05° হলে প্রথম ক্রমের সর্বোচ্চ আয়ন প্রবাহ পাওয়া যায়।

সুতরাং আমরা ব্র্যাগের সূত্র থেকে পাই

$$\lambda = 2d_1 \sin 5.22^\circ = 2d_2 \sin 7.30^\circ = 2d_3 \sin 9.05^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} = \sin 5.22^\circ : \sin 7.30^\circ : \sin 9.05^\circ$$

$$= 0.091 : 0.127 : 0.157$$

$$= 1 : 1.4 : 1.73$$

$$\dots \dots (9.50)$$

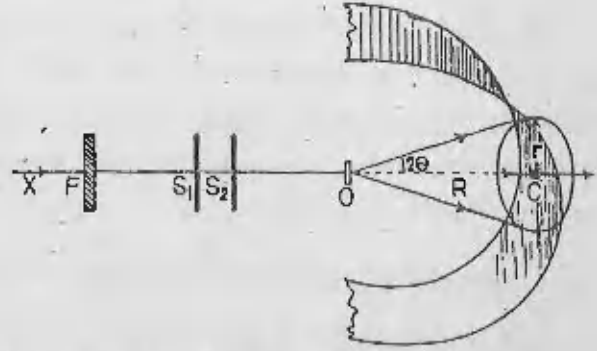
ব্র্যাগের পরীক্ষার এই ফল থেকে প্রমাণ হয় যে KCl কেলাসের কোষ সরল ঘনাকার। এই পদ্ধতিতে আমরা বিভিন্ন কেলাসের গঠন বিশ্লেষণ করতে পারি।

9.9.8 চূর্ণ বা পাউডার পদ্ধতিতে কেলাসের গঠন নির্ণয় (Determination of Crystal Structure by Powder Method)

ব্র্যাগের পদ্ধতি দ্বারা কেলাসের গঠন নির্ণয়ের জন্য নমুনা কেলাসটি ত্রুটিহীন বড় আকারের এককেলাস হওয়া আবশ্যিক। কিন্তু কেবল অল্প কয়েকটি পদার্থেরই এরূপ কেলাস পাওয়া যায়। প্রকৃতিতে অধিকাংশ পদার্থ বিশেষত ধাতু ও ধাতুসংকরগুলি খুব সূক্ষ্ম আকারের অসংখ্য কেলাসের সমষ্টি। ডিবাই ও শেরের (Debye and Scherrer) 1916 খ্রীষ্টাব্দে যেকোনও কেলাসের চূর্ণের সাহায্যে ঐ কেলাসের গঠন নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি উদ্ভাবন করেন। এই পদ্ধতিকে ডিবাই-শেরের পদ্ধতি বা চূর্ণ কেলাস পদ্ধতি বলে। এই পদ্ধতিতে সূক্ষ্ম কেলাসগুলির আকার, আয়তন, গঠন ত্রুটি এবং এদের মধ্যে কোনও অপদ্রব্যের উপস্থিতি বা কোনও বিশেষ দিকস্থিতি (orientation) প্রভৃতি থাকলে সে সম্বন্ধে জানা যায়।

এই পদ্ধতিতে একটি সরু তারের উপর একটি পরীক্ষাধীন পদার্থের অতি সূক্ষ্ম চূর্ণ মাখানো হয়। কুলিঙ্গ নল থেকে প্রাপ্ত এক্স-রশ্মিকে (X) এমন একটি পরিস্রাবকের (F) (Filter) ভিতর দিয়ে পাঠানো হয়, যা

একটি বিশেষ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের রশ্মি ছাড়া বাকী সব রশ্মিকে শোষণ করে নেয়। এক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অশোষিত এই রশ্মিগুচ্ছটি এর পর S_1, S_2 দুটি সিসার পাতের সবু ছিঁদের মধ্য দিয়ে যায় এবং কেলাসচূর্ণ মাখানো ঐ তারের O বিন্দুতে আপতিত হয় (চিত্র 9.25)। চূর্ণের মধ্যে অসংখ্য সূক্ষ্ম কেলাসগুলির তল বিভিন্ন দিকে ছড়িয়ে থাকে। সুতরাং এদের মধ্যে এমন কিছু কেলাস কণা থাকে, যগুলির তলে



চিত্র 9.25: কেলাস চূর্ণের দ্বারা এক্স-রশ্মির ব্যবর্তন শঙ্কুর চিত্রগ্রহণ।

এক্স-রশ্মি θ তির্যক কোণে আপতিত হয়ে ব্র্যাগের সূত্র অনুযায়ী θ তির্যক কোণে প্রতিফলিত হয়। সুতরাং আপতন রশ্মির দিকের সঙ্গে এই প্রতিফলিত রশ্মিগুলির চ্যুতি 2θ । ত্রিমাত্রিক দেশে এই রশ্মিগুলির দ্বারা একটি 2θ অর্ধশীর্ষ কোণের শঙ্কু গঠিত হয়, যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

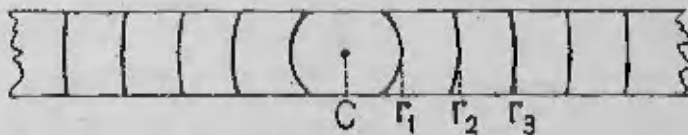
প্রতিফলিত রশ্মিগুলির অবস্থান জানার জন্য θ বিন্দুকে কেন্দ্র করে R দূরত্বে বৃত্তাকারে একটি ফটোগ্রাফির ফিল্ম রাখা হয়। ফিল্মটির তল আপতন রশ্মির সঙ্গে লম্বভাবে থাকে। আপতন রশ্মি যাতে ফিল্মের উপর না পড়ে সেজন্য ফিল্মের দুটি বিপরীত দিকে যথাযথানে দুটি ছিদ্র রাখা হয়। কিছু প্রতিফলিত রশ্মির শঙ্কুটি ফিল্মকে ছেদ করে এবং তার দ্বারা দুটি কালো বৃত্তচাপ গঠিত হয়। এই দুটি বৃত্তচাপ থেকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ r পাওয়া যায়। চিত্র অনুযায়ী

$$\frac{2r}{2\pi R} = \frac{4\theta}{2\pi}$$

$$\text{বা, } \theta = \frac{r}{2R}$$

... (9.51)

এখন এই θ -র মান দুটি বিষয়ের উপর নির্ভরশীল। প্রথমত প্রতিফলন প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, ইত্যাদি বিভিন্ন ক্রমের ($m = 1, 2, 3, \dots$) হতে পারে। তার জন্য θ -র মান বিভিন্ন হবে। দ্বিতীয়ত চূর্ণীকৃত কেলাসকণাগুলির তল বিভিন্ন দিকে ঘুরে থাকতে পারে। সেজন্য ত্রিমাত্রিক দেশে কেলাসকণাগুলির অভ্যন্তরীণ তলদূরত্ব d_1, d_2, d_3 -র জন্য θ -র মান পরিবর্তিত হবে। সুতরাং ফটোগ্রাফি ফিল্মের বিভিন্নস্থানে $r_1, r_2, r_3, \dots$ ইত্যাদি ব্যাসার্ধযুক্ত বহু জোড়া জোড়া বৃত্তচাপ পাওয়া যাবে (চিত্র 9.26) এবং এগুলি থেকে উপরের সমীকরণ দ্বারা $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ প্রভৃতি প্রতিফলন কোণগুলি নির্ণয় করা যাবে। এই কোণগুলি থেকে



চিত্র 9.26: কেলাস চূর্ণের দ্বারা ফটোগ্রাফিক ফিল্মের উপর গঠিত বিভিন্ন শঙ্কুর চিত্রাংশ।

ব্র্যাগের সূত্র দ্বারা আমরা $\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3}$ নির্ণয় করতে পারি এবং কেলাসের গঠন জানতে পারি। যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ -র মান জানা থাকে, তবে ব্র্যাগের সূত্র দ্বারা d_1, d_2, d_3 -র মান জানা যায়। এ দ্বারা একটি কেলাসকোষের আয়তন নির্ণয় করা যায়। যদি কেলাস কণাগুলির বিশেষ কোনরূপ অভিমুখীকরণ বা গঠন ত্রুটি থাকে, তবে $\frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3}$ অনুপাতগুলির মান পরিবর্তিত হবে এবং তার দ্বারা ঐ অভিমুখীকরণ বা গঠনত্রুটি নির্ণয় করা যাবে।

9.10 সারাংশ (Summary)

সাধারণ উন্নতায় বহু কঠিন পদার্থকে কেলাসিত অবস্থায় পাওয়া যায়। কেলাসগুলি বিভিন্ন সমতল দ্বারা আবদ্ধ ও নির্দিষ্ট আকারযুক্ত হয়। এজন্য এগুলিকে নিয়তাকার বস্তু বলে। চিনি, লবণ, বিভিন্ন খনিজ ও ধাতুগুলি এরূপ নিয়তাকার বস্তু। অপরপক্ষে রবার, প্লাস্টিক প্রভৃতি এবং তরল ও গ্যাসীয় পদার্থগুলির সাধারণত কোনও আকার থাকে না। এজন্য এগুলিকে অনিয়তাকার বস্তু বলে। কয়েকটি তরলকে কেলাসিত অবস্থায় পাওয়া যায়। এই পদার্থগুলিকে তরল কেলাস বলে। কাচ কঠিন হলেও এর ধর্মগুলি তরলের অনুরূপ। এজন্য এটিকে অতি শীতলীভূত তরল বলে।

একটি কেলাসের ক্ষুদ্রতম অংশকে কেলাস কোষ বলে। কেলাসের মতোই এর প্রত্যেক কোষ বিভিন্ন সমতল দ্বারা আবদ্ধ এবং নির্দিষ্ট আকারযুক্ত। কতকগুলি কেলাস কোষ একই নিয়মে পরপর সজ্জিত হয়ে একটি কেলাস দানা গঠন করে। প্রত্যেক কেলাস দানার একটি নির্দিষ্ট অভিমুখ থাকে এবং এই অভিমুখের উপর এর যান্ত্রিক, তাড়িত, চৌম্বক প্রভৃতি ভৌত ধর্মগুলি নির্ভর করে। এজন্য এই কেলাস দানাগুলিকে বিষয়দৈশিক পদার্থ বলে। অপরপক্ষে অনিয়তাকার বস্তুগুলির কোনও অভিমুখ নেই এবং এদের বিভিন্ন ভৌত ধর্ম সকল দিকেই অভিন্ন। এরূপ পদার্থগুলিকে সমদৈশিক পদার্থ বলে।

সাধারণত বহু সংখ্যক ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কেলাস দানা পরস্পর যুক্ত হয়ে একটি বড় কেলাস গঠন করে। এই কেলাসকে এজন্য বহু-কেলাস বলে। বহু-কেলাসের মধ্যে কেলাস দানাগুলির অভিমুখ বিভিন্নভাবে ঘুরে থাকে। এজন্য বহুকেলাসের সাধারণত বিষয়দৈশিক ধর্ম দেখা যায় না। এই কেলাসগুলির আকারও নির্দিষ্ট থাকে না। অপরপক্ষে একটি কেলাস এমনভাবে গঠন করা যায়, যার মধ্যে কেলাস দানাগুলি একই অভিমুখে অভিন্নভাবে পরস্পর যুক্ত হয়। ফলে সমগ্র কেলাসটিকেই কেলাসের একটি মাত্র দানা হিসেবে ভাবা যায়। এরূপ কেলাসকে এককেলাস বলে।

একটি কেলাসের মধ্যে পরমাণু বা আয়নগুলি যেরূপভাবে বিভিন্ন বিন্দুতে সজ্জিত থাকে, ঠিক সেরূপভাবে অসংখ্য বিন্দুর একটি জ্যামিতিক বিন্যাস কল্পনা করা হলে, তাকে একটি ল্যাটিস বলে। কেলাস ত্রিমাত্রিক হলেও দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক উভয় প্রকার ল্যাটিসই কল্পনা করা যায়। একটি ল্যাটিসের বিন্দুগুলি এমনভাবে সজ্জিত থাকে যে এর যেকোনও একটি বিন্দুর চারপাশে অন্যান্য বিন্দুগুলির যেরূপ বিন্যাস থাকে, ল্যাটিসের অন্য যেকোনও স্থানে যেকোনও বিন্দুর চারপাশেও ঠিক ঐ প্রকার অভিন্ন বিন্যাসই পাওয়া যায়।

ল্যাটিসের সম্বন্ধিত দুটি বিন্দুকে যুক্ত করে যে ভেক্টর পাওয়া যায়, তাকে ভিত্তি ভেক্টর বলে। ভিত্তি ভেক্টরের মানকে ল্যাটিস ধ্রুবক বলা হয়। দ্বিমাত্রিক দেশে $\vec{a}, \vec{b}$ দুটি অসমান্তরাল ভিত্তি ভেক্টর দ্বারা যে ক্ষুদ্রতম সামান্তরিক অঙ্কন করা যায়, তাকে একটি দ্বিমাত্রিক সরল বা মৌলিক ল্যাটিস কোষ বলে। এই কোষের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য a ও b । যদি ল্যাটিস কোষটি মৌলিক কোষের চেয়ে বড় হয় এবং এর চারটি কৌণিক ল্যাটিস বিন্দু ছাড়াও দুটি কর্ণের ছেদ বিন্দুতে আরও একটি ল্যাটিস বিন্দু থাকে, তবে ঐ কোষকে কেন্দ্রিক কোষ বলে।

ত্রিমাত্রিক দেশে $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ তিনটি ভিত্তি ভেক্টর এমনভাবে অঙ্কন করা যায় যাতে এগুলি একই সমতলে না থাকে। এই ভেক্টরগুলির মান a, b, c -কে তিনটি ল্যাটিস ধ্রুবক বলে। যদি $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ তিনটি ভিত্তি ভেক্টর দ্বারা তিন জোড়া সামান্তরিক অঙ্কন করা হয়, তবে এই তিনজোড়া সামান্তরিক যে দেশ বা স্থানকে আবদ্ধ করে, তাকে একটি ত্রিমাত্রিক মৌলিক বা সরল কোষ বলে। এই কোষের আয়তন ন্যূনতম ৪টি কৌণিক বিন্দু ৪টি নিকটতম ল্যাটিস বিন্দু দ্বারা গঠিত এবং বাহুগুলির দৈর্ঘ্য a, b, c এবং বিপরীত তলগুলি পরস্পরের সমান্তরাল। মৌলিক কোষের চেয়ে বৃহত্তর এবং আটের চেয়ে বেশী বিন্দুযুক্ত ল্যাটিস কোষকে প্রচলিত কোষ বলে। প্রচলিত কোষ বহু-কেন্দ্রিক, তল-কেন্দ্রিক ও ভূমিশীর্ষ-কেন্দ্রিক এই তিন প্রকার হয়। মৌলিক ও প্রচলিত কোষের আকার a, b, c বাহুগুলির মধ্যে সম্বন্ধ ও $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ভেক্টরগুলির মধ্যে কোণগুলির মানের উপর নির্ভর করে এবং সে অনুযায়ী এদের নামকরণ করা হয়।

কেলাস ও ল্যাটিসগুলির কতকগুলি প্রতিসাম্য ধর্ম আছে। যে রূপান্তর দ্বারা কেলাস বা ল্যাটিসের রূপ অপরিবর্তিত থাকে, তাকে প্রতিসাম্য বলে। এই রূপান্তরগুলি হল চলন, ঘূর্ণন, প্রতিফলন ও উৎক্রম। এর মধ্যে চলন কেলাসের ক্ষেত্রে এবং উৎক্রম দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয় না। অন্যান্য প্রতিসাম্যগুলি কেলাস ও ল্যাটিস উভয়ের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।

ব্র্যাভাইস ল্যাটিসের প্রতিসাম্য ধর্মগুলির ভিত্তিতে মোট পাঁচ প্রকার দ্বিমাত্রিক ও চৌদ্দ প্রকার ত্রিমাত্রিক ল্যাটিস কোষ নির্ণয় করেন। এগুলিকে ব্র্যাভাইস ল্যাটিস কোষ এবং এই কোষ দ্বারা গঠিত ল্যাটিসকে ব্র্যাভাইস ল্যাটিস বলে। ব্র্যাভাইস কোষগুলির নাম ও বৈশিষ্ট্য এই এককে বর্ণিত আছে।

একটি কেলাস কোষের ক্ষুদ্রতম উপাদানকে ভিত্তি বলে। একটি বা একাধিক পরমাণু, আয়ন বা অণুর দ্বারা এই ভিত্তি গঠিত হয়। ব্র্যাভাইস ল্যাটিসের প্রত্যেক বিন্দুতে কোনও পদার্থের ভিত্তি যুক্ত করা হলে ঐ পদার্থের কেলাসের গঠন পাওয়া যায়। এক পরমাণুক ভিত্তির দ্বারা গঠিত কেলাসের গঠনই সবচেয়ে সরল। অধিকাংশ ধাতুর কেলাস এরূপ। NaCl ও অনুরূপ যৌগগুলি দ্বিপরমাণুক ভিত্তির দ্বারা গঠিত। এরূপ কেলাসগুলিকে দুটি ভিন্ন ল্যাটিসের একটির ভিতর অন্যটির আংশিক অনুপ্রবেশ হিসেবে ধরা যায়। ভিত্তি তিন বা ততোধিক পরমাণু বা আয়ন দ্বারা গঠিত হলে কেলাসের গঠন জটিলতর হয়ে পড়ে। সেজন্য এখানে তা আলোচ্য নয়।

কোষের মধ্যে পরমাণু বা আয়নগুলিকে x ব্যাসার্ধ্যযুক্ত গোলক হিসাবে কল্পনা করা যায়। এগুলি পরস্পর পরস্পরকে স্পর্শ করে থাকে। যদি পরমাণু বা আয়নগুলির মধ্যে ফাঁক ন্যূনতম হয়, তবে কোষটিকে ঘন-

সংবন্ধ বলে। কিন্তু ঐ ফাঁক ন্যূনতম না হলে কোষটিকে শিথিল বা টিলা-সংবন্ধ বলে। এক পরমাণুক ভিত্তির ঘন ও টিলা-সংবন্ধ কোষগুলি সরল, বস্তু-কেন্দ্রিক, তল-কেন্দ্রিক মডুভুজাকার হয়। এই বিভিন্ন প্রকার কোষগুলির বিভিন্ন ধর্ম এককে আলোচিত হয়েছে।

ল্যাটিস কোষগুলির মধ্য দিয়ে বিভিন্ন দিকে বিভিন্ন তল অঙ্কন করা যায়। এই তলগুলি মিলার সূচক দ্বারা নির্দেশ করা যায়। কোষের আকার ও দুটি তলের মিলার সূচক জানা থাকলে এদের মধ্যে দূরত্ব গাণিতিকভাবে নির্ণয় করা যায়।

এক্স-রশ্মি আবিষ্কারের পর লাইট অনুমান করেন যে, যদি এই রশ্মি অতি ক্ষুদ্র তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তাড়িতচুম্বকীয় তরঙ্গ হয়, তবে একটি কেলাসের উপর এই রশ্মি আপতিত হলে কেলাসের অভ্যন্তরের পরমাণুগুলি ত্রিমাত্রিক গ্রেটিং-এর মতো এই রশ্মির ব্যবর্তন ঘটাবে। ফ্রিডরিশ ও নিলিং-এর পরীক্ষা দ্বারা লাইট-এর অনুমান সঠিক প্রমাণিত হয়। এরপর হেনরি ব্র্যাগ ও তাঁর পুত্র লরেন্স ব্র্যাগের পরীক্ষায় প্রমাণিত হয় যে, যদি এক্স-রশ্মি কেলাসের উপরিতলের সঙ্গে একটি তির্যক কোণে আপতিত হয়, তবে কেলাসের অভ্যন্তরে ব্যবর্তনের ফলে ঐ রশ্মির একাংশ ঐ একই তির্যক কোণে কেলাসের উপরিতল থেকে প্রতিফলিত হয় এবং এভাবে বহুসংখ্যক প্রতিফলিত রশ্মি পরস্পর মিলিত হয়ে গঠনমূলক বা বিনাশমূলক ব্যতিচার ঘটায়। লরেন্স ব্র্যাগ গঠনমূলক ব্যতিচারের শর্ত থেকে একটি সমীকরণ পান। সেটি হল :

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

এই সমীকরণকে ব্র্যাগের সূত্র বলে। এই সূত্রের দ্বারা কেলাসের গঠন পরীক্ষামূলকভাবে নির্ণয়ের জন্য হেনরি ও লরেন্স ব্র্যাগ তাঁদের উদ্ভাবিত এক্স-রশ্মির বর্ণালিমাপক যন্ত্র ব্যবহার করেন।

ব্র্যাগের যন্ত্র দ্বারা একটি বড় আকারের কেলাসের গঠন নির্ণয় করা যায়। কিন্তু কোনও কেলাস যদি পাউডার অর্থাৎ চূর্ণ হিসেবে থাকে, তবে এই চূর্ণের সূক্ষ্ম কেলাসগুলির গঠন নির্ণয়ের জন্য ব্র্যাগের যন্ত্রের পরিবর্তে চূর্ণ পদ্ধতির যন্ত্র ব্যবহার করতে হয়।

9.11 প্রশ্ন ও উত্তর

9.11.1 সংক্ষিপ্ত উত্তরের প্রশ্নাবলি

1. কেলাস কাকে বলে? আপনার পরিচিত দুটি কেলাসের উদাহরণ দিন।
2. তরল কেলাস কী?
3. একটি গ্যাসকে সমসত্ত্ব কিন্তু কটি কেলাসকে অসমসত্ত্ব বলা হয় কেন?
4. কেলাস কোষ ও কেলাস দানার মধ্যে পার্থক্য কী?
5. কেলাসীয় ভিত্তি কাকে বলে?
6. ল্যাটিস, ভিত্তি ও কেলাসের গঠনের সম্বন্ধ কী?
7. দ্বিমাত্রিক তির্যক ল্যাটিস কাকে বলে?
8. দ্বিমাত্রিক কেন্দ্রিক কোষ কাকে বলে?

9. কেলসের ক্ষেত্রে চলন প্রতিসাম্য কি প্রযোজ্য ?
10. দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে কি উৎক্রম প্রতিসাম্য প্রযোজ্য ?
11. দ্বিমাত্রিক ব্র্যাভাইস কোষ কয়টি ?
12. দ্বিমাত্রিক ব্র্যাভাইস কোষগুলির মধ্যে কয়টি মৌলিক ? এর প্রচলিত কোষগুলির নাম কী ?
13. দ্বিমাত্রিক ব্র্যাভাইস কোষগুলির নাম লিখুন।
14. দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের ষড়ভুজাকার কোষটি কোন্ মৌলিক কোষ দ্বারা গঠিত ?
15. ত্রিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিস কত প্রকার ?
16. ত্রিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিসের মোট কত প্রকার কোষ আছে ?
17. ত্রিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিসগুলির নাম লিখুন।
18. ত্রিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিসের কী কী প্রচলিত কোষ হয় ?
19. সরল, বস্তু-কেন্দ্রিক ও তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষের দুটি করে উদাহরণ দিন।
20. ভূমিশীর্ষ-কেন্দ্রিক আয়তক্ষেত্রাকার কোষের একটি উদাহরণ দিন।
21. ত্রিমাত্রিক ষড়ভুজাকার কোষের তিনটি উদাহরণ দিন।
22. একটি ল্যাটিসের অবস্থান ভেক্টরের সমীকরণ হল,

$$\vec{r} = 5\vec{a} - 15\vec{b} + 10\vec{c}$$

এই ভেক্টরের দিক সূচকগুলি কত ?

23. YZ সমতলের সমান্তরাল কোনও তলের মিলার সূচক কত ?
24. একটি সমতল XYZ অক্ষগুলিকে 3, -2 ও -6 একক দূরত্বে ছেদ করে। সমতলটির মিলার সূচক কত ?
25. একটি ঘনাকার কোষের দুটি সমান্তরাল তলের মিলার সূচক $(\bar{1} \ 02)$ । যদি ঘনকটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্য $5\text{\AA}$ হয়, তবে সমান্তরাল তলদুটির মধ্যের দূরত্ব কত ?
26. একটি ঘনাকার ল্যাটিস সরল না তল-কেন্দ্রিক না বস্তু-কেন্দ্রিক, তা কীভাবে বোঝা যায় ?
27. ঘন-সংবন্ধ ও টিলা-সংবন্ধ ল্যাটিস কোষ বলতে কী বোঝায় ?
28. ঘন-সংবন্ধ কোষ কত প্রকার ও কী কী ?
29. টিলা-সংবন্ধ কোষ কত প্রকার ও কী কী ?
30. একপরিমাণুক ভিত্তির সরল, বস্তু-কেন্দ্রিক ও তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার ও ষড়ভুজাকার কোষে কার্যকর পরিমাণুর সংখ্যা কত ?
31. সমন্বয় সংখ্যা কাকে বলে ? একপরিমাণুক সরল, বস্তু-কেন্দ্রিক, তল-কেন্দ্রিক ও ষড়ভুজাকার কোষের সমন্বয় সংখ্যাগুলি কত ?
32. একটি একপরিমাণুক বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষের ল্যাটিস ধ্রুবক $3\text{\AA}$ । এই কোষের পরিমাণুর ব্যাসার্ধ কত ?

33. একটি একপরমাণুক তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষের পরমাণুর ব্যাসার্ধ $1.12\text{\AA}$ । কোষটির ল্যাটিস ধ্রুবক কত ?
34. সংবন্ধি অনুপাত কাকে বলে ?
35. নিম্নলিখিত একপরমাণুক ঘনাকার কোষগুলির সংবন্ধি অনুপাতের মান লিখুন — সরল, বস্তু-কেন্দ্রিক, তল-কেন্দ্রিক, ষড়ভুজাকার।
36. ঘরের উন্নতায় একপরমাণুক সরল ঘনাকার কোষের একটিমাত্র উদাহরণ আছে। সেটি কী ?
37. একপরমাণুক বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষের তিনটি উদাহরণ দিন।
38. একপরমাণুক তল-কেন্দ্রিক কোষের কয়েকটি উদাহরণ দিন।
39. একপরমাণুক ষড়ভুজাকার কোষের তিনটি উদাহরণ দিন।
40. সোডিয়াম ক্লোরাইডের দুটি বিপরীত ধর্মীয় আয়নের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব কত ?
41. সোডিয়াম ক্লোরাইডের কেলসের বিপরীতধর্মীয় ও সমধর্মীয় আয়নগুলির সমন্বয় সংখ্যা কত ?
42. সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলসের অনুরূপ গঠনযুক্ত 5টি যৌগের নাম উল্লেখ করুন।
43. সিসিয়াম ক্লোরাইডের দুটি নিকটতম আয়নের মধ্যে দূরত্ব এবং প্রত্যেক আয়নের সমন্বয় সংখ্যা কত ?
44. হীরের ঘনাকার কোষের একটি কার্বন পরমাণুর সমন্বয় সংখ্যা ও দুটি নিকটতম কার্বন পরমাণুর মধ্যে দূরত্ব কত ?
45. fcc কোষের সংবন্ধি অনুপাত সাধারণত 0.74। কিন্তু হীরের ক্ষেত্রে এই অনুপাত মাত্র 0.34। এর কারণ কী ?
46. লাউ-এর তত্ত্বটি কী ?
47. লাউ-এর নকশা কাকে বলে ?
48. ফ্রিডরিশ ও নিম্মিং-এর পরীক্ষার দ্বারা কী প্রমাণিত হয় ?
49. ব্র্যাগের সূত্রটি লিখুন এবং ব্যবহৃত চিহ্নগুলির অর্থ বলুন।
50. ব্র্যাগের পদ্ধতি সকল কেলসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয় না কেন ?

9.11.2 বিস্তৃত উত্তরের প্রশ্নাবলি

1. নিয়তাকার ও অনিয়তাকার বস্তুর মধ্যে পার্থক্য কী ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।
2. এককেলাস ও বহুকেলাস কীভাবে গঠিত হয়, তা আলোচনা করুন।
3. সোডিয়াম ক্লোরাইডের মৌলিক ও প্রচলিত কোষের পার্থক্য চিত্রসহ ব্যাখ্যা করুন।
4. কেলসীয় ল্যাটিস কাকে বলে ? এই ল্যাটিসের সরল ও প্রচলিত কোষ কাকে বলে ?
5. ভিগনার-সাইংজ পদ্ধতিতে কীভাবে মৌলিক কোষ গঠন করা হয়, চিত্রসহ তা ব্যাখ্যা করুন।
6. ল্যাটিসের প্রতিসাম্য কাকে বলে ? এই প্রতিসাম্যগুলি কী কী ? চিত্র সহযোগে চলন প্রতিসাম্য ব্যাখ্যা করুন।

7. ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কাকে বলে ? চিত্রসহ ঘূর্ণন প্রতিসাম্য ব্যাখ্যা করুন।
8. দর্পণ প্রতিসাম্য কাকে বলে ? চিত্রসহ ব্যাখ্যা করুন।
9. উৎক্রম প্রতিসাম্য বলতে কী বোঝায় ? দ্বিমাত্রিক ল্যাটিসের ক্ষেত্রে এটি প্রযোজ্য হয় না কেন ?
10. ব্র্যাভাইস ল্যাটিস কাকে বলে ? দ্বিমাত্রিক ব্র্যাভাইজ কোষগুলি বর্ণনা করুন।
11. দ্বিমাত্রিক ব্র্যাভাইস ল্যাটিস কত প্রকার ? দ্বিমাত্রিক ল্যাটিস দ্বারা এই ল্যাটিসগুলি কীভাবে গঠন করা যায়, বর্ণনা করুন।
12. সমকোণী আয়তক্ষেত্রাকার কোষটির বাহু ও কোণগুলির সম্বন্ধ কী ? এই কোষটি কত প্রকার হয় ? এই প্রকারগুলি বর্ণনা করুন।
13. ষড়ভুজাকার ও রম্বসাকার ল্যাটিস কোষদুটির তুলনা করুন।
14. এক সামান্তরিকাকার ও ত্রিসামান্তরিকাকার ল্যাটিস দুটির তুলনা করুন।
15. ঘনকাকার ও চতুর্ভুজাকার কোষদুটির মধ্যে সাদৃশ্য ও পার্থক্য কী কী তা ব্যাখ্যা করুন।
16. একটি ভেক্টরের দিক সূচকগুলির নির্ণয়ের পদ্ধতি ব্যাখ্যা করুন।
17. মিলার সূচক কাকে বলে ? এই সূচক কী কাজে লাগে ? এই সূচক নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা করুন।
18. মিলার সূচকের তিনটি প্রধান বৈশিষ্ট্য উল্লেখ করুন।
19. একটি সরল ঘনাকার ল্যাটিসের ক্ষেত্রে বিভিন্ন তলের মধ্যে দূরত্বের অনুপাত নির্ণয় করুন।
20. একটি তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিসের বিভিন্ন তলগুলির দূরত্বের অনুপাত নির্ণয় করুন।
21. একটি বস্তু-কেন্দ্রিক ঘনাকার ল্যাটিসের বিভিন্ন তলগুলির মধ্যে দূরত্বের অনুপাত নির্ণয় করুন।
22. ঘন-সংবন্ধ একপরমাণুক কেলাসের গঠন কীভাবে কতকগুলি মার্বেলের পরীক্ষার দ্বারা বোঝানো যায় ?
23. একপরমাণুক ভিত্তির সরল ও ষড়ভুজাকার কেলাসীয় ঘনাকার কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা নির্ণয় করুন।
24. একপরমাণুক ভিত্তির বস্তু-কেন্দ্রিক ও তল-কেন্দ্রিক কেলাসীয় ঘনাকার কোষে কার্যকর পরমাণুর সংখ্যা নির্ণয় করুন।
25. সমন্বয় সংখ্যা বলতে কী বোঝায় ? একপরমাণুক বিভিন্ন ঘনাকার কোষগুলির সমন্বয় সংখ্যা নির্ণয় করুন।
26. একপরমাণুক ভিত্তির কোষের ক্ষেত্রে প্রমাণ করুন যে সরল ও ষড়ভুজাকার ঘনাকার কোষের পারমাণবিক ব্যাসার্ধ ল্যাটিস ধ্রুবকের অর্ধেক।
27. একপরমাণুক ভিত্তির বস্তু-কেন্দ্রিক ও তল-কেন্দ্রিক ঘনাকার কোষের ব্যাসার্ধের মান ল্যাটিস ধ্রুবকের সাপেক্ষে কত হয় চিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করুন।
28. সংবন্ধি অনুপাতের সংজ্ঞা দিন। নিম্নলিখিত একপরমাণুক ঘনাকার কোষগুলির সংবন্ধি অনুপাত নির্ণয় করুন —
সরল, বস্তু-কেন্দ্রিক, তল-কেন্দ্রিক ও ষড়ভুজাকার।

29. একটি সরল একপরমাণুক ঘনাকার কোষের ল্যাটিস ধ্রুবকের মান পারমাণবিক গুরুত্ব ও কেলাসের ঘনত্বের সাপেক্ষে নির্ণয় করুন।
 30. একটি বস্তু-কেন্দ্রিক একপরমাণুক ঘনাকার কোষের ল্যাটিস ধ্রুবকের মানের রাশিমালা নির্ণয় করুন।
 31. একটি তল-কেন্দ্রিক একপরমাণুক ঘনাকার কোষের ল্যাটিস ধ্রুবকের মানের রাশিমালা নির্ণয় করুন।
 32. একটি ষড়ভুজাকার একপরমাণুক ঘনাকার কোষের ল্যাটিস ধ্রুবকের মানের রাশিমালা নির্ণয় করুন।
 33. হিরে কার্বনের একটি বহুরূপতা। এর একপরমাণুক ষড়ভুজাকার কোষের ঘনত্ব 3.52 গ্রাম/সিসি হলে কোষটির ল্যাটিস ধ্রুবকের মান কত? কার্বনের পারমাণবিক ওজন = 12 এবং আভোগ্যাড্রো সংখ্যা = 6.02×10^{23} প্রতি গ্রাম-মোল।
 34. 'সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের গঠন দুটি তল-কেন্দ্রিক ল্যাটিস কোষের একটির মধ্যে অন্যটির অনুপ্রবেশ হিসেবে ব্যাখ্যা করা যায়'—উক্তিটির সত্যতা ব্যাখ্যা করুন।
 35. সিসিয়াম ক্লোরাইডের কেলাসের গঠন চিত্রসহযোগে ব্যাখ্যা করুন। এই কেলাসের অনুরূপ গঠনের তিনটি যৌগের উদাহরণ দিন।
 36. চিত্রসহযোগে হিরের কেলাসের গঠন ব্যাখ্যা করুন। অনুরূপ গঠনের তিনটি যৌগের নাম উল্লেখ করুন।
 37. এক্স-রশ্মির ব্যবর্তন সম্পর্কিত লাইট-এর তত্ত্ব কী? এই তত্ত্ব যে পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করা হয়েছিল, তা চিত্রসহ বর্ণনা করুন।
 38. এক্স-রশ্মির প্রতিফলন বিষয়ে ব্র্যাগের সূত্রটি গাণিতিকভাবে প্রতিষ্ঠা করুন।
 39. স্টেনস্ট্রম ব্র্যাগের সূত্রের যে সংশোধন করেন, তা বর্ণনা করুন।
 40. ব্র্যাগের এক্স-রশ্মি বর্ণালিমাপক যন্ত্রটি চিত্রসহ ব্যাখ্যা করুন।
 41. ব্র্যাগের এক্স-রশ্মি বর্ণালিমাপক যন্ত্রটির সাহায্যে কীরূপে এক্সরশ্মির তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং ল্যাটিস ধ্রুবক নির্ণয় করা হয়, তা চিত্রসহ বর্ণনা করুন।
 42. ব্র্যাগের সূত্রের সাহায্যে কীরূপে কেলাসের গঠন নির্ণয় করা যায়, তা ব্যাখ্যা করুন।
 43. চূর্ণ পদ্ধতিতে কীভাবে কেলাসের গঠন নির্ণয় করা হয়, তা চিত্রসহ বর্ণনা করুন।
 44. আয়ন-প্রকোষ্ঠ কাকে বলে? চিত্রসহ এর কার্যপ্রণালী বর্ণনা করুন।
 45. নিরবচ্ছিন্ন ও বৈশিষ্ট্যমূলক এক্স-রশ্মির মধ্যে পার্থক্য কী? একটি কেলাসের সাহায্যে কীরূপে একটি বৈশিষ্ট্যমূলক এক্সরশ্মিকে পৃথক করা যায়?
- NaCl কেলাসের দুটি সমান্তরাল তলের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব $2.82\text{\AA}$ । ব্র্যাগ বর্ণালিমাপকের সাহায্যে এই তল থেকে প্রথম ক্রমের প্রতিফলিত রশ্মির তির্যক কোণ 5.22° । বৈশিষ্ট্যমূলক এক্স-রশ্মিটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?

(9.11.1) অনুচ্ছেদের প্রস্তাবনার উত্তর বা উত্তরের ইঙ্গিত

1. (9.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।
2. ঐ
3. ঐ
4. ঐ
5. (9.3.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।
6. (9.2) সমীকরণ দেখুন।
7. (9.3.5) অনুচ্ছেদ দেখুন।
8. ঐ
9. না
10. না
11. 5টি
12. 3টি। কেন্দ্রিক আয়তক্ষেত্রাকার ও ঘড়ভূজাকার।
13. তির্যক, আয়তক্ষেত্রাকার, কেন্দ্রিক-আয়তক্ষেত্রাকার, বর্গক্ষেত্রাকার ও ঘড়ভূজাকার।
14. 120° কোণযুক্ত রহস্য।
15. সাত প্রকার
16. 14 প্রকার।
17. 9.2 সারণির প্রথম স্তম্ভ দেখুন।
18. বস্তু-কেন্দ্রিক, তল-কেন্দ্রিক ও ভূমি-কেন্দ্রিক।
19. 9.2 সারণিতে কেলাসের উদাহরণ দেখুন।
20. K_2SO_4
21. Mg, Zn, Cd
22. $[1\ \bar{3}\ 2]$
23. (100)
24. $(2\ \bar{3}\ \bar{1})$
25. (9.16) সমীকরণ অনুযায়ী $d = \sqrt{5} = 2.236\text{\AA}$
26. (9.6.5, 6, 7) অনুচ্ছেদগুলি থেকে দেখা যায় যে
 $d_{100} : d_{110} : d_{111}$ অনুপাতগুলির মান
 $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ হলে ল্যাটিসটি সরল,

1: $\sqrt{2}$: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে ল্যাটিসটি তল-কেন্দ্রিক

এবং 1: $\frac{\sqrt{2}}{2}$: $\sqrt{3}$ হলে ল্যাটিসটি বস্তু-কেন্দ্রিক।

27. (9.7.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।
28. (9.7.1) অনুচ্ছেদ অনুযায়ী 2 প্রকার। এগুলি হল তল-কেন্দ্রিক ও ঘড়ভুজাকার।
29. উক্ত অনুচ্ছেদ অনুযায়ী দু প্রকার। এগুলি হল সরল ও বস্তু-কেন্দ্রিক।
30. যথাক্রমে 1, 2, 4, 6
31. (9.7.3) অনুচ্ছেদে সময় সংখ্যার সংজ্ঞা দেখুন। সরল, বস্তু-কেন্দ্রিক, তল-কেন্দ্রিক ও ঘড়ভুজাকার কোষগুলির সময় সংখ্যাগুলি হল যথাক্রমে 6, 8, 12 ও 12।
32. (9.27) সমীকরণ অনুযায়ী $r = 1.299\text{\AA}$
33. (9.28) সমীকরণ অনুযায়ী $a = 3.168\text{\AA}$
34. (9.7.5) অনুচ্ছেদ দেখুন।
35. 0.52, 0.68, 0.74, 0.74 (9.30 থেকে 9.33 সমীকরণগুলি দেখুন)।
36. P_0
37. (9.3) সারণির শেষ স্তম্ভটি দেখুন।
38. ঐ
39. ঐ
40. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ (সমীকরণ 9.38)।
41. 6 এবং 12
42. (9.8.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।
43. (9.8.2) অনুচ্ছেদ অনুযায়ী নির্ণেয় দূরত্ব = $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ এবং সময় সংখ্যা = 6।
44. (9.8.3) অনুচ্ছেদ অনুযায়ী সময় সংখ্যা = 4 এবং পরমাণুগুলির মধ্যে নিকটতম দূরত্ব $\frac{\sqrt{3}a}{4}$
45. (9.8.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।
46. (9.9.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।
47. (9.9.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।
48. ঐ

49. (9.9.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।

50. (9.9.8) অনুচ্ছেদ দেখুন।

(9.11.2) অনুচ্ছেদের প্রণালির বিস্তৃত উত্তর বা উত্তরের ইঙ্গিত

1. (9.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।

2. ঐ

3. (9.3.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।

4. (9.3.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।

5. (9.3.5) অনুচ্ছেদ দেখুন।

6. (9.4) ও (9.4.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।

7. (9.4.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।

8. (9.4.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।

9. (9.4.4.) অনুচ্ছেদ দেখুন।

10. (9.5) ও (9.5.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।

11. (9.5.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।

12. (9.5.2) অনুচ্ছেদের 3 নং ল্যাটিসের আলোচনা দেখুন।

13. (9.5.2) অনুচ্ছেদের 6 ও 7 নং ল্যাটিসের আলোচনা দেখুন।

14. (9.5.2) অনুচ্ছেদের 4 ও 5 নং ল্যাটিসের আলোচনা দেখুন।

15. (9.5.2) অনুচ্ছেদের 1 ও 2 নং ল্যাটিসের আলোচনা দেখুন।

16. (9.6.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।

17. (9.6.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।

18. (9.6.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।

19. (9.6.5) অনুচ্ছেদ দেখুন (উত্তর $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$)।

20. (9.6.6.) অনুচ্ছেদ থেকে $1 : \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$ নির্ণয় করুন।

21. (9.6.7) অনুচ্ছেদ দ্বারা দেখান যে এই অনুপাত $1 : \frac{\sqrt{2}}{2} : \sqrt{3}$ ।

22. (9.7.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।

23. (9.7.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।

24. ঐ

25. (9.7.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।
26. (9.7.4) অনুচ্ছেদ দেখুন।
27. ঐ
28. (9.7.5) অনুচ্ছেদ দেখুন।
29. (9.34) সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করুন।
30. (9.35) সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করুন।
31. (9.36) সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করুন।
32. (9.37) সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করুন।
33. (9.37) সমীকরণে প্রদত্ত রাশিগুলির মান বসালে পাওয়া যায় $a = 2.0\text{\AA}$
34. (9.8.1) অনুচ্ছেদ দেখুন।
35. (9.8.2) অনুচ্ছেদ দেখুন।
36. (9.8.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।
37. (9.9.1) ও (9.9.2) অনুচ্ছেদ দুটি দেখুন।
38. (9.9.3) অনুচ্ছেদ দেখুন।
39. (9.9.4) অনুচ্ছেদ দেখুন।
40. (9.9.5) অনুচ্ছেদ দেখুন।
41. (9.9.6) অনুচ্ছেদ দেখুন।
42. (9.9.7) অনুচ্ছেদ দেখুন।
43. (9.9.8) অনুচ্ছেদ দেখুন।
44. (9.9.5) অনুচ্ছেদ দেখুন।
45. (9.8.6) অনুচ্ছেদ দেখুন ; $\lambda = 0.513\text{\AA}$

একক 10 □ কেলাসিত পদার্থের বন্ধন

গঠন

- 10.1 প্রস্তাবনা ও উদ্দেশ্য
- 10.2 ডুমিকা
- 10.3 কেলাসিত পদার্থের আন্তর্পারমাণবিক বল ও শক্তির সাধারণ ধর্ম
- 10.4 আয়নীয় বন্ধন
- 10.5 সমযোজী বন্ধন
- 10.6 ধাতব বন্ধন
- 10.7 ড্যান ডার ওয়াল্‌স বন্ধন
- 10.8 হাইড্রোজেন বন্ধন
- 10.9 মিশ্র বন্ধন
- 10.10 আয়নীয় কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয়
- 10.11 সমযোজী কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয়
- 10.12 ধাতব কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয়
- 10.13 ড্যান ডার ওয়াল্‌স কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয়
- 10.14 সমাধানকৃত উদাহরণ
- 10.15 সারাংশ
- 10.16 প্রশ্নাবলি
- 10.17 প্রশ্নাবলির উত্তরের ইঙ্গিত

10.1 প্রস্তাবনা ও উদ্দেশ্য

কোনো কেলাসিত পদার্থের মধ্যে পরমাণুগুলি কীভাবে একত্রে সাম্যাবস্থায় থাকে এবং নির্দিষ্ট সজ্জা লাভ করে, এই এককে তা আলোচনা করা হবে। এই এককটি পাঠ করলে আপনি যে বিষয়গুলি বুঝতে পারবেন এবং ব্যাখ্যা করতে পারবেন, সেগুলি হল —

- কেলাসিত পদার্থের আন্তর্পারমাণবিক বল ও শক্তির সাধারণ ধর্ম কীরূপ?
- পদার্থের অণু ও পরমাণুগুলি কী কী বন্ধন দ্বারা নিজেরা আবদ্ধ হয় এবং তার ফলে পদার্থের কী কী প্রকারভেদ হয়?
- কেলাসিত পদার্থের অণু ও পরমাণুগুলির মধ্যে বন্ধন শক্তি সরলতরভাবে ক্ষেত্রগুলিতে কীভাবে গাণিতিকভাবে নির্ণয় করা যায়?

10.2 ভূমিকা (Introduction)

পূর্ব এককে কেলাসিত পদার্থের গঠন সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। কেলাসগুলি সাধারণত স্থায়ী বা সুস্থিত। অর্থাৎ যে পরমাণুগুলি দ্বারা একটি কেলাস গঠিত হয়, সেই পরমাণুগুলি কেলাস থেকে আপনাপনি বেরিয়ে আসতে পারে না। সুতরাং বোঝা যায় যে প্রত্যেক পরমাণু কেলাসের মধ্যে কোনো একটি আকর্ষণ বল দ্বারা বাঁধা থাকে। কিন্তু কেবল একটি আকর্ষণ বল দ্বারা কোনো পরমাণু কেলাসের মধ্যে সুস্থিত অবস্থা লাভ করতে পারে না। কারণ, পরমাণুগুলির মধ্যে কেবল আকর্ষণ বল থাকলে একটি পরমাণু অপর পরমাণুর সঙ্গে সম্পূর্ণ মিশে যেতো এবং সেক্ষেত্রে কোনো নির্দিষ্ট কেলাসিত গঠন সম্ভব হতো না। সুতরাং বোঝা যায় যে কেলাসের মধ্যে কোনো পরমাণুর উপর আকর্ষণ বল একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে সমপরিমাণ বিকর্ষণ বল দ্বারা প্রশমিত হয় এবং এজন্যই কেলাসের মধ্যে প্রত্যেক পরমাণু একটি সুস্থিত অবস্থা লাভ করতে পারে। কেলাসের দুটি পরমাণুর মধ্যে বিকর্ষণ বল আছে, এর প্রমাণ হল যে-কোনো কেলাসকে সংনমিত করতে হলে এর উপর একটি উচ্চ চাপ প্রয়োগ করতে হয়। যে বলগুলির দ্বারা কেলাসের প্রত্যেক পরমাণু কেলাসের মধ্যে সুস্থিত অবস্থা লাভ করে, সেগুলিকে কেলাসের সংসক্ত বা আসঙ্কক বা বন্ধন বল (Cohesive or Binding force) বলে। এই এককে কেলাসের বিভিন্ন বন্ধন বল, বন্ধন শক্তি এবং এদের বিভিন্নতা অনুযায়ী কেলাসের প্রকারভেদ সম্বন্ধে আলোচনা করা হল।

10.3 কেলাসিত পদার্থের আন্তর্পারমাণবিক বল ও শক্তির সাধারণ ধর্ম (General nature of interatomic forces and energy of a crystalline substance)

সুস্থিত রাসায়নিক সংযুক্তিতে সক্ষম দুটি পরমাণু যখন পরস্পর থেকে অসীম দূরত্বে থাকে, তখন এদের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে না এবং এরূপ অবস্থায় এদের স্থিতিশক্তি শূন্য (0) ধরা যায়। কিন্তু পরমাণুদুটি যখন ক্রমশ পরস্পরের কাছে এগিয়ে আসে, তখন তাদের মধ্যে একটি আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে এবং পরমাণুদুটি একটি স্থিতিশক্তি লাভ করে। এই স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক। কারণ, এক্ষেত্রে বলের অভিমুখে পরমাণুদুটির সরণ ঘটে। তা ছাড়া এই স্থিতিশক্তি দূরত্বের উপরও নির্ভরশীল। কারণ, তা নাহলে অসীম দূরত্বে এই স্থিতিশক্তির মান শূন্য ধরা যায় না। কাজেই, এই স্থিতিশক্তির সাধারণ সংকেত হল

$$U_{\text{আকর্ষণ}} = -\frac{A}{r^m} \quad \dots \dots (10.1)$$

যেখানে r = পরমাণুদুটির মধ্যে দূরত্ব, m = দূরত্বের কোনো একটি ঘাত এবং A = আকর্ষণ ধ্রুবক।

অনুরূপে পরমাণুদুটি যখন পরস্পরের অত্যন্ত নিকটবর্তী হয়, তখন এদের মধ্যে একটি বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে এবং তার ফলে পরমাণুদুটি ধনাত্মক স্থিতিশক্তি লাভ করে। সাধারণভাবে এই স্থিতিশক্তির সংকেত হল

$$U_{\text{বিকর্ষণ}} = \frac{B}{r^n} \quad \dots \dots (10.2)$$

যেখানে n = দূরত্বের কোনো একটি ঘাত এবং B = বিকর্ষণ ধ্রুবক। সুতরাং পরমাণু দুটির মোট স্থিতিশক্তির সম্বন্ধে হল

$$U = -\frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n} \quad \dots \dots (10.3)$$

যদি r দূরত্বে পরমাণুদুটির মধ্যে ক্রিয়াশীল বল F হয়, তবে

$$F = -\frac{\partial U}{\partial r} \quad \dots \dots (10.4)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n} \right)$$

$$= -\frac{mA}{r^{m+1}} + \frac{nB}{r^{n+1}} \quad \dots \dots (10.5)$$

পরমাণুদুটির সুস্থিত অবস্থায় $F = 0$ । যদি এই অবস্থায় পরমাণুদুটির মধ্যে দূরত্ব r_0 হয়, তবে (10.5) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়

$$-\frac{mA}{r_0^{m+1}} + \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{mA}{r_0^{m+1}} = \frac{nB}{r_0^{n+1}}$$

$$\text{বা } r_0^{n-m} = \left(\frac{B}{A} \right) \left(\frac{n}{m} \right) \quad \dots \dots (10.6)$$

পরমাণুদুটির সুস্থিত অবস্থায় (10.3) সমীকরণ অনুযায়ী এদের মোট স্থিতিশক্তি হবে

$$\begin{aligned} U_0 &= -\frac{A}{r_0^m} + \frac{B}{r_0^n} \\ &= -\left(\frac{A}{r_0^m} \right) \left(1 - \frac{m}{n} \right) \quad \dots \dots (10.7) \end{aligned}$$

যেহেতু $m \neq n$, সুতরাং (10.7) সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে পরমাণুদুটির সুস্থিত অবস্থায় যদিও এদের আকর্ষণ বল বিকর্ষণ বলের সমান, তবুও এদের মোট স্থিতিশক্তি শূন্য নয়।

এখন পরমাণু দুটি r_0 দূরত্বে সুস্থিত অবস্থায় থাকতে হলে এদের মোট স্থিতিশক্তি ন্যূনতম হওয়া আবশ্যিক। অর্থাৎ এক্ষেত্রে

$$\left. \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right|_{r=r_0} > 0 \quad \dots \dots (10.8)$$

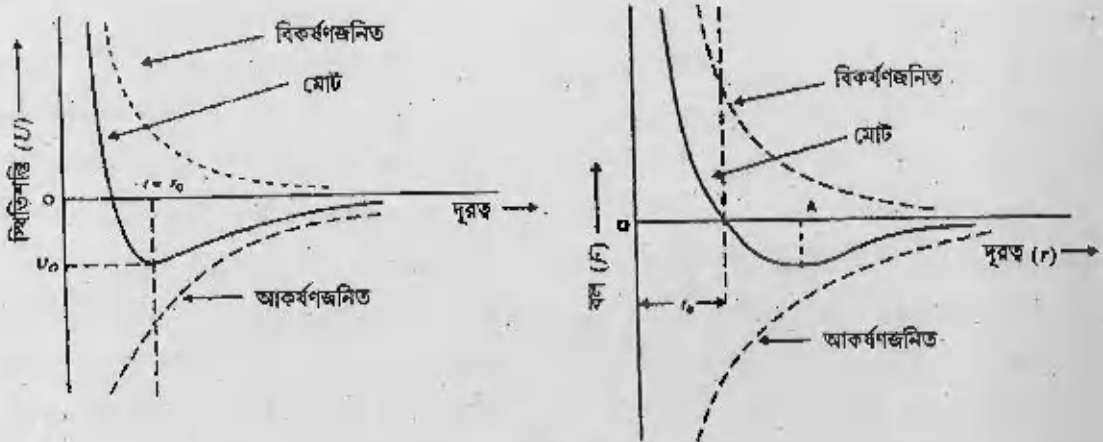
$$\text{বা, } -\frac{m(m+1)A}{r_0^{m+2}} + \frac{n(n+1)B}{r_0^{n+2}} > 0 \quad [(10.5) \text{ নং সমীকরণে পুনরায় অবকলন দ্বারা}]$$

$$\text{বা, } \left(\frac{B}{A} \right) \frac{n(n+1)}{m(m+1)} > r_0^{n-m}$$

$$\text{বা, } \frac{n+1}{m+1} > 1$$

$$\text{বা, } n > m \quad \dots \dots (10.9)$$

(10.9) শর্ত থেকে দেখা যাচ্ছে যে বিকর্ষণ বলের পাল্লা (range) আকর্ষণ বলের পাল্লার চেয়ে কম। দুটি পরমাণুর মধ্যে আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল এবং স্থিতিশক্তি দূরত্বের উপর কীরূপ নির্ভরশীল, তা (10.1) চিত্রে দেখানো হল।



চিত্র 10.1: একটি অণুর দুটি পরমাণুর মধ্যে দূরত্বের উপর (a) স্থিতিশক্তির ও (b) আন্তর্পারমাণবিক বলের নির্ভরশীলতা

(10.9) শর্ত অনুযায়ী $n > m$ হওয়ায় (10.7) সমীকরণে U_0 -র মান ঋণাত্মক। অর্থাৎ দুটি পরমাণু সুস্থিত অবস্থায় r_0 দূরত্বে থাকলে এদের মোট স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক হয়। এই ঋণাত্মক শক্তিকে পরমাণুদুটির বন্ধন শক্তি (Binding energy) বা সংসক্ত বা আসঞ্জনক শক্তি (Cohesive energy) বলে। সুস্থিতভাবে যুক্ত দুটি পরমাণুর উপর বাইরে থেকে এই U_0 -র সমান শক্তি প্রয়োগ করা হলে পরমাণুদুটি পরস্পর থেকে বন্ধনমুক্ত বা বিচ্ছিন্ন হয়। এজন্য আসঞ্জনক শক্তিকে পরমাণুদুটির বিচ্ছিন্নকরণ শক্তিও (Dissociation

energy) বলা হয়। সুতরাং সংজ্ঞা হিসাবে বলা যায় যে একটি দ্বিপরিমাণুক অণুর একটি পরমাণুকে অপর পরমাণুটি থেকে অসীম দূরত্বে নিয়ে যেতে যে পরিমাণ শক্তির প্রয়োজন হয়, তাকেই ওই অণুর পরমাণুদুটির আন্তর্জক শক্তি বা বিচ্ছিন্নকরণ শক্তি বলে। বিপরীতভাবে বলা যায় যে দুটি সম্পূর্ণ মুক্ত পরমাণুকে অসীম দূরত্বে থেকে পরস্পরের কাছে r_0 সুস্থিত দূরত্বে আনতে যে পরিমাণ শক্তি নির্গত হয়, তাই ওই পরমাণুদুটির আন্তর্জক শক্তি।

একটি কেলাসের মধ্যে প্রত্যেক পরমাণু বা আয়ন বহুসংখ্যক পরমাণু বা আয়ন দ্বারা পরিবেষ্টিত হয়ে থাকে। একটি কেলাস থেকে একটি পরমাণু বা আয়নকে সম্পূর্ণ মুক্ত করে অসীম দূরত্বে নিয়ে যেতে যে পরিমাণ শক্তির প্রয়োজন হয়, তাকেই কেলাসের ওই পরমাণুর বিচ্ছিন্নকরণ শক্তি বলে। কেলাসের প্রত্যেক পরমাণু বা আয়নের এই বিচ্ছিন্নকরণ শক্তির যোগফলই হল কেলাসের মোট বিচ্ছিন্নকরণ শক্তির মান।

দুটি পরমাণুর মধ্যে স্থিতিশক্তি দূরত্বের ঘাত সূত্র দ্বারা সঠিকভাবে প্রকাশ করা যায় না। অর্থাৎ (10.3) সমীকরণ দ্বারা দুটি পরমাণুর স্থিতিশক্তি কেবল গুণগতভাবে বোঝানো যায়, পরিমাণগতভাবে নয়। এর কারণ একটি কেলাস গঠনে পরমাণুগুলি বিভিন্নভাবে সংযুক্ত হতে পারে। প্রত্যেক পরমাণুর কেন্দ্রে একটি ধনাত্মক নিউক্লিয়াস থাকে এবং এই ধনাত্মক নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে বিভিন্ন কক্ষ (orbit) বিভিন্ন সংখ্যক ইলেকট্রন আবর্তন করে। প্রত্যেক পরমাণুর নিউক্লিয়াসের ধনাত্মক আধান কক্ষস্থিত ইলেকট্রনগুলির মোট ঋণাত্মক আধান দ্বারা প্রশমিত হয়। এজন্য দুটি পরমাণু যখন পরস্পর থেকে দূরে অবস্থান করে, তখন তাদের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে না। কিন্তু দুটি পরমাণু যখন পরস্পরের এরূপ নিকটবর্তী হয় যে একটির ইলেকট্রন কক্ষ অপরটির ইলেকট্রন কক্ষকে স্পর্শ করে, তখন পরমাণুদুটির ইলেকট্রন বিন্যাসের নানারূপ পরিবর্তন ঘটতে পারে এবং তার ফলে কুলম্বীয় আকর্ষণ বলের বিভিন্ন প্রকার বন্ধন উৎপন্ন হয়। এই বন্ধনগুলি হল—(1) আয়নীয় বন্ধন, (2) সমযোজী বন্ধন, (3) ধাতব বন্ধন, (4) ভ্যান-ডার ওয়ালস্ বন্ধন, (5) হাইড্রোজেন বন্ধন ও (6) মিশ্র বন্ধন। এখানে উল্লেখযোগ্য যে পরমাণুগুলির ভর থাকলেও এই ভর এত কম যে এদের মধ্যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল শূন্য ধরা যায়। অর্থাৎ মহাকর্ষীয় বল দ্বারা কোনো বন্ধন উৎপন্ন হয় না। অনুরূপে নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে ঋণাত্মক আধানযুক্ত ইলেকট্রনগুলির আবর্তনের ফলে প্রত্যেক পরমাণুই এক-একটি বিমেরু চুম্বক হিসাবে ক্রিয়া করে। কিন্তু এই চুম্বকের চৌম্বকভ্রামকের মান অত্যন্ত কম। সুতরাং দুটি পরমাণুর মধ্যে এদের চৌম্বকক্ষেত্রের ক্রিয়াও সাধারণতঃ উপেক্ষণীয়।

10.4 আয়নীয় বন্ধন (Ionic Bond)

কোনো পরমাণুর একটি কক্ষে কতগুলি ইলেকট্রন থাকতে পারে, তা পাউলির বর্জন নীতি (Pauli's exclusion principle) দ্বারা নির্ধারিত হয়। এই হিসাবে হিলিয়াম, নিয়ন, আর্গন, ক্রিপটন প্রভৃতি নিষ্ক্রিয় গ্যাসগুলির পরমাণুর প্রত্যেক কক্ষই ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ থাকে। অর্থাৎ কোনো নিষ্ক্রিয় গ্যাসের পরমাণুর

কোনো কক্ষে যতগুলি ইলেকট্রন থাকে, পাউলির বর্জন নীতি অনুযায়ী তার চেয়ে বেশি ইলেকট্রন ওই কক্ষে থাকতে পারে না। এজন্য নিষ্ক্রিয় গ্যাসের পরমাণু সাধারণভাবে অন্য কোনো পরমাণুর সঙ্গে যুক্ত হতে পারে না এবং এগুলি অনেক কম উত্ততা পর্যন্ত গ্যাসীয় অবস্থাতেই থাকে।

নিষ্ক্রিয় গ্যাসগুলির মধ্যে হিলিয়াম পরমাণুতে নিউক্লিয়াসের বাইরে একটিমাত্র ইলেকট্রন কক্ষ (K-কক্ষ) আছে এবং এই কক্ষ দুটি ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ ($1s^2$) থাকে। অপরপক্ষে নিয়ন, আর্গন, ক্রিপটন প্রভৃতি নিষ্ক্রিয় গ্যাসগুলির পরমাণুতে নিউক্লিয়াস বহিস্থ একাধিক ইলেকট্রন কক্ষ আছে, এবং এদের সর্ববহিস্থ কক্ষে সর্বদাই ৪টি ইলেকট্রন (s^2p^6) থাকে। নিষ্ক্রিয় গ্যাসগুলি ছাড়া অন্যান্য মৌলগুলির পরমাণুর সর্ববহিস্থ কক্ষে ইলেকট্রনের সংখ্যা সাধারণত ৪-এর চেয়ে কম থাকে এবং এজন্য এগুলি পাউলির বর্জন নীতি অনুযায়ী এক বা একাধিক ইলেকট্রন গ্রহণ বা বর্জন করে এদের নিকটতম নিষ্ক্রিয় গ্যাসের পরমাণুর ইলেকট্রন বিন্যাস লাভের চেষ্টা করে। যেমন, একটি সোডিয়াম পরমাণুর (Na) মোট 11 টি ইলেকট্রনের মধ্যে 2টি ইলেকট্রন K-কক্ষে ($1s^2$), ৪টি ইলেকট্রন L-কক্ষে ($2s^22p^6$) এবং বাকি 1টি ইলেকট্রন সর্ববহিস্থ M-কক্ষে ($3s^1$) থাকে। অপরপক্ষে একটি ক্লোরিন পরমাণুর (Cl) মোট 17টি ইলেকট্রনের মধ্যে 2টি ইলেকট্রন K-কক্ষে ($1s^2$), ৪টি ইলেকট্রন L-কক্ষে ($2s^22p^6$) এবং বাকি 7টি ইলেকট্রন সর্ববহিস্থ M-কক্ষে ($3s^23p^5$) থাকে। সুতরাং সোডিয়াম ও ক্লোরিন যখন রাসায়নিকভাবে যুক্ত হয়, তখন সোডিয়াম পরমাণু-এর সর্ববহিস্থ কক্ষের একটিমাত্র ইলেকট্রন ($3s^1$) স্থায়ীভাবে বর্জন করে নিয়ন পরমাণুর স্থিতিত ইলেকট্রন বিন্যাস ($1s^22s^22p^6$) লাভ করে এবং ক্লোরিন পরমাণু এর সর্ববহিস্থ কক্ষে ওই বর্জিত ইলেকট্রনটি স্থায়ীভাবে গ্রহণ করে আর্গন পরমাণুর স্থিতিত ইলেকট্রনবিন্যাস ($1s^22s^22p^63s^23p^6$) লাভ করে। কিন্তু সোডিয়াম পরমাণু একটি ইলেকট্রন বর্জনের ফলে Na^+ ধনাত্মক আয়নে বা ক্যাটায়নে (Cation) পরিবর্তিত হয় এবং ক্লোরিন পরমাণু ওই ইলেকট্রন গ্রহণের ফলে Cl^- ঋণাত্মক আয়নে বা আনায়নে (Anion) পরিবর্তিত হয়। এরফলে Na^+ আয়ন ও Cl^- আয়নের মধ্যে কুলম্বীয় আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে এবং বিপরীত ধর্মীয় এরূপ দুটি আয়নের আকর্ষণের দ্বারাই একটি সোডিয়াম ক্লোরাইড অণু এবং বহুসংখ্যক এরূপ অণুর দ্বারা একটি সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাস গঠিত হয়। অণু বা কেলাস গঠনে বিপরীত ধর্মীয় আয়নের এই আকর্ষণকে আয়নীয় বন্ধন বা তড়িৎযোজী বন্ধন বলে এবং আয়নীয় বন্ধনযুক্ত অণু ও কেলাসকে যথাক্রমে আয়নীয় অণু ও কেলাস (ionic molecule and crystal) বলে।

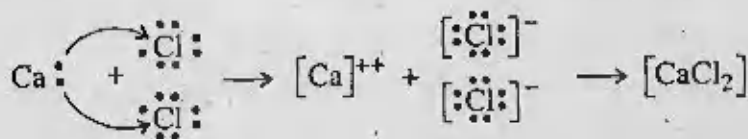
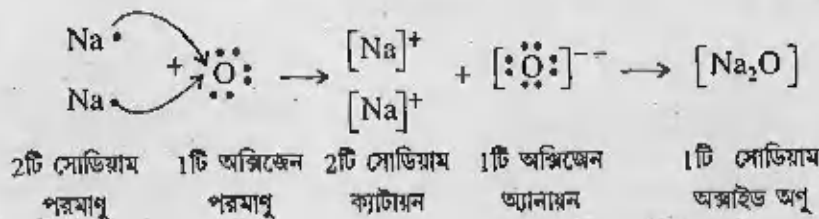
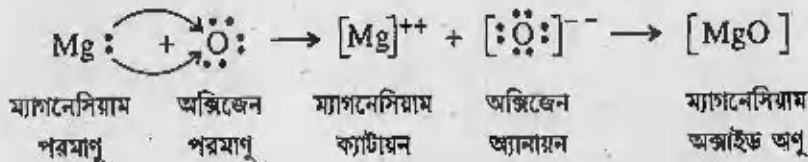
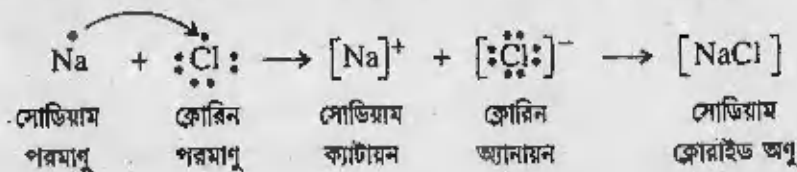
একটি নিস্তড়িৎ সোডিয়াম পরমাণুর সর্ববহিস্থ কক্ষ থেকে একটি ইলেকট্রন একটি ক্লোরিন পরমাণুর সর্ববহিস্থ কক্ষে স্থায়ীভাবে স্থানান্তরের দ্বারা কীভাবে একটি $NaCl$ অণু গঠিত হয়, তা এই পরমাণুগুলির কক্ষ চিত্র অঙ্কনের দ্বারা দেখানো হল (চিত্র 10.2)।

দুটি পরমাণুর মধ্যে তড়িৎযোজী বন্ধন পরমাণুদুটির কেবল সর্ববহিস্থ কক্ষের ইলেকট্রনের স্থানান্তর দ্বারা ঘটে। এজন্য পরমাণুর সর্ববহিস্থ কক্ষের ইলেকট্রনগুলিকে যোজক ইলেকট্রন (valence electron) এবং সর্ববহিস্থ কক্ষকে যোজক ইলেকট্রন কক্ষিক (valence electron orbital) বলে। পরমাণুর কেবল

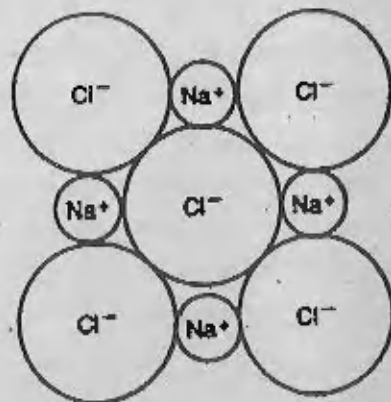


চিত্র 10.2: NaCl অণু গঠন

যোজক ইলেকট্রনগুলিকে ডট (dot) বা ফুটকি চিহ্নের দ্বারা অঙ্কন করে তড়িৎযোজী অণুর গঠন সহজে দেখানো যায়। নীচে NaCl অণুসহ আরও কয়েকটি তড়িৎযোজী অণুর গঠন এভাবে দেখানো হল।



সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসে সোডিয়াম আয়ন ও ক্লোরিন আয়নের মধ্যে বন্ধন বল খুবই তীব্র। এজন্য এই আয়নগুলি তলকেন্দ্রিক ঘন সংবন্ধ কেলাস গঠন করে। সোডিয়াম আয়নের ব্যাসার্ধ ক্লোরিন আয়নের ব্যাসার্ধের চেয়ে কম। কেলাসের মধ্যে প্রত্যেক সোডিয়াম আয়ন 6টি ক্লোরিন আয়ন দ্বারা পরিবেষ্টিত থাকে। কেলাসের আধান নিরপেক্ষতা রক্ষার জন্য অনুরূপে প্রত্যেক ক্লোরিন আয়নও আবার 6টি সোডিয়াম আয়ন দ্বারা পরিবেষ্টিত থাকে। অর্থাৎ সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের প্রত্যেক আয়নের সমন্বয় সংখ্যা (co-ordination number) হল 6। সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের মধ্যে যেহেতু NaCl অণুগুলি পৃথক পৃথকভাবে থাকে না, সেজন্য এই কেলাসকে অসংখ্য Na⁺ ও Cl⁻ আয়ন দ্বারা গঠিত একটি বিরাট অণু বলা হয়। একমাত্র বাষ্পীভূত অবস্থায় NaCl-এর পৃথক পৃথক অণু পাওয়া যায়। NaCl কেলাসের প্রত্যেক অণুর বন্ধন শক্তি হল



চিত্র 10.3 : NaCl-কেলাসের কোনো সম্মুখ তলে Na⁺ ও Cl⁻ আয়নের বিন্যাস

প্রায় 7.8 eV, যা তুলনামূলকভাবে যথেষ্ট বেশী। এই কেলাসের গঠন আপনারা পূর্বেই পাঠ করেছেন। এটি একটি ঘনক। এই ঘনকের যে-কোনো একটি তলের দিকে তাকালে ওই তলে Na^+ ও Cl^- আয়নগুলির যেরূপ বিন্যাস দেখা যাবে, তা (10.3) নং চিত্রে দেখানো হল। আয়নীয় কেলাসের আরও কয়েকটি উদাহরণ হল KCl , LiF , CsCl , Na_2O , Al_2O_3 প্রভৃতি।

আয়নীয় কেলাসের বন্ধনশক্তি বেশী হওয়ায় এই কেলাসগুলির গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক সাধারণভাবে খুব বেশী হয়। ধ্রুবীয় দ্রাবকে (polar solvent) এর কেলাসগুলি দ্রবীভূত হয়। সাধারণ উষ্ণতায় এই কেলাসগুলি তাপ ও তড়িৎের কুপরিবাহী। কিন্তু দ্রবীভূত বা গলিত অবস্থায় আয়নগুলি মুক্ত ও চলনক্ষম হওয়ায় তাপ ও তড়িৎ পরিবহন করতে পারে। সাধারণ আলোকের সাপেক্ষে এই কেলাসগুলি স্বচ্ছ। কিন্তু অবলোহিত আলোক বিভিন্ন কেলাসের মধ্য দিয়ে পাঠালে এক-একটি কেলাসে এক-একটি বিশেষ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোক শোষিত হয়। সুতরাং অবলোহিত আলোকের সাহায্যে বিভিন্ন আয়নীয় কেলাস সনাক্ত করা যেতে পারে।

10.5 সমযোজী বন্ধন (Covalent Bond)

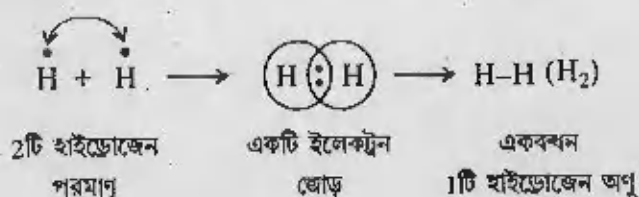
যদি পাশাপাশি দুটি পরমাণুর প্রত্যেকটির সর্ববহিস্থ কক্ষকে সম্পূর্ণ কক্ষের চেয়ে সমসংখ্যক ইলেকট্রনের ঘাটতি (deficiency) থাকে, তবে ওই ঘাটতি পূরণের জন্য উভয় পরমাণু থেকে সমসংখ্যক ইলেকট্রন দ্বারা সমসংখ্যক ইলেকট্রন জোড় গঠিত হয় এবং এই ইলেকট্রন জোড়গুলি উভয় পরমাণুর সর্ববহিস্থ কক্ষকে সমভাবে পর্যায়ক্রমে আবর্তন করে। অর্থাৎ সমসংখ্যক ইলেকট্রন জোড় উভয় পরমাণুই পর্যায়ক্রমে সমভাবে ব্যবহার করে। এতে উভয় পরমাণুরই সর্ববহিস্থ কক্ষ পর্যায়ক্রমে সম্পূর্ণ হয় এবং পরমাণু দুটি একটি সুস্থিত বন্ধনে আবদ্ধ হয়। দুটি পরমাণুর এরূপ বন্ধনকে সমযোজী বন্ধন বলে। সমযোজী বন্ধনে একটি পরমাণু থেকে অন্য পরমাণুতে স্থায়ীভাবে ইলেকট্রনের স্থানান্তর ঘটে না। উভয় পরমাণুর মধ্যে একই সংখ্যক ইলেকট্রন জোড়ের বারবার বিনিময় ঘটে। এর ফলে উভয় পরমাণুই পর্যায়ক্রমে একবার ধনাত্মক ও একবার ঋণাত্মক আধানযুক্ত হয় এবং উভয়ের মধ্যে একটি পর্যাবৃত্ত পরিবর্তনশীল কুলম্বীয় আকর্ষণ বলের উৎপত্তি হয়। এই পরিবর্তনশীল বলের গড় মান শূন্য, কিন্তু তাৎক্ষণিক মান শূন্য নয় এবং এর দ্বারাই পরমাণুদুটির সমযোজী বন্ধন উৎপন্ন হয়।

হাইড্রোজেন, নাইট্রোজেন, অক্সিজেন, ফ্লোরিন প্রভৃতি গ্যাসীয় মৌলগুলি দ্বিপরমাণুক অণু গঠন করে। এই অণুগুলি সমযোজী বন্ধন দ্বারা গঠিত হয়। যেমন, হাইড্রোজেন পরমাণুর একমাত্র কক্ষে একটিমাত্র ইলেকট্রন ($1s^1$) আবর্তন করে। কিন্তু হাইড্রোজেন পরমাণুর এই কক্ষে 2টি ইলেকট্রন থাকলে তা সম্পূর্ণ হয় এবং হিলিয়াম পরমাণুর সুস্থিত ইলেকট্রন বিন্যাস ($1s^2$) লাভ করে। সুতরাং দুটি হাইড্রোজেন পরমাণু একসঙ্গে মিলিত হলে এদের দুটি কক্ষে ইলেকট্রন একসঙ্গে একটি ইলেকট্রন জোড় গঠন করে যা উভয় পরমাণু দ্বারাই পর্যায়ক্রমে সমভাবে ব্যবহৃত হয় এবং এভাবে উভয় পরমাণুই পর্যায়ক্রমে হিলিয়াম পরমাণুর সম্পূর্ণ কক্ষ বিন্যাসলাভ করে।

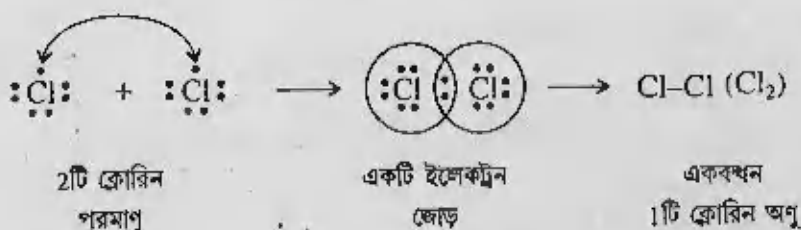
অনুরূপে, অক্সিজেন পরমাণুর সর্ববহিস্থ L-কক্ষে 6টি ইলেকট্রন ($2s^2 2p^4$) আছে। কিন্তু এই কক্ষে 8টি ইলেকট্রন থাকলে কক্ষটি সম্পূর্ণ হয় এবং নিয়ন পরমাণুর সর্ববহিস্থ L-কক্ষের সুস্থিত ইলেকট্রনবিন্যাস ($2s^2 2p^6$) লাভ করে। সুতরাং দুটি অক্সিজেন পরমাণু পরস্পর মিলিত হলে উভয় পরমাণুর L-কক্ষের 2টি করে ইলেকট্রন একসঙ্গে 2টি ইলেকট্রন জোড় গঠন করে এবং উভয় পরমাণুর L-কক্ষে পর্যায়ক্রমে স্থান

হাইড্রোজেন অণুর ক্ষেত্রে একটিমাত্র ইলেকট্রন জোড় গঠিত হয়। এজন্য এই অণুর বন্ধনকে এক সমযোজী বন্ধন বা সংক্ষেপে একবন্ধন (single bond) বলে। অক্সিজেন ও নাইট্রোজেন অণুতে যথাক্রমে দুটি ও তিনটি ইলেকট্রন জোড় দ্বারা এদের সমযোজী বন্ধন গঠিত হয়। সেজন্য অক্সিজেন অণুর বন্ধনকে দ্বিসমযোজী বন্ধন বা দ্বিবন্ধন (double bond) এবং নাইট্রোজেন অণুর বন্ধনকে ত্রিসমযোজী বন্ধন বা ত্রিবন্ধন (triple bond) বলে।

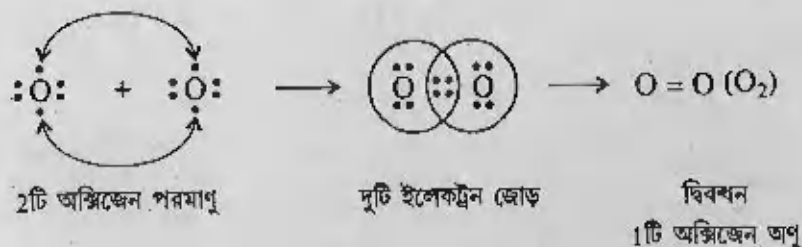
পরমাণুর সর্ববহিষ্ঠ কক্ষের প্রত্যেক ইলেকট্রনকে একটি ডট (dot) বা ফুটকি দ্বারা নির্দেশ করলে কয়েকটি সমযোজী বন্ধনযুক্ত অণুর গঠন কীরূপ হয়, তা নীচে দেখানো হল।



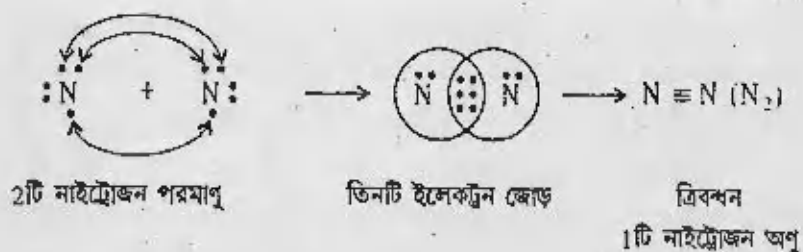
(i) একবন্ধনযুক্ত হাইড্রোজেন অণু



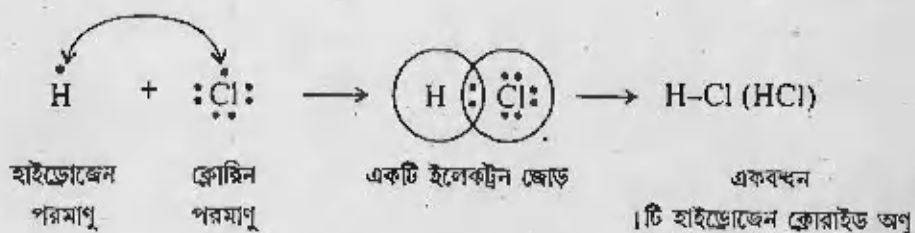
(ii) একবন্ধনযুক্ত ক্রোরিন অণু



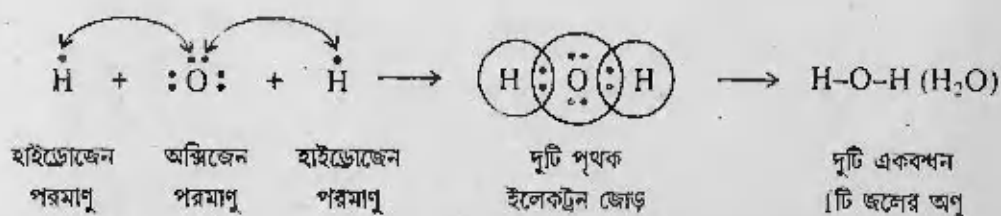
(iii) দ্বিবন্ধনযুক্ত অক্সিজেন অণু



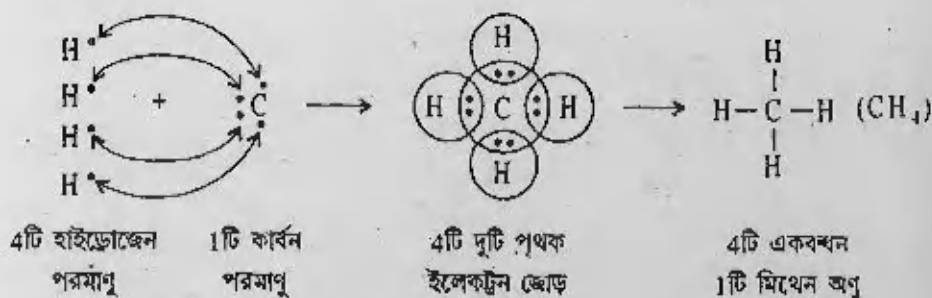
(iv) ত্রিবন্ধনযুক্ত নাইট্রোজেন অণু



(v) ক্লোরিনের একটি একবন্ধনযুক্ত হাইড্রোজেন ক্লোরাইড অণু



(vi) অক্সিজেনের দুটি একবন্ধনযুক্ত জলের অণু



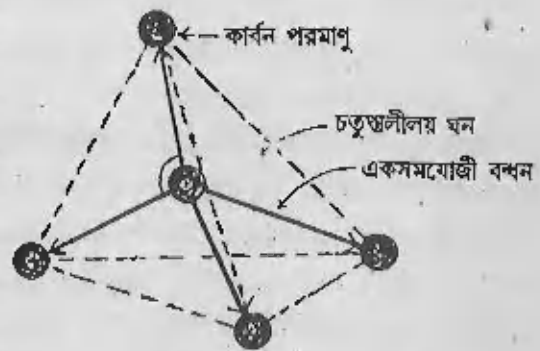
(vii) কার্বনের চারটি একবন্ধনযুক্ত মিথেন অণু

আয়নীয় বন্ধনে পরমাণুগুলি নিষ্ক্রিয় গ্যাসের পরমাণুগুলির ইলেকট্রন বিন্যাস লাভ করে। এই বিন্যাস গোলাীয় প্রতিসাম্যবিশিষ্ট। অর্থাৎ এই বিন্যাসের কোনো দিক নির্ভরতা নেই। সেজন্য আয়নীয় বন্ধনও গোলাীয় প্রতিসাম্যবিশিষ্ট। কিন্তু দুটি পরমাণুর সমযোজী বন্ধনে সাধারণত একটি পরমাণুর p-ক্ষেত্র (orbital) ইলেকট্রন সংখ্যার যে ঘটিতি থাকে, তা এই স্তরের সমসংখ্যক অন্য ইলেকট্রনগুলি সহযোগী পরমাণুটির অনুরূপ ক্ষেত্রের সমসংখ্যক ইলেকট্রনের সঙ্গে জোড় বেঁধে পূরণ করে। কিন্তু পরমাণুর p-ক্ষেত্রের গোলাীয় প্রতিসাম্যতা নেই। অর্থাৎ এই ক্ষেত্রগুলি উপগোলকীয় এবং সেজন্য দিকনির্ভর। এজন্য সমযোজী বন্ধনও দিকনির্ভর হয়। কোনো পরমাণুর যোজক ক্ষেত্রে ইলেকট্রন সংখ্যার ঘটিতি নির্ণয়ের সূত্র হল $(8-N)$, সেখানে N হল পর্যায়-সারণিতে মৌলটির শ্রেণিসংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ ক্রোরিন পর্যায়-সারণির সপ্তম (VII) শ্রেণিতে অবস্থিত। সেজন্য ক্রোরিন পরমাণুর যোজক ক্ষেত্রে ইলেকট্রনের ঘটিতি $= 8-7 = 1$ । ক্রোরিনের যোজক ক্ষেত্রে ইলেকট্রনবিন্যাস হল $3s^2 3p^5$ । সুতরাং ক্রোরিন পরমাণুর 3p-ক্ষেত্রে একটি ইলেকট্রনের ঘটিতি আছে। এই ঘটিতি পূরণের জন্য ক্রোরিন পরমাণুর 3p স্তরে যে 5টি ইলেকট্রন আছে, সেগুলির মধ্যে একটি অপর একটি ক্রোরিন পরমাণুর অনুরূপ একটি ইলেকট্রনের সঙ্গে জোড়বন্ধ হয় এবং উভয় পরমাণুর 3p-ক্ষেত্রে এই জোড়টি একসঙ্গে পর্যায়ক্রমে বারবার স্থানান্তরিত হয়। এর ফলে উভয় পরমাণুরই 3p-ক্ষেত্রে পর্যায়ক্রমে সম্পৃক্ত ($3p^6$) হয়। অনুরূপে অক্সিজেন পরমাণু পর্যায়-সারণির ষষ্ঠ (VI) শ্রেণিতে থাকায় এর সর্ববহিস্থ L-ক্ষেত্রের ইলেকট্রনবিন্যাস $2s^2 2p^4$ । সুতরাং 2p যোজক স্তরে এই পরমাণুর $(8-6) = 2$ টি ইলেকট্রনের ঘটিতি আছে। কিন্তু যেহেতু এই পরমাণুর 2p স্তরে 4টি ইলেকট্রন আছে, সুতরাং এদের মধ্যে দুটি ইলেকট্রন অপর একটি অক্সিজেন পরমাণুর অনুরূপ 2টি ইলেকট্রনের সঙ্গে জোড় বেঁধে উভয় পরমাণুর 2p-ক্ষেত্রের ইলেকট্রন ঘটিতি পর্যায়ক্রমে পূরণ করে। নাইট্রোজেন পরমাণুর ত্রিসমযোজী বন্ধনও আমরা একই পদ্ধতিতে ব্যাখ্যা করতে পারি। কিন্তু কার্বনের সমযোজী বন্ধন এই একই পদ্ধতিতে ব্যাখ্যা করার ক্ষেত্রে একটি অসুবিধা দেখা যায়।

কার্বন পর্যায়-সারণির চতুর্থ (IV) শ্রেণির অন্তর্গত মৌল। এর সর্ববহিস্থ L-ক্ষেত্রে ইলেকট্রন বিন্যাস $2s^2 2p^2$ এবং এই যোজক-স্তরে ইলেকট্রন ঘটিতি $(8-4) = 4$ । কিন্তু এর 2p-ক্ষেত্রে মাত্র দুটি ইলেকট্রন থাকায়, সাধারণভাবে এই পরমাণু অপর কার্বন পরমাণুর সঙ্গে মিলিত হয়ে 2টির বেশি ইলেকট্রন জোড় গঠন করতে পারে না। কিন্তু এতৎসত্ত্বেও দেখা যায় যে, কার্বন পরমাণুগুলি নিজেদের মধ্যে সমযোজী বন্ধন দ্বারা কার্বনের একটি বহুরূপ ডায়মন্ড (diamond) বা হীরকের কঠিন কেলাস গঠন করে। এর ব্যাখ্যা হল এই যে কার্বনের 2s ও 2p-ক্ষেত্রদুটির ইলেকট্রনগুলির মধ্যে শক্তির প্রভেদ কম (প্রায় 4 eV)। সেজন্য সামান্য উদ্দীপ্ত (excited) হলেই কার্বন পরমাণুর 2s-ক্ষেত্রের একটি ইলেকট্রন-এর 2p-ক্ষেত্রে স্থানান্তরিত হয়। এর ফলে কার্বনের L-ক্ষেত্রের পরিবর্তিত ইলেকট্রন বিন্যাস হয় $2s^1 2p^3$ । এভাবে কার্বন পরমাণুর 2s-ক্ষেত্রে 1টি এবং 2p-ক্ষেত্রে 3টি (মোট 4টি) ইলেকট্রন ঘটিতি হয় এবং 2s ও 2p স্তরে বর্তমান মোট $(1+3) = 4$ টি ইলেকট্রন অপর 4টি কার্বন পরমাণুর প্রত্যেকটির অনুরূপ ক্ষেত্রের 1টি করে ইলেকট্রনের সঙ্গে জোড়বন্ধ হয়। এভাবে প্রত্যেক কার্বন পরমাণুর সঙ্গে 4টি কার্বন পরমাণু 4টি এক সমযোজী বন্ধনদ্বারা যুক্ত হয়। এই বন্ধনগুলির প্রত্যেকটির একটি নির্দিষ্ট দিক আছে, যার ফলে প্রত্যেক কার্বন পরমাণুকে ঘিরে অপর 4টি

পরমাণু একটি চতুস্তলীয় (tetrahedral) ঘনর 4টি শীর্ষবিন্দুতে অবস্থান করে (চিত্র 10.4)। কার্বনের এই 4টি একসমযোজী বন্ধনের যে-কোনো দুটির মধ্যে কোণ 109° ।

হীরক কেলাসে প্রত্যেক কার্বন পরমাণু অপর চারটি কার্বন পরমাণুর দ্বারা পরিবেষ্টিত থাকে। সেজন্য এই কেলাসে কার্বন পরমাণুগুলি শিথিল সংবন্ধ থাকে। অর্থাৎ এই কেলাস সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের মতো ঘন-সংবন্ধ নয় (লক্ষ্য করুন, সোডিয়াম ক্লোরাইড কেলাসের আয়নগুলির সমন্বয় সংখ্যা 6)। ফলে হীরকের সংবন্ধি অনুপাত মাত্র 0.34 (লক্ষ্য করুন, ঘন-সংবন্ধ কেলাসের ক্ষেত্রে এই অনুপাত 0.74)। কিন্তু সমযোজী বন্ধন খুবই শক্তিশালী হয়। অন্য হীরকের দুটি কার্বন পরমাণুর আসঞ্জন শক্তি 7.4 eV, যা সোডিয়াম



চিত্র 10.4: হীরক কেলাসে কার্বন পরমাণুর বন্ধন

ক্লোরাইড কেলাসের অণুগুলির আসঞ্জন শক্তির প্রায় সমান। এজন্য হীরক কেলাস খুবই শক্ত ও ভঙ্গুর। এই কেলাসের গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক খুবই উচ্চ। সাধারণ উন্নতায় এই কেলাস তাপ ও তড়িৎের কুপরিবাহী। অন্যান্য যেসব মৌল হীরকের মতো কেলাস গঠন করে সেগুলি হল সিলিকন (Si), জারমেনিয়াম (Ge), আলফা-টিন (α -Sn) প্রভৃতি। এদের মধ্যে সিলিকন ও জারমেনিয়াম কেলাসের আসঞ্জন শক্তি হীরকের তুলনায় কিছুটা কম। এজন্য এই দুটি কেলাস উচ্চতর উন্নতায় এবং বিশেষত কোনো কোনো অপদ্রব্যের উপস্থিতিতে তড়িৎের পরিবাহী ধর্ম লাভ করে। সেজন্য সিলিকন ও জারমেনিয়াম কেলাসকে অর্ধপরিবাহী (semiconductor) বলা হয়।

10.6 ধাতব বন্ধন (Metallic Bond)

সমযোজী বন্ধনে দুটি পরমাণুর ইলেকট্রন জোড়গুলি কেবল ওই পরমাণুদুটিরই যোজক কক্ষের মধ্যে আবদ্ধ থাকে। কিন্তু ধাতুগুলির ক্ষেত্রে দেখা যায় যে দুটি পরমাণুর যোজক ইলেকট্রনগুলি কেবল সেই পরমাণুদুটির যোজক কক্ষের মধ্যেই সীমাবদ্ধ না থেকে ধাতুমধ্যস্থ অন্য কোনো পরমাণুর যোজক কক্ষে গিয়েও সাময়িক বা আংশিক সমযোজী বন্ধন গঠন করতে পারে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে ইলেকট্রনের সমযোজী বন্ধনগুলি স্থানীয় (localized) না থেকে বৃহত্তর অঞ্চলভিত্তিক হয় এবং তার ফলে পরমাণুর যোজক কক্ষের ইলেকট্রনগুলি মুক্ত ইলেকট্রনের মতোই ধাতুর ভিতর একস্থান থেকে অন্যস্থানে ঘুরে বেড়ায়। ধাতুর মধ্যে এরূপ অসংখ্য মুক্ত ইলেকট্রনগুলিকে গতিশীল ইলেকট্রন গ্যাস বা মেঘ বলা হয় এবং এদের ঋণাত্মক কুলম্বীয় আকর্ষণ দ্বারা পরমাণুর অভ্যন্তরস্থ ধনাত্মক আয়নগুলি স্ব স্ব অবস্থানে প্রায় স্থির অবস্থায় থাকে। ধাতুর মধ্যে ইলেকট্রনের এরূপ বন্ধনকেই ধাতব বন্ধন (metallic bond) বলা হয়। ধাতব বন্ধনে কোনো ইলেকট্রন একটি পরমাণুর যোজক কক্ষ থেকে স্থায়ীভাবে অন্য পরমাণুর যোজক কক্ষে স্থানান্তরিত হয় না। এজন্য ধাতব বন্ধনকে আয়নীয় বন্ধন বলা যায় না। বরং ধাতব বন্ধনে মুক্ত ইলেকট্রন মেঘকে এমন একটি

সাধারণ ইলেকট্রন ভাগ্যের বলা যায়, যা থেকে পরমাণুগুলি এদের যোজক কক্ষ সম্পূর্ণ করার জন্য প্রয়োজনীয় সংখ্যক ইলেকট্রন সংগ্রহ করে সমযোজী বন্ধন গঠন করে। তা ছাড়া ধাতব বন্ধন একই মৌলের পরমাণুগুলির মধ্যে ঘটে। এজন্য ধাতব বন্ধনকে সমযোজী বন্ধনেরই একটি অস্থানিক (delocalized) বা সঞ্চারশীল (mobile) রূপ বলা যায়।

ধাতব বন্ধনে যোজক ইলেকট্রনগুলি এক পরমাণু থেকে অন্য পরমাণুতে সঞ্চারশীল থাকে। এজন্য এই বন্ধনের বিশেষ দিক নির্ভরতা নেই। ফলে অধিকাংশ ধাতুই ঘন-সংবন্ধ fcc বা hcp গঠনের কেলাস উৎপন্ন করে। সোনা, রূপা, তামা, দিসা প্রভৃতি এই শ্রেণির ধাতু। তবে সোডিয়াম, পটাশিয়াম প্রভৃতি হালকা ধাতুগুলি ব্যতিক্রম। এই ধাতুগুলি শিথিল সংবন্ধ এবং bcc গঠনের কেলাস উৎপন্ন করে।

ধাতব বন্ধন আয়নীয় ও সমযোজী বন্ধনের চেয়ে দুর্বল। এই বন্ধনের বন্ধন শক্তি সাধারণত ১ থেকে ৫ eV-এর মধ্যে থাকে। এজন্য ধাতুগুলির গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক আয়নীয় ও সমযোজী কেলাসগুলির তুলনায় অনেক কম। ধাতুগুলির প্রসার্যতা (ductility) ও বাতসহতা (malleability) ধর্ম আছে। এদের যোজক ইলেকট্রনগুলি মুক্ত অবস্থায় থাকায় সহজে তাপ ও বিদ্যুৎ পরিবহন করে। এজন্য এই ইলেকট্রনগুলিকে পরিবহন ইলেকট্রন (conduction electron) বলে। ধাতুগুলি মসৃণ, চকচকে এবং বিশেষ বিশেষ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোকের শোষণ বা প্রতিফলন ঘটায়।

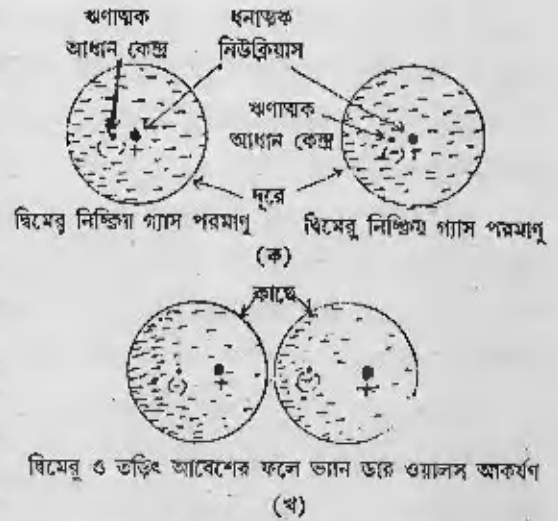
10.7 ভ্যান ডার ওয়াল্‌স বন্ধন (Van der Waals' Bond)

হিলিয়াম, নিয়ন, আর্গন প্রভৃতি নিষ্ক্রিয়গুলির পরমাণুর সর্ববহিস্থ কক্ষ ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ থাকে এবং এই কক্ষগুলির গোলায় প্রতিসাম্য আছে। সেজন্য এরূপ পরমাণুগুলি আয়নীয় বা সমযোজী বন্ধন গঠন করে না। কিন্তু এই পরমাণুগুলির নিউক্লিয়াসবহিস্থ ইলেকট্রন মেঘের কেন্দ্র এই মেঘের গতিশীলতার জন্য নিউক্লিয়াসের কেন্দ্রের সাপেক্ষে অনবরত তাৎক্ষণিকভাবে এদিক-ওদিক স্থান পরিবর্তন করে, যদিও সময়ের সাপেক্ষে এই দুই কেন্দ্রের মধ্যে গড় সরণ শূন্য হয়। নিউক্লিয়াসের ধনাত্মক আধান কার্যকরীভাবে নিউক্লিয়াসের কেন্দ্রে এবং ইলেকট্রন মেঘের সমপরিমাণ ঋণাত্মক আধান কার্যকরীভাবে ওই মেঘের কেন্দ্রে অবস্থিত থাকে। সুতরাং নিষ্ক্রিয় গ্যাসের পরমাণু তাৎক্ষণিকভাবে একটি তড়িৎ দ্বিমেরুরূপে ক্রিয়া করে। এই তড়িৎ দ্বিমেরুর তড়িৎপ্রাথমিক ধনাত্মক আধানের মান ও কেন্দ্র দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বের গুণফলের সমান। দুটি নিষ্ক্রিয় গ্যাস পরমাণু পরস্পরের নিকটবর্তী হলে পরমাণুদুটির তড়িৎ দ্বিমেরুর বিপরীত মেরুগুলির মধ্যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। এছাড়া প্রত্যেকটি দ্বিমেরু অপর পরমাণুকে তড়িৎ আবেশ দ্বারাও আকর্ষণ করে (চিত্র 10.5)। এভাবে পরমাণু দুটির মধ্যে যে মোট আকর্ষণ বল উৎপন্ন হয়, তাকে ভ্যান ডার ওয়াল্‌স আকর্ষণ বল বলে।

ভ্যান ডার ওয়াল্‌স আকর্ষণ বল $H_2, N_2, O_2, Cl_2, CH_4$ প্রভৃতি সমযোজী বন্ধন দ্বারা যুক্ত অণুগুলির মধ্যেও দেখা যায়। বহুত ভ্যান ডার ওয়াল্‌স আকর্ষণ বল প্রত্যেক অণু ও পরমাণুর মধ্যেই উপস্থিত থাকে। কিন্তু এই বল আয়নীয় বল ও সমযোজী বলের তুলনায় অত্যন্ত দুর্বল। সুতরাং যখন দুটি পরমাণুর মধ্যে

আয়নীয় বল বা সমযোজী বল ক্রিয়া করে, তখন ভ্যান ডার ওয়াল্‌স বল সম্পূর্ণ উপেক্ষণীয়। কিন্তু নিষ্ক্রিয় গ্যাসের পরমাণুগুলির মধ্যে বা H_2 , N_2 প্রভৃতি গ্যাসীয় অণুগুলির মধ্যে আয়নীয় বা সমযোজী বল থাকে না। সুতরাং এই অণু ও পরমাণুগুলি কেবল ভ্যান ডার ওয়াল্‌স বল দ্বারাই পরস্পর আকৃষ্ট হয়। কিন্তু এই বল অত্যন্ত দুর্বল হওয়ায় সাধারণ উষ্ণতা ও চাপে এই বলের আসঞ্জন শক্তির চেয়ে ওই অণু ও পরমাণুগুলির গড় গতিশক্তি অনেক বেশি থাকে এবং সেজন্য সাধারণ উষ্ণতা ও চাপে এই অণু ও পরমাণুগুলি গ্যাসীয় অবস্থাতেই থাকে। গ্যাসের উষ্ণতা অত্যন্ত কম হলে অণু ও পরমাণুগুলির গতিশক্তি প্রায় শূন্য হয়ে যায়। ফলে ভ্যান ডার ওয়াল্‌স বলদ্বারা আকৃষ্ট হয়ে এই অণু ও পরমাণুগুলি প্রথমে তরলে পরিণত হয় এবং আরও নিম্নতর উষ্ণতায় কঠিন কেলাসে পরিণত হয়।

নিম্নতর উষ্ণতায় নিষ্ক্রিয় গ্যাস পরমাণু ও অন্যান্য গ্যাসীয় অণুগুলি যে কেলাস গঠন করে, তাকে ভ্যান ডার ওয়াল্‌স কেলাস এবং এই কেলাসের বন্ধনকে ভ্যান ডার ওয়াল্‌স বন্ধন বা আণবিক বন্ধন বলে। এই বন্ধনের বন্ধন শক্তি মাত্র 0.1 eV । এজন্যই এই কেলাসগুলির গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক অত্যন্ত কম ($<100 \text{ K}$)। এই কেলাসগুলির দৃঢ়তা খুব কম এবং এগুলির আকার সহজেই পরিবর্তন করা যায়। ভ্যান ডার ওয়াল্‌স কেলাসগুলি তাপ ও বিদ্যুতের পরিবাহী নয়।

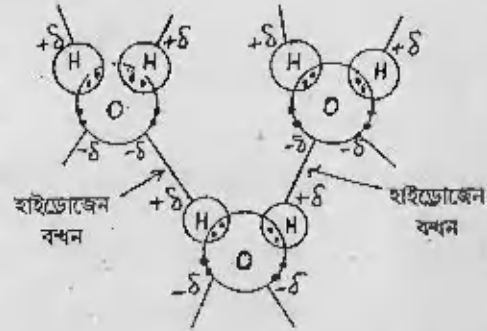


চিত্র 10.5: দুটি নিষ্ক্রিয় গ্যাস পরমাণুর মধ্যে তাৎক্ষণিক তড়িৎ বিমের গঠন ও ভ্যান ডার ওয়াল্‌স আকর্ষণ

10.8 হাইড্রোজেন বন্ধন (Hydrogen Bond)

পর্যায়সারণির VI ও VII শ্রেণির অন্তর্গত অক্সিজেন, ফ্লোরিন, ক্লোরিন প্রভৃতি মৌলগুলি তীব্র তড়িৎ ঋণাত্মক (strongly electro-negative)। এরূপ কোনো পরমাণুর সঙ্গে হাইড্রোজেন পরমাণুর সমযোজী বন্ধন গঠিত হলে, উভয় পরমাণুর দ্বারা সমব্যবহৃত ইলেকট্রন জোড়টি হাইড্রোজেনের চেয়ে তড়িৎ-ঋণাত্মক পরমাণুটির দিকেই বেশি পরিমাণে আকৃষ্ট হয়। ফলে তড়িৎ-ঋণাত্মক পরমাণুটি সামান্য ঋণাত্মক আধানে ($- \delta$) আহিত হয় এবং হাইড্রোজেন পরমাণুটি ওই একই পরিমাণ ধনাত্মক আধানে ($+ \delta$) আহিত হয়। এরূপভাবে গঠিত অণুটিকে ধ্রুবীয় (polarized) অণু বলে। ধ্রুবীয় অণুর একদিকে একটি স্থায়ী ধনাত্মক মেরু এবং অন্যদিকে একটি সমান ও স্থায়ী ঋণাত্মক মেরু উৎপন্ন হয়। ফলে অণুটি একটি স্থায়ী তড়িৎ বিমেরূপে পরিবর্তিত হয়। এই স্থায়ী বিমেরূপ অণুগুলি পরস্পরকে আকর্ষণ করে। ফলে নিম্নতর উষ্ণতায় এই অণুগুলি পরস্পর যুক্ত হয়ে তরল বা কঠিন কেলাসে পরিণত হতে পারে। হাইড্রোজেন যুক্ত স্থায়ী ধ্রুবীয় অণুগুলির যে আকর্ষণ বল দ্বারা অণুগুলি এরূপে তরল বা কেলাসে পরিণত হয়, তাকে হাইড্রোজেন বন্ধন

(hydrogen bond) বলে। যদি হাইড্রোজেনের পরিবর্তে অন্য কোনো পরমাণুর সঙ্গে কোনো তড়িৎ-ঋণাত্মক পরমাণু যুক্ত হয়ে একটি স্থায়ী ধ্রুবীয় অণু গঠন করে, তবে ওই অণুগুলির বন্ধনকে কেবল দ্বিমেরু বন্ধন (dipole bond) বলা হয়। অন্যান্য দ্বিমেরুর বন্ধনের চেয়ে হাইড্রোজেন বন্ধনের গুরুত্ব অনেক বেশী। এর কারণ হাইড্রোজেন পরমাণুর একমাত্র ইলেকট্রন এই বন্ধনের ফলে তড়িৎ-ঋণাত্মক পরমাণুর দিকে স্থায়ীভাবে সরে যায়। ফলে হাইড্রোজেনের ধনাত্মক নিউক্লিয়াস অর্থাৎ প্রোটনটি বাইরের দিকে উন্মুক্ত হয়ে পড়ে। এই উন্মুক্ত প্রোটনটি এর নিকটবর্তী অণুতে তীব্র আবেশ উৎপন্ন করে। এজন্য হাইড্রোজেন বন্ধন একটি জোরালো বন্ধন। অপরপক্ষে অন্য কোনো ধ্রুবীয় বন্ধনে পরমাণুর অভ্যন্তরস্থ ইলেকট্রনের সংখ্যা একাধিক হওয়ায় ধনাত্মক নিউক্লিয়াস বাইরে উন্মুক্ত হয় না। ফলে এই ধ্রুবীয় বন্ধনগুলি হাইড্রোজেন বন্ধনের চেয়ে দুর্বলতর। হাইড্রোজেন ও ধ্রুবীয় বন্ধনগুলি স্থায়ী দ্বিমেরুর বন্ধন হওয়ায় সম্পূর্ণরূপে দিক নির্ভর।



চিত্র 10.6: হাইড্রোজেন বন্ধনদ্বারা জলের ও বরফের গঠন

দুটি হাইড্রোজেন পরমাণু একটি অক্সিজেন পরমাণুর সঙ্গে মিলিত হয়ে একটি জলের অণু গঠন করে। সুতরাং

প্রত্যেক জলের অণুতে দুটি হাইড্রোজেন বন্ধন থাকে। এই অণুগুলি হাইড্রোজেন বন্ধন দ্বারা যুক্ত হয়ে কীভাবে জল ও বরফ উৎপন্ন করে, তা (10.6) চিত্রে দেখানো হল। জল বা বরফের বন্ধন শক্তি 0.5 eV । সাধারণ চাপে জলের স্ফুটনাঙ্ক 100°C এবং বরফের গলনাঙ্ক 0°C । হাইড্রোজেন বন্ধনের পরিবর্তে সাধারণ ধ্রুবীয় বন্ধন থাকলে গাণিতিকভাবে হিসাব করে দেখা যায় যে জলের স্ফুটনাঙ্ক হত -80°C ।

10.9 মিশ্র বন্ধন (Mixed Bond)

কতকগুলি পদার্থের কেলাসে একাধিক প্রকারের বন্ধন একসঙ্গে উপস্থিত থাকে। এরূপ বন্ধনকে মিশ্র বন্ধন (mixed bond) এবং মিশ্র বন্ধনযুক্ত কেলাসকে মিশ্র বন্ধন কেলাস (mixed bond crystal) বলে। উদাহরণ স্বরূপ গ্যালিয়াম আর্সেনাইড (GaAs) কেলাসের উল্লেখ করা যেতে পারে। GaAs কেলাসের গঠন জার্মেনিয়াম (Ge) (বা ডায়মন্ড) কেলাসের অনুরূপ। কিন্তু Ga ত্রিযোজী ও As পঞ্চযোজী মৌল। সুতরাং GaAs অণুর প্রত্যেক পরমাণুতে কার্বন পরমাণুর অনুরূপ গড়ে ৪টি যোজক ইলেকট্রন আছে এবং দুটি পরমাণুর এই ৪টি করে ইলেকট্রন ৪টি সমযোজী বন্ধন গঠন করে। এর অর্থ আর্সেনিক পরমাণুর একটি যোজক ইলেকট্রন আংশিকভাবে গ্যালিয়াম পরমাণুর যোজক কক্ষিকে স্থানান্তরিত হয়। ফলে আর্সেনিক পরমাণুটি স্থায়ীভাবে ধনাত্মক আয়নে এবং গ্যালিয়াম পরমাণুটি স্থায়ীভাবে ঋণাত্মক আয়নে পরিবর্তিত হয় এবং এই দুটি আয়নের মধ্যে সমযোজী বন্ধনের পাশাপাশি একটি আয়নীয় বন্ধনও উৎপন্ন হয়। সুতরাং GaAs কেলাসের মিশ্র বন্ধনটি আংশিক সমযোজী এবং আংশিক আয়নীয়। অনুরূপ মিশ্র বন্ধন BeO ও ZnS কেলাসের মধ্যেও দেখা যায়।

আবার কার্বনের বহুরূপ গ্রাফাইট কেলাসে s^2p^2 যোজক ইলেকট্রনগুলি একই সমতলে সমযোজী বন্ধন গঠন করে। এইরূপ সমতলগুলি একটির উপর একটি স্থাপিত হয়ে সম্পূর্ণ গ্রাফাইট কেলাস গঠন করে। দুটি সমতলের মধ্যে ড্যান ডার ওয়াল্‌স বন্ধন থাকে, যা সমযোজী বন্ধনের তুলনায় অত্যন্ত দুর্বল। এজন্য গ্রাফাইটের একটি স্তর অন্য একটি স্তরের উপর দিয়ে পিছলে যেতে পারে। গ্রাফাইটের এই ধর্মের জন্য একে শুষ্ক পিচ্ছিলকারী পদার্থ (dry lubricant) বলা হয়। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে গ্রাফাইট কেলাসে একই সঙ্গে সমযোজী ও ড্যান ডার ওয়াল্‌স এই উভয় প্রকার বন্ধনই উপস্থিত থাকে। এজন্য গ্রাফাইট একটি মিশ্র বন্ধন কেলাস। সেলেনিয়াম (Se) ও টেলুরিয়াম (Te) মৌলগুলিও গ্রাফাইটের অনুরূপ মিশ্র বন্ধন দ্বারা কেলাস গঠন করে।

10.10 আয়নীয় কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয় (Calculation of binding energy of ionic crystals)

গাণিতিক পদ্ধতিতে কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয় করা খুবই জটিল বিষয়। কিন্তু 1910 খ্রিস্টাব্দে বরন (Born) ও ম্যাডেলুঙ (Madelung) আয়নীয় কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি উদ্ভাবন করেন। পরবর্তীকালে বরন ও ম্যায়ার (Mayer) এই পদ্ধতির কিছু সংশোধন করেন। এই সংশোধিত পদ্ধতি অবলম্বন করে আয়নীয় কেলাসের (যেমন—NaCl কেলাসের) বন্ধন শক্তি কীভাবে নির্ণয় করা হয়, তা এখানে আলোচনা করা হল।

এই পদ্ধতিতে ধরা হয় যে একটি আয়নীয় কেলাসে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নগুলির মধ্যে কুলম্বীয় আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে, যা কেবল দুটি আয়নের আধানের মান ও এদের দূরত্বের উপর নির্ভর করে, কিন্তু কোনো দিকের উপর নির্ভর করে না। কুলম্বীয় আকর্ষণ ও বিকর্ষণের জন্য একটি কেলাসের মোট বন্ধন শক্তি হয়, তাকে ম্যাডেলুঙ শক্তি (Madelung শক্তি) বলে। ধরা হয় যে কেলাসের ম্যাডেলুঙ শক্তির তুলনায় অন্যান্য শক্তি, যেমন—ড্যান ডার ওয়াল শক্তি, কেলাসের পৃষ্ঠতল শক্তি প্রভৃতি উপেক্ষণীয়। সুতরাং ম্যাডেলুঙ শক্তিকেই আয়নীয় কেলাসের মোট বন্ধন শক্তি বলা যায়।

একটি কেলাসের আয়নগুলির মধ্যে দু-প্রকার আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল কল্পনা করা যায়। যখন দুটি আয়ন পরস্পর থেকে দূরে থাকে, তখন এদের আধানগুলির মধ্যে কুলম্বীয় আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। এই বলের পাল্লা (range) অনেক দূর পর্যন্ত ক্রিয়া করে। এজন্য এই বলকে দূর পাল্লার (long range) কুলম্বীয় বল বলে। এই বলের দ্বারা দুটি আয়নের মধ্যে যে স্থিতি শক্তি থাকে, তা হল $\pm q^2/r$, যেখানে (+) চিহ্ন দুটি আয়নের মধ্যে বিকর্ষণ শক্তি এবং (-) চিহ্ন দুটি আয়নের মধ্যে আকর্ষণ শক্তি নির্দেশ করে এবং r হল আয়ন দুটির কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব। যখন দুটি আয়নের আধান (q) সমধর্মীয় হয়, তখন তাদের মধ্যে বিকর্ষণ শক্তি থাকে এবং যখন আয়ন দুটির আধান বিপরীতধর্মীয় হয়, তখন তাদের মধ্যে আকর্ষণ শক্তি থাকে।

অপরপক্ষে দুটি আয়ন পরস্পরের কাছাকাছি হওয়ার ফলে যদি একটির ইলেকট্রন মেঘ অপরটির

ইলেকট্রন মেঘের দ্বারা অভিলম্ব (overlapped) হয়, তবে পাউলির বর্জননীতির ফলে দুটি ইলেকট্রন মেঘের মধ্যে বিকর্ষণ বল উৎপন্ন হয়। তা ছাড়া দুটি আয়নের ধনাত্মক নিউক্লিয়াসের মধ্যেও কুলম্বীয় বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। এই বিকর্ষণ বলগুলি আয়নের যে ব্যাসার্ধ থাকে, তার চেয়ে বেশি দূরে ক্রিয়া করে না। এজন্য এই বিকর্ষণ বলকে স্বল্প পাল্লার বল (short range force) বলে এবং এই বলের দরুন আয়নদুটির যে বিকর্ষণ শক্তি লাভ হয়, তাকে স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ শক্তি বলে। বরন ও ম্যাডেলুঙ তাঁদের গণনায় স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ শক্তিকে β/r^n রাশির দ্বারা প্রকাশ করেছিলেন। এই রাশিতে β ও n হল দুটি ধ্রুবক, যাদের মান কেলাসের গঠনের উপর নির্ভরশীল। পরবর্তীকালে বরন ও ম্যায়ার কোয়ান্টাম গতিবিদ্যা পর্যালোচনা দ্বারা এই রাশিটির স্থানে $\lambda \exp(-r/\rho)$ রাশিটি প্রয়োগ করেন। এই রাশিতে λ ও ρ হল দুটি ধ্রুবক, যাদের মান পরীক্ষার দ্বারা নির্ণয় করা যায়।

কেলাসের প্রত্যেক আয়নের উপর দূরপাল্লার ও স্বল্প পাল্লার বলগুলি ক্রিয়া করার ফলে আয়নগুলি স্থিতিাবস্থায় থাকে এবং এদের বন্ধন শক্তি সর্বোচ্চ হয়। যেহেতু কেলাসের প্রত্যেক আয়নই বহুসংখ্যক আয়ন দ্বারা পরিবেষ্টিত হয়ে থাকে, সুতরাং একটি কেলাসের মোট বন্ধন শক্তি বা আসঞ্জনক শক্তি হল

$$U_i = \sum_j U_{ij}, \quad (j \neq i) \quad \dots \dots (10.10)$$

যেখানে U_{ij} হল কেলাসের i -তম আয়ন ও j -তম আয়নের মধ্যে মোট বন্ধন শক্তি। এখানে U_{ii} রাশিটি বাদ দেওয়া হয়েছে। কারণ এটি দুটি ভিন্ন আয়নের মধ্যে বন্ধন শক্তি বোঝায় না। সুতরাং বরন ও ম্যায়ারের সংশোধন সহ U_{ij} রাশিটির রূপ হল

$$U_{ij} = \lambda \exp(-r_{ij}/\rho) \pm q^2/r_{ij} \quad \dots \dots (10.11)$$

যদি কেলাসটিতে N -সংখ্যক অণু থাকে যা N -সংখ্যক ধনাত্মক আয়ন ও N -সংখ্যক ঋণাত্মক আয়ন দ্বারা তৈরি, তবে ল্যাটিসের মোট বন্ধন শক্তি হয়

$$U_{tot} = NU_i \quad \dots \dots (10.12)$$

এখানে কেলাসের পরিবর্তে ল্যাটিস শব্দটি ব্যবহার করা হয়েছে। এর কারণ হল, কেলাসের নির্দিষ্ট আকার থাকায়, এর পৃষ্ঠতলে অবস্থিত আয়নগুলির বন্ধন শক্তি কেলাসের ভিতরের আয়নগুলির বন্ধন শক্তির চেয়ে পৃথক হয়। কিন্তু (10.12) সমীকরণে কেলাসের পৃষ্ঠতলের এই প্রভাব উপেক্ষা করা হয়েছে। দ্বিতীয়ত কেলাসের মধ্যে মোট $2N$ -সংখ্যক আয়ন থাকা সত্ত্বেও (10.12) সমীকরণে U_i -কে $2N$ -এর পরিবর্তে N -দ্বারা গুণ করা হয়েছে। এর কারণ (10.10) সমীকরণে i -তম আয়ন ও j -তম আয়নের মধ্যে বন্ধন শক্তি U_{ij} এবং U_{ji} এই দুইভাবে গণনা হয়। কিন্তু বাস্তবিক পক্ষে দুটি নির্দিষ্ট আয়নের মধ্যে বন্ধন শক্তি কেবল একবারই গণনা করা ঠিক।

গণনার সুবিধার জন্য r_{ij} দূরত্বকে আমরা একটি মাত্রাহীন (dimensionless) রাশি p_{ij} দ্বারা প্রকাশ করতে পারি

$$r_{ij} = p_{ij} R \quad \dots \dots (10.13)$$

যেখানে R হল দুটি নিকটতম আয়নের মধ্যে দূরত্ব। R প্রত্যেক কেলাসের জন্য ধ্রুবক, কিন্তু বিভিন্ন প্রকার কেলাসের জন্য এর মান বিভিন্ন। p_{ij} -কে আমরা দুটি আয়নের মধ্যে আপেক্ষিক দূরত্বও (specific distance) বলতে পারি। দুটি নিকটতম আয়নের ক্ষেত্রে আমরা পাই

$$r_{ij} = R, \quad \text{বা} \quad p_{ij} = 1$$

(10.13) সমীকরণ থেকে r_{ij} -র মান (10.11) সমীকরণে বসালে আমরা পাই

$$U_{ij} = \lambda \exp(-p_{ij} R/\rho) \pm q^2/p_{ij} R \quad \dots \dots (10.14)$$

এবং
$$U_i = \sum_j [\lambda \exp(-p_{ij} R/\rho) \pm q^2/(p_{ij} R)], j \neq i \quad \dots \dots (10.15)$$

যদি ধরা যায় যে স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ বল কেবল নিকটতম দুটি আয়নের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য হয় এবং যদি ধরা হয় যে i -তম আয়নের নিকটতম প্রতিবেশী আয়নের সংখ্যা z , তাহলে (10.15) সমীকরণের স্থানে আমরা লিখতে পারি

$$\begin{aligned} U_i &= z \lambda \exp(-R/\rho) \pm \sum_j q^2/(p_{ij} R) \\ &= z \lambda \exp(-R/\rho) - \alpha q^2/R \quad \dots \dots (10.16) \end{aligned}$$

যেখানে α হল একটি ধ্রুবক, যাকে ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক (Madelung constant) বলা হয়। এই ধ্রুবকের রাশিমালা হল

$$\alpha = \sum_j \pm 1/p_{ij}, \quad j \neq i \quad \dots \dots (10.17)$$

কাজেই (10.12) সমীকরণ থেকে আয়নীয় ল্যাটিসের মোট বন্ধন শক্তির মান হয়

$$U_{tot} = NU_i = N [z \lambda \exp(-R/\rho) - \alpha q^2/R] \quad \dots \dots (10.18)$$

(10.18) সমীকরণে U_{tot} -এর মান R -এর মানের উপর নির্ভরশীল। এখন ল্যাটিসের মধ্যে আয়নগুলির স্থিতিাবস্থায়

$$\frac{dU_{tot}}{dR} = 0 \quad \dots \dots (10.19)$$

যদি এই স্থিতিাবস্থার জন্য $R = R_0$ হয়, তবে, (10.19) ও (10.18) সমীকরণ দুটি থেকে আমরা পাই

$$\frac{dU_{tot}}{dR} \Big|_{R=R_0} = -\frac{Nz\lambda}{\rho} e^{-R_0/\rho} + \frac{N\alpha q^2}{R_0^2} = 0$$

$$e^{-R_0/\rho} = \frac{\rho \alpha q^2}{z \lambda R_0^2} \quad \dots \dots (10.20)$$

সুতরাং (10.20) সমীকরণের সাহায্যে (10.18) সমীকরণটির রূপ হয়

$$U_{\text{tot}} = N \left[z\lambda \frac{\rho \alpha q^2}{x\lambda R_0^2} - \frac{\alpha q^2}{R_0} \right] \\ = -(N\alpha q^2 / R_0)(1 - \rho / R_0) \quad \dots \dots (10.21)$$

(10.21) সমীকরণের দুটি রাশির মধ্যে প্রথম রাশিটি (10.18) সমীকরণের দ্বিতীয় রাশির অনুরূপ। সুতরাং এই রাশিটি ল্যাটিসের ম্যাডেলুঙ শক্তির মান প্রকাশ করে। সুতরাং (10.21) সমীকরণের দ্বিতীয় রাশিটি দুটি আয়নের মধ্যে স্বল্পপাল্লার বিকর্ষণের জন্য ল্যাটিসের মোট শক্তির মান নির্দেশ করে। (10.21) সমীকরণ অনুযায়ী ল্যাটিসের প্রত্যেক অণুর গড় বন্ধন শক্তি হল

$$U = \frac{U_{\text{tot}}}{N} = -(\alpha q^2 / R_0)(1 - \rho / R_0) \quad \dots \dots (10.22)$$

(10.21) ও (10.22) সমীকরণ দুটি থেকে দেখা যাচ্ছে যে R_0 , α এবং ρ জানা থাকলে এই সমীকরণ দুটির মান নির্ণয় করা যায়। ল্যাটিসের স্থিতিাবস্থায় দুটি আয়নের মধ্যে নিকটতম দূরত্ব R_0 এক্স-রশ্মি পরীক্ষার দ্বারা নির্ণয় করা যায়। স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ বল ধ্রুবক ρ কেলাসের স্থিতিস্থাপকতার আয়তন গুণাঙ্ক (bulk modulus of elasticity) নির্ণয়ের মাধ্যমে স্থির করা যায়। সর্বোপরি ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক α ল্যাটিসের জ্যামিতিক গঠন থেকে গাণিতিকভাবে নির্ণয় করা যায়।

10.10.1 ম্যাডেলুঙ ধ্রুবকের মান নির্ণয় (Evaluation of the Madelung constant) :

একমাত্রিক কেলাসের ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক নির্ণয় করা সহজ। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে কেলাসগুলি ত্রিমাত্রিক হয়। এরূপ কেলাসের ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক নির্ণয় করা বেশ জটিল। এখানে প্রথমে আমরা একমাত্রিক আয়নীয় কেলাসের ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক কীভাবে নির্ণয় করা যায়, তা আলোচনা করব। এর ফলে ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক নির্ণয়ের পদ্ধতি সম্বন্ধে আমাদের কিছুটা ধারণা হবে। এরপর ত্রিমাত্রিক NaCl কেলাসের ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক কীভাবে নির্ণয় করা যায়, তা আমরা আলোচনা করব।

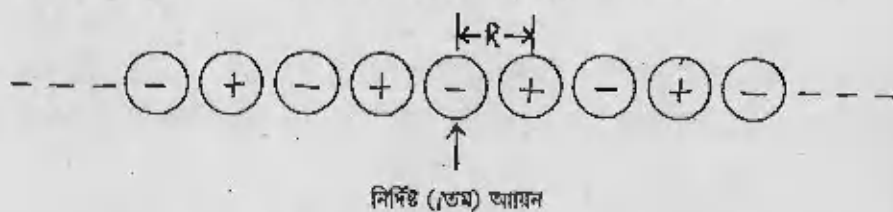
(a) একমাত্রিক আয়নীয় কেলাসের ম্যাডেলুঙ ধ্রুবকের মান নির্ণয় :

ধরা যাক, সরলতম একমাত্রিক আয়নীয় কেলাসের ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নগুলি (10.7) চিত্র অনুযায়ী একটি সরলরেখার উপর একান্তরভাবে সাজানো আছে। যদি পরপর দুটি আয়নের মধ্যে দূরত্ব R ধরা হয়, তবে (10.17) সমীকরণ অনুযায়ী এক্ষেত্রে ম্যাডেলুঙ ধ্রুবকের মান হবে

$$\alpha = \sum_{j(i \neq i)} \pm \frac{1}{p_j} = \left[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right] \quad \dots \dots (10.23)$$

(10.23) সমীকরণে একটি ঋণাত্মক আয়নকে নির্দিষ্ট (i -তম) আয়ন ধরে তার সাপেক্ষে অন্যান্য আয়নের আপেক্ষিক দূরত্ব (p_j) গণনা করা হয়েছে। এই দূরত্বের শ্রেণিকে 2 দিয়ে গুণ করা হয়েছে। কারণ, চিত্রে নির্দিষ্ট আয়নের উভয় পাশেই একইভাবে আয়ন সাজানো আছে। এখানে একটি কথা উল্লেখযোগ্য যে যদিও

এখানে একটি ঋণাত্মক আয়নকে নির্দিষ্ট আয়ন ধরা হয়েছে, তবু কোনো ঋণাত্মক আয়নকেই যে সবসময় নির্দিষ্ট আয়ন হিসাবে ধরতে হবে, এমন কোনো নিয়ম নেই। অর্থাৎ যদি এই ঋণাত্মক আয়নের পরিবর্তে অন্য কোনো ধনাত্মক আয়নকে i -তম নির্দিষ্ট আয়ন হিসাবে ধরা হয় তবে ওই আয়নের সাপেক্ষে অন্যান্য আয়নের আপেক্ষিক দূরত্বের শ্রেণি (10.23) সমীকরণের অনুরূপ একই থাকবে।



চিত্র 10.7: ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নদ্বারা একান্তরভাবে সজ্জিত একমাত্রিক আয়নীয় কেলাসের প্যাটিস

এখন আমরা জানি যে $\ln(1+x)$ রাশিটি বিস্তার করলে আমরা পাই

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad \dots \dots (10.20)$$

সুতরাং এই সমীকরণে $x=1$ বসালে আমরা পাই

$$\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \dots \dots$$

$$\therefore \alpha = 2 \ln 2 = 1.38 \quad \dots \dots (10.25)$$

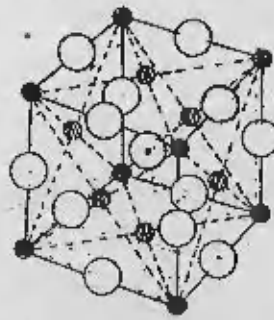
(b) NaCl কেলাসের ক্ষেত্রে α -র মান নির্ণয় :

একমাত্রিক কেলাসের ক্ষেত্রে α -র মান যত সহজে পাওয়া যায়, ত্রিমাত্রিক কেলাসের ক্ষেত্রে তা তত সহজে পাওয়া যায় না। একটি সরল ত্রিমাত্রিক কেলাস হিসাবে আমরা NaCl কেলাসের গঠন বিবেচনা করতে পারি। এই কেলাসের গঠন আপনি পূর্বে পাঠ করেছেন। α -র মান গণনার সুবিধার জন্য এই কেলাসের গঠন পুনরায় (10.8) চিত্রে দেখানো হল। চিত্রে আপনি লক্ষ্য করুন যে প্রত্যেক Cl^- আয়ন ৬টি নিকটতম প্রতিবেশী Na^+ আয়ন দ্বারা পরিবেষ্টিত এবং এই আয়নগুলি আবার বাইরের দিকে নিকটতম দূরত্বে 12টি Cl^- আয়ন দ্বারা পরিবেষ্টিত, যা আবার এর পরবর্তী নিকটতম স্তরে ৪টি Na^+ আয়ন দ্বারা পরিবেষ্টিত। এভাবে NaCl কেলাসের গঠন থেকে আমরা পরপর স্তরগুলিতে একান্তরভাবে সজ্জিত Cl^- ও Na^+ আয়নগুলির সংখ্যা নিরূপণ করতে পারি। যেহেতু কেন্দ্রীয় Cl^- আয়নকে বাইরের দিকে ক্রমান্বয়ে পরিবেষ্টনকারী আয়ন স্তরগুলির আপেক্ষিক দূরত্ব যথাক্রমে $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}$ প্রভৃতি, সুতরাং ম্যাডেলুঙ ধ্রুবকের মান হবে

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{6}{\sqrt{1}} - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{4}} + \frac{24}{\sqrt{5}} - \dots \\ &= 6.0 - 8.485 + 4.62 - 3.0 + 10.733 - \dots \end{aligned}$$

কিন্তু দেখা যাচ্ছে যে এই শ্রেণিটি ঠিক অভিসারী নয় অর্থাৎ শ্রেণিটির রাশিগুলির মান ক্রমাধারে কমে কমে শূন্যের দিকে যাচ্ছে না। সুতরাং এই শ্রেণিটির সঠিক মান নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

এই অসুবিধা দূর করার জন্য ইভজেন (Evjen) নিম্নোক্ত আয়নগুচ্ছের ধারণা গঠন করেন। অর্থাৎ তিনি কেলসের এমন একটি অংশ বেছে নেন যে তার অন্তর্গত আয়নগুলির মোট আধানের মান শূন্য। ইভজেন নিম্নোক্ত আয়নগুচ্ছের ধারণা এইজন্যই গ্রহণ করেন যে এরূপ একটি গুচ্ছের মোট স্থিতিশক্তি দূরত্ব বৃদ্ধির সঙ্গে অত্যন্ত দ্রুতহারে কমে। (10.7) চিত্রে NaCl কেলসের যে অংশটি দেখানো হয়েছে, তাকে একটি নিম্নোক্ত আয়নগুচ্ছ বলা যায়। কারণ চিত্রের ঘনকটির ৪টি কৌণিক বিন্দুর



- Na⁺ আয়ন (কৌণিক)
- Na⁺ আয়ন (তলকেন্দ্রিক)
- Cl⁻ আয়ন (ভর কেন্দ্রিক)
- Cl⁻ আয়ন (কিনারা মধ্যস্থ)

চিত্র 10.8 : ঘনকাকার NaCl কেলসের ভরকেন্দ্রস্থ Cl⁻ আয়নকে বেটন করে Na⁺ আয়ন ও Cl⁻ আয়নের বিন্যাস

প্রত্যেকটিতে একটি Na⁺ আয়ন আছে। তা ছাড়া এই ঘনকের ৬টি পৃষ্ঠতলের প্রত্যেকটির কেন্দ্রে একটি Na⁺ আয়ন আছে। এই আয়নগুলি ঘনকের ভরকেন্দ্রে অবস্থিত Cl⁻ আয়নটিকে পরিবেষ্টন করে থাকে। এছাড়া ঘনকটির 12টি কিনারার প্রত্যেকটির মধ্য বিন্দুতে একটি Cl⁻ আয়ন আছে। ঘনকটির প্রত্যেক কৌণিক বিন্দু ৪টি ঘনকের অংশ। সুতরাং প্রত্যেক ঘনক এর প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুতে অবস্থিত Na⁺ আয়নের একক ধনাত্মক আধানের $\frac{1}{8}$ অংশ কার্যকরীভাবে পায়। যেহেতু প্রত্যেক ঘনকে মোট ৪টি কৌণিক বিন্দু আছে, সুতরাং এই কৌণিক বিন্দুগুলিতে অবস্থিত Na⁺ আয়নগুলির জন্য প্রত্যেক ঘনকের কার্যকরীভাবে

মোট আধান প্রাপ্তি $= +\frac{1}{8} \times 8 = +1$ । ঘনকের প্রত্যেক পৃষ্ঠতলের কেন্দ্রে যে Na⁺ আয়নটি থাকে, তা

পাশাপাশি দুটি ঘনকের সাধারণ পৃষ্ঠতলের অংশ। সুতরাং ঘনকদুটির প্রত্যেকটি এই আধানের $\frac{1}{2}$ অংশ পায়। যেহেতু প্রত্যেক ঘনকের ৬টি পৃষ্ঠতল আছে, সুতরাং এই তলগুলিতে অবস্থিত ধনাত্মক Na⁺ আয়নের

জন্য প্রত্যেক ঘনকের মোট কার্যকরী আধান প্রাপ্তি $+\frac{1}{2} \times 6 = +3$ । আবার ঘনকের প্রত্যেক কিনারা ৪টি

ঘনকের অংশ। সুতরাং এই কিনারার মধ্যবিন্দুতে যে Cl⁻ আয়নটি থাকে, তার একক ঋণাত্মক আধান কার্যকরীভাবে ৪টি ঘনকের অংশ। যেহেতু প্রত্যেক ঘনকের 12টি কিনারা থাকে, সুতরাং প্রত্যেক ঘনক এই

কিনারাগুলি থেকে কার্যকরীভাবে মোট $-\frac{1}{4} \times 12 = -3$ টি আধান পায়। এছাড়া প্রত্যেক ঘনকের ভরকেন্দ্রে

যে একটি Cl⁻ আয়ন আছে, তার ঋণাত্মক আধান অন্য কোনো ঘনকের অংশ নয়। সুতরাং প্রত্যেক ঘনকের মোট কার্যকরী আধানের মান হল

$$+1 + 3 - 3 - 1 = 0$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে এই ঘনকটি মোট 14টি Na⁺ আয়ন ও 13টি Cl⁻ আয়নের নিম্নোক্ত আয়নগুচ্ছ।

অবশ্য চিত্রের ঘনকটির Na^+ আয়নগুলির স্থানে Cl^- আয়ন এবং Cl^- আয়নগুলির স্থানে Na^+ আয়ন বসালে, যে নূতন আয়নবিন্যাস হয়, সেক্ষেত্রেও অনুরূপ ঘনকগুলির মোট কার্যকরী আধানের মান শূন্য হবে। এটি আপনি নিজে পরীক্ষা করে দেখতে পারেন।

প্রদত্ত চিত্রের ঘনকটির ভরকেন্দ্রের Cl^- আয়নটিকে নির্দিষ্ট বা মূল আয়ন ধরে এই নিম্নোক্ত আয়নগুণটির জন্য α -র যে মান হয়, তা হল

$$\alpha = \sum \pm 1/p_{ij} = \frac{6/2}{\sqrt{1}} - \frac{12/4}{\sqrt{2}} + \frac{8/8}{\sqrt{3}} = 1.46 \quad \dots (10.26)$$

(10.26) সমীকরণের ডান পার্শ্বে যে তিনটি রাশি আছে, তার প্রথম রাশিটি ভরকেন্দ্রের Cl^- আয়নটিকে ঘিরে এর নিকটতম দূরত্বে যে ৬টি তলকেন্দ্রিক Na^+ আয়ন আছে, সেগুলির জন্য দ্বিতীয় রাশিটি পরবর্তী দূরত্বে যে কিনারার ১২টি Cl^- আয়ন আছে, সেগুলির জন্য, এবং তৃতীয় রাশিটি ভরকেন্দ্রকে ঘিরে যে Na^+ আয়নের দ্বিতীয় স্তর আছে, সেগুলির জন্য α -র অংশের মান বোঝায়। চিত্রের নিম্নোক্ত আয়নগুণের ঘনকটিকে চারপাশ থেকে অনুরূপ ১৬টি ঘনক দ্বারা সম্পূর্ণ ঘেরা যায়। এই দ্বিতীয় স্তরের ঘনকগুলির জন্য (10.26) সমীকরণের α -র মানের কিছুটা পরিবর্তন হয়। এই দুটি স্তরের জন্য গণনা করলে দেখা যায় যে এই মান হল

$$\alpha = 1.75$$

স্তরের সংখ্যা এভাবে ধাপে ধাপে বাড়ালে দেখা যায় যে তৃতীয় বা চতুর্থ স্তরের পর α -র মানের আর বিশেষ কোনো পরিবর্তন হয় না। এভাবে NaCl , CsCl , ZnS (জিঙ্ক ব্রেন্ড) প্রভৃতি আয়নীয় কেলাসগুলির জন্য ম্যাডেলুঙ ধ্রুবকের চূড়ান্ত মান নির্ণয় করা যায়। এই মানগুলি হল

কেলাস	α
NaCl	1.747565
CsCl	1.762675
ZnS	1.6381

10.10.2 বিকর্ষণ বলের পাল্লা নির্ণয় (Determination of the range of the short range repulsive force)

আমরা জানি যে পদার্থের আয়তন গুণাঙ্কের (B) সংজ্ঞা হল

$$B = - \frac{dp}{dV/V} \quad \dots \dots (10.27)$$

এখানে dp হল চাপের পরিবর্তন যার দ্বারা V আয়তনযুক্ত পদার্থের আয়তন $-dV/V$ পরিবর্তিত হয়। আয়তন পরিবর্তনটি ঋণাত্মক ধরার কারণ হল যে কোনো পদার্থের উপর চাপ বৃদ্ধি করা হলে এর আয়তন হ্রাস পায়।

যদি আমরা পদার্থটির বৃদ্ধিতাপ পরিবর্তন (adiabatic change), অর্থাৎ যে পরিবর্তনে বাইরের সঙ্গে পদার্থটির তাপের আদানপ্রদান হয় না, সেবূপ পরিবর্তন বিবেচনা করি, তবে তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র অনুযায়ী পদার্থটির অভ্যন্তরীণ শক্তির (U) যে পরিবর্তন হবে, তা হল

$$dU = -pdV$$

$$\text{বা, } \frac{dU}{dV} = -p$$

$$\text{বা, } -\frac{dp}{dV} = \frac{d^2U}{dV^2}$$

সূত্রাং (10.27) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$B = -\frac{dp}{dV/V} = V \frac{d^2U}{dV^2} \quad \dots \dots (10.28)$$

এখন আমরা লিখতে পারি

$$\frac{dU}{dV} = \frac{dU}{dR} \cdot \frac{dR}{dV}$$

$$\text{বা, } \frac{d^2U}{dV^2} = \frac{d^2U}{dR^2} \left(\frac{dR}{dV} \right)^2 + \frac{dU}{dR} \times \frac{d^2R}{dV^2} \quad \dots \dots (10.29)$$

এখন কেলাসের দুটি আয়ন যখন স্থিতাবস্থায় থাকে, তখন $R = R_0$ এবং

$$\frac{dU}{dR} = 0$$

সূত্রাং (10.29) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\frac{d^2U}{dV^2} = \frac{d^2U}{dR^2} \left(\frac{dR}{dV} \right)^2 \quad R=R_0$$

$$\text{বা, } B = V \frac{d^2U}{dR^2} \left(\frac{dR}{dV} \right)^2 \quad R=R_0 \quad \dots \dots (10.30)$$

এখন যদি আমরা NaCl কেলাসের গঠন বিবেচনা করি, তাহলে আমরা জানি যে এই কেলাসের ল্যাটিস ধ্রুবক $a = 2R$ এবং ৪টি অণুর দ্বারা কেলাসের ক্ষুদ্রতম একক ঘনক গঠিত হয়। সুতরাং এই একক ঘনকের আয়তন $= a^3 = 8R^3$ এবং কেলাসের যে আয়তন N -সংখ্যক অণু বর্তমান, তা হল

$$V = Na^3/4 = 2NR^3 \quad \dots \dots (10.31)$$

$$\therefore \frac{dV}{dR} = 6NR^2 \quad \dots \dots (10.32)$$

(10.31) ও (10.32) সমীকরণের মান (10.30) সমীকরণে স্থাপন করা হলে আমরা পাই

$$B = 2NR_0^3 \cdot \frac{1}{(6NR_0^2)^2} \cdot \frac{d^2U}{dR^2} \Big|_{R=R_0}$$

$$\text{বা, } B = \frac{1}{18NR_0} \cdot \frac{d^2U}{dR^2} \Big|_{R=R_0} \quad \dots \dots (10.33)$$

কিন্তু (10.18) সমীকরণে U_{tot} -কে R -এর সাপেক্ষে অবকলন করে আমরা পাই

$$\frac{dU_{\text{tot}}}{dR} = -\frac{Nz\lambda}{\rho} e^{-R/\rho} + \frac{N\alpha q^2}{R^2}$$

$$\text{বা, } \frac{d^2U_{\text{tot}}}{dR^2} = \frac{Nz\lambda}{\rho^2} e^{-R/\rho} - \frac{2N\alpha q^2}{R^3} \quad \dots \dots (10.34)$$

সুতরাং (10.33) সমীকরণ অনুযায়ী আমরা পাই

$$B = \frac{1}{18NR_0} \left[\frac{Nz\lambda}{\rho^2} e^{-R_0/\rho} - \frac{2N\alpha q^2}{R_0^3} \right] \quad \dots \dots (10.35)$$

কিন্তু (10.20) সমীকরণ অনুযায়ী

$$e^{-R_0/\rho} = \frac{\rho\alpha q^2}{z\lambda R_0^2}$$

কাজেই, (10.35) সমীকরণটিকে লেখা যায়

$$B = \frac{1}{18NR_0} \left[\frac{Nz\lambda}{\rho^2} \cdot \frac{\rho\alpha q^2}{z\lambda R_0^2} - \frac{2N\alpha q^2}{R_0^3} \right]$$

$$\text{বা, } B = \frac{\alpha q^2}{18R_0^3} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{2}{R_0} \right) \quad \dots \dots (10.36)$$

সুতরাং পরীক্ষার দ্বারা প্রাপ্ত B ও R_0 -র মান থেকে (10.36) সমীকরণ দ্বারা ρ নির্ণয় করা যায়।

10.11 সমযোজী কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয় (Calculation of binding energy of covalent crystals)

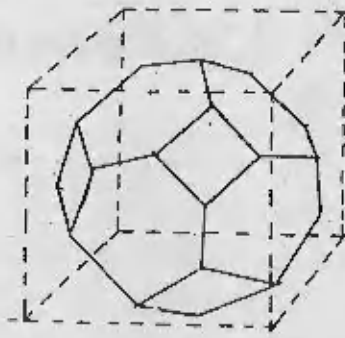
সমযোজী কেলাসের বন্ধন শক্তি সহজ গণনার দ্বারা নির্ণয় করা যায় না। এর কারণ এই বন্ধন শক্তি কেবল সমযোজী বন্ধনগুলির বন্ধন শক্তির যোগফল নয়, এর সঙ্গে বিভিন্ন বন্ধনের মধ্যে ক্রিয়ার ফলে যে শক্তি অর্জিত হয়, তাও বিবেচনাযোগ্য। এই গণনাপদ্ধতির জটিলতার জন্য এখানে তা আলোচনা করা হল না। তবে কিছু কিছু ক্ষেত্রে দেখা যায় যে এই মোট বন্ধন শক্তি প্রত্যেক অণুর সমযোজী বন্ধন শক্তির যোগফলের প্রায় সমান। অর্থাৎ এসব ক্ষেত্রে বিভিন্ন বন্ধনের মধ্যে ক্রিয়া অত্যন্ত কম। বিশেষত ডায়মন্ড ও বিভিন্ন জৈব যৌগে C-C বন্ধনের ক্ষেত্রে এটি প্রযোজ্য এবং এই শক্তি প্রায় 3.6 eV।

10.12 ধাতব কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয় (Calculation of binding energy of metallic crystals)

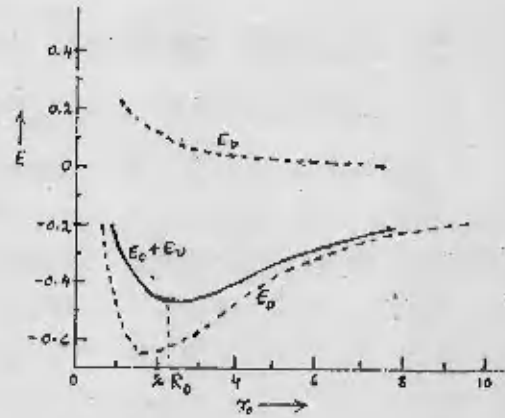
ধাতব কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয়ের জন্য কেলাসটিকে ভিগনার-সাইৎজ (Wigner-Seitz) পদ্ধতিতে অঙ্কিত অসংখ্য বহুতলকের (অর্থাৎ বহুতলযুক্ত ঘনর) সমষ্টিরূপে কল্পনা করতে পারি। এই পদ্ধতিতে ধাতুর অভ্যন্তরস্থ একটি পরমাণুর কেন্দ্রে নিকটতম প্রতিবেশী অন্যান্য পরমাণুর কেন্দ্রের সঙ্গে বিভিন্ন সরলরেখার দ্বারা যুক্ত করা হয় এবং প্রত্যেক সরলরেখার মধ্যবিন্দুর উপর একটি লব্ধসমতল অঙ্কন করা হয়। এই লব্ধসমতলগুলি দ্বারা যে আয়তন আবদ্ধ হয়, তাকেই ভিগনার-সাইৎজ বহুতলক (polyhedron) বলে। একটি bcc কেলাসের ক্ষেত্রে ৪টি তলদ্বারা এরূপ একটি বহুতলক গঠিত হয়। সেজন্য একে অষ্টতলক (octahedron) বলে। (10.9) চিত্রে একটি bcc অষ্টতলকের গঠন দেখানো হল। প্রত্যেক ভিগনার-সাইৎজ ধাতব বহুতলকে একটি ধাতব ধনাত্মক আয়ন ও একটি যোজক ইলেকট্রন থাকে। এই ইলেকট্রনটি ধাতব আয়নের সঙ্গে স্থায়ীভাবে যুক্ত নয়। অর্থাৎ এটি আংশিক সময়ের জন্য ধাতব আয়নের সঙ্গে যুক্ত হয়ে একটি পরমাণু গঠন করে এবং আংশিক সময়ের জন্য ওই পরমাণু থেকে মুক্ত হয়ে আন্তঃআয়নীয় শূন্যস্থানে গ্যাসীয় অণুর অনুরূপে বিচরণ করে। সুতরাং যতক্ষণ পর্যন্ত না অপর কোনো মুক্ত ইলেকট্রন ওই বহুতলকে প্রবেশ করে, ততক্ষণ পর্যন্ত বহুতলকের আয়নটি যোজক ইলেকট্রন বর্জিত অবস্থায় থাকে। সুতরাং প্রত্যেক বহুতলকের বন্ধন শক্তি (U) তিন প্রকার শক্তির সমষ্টি। এই শক্তিগুলি হল—(1) ধনাত্মক আয়নের তড়িৎক্ষেত্রের মধ্যে থাকায় ইলেকট্রনের স্থিতিশক্তি (E_0), (2) মুক্ত অবস্থায় ইলেকট্রনের গড় গতিশক্তি (E_V) এবং (3) একটি মুক্ত পরমাণুকে আয়নিতকরণ শক্তি (E_I)। কাজেই

$$U = -(E_0 + E_V + E_I) \quad \dots \dots (10.37)$$

এদের মধ্যে E_0 ঋণাত্মক এবং E_V ও E_I ধনাত্মক। সুতরাং E_V ও E_I যত বৃদ্ধি পায় প্রত্যেক বহুতলকের বন্ধন তত কম শক্তিশালী হয়। একটি কেলাসে যদি N -সংখ্যক পরমাণু থাকে, তবে কেলাসটির মোট বন্ধন শক্তি হবে NU । কুলম্বীয় তড়িৎক্ষেত্রে ইলেকট্রনের স্থিতিশক্তি E_0 ও ধনাত্মক আয়নের স্থিতিশক্তি E_I সহজেই গণনা করা যায়। তা ছাড়া যোজক ইলেকট্রনগুলিকে মুক্ত ইলেকট্রন হিসাবে ধরে নিলে প্রত্যেক ইলেকট্রনের গড় গতিশক্তি হয়



চিত্র 10.9: ভিগনার-সাইন্স পদ্ধতিতে bcc ল্যাটিসে গঠিত পারমাণবিক অষ্টতলক



চিত্র 10.10: সোডিয়াম কেলাসের E_v , E_c , $E_c + E_v$ বক্র (রাউডবার্গ এককে) r_0 (পারমাণবিক এককে) সাপেক্ষে।

$$E_v = \frac{3}{5} E_F,$$

যেখানে E_F হল প্রত্যেক ইলেকট্রনের ফার্মি শক্তি (Fermi energy)। এই শক্তির রাশিমালা হল

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

যদি প্রত্যেক বহুতলকে r_0 ব্যাসার্ধযুক্ত একটি গোলক হিসাবে ধরা যায়, তবে এর আয়তন $= \frac{4\pi}{3} r_0^3 = 1/n$ ।

$$\therefore E_v = \frac{3}{10} \left(\frac{\hbar^2}{mr_0^2} \right) \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \quad \dots (10.38)$$

(10.10) চিত্রে একটি ইলেকট্রনের স্থিতিশক্তি ও গড় গতিশক্তি এবং এদের যোগফল বহুতলকের ব্যাসার্ধ r_0 -র বৃদ্ধির সঙ্গে কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তা দেখানো হল।

$r_0 = R_0$ দূরত্বে $E_0 + E_v$ বক্রটির মান সর্বনিম্ন হয়। এই দূরত্বই কেলাসটির স্থিতিাবস্থা নির্দেশ করে। Li, Na ও K কেলাসের স্থিতিাবস্থায় এদের মোট পারমাণবিক বন্ধন শক্তি kg-cal/mole এককে নীচে দেওয়া হল। দেখা যাচ্ছে যে গাণিতিক গণনাদ্বারা প্রাপ্ত বন্ধন শক্তির মান পরীক্ষা লব্ধ বন্ধন শক্তির মানের প্রায় সমান। অর্থাৎ এই কেলাসগুলির ক্ষেত্রে গাণিতিক গণনা পদ্ধতিকে নির্ভুল ধরা যায়। তবে আরও নির্ভুল গণনা করতে হলে ইলেকট্রনের ঘূর্ণনজাত শক্তি ও ভ্যান ডার ওয়ালস শক্তিও বিবেচনা করা প্রয়োজন। জটিলতা এড়ানোর জন্য এই আলোচনা এখানে করা হল না।

বন্ধনশক্তি (V)	Li	Na	K
(kg-cal/mole)			
গণনালব্ধ	36.2	24.5	16.5
পরীক্ষালব্ধ	39.0	26.0	23.0

10.13 ভ্যান ডার ওয়ালস কেলাসের বন্ধন শক্তি নির্ণয় (Calculation of binding energy of Van der Walls' crystal)

(10.7) পরিচ্ছেদে আপনি ভ্যান ডার ওয়ালস বন্ধন সম্পর্কিত আলোচনা পাঠ করেছেন। এখন আমরা এই বন্ধন দ্বারা উৎপন্ন কেলাসের মোট বন্ধন শক্তি গণনা করা পদ্ধতি আলোচনা করব। He, Ne, Ar, প্রভৃতি নিষ্ক্রিয় গ্যাস পরমাণুগুলিকে একপরমাণুক অণু বলা হয়। H_2 , N_2 , O_2 , CO প্রভৃতি অণুগুলি দ্বিপরমাণুক অণু। অনুরূপে O_3 , CO_2 , SO_2 প্রভৃতি অণুগুলি ত্রিপরমাণুক, NH_3 , N_2O_2 প্রভৃতি চতুর্পরমাণুক। এরূপ অণুগুলির সাধারণ বৈশিষ্ট্য এই যে এগুলি সাধারণ উষ্ণতায় গ্যাসীয়, কিন্তু কমবেশি 100 K উষ্ণতায় কঠিন কেলাস গঠন করে। এদের মধ্যে একপরমাণুক অণুগুলি ছাড়া অন্যান্য অণুগুলি সবই সমযোজী বন্ধন গঠন করে। এই একপরমাণুক ও সমযোজী অণুগুলির সর্ববহিস্থ কক্ষিকগুলি (orbitals) গোলাীয় প্রতিসাম্যবিশিষ্ট এবং ইলেকট্রন দ্বারা সম্পৃক্ত থাকে। ফলে অণুগুলির মধ্যে ভ্যান ডার ওয়ালস আকর্ষণ বল ও স্বল্পপাল্লার বিকর্ষণ বল ছাড়া অন্য কোনো বল ক্রিয়া করে না। এই অণুগুলি এজন্য সাধারণত ঘন-সংবন্ধ fcc কেলাস গঠন করে। কেবল He^3 ও He^4 কেলাসগুলি এর ব্যতিক্রম।

এখন ধরা যাক, একটি কেলাসে N -সংখ্যক অণু আছে। এখন যদি এর i -তম ও j -তম অণুর মধ্যে আকর্ষণ-বিকর্ষণ ক্রিয়ার ফলে i -তম অণুর বন্ধন শক্তি U_i ধরা হয়, তবে আমরা লিখতে পারি

$$U_i = \sum_{j(j \neq i)} U_{ij} \quad \dots \dots (10.39)$$

এবং কেলাসের মোট বন্ধন শক্তি

$$U_{tot} = \frac{1}{2} N U_i = \frac{1}{2} N \sum_{j(j \neq i)} U_{ij} \quad \dots \dots (10.40)$$

যেহেতু একই অণুর এর নিজের সঙ্গে আকর্ষণ-বিকর্ষণ ক্রিয়ার অর্থ হয় না, সেজন্য (10.39) সমীকরণে $j \neq i$ শর্তটি আরোপ করা হয়েছে। তা ছাড়া একজোড়া অণুর আকর্ষণ-বিকর্ষণ ক্রিয়া হয়। সেজন্য

(10.40) সমীকরণে N -এর পূর্বে $\frac{1}{2}$ উৎপাদকটি ব্যবহার করা হয়েছে।

(a) ভ্যান ডার ওয়ালস আকর্ষণ :

প্রথমে অণুগুলির মধ্যে ভ্যান ডার ওয়ালস আকর্ষণজনিত বন্ধন শক্তি গণনা করা যাক। ধরা যাক, i -তম অণুর তড়িৎ-বিম্বের ভ্রামক p_i । ধরা যাক, এই ভ্রামক j -তম অণুর কেন্দ্রে E তড়িৎক্ষেত্র উৎপন্ন করে। যদি j -তম অণুটি i -তম অণু থেকে r_{ij} দূরত্বে থাকে, তবে এই তড়িৎক্ষেত্রের মান হল

$$E = \frac{2p_i}{r_{ij}^3} \quad \dots \dots (10.41)$$

এই তড়িৎক্ষেত্রে j -তম অণুতে একটি তাৎক্ষণিক তড়িৎ আবেশ উৎপন্ন করবে, যার তড়িৎ-দ্বিমেরু ভ্রামক হল

$$p_j = \alpha E = \frac{2\alpha p_i}{r_{ij}^3} \quad \dots \dots (10.42)$$

এখানে α -কে বলা হয় j -তম অণুর ইলেকট্রনীয় মেরুভবন ক্ষমতা (electronic polarizability)।

মেরুভবনের দরুন দুটি অণুর মধ্যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। এই আকর্ষণের দরুন দুটি অণুর প্রত্যেকটি যে বন্ধন শক্তি লাভ করে, তার মান $-Ep_j$ ধরা যায়। অর্থাৎ

$$U_{\text{আকর্ষণ}} = -Ep_j = -\frac{4\alpha p_i^2}{r_{ij}^6} = -\frac{C}{r_{ij}^6} \quad \dots \dots (10.43)$$

প্রত্যেক অণুর ক্ষেত্রে α ও p_i ধ্রুবক। সুতরাং $4\alpha p_i^2 = C$ (= একটি ধ্রুবক)। নিষ্ক্রিয় গ্যাসের ক্ষেত্রে দেখা যায় যে $C \approx 10^{-58} \text{ erg.cm}^6$ । (10.43) সমীকরণ দ্বারা দুটি অণুর মধ্যে তড়িৎ-দ্বিমেরুর দরুন যে আকর্ষণ শক্তি পাওয়া যায়, তাকেই ভ্যান ডার ওয়াল্‌স আকর্ষণ শক্তি বলে। এই শক্তিকে পরিবর্তনশীল দ্বিমেরুর আকর্ষণ শক্তি (fluctuating dipole attraction energy), বিচ্ছুরণ শক্তি (dispersion energy) বা লন্ডন আকর্ষণ শক্তিও (London attraction energy) বলে।

(b) স্বল্পপাল্লার বিকর্ষণ :

আমরা পূর্বেই আলোচনা করেছি যে দুটি পরমাণুর কক্ষ যদি একটি আর-একটিকে অভিলিপ্ত করে, তবে এদের মধ্যে একটি স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। এই স্বল্প পাল্লার বলের দরুন প্রত্যেক পরমাণু যে স্থিতিশক্তি লাভ করে, তা সাধারণভাবে B/r_{ij}^{12} বা $\lambda_{exp}(-r_{ij}/\rho)$ রাশির দ্বারা প্রকাশ করা যায়। পরীক্ষামূলকভাবে দেখা যায় যে দুটি ভ্যান ডার ওয়াল্‌স অণুর মধ্যে যে স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে, তার জন্য i -তম অণুর স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ শক্তি $U_{\text{বিকর্ষণ}}$ রাশির দ্বারা প্রকাশ করা যায়, যেখানে

$$U_{\text{বিকর্ষণ}} = \frac{B}{r_{ij}^{12}} \quad \dots \dots (10.44)$$

এবং B একটি ধ্রুবক।

(10.43) ও (10.44) সমীকরণ দুটি থেকে i -তম অণুর কার্যকরী বন্ধন শক্তি হল

$$\begin{aligned} U_{ij} &= \frac{B}{r_{ij}^{12}} - \frac{C}{r_{ij}^6} \\ &= 4 \epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^6 \right] \end{aligned} \quad \dots (10.45)$$

যেখানে $4 \in \sigma^{12} = B$, এবং $4 \in \sigma^6 = C$ । (10.45) সমীকরণের ϵ এবং σ পরীক্ষামূলকভাবে নির্ণয় করা হয়। (10.45) সমীকরণের বন্ধন শক্তিকে লেনার্ড-জোন্স স্থিতিশক্তি (Lennard-Jones potential energy) বলে। (10.11) চিত্রে দূরত্বের উপর এই স্থিতিশক্তির নির্ভরশীলতা দেখানো হয়েছে।

(10.45) সমীকরণ অনুযায়ী N-সংখ্যক অণুবৃত্ত ল্যাটিসের মোট বন্ধন শক্তি হল

$$U_{\text{tot}} = \frac{1}{2} N (4 \epsilon) \sum_{j(j \neq i)} \left[\left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^6 \right] \dots (10.46)$$

এখন (10.13) সমীকরণ অনুযায়ী $r_{ij} = p_{ij} R$ বসালে আমরা পাই

$$U_{\text{tot}} = 2N \epsilon \sum_{j(j \neq i)} \left[\left(\frac{\sigma}{p_{ij} R} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{p_{ij} R} \right)^6 \right] \dots (10.47)$$

fcc ল্যাটিসের ক্ষেত্রে দেখানো যায় যে

$$\sum_{j(j \neq i)} p_{ij}^{-12} = 12.131 \text{ এবং } \sum_{j(j \neq i)} p_{ij}^{-6} = 14.454$$

সুতরাং fcc ল্যাটিসের ক্ষেত্রে আমরা পাই

$$U_{\text{tot}} = 2N \epsilon \left[12.131 \left(\frac{\sigma}{R} \right)^{12} - 14.454 \left(\frac{\sigma}{R} \right)^6 \right] \dots (10.48)$$

ল্যাটিসের সাম্যাবস্থায় $\frac{dU_{\text{tot}}}{dR} = 0$ এবং $R = R_0$ ।

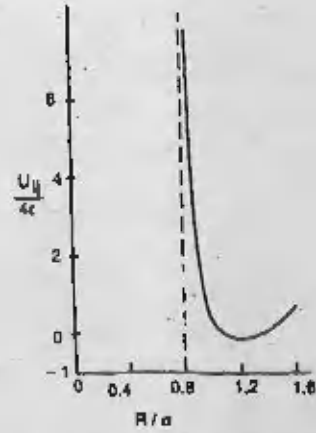
∴ (10.48) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়

$$\frac{dU_{\text{tot}}}{dR} = 2N \epsilon \left[-12 \times 12.131 \frac{\sigma^{12}}{R^{13}} + 6 \times 14.454 \frac{\sigma^6}{R^7} \right] = 0$$

$$\text{বা, } R_0/\sigma = 1.09 \dots \dots (10.49)$$

কিন্তু Ne, Ar, Kr, ও Xe-এর ক্ষেত্রে R_0/σ -র মান স্বাধীনভাবে নির্ণয় করলে দেখা যায় যে এই মানগুলি হল

	Ne	Ar	Kr	Xe
R_0/σ	1.14	1.11	1.10	1.09



চিত্র 11.11: লেনার্ড জোন্সের স্থিতিশক্তির লেখচিত্র। R/σ -র মান 1.2 হলে ঐ স্থিতিশক্তির মান সর্বনিম্ন হয়।

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে স্বাধীনভাবে নির্ণীত এই মানগুলি (10.49) সমীকরণ দ্বারা প্রাপ্ত মানের খুবই কাছাকাছি বা সমান। এ থেকে (10.45) সমীকরণ দ্বারা প্রদত্ত লেনার্ড-জোন্স স্থিতিশক্তির যথার্থ্য প্রমাণিত হয়। (10.49) সমীকরণে R_0/σ -র গাণিতিক মানের সঙ্গে Ne, Ar, Kr-এর জন্য R_0/σ -র প্রকৃত মানের পার্থক্য কোয়ান্টাম তত্ত্ব প্রয়োগে সম্পূর্ণ দূর হয়।

সাম্যাবস্থার শর্ত প্রয়োগ করে এখন আমরা U_{tot} -এর চূড়ান্ত রাশিমালা লিখতে পারি।

$$U_{\text{tot}}(R_0) = 2N \epsilon \left[12.131(\sigma/R_0)^{12} - 14.454(\sigma/R_0)^6 \right] = -8.60N \epsilon \quad \dots (10.50)$$

সুতরাং ড্যান ডার ওয়ালস কেলাসের প্রত্যেক অণুর গড় বন্ধন শক্তি হল

$$U = \frac{U_{\text{tot}}(R_0)}{N} = -8.6 \epsilon \quad \dots (10.51)$$

(10.50) ও (10.51) সমীকরণ দুটি সকল নিষ্ক্রিয় ও সমযোজী গ্যাসীয় অণুর কেলাসের জন্যই প্রযোজ্য। এই সমীকরণ দুটি নির্ণয়কালে অণু ও পরমাণুগুলির গতিশক্তি সম্পূর্ণ উপেক্ষা করা হয়েছে। কিন্তু উত্তর 0 K না হলে কোনো অণু বা পরমাণুর গতিশক্তি সম্পূর্ণ শূন্য হয় না। বার্নার্ডেস (Bernardes) কোয়ান্টাম তত্ত্ব প্রয়োগের দ্বারা (10.50) ও (10.51) সমীকরণের এই ত্রুটি দূর করেন।

10.14 সমাধানকৃত উদাহরণ

উদাহরণ-1. KCl ল্যাটিসের N-সংখ্যক অণুর বন্ধন শক্তির সমীকরণ হল

$$U = -N(\alpha q^2/R - B/R^n)$$

নিম্নে প্রদত্ত তথ্যগুলি ব্যবহার করে N ঘাতের মান নির্ণয় করুন।

নিকটতম প্রতিবেশীর সাম্যাবস্থার দূরত্ব $R_0 = 3.147 \text{ \AA}$

KCl কেলাসের সংনম্যতা $K = 5.747 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$

ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক $\alpha = 1.748$

সমাধান :

K-র প্রদত্ত মান SI এককে আছে। সুতরাং U-র রাশিমালা SI এককে লিখলে পাওয়া যায়

$$U = -N \left(\frac{\alpha q^2}{4\pi \epsilon_0 R} - \frac{B}{R^n} \right)$$

R-এর সাপেক্ষে উভয় পক্ষের অবকলন করে আমরা পাই

$$\frac{dU}{dR} = \frac{N\alpha q^2}{4\pi \epsilon_0 R^2} - \frac{nNB}{R^{n+1}} \quad \dots (10.52)$$

ল্যাটিসের সাম্যাবস্থায় $\frac{dU}{dR} = 0$ এবং $R = R_0$ । সুতরাং (10.52) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\frac{N\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} - \frac{nNB}{R_0^{n+1}} = 0$$

$$\text{বা, } B = \frac{\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 n} R_0^{n-1} \quad \dots (10.53)$$

KCl কেলসের গঠন NaCl গঠনের অনুরূপ। সুতরাং (10.33) সমীকরণ এক্ষেত্রে প্রযোজ্য। যেহেতু পদার্থের সংনম্যতা আয়তন-গুণাঙ্কের অন্ব্যোয়ক (reciprocal), সুতরাং (10.33) সমীকরণটি হবে

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{18NR_0} \left. \frac{d^2U}{dR^2} \right|_{R=R_0} \quad \dots (10.54)$$

(10.52) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2U}{dR^2} \right|_{R=R_0} &= -\frac{2N\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^3} + \frac{n(n+1)NB}{R_0^{n+2}} \\ &= \frac{N\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^3} (n-1) \quad [(10.53) \text{ সমীকরণ থেকে } B\text{-র মান বসিয়ে}] \end{aligned}$$

সুতরাং (10.54) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} &= \frac{1}{18NR_0} \cdot \frac{N\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^3} (n-1) \\ \text{বা, } n &= 1 + \frac{18R_0^4 (4\pi\epsilon_0)}{K\alpha q^2} \\ &= 1 + \frac{18 \times (3.147 \times 10^{-10})^4}{5.747 \times 10^{-11} \times 1.748 \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times 9 \times 10^9} \\ &= 1 + 7.63 \\ &= 8.63 \quad (\text{উত্তর}) \end{aligned}$$

উদাহরণ-2. নিষ্ক্রিয় গ্যাস কেলসের আয়তন-গুণাঙ্ক নির্ণয় করুন। এর দ্বারা লেনার্ড-জোন্স স্থিতিশক্তি সম্বন্ধে কী ধারণা লাভ করা যায়?

সমাধান :

(10.28) সমীকরণ অনুযায়ী পদার্থের আয়তন-গুণাঙ্কের সংজ্ঞা হল

$$B = V \frac{d^2 U}{dV^2}$$

এখানে V হল কেলসের আয়তন। যদি কেলসটির গঠন fcc ল্যাটিস হয় এবং ল্যাটিস ধ্রুবক a হয়, তবে ল্যাটিসের প্রত্যেক পরমাণুর আয়তন হবে $\frac{1}{4} a^3$ এবং কেলসের N -সংখ্যক পরমাণুর আয়তন $V = \frac{1}{4} N a^3$ ।

ল্যাটিসের নিকটতম দুটি প্রতিবেশী পরমাণুর দূরত্ব $R = a/\sqrt{2}$ ধরলে

$$V = NR^3/\sqrt{2} \quad \dots (10.55)$$

হয়। (10.48) সমীকরণে V -র এই মান বসালে আমরা পাই

$$\begin{aligned} U_{\text{tot}} &= 2N \epsilon \left[12.131 \frac{\sigma^{12}}{(\sqrt{2}V/N)^4} - 14.454 \frac{\sigma^6}{(\sqrt{2}V/N)^2} \right] \\ &= \frac{C_1}{V^4} - \frac{C_2}{V^2} \quad \dots (10.56) \end{aligned}$$

যেখানে $C_1 = \frac{\epsilon}{2} (12.131 N^5 \sigma^{12})$ এবং $C_2 = 14.454 \epsilon N^3 \sigma^6$

কিন্তু সাম্যাবস্থার শর্ত হল

$$\frac{dU_{\text{tot}}}{dV} = 0, \quad V = V_0$$

সুতরাং (10.56) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\frac{dU_{\text{tot}}}{dV} = -\frac{4C_1}{V^5} + \frac{2C_2}{V^3} = 0$$

$$\text{বা, } V_0 = \left(\frac{2C_1}{C_2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } B = \left(V \frac{d^2 U}{dV^2} \right)_{V_0} = V_0 \left(\frac{20C_1}{V_0^6} - \frac{6C_2}{V_0^4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \frac{C_2^{5/2}}{C_1^{3/2}} = \epsilon / \sigma^3 \quad \dots (10.57)$$

(10.57) সমীকরণটিই হল আয়তন-গুণাঙ্কের নির্ণেয় সম্বন্ধ। এই সম্বন্ধ থেকে প্রাপ্ত আয়তন-গুণাঙ্কের মান পরীক্ষালব্ধ মানের সঙ্গে চমৎকারভাবে মিলে যায়। যেহেতু লেনার্ড-জোন্স স্থিতিশক্তির সম্বন্ধ দ্বারা আয়তন গুণাঙ্কের এই সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয়, সুতরাং বলা যায় যে লেনার্ড-জোন্সের স্থিতিশক্তির সম্বন্ধ নিষ্ক্রিয় গ্যাস কেলাসের ধর্মগুলি সঠিকভাবে প্রকাশ করতে পারে।

10.15 সারাংশ

(1) কেলাসের পরমাণুগুলির মধ্যে দু'-প্রকার বল ক্রিয়া করে। একপ্রকার বল হল দীর্ঘপাল্লার আকর্ষণধর্মী কুলম্বীয় তড়িৎ বল এবং অন্য প্রকার বলটি হল স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ বল, যা পাউলির বর্জন নীতি ও দুটি নিউক্লিয়াসের ধনাত্মক আধানের মধ্যে কুলম্বীয় বলের উপর নির্ভরশীল।

(2) একটি কেলাসের পরমাণুগুলির মোট স্থিতিশক্তি

$$U = -A/r^m + B/r^n$$

সম্বন্ধ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই সম্বন্ধে r হল দুটি পরমাণুর মধ্যে দূরত্ব এবং A, B, m, n হল ধ্রুবক। এই সম্বন্ধের ডান পার্শ্বের প্রথম রাশিটি আকর্ষণজনিত স্থিতিশক্তি এবং দ্বিতীয় রাশিটি বিকর্ষণজনিত স্থিতিশক্তি প্রকাশ করে। বিকর্ষণজনিত বল আকর্ষণজনিত বলের চেয়ে স্বল্পপাল্লার। সেজন্য $n > m$ ।

(3) যখন দুটি পরমাণুর মধ্যে আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল পরস্পরকে সম্পূর্ণ প্রশমিত করে, কেবল তখনই পরমাণুদুটির রাসায়নিক বন্ধন স্থায়ী বা সুস্থিত হয়। একে পরমাণুদুটির সাম্যাবস্থা (equilibrium) বলে। এই অবস্থায় দুটি পরমাণুর মধ্যে স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয় এবং এই সর্বনিম্ন শক্তিকে পরমাণু জোড় বা অণুটির বন্ধন শক্তি বা সংসক্তিকারী শক্তি (energy of cohesion) বলে। একটি অণুর পরমাণুগুলিকে পরস্পরের বন্ধন মুক্ত করে অসীম দূরত্বে নিয়ে যেতে হলে অণুটির উপর অন্ততপক্ষে এর বন্ধন শক্তির সমান শক্তি প্রয়োগ করতে হয়। এজন্য অণুর বন্ধন শক্তিকে বিষঙ্গীকরণ শক্তিও (energy of dissociation) বলে। অণুর সাম্যাবস্থায় এর দুটি পরমাণুর মধ্যে দূরত্ব r_0 ধরলে অণুটির বন্ধন শক্তির মান হয়

$$U_0 = -(A/r_0^m)(1 - m/n)$$

(4) একটি কেলাসের পরমাণুগুলির মধ্যে যেসব বন্ধন দেখা যায়, সেগুলি হল—(i) আয়নীয়, (ii) সমযোজী, (iii) ধাতব, (iv) হাইড্রোজেনীয়, (v) ভ্যান ডার ওয়ালসীয় ও (vi) মিশ্র বন্ধন। (i) আয়নীয় বন্ধনে অণুর একটি পরমাণুর যোজক খোলক (shell) বা কক্ষিক (orbital) থেকে এক বা একাধিক ইলেকট্রন অণুটির অন্য পরমাণুর যোজক কক্ষিকে স্থায়ীভাবে স্থানান্তরিত হয়। তার ফলে যে পরমাণুটি ইলেকট্রন বর্জন করে, তা স্থায়ীভাবে ধনাত্মক আয়নে এবং যে পরমাণুটি ইলেকট্রন গ্রহণ করে, তা স্থায়ীভাবে ঋণাত্মক আয়নে পরিবর্তিত হয়। এই ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নের মধ্যে স্থিরতড়িৎ কুলম্বীয়

আকর্ষণের দ্বারাই পরমাণুদুটির মধ্যে আয়নীয় বন্ধন গঠিত হয়। (ii) সমযোজী বন্ধনে অণুর প্রত্যেক পরমাণুর যোজক কক্ষিক থেকে সমসংখ্যক ইলেকট্রন দ্বারা সমসংখ্যক ইলেকট্রন জোড় গঠিত হয় এবং এই ইলেকট্রন জোড়গুলি উভয় পরমাণুই এদের কক্ষিক সম্পৃক্ত করার জন্য সমভাবে ব্যবহার করে। (iii) ধাতব বন্ধনে সমযোজী ইলেকট্রনগুলি দুটি নির্দিষ্ট পরমাণুর মধ্যে আবদ্ধ না থেকে ধাতব বস্তুটির বিভিন্ন পরমাণুর মধ্যে অনির্দিষ্টভাবে ঘুরে বেড়ায়। ফলে যোজক ইলেকট্রনগুলি আংশিক মুক্ত ও আংশিক সমযোজী ইলেকট্রনরূপে ব্যবহার করে। এভাবে ধাতব বস্তুটির মধ্যে সর্বদাই বিভিন্ন দিকে ও বিভিন্ন বেগে গতিশীল কতকগুলি মুক্ত ইলেকট্রন এবং সমসংখ্যক স্থির ধনাত্মক আয়ন বর্তমান থাকে। (iv) হাইড্রোজেনীয় বন্ধনে হাইড্রোজেন পরমাণু (বা অনুরূপ কোনো পরমাণু) অপর কোনো তড়িৎ-ঋণাত্মক পরমাণুর সঙ্গে মিলিত হয়ে সমযোজী বন্ধন গঠন করে। কিন্তু এই বন্ধনে দুটি পরমাণু দ্বারা ইলেকট্রন জোড়ের অসম ব্যবহারের দরুন পরমাণুদুটির মধ্যে একটি তড়িৎ দ্বিমেরুর উৎপত্তি হয় এবং তারফলে একটি অণু অপর অণুকে আকর্ষণ করতে পারে। (v) ভ্যান ডার ওয়ালসীয় বন্ধন দ্বারা নিষ্ক্রিয় গ্যাসীয় পরমাণুগুলি ও সমযোজী বন্ধনযুক্ত গ্যাসীয় অণুগুলি অত্যন্ত কম উন্নতায় কেলাস গঠন করে। এই নিষ্ক্রিয় পরমাণু ও অণুগুলির যোজক কক্ষিকের ইলেকট্রন মেঘ সম্পূর্ণ সম্পৃক্ত ও গোলায় প্রতিসাম্যবিশিষ্ট হয়। কিন্তু তাৎক্ষণিকভাবে এই মেঘের ঘনত্ব পরিবর্তন ঘটান দরুন এই অণু বা পরমাণুর মধ্যে তাৎক্ষণিকভাবে তড়িৎ-দ্বিমেরু উৎপন্ন হয় এবং এর দ্বারা নিকটবর্তী অনুরূপ অণু বা পরমাণুতে আবিষ্ট তড়িৎ-দ্বিমেরুর উৎপত্তি ঘটে। এই দ্বিমেরুগুলির বিপরীত ধর্মীয় মেঘগুলির আকর্ষণ দ্বারাই ভ্যান ডার ওয়ালসীয় বন্ধনের উৎপত্তি হয়। (vi) কতকগুলি কেলাসের বন্ধনে একাধিক প্রকারের বন্ধন থাকে। এই কেলাসগুলিকে মিশ্র বন্ধনের কেলাস বলা হয়।

(5) আয়নীয়, ধাতব ও ভ্যান ডার ওয়ালসীয় বন্ধনগুলি গোলায়ভাবে প্রতিসম। অর্থাৎ এই বন্ধনগুলি দিকনির্ভর নয়। কিন্তু সমযোজী ও হাইড্রোজেন বন্ধন দিকনির্ভর।

(6) আয়নীয়, সমযোজী ও ধাতব বন্ধনগুলি শক্তিশালী বন্ধন। এই বন্ধনের শক্তি অণু প্রতি 1 থেকে 10 eV পর্যন্ত হয়। এজন্য এই বন্ধনগুলিকে প্রাথমিক বন্ধন (primary bonds) বলা হয়। অপরপক্ষে ভ্যান ডার ওয়ালসীয় ও হাইড্রোজেনীয় বন্ধন দুর্বল। অর্থাৎ এই বন্ধনগুলির শক্তি অণু প্রতি 0.01 থেকে 0.5 eV-র বেশি হয় না। এই বন্ধনগুলিকে সৌণ (secondary) বন্ধন বলে।

(7) আয়নীয় কেলাসের মোট ল্যাটিস শক্তি বা বন্ধন শক্তি

$$U_{tot} = NU_i = -(Naq^2/R_0)[1 - \rho/R_0]$$

সম্বন্ধের দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই সম্বন্ধে U_i হল i -তম আয়নের বন্ধন শক্তি এবং N হল কেলাসে অবস্থিত মোট আয়ন সংখ্যা। R_0 সাম্যাবস্থায় দুটি নিকটতম আয়নের দূরত্ব, q ইলেকট্রন আধান, α ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক এবং ρ হল স্বল্প পাল্লার বিকর্ষণ বলের পাল্লা সূচক ঘাত।

আয়নীয় কেলাসের ঘাত ρ কেলাসের আয়তন-গুণাঙ্ক দ্বারা নির্ণয় করা যায়। NaCl কেলাসের ক্ষেত্রে এই ঘাতের সম্বন্ধ হল

$$B = \frac{\alpha q^2}{18R_0^4}(R_0/\rho - 2)$$

আয়নীয় কেলাসের একটি আয়নের গড় বন্ধন শক্তি

$$U = \frac{U_{tot}}{N} = -(\alpha q^2/R_0) \left(1 - \frac{\rho}{R_0}\right)$$

(৪) ধাতব কেলাসের প্রতিটি আয়নের বন্ধন শক্তি

$$U = -[E_0 + E_V + E_I]$$

সেখানে E_0 হল ধনাত্মক আয়নের তড়িৎক্ষেত্রে যোজক ইলেকট্রনের স্থিতিশক্তি, E_V হল ইলেকট্রনের আংশিক মুক্ত অবস্থায় এর গতিশক্তি এবং E_I হল একটি মুক্ত পরমাণুকে আয়নিতকরণ শক্তি।

E_0 ও E_I সহজে গণনা করা যায়। তা ছাড়া ফার্মি শক্তির সম্বন্ধের সাহায্যে E_V -র মান হয়

$$E_V = \frac{3}{10} \left(\frac{\hbar^2}{mr_0^2} \right) \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3}$$

সেখানে r_0 হল পারমাণবিক বহুতলককে গোলক হিসাবে ধরে নিলে তার ব্যাসার্ধ।

(৭) ভ্যান ডার ওয়ালসীয় কেলাসের ক্ষেত্রে এর i -তম ও j -তম পরমাণুর বন্ধন শক্তি হল

$$U_{ij} = 4 \epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^6 \right]$$

এই শক্তির সম্বন্ধকে লেনার্ড-জোন্স স্থিতিশক্তি বলে। এখানে ϵ ও σ হল লেনার্ড-জোন্স স্থিতিশক্তির ধ্রুবক।

যদি কেলাসে N -সংখ্যক পরমাণু থাকে, তবে ওই কেলাসের মোট ভ্যান ডার ওয়ালসীয় বন্ধন শক্তি হল

$$U_{tot} = -8.6 N \epsilon$$

এবং প্রত্যেক অণুর বন্ধন শক্তি হল

$$U = \frac{U_{tot}}{N} = -8.6 \epsilon$$

10.16 প্রদীপন

1. কেলাসের অভ্যন্তরস্থ পরমাণুগুলি যখন পরস্পরের নিকটবর্তী হয়, তখন তাদের মধ্যে একটি আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। কিন্তু এতৎসত্ত্বেও পরমাণুগুলি পরস্পরের সঙ্গে মিশে যায় না কেন, তা ব্যাখ্যা করুন।
2. বিভিন্ন প্রকার কেলাসীয় বন্ধন বলগুলি উল্লেখ করুন। প্রত্যেক প্রকার বলের জন্য যে পদার্থে যে বল ক্রিয়া করে, সেই পদার্থের একটি করে উদাহরণ দিন। কেলাসীয় বন্ধন অনুযায়ী নিম্নলিখিত পদার্থগুলির শ্রেণিবিভাগ করুন।
(i) আর্গন, (ii) সোডিয়াম, (iii) শুষ্ক বরফ, (iv) পটাশিয়াম ব্রোমাইড, (v) ক্যালশিয়াম কার্বনেট, (vi) বরফ, (vii) সিলভার আয়োডাইড, (viii) ফ্রেনিন।

3. একটি কেলসের পরমাণুগুলির মধ্যে কী কী প্রকারের বল ক্রিয়া করে এবং এই বলগুলি কীভাবে উৎপন্ন হয়, তা আলোচনা করুন। পরমাণুগুলির মধ্যে দূরত্বের সঙ্গে এদের বিভব শক্তি যেভাবে পরিবর্তিত হয়, তার লেখচিত্রের সাহায্যে সুস্থিত বন্ধন কীভাবে পাওয়া যায়, তা ব্যাখ্যা করুন।
4. নীচের বন্ধনগুলির প্রত্যেকটির একটি করে উদাহরণ দিন এবং এই বন্ধনগুলির মধ্যে কী পার্থক্য আছে, তা ব্যাখ্যা করুন।
(a) আয়নীয় ও সমযোজী বন্ধন, (b) আয়নীয় ও ভ্যান ডার ওয়ালসের বন্ধন।
5. সাধারণত কেবল ধাতুগুলির মধ্যেই কেন ঘনসংবন্ধ গঠন দেখা যায়, কিন্তু আয়নীয় ও সমযোজী কঠিনের মধ্যে দেখা যায় না, তা ব্যাখ্যা করুন।
6. ক্ষার ধাতুগুলিতে কেন bcc গঠন দেখা যায়, তা ব্যাখ্যা করুন।
7. হাইড্রোজেন বন্ধন কাকে বলে? দ্বিমেরু বন্ধনের সঙ্গে এর পার্থক্য কী? বরফ গঠনে হাইড্রোজেন বন্ধনের ভূমিকা ব্যাখ্যা করুন।
8. নিষ্ক্রিয় গ্যাসগুলি কেন অত্যন্ত কম উল্লভ্য তরলীভূত ও কঠিনীভূত হয়?
9. মিশ্রবন্ধন কাকে বলে? কয়েকটি মিশ্রবন্ধন পদার্থের উদাহরণ দিন।
10. একটি আয়নীয় কেলসের বন্ধন শক্তির রাশিমালা নির্ণয় করুন। ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক কাকে বলে? এই ধ্রুবকের রাশিমালা নির্ণয় করুন। একটি রৈখিক আয়নীয় কেলসের ক্ষেত্রে ম্যাডেলুঙ ধ্রুবক কীভাবে নির্ণয় করা যায়?
11. আসঞ্জনক বা সংসক্তিজনিত শক্তি কাকে বলে? নিষ্ক্রিয় গ্যাসের কেলসের ক্ষেত্রে এই শক্তির মান নির্ণয় করুন।
12. ধরা যাক, q আধানযুক্ত ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নগুলি একান্তরভাবে একই রেখায় সারিবদ্ধভাবে আছে। এদের দুটি নিকটতম প্রতিবেশীর মধ্যে বিকর্ষণজনিত স্থিতিশক্তি A/r^n রাশির দ্বারা প্রকাশ করা যায়। যদি এই সারিতে মোট $2N$ -সংখ্যক আয়ন থাকে, তবে প্রমাণ করুন যে সাম্যাবস্থায় সারিটির মোট স্থিতিশক্তি হল

$$U_0 = -(2Nq^2 \ln 2/r_0) (1 - 1/n)$$

যেখানে r_0 = সাম্যাবস্থায় আন্তর্পরমাণবিক দূরত্ব।

13. দুটি পরমাণু যুগলের স্থিতিশক্তি হল

$$U = -\alpha/r^4 + \beta/r^{12}$$

যদি এই পরমাণুদুটি একটি সুস্থিত অণু গঠন করে, তাহলে এই অণু থেকে কী পরিমাণ শক্তি নিঃসৃত হবে? এই বন্ধনের দৈর্ঘ্য কত?

14. দুটি পরমাণুযুগলের স্থিতিশক্তির সমীকরণ হল

$$U = -A/r^6 + B/r^{12}$$

পরমাণু দুটির সুস্থিত বন্ধন দূরত্ব হল $3\text{\AA}$ এবং বন্ধন শক্তি হল 1.8 eV । A ও B-র মান নির্ণয় করুন। এই অণুটি ভেঙে ফেলতে যে বল প্রয়োজন, তা বার করুন এবং এর জন্য পরমাণুদুটির মধ্যে যে সংকট দূরত্ব (critical distance) থাকে, তা নির্ণয় করুন। সাম্যাবস্থায় পরমাণুদুটির মধ্যে যে দূরত্ব থাকে, সেই দূরত্ব 5% হ্রাস করতে যে বল প্রয়োজন হয়, তাও নির্ণয় করুন।

15. একটি LiF অণুর সংসক্তিজনিত শক্তি ও নিকটতম দুটি প্রতিবেশীর মধ্যে দূরত্ব যথাক্রমে $1.68 \times 10^{-18}\text{ J}$ এবং $2.014\text{ \AA}$ । LiF অণুর গঠন NaCl অণুর গঠনের অনুরূপ। যদি অণুটির স্থিতিশক্তির সমীকরণ

$$U = -\alpha q^2/R + \beta/R^n$$

হয়, তবে LiF অণুটির আয়তন-গুণাঙ্ক নির্ণয় করুন। এখানে α -র মান হল

$$\alpha = 1.75$$

10.17 প্রশ্নাবলির উত্তরের ইঙ্গিত

1. (10.2) ভূমিকা দেখুন।
2. প্রश्নের প্রথম অংশের উত্তরের জন্য (10.3) পরিচ্ছেদের শেষাংশ দেখুন। দ্বিতীয় ও তৃতীয় অংশের উত্তর (10.4) থেকে (10.9) পর্যন্ত পরিচ্ছেদগুলির মধ্যে পাবেন।
3. (10.3) পরিচ্ছেদ দেখুন।
4. (10.4), (10.5) ও (10.7) পরিচ্ছেদগুলি দেখুন।
5. (10.4), (10.5) ও (10.6) পরিচ্ছেদগুলি দেখুন।
6. (10.6) পরিচ্ছেদ দেখুন।
7. (10.8) পরিচ্ছেদ দেখুন।
8. (10.7) পরিচ্ছেদ দেখুন।
9. (10.9) পরিচ্ছেদ দেখুন।
10. (10.10) পরিচ্ছেদ দেখুন।
11. (10.3) ও (10.13) পরিচ্ছেদ দেখুন।
12. (10.10.1) পরিচ্ছেদের (10.6) চিত্র অনুসরণে U_{ij} ও $U_{\text{tot}} = U_0 = NU_1$ নির্ণয় করুন।
13. (10.3) পরিচ্ছেদের (10.6) ও (10.7) সমীকরণগুলির অনুরূপে গাণিতিক সমীকরণ গঠন করুন।
14. (10.3) পরিচ্ছেদের গাণিতিক সমীকরণগুলি অনুসরণ করুন।
15. (10.10.2) পরিচ্ছেদের পদ্ধতি অনুসরণ করুন।

একক 11 □ জাফরির কম্পন (Lattice vibration)

11.1 প্রস্তাবনা

11.2 উদ্দেশ্য

11.3 একটি অবিকল এক রকমের পরমাণু দিয়ে তৈরি একমাত্রিক সজ্জায় স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের বিস্তার

11.4 একটি একমাত্রিক অডিও পরমাণু জাফরির কম্পনের ধরণ

11.5 সরল সমষ্টিগত কম্পক ও কম্পনের ধরনের সাদৃশ্য

11.6 অভিন্ন পরমাণু বিশিষ্ট একমাত্রিক জাফরির আপেক্ষিক তাপ

11.7 দ্বিপারমাণবিক রৈখিক জাফরির কম্পনের ধরণ

11.8 সারাংশ

11.9 সংক্ষিপ্ত প্রস্তাবনা

11.10 গাণিতিক সমস্যার সমাধান

11.11 কিছু গাণিতিক সমস্যা

11.12 পরিশিষ্ট

11.1 প্রস্তাবনা

কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ডিবাইয়ের তত্ত্বের সবচেয়ে দুর্বলতম অংশ হল স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ যখন কোন কঠিন পদার্থে বিস্তার লাভ করে তখন ঐ পদার্থের কেলাসকে একটা অবচ্ছিন্ন মাধ্যম হিসাবে বিবেচনা করা। এটা আগেই জানা গেছে যে ঐ তরঙ্গগুলোর ক্ষুদ্রতম তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের যে মান সেটা আন্তঃপারমাণবিক দূরত্বের সমান। এক্ষেত্রে তাই এটা আশা করা যেতে পারে যে তত্ত্ব আরও সঠিক হলে উচ্চ কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট তরঙ্গের ক্ষেত্রে অন্য ফল দেখা যাবে। সেই জন্য কেলাসদের একমাত্রিক, দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক জাফরি হিসাবে ধরে নিয়ে তাদের কম্পনের বৈশিষ্ট্য আলোচনা কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ে সাহায্য করবে। এক্ষেত্রে যে কোন কেলাসের মধ্যে পরমাণু সংখ্যা যেহেতু অত্যন্ত বেশি তাই ঐ জাফরিগুলো যাদের কম্পন মুখ্য আলোচ্য বিষয় তাদের বিস্তৃতি অসীম পর্যন্ত ধরা হয়, না হলে সীমানা জনিত ক্রিয়া গণনায় চলে আসে।

11.2 উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়ে আপনারা কঠিন পদার্থের কেলাসকে জাফরির (Lattice) সমাহার ধরে নিয়ে তাদের সরল সমষ্টিগত কম্পনের মাধ্যমে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় সম্পর্কে জানতে পারবেন। জাফরির

কম্পনের সাথে রৈখিক সমঞ্জস কম্পকের সাদৃশ্য কল্পনা করে কোয়ান্টাম বল বিদ্যা অনুযায়ী শক্তি নির্ধারণ কীভাবে করা যাবে সেই তত্ত্ব আলোচিত হবে। আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ে জ্যাকিরির কম্পনের ধরনের ভূমিকা সম্পর্কে জানতে পারবেন। পরিশেষে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ তাত্ত্বিক বিচারে নির্ধারণ করার পদ্ধতিতে জ্যাকিরির কম্পনের গুরুত্ব বোঝা যাবে।

11.3 একটি অবিকল এক রকমের পরমাণু দিয়ে তৈরি একমাত্রিক সজ্জায় স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের বিস্তার

বর্তমান আলোচনার মূল সূত্র পাওয়া যাবে বর্ন ও ফন কারম্যান (Born and Von Karman) এবং ব্ল্যাকম্যান (Blackman) এর গবেষণাপত্রে। প্রথমে আমরা চিত্রে দেখানো একটি সমদূরবর্তী ভরবিন্দুর সমাহার বিবেচনা করবো।

এই সমাহারটির বিস্তৃতি অসীম পর্যন্ত আর প্রত্যেকটি কণার ভর সমান। এটা ধরে নেওয়া হবে যে মিথস্ক্রিয়া শুধু নিকটতম প্রতিবেশীর সাথে হবে আর হুকের সূত্র মেনেই হবে। স্থিতিাবস্থায় পাশাপাশি কণাদের মধ্যে দূরত্ব a । স্থিতিাবস্থা থেকে সরণ গুলোকে $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n, x_{n+1}, \dots$ দিয়ে সূচিত করা হবে। n তম কণার গতি সমীকরণ হল



চিত্র 11.1. অভিন্ন ভরবিন্দু দিয়ে রৈখিক সজ্জা

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_n &= -f(x_n - x_{n-1}) - f(x_n - x_{n+1}) \\ &= f(x_{n-1} + x_{n+1} - 2x_n) \end{aligned} \quad (11.1)$$

নিকটতম প্রতিবেশীদের মধ্যকার বল ধ্রুবক হল f ।

আমরা উপরের সমীকরণের সমাধানের জন্য চল তরঙ্গের সহায়তা নিলে লিখতে পারি

$$x_n(t) = e^{-i\omega(t-na/c_s)} = e^{-i(\omega t - qa)} \quad (11.2)$$

যেখানে C_s = চলতরঙ্গের বেগ, $q = \omega/c_s = 2\pi/\lambda$ (তরঙ্গ ভেক্টর)

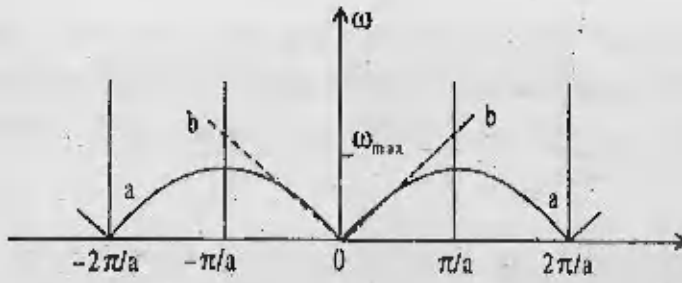
আর $na = n$ তম কণার মূল বিন্দু থেকে দূরত্ব।

x_n এর মান (11.1) সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$m\omega^2 = -f(e^{-iqa} + e^{iqu} - 2) = 4f \sin^2(qa/2) \quad (11.3)$$

বা $\omega = \omega_{\max} \sin(qa/2)$, $\omega_{\max}^2 = 4f/m$

এইভাবে আমরা তরঙ্গের কম্পাঙ্ককে তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি। এই সম্পর্কটি চিত্র 11.2 তে দেখানো হয়েছে।



চিত্র 11.2. একক পরমাণু বিশিষ্ট রৈখিক জাফরিতে তরঙ্গ ভেক্টর q -এর সাথে স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ কম্পাঙ্কের সম্পর্ক

একটি উল্লেখযোগ্য বিষয় হল যে একটি অবিচ্ছিন্ন সম্ভার জন্য কম্পাঙ্ক $v = qc/2\pi$, অর্থাৎ কম্পাঙ্ক তরঙ্গ ভেক্টর q এর সমানুপাতী (চিত্র 11.2 এ রেখা b দ্রষ্টব্য)। সুতরাং আমরা এই সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে কেবলমাত্র $qa \ll 1$ এর বেলায় একটি অবিচ্ছিন্ন সম্ভার আর ভরবিশুদ্র রৈখিক সমাহার একই ফল দেবে। এই ফলের প্রতিক্রিয়া আপেক্ষিক তাপ তত্ত্বে এসে পড়বে কারণ আপেক্ষিক তাপ তত্ত্বে কঠিনের অবিচ্ছিন্নতা ধরে নেওয়া হয়েছিল।

সমাধান (11.2) থেকে আমরা আর একটা গুরুত্বপূর্ণ ফল পেতে পারি যদি q কে আমরা q_m দিয়ে প্রতিস্থাপিত করি যেখানে

$$q_m = q + \frac{2\pi m}{a}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (11.4)$$

সমীকরণ (11.3) থেকে আমরা দেখি যে তরঙ্গের ধরণ q আর q_m একই রকম। যেহেতু $\exp(i2\pi m) = 1$, সুতরাং (11.3) থেকে বলা যাবে q আর q_m এর সমাধান গুলো এক। সেইজন্য জাফরির কম্পনের ধরণ আর তরঙ্গ ভেক্টর q এর ভিতর একটি অনন্য সম্পর্ক পেতে গেলে q -এর মান নির্দিষ্ট মাত্রার ভিতর থাকা দরকার। সাধারণতঃ q এর মান নেওয়া হয় এমন ভাবে যে

$$-\pi/a \leq q \leq \pi/a \quad (11.5)$$

যনাত্মক q -মান সম্পন্ন তরঙ্গ গুলো কোন একদিকে গেলে ঋণাত্মক q -মান সম্পন্ন তরঙ্গেরা বিপরীত দিকে যায়। উপরের আলোচনা থেকে আমরা দেখতে পাই কম্পাঙ্ক গুলো q -এর সাথে পর্যাবৃত্ত (periodic) সম্পর্ক রাখে। (11.5) বর্ণিত q -এর মান দিয়ে প্রথম ত্রিলুপী অঞ্চল সূচিত হয়। এছাড়াও দ্বিতীয় বা তৃতীয় ত্রিলুপী অঞ্চল সম্পর্কে আমরা ধারণা করতে পারি q -এর বিভিন্ন মানের মাত্রার মাধ্যমে।

11.4 একটি একমাত্রিক অভিন্ন পরমাণু জাফরির কম্পনের ধরণ

এর আগের অংশে আমরা একটি অসীম পরমাণু জাফরির আলোচনা করেছি। কিন্তু বাস্তবে কোন জাফরিতে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত নয়, তাদের একটা সীমা আছে। এই সীমানা নির্দিষ্ট করার শর্তের জন্য কম্পনের ধরণের সংখ্যার পরিবর্তন দেখা যায়। এই পরিচ্ছেদে আমরা সেটাই আলোচনা করবো।

সীমানা শর্তগুলো দূরকম ভাবে আরোপিত করা যায় :

1. স্থান তরঙ্গ (standing waves) উৎপন্নকারী সীমানা শর্ত : 0 থেকে শুরু করে N পর্যন্ত আছে এমন (N+1) সংখ্যক অভিন্ন পরমাণু সজ্জা ধরা হল। এই সজ্জার অন্তিম পরমাণু দুটো স্থির, বাকি (N-1) সংখ্যক পরমাণু গতিশীল। গতি সমীকরণ (11.1) এর সাধারণ সমাধানকে দুটো চল তরঙ্গের যোগফল ধরা যেতে পারে, যার মধ্যে একটা ডান দিকে আর একটা বাঁ দিকে চলছে।

$$x_n(t) = (A_1 e^{iqna+i\beta_1} + A_2 e^{-iqna+i\beta_2}) e^{-i\omega t} \quad (11.6)$$

এখানে A_1 ও A_2 হল বিস্তার আর β_1, β_2 দশা কোণ।

সীমানা শর্তগুলো হল

$x_0(t) = 0$ আর $x_N(t) = 0$, সব t এর জন্য

এর প্রথমটা থেকে আমরা পাই $A_1 = -A_2$ আর $\beta_1 = \beta_2$ যেহেতু দশা কোণগুলো এক, আমরা তাই ধরে নিতে পারি $\beta_1 = \beta_2 = 0$ । বাকি অংশের ব্যস্তবরাশি থেকে পাই

$$x_n(t) = 2A_1 \sin qna \sin \omega t \quad (11.7)$$

এটা একটা স্থান তরঙ্গের সমীকরণ।

এখান থেকে আমরা দেখতে পাই ω আর q এর সম্পর্ক চল তরঙ্গের বেলায় যা পাওয়া গেছিল ঠিক সেরকমই। শুধু q এর মান এখন ধনাত্মক হবে আর সেটা 0 থেকে π/a এর মধ্যে সীমাবদ্ধ। সমীকরণ (11.7) এ দ্বিতীয় সীমা শর্ত আরোপ করলে আমরা q এর কতগুলো বিচ্ছিন্ন মান পাই যেখানে

$$\sin qNa = 0, \text{ বা } q = (\pi/Na)j \quad (11.8)$$

j অখণ্ড রাশি। $j=0$ কিন্তু নেওয়া যাবে না কারণ তাহলে $q=0$ হয়ে যাবে। যেহেতু q এর চরম মান q_a , সুতরাং $j_{\max} = N$; কিন্তু এই মানও নেওয়া যাবে না কারণ $q=0$ । অতএব আমরা দেখতে পাচ্ছি যে

$$j = 1, 2, 3, \dots, (N-1) \quad (11.9)$$

তাহলে যতগুলো গতিশীল পরমাণু আছে কম্পনের ধরণও ঠিক ততগুলো। q এর প্রতিটি মানের জন্য এক একটা কম্পাঙ্ক ω_q আছে। তাই কম্পাঙ্ক বর্ণালীতে (N-1) সংখ্যক বিচ্ছিন্ন রেখা দেখা যাবে।

2. দ্বিতীয় সীমাশর্তের প্রবৃত্তি হলেন বর্ণ আর ফ্রি কারম্যান। এই সীমা শর্তকে বলা হয় শৃঙ্খলিত বা পর্যাবৃত্ত সীমাশর্ত। যদি পারমাণবিক সজ্জাটি বৃত্তাকার হয় যেখানে আন্ত-পরিমাণবিক দূরত্ব a , তাহলে সজ্জাটির দৈর্ঘ্য L হলে $L = Na$, যেখানে $N =$ পরমাণু সংখ্যা $\gg 1$, পরমাণুগুলোকে $1, 2, 3, \dots, N$ দিয়ে সূচিত করা হলে সমাধান শর্ত থেকে পাই

$$x_n(t) = x_{n+N}(t) \quad (11.10)$$

এই ফল (11.2)তে প্রয়োগ করলে পাওয়া যাবে

$$e^{iqna} = e^{iq(n+N)a}$$

$$\text{বা } q = \left(\frac{2\pi}{Na} \right) g = \left(\frac{2\pi}{L} \right) g \quad (11.11)$$

যেখানে g অখন্ড রাশি। এখন (11.5) অনুযায়ী q এর মান $-\pi/a$ থেকে π/a পর্যন্ত সীমাবদ্ধ। তাহলে g এর সম্ভাব্য মান হবে $g = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N/2$ (11.12)

g এর মোট সংখ্যা N । তাহলে আমরা আবার আগের সেই সিদ্ধান্তে আসি যেখানে বলা হয়েছিল গতিশীল পরমাণু সংখ্যা আর কম্পনের ধরনের সংখ্যা অভিন্ন। শুধু চলতরঙ্গের বেলা q এর মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে আর স্থান তরঙ্গের বেলা q এর মান ধনাত্মক হয় চলতরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গ ভেক্টর ব্যবধান dq এর ভিতর কম্পনের ধরনের সম্ভাব্য সংখ্যা

$$dg = \left(\frac{L}{2\pi} \right) dq \quad (11.13)$$

আর স্থান তরঙ্গের বেলা

$$dj = \left(\frac{L}{\pi} \right) dq \quad (11.14)$$

(11.13) তে q এর মান $-\pi/a$ থেকে π/a পর্যন্ত হতে পারে যেখানে (11.14) তে q এর মান 0 থেকে π/a পর্যন্ত হবে। যে সমস্ত জাফরির বেলা $N \gg 1$, তাদের ক্ষেত্রে সীমার্শর্ত (11.10) প্রয়োগ করা যেতেই পারে। বাস্তবিক কারণে $L = Na$ এই মাপের টুকরো টুকরো জাফরির প্রত্যেকটি পরমাণু তার চারদিকে একই পরিবেশ দেখতে পাবে।

11.5 সরল সমঞ্জস কম্পক ও কম্পনের ধরনের সাদৃশ্য

কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় সমস্যা জাফরির কম্পনের ধরণ নির্ধারণ। কঠিন পদার্থের কম্পন শক্তি হিসাবের জন্য প্রতিটি ধরণের সঙ্গে এক একটা সরল সমঞ্জস কম্পকের সাদৃশ্য ধরে নিয়ে ঐ কম্পকের শক্তির অবদান নির্ধারিত হয়। বর্তমান পরিচ্ছেদে আমরা একটি একমাত্রিক জাফরির ক্ষেত্রে এই পদ্ধতির যথার্থ্য দেখাবো।

M ভর বিশিষ্ট আর ω কৌণিক কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি সরল সমঞ্জস কম্পকের শক্তিকে লেখা যায়

$$E = \frac{p^2}{2M} + \frac{M\omega^2 y^2}{2}$$

যেখানে y হচ্ছে বিক্ষেপ আর $P = M \frac{dy}{dt}$ হচ্ছে ভরবেগ। এটাকে সাজিয়ে লেখা যায়

$$E = \frac{1}{2} M \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + M \frac{\omega^2 y^2}{2} \quad (11.15)$$

এবার আমরা এমন একটা একমাত্রিক জাফরি ধরবো যেখানে স্থানান্তরজ স্থাপিত হয়েছে। ঐ জাফরির কণাগুলোর গতিশক্তি উপরিউক্ত কম্পনের ধরনের বেলায় লেখা যাবে

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \sum_n \left(\frac{dx_n}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \sin^2 \omega t \sum_n \sin^2 qna \quad (11.16)$$

m প্রতিটি পরমাণুর ভর আর যতগুলো পরমাণু আছে তাদের সবার গতিশক্তির যোগফলই E_{kin} দেবে।

ঐ পরমাণু সম্ভ্রার স্থিতিস্থাপক প্রতিটি পরমাণুর স্থানাঙ্কের উপর নির্ভরশীল। $V = V(x_0, x_1, \dots, x_n, \dots)$ । n তম কণার উপর প্রযুক্ত বল F হলে

$$F = - \frac{\partial V}{\partial x_n} = m \frac{d^2 x_n}{dt^2} = f(x_{n+1} + x_{n-1} - 2x_n) \quad (11.17)$$

এখান থেকে আমরা স্থিতিশক্তি V কে পাই

$$V(x_0, x_1, \dots, x_n, \dots) = \frac{1}{2} f \sum_n (2x_n^2 - x_n x_{n+1} - x_n x_{n-1}) \quad (11.18)$$

স্থানান্তরজের সমাধানকে (11.18) এ ব্যবহার করে আমরা পাই

$$V = 2f \sin^2 \left(\frac{qa}{2} \right) \cos^2 \omega t \sum_n \sin^2 qna \quad (11.19)$$

ω এবং q -এর মধ্যে সম্পর্ক (11.3) প্রয়োগ করলে পাই,

$$V = \frac{1}{2} m \omega^2 \cos^2 \omega t \sum_n \sin^2 qna \quad (11.20)$$

তাহলে q ধরনের কম্পনের মোট কম্পন শক্তি

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 S \quad \text{যেখানে } S = \sum_n \sin^2 qna \quad (11.21)$$

দেখা যাচ্ছে যে মোট কম্পন শক্তি সময় নিরপেক্ষ। এখন আমরা যদি (11.20) কে সরল সমগ্রস কম্পকের গতিশক্তির সাথে তুলনা করি তাহলে এটা দেখানো যাবে যে,

$$y = \left(\frac{mS}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \cos \omega t \quad (11.22)$$

এই সাদৃশ্য থেকে বলা যায় যে

$$E_{kin} = \frac{1}{2} M \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 S \sin^2 \omega t$$

এই সমীকরণ আর (11.16) অভিন্ন যা থেকে আমরা এই সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে একটি একমাত্রিক অভিন্ন পরমাণু দিয়ে তৈরি জাফরির কম্পন শক্তি কতগুলো সরল সমগ্রস কম্পকের কম্পন শক্তির সাথে

সদৃশ। সুতরাং কোন এক বিশেষ কম্পনের ধরন q , যার সঙ্গে ω_q কম্পাঙ্ক জড়িত, সেক্ষেত্রে গড় শক্তি আমরা প্ল্যাঙ্কের সূত্র থেকে পাই

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{\hbar \omega_q}{e^{\hbar \omega_q / kT}} = 1$$

q তরঙ্গ ভেক্টর যুক্ত কম্পনের ধরনের সাথে T তাপমাত্রায় যে সংখ্যক কোয়ান্টা থাকে তার সংখ্যা n_q হলে

$$n_q = \frac{\langle \epsilon \rangle}{\hbar \omega_q} = \left(e^{\hbar \omega_q / kT} - 1 \right)^{-1} \quad (11.24)$$

তড়িৎচুম্বকীয় বিকিরণের সাথে যুক্ত ফোটনের সাথে মিল রেখে এই কম্পনের কোয়ান্টাদের 'ফোনন' নাম দেওয়া হয়েছে। এই ফোননদের ফোটনের মতই কণা ধর্ম রয়েছে তার কারণ এদের শক্তি $\hbar \nu_q = \hbar \omega_q$

আর ভরবেগ $p = \frac{\hbar k_q}{C_s}$ যেখানে C_s কম্পনের ধরনের প্রচলন বেগ।

11.6 অভিন্ন পরমাণু বিশিষ্ট একমাত্রিক জারির আপেক্ষিক তাপ

আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের জন্য জারির কম্পন শক্তির মান জানা আবশ্যিক। স্থান তরঙ্গ পদ্ধতিতে তরঙ্গ ভেক্টর ব্যবধান dq এর মধ্যে কম্পনের ধরনের (mode) সংখ্যা $L \frac{dq}{\pi}$, যেখানে L শৃঙ্খল সজ্জার দৈর্ঘ্য। 0 আর $\frac{\pi}{a}$ -এর মধ্যে তরঙ্গ ভেক্টর সীমাবদ্ধ। T তাপমাত্রায় জারির কম্পন শক্তি,

$$E = \frac{L}{\pi} \int_0^{\pi/a} \frac{\hbar \omega_q}{\exp(\hbar \omega_q / kT) - 1} dq \quad (11.25)$$

এক্ষেত্রে সম্ভাব্য তরঙ্গ ভেক্টরের যোগফলের পরিবর্তে সমাকলন (integral) ব্যবহার করা হয়েছে। ω_q আর q -এর মধ্যে সম্পর্ক (11.3) ব্যবহার করলে আমরা d_2 কে প্রতিস্থাপিত করতে পারি

$$\frac{dq}{dw} d\omega = \frac{2d\omega}{a\omega_{\max} \cos(qa/2)} = \frac{2d\omega}{a(\omega_{\max}^2 - \omega^2)^{1/2}} \quad (11.26)$$

সুতরাং

$$E = \frac{2L}{\pi a} \int_0^{\omega_{\max}} \frac{\omega w dw}{[\exp(\hbar \omega / kT) - 1][\omega_{\max}^2 - \omega^2]^{1/2}} \quad (11.27)$$

আপেক্ষিক তাপকে তাপমাত্রার অপেক্ষক (function) হিসাবে পেতে গেলে উপরোক্ত শক্তিকে T এর সাপেক্ষে অবকল (differentiate) করতে হবে। চিত্র 11.3 এ সংকট (critical) তাপমাত্রা $\theta = \hbar \omega_{\max} / k = 200^\circ K$ এর জন্য আপেক্ষিক তাপের উন্নতির সাথে পরিবর্তন দেখানো হয়েছে (a

লেখ)। পারস্পরিক তুলনার জন্য আমরা ডিভাই প্রতিল্প (model) আলোচনা করবো। একটি একমাত্রিক পরমাণু সজ্জার এই প্রতিল্প ব্যবহার করার সময় আমাদের কম্পাঙ্ক বর্ণালীতে (spectrum) একটি উপযুক্ত অস্ত্র সীমা (cut-off) নির্ধারণ করতে হবে। সেক্ষেত্রে কম্পন শক্তি

$$E = \frac{L}{\pi C_s} \int_0^{\omega'_{\max}} \frac{\hbar \omega d\omega}{\exp(\hbar \omega / kT) - 1} \quad (11.28)$$

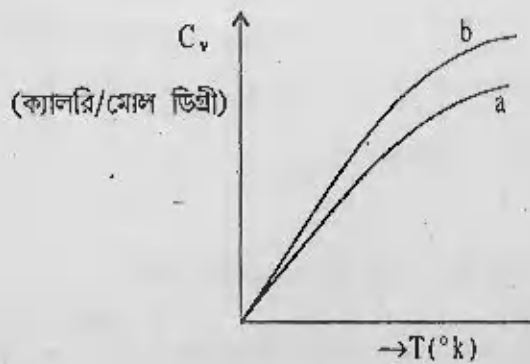
কম্পনের ধরনের মোট সংখ্যা কণা সংখ্যা N এর সমান ধরলে চরম সীমা $\omega'_{\max}$ জানা যায়

$$\left(\frac{L}{\pi C_s} \right) \int_0^{\omega'_{\max}} d\omega = N$$

বা

$$\omega'_{\max} = \frac{N \pi C_s}{L} \quad (11.29)$$

মোট শক্তি E এর (11.28) সম্পর্ক ধরে আমরা যদি আপেক্ষিক তাপ হিসাব করি তাহলে চিত্র (11.3) এর উপরের লেখচিত্রটি (b) পাওয়া যায়। এখানেও সংকট তাপমাত্রা $\theta = \hbar \omega'_{\max} / k = 200^\circ \text{K}$

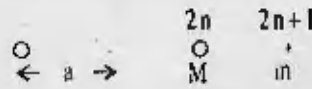


চিত্র 11.3. লেখ a একটি এক পরমাণু বিশিষ্ট রৈখিক জাফরির জন্য (11.27) অনুযায়ী আপেক্ষিক তাপের সাথে তাপমাত্রার পরিবর্তন। লেখ b-ডিভাই তত্ত্ব অনুযায়ী (11.28) থেকে $C_v - T$ সম্পর্ক। দুটি ক্ষেত্রেই $\theta = 200^\circ \text{K}$

11.7 দ্বিপারমাণুক রৈখিক জাফরির কম্পনের ধরণ

চিত্র 11.4 অনুযায়ী আমরা একটি দ্বি পরমাণুক রৈখিক জাফরির সম্ভাব্য কম্পন নিয়ে আলোচনা করব। নিকটতম প্রতিবেশীদের মধ্যে দূরত্ব a । কণাগুলো এমন ভাবে সাজানো আছে যে সব যুগ্ম সংখ্যায়ুক্ত কণার ভর M আর অযুগ্ম গুলোর ভর m । আমরা যদি শুধু নিকটতম প্রতিবেশীর ভিতর মিথস্ক্রিয়া (interaction) ধরি তাহলে

$$\begin{aligned} M\ddot{x}_{2n} &= f(x_{2n-1} + x_{2n+1} - 2x_{2n}) \\ m\ddot{x}_{2n+1} &= f(x_{2n} + x_{2n+2} - 2x_{2n+1}) \end{aligned} \quad (11.30)$$



চিত্র 11.4. M আর m ভর বিশিষ্ট সমদূরবর্তী রৈখিক পরমাণু সজ্জা

সমীকরণ (11.30) এর সমাধান চল তরঙ্গের প্রকৃতি অনুযায়ী ধরলে

$$x_{2n} = Ae^{-i(\omega t - 2nqa)} \text{ এবং } x_{2n+1} = Be^{-i[\omega t - (2n+1)qa]} \quad (11.31)$$

q এখানে কোন একটি বিশেষ ধরনের কম্পনের ধরনের তরঙ্গ ভেক্টর। A এবং B যথাক্রমে M ও m ভরবিশিষ্ট বস্তু কণার কম্পনের বিস্তার। (11.31) আর (11.30) থেকে পাই

$$\begin{aligned} (M\omega^2 - 2f)A + 2Bf \cos qa &= 0 \\ (m\omega^2 - 2f)B + 2Af \cos qa &= 0 \end{aligned} \quad (11.32)$$

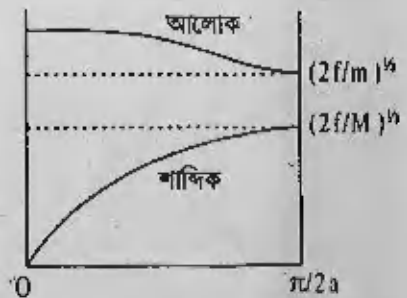
এই সমীকরণ দুটির শূন্য বর্জিত (non-vanishing) সমাধান থাকতে হলে A ও B এর সহগ (coefficient) গুলির ডিটারমিন্যান্টকে (determinant) শূন্য হতে হবে

$$\begin{vmatrix} (M\omega^2 - 2f) & 2f \cos qa \\ 2f \cos qa & (m\omega^2 - 2f) \end{vmatrix} = 0 \quad (11.33)$$

এখান থেকে আমরা কম্পাঙ্কের বর্গের দুটি সম্ভাব্য মান পাই

$$\omega^2 = f \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm f \left[\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4 \sin^2 qa}{Mm} \right]^{1/2} \quad (11.34)$$

যেহেতু ω সবসময়ই ধনাত্মক, ω^2 এর প্রতিটি মান ω -র একটি মান দেবে। অতএব আমরা দেখি যে প্রতিটি তরঙ্গ ভেক্টর q এর জন্য এক পরমাণু বিশিষ্ট জাফরির কম্পাঙ্কের তুলনায় দ্বিপরমাণুক জাফরির দুটি কৌণিক কম্পাঙ্ক ω_+ ও ω_- পাওয়া যাচ্ছে। ω বনাম q লেখচিত্রে (চিত্র 11.5) আমরা দুটি শাখা দেখতে পাই একটি ω -এর জন্য শাব্দিক (acoustical) শাখা, অন্যটি ω_+ -এর জন্য আলোক (optical) শাখা। এই আলোক শাখার উদ্ভব বিভিন্ন পরমাণু গোষ্ঠীর বিপরীত দিকে গতির জন্য আর শাব্দিক শাখার উৎপত্তি বিভিন্ন পরমাণু গোষ্ঠীর একদিকে



চিত্র 11.5. দ্বি পরমাণুক রৈখিক জাফরির আলোক ও শাব্দিক শাখা।

গতির ফলে। আলোক শাখা নামটির উৎপত্তির কারণ CsCl (সিজিয়াম ক্লোরাইড) জাতীয় আয়নীয় কেলসে পরমাণুগুলো কম্পিত হবার ফলে তড়িৎ সমবর্তন (polarisation) হয়, যার কারণে আলো আপতিত হলে তার শোষণ দেখতে পাওয়া যায়।

11.8 সারাংশ

এই অধ্যায়ে আমরা কঠিন পদার্থের কেলসের মূল কাঠামো যে জাফরির তার কম্পনের বিষয় নিয়ে আলোচনা কর হয়েছে। প্রথমে অভিন্ন পরমাণু দিয়ে তৈরি এক পরমাণু সজ্জা বিশিষ্ট জাফরির কম্পন আলোচনায় তরঙ্গ ভেক্টর ও কম্পাঙ্কের সম্পর্ক পাওয়া গেছে যেখানে আমরা দেখেছি যে কম্পাঙ্কগুলো q এর সাথে পর্যাবৃত্ত সম্পর্ক রাখে। তারপর কঠিন পদার্থের কম্পনের ধরণ আর সরল সমঞ্জস কম্পকের সাদৃশ্য থেকে কম্পন শক্তি নির্ধারণ করা যায় যেখান থেকে আপেক্ষিক তাপের মান নির্ণয় করা যায়। দ্বিপরমাণুক জাফরির কম্পনের ধরণ থেকে তরঙ্গ ভেক্টর এবং কম্পাঙ্কের অন্তর্গত সম্পর্কে দুটি শাখা দেখতে পাওয়া যায় যেগুলো কঠিন পদার্থের ভৌত ধর্মকে প্রভাবিত করে।

11.9 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

- ১। সমীকরণ (11.1) এর যথাযথ ব্যাখ্যা দিন।
- ২। একমাত্রিক সজ্জার যে কোন একটি পরমাণুর কম্পনের ধরণের সাথে অন্য আর একটি পরমাণুর কম্পনের ধরণের সম্পর্ক কী রকম?
- ৩। একমাত্রিক অভিন্ন পরমাণু জাফরির কম্পনের ধরণের উপর কী জাতীয় শর্ত আরোপিত হয়?
- ৪। কী কারণে একমাত্রিক জাফরির কম্পনের ধরণের সাথে সরল সমঞ্জস কম্পকের সাদৃশ্য কল্পনা করা হয়?
- ৫। একটি দ্বিপরমাণুক রৈখিক জাফরির কম্পনের ধরণ কয় প্রকার ও কী কী?

11.10 গাণিতিক সমস্যার সমাধান

উদাহরণ 1. অভিন্ন ভর বিন্দু দিয়ে রৈখিক সজ্জার ক্ষেত্রে প্রমাণ করুন যে

$$\omega = \sqrt{\frac{4f}{m}} \sin\left(\frac{qa}{2}\right)$$

সমাধান : রৈখিক সজ্জার ক্ষেত্রে n তম কণার গতি সমীকরণ

$$m\ddot{x}_n = f(x_{n-1} + x_{n+1} - 2x_n)$$

ধরা যাক $x_n(t) = e^{-i(\omega t - qna)}$, $q = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\therefore \ddot{x}_n(t) = -\omega^2 e^{-i(\omega t - qna)}, \quad q = 2\pi/\lambda$$

$$x_{n-1}(t) = e^{-i(\omega t - qna + qa)} = e^{-iqa} \cdot e^{-i(\omega t - qna)}$$

$$x_{n+1}(t) = e^{-i(\omega t - qna - qa)} = e^{iqa} \cdot e^{-i(\omega t - qna)}$$

এগুলো গতিয় সমীকরণে বসিয়ে পাওয়া যায়

$$m\omega^2 = f(e^{-iqa} + e^{iqa} - 2)$$

$$\text{বা} \quad \omega^2 = \frac{4f}{m} \left(\sin^2 \frac{qa}{2} \right) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4f}{m}} \sin \frac{qa}{2}$$

উদাহরণ 2. একটি একমাত্রিক অভিন্ন পরমাণু দিয়ে তৈরি জাকিরির ক্ষেত্রে দেখাও যে

$$x_n(t) = 2A_1 \sin qna \sin \omega t$$

সমাধান : গতিয়সমীকরণ

$$m\ddot{x}_n = f(x_{n-1} + x_{n+1} - 2x_n)$$

এই সমীকরণের দুটি চলতরঙ্গের সমাহার সমাধান হলো

$$x_n(t) = (A_1 e^{iqna + i\beta_1} + A_2 e^{-iqna + i\beta_2}) e^{-i\omega t}$$

সীমানা শর্ত আরোপ করলে $x_0(t) = 0 = x_N(t)$, সমস্ত t এর ক্ষেত্রে

$$\text{প্রথম শর্ত থেকে পাই} \quad (A_1 e^{i\beta_1} + A_2 e^{i\beta_2}) e^{-i\omega t} = 0$$

এক্ষেত্রে $\beta_1 = \beta_2$ ধরলে $A_1 = -A_2$

সুতরাং t এর বাস্তব মানের জন্য

$$x_n(t) = 2A_1 \sin qna \sin \omega t$$

উদাহরণ 3. দেখাও যে একমাত্রিক জাকিরির ক্ষেত্রে q ধরনের কম্পনের মোট কম্পন শক্তি

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 S, \quad S = \sum_n \sin^2 qna$$

সমাধান : সরল সমঞ্জস কম্পক সমূহের মোট কম্পন শক্তি

$$E = E_{kin} + E_{pot}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \sum_n (\dot{x}_n / dt)^2, \quad E_{pot} = \int \sum_n \bar{F} \cdot \bar{dx}_n$$

গতিয় সমীকরণের একটি স্থানু তরঙ্গ সমাধান

ধরা যাক $x_n(t) = \sin qna \cos \omega t$

$$\text{সেক্ষেত্রে } E_{kin} = \frac{1}{2} m \sum_n (dx_n/dt)^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \sin^2 \omega t \sum_n \sin^2 qna$$

$$\begin{aligned} E_{pot} &= - \int \sum_n \bar{F} \cdot d\bar{x}_n = - \int \sum_n f(x_{n-1} + x_{n+1} - 2x_n) \cdot dx_n \\ &= \frac{1}{2} f \sum_n (2x_n^2 - x_n x_{n+1} - x_n x_{n-1}) \end{aligned}$$

যেহেতু $x_n = \sin qna \cos \omega t$

$$\text{সুতরাং } E_{pot} = 2f \sin^2(qa/2) \cos^2 \omega t \sum_n \sin^2 qna$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 \cos^2 \omega t \sum_n \sin^2 qna, \quad m \omega^2 = 4f \sin^2(qa/2)$$

$$\text{অতএব } E = \frac{1}{2} m \omega^2 \sin^2 \omega t \sum_n \sin^2 qna + \frac{1}{2} m \omega^2 \cos^2 \omega t \sum_n \sin^2 qna$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 S, \quad S = \sum_n \sin^2 qna$$

13.11 কিছু গাণিতিক সমস্যা

1. শৃঙ্খল সজ্জার দৈর্ঘ্য L হলে দেখাও যে $E = \frac{L}{\pi} \int_0^{\pi/a} \frac{\hbar \omega_q}{e^{\hbar \omega_q/kT} - 1} dq$ ।
2. সমীকরণ (11.26) প্রমাণ করুন।
3. দ্বিপরিমাণক রৈখিক জাকরির ক্ষেত্রে সমীকরণ (11.34) যে সঠিক তা প্রমাণ করুন।

13.12 পরিশিষ্ট

এই অধ্যায়ে আমরা কঠিন পদার্থের কেলাস জাকরির বিভিন্ন মাত্রায় কম্পনের ধরনের ফলে উদ্ভূত শক্তির প্রকাশ আলোচনা করেছি এবং তার সাথে সরল সমজ্ঞাস কম্পকের সাদৃশ্য থাকার ফলে আপেক্ষিক তাপের মান নির্ধারণ করা গেছে।

একক 12 □ কঠিন কেলাসিত পদার্থের আপেক্ষিক তাপ

গঠন

- 12.1 প্রস্তাবনা
- 12.2 উদ্দেশ্য
- 12.3 আপেক্ষিক তাপ সংক্রান্ত পরীক্ষার ফলাফল
- 12.4 আপেক্ষিক তাপের সনাতন তত্ত্ব
- 12.5 আপেক্ষিক তাপ সংক্রান্ত আইনস্টাইনের তত্ত্ব
- 12.6 ডিবাই এর তত্ত্ব
- 12.7 ডিবাই তত্ত্বের সীমাবদ্ধতা
- 12.8 সারাংশ
- 12.9 প্রান্তলিপি
- 12.10 গাণিতিক উদাহরণ
- 12.11 প্রশ্নাবলি ও উত্তর
- 12.12 পরিশিষ্ট

12.1 প্রস্তাবনা

কঠিন পদার্থ বলতে বর্তমান আলোচনায় আমরা কেলাসিত পদার্থ ধরে নেব। ঐরূপ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ উন্নতায় সঙ্গে পরিবর্তিত হতে দেখা যায়। বিশেষ করে নিম্ন উন্নতায় এই পরিবর্তন বেশ উল্লেখযোগ্য। যার তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা বহুদিন বিজ্ঞানীদের মনোযোগ আকর্ষণ করেছে।

আপেক্ষিক তাপ সংক্রান্ত পরীক্ষার ফলাফল বিশ্লেষণ করলে দেখা যায় অপেক্ষাকৃত উচ্চ উন্নতায় সমস্ত কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্দিষ্ট ($3R$) হয়ে যায়, যাকে আপেক্ষিক তাপ সংক্রান্ত ডুলং-পেটিট সূত্র বলা হয়। কিন্তু উন্নতা যত নামতে থাকে দেখা যায় আপেক্ষিক তাপের মানও তত কমতে থাকে। যা সনাতন তত্ত্ব থেকে ব্যাখ্যা করা যায় না।

বিশ্ববিখ্যাত বিজ্ঞানী আইনস্টাইন উন্নতা হিসেবে আপেক্ষিক তাপের হ্রাস-এর ব্যাখ্যা দেওয়ার জন্য কোয়ান্টাম তত্ত্বের প্রয়োগ করেন এবং আপেক্ষিক তাপের পরীক্ষালব্ধ ফলাফলকে অনেকাংশে ব্যাখ্যা করতে সমর্থ হন। কিন্তু খুব কম উন্নতায় ($T \rightarrow 0$) আপেক্ষিক তাপের পরিবর্তনের প্রকৃতি আইনস্টাইনের তত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়নি।

আইনস্টাইনের তত্ত্বের সীমাবদ্ধতাকে অতিক্রম করার জন্য বিজ্ঞানী ডিবাই ল্যাটিস কম্পন (lattice

vibration) এর ধারণা প্রয়োগ করেন এবং খুব কম উষ্ণতায় ($T \rightarrow 0$) আপেক্ষিক তাপের পরিবর্তন ব্যাখ্যা করতে সমর্থ হন যা ডিবাই এর T^3 সূত্র হিসেবে পরিচিত।

12.2 উদ্দেশ্য

কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ সংক্রান্ত বিভিন্ন তত্ত্বই এই এককের আলোচ্য বিষয়।

কোন বস্তুর তাপবৃদ্ধি করলে বস্তুটির শক্তি দু'ভাবে বৃদ্ধি পায়।

(ক) পদার্থের অণুপরমাণুগুলি তাদের স্থির অবস্থানের সাপেক্ষে সরল দোলগতিতে স্পন্দিত হচ্ছে ধরা হয়। এই কম্পনকে সমগ্র কঠিন বস্তুর কেলাসের স্পন্দন মনে করা যেতে পারে এবং উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে এই কম্পনশক্তির বৃদ্ধি ঘটে।

(খ) পদার্থের মুক্ত ইলেকট্রনগুলির শক্তি উষ্ণতার সঙ্গে বৃদ্ধি পেতে পারে।

অর্থাৎ কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ কেলাসের ল্যাটিস কম্পন এবং ইলেকট্রনের শক্তি বৃদ্ধি—এই দুটির উপর নির্ভর করে। কিন্তু পদার্থের আপেক্ষিক তাপে ইলেকট্রন শক্তির প্রভাব খুব কম। তাই কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপে কেলাসের ল্যাটিস কম্পন নিয়েই এই অংশে আলোচনা হবে।

12.3 আপেক্ষিক তাপ সংক্রান্ত পরীক্ষার ফলাফল

একক ভরের বস্তুর একক উষ্ণতা বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপকে আপেক্ষিক তাপ বলা হয়। আবার যদি এক মোল (mole) পদার্থের আপেক্ষিক তাপ ধরা হয় তাকে বলে মোলার আপেক্ষিক তাপ। একটি কঠিন পদার্থের উষ্ণতার পরিবর্তনে তার আণবিক আপেক্ষিক তাপের যে পরিবর্তন হয় তা তালিকা (T-12.1) এবং লেখচিত্রের (12.1) মাধ্যমে দেখানো হল।

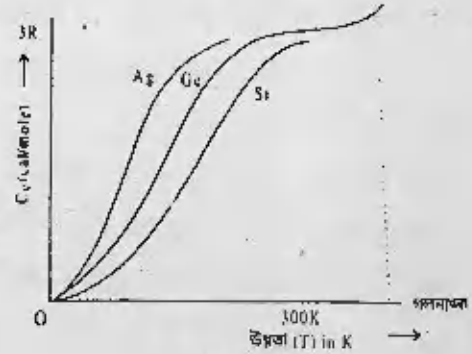
T-12.1 : কঠকগুলি কঠিন পদার্থের পারমাণবিক তাপ *

মৌল	পারমাণবিক ওজন	পারমাণবিক তাপ (Cal/deg)	
		273 K	50 K
Ag	107.88	6.02	2.70
Al	27.1	5.70	0.90
C	12.00	1.20	.00
Ca	40.09	6.18	2.74
Cu	63.57	5.78	1.44
Pb	207.10	6.30	5.17
Si	28.3	4.52	0.46
Zn	65.37	6.01	2.45

(*International critical constants Vol 5)

তালিকা T-12.1 থেকে পরিষ্কার বোঝা যাচ্ছে যে আণবিক আপেক্ষিক তাপ তাপমাত্রার সঙ্গে হ্রাস পায় এবং পরমশূন্যে আপেক্ষিক তাপ প্রায় শূন্য হওয়ার প্রবণতা দেখা যায়। নস্টি, ক্যালেন্ডার, দিওয়ার প্রভৃতির পরীক্ষা উন্নততার সঙ্গে আপেক্ষিক তাপের এই পরিবর্তনকে সন্দেহাতীতভাবে প্রমাণ করে।

পরীক্ষা দ্বারা '0' K-তে যাওয়া যায় না তবে তাত্ত্বিক বিচারে $T \rightarrow 0$ হলে $C_V \rightarrow 0$ এই সিদ্ধান্তে পৌঁছানো যায়।



চিত্র 12.1

(ক) প্রায় সমস্ত পদার্থেরই আণবিক আপেক্ষিক তাপ সাধারণ উষ্ণতায় (300 K) বা তার চেয়ে বেশি উষ্ণতায় ধ্রুবক এবং তার মান $3Nk$ যেখানে N হলো অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা এবং k বোল্টজম্যান (Boltzmann) ধ্রুবক। এক মোল পদার্থের ক্ষেত্রে ঐ ধ্রুবক আপেক্ষিক তাপের মান 6 ক্যালরি/মোল কেলভিন। একে ডুলং পেটিট সূত্র বলে। এই সূত্র গলনাঙ্কের একটু কম উষ্ণতা পর্যন্ত প্রযোজ্য।

(খ) কম তাপমাত্রায় আপেক্ষিক তাপের মান উল্লেখযোগ্য ভাবে হ্রাস পায় এবং পরমশূন্য উষ্ণতায় আপেক্ষিক তাপ শূন্যের কাছাকাছি হয়।

(গ) পরমশূন্যের কাছাকাছি আপেক্ষিক তাপ T^3 নীতি দ্বারা নির্দেশিত হয়। অর্থাৎ

$$C_V \propto T^3$$

$$\text{or } C_V = CT^3$$

$C_V \rightarrow$ আপেক্ষিক তাপ, $C \rightarrow$ ধ্রুবক।

উন্নততার সাথে আপেক্ষিক তাপের যে পরিবর্তন 12.1 চিত্রে সূচিত হয়েছে এবার তার তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা আলোচনা করা যাক।

12.4 আপেক্ষিক তাপের সনাতন তত্ত্ব

আপেক্ষিক তাপের সনাতন তত্ত্বের অঙ্গীকারগুলি হ'ল —

(ক) প্রত্যেকটি কঠিন পদার্থ অসংখ্য পরমাণু দ্বারা গঠিত, যারা তাদের সাম্যাবস্থার সাপেক্ষে সরল দোলগতিতে দুলছে। এদের বলা হয় পারমাণবিক কম্পক (বা স্পন্দক) (atomic oscillator)।

(খ) পরমাণু কম্পকগুলি একই কম্পাঙ্কে কাঁপতে থাকে কিন্তু তাদের শক্তি বিভিন্ন যেহেতু তাদের কম্পনের বিস্তার বিভিন্ন।

(গ) পদার্থের অভ্যন্তরীণ শক্তি পারমাণবিক কম্পকের কম্পন জনিত।

(ঘ) পরমাণুর কম্পন শক্তি নিরবিচ্ছিন্ন ভাবে শূন্য থেকে বেশি যে কোন মানের হতে পারে।

(ঙ) একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় একটি কেলাসের মোট শক্তি একটি পরমাণু কম্পকের গড় শক্তির ($\bar{E}$) N গুণ। যেখানে N হ'ল একটি কেলাসের মোট পরমাণু সংখ্যা।

সনাতন তত্ত্ব অনুযায়ী প্রত্যেকটি পরমাণু হ'ল এক একটি ত্রিমাত্রিক কম্পক যারা তাদের সাম্যাবস্থার সাপেক্ষে সরল দোলগতিতে দুলতে পারে।

কোনো পরমাণুর খুব সামান্য সরণ (x) হলে পরমাণুটি সরলদোলগতিতে দুলতে থাকবে। একটি সরলদোলগতিতে কম্পনশীল কণার মোট শক্তি (একমাত্রিক)

$$E = \frac{P^2}{2m} + V(x) \quad \dots \dots (12.1)$$

যেখানে P_x হ'ল ভরবেগ। 12.1 সমীকরণের প্রথম পদ গতিশক্তি এবং দ্বিতীয় পদ স্থিতিশক্তি।

পরিসংখ্যানবিদ্যা অনুযায়ী E এবং $E + dE$ এর মধ্যে অবস্থিত পরমাণুর সংখ্যা dN হলে।

$$dN \propto e^{-\frac{E}{k_B T}} dE$$

$$\text{অর্থাৎ} \quad dN = N_0 e^{-\frac{E}{k_B T}} dE \quad \dots \dots (12.2)$$

এখানে T হ'ল উষ্ণতা এবং k_B বোল্টজম্যান ধ্রুবক। dN পরমাণুর শক্তি $E dN$ এর সমানুপাতিক, সুতরাং একটি পরমাণু কম্পকের গতিশক্তি

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} N_0 E e^{-\frac{E}{k_B T}} dE}{\int_0^{\infty} N_0 e^{-\frac{E}{k_B T}} dE} \quad \dots \dots (12.3)$$

$$\bar{E} = k_B T \quad \dots \dots (12.4)$$

[শক্তি বন্টনের নীতি অনুযায়ী তাপীয় সাম্যাবস্থায় প্রতি স্বাধীনতার মাত্রায় শক্তির পরিমাণ $\frac{1}{2} k_B T$

সুতরাং প্রতি কম্পনের জন্য শক্তি হবে $k_B T$]।

এখন কঠিন পদার্থটিতে যদি N সংখ্যক পরমাণু থাকে তাহলে পরমাণুর মোট শক্তি হবে

$$U = 3N\bar{E} = 3Nk_B T \quad \dots \dots (12.5)$$

3 সংখ্যাটি ত্রিমাত্রিক কম্পনের জন্য।

এক মোলের ক্ষেত্রে মোট শক্তি হবে

$$U = 3N_0 k_B T$$

যেখানে N_0 হলো অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা

∴ পারমাণবিক আপেক্ষিক তাপ

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v = 3N_0 k_B = 3R \quad \dots \dots (12.6)$$

যেখানে R হ'ল গ্যাস ধ্রুবক।

সুতরাং সনাতনী তত্ত্ব থেকে দেখা যাচ্ছে যে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ পরমাণুগুলির কম্পনের ফলশ্রুতি এবং তা উত্তার উপর নির্ভর করে না। এই ফল পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে মিলে যায় যদি পদার্থটি বেশি উত্তায় থাকে। কিন্তু যদি পদার্থটির উত্তা হ্রাস পায়, বিশেষ করে যদি পরম শূন্যের কাছাকাছি অগ্রসর হয় তাহলে দেখা যায় আপেক্ষিক তাপ উত্তা হ্রাসের সঙ্গে হ্রাস পাচ্ছে। এবং সেই হ্রাস অপরিবাহী পদার্থের ক্ষেত্রে T^3 -এর সমানুপাতী, সুতরাং সনাতন তত্ত্বের সাহায্যে নিম্ন উত্তায় আপেক্ষিক তাপ হ্রাসের সঠিক ব্যাখ্যা পাওয়া যায় না।

12.5 আপেক্ষিক তাপ সংক্রান্ত আইনস্টাইনের তত্ত্ব

সনাতন তত্ত্বের অসম্পূর্ণতা কিছুটা পূরণ করেছেন আইনস্টাইন। উত্তা হ্রাসে আপেক্ষিক তাপ হ্রাসের গুণগত ব্যাখ্যা তিনি দিয়েছেন।

আইনস্টাইনের তত্ত্ব অনুযায়ী N সংখ্যক পরমাণু নিয়ে গঠিত একটি পদার্থকে $3N$ একমাত্রিক সুসমঞ্জস স্পন্দক হিসেবে ভাবা যেতে পারে, যারা স্বাধীনভাবে কাঁপতে পারে কিন্তু তাদের শক্তির মানগুলি নিরবিচ্ছিন্ন হবে না, তা কতকগুলি বিচ্ছিন্ন মানের হবে। অর্থাৎ কল্প বস্তু বিকিরণের ক্ষেত্রে প্রযোজিত প্ল্যাঙ্কের তত্ত্বকে কঠিন সজ্জা স্পন্দনের (lattice vibration) ক্ষেত্রে আইনস্টাইন প্রসারিত করেন।

তার মতে একটি সুসমঞ্জস পারমাণবিক স্পন্দকের সম্ভাব্য শক্তিস্তরগুলি হবে (কল্পবস্তুর বিকিরণের ফোটন কণার মতো)

$$E_n = nh\nu = n\hbar\omega \quad \dots \dots (12.7)$$

এখানে $n = 0, 1, 2, \dots$; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; $h \rightarrow$ প্ল্যাঙ্ক ধ্রুবক এবং ω হ'ল কৌণিক কম্পাঙ্ক।

শক্তিস্তর E এবং $E + dE$ -এর মধ্যে dN সংখ্যক স্পন্দক থাকলে তাদের গতিশক্তি

$$\bar{E} = \frac{\sum E dN}{\sum dN} \quad \dots \dots (12.8)$$

পরিসাংখ্যিক তত্ত্ব অনুসারে

$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\hbar\omega e^{\frac{-E_n}{k_B T}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-E_n}{k_B T}}}$$

$$\text{বা, } \bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\hbar\omega e^{\frac{-n\hbar\omega}{k_B T}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-n\hbar\omega}{k_B T}}}$$

যদি $-\frac{\hbar\omega}{k_B T} = x$ ধরা হয় তবে

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{\hbar\omega \sum_{n=0}^{\infty} n e^{nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{nx}} \\&= \frac{\hbar\omega [e^x + 2e^{2x} + 3e^{3x} + \dots + \dots\infty]}{[1 + e^x + e^{2x} + e^{3x} \dots + \dots\infty]} \\&= \hbar\omega \cdot \frac{d}{dx} [\ln(1 + e^x + e^{2x} + \dots + \dots)] \\&= \hbar\omega \cdot \left[\frac{d}{dx} \left\{ \ln \frac{1}{1 - e^x} \right\} \right] \\&= \hbar\omega \cdot \left[\frac{d}{dx} \{ \ln 1 - \ln(1 - e^x) \} \right] \\&= \hbar\omega \cdot \left[\frac{-1(-e^x)}{1 - e^x} \right] \\&= \hbar\omega \cdot \frac{e^x}{1 - e^x} \\&= \frac{\hbar\omega}{e^{-x} - 1}\end{aligned}$$

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \quad \left[\because x = -\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right] \quad \dots \dots (12.9)$$

সুতরাং N ত্রিমাত্রিক স্পন্দকের মোট শক্তি

$$E = 3N\bar{E} = \frac{3N\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \quad \dots \dots (12.10)$$

অতএব পারমাণবিক আপেক্ষিক তাপ

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{3N\hbar\omega e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} \cdot \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T^2}\right)}{\left(e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1\right)^2}$$

$$= 3Nk_B \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right)^2 \cdot \frac{e^{\hbar\omega/k_B T}}{\left(e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1\right)^2}$$

যদি লেখা যায় $R = Nk_B$ এবং $\frac{\hbar\omega}{k} = \theta_E$ (আইনস্টাইনের উত্তাপ) তাহলে

$$C_V = 3R \left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{e^{\theta_E/T}}{\left(e^{\theta_E/T} - 1\right)^2} \quad \dots \dots (12.11)$$

এটিই হল আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তাপের সমীকরণ।

প্রথমে আইনস্টাইন কেবলমাত্র ধ্রুবক এর ফর্মুলা ব্যবহার করলেও পরে তিনি কোয়ান্টাম বলবিদ্যা প্রয়োগ করেন। কোয়ান্টাম বলবিদ্যা অনুযায়ী একটি স্পন্দকের সম্ভাব্য শক্তি হ'ল

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \quad \dots \dots (12.12)$$

যেখানে $n = 0, 1, 2, \dots$ (অর্থাৎ শূন্য থেকে যে কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা।

12.7 নং সমীকরণের জায়গায় 12.12 নং সমীকরণ ব্যবহার করলে দেখা যাবে 12.9 নং সমীকরণ এর পরিবর্তিত রূপ হবে

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \quad \dots \dots (12.13)$$

এর প্রথম পদটিকে বলা হয় শূন্য মাত্রার শক্তি (Zero point energy) কারণ

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{2} \text{ যখন } T=0$$

সুতরাং কোয়ান্টাম তত্ত্ব অনুযায়ী পরমশূন্য উষ্ণতায়ও পদার্থের কম্পন জনিত শক্তি আছে, অবশ্য এই প্রথম পদটি আপেক্ষিক তাপের রাশিমালার (সমীকরণ 12.11) কোন পরিবর্তন ঘটায় না।

এবার দেখা যাক উচ্চ উষ্ণতায় এবং নিম্ন উষ্ণতায় আইনস্টাইনের সমীকরণ কতটা আপেক্ষিক তাপের পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ,

(ক) উচ্চ উষ্ণতায় ($T \gg \theta_E$)

$$\text{যখন } T \gg \theta_E; \frac{\theta_E}{T} \ll 1$$

$$\therefore e^{\theta_E/T} \approx 1 + \frac{\theta_E}{T}$$

$$\therefore C_V = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{1 + \frac{\theta_E}{T}}{\left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2}$$

$$\approx 3R = 6 \text{ cal/mole}$$

সুতরাং উচ্চ উষ্ণতায় আইনস্টাইনের তত্ত্ব ডুলং-পেটিটের তত্ত্বের স্বীকৃতি দেয়।

(খ) নিম্নউষ্ণতায় : ($T \ll \theta_E$)

$$\text{এক্ষেত্রে } \frac{\theta_E}{T} \gg 1. \text{ সুতরাং } e^{\frac{\theta_E}{T}} \gg 1.$$

$$\therefore C_V = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 e^{-\frac{\theta_E}{T}} \quad \dots \dots (12.14)$$

এই সমীকরণ থেকে বোঝা যায় যখন $T \rightarrow 0$ আপেক্ষিক তাপ $C_V \rightarrow 0$ যা পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ। পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে আইনস্টাইনের সূত্রের তুলনা মূলক লেখচিত্র 12.2 চিত্রে দেখানো হয়েছে।

চিত্র থেকে বোঝা যায় আইনস্টাইনের লেখ পরীক্ষা লব্ধ ফলের সঙ্গে অনেকটাই সামঞ্জস্য পূর্ণ কিন্তু খুব কম উষ্ণতায় (তরল হিলিয়াম) C_V এর হ্রাসের হার পরীক্ষালব্ধ ফলের তুলনায় বেশি।

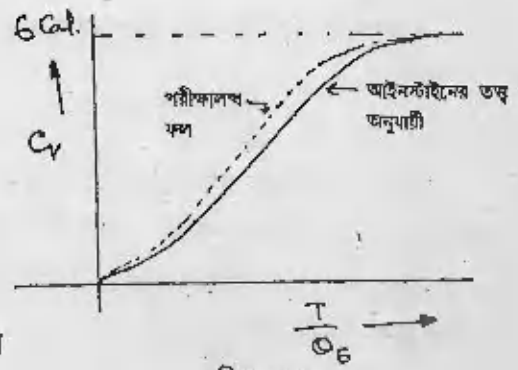
সীমাবদ্ধতা :

আইনস্টাইনের তত্ত্ব অনুযায়ী যখন $\theta_E \ll T$

$$C_V \propto e^{-\frac{\theta_E}{T}}$$

কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফল অনুযায়ী খুব কম উষ্ণতায়

$$C_V \propto T^3$$



চিত্র 12.2

এই অসংগতির কারণ আইনস্টাইনের অতি সরল অঙ্গীকার যে সমস্ত পরমাণু স্পন্দকের কম্পাঙ্ক একই।

প্রকৃতপক্ষে কেলাসের মধ্যে পরমাণুগুলি মোটেই স্বাধীনভাবে স্পন্দিত হয় না। কারণ তারা কেলাসের সঙ্গে দৃঢ় ভাবে আবদ্ধ। এরূপ কেলাসের কম্পনের আলোচনা করেন ডিবাই (Debye)।

12.6 ডিবাই (Debye)-এর তত্ত্ব

ডিবাই এর তত্ত্বের মূল অঙ্গীকার গুলি হ'ল :

(ক) পদার্থের মধ্যে পরমাণুগুলি বিচ্ছিন্ন স্পন্দক নয়। বিভিন্ন পরমাণু স্পন্দক পরস্পরের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে সংযুক্ত (coupled) সুতরাং পদার্থটিকে একটি নিরবিচ্ছিন্ন বস্তু ধরা যায় এবং পদার্থটির কম্পন হল স্থিতিস্থাপক কম্পন।

(খ) পদার্থটি একটি মাত্র নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে কাঁপে না। পদার্থটির কম্পাঙ্কের একটি নির্দিষ্ট বিস্তৃতি আছে।

যখন একটি নিরবিচ্ছিন্ন কঠিন পদার্থের কম্পন হয় তখন দু'ধরনের স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের সৃষ্টি হয়।

(i) অনুপ্রস্থ তরঙ্গ, যার বেগ

$$C_l = \sqrt{\frac{\eta}{\rho}}$$

(ii) অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ, যার বেগ,

$$C_t = \sqrt{(K + \frac{4}{3}\eta) / \rho}$$

যেখানে $\eta \rightarrow$ দৃঢ়তাগুণাঙ্ক, $K \rightarrow$ আয়তন বিস্তৃতি গুণাঙ্ক, $\rho \rightarrow$ পদার্থের উপাদানের ঘনত্ব।

কম্পাঙ্ক v এবং $v + dv$ এর মধ্যে V আয়তনের কোন কঠিন পদার্থের স্বাধীন অনুদৈর্ঘ্য কম্পনের সংখ্যা

$$X_L = \frac{4\pi v^2 dv V}{c_l^3} \dots \dots (12.15)$$

এবং স্বাধীন তীর্থক কম্পনের সংখ্যা

$$X_T = \frac{2.4\pi v^2 dV}{c_l^3} \quad \dots \dots (12.16)$$

12.16 সমীকরণে 2 সংখ্যাটি এসেছে সমাবর্তনের (polarisation) এর জন্য।

[12.15 এবং 12.16 সমীকরণের নির্ণয় পরিশিষ্টে দেওয়া হলো]।

ঘন মাধ্যমে স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের তিনটি অবস্থা থাকে দু'টি আলোর মতো লম্ব সমবর্তিত অবস্থা যার প্রতিটির ক্ষেত্রে গতিবেগ c_l এবং তৃতীয়টি অনুদৈর্ঘ্য অবস্থা যা আলোর ক্ষেত্রে অনুপস্থিত। সুতরাং v এবং $v+dv$ এর মধ্যে V আয়তনের পদার্থের স্বাধীনভাবে কম্পনের সংখ্যা (modes of vibration)

$$\begin{aligned} Z(v) &= X_L + X_T \\ &= 4\pi V \left(\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right) v^2 dv \end{aligned} \quad \dots \dots (12.17)$$

সুতরাং স্বাধীনভাবে কম্পনের মোট সংখ্যা

$$\int Z(v)dv = \int 4\pi V \left(\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right) v^2 dv \quad \dots \dots (12.17)$$

একটি আদর্শ নিরবিচ্ছিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক শূন্য থেকে অসীম পর্যন্ত পরিবর্তিত হতে পারে। কম্পাঙ্ক অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত হলে শক্তি এবং আপেক্ষিক তাপের মান অসীম হয়, দৃশ্যতই সেরূপ সম্ভব নয়। ডিভাই পদার্থটিকে নিরবিচ্ছিন্ন ধরলেও পদার্থটির একটি নির্দিষ্ট সংখ্যক পরমাণু আছে। তা ধরে নিয়ে কম্পাঙ্কের একটি উচ্চসীমামান নির্দেশ করেন যাকে ডিভাই এর উচ্চসীমা মান কম্পাঙ্ক (v_D) বলা হয়। এবং মোট কম্পনের সংখ্যা $3N$ -এ সীমায়িত করেন। যেখানে N হলে পরমাণুসংখ্যা, কঠিন পদার্থের এই উচ্চসীমামান কম্পাঙ্ক (cut off frequency) v_D তীর্থক এবং অনুদৈর্ঘ্য কম্পনের ক্ষেত্রে একই, কম্পাঙ্কের নিম্নসীমামান অবশ্য শূন্য।

সুতরাং সমীকরণ 12.17 থেকে পাই,

$$\begin{aligned} \int Z(v)dv &= 4\pi V \left(\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right) \int_0^{v_D} v^2 dv = 3N \\ \text{বা, } 4\pi V \left(\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right) \frac{v_D^3}{3} &= 3N \end{aligned} \quad \dots \dots (12.19)$$

$$\text{বা, } \nu_D^3 = \frac{9N}{4\pi V} \left(\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right)^{-1}$$

$$\therefore \nu_D = \left[\frac{9N}{4\pi V \left(\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right)} \right]^{1/3} \dots \dots (12.20)$$

ν_D নির্ভর করে C_l এবং C_t এর উপরে। সুতরাং একটি নির্দিষ্ট কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে ν_D ধ্রুবক কিন্তু বিভিন্ন পদার্থের ক্ষেত্রে ν_D বিভিন্ন।

আগেই দেখেছি, একটি স্পন্দকের গড়শক্তি (12.13 সমীকরণ), $\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} + \frac{\hbar\omega}{2}$

সুতরাং পদার্থটির মোট শক্তি

$$\begin{aligned} E &= \int_0^{\nu_D} Z(\nu) d\nu \left(\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} + \frac{\hbar\omega}{2} \right) \\ &= 4\pi V \left(\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right) \int_0^{\nu_D} \left(\frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \right) \nu^2 d\nu \\ &= \frac{V\hbar}{2\pi^2} \left(\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right) \int_0^{\nu_D} \left[\frac{\omega^3}{2} + \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \right] d\omega \quad [\because \omega = 2\pi\nu] \dots \dots (12.21) \end{aligned}$$

এখন $\frac{\hbar\omega}{k_B T} = x$, $\frac{\hbar\nu_D}{k_B T} = x_m$; $\frac{\hbar\nu_D}{k_B} = \theta_D$ (ডিবাই উত্তর)

হলে 12.21 সমীকরণের পরিবর্তিত রূপ হবে

$$E = \frac{9}{8} N k_B \theta_D + 9 N k_B T \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{x_m} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \dots \dots (12.22)$$

যখন উত্তর বেশি অর্থাৎ যখন

$$T \gg \theta_D \text{ এবং } x \ll 1$$

$$e^x = 1 + x + x^2 + \dots$$

অতএব সমীকরণ 12.22 থেকে পাওয়া যায়

$$E = \frac{9}{8} Nk_B \theta_D + 9Nk_B T \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{x_m} \left(1 - \frac{x}{2} \right) x^2 dx$$

$$= 3Nk_B T$$

∴ আপেক্ষিক তাপ

$$C_V = \frac{\partial E}{\partial T} = 3Nk_B = 3R$$

যা ডুলাং-পেটিটের সূত্র। সুতরাং উচ্চ উষ্ণতায় ডিবাই তত্ত্বের আপেক্ষিক তাপের মান পরীক্ষালব্ধ মানের সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ। অর্থাৎ উচ্চ উষ্ণতায় ডিবাই এর তত্ত্ব সনাতন তত্ত্বের স্বীকৃতি দেয়।

নিম্নউষ্ণতায় $T \ll \theta_D$

x_m এর মান $\gg 1$, সমাকল্যের হরের পদ $(e^x - 1)^2$ এর মান এত বড়ো যে, সমাকলে x -এর উচ্চমানের অবদান খুবই কম, সেজন্য বেশি ভুল না করে আমরা উচ্চসীমাকে অসীম বলে ধরে নিতে পারি।

$$\therefore C_V = 9Nk_B \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \cdot \int_0^{\infty} \frac{e^x \cdot x^4 dx}{(e^x - 1)^2} \quad \dots \dots (12.23)$$

$$= 9Nk_B \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \cdot \frac{4}{15} \pi^4 \quad [\text{From standard definite integral}]$$

$$= \frac{12}{5} \pi^4 Nk_B \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \quad \dots \dots (12.24)$$

এটিই 'ডিবাই T^3 ' সূত্র হিসেবে পরিচিত। এটি আপেক্ষিক তাপের পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে সবচেয়ে বেশি সঙ্গতিপূর্ণ এবং এই সংগতি লেখচিত্রের (চিত্র 12.2) সাহায্যে প্রকাশ করা হল।

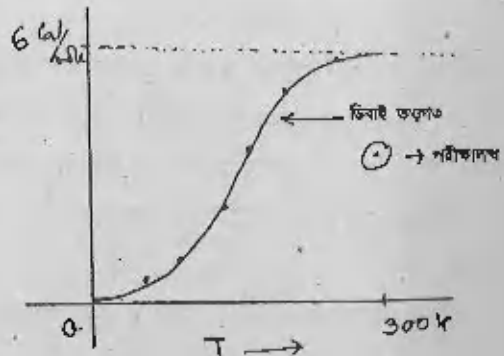
সমীকরণ 12.23 কে লেখা যায়,

$$C_V = 3RF_D \left(\frac{\theta_D}{T} \right)$$

যেখানে $Nk_B = R$ এবং

$$F_D = 3 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^4 \cdot \int_0^{\theta_D/T} \frac{e^x \cdot x^4 dx}{(e^x - 1)^2} \quad \dots (12.25)$$

এই F_D -কে বলা হয় ডিবাই অপেক্ষক।



চিত্র 12.3

12.7 ডিবাই তত্ত্বের সীমাবদ্ধতা

যদিও ডিবাই-এর তত্ত্বের সাহায্যে পরীক্ষালব্ধ আপেক্ষিক তাপের প্রকৃতি প্রায় সম্পূর্ণরূপেই ব্যাখ্যা করা যায় তবুও খুব সূক্ষ্মভাবে পরিমাপ করলে দেখা যায় খুব কম উষ্ণতা অঞ্চলে পরীক্ষার ফলাফলের সঙ্গে ডিবাই তত্ত্বের খুব সামান্য গরমিল আছে। ডিবাই-এর তত্ত্ব অনুযায়ী “T³” সূত্র ভালভাবে প্রযোজ্য হয় যদি $T \leq 0.1\theta_D$ হয়

কিন্তু Blackman-এর বিশ্লেষণ দেখিয়েছে যে ডিবাই অঞ্চল শুরু হয়েছে যখন $T \leq \frac{\theta_D}{50}$ । যা ডিবাই

এর মতের অনেক কম উষ্ণতায়। এই সীমাবদ্ধতার মোটামুটি কারণগুলি হল :

(১) ডিবাই এর তত্ত্বে পদার্থটিকে সমদৈশিক ধরা হয়েছে। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে তা নয়। তাছাড়া ডিবাই এর তত্ত্বে কেলাসের গঠনের বিভিন্নতার কথা ভাবা হয়নি।

(২) ডিবাই এর তত্ত্বে কঠিন পদার্থের সব কণাগুলিকে একই রকমের ধরা হয়েছে কিন্তু কেলাসাকার কঠিন পদার্থ যেমন NaCl এর ক্ষেত্রে দু’রকম কণা সোডিয়াম আয়ন ও ক্লোরিন আয়ন বর্তমান, এরকম ক্ষেত্রে ডিবাই এর তত্ত্ব সরাসরি প্রযোজ্য নয়, পরিবর্ধনের প্রয়োজন।

(৩) ডিবাই এর তত্ত্বে তীর্থক ও অনুদৈর্ঘ্য দু’ধরনের তরঙ্গের ক্ষেত্রেই উচ্চ সীমামান কম্পাঙ্ক ν_D একই ধরা হয়েছে, কিন্তু C_L এবং C_T আলাদা হওয়ার জন্য ν_D ও ভিন্ন হবে। এটি ধরলে ডিবাই তত্ত্ব আরও ভালভাবে পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে সামঞ্জস্য পূর্ণ হবে।

12.8 সারাংশ

(ক) কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপে পদার্থের পরমাণুর কম্পন এবং পরমাণুর ইলেকট্রনের প্রভাব আছে। কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে অবশ্য আপেক্ষিক তাপে ইলেকট্রনীয় প্রভাব খুব কম।

(খ) আপেক্ষিক তাপের পরীক্ষালব্ধ ফল : আপেক্ষিক তাপের পরীক্ষালব্ধ ফল বিশ্লেষণ করলে দেখা যায় যে ঘরের উষ্ণতা বা তার বেশি উষ্ণতায় কোন পদার্থের পারমাণবিক তাপ ধ্রুবক (6 cal/mole K) কিন্তু নিম্ন উষ্ণতায় বিশেষ করে পরম উষ্ণতার কাছাকাছি আপেক্ষিক তাপ উষ্ণতা হ্রাসের সঙ্গে উল্লেখযোগ্য ভাবে হ্রাস পায়।

(গ) তত্ত্বগত ব্যাখ্যা : আপেক্ষিক তাপের তত্ত্বগত ফল ব্যাখ্যা করার জন্য বিভিন্ন তত্ত্বগুলি হল :

(i) সনাতন তত্ত্ব : এটি সনাতন শক্তির সমবিভাজন সূত্রের উপর নির্ভরশীল।

পদার্থের পরমাণুগুলিকে এক একটি স্বাধীন সমজুস স্পন্দক ধরা হয়েছে যারা একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে কাঁপছে এবং এই কম্পাঙ্কগুলির নিরবিচ্ছিন্ন শক্তিস্তর থাকতে পারে। এই তত্ত্ব ঘরের উষ্ণতায় আপেক্ষিক তাপের মান ধ্রুবক এই ঘটনা ব্যাখ্যা করতে সক্ষম। একে ডুলং-পেটিট সূত্র বলে। কিন্তু নিম্ন উষ্ণতায় আপেক্ষিক তাপ হ্রাসের ব্যাখ্যা দিতে পারে না।

(ii) আইনস্টাইনের তত্ত্ব : প্ল্যাঙ্কের কৃষ্ণবস্তু বিকিরণের তত্ত্ব প্রয়োগ করে আইনস্টাইন বলেন পরমাণু স্পন্দকের শক্তি নিরবিচ্ছিন্ন নয়। 'এ' শক্তি নির্দিষ্ট হয় প্ল্যাঙ্কের সূত্র $E = nh\nu$ দ্বারা। আইনস্টাইন প্ল্যাঙ্কের সূত্র এবং Boltzman distribution ধরে কণার গড়শক্তি নির্ণয় করেন।

আইনস্টাইনের তত্ত্বের প্রয়োগে উচ্চউষ্ণতায়তো বটেই নিম্নউষ্ণতায় ও আপেক্ষিক তাপের হ্রাস ব্যাখ্যা করেন। যদিও পরমশূন্যের উষ্ণতার কাছাকাছি আপেক্ষিক তাপের হ্রাস পরীক্ষালব্ধ ফলের সঙ্গে সম্পূর্ণ মেলে না, এক্ষেত্রে আইনস্টাইনের নির্দেশিত আপেক্ষিক তাপের হ্রাস পরীক্ষালব্ধ ফলের তুলনায় বেশি।

(iii) ডিবাই এর তত্ত্ব : আইনস্টাইনের তত্ত্বে অসংগতি দূর করেন ডিবাই। তাঁর মতে পরমাণু স্পন্দক গুলি মোটেই স্বাধীন স্পন্দক নয় বরং তারা কেলাসের সঙ্গে খুবই দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ। সুতরাং উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য পদার্থের কম্পনকে পরমাণু স্পন্দক না ধরে সজ্জাস্পন্দক (Lattice vibration) হিসেবেই ধরা উচিত। ডিবাইও স্পন্দনের শক্তি কোয়ান্টাম বলবিদ্যা অনুযায়ী কতকগুলি বিচ্ছিন্ন মানের হতে পারে ধরে নেন। কেলাসের কম্পন অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ ধরে নিয়ে কম্পনাঙ্কের একটি উচ্চসীমা নির্দেশ করেন যাতে মোট স্বাধীনতার মাত্রা (degree of freedom) অসীম না হয়ে $3N$ হয়।

ডিবাই এর তত্ত্ব পরীক্ষালব্ধ ফলকে সম্পূর্ণভাবে ব্যাখ্যা করতে সক্ষম।

12.9 প্রান্তুলিপি

পরমাণু স্পন্দক = atomic oscillator

সজ্জাস্পন্দন = lattice vibrations

সমদৈশিক = isotropic

12.10 গাণিতিক উদারণ

(a) আইনস্টাইনের তত্ত্ব প্রয়োগ করে কোন একটি পদার্থের 100 K -এ আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করুন। পদার্থটির আইনস্টাইন তাপমাত্রা 157 K । পদার্থটির আইনস্টাইন কম্পাঙ্ক নির্ণয় করুন।

$$R = 1.99 \text{ cal/mole-K}; h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ unit}$$

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ unit}$$

উত্তর : আপনারা জানেন আইনস্টাইনের তত্ত্ব অনুযায়ী আপেক্ষিক তাপ

$$C_V = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{-\frac{\theta_E}{T}}}{\left(e^{-\frac{\theta_E}{T}} - 1 \right)^2}$$

এক্ষেত্রে $\theta_E = 157\text{ K}$, $T = 100\text{ K}$,

$$\text{সুতরাং } \frac{\theta_E}{T} = \frac{157}{100} = 1.57$$

$$\text{যেহেতু } R = 1.99 \text{ cal/mole-K}$$

$$\therefore C_V = \frac{3 \times 1.99 \times (1.57)^2 \times e^{1.57}}{(e^{1.57} - 1)^2}$$

$$= 4.88 \text{ cal/mole-K}$$

আইনস্টাইন কম্পাঙ্ক

$$\nu = \frac{k_B \theta_E}{h}$$

$$= \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 157}{6.6 \times 10^{-34}}$$

$$= 3.28 \times 10^{12} \text{ হার্টজ (Hertz)}$$

(b) কোন পদার্থের 36.8 K উষ্ণতায় $C_V = 2.77 \text{ JK}^{-1} \text{ mole}^{-1}$, ডিবাই উষ্ণতা নির্ণয় করুন।

উত্তর। যেহেতু 36.8K বেশ কম উষ্ণতা, এক্ষেত্রে ডিবাই এর সূত্র হল

$$C_V = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$$

যেখানে θ_D হল ডিবাই উষ্ণতা

$$\text{সুতরাং } 2.77 = \frac{12 \times (3.14)^4}{5} \times 8.31 \times \left(\frac{36.8}{\theta_D} \right)^3$$

$$\therefore \theta_D = 327 \text{ K}$$

12.11 প্রশ্নাবলি ও উত্তর :

প্রশ্ন-1 : ডুলাং পোটটের সূত্র কী ? আইনস্টাইন কিভাবে ডুলাং পোটটের অসংগতি ব্যাখ্যা করেছেন।

উত্তর : ডুলাং পোটটের সূত্র : কঠিন পদার্থের পারমাণবিক আপেক্ষিক তাপের মান নির্দিষ্ট। এর মান 6 cal/mole-K।

অসংগতি : ঘরের উত্তায় বা তার চেয়ে বেশি উত্তায় ডুলং পেটিটের সূত্র মোটামুটি ঠিক। কিন্তু নিম্ন উত্তায় বিশেষ করে পরম উত্তার কাছাকাছি পদার্থের আপেক্ষিক তাপ উত্তা হ্রাসের সঙ্গে হ্রাস পেতে থাকে, যা ডুলং পেটিটের সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারে না।

আইনস্টাইনের ব্যাখ্যা : সনাতন তত্ত্বে পদার্থের পরমাণুগুলিকে কতকগুলি স্বাধীন পরমাণু স্পন্দক হিসেবে ধরা হয়েছিল, যার কম্পনজনিত শক্তিস্তরগুলি নিরবিচ্ছিন্ন হতে পারে। আইনস্টাইনের মত অনুযায়ী পরমাণু স্পন্দকের শক্তির মান নিরবিচ্ছিন্ন হতে পারে না। তিনি কৃষ্ণবস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য প্ল্যাঙ্ক এর তত্ত্ব প্রয়োগ করেন এবং ধরে নেন যে একটি পরমাণু স্পন্দকের শক্তির মান নিরবিচ্ছিন্ন নয় এর মান $E = nh\nu$ সূত্রানুযায়ী হয়। আইনস্টাইনের এই তত্ত্ব নিম্নউত্তায় আপেক্ষিক তাপের ব্যবহারকে অনেকাংশে ব্যাখ্যা করে।

প্রশ্ন-২ : কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপের আইনস্টাইনের তত্ত্ব ব্যাখ্যা করুন।

উত্তর : পাঠ্যাংশে 12.5 অনুচ্ছেদ দেখুন।

প্রশ্ন-৩ : (ক) ডিভাই এর তত্ত্ব কী ?

(খ) খুব কম উত্তায় ডিভাই তত্ত্ব কতটা পরীক্ষাস্থ ফলের সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ।

(গ) ডিভাই এর কম্পাঙ্ক কী ?

উত্তর : (ক) পাঠ্যাংশে 12.8 এর গ(iii) অনুচ্ছেদ দেখুন।

(খ) পাঠ্যাংশে 12.7 এর অনুচ্ছেদ দেখুন।

(গ) কোন পদার্থের সজ্জাকম্পন এর কম্পাঙ্কের মান শূন্য থেকে অসীম পর্যন্ত যে কোন মানের হতে পারে। কিন্তু ডিভাই কম্পাঙ্কের একটি সর্বোচ্চ সীমামান নির্ধারণ করেন যা ডিভাই কম্পাঙ্ক নামে পরিচিত। এই কম্পাঙ্কের কঠিনের অনুনৈর্য্য এবং তীর্থক কম্পনের কম্পাঙ্ক একই।

প্রশ্ন-৪ : কঠিন পদার্থের কম্পনের ক্ষেত্রে ফোননের ধারণা দিন। ফোননের সঙ্গে ফোটনের তুলনা করুন।

উত্তর : কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণের ব্যাখ্যা দেওয়ার সময় প্ল্যাঙ্ক সরল সমঞ্জস স্পন্দকের কল্পনা করেছিলেন এবং তার সম্ভাব্য শক্তিস্তরকে $E = nh\nu$ সূত্রের সাহায্যে নির্দিষ্ট করেছিলেন যেখানে $h\nu$ একটি ফোটন কনার শক্তি।

একটি কঠিন পদার্থের কণাগুলির স্পন্দনের ক্ষেত্রেও পরমাণু স্পন্দকগুলির শক্তিস্তরকে নির্দিষ্ট করে কম্পনের শক্তির বিন্যাসকে ফোনন কণার শক্তির বিন্যাস রূপে ব্যাখ্যা দেওয়া যায়।

ডিভাই এর তত্ত্ব থেকে পাওয়া যায় খুব কম উত্তায়

$$E = 9Nk_B T \left(\frac{k_B T}{h\nu_0} \right)^3 \int_0^\infty \frac{e^x dx}{e^x - 1}$$

$$\therefore E \propto T^4$$

এই ফলাদি কল্প বস্তুর বিকিরণের ঘনত্ব সম্পর্কিত স্টিফেনের সূত্রের অনুরূপ। সুতরাং ডিভাই তন্তুর ফোনন এবং কল্প বস্তুর বিকিরণে ফোটন একই পরিসংখ্যান তত্ত্ব অনুসরণ করে। কেবলমাত্র একটিই পার্থক্য আছে। ফোনন T^4 নীতি অনুসরণ করে খুব কম উন্নতায় কিন্তু ফোটন T^3 নীতি অনুসরণ করে যে কোন উন্নতায়।

12.12 পরিশিষ্ট

আপনারা জানেন l দৈর্ঘ্যের একটি একমাত্রিক তার যার দু'প্রান্তই বাঁধা, সেখানে সম্ভাব্য স্থান তরঙ্গগুলির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ এবং নিম্নলিখিত সম্পর্ক যুক্ত।

$$\frac{n\lambda}{2} = l \quad \dots \dots (12.26)$$

যেখানে n হল একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। যদি $Y(x,t)$ তারটির উপর যে কোন মুহূর্তে সরণের পরিমাণ নির্দেশ করে তবে

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} \quad \dots \dots (12.27)$$

যেখানে v হল তারের মধ্যে তরঙ্গের বেগ। 12.27 সমীকরণ সমাধান করে পাওয়া যায়

$$Y = A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \frac{2\pi t}{T} \quad \dots \dots (12.28)$$

12.26 সমীকরণে প্রয়োগে পাওয়া যায়

$$Y = A \sin \frac{n\pi x}{l} \cos 2\pi \nu_n t \quad \dots \dots (12.29)$$

এখানে n একটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা এবং $n \gg 1$ । সমীকরণ 12.29 দ্বারা নির্দেশিত তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্ক যথাক্রমে হবে

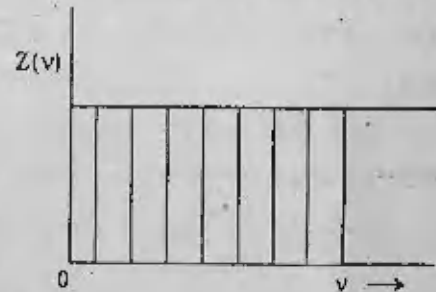
$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

$$\text{বা } \nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l} \quad \dots \dots (12.30)$$

এখানে কম্পাঙ্কে বিস্তৃতি হবে স্বতন্ত্র এবং চিত্রের ন্যায়

ν এবং $\nu + d\nu$ এই বিস্তৃতির মধ্যে স্বাধীন কম্পনের সংখ্যা হবে

$$dn = \left(\frac{2l}{v} \right) d\nu \quad \dots \dots (12.31)$$



এখন ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্রে তরঙ্গের সমীকরণ হবে

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} \quad \dots \dots (12.32)$$

এখন l দৈর্ঘ্যের একটি ঘনককে নিরবিচ্ছিন্ন মাধ্যম ধরা হল যার তলগুলির অবস্থান স্থির তবে সমীকরণ 12.32 সমীকরণটির সমাধান গুলি হবে [12.29 সমীকরণ অনুসারে]

$$Y(x, y, z, t) = A \sin \frac{n_x \pi x}{l} \sin \frac{n_y \pi y}{l} \sin \frac{n_z \pi z}{l} \cos 2\pi \nu_n t \quad \dots \dots (12.33)$$

যেখানে n_x, n_y এবং n_z হল... (12.33) ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা এবং এদের মান ≥ 1

এখন $\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = -Y \frac{n_x^2 \pi^2}{l^2}$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = -Y \frac{n_y^2 \pi^2}{l^2}$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = -Y \frac{n_z^2 \pi^2}{l^2}$$

এবং $\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = -Y 4\pi^2 \nu^2$

এই মানগুলি (12.32) সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$\frac{\pi^2}{l^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = \frac{4\pi^2 \nu^2}{v^2}$$

সুতরাং $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = n^2 = \frac{4l^2 \nu^2}{v^2} = \frac{4l^2}{\lambda^2} \quad \dots \dots (12.34)$

অর্থাৎ ত্রিমাত্রিক ক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্ক n_x, n_y এবং n_z এই তিনটি ধনাত্মক সংখ্যা দ্বারা নির্ধারিত হবে।

ধরা যাক ν এবং $\nu + d\nu$ বিস্তার এর মধ্যে স্বাধীন কম্পনের সংখ্যা $Z(\nu)d\nu$ ।

কতকগুলি বিন্দু সম্ভার মধ্যে প্রত্যেকটি বিন্দু ধনাত্মক n_x, n_y, n_z সাহায্যে নির্দেশ করা যায়।

একটি ঘনকের n এবং $n + dn$ মধ্যে বিন্দুর সংখ্যাগুলি হবে।

$$\frac{1}{8} \left[\frac{4}{3} \pi (n + dn)^3 - \frac{4\pi n^3}{3} \right]$$

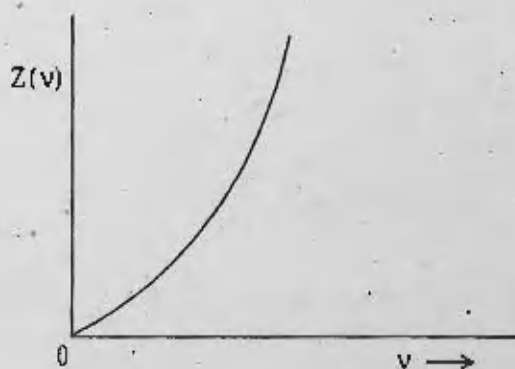
$$\begin{aligned}
&= \frac{\pi}{6} [n^3 + (dn)^3 + 3n^2 dn + 3n(dn)^2 - n^3] \\
&= \left(\frac{\pi}{6}\right) [3n^2 dn] \quad [\because (dn)^2, (dn)^3 \text{ নগণ্য}] \\
&= \frac{\pi}{2} n^2 dn \quad \dots \dots (12.35)
\end{aligned}$$

বিন্দু সজ্জাগুলির মধ্যে প্রতিটি বিন্দু n_x, n_y এবং n_z দ্বারা নির্দেশিত হবে। সমীকরণ 12.33 অনুযায়ী n_x, n_y, n_z এর বিভিন্ন মানগুলির এক একটি সমবায় এক একটি নির্দিষ্ট কম্পন নির্দেশ করবে, এবং সমীকরণ 7.35 সম্ভাব্য নির্দিষ্ট কম্পনের সংখ্যা নির্দেশ করবে। সমীকরণ 7.34 থেকে n এবং dn এর মান সমীকরণ 7.35 এ বসিয়ে পাওয়া যাবে

$$\begin{aligned}
Z(v)dv &= \left(\frac{\pi}{2}\right) \left[\frac{4l^2 v^2}{v^2} \right] \left(\frac{2l}{v} \right) dv \\
Z(v)dv &= \frac{4\pi l^2 v^2 dv}{v^3} \quad \dots \dots (12.36)
\end{aligned}$$

সুতরাং প্রতি একক আয়তনে স্বাধীন কম্পনের সংখ্যা হবে

$$Z(v)dv = \frac{4\pi v^2 dv}{v^3} \quad \dots \dots (12.37)$$



ত্রিমাত্রিক কম্পাঙ্কের বিস্তার লেখ (সমীকরণ 12.37)

একক 13 □ মুক্ত ইলেকট্রন তত্ত্ব (Free electron theory)

- 13.1 প্রস্তাবনা
- 13.2 উদ্দেশ্য
- 13.3 পুরাতন তত্ত্বের অসুবিধা
- 13.4 মুক্ত ইলেকট্রন প্রতিরূপ (model)
- 13.5 ফের্মি ডিরাক বন্টন (distribution)
- 13.6 ইলেকট্রনীয় আপেক্ষিক তাপ
- 13.7 মুক্ত ইলেকট্রনের উপ চুম্বকত্ব (paramagnetism)
- 13.8 ধাতু থেকে তাপীয় ইলেকট্রনের নিঃসারণ
- 13.9 ধাতুর তড়িৎপরিবহনের কিছু বৈশিষ্ট্য
- 13.10 বোলজম্যানের পরিবহন (transport) সমীকরণ
- 13.11 সমারফেল্ডের তড়িৎ পরিবহন তত্ত্ব
- 13.12 সংক্ষিপ্ত প্রণালী
- 13.13 গাণিতিক সমস্যা
- 13.14 পরিশিষ্ট

13.1 প্রস্তাবনা

উচ্চ তড়িৎ আর তাপীয় পরিবাহিতা (conductivity) যে কোনো ধাতুর উল্লেখযোগ্য ধর্ম। পরমাণুর একটি অংশ হিসেবে ইলেকট্রনের আবিষ্কারের পর ধাতুর উপরোক্ত ধর্মগুলোর ব্যাখ্যা করতে গিয়ে ড্রুড ও লোরেনৎজ ধাতুর ভিতর কিছু সংখ্যক মুক্ত ইলেকট্রনের উপস্থিতির কথা বলেন। ধরে নেওয়া হয়েছিল ঐ ইলেকট্রনগুলো ধাতব জাফির ভিতর চলাচল করতে পারে। আর তার ফলে পরমাণুর সাথে তাদের সংঘর্ষ লাগে এবং তাদের শক্তির পরিবর্তন ঘটে। এই শক্তির প্রকাশ দেখতে পাওয়া যায় ধাতুর আপেক্ষিক তাপে। ধাতুতে তাপ প্রয়োগের ফলে এই আপাত মুক্ত ইলেকট্রনের প্রকৃত পক্ষে মুক্ত হয়ে ধাতু থেকে নিঃসৃত হয়। তড়িৎ পরিবহনের ক্ষেত্রে ও এই মুক্ত ইলেকট্রনের গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা দেখতে পাওয়া যায়।

13.2 উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়ে আমরা ধাতব পদার্থের তাপ ও তড়িৎ পরিবহনের ক্ষেত্রে মুক্ত ইলেকট্রনের ভূমিকা আলোচনা করবো। মুক্ত ইলেকট্রনের তত্ত্বের সাহায্যে ধাতু থেকে ইলেকট্রনের তাপীয় নিঃসরণের ব্যাখ্যা কীভাবে দেওয়া যেতে পারে, তা জানা যাবে। আপেক্ষিক তাপের মান নির্ধারণ মুক্ত ইলেকট্রনগুলো কীভাবে সাহায্য করে তাও জানা যাবে।

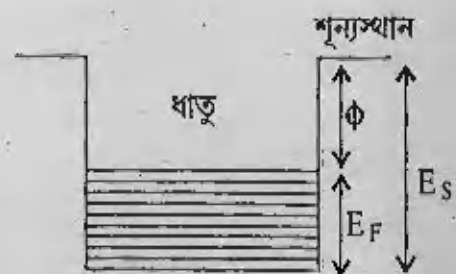
13.3 পুরানো তত্ত্বের অসুবিধা

ডুড এবং লোরেনৎজ ধাতুর ভিতর কিছু সংখ্যক মুক্ত ইলেক্ট্রনের উপস্থিতি আছে ধরে নিয়ে আর ঐ ইলেক্ট্রনরা বোল্জম্যান সংখ্যায়ন মেনে চলে তার ভিত্তিতে ধাতব পদার্থের তাপ ও তড়িৎ পরিবহনের ব্যাখ্যা চেষ্টা করেছিলেন। কিন্তু এই সনাতন (classical) ইলেক্ট্রন তত্ত্বের কতগুলো অসুবিধা ছিল যেমন : সনাতন সংখ্যায়ন তত্ত্বের অনুসারে একটা মুক্ত ইলেক্ট্রনের গড় গতি শক্তি $3kT/2$, k = বোল্জম্যান ধ্রুবক, T = পরম তাপমাত্রা। তাহলে যদি কোন ধাতব পদার্থের প্রতি গ্রাম পরমাণুতে N সংখ্যক মুক্ত ইলেক্ট্রন থেকে থাকে, তবে মোট গতিশক্তির পরিমাপ $3NkT/2$ । অতএব প্রতি গ্রাম পরমাণুতে আপেক্ষিক তাপের মান $3Nk/2$ । এখন ধাতব পদার্থের আলোক প্রতিফলন গুণাঙ্কের পরীক্ষালব্ধ মান থেকে ধরে নিতে হয় যে প্রতিটা পরমাণুতে একটি করে মুক্ত ইলেক্ট্রনের উপস্থিতি আছে। সেক্ষেত্রে ইলেক্ট্রনীয় আপেক্ষিক তাপের মান $3R/2 \approx 3$ ক্যালরি প্রতি গ্রাম পরমাণু প্রতি ডিগ্রী। অন্য দিকে উচ্চ তাপমাত্রায় জাফরি কম্পনের জন্য আপেক্ষিক তাপের পরিমাণ $3R$ প্রতি গ্রাম পরমাণুতে। তাহলে আমাদের এই সিদ্ধান্তে আসতে হয় যে অন্তরক (insulator) পদার্থের তুলনায় ধাতব পদার্থের আপেক্ষিক তাপ 50% বেশি। কিন্তু পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে ইলেক্ট্রনের আপেক্ষিক তাপের ক্ষেত্রে অবদান যথেষ্টই কম। দ্বিতীয় অসুবিধা আসে মুক্ত ইলেক্ট্রনের চৌম্বক ধর্মের ব্যাপারে। প্রতিটি ইলেক্ট্রনের নিজস্ব ঘূর্ণনের (spin) জন্য চৌম্বক শ্রামক থাকবে আর সনাতন তত্ত্বানুযায়ী ধাতব পদার্থের উপচৌম্বক প্রবণতা (susceptibility) তাপমাত্রার সঙ্গে ব্যস্ত ভেদে থাকবে। কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফল অনুযায়ী ধাতব পদার্থের উপচৌম্বকত্ব তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে না বললেই হয়।

14.4 মুক্ত ইলেক্ট্রন প্রতিরূপ

যে কোন কঠিন পদার্থে কোন একটি ইলেক্ট্রন সমস্ত কেন্দ্রক আর অন্যান্য ইলেক্ট্রনের প্রভাব ক্ষেত্রে বিচরণ করে। তাহলে এইরকম একটি ইলেক্ট্রনের স্থিতিশক্তি জাফরির পর্যায়ের অনুরূপ পর্যায় নিয়ে থাকবে এটাই আশা করা যেতে পারে। সমারফেন্ডের প্রতিরূপে অবশ্য ধরে নেওয়া হয় যে পরিবাহিতার জন্য দায়ী

'মুক্ত' ইলেক্ট্রনগুলো ধাতুর ভিতরে একটা নির্দিষ্ট মানের স্থিতিশক্তি নিয়ে থাকে। যেহেতু ঘরের তাপমাত্রায় ধাতু থেকে ইলেক্ট্রনের নিঃসরণ দেখা যায় না। তাই এটাই ধরা যেতে পারে যে ধাতুর ভিতরে স্থির ইলেক্ট্রনের স্থিতিশক্তি ধাতুর বাইরে স্থির ইলেক্ট্রনের তুলনায় কম। আমরা তাহলে ধাতুর ভিতরে ইলেক্ট্রনগুলোকে E_F গভীরতার একটা স্থিতিশক্তির বাস্তব ভিতর আটকানো বলে ধরে নিতে পারি (চিত্র 13.1 প্রদৃষ্ট)।



চিত্র 13.1. স্থিতিশক্তির বাস্তব

এই E_s কে ইলেক্ট্রন ব্যবর্তন পরীক্ষার মাধ্যমে মাপা যেতে পারে। অবশ্যই ইলেক্ট্রনগুলোকে ধীর গতির হতে হবে যাতে তাদের গতিশক্তি কয়েকশো ই. ভো. (ev) হয়। বাইরে থেকে প্রারম্ভিক শক্তি E_0 নিয়ে কোন ইলেক্ট্রন ধাতুর ভিতরে ঢুকলে E_s পরিমাণ শক্তি লাভ করে। ইলেক্ট্রন ব্যবর্তনের চরম মানগুলোর অবস্থান নির্ধারিত হয় $[(E_0 + E_s)/E_0]^{1/2}$ দিয়ে। অতএব জাফরির গঠন আর E_0 জানা থাকলে E_s এর মান নির্ধারণ সম্ভব।

13.5 ফের্মি-ডিরাক বণ্টন

মুক্ত ইলেক্ট্রনের শক্তি পরিমাপের জন্য আমরা হিসাবের সুবিধার জন্য ধরে নিই যে ধাতুর ভিতর মুক্ত ইলেক্ট্রনের মোট শক্তি শূন্য (0)। কোয়ান্টাম বলবিদ্যা থেকে এটা দেখানো যায় যে ধাতুর মধ্যে স্থিতিশক্তির বাস্তব আটকানো মুক্ত ইলেক্ট্রনের শক্তিস্তরগুলো হয়,

$$E = p^2/2m = \left(\frac{h^2 \pi^2}{2mV^{2/3}} \right) (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad \dots (13.3)$$

যেখানে V ধাতুর আয়তন আর n_x, n_y, n_z পূর্ণসংখ্যা ≥ 1 । n_x, n_y, n_z নিয়ে প্রত্যেকটা দল (set) x, y, z স্থানান্তরিত ভিত্তিক তরঙ্গ অপেক্ষককে বোঝায়। p থেকে $p + dp$ পর্যন্ত ভরবেগের পরিবর্তনের মধ্যে

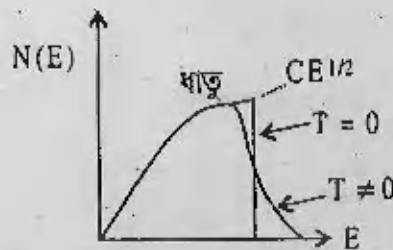
$\frac{4\pi p^2 dp V}{h^3}$ সংখ্যক সম্ভাব্য তরঙ্গ অপেক্ষক আছে। ইলেক্ট্রনের নিজস্ব ঘূর্ণনের দুটি মান ধরে নিয়ে p

থেকে $p + dp$ পর্যন্ত ভরবেগ সীমার মধ্যে সম্ভাব্য তরঙ্গ অপেক্ষকের সংখ্যা

$$Z(p)dp = \frac{8\pi p^2 dp V}{h^3} \quad \dots (13.2)$$

যদি ভরবেগ সীমা থেকে আমরা শক্তি সীমায় চলে যাই তাহলে সম্ভাব্য অপেক্ষক সংখ্যা

$$Z(E)dE = cE^{1/2}dE, \quad c = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} \quad \dots (13.3)$$



চিত্র-13.2. $CE^{1/2}$ বক্ররেখা সমীকরণ 13.3 অনুযায়ী $Z(E)$ কে দেখায় আর শক্তি স্তরের বণ্টন ব্যবস্থা $N(E)$ -কে দেখায় আর শক্তি স্তরের বণ্টন ব্যবস্থা $N(E)$ কে পাওয়া গেছে $Z(E)$ ও $F(E)$ গুণ করে।

চিত্র (13.2) তে $Z(E)$ এবং $N(E)$ এই অপেক্ষকগুলির E -এর সাথে পরিবর্তিত হওয়াকে দেখানো হয়েছে।

যে কোন তাপমাত্রায় মুক্ত ইলেকট্রন দিয়ে ভর্তি অবস্থার সংখ্যা পেতে গেলে ফের্মি-ডিরাক বন্টন জানতে হবে তার কারণ ইলেকট্রনের পাউলির অপবর্জন নীতি (Pauli Exclusion Principle) মেনে চলে। যে সমস্ত কণা পাউলির অপবর্জন নীতি মেনে চলে তাদের বন্টন ব্যবস্থা ফের্মি ডিরাক পদ্ধতি অনুযায়ী হয়। যদি আমরা E থেকে $E + dE$ শক্তি স্তরের ভিতর ইলেকট্রন সংখ্যাকে $N(E) dE$ বলি, তাহলে

$$N(E) dE = Z(E) F(E) dE,$$

$$F(E) = \frac{1}{(e^{\alpha + E/kT} + 1)} \quad (13.4)$$

এখানে α একটি মাপ সংখ্যা (parameter) আর $F(E)$ ফের্মি অপেক্ষক

$$e^{\alpha} = e^{-E_F/kT} \quad (13.5)$$

E_F কে ফের্মি শক্তি বলা হয় যার বস্তুগত অর্থ এরকম :

$$F(E) = \frac{1}{e^{(E - E_F)/kT} + 1} \quad (13.6)$$

শক্তির বন্টন ব্যবস্থা তাপমাত্রার ভিত্তিতে বিভিন্ন মাত্রায় ভাগ করে নিলে সুবিধা হয়,

1. $T=0$, চরম শূন্য তাপমাত্রায় ফের্মি অপেক্ষকের ধর্ম হল

$$F(E) = 1, \text{ যদি } E < E_{F_0}$$

$$F(E) = 0, \text{ যদি } E > E_{F_0} \quad (13.7)$$

অর্থাৎ চরম শূন্য, E_{F_0} এর কম শক্তি স্তর গুলো সব ভর্তি আর E_{F_0} -এর উপরকার সমস্ত শক্তিস্তরই ফাঁকা। E_{F_0} -এর বস্তুগত অর্থ হল যে এটি $T=0$ তে সর্বোচ্চ শক্তিস্তর যা ইলেকট্রন দিয়ে ভর্তি। সাধারণভাবে যে শর্ত মানতে হবে তা হল,

$$\int_0^{\infty} N(E) dE = \int_0^{\infty} Z(E) F(E) dE = N \quad (13.8)$$

সমীকরণ (13.7) আর (13.3) থেকে আমরা পাই

$$N = C \int_0^{E_{F_0}} E^{1/2} dE, \text{ অথবা } E_{F_0} = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \quad (13.9)$$

অর্থাৎ E_{F_0} , একক আয়তনে ইলেকট্রন সংখ্যা n দিয়ে নির্ধারিত হয়। চরম শূন্য তাপমাত্রায় ইলেকট্রনের গড় গতিশক্তি

$$\langle E_0 \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{E_F} EZ(E)dE = \frac{2}{5} \frac{CE_{F_0}^{5/3}}{N} \quad (13.10)$$

সমীকরণ (13.9) ব্যবহার করে আমরা পাই

$$\langle E_0 \rangle = \frac{3}{5} E_{F_0} \quad (13.11)$$

2. $kT \ll E_F$, যে কোন ধাতুর গলনাঙ্কের তলায় $kT \ll E_F$ হয়ে থাকে। ফের্মি অপেক্ষকের সংজ্ঞা (13.6) থেকে আমরা দেখি $E = E_F$ হলে $F(E) = \frac{1}{2}$ । অতএব আমরা বলতে পারি ফের্মি স্তরে অধিকরণের (occupation) সম্ভাব্যতা $\frac{1}{2}$ । যদি শক্তি এমন হয় যে $(E - E_F) \gg kT$, সেক্ষেত্রে আমরা (13.6) এ বর্ণিত ফের্মি অপেক্ষকের মান পাই

$$F(E) = e^{-(E-E_F)/kT} \quad (13.12)$$

এই শক্তি অঞ্চলে ফের্মি বন্টন ব্যবস্থা আর বোলজ্‌ম্যান বন্টন ব্যবস্থা এক রকম।

ইলেকট্রনের ফের্মিস্তর আর গড় গতিশক্তি পেতে গেলে আমাদের নীচের সমাকল গুলো ব্যবহার করতে হবে

$$N = \int_0^{\infty} Z(E) \frac{dE}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (13.13)$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} Z(E) \frac{EdE}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (13.14)$$

সেখান থেকে আমরা পাই

$$E_F = E_{F_0} \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{F_0}} \right)^2 \right] \quad (13.15)$$

$$\langle E \rangle = \langle E_0 \rangle \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{F_0}} \right)^2 \right] \quad (13.16)$$

0 যুক্ত রাশিগুলো $T=0$ তে ঐ রাশিগুলোর মানকে সূচিত করে।

13.6 ইলেকট্রণীয় আপেক্ষিক তাপ

সমীকরণ (13.16) এ পাওয়া গড় গতিশক্তির মান থেকে স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপ প্রতিটা ইলেকট্রনের জন্য পেতে পারি

$$C_V = \frac{d \langle E \rangle}{dT} = \frac{5\pi^2 k^2 T \langle E_0 \rangle}{6E_F^2}$$

সমীকরণ (13.11) ব্যবহার করে আমরা পাই

$$C_V = \pi^2 \left(\frac{kT}{2E_F} \right) k = \pi^2 \left(\frac{T}{2T_F} \right) k \quad (13.17)$$

যেখানে T_F ফের্মি তাপমাত্রা $KT_F = E_F$ । এটি একটা উল্লেখযোগ্য বিষয় যে আপেক্ষিক তাপ C_V তাপমাত্রা T -এর সমানুপাতিক। এটা জানা আছে যে নিম্ন তাপমাত্রায় জারির কম্পনের দ্রুণ যে আপেক্ষিক তাপ পাওয়া যায় তা T^3 এর সমানুপাতিক। সেক্ষেত্রে ধাতুর সামগ্রিক আপেক্ষিক তাপকে লেখা যাবে

$$C_V = AT + BT^3 \quad (13.18)$$

তাহলে মোটামুটি ভাবে বলা যাবে যে পাউলি নীতি অনুযায়ী নিম্ন তাপমাত্রাতেও বেশির ভাগ ইলেকট্রনের যথেষ্ট গতি শক্তি থাকে। তাপীয় উত্তেজনায় ইলেকট্রন গুলো অনধিকৃত শক্তি স্তরে যেতে পারে আর সেই সমস্ত ইলেকট্রন যাবে যারা ফের্মি স্তরের কাছাকাছি থাকে। অতএব খুব অল্প সংখ্যক ইলেকট্রনই আপেক্ষিক তাপে তাদের অবদান রাখে।

13.7 মুক্ত ইলেকট্রনের উপচুম্বকত্ব

আমরা জানি যে কোন আধান বস্তুকে কোন অক্ষ বরাবর ঘোরানো হলে একটা চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের উৎপত্তি হয়। তাই ইলেকট্রনের স্বকীয় ঘূর্ণনের (spin) ফলে প্রত্যেক ইলেকট্রনের চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক থাকে। ইলেকট্রনের এই চৌম্বক ভ্রামকের একটা বিশেষ ধর্ম হল কোন বাহ্যিক চৌম্বক ক্ষেত্র বরাবর ঐ ভ্রামকের উপাংশ হয় $eh/2mc$ নতুবা $-eh/2mc$ । এর কারণ উপাংশটি হয় ক্ষেত্রের সমান্তরাল বা বিপরীত সমান্তরাল হতে পারে। এই উপাংশের মান

$$\mu_B = \frac{eh}{2mc} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (13.19)$$

একে বোর ম্যাগনেটন বলা হয়। যে কোন বাহ্যিক ক্ষেত্র $\vec{B}$ এ কোন দ্বিমেরুর শক্তি $\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ এ কোন দ্বিমেরুর শক্তি $= -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ । সুতরাং সমান্তরাল অবস্থায় এই শক্তির মান $-\mu_B B$ আর বিপরীত সমান্তরাল অবস্থায় শক্তির মান $+\mu_B B$ ।

ধরা যাক কোন ধাতুতে একক আয়তনে n সংখ্যক মুক্ত ইলেকট্রন আছে। কোন বাহ্যিক চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ এর উপস্থিতিতে ধরা যাক n_p সংখ্যক ইলেকট্রন ক্ষেত্রের সমান্তরালে আছে আর n_a সংখ্যক ইলেকট্রন আছে বিপরীত সমান্তরাল অবস্থায়। সেক্ষেত্রে একক আয়তনে চৌম্বক ভ্রামক হবে

$$\vec{M} = (n_p - n_a)\mu_B \quad (13.20)$$

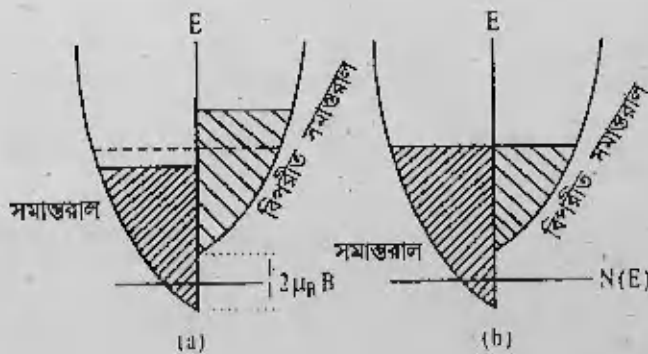
এই রকম অবস্থায় ডিবাই-লীজভার্ড তত্ত্ব থেকে দেখানো যায়

$$\vec{M} = \chi_p B = (n\mu_B^2 / kT) B \quad (13.21)$$

যতক্ষণ পর্যন্ত $\mu_B \ll kT$ । χ_p কে উপচৌম্বক প্রবণতা বলা হয়। যদি সমীকরণ (13.21) সত্য মেনে নেওয়া হয় তাহলে $n \approx 10^{22}$ প্রতি ঘন সে.মি. ধরে আমরা ঘরের তাপমাত্রায় ধাতুর উপচৌম্বক প্রবণতা

$\chi_p = 10^{-4} / \text{c.c}$ পাই আর $\chi_p \propto \frac{1}{T}$ । কিন্তু χ_p এর পরীক্ষালব্ধ মান $\chi_p = 10^{-6} / \text{c.c}$ আর তাপমাত্রা কোন প্রভাব ফেলতে পারে না।

যদি আমরা ফের্মি-ডিরাক বন্টন ব্যবস্থা ধরে নিই তাহলে পরীক্ষালব্ধ ফলে সাথে বৈষম্য দূর হয় যেটা পাউলি দেখিয়েছিলেন। সহজভাবে বোঝার জন্য আমরা $T=0$ অবস্থার কথা ধরবো। বাহ্যিক চৌম্বক ক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে E_{F0} এর নীচের সমস্ত শক্তি স্তর পরিপূর্ণ আর E_{F0} এর উপরের শক্তিস্তরগুলো ফাঁকা। এইবার বাহ্যিক চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ প্রয়োগ করলে যে সমস্ত ইলেকট্রনের চৌম্বক ভ্রামক $\vec{B}$ এর সমান্তরাল তাদের শক্তির পরিবর্তন $-\mu_B B$ আর বিপরীত সমান্তরালদের ক্ষেত্রে সেটা $+\mu_B B$ । চিত্র 13.4 এ আমরা এই ব্যবস্থাকে দেখি।



চিত্র-13.4. পূর্ণ শক্তিস্তরের সংখ্যা $N(E)$ কে শক্তি E -এর আপেক্ষিক হিসাবে দেখানো হয়েছে যখন $T=0$ । (a) বাহ্যিক চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ প্রয়োগ করা হয়েছে। শক্তির পরিবর্তনের ফলে অসাম্য অবস্থা উৎপন্ন হয়। (b) সাম্যাবস্থায় সমান্তরাল ঘূর্ণনের পরিমাণ বেশি।

13.8 ধাতু থেকে তাপীয় ইলেকট্রনের নিঃসরণ

যদি ধাতুর ভিতরের মুক্ত ইলেকট্রনের শক্তিকে শূণ্য ধরে নেওয়া হয়, তাহলে ধাতুর উপরিতল থেকে ইলেকট্রনের লম্ব নিঃসরণের জন্য সর্বনিম্ন যে শক্তি দরকার তা হল E_s । যদি x উপরিতলের লম্ব দিকে স্থানাঙ্ক হয়ে থাকে, তবে ইলেকট্রনের ভরবেগ $p_x > p_{x_0}$ হওয়া দরকার নিঃসরণের জন্য। এক্ষেত্রে

$$\frac{p_{x_0}^2}{2m} = E_s \quad (13.22)$$

এখন $p_x \geq p_{x_0}$ হলেই যে ইলেকট্রন ধাতু থেকে বেরিয়ে আসতে পারবে তা নয়, বিভব প্রাচীরে (potential barrier) বাধা পেয়ে প্রতিফলিত হতে পারে। কাজেই যে সমস্ত ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে $p_x \geq p_{x_0}$ তাদের নিঃসরণের সম্ভাব্যতা $1-r(p_x)$, যেখানে $r(p_x)$ প্রতিফলন গুণাঙ্ক। ধরা যাক যে সমস্ত ইলেকট্রনের ভরবেগ p_x থেকে $p_x + dp_x$ -এর ভিতরে, ধাতুর মধ্যে একক আয়তনে সেই সমস্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা $n(p_x) dp_x$ । ধাতুর উপরিতলে একক ক্ষেত্রফলে একক সময়ে আগত এই ধরনের ইলেকট্রনের সংখ্যা $rn(p_x) dp_x$ । এখান থেকে আমরা নিঃসৃত ইলেকট্রন প্রবাহ ঘনত্ব পাই

$$I = \left(\frac{e}{m} \right) \int_{p_{x_0}}^{\infty} p_x n(p_x) [1-r(p_x)] dp_x \quad (13.23)$$

ব্র্যাকেটের ভিতরের রাশিকে আমরা $(1-r)$ দিয়ে সমাকলের বাইরে নিয়ে আসতে পারি যেখানে r প্রতিফলন গুণাঙ্কের গড় মান। এক্ষেত্রে আমাদের শুধু $n(p_x)$ হিসাব করতে হবে। আমরা ধরে নেবো ইলেকট্রনের সবদিকে সমান ভরবেগ বন্টন বিদ্যমান। ভরবেগ স্থানে $dp_x dp_y dp_z$ এই প্রাথমিক আয়তনের ভিতর যতগুলো অবস্থা সম্ভব সেগুলোর সংখ্যা প্রতি একক আয়তনে

$$2 \frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}$$

অতএব p_x থেকে $p_x + dp_x$, p_y থেকে $p_y + dp_y$ আর p_z থেকে $p_z + dp_z$ -এর মধ্যে ভরবেগ বিশিষ্ট ইলেকট্রনের সংখ্যা

$$n(p_x, p_y, p_z) dp_x dp_y dp_z = \frac{2}{h^3} \frac{dp_x dp_y dp_z}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (13.24)$$

$$\text{যেখানে } E = \frac{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}{2m}$$

$$\text{সুতরাং } n(p_x) dp_x = \frac{2}{h^3} dp_x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_y dp_z}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (13.25)$$

আমরা সেই সমস্ত ইলেকট্রন নিয়ে আলোচনা করবো যাদের $p_x > p_{x_0}$ । অন্যদিকে $E - E_F = \phi > kT$ সমস্ত ধাতুর গলনাঙ্কের তলায়। সুতরাং বন্টন অপেক্ষকের 1 কে আমরা বিবেচনায় আনবোনা। ϕ পদটিকে ধাতুর কার্য অপেক্ষক (work function) বলা হয়। এটি ইলেকট্রনের ফের্মি তল থেকে শূন্য তলের শক্তি বিভেদকে সূচিত করে। অতএব আমরা (13.25) থেকে পাই

$$n(p_x)dp_x = \left(\frac{4\pi mkT}{h^3} \right) e^{E_F/kT} e^{-p_x^2/2mkT} dp_x \quad (13.26)$$

সমীকরণ (13.23) তে উপরোক্ত মান বসিয়ে পাই

$$I = A(1-r)T^2 e^{-\phi/kT} \quad (13.27)$$

যেখানে $A = 4\pi emk^2/h^3 = 120 \text{ amp/cm}^2/\text{deg}^2$ । এটিকে রিচার্ডসন-ডুশম্যান সমীকরণ বলা হয়।

13.9 ধাতুর তড়িৎ পরিবহনের কিছু বৈশিষ্ট্য

ধাতুর তড়িৎ পরিবহনের যে কোন তত্ত্বই কতগুলো পরীক্ষালব্ধ তথ্যকে ব্যাখ্যা করতে সমর্থ হবে। বিশেষ অবস্থা ছাড়া ধাতুর তড়িৎ পরিবহনের সাধারণ বৈশিষ্ট্য গুলো হল

1. ওহমের সূত্রানুযায়ী স্থিতিাবস্থায় প্রবাহমাত্রার ঘনত্ব তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্যের সাথে সমানুপাতী।
2. ঘরের তাপমাত্রায় ধাতুর আপেক্ষিক রোধের মান 10^{-5} ohm cm এর মত।
3. ডিবাই তাপমাত্রার উপর ধাতুর রোধ তাপমাত্রার সাথে রৈখিক ভাবে বাড়ে।
4. নিম্ন তাপমাত্রায় (20°K -এর উপরে) ধাতুর রোধ T^2 -এর সাথে সমানুপাতী। তরল হিলিয়াম তাপমাত্রায় কিছু কিছু ধাতুর ক্ষেত্রে রোধ বনাম তাপমাত্রা বক্রপথে অবনমন (minimum) মান দেখা যায়।
5. বেশির ভাগ ধাতুর বেলায় চাপ বৃদ্ধিতে রোধ হ্রাস পায়।
6. ম্যাথিসেনের নিয়মানুযায়ী সামান্য অন্য পদার্থ মিশ্রিত ধাতুর আপেক্ষিক রোধকে এইভাবে প্রকাশ করা যায়

$$\rho = \rho_0 + \rho(T) \quad (13.28)$$

যেখানে ρ_0 এমন একটি ধ্রুবক যেটি অন্য পদার্থের মিশ্রণের পরিমাণের সাথে বৃদ্ধি পায় আর $\rho(T)$ হল তাপমাত্রা নির্ভর অংশ।

7. ক্রম-ব্যতিক্রমের পরিবর্তনদর্শী সংকর ধাতুর রোধ ক্রমাবধিত দশায় লব্ধ মান দেখায়।
8. ডিবাই তাপমাত্রার উর্ধ্বে তাপ পরিবাহিতা আর তড়িৎ পরিবাহিতার অনুপাত তাপমাত্রার (T) সঙ্গে সমানুপাতী। সমানুপাতী ধ্রুবক সমস্ত ধাতুর ক্ষেত্রে সমান (উইডেম্যান ফ্র্যাঙ্ক সূত্র)।
9. কতকগুলো ধাতুর অতি পরিবাহিতা (super conductivity) ধর্ম দেখতে পাওয়া যায়—চরম শূন্য তাপমাত্রায় এদের রোধ লুপ্ত হয়।

13.10 বোল্জম্যানের পরিবহণ সমীকরণ

সাম্যাবস্থায় ইলেকট্রনের (স্পন্দনশীল) গতি ও স্থানাংকের বা বন্টন ব্যবস্থা তার থেকে সুম্ম তড়িৎ বা তাপ প্রবাহের ইলেকট্রনের গতি বা স্থানাংকের বন্টন ব্যবস্থা অবশ্যই আলাদা। ইলেকট্রনের পরিবহণ তত্ত্ব বহিঃস্থ (external) বল ক্ষেত্রে ইলেকট্রনের বন্টন ব্যবস্থা নির্ণয়ের সঙ্গে সম্পর্কিত। ধরা যাক p_x, p_y, p_z কোন একটি ইলেকট্রনের ভরবেগের উপাংশ আর

$$f(p_x, p_y, p_z; x, y, z; t) dp_x dp_y dp_z dx dy dz \quad (13.28)$$

$dx dy dz$ ঘনকে t সময়ে $dp_x dp_y dp_z$ ভরবেগ সমন্বিত ইলেকট্রনের সংখ্যা। সাম্যাবস্থায়

$$df/dt = 0 \quad (13.29)$$

অপেক্ষক f সম্পর্কে জানতে গেলে সেই সমস্ত কারণ গুলো জানা দরকার যারা f এ সময়ের সাথে পরিবর্তন ঘটায়। প্রথমে আমরা ইলেকট্রনের গতি পরিবর্তন আর গতি পরিবর্তন কারী বলের উপাংশ X, Y, Z এর ক্রিয়া f এর উপর কি পরিবর্তন আনে সেটা দেখবো। (13.28) এ বর্ণিত ইলেকট্রণ দলের কথা $t + \delta t$ সময়ে বিবেচনা করা হবে যেখানে δt খুব ছোটো সময়ের ভাগ। ঐ সময়ে ইলেকট্রণ দলের ভরবেগ আর স্থানাংক হবে

$$\begin{aligned} p_x + X\delta t; p_y + Y\delta t; p_z + Z\delta t \\ x + p_x \delta t/m; y + p_y \delta t/m; z + p_z \delta t/m \end{aligned} \quad (13.30)$$

এখন বন্টন অপেক্ষকের (13.28) সংজ্ঞানুযায়ী $t + \delta t$ সময়ে $dp_x dp_y dp_z dx dy dz$ মৌলিক আয়তনে (13.30) তে বর্ণিত অবস্থানে ইলেকট্রনের সংখ্যা

$$f(p_x + X\delta t, p_y + Y\delta t, p_z + Z\delta t; x + p_x \delta t/m, y + p_y \delta t/m, z + p_z \delta t/m; t + \delta t) dp_x dp_y dp_z dx dy dz \quad (13.31)$$

যেহেতু ইলেকট্রণ সংখ্যার কোন পরিবর্তন হওয়া উচিত নয় অতএব (13.28) আর (13.31) এক হবে। (13.31) কে বিস্তৃত আকারে লেখার পর আমরা পাই

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{fields} = -\frac{\partial f}{\partial p_x} X - \frac{\partial f}{\partial p_y} Y - \frac{\partial f}{\partial p_z} Z - \frac{\partial f}{\partial x} v_x - \frac{\partial f}{\partial y} v_y - \frac{\partial f}{\partial z} v_z \quad (13.32)$$

এখানে v_x, v_y, v_z গতিবেগের উপাংশকে সূচিত করে। স্থিতিাবস্থায় ক্ষেত্রদ্বারা বন্টন অপেক্ষকের পরিবর্তনের হারকে অন্যান্য ঘটনা প্রতিহত করে। ইলেকট্রণ জাফরির আন্তঃক্রিয়া এরকম একটি পদ্ধতি। অতএব (13.29) শর্তটাকে আমরা লিখতে পারি

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{fields} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} = 0 \quad (13.33)$$

যুগ্ম তড়িৎ আর চৌম্বক ক্ষেত্রে ইলেকট্রণ যে বল অনুভব করে তা লোরেন্ৎস সূত্র দিয়ে প্রকাশিত হয়

$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

যেখানে $\vec{v}$ ইলেকট্রনের গতিবেগ।

(13.32) আর (13.33) কে মিলিয়ে আমরা লিখতে পারি

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \text{grad}_p f + \vec{v} \cdot \text{grad}_r f \quad (13.34)$$

এটাই বোলজম্যানের পরিবহণ সমীকরণ।

13.11 সমারফেন্ডের তড়িৎ পরিবহণ তত্ত্ব

1900 সালে গড় গতিবেগের ভিত্তিতে ধাতুর তড়িৎ পরিবহণ তত্ত্বের সূচনা করেন ড্রুড। লোরেনৎস 1905 সালে ইলেকট্রন আর পরমাণুর জাফরির সাথে সংঘর্ষ আর বোলজম্যানের পরিবহণ তত্ত্ব এই দুইকে মিলিয়ে তড়িৎ পরিবহণ সমস্যার সমাধানের সূত্র দেন। কিন্তু সনাতন সংখ্যায়নের ব্যবহার গুরুতর সমস্যা তৈরি করে। 1928 সালে সমারফেন্ড সনাতন বন্টন ব্যবস্থার বদলে ফের্মি-ডিরাক বন্টন ব্যবস্থার প্রয়োগ করেন তড়িৎ পরিবহণের ক্ষেত্রে। সমারফেন্ড ইলেকট্রন আর জাফরির প্রকৃত মিথস্ক্রিয়ার আকৃতি সম্পর্কে বিস্তৃত আলোচনায় না গিয়ে ঋতন সময় (relaxation time) ব্যবহার করেন যেটা ইলেকট্রনের শক্তির সঙ্গে সম্পর্কিত। আমরা এখানে সমারফেন্ডের তড়িৎ পরিবহণ তত্ত্ব যেটা মুক্ত ইলেকট্রনের ধারণা নিয়ে তৈরি সেটা আলোচনা করবো।

ভরবেগ স্থানে (momentum space) $dp_x dp_y dp_z$ মানযুক্ত মৌলিক ঘনকে একক আয়তনে ইলেকট্রণীয় অবস্থার সংখ্যা (ঘূর্ণনকে ধরে) $(2/h^3) dp_x dp_y dp_z$ । বহির্ক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে তাপীয় সাম্যাবস্থায় ধরা যাক গড় অধিকৃত অবস্থার সংখ্যা

$$(2/h^3) F_0(p) dp_x dp_y dp_z$$

যেখানে F_0 মোট ভরবেগ p এর সাপেক্ষে ফের্মি বন্টন অপেক্ষক। এখন যদি x দিকে E_x তড়িৎ ক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয় তাহলে তড়িৎ প্রবাহের সঞ্চার হবে। নিয়মিত প্রবাহের বেলায় $dp_x dp_y dp_z$ মৌলিক ঘনকে একক আয়তনে গড় ইলেকট্রন সংখ্যা

$$(2/h^3) F(p) dp_x dp_y dp_z \quad (13.35)$$

সেক্ষেত্রে তড়িৎপ্রবাহ I_x হলে

$$I_x = -\frac{2e}{h^3} \iiint v_x (F - F_0) dp_x dp_y dp_z \quad (13.36)$$

$(F - F_0)$ কে নির্ধারিত করা গেলে I_x জানা যাবে।

বর্তমান প্রসঙ্গে বোলজম্যান পরিবহণ তত্ত্ব প্রয়োগ করলে (13.34) থেকে আমরা পাই

$$\left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_{coll} = -eE_x \left(\frac{\partial F}{\partial p_x} \right) \quad (13.37)$$

এখন আমরা ধরে নেব যে এখানে স্ফটন সময় τ কে বিবেচনা করা যাবে যেখানে

$$\left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_{coll} = -\frac{(F - F_0)}{\tau} \quad (13.38)$$

অতএব শেষ দুটি সমীকরণ থেকে আমরা বলতে পারি

$$\frac{F - F_0}{\tau} = eE_x \left(\frac{\partial F}{\partial p_x}\right) = eE_x \left(\frac{\partial F_0}{\partial p_x}\right) \quad (13.39)$$

শেষ অংশটা ক্ষুদ্র ক্ষেত্রের বেলায় প্রযোজ্য। ইলেকট্রনের শক্তি $E = \frac{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}{2m}$ হওয়ার ফলে আমরা লিখতে পারি

$$\frac{(F - F_0)}{\tau} = ev_x E_x \left(\frac{\partial F_0}{\partial E}\right) \quad (13.40)$$

সমীকরণ (13.40) কে (13.36) এ স্থাপন করলে আমরা প্রবাহ ঘনত্বের মান পাই

$$I_x = -\left(\frac{2e^2}{h^3}\right) E_x \iiint v_x^2 \tau \left(\frac{\partial F_0}{\partial E}\right) dp_x dp_y dp_z \quad (13.41)$$

আমরা ধরে নেবো τ শুধু শক্তির উপর নির্ভরশীল, গতির দিকের উপর নির্ভর করে না। যেহেতু $\partial F_0 / \partial E$ শুধু E এর অপেক্ষক (13.41) কে একক সমাকলে পরিণত করা যায় যদি আমরা v_x^2 কে $v^2/3$ আর $dp_x dp_y dp_z$ কে $4\pi p^2 dp$ দিয়ে প্রতিস্থাপিত করি। সেক্ষেত্রে

$$I_x = -\left(\frac{16\pi e^2 (2m)^{3/2}}{3h^3}\right) E_x \int_0^\infty v^2 \tau(E) \left(\frac{\partial F_0}{\partial E}\right) dE \quad (13.42)$$

কতকগুলো সন্নিকর্ষের (approximation) এর মাধ্যমে দেখানো যায়

$$\frac{I_x}{E_x} = \sigma = \frac{ne^2 \tau_F}{m} \quad (13.43)$$

এটাই সমারফেন্ডের তড়িৎ পরিবহণ তত্ত্ব।

13.12 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

- ১। ধাতব পদার্থের তাপ ও তড়িৎ পরিবহণের পুরোণ তত্ত্বের অসুবিধা গুলো কী কী?
- ২। ধাতুর ভিতরকার স্থির ইলেকট্রনের স্থিতিশক্তি আর ধাতুর বাইরে স্থির ইলেকট্রনের স্থিতিশক্তির তুলনা করুন।

- ৩। চরম শূন্য তাপমাত্রায় ফের্মি অপেক্ষকের ধর্ম কী?
- ৪। আপেক্ষিক তাপের সাথে তাপমাত্রার সম্পর্ক কী?
- ৫। ঘূর্ণনের দ্রুণ ইলেকট্রনের চৌম্বক ভ্রামকের বিশেষত্ব কী?
- ৬। E_F এর সংজ্ঞা কী?
- ৭। ডিবাই তাপমাত্রার সাথে ধাতুর রোধের সম্পর্ক কী?
- ৮। অতি পরিবাহিতা কাকে বলে?
- ৯। তাপীয় সাম্যাবস্থায় গড় অধিকৃত অবস্থার সংখ্যা কত হয়?
- ১০। সমারফেড তত্ত্ব অনুযায়ী তড়িৎ প্রবাহ ঘনত্ব বার তড়িৎক্ষেত্রের সম্পর্ক কী?

13.13 গাণিতিক সমস্যা

- ১। সমীকরণ (13.2) কে প্রমাণ করুন।
- ২। $E = p^2/2m$ ধরে (13.3) কে প্রমাণ করুন।
- ৩। ফের্মি অপেক্ষকের ধর্ম প্রমাণ করুন।

৪। দেখান যে $\langle E_0 \rangle = \frac{3}{5} E_F$ ।

13.14 পরিশিষ্ট

এই অধ্যায়ে আমরা ধাতুর ভৌত ধর্মের ক্ষেত্রে মুক্ত ইলেকট্রনের ভূমিকা দেখেছি। ইলেকট্রনের স্বকীয় ঘূর্ণন থাকার দ্রুণ সনাতন সংখ্যায়নের পরিবর্তে ফের্মি-ডিরাক সংখ্যায়নের প্রয়োগ জরুরী। উন্নত বৃদ্ধির ফলে ধাতব তলের উপরিভাগ থেকে ইলেকট্রনের নিঃসরণের পদ্ধতি আলোচিত হয়েছে। ধাতুর আপেক্ষিক তাপে ইলেকট্রনীয় আপেক্ষিক তাপের ভূমিকা আলোচনা করা হয়েছে। মুক্ত ইলেকট্রনের উপচৌম্বকত্ব নির্ধারণের তত্ত্ব জানা গেছে। ধাতুর তড়িৎ পরিবহনের বৈশিষ্ট্য বিশ্লেষিত হয়েছে। পরিশেষে ধাতব পদার্থের তড়িৎ পরিবহনের ক্ষেত্রে বোল্জম্যানের পরিবহণ তত্ত্ব প্রয়োগ করা হয়েছে।

একক 14 □ কঠিন পদার্থের ব্যাভ তত্ত্ব

গঠন

- 14.1 প্রস্তাবনা ও উদ্দেশ্য
- 14.2 ভূমিকা
- 14.3 ব্রুচের উপপাদ্য
- 14.4 ক্রোনিগ পেনির মডেল
- 14.5 শক্তি ও তরঙ্গ ভেক্টর সম্বন্ধ ও এদের বিভিন্ন প্রকার উপস্থাপনা
- 14.6 একটি শক্তি ব্যাভে তরঙ্গ অপেক্ষকের সংখ্যা
- 14.7 ইলেকট্রনের বেগ
- 14.8 ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর
- 14.9 ধাতু, অন্তরক ও অর্ধপরিবাহীর মধ্যে পার্থক্য
- 14.10 সমাধানকৃত উদাহরণ
- 14.11 সারাংশ
- 14.12 প্রশ্নাবলি
- 14.13 প্রশ্নাবলির উত্তরের ইঙ্গিত

14.1 প্রস্তাবনা ও উদ্দেশ্য

কঠিন পদার্থগুলিকে পরিবাহী, অন্তরক ও অর্ধপরিবাহী এই তিন শ্রেণিতে ভাগ করা যায়। যে পদার্থগুলির মধ্য দিয়ে তাপ ও বিদ্যুৎ পরিবাহিত হয়, সেগুলিকে পরিবাহী বলে। ধাতুগুলি ও গ্রাফাইট এই শ্রেণির অন্তর্গত। অন্যদিকে ডায়মন্ড, কাচ, প্লাস্টিক, রবার প্রভৃতি অধিকাংশ অধাতু মৌল ও যৌগের ভিতর দিয়ে তাপ ও বিদ্যুৎ যেতে পারে না। এই পদার্থগুলিকেই অন্তরক বলা হয়। আবার জারমেনিয়াম, সিলিকন প্রভৃতি কয়েকটি পদার্থ খুব কম উন্নতায় অন্তরক, কিন্তু অধিকতর উন্নতায় তাপ ও তড়িৎ পরিবহন করতে পারে। এই পদার্থগুলিকে অর্ধপরিবাহী বলে। পদার্থের এই মৌলিক ধর্মগুলি শক্তির ব্যাভ তত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়। এই এককটির উদ্দেশ্য হল শক্তির এই ব্যাভতত্ত্ব আলোচনা করা এবং এর দ্বারা পরিবাহী, অন্তরক ও অর্ধপরিবাহীগুলির মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা করা।

এই এককটি পাঠ করলে আপনি নিম্নলিখিত বিষয়গুলি আলোচনা করতে পারবেন বা সমস্যা সমাধানে প্রয়োগ করতে পারবেন :

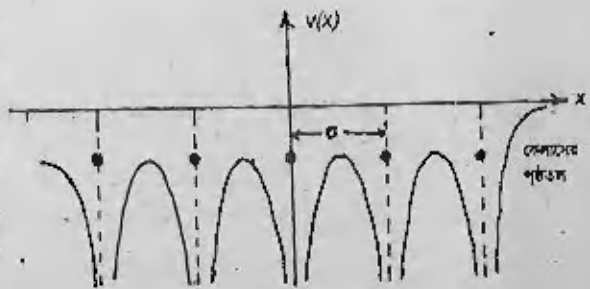
- কেলাসের স্থির বিভব ও পর্যাবৃত্ত বিভবের পার্থক্য এবং এ বিষয়ে ব্রুচের উপপাদ্য।
- ক্রোনিগ-পেনির মডেল কী এবং এই মডেল দ্বারা কীভাবে শক্তির ব্যাভ তত্ত্ব গঠিত হয়?

- শক্তির ব্যান্ড তত্ত্বে ইলেকট্রনের শক্তি, বেগ ও কার্যকরী ভর কীরূপভাবে পরিবর্তিত হয়?
- ইলেকট্রনের ঋণাত্মক কার্যকরী ভর ও হোল তত্ত্ব।
- ব্যান্ড তত্ত্বের দ্বারা পরিবাহী, অর্ধপরিবাহী ও অন্তরক পদার্থের পরিবহন ধর্মের পার্থক্য ও তুলনা।

14.2 ভূমিকা

আপনি পূর্ববর্তী এককে ধাতব পদার্থের মুক্ত ইলেকট্রন তত্ত্ব পাঠ করেছেন। এই তত্ত্বে ধরা হয় যে ধাতুর পরিবহন ইলেকট্রনগুলি ধাতুর ভিতর সর্বত্র একটি স্থির (বা শূন্য) তড়িদ্ভিভবের মধ্যে মুক্তভাবে বিচরণ করে এবং এই মুক্ত বিচরণ কেবল ধাতুর পৃষ্ঠে বাধাপ্রাপ্ত হয়। এই তত্ত্বটি কিছুটা সরলীকৃত হলেও আপনি লক্ষ্য করেছেন যে এই তত্ত্ব দ্বারা ধাতুর অনেকগুলি ধর্ম, যেমন—ধাতুর তাপ ও বিদ্যুৎ পরিবাহিতা, আপেক্ষিক তাপ, পরাচৌম্বকত্ব প্রভৃতি সঠিকভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। কিন্তু এতৎসত্ত্বেও দেখা যায় যে ধাতুর এমন কতকগুলি ধর্ম আছে, যেগুলি উপরের এই স্থির বিভব তত্ত্ব দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায় না। যেমন—এই তত্ত্ব দ্বারা ধাতু ও অধাতু, বিশেষত পরিবাহী ও অপরিবাহীর মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা করা যায় না। ধাতু ও অধাতুর রোধাত্মক উন্নতির পরিবর্তনে কীরূপ পরিবর্তিত হয়, তা বলা যায় না। সর্বোপরি অর্ধপরিবাহীর ধর্মগুলিও এই তত্ত্ব দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায় না।

স্থির তড়িদ্ভিভব তত্ত্বের এই ত্রুটি দূর করার জন্য এফ ব্লক (F. Bloch) কেলাসের পর্যাবৃত্ত বিভব তত্ত্ব প্রস্তাব করেন। যেহেতু ধাতুর কেলাসের মধ্যে ভারী ধনাত্মক আয়নগুলি বিভিন্ন স্থির বিন্দুতে পর্যাবৃত্তভাবে সজ্জিত থাকে, সুতরাং ব্লকের তত্ত্বে ধরা হয় যে কেলাসের মধ্যে যেকোনো একটি দিকে অবস্থিত ধনাত্মক আয়নগুলির দ্বারা মুক্ত ইলেকট্রনগুলির উপর প্রযুক্ত তড়িদ্ভিভবও ওইদিকে একই পর্যায়ক্রমে পরিবর্তিত হয়। অবশ্য কেলাসের মধ্যে যে মুক্ত ইলেকট্রনগুলি থাকে, সেগুলির জন্য উৎপন্ন একটি স্থির ও বিপরীতধর্মী তড়িদ্ভিভবও ঐ পর্যাবৃত্ত তড়িদ্ভিভবের সঙ্গে যুক্ত হয়। এই দুটি বিভব যুক্ত হয়ে একই পর্যায়ের যেরূপ একমাত্রিক বিভব উৎপন্ন হয়, তা (14.1) চিত্রে দেখানো হল। চিত্রে ডট চিহ্নের দ্বারা ধনাত্মক আয়নের অবস্থান এবং এই অবস্থানে তড়িদ্ভিভবের অতি দ্রুত পতন লক্ষণীয়। চিত্রের ডান প্রান্তে কেলাসের পৃষ্ঠতলে পর্যাবৃত্ত বিভবের বৃদ্ধি দেখানো হয়েছে। চিত্রে 'a' হল দুটি ধনাত্মক স্থির আয়নের দূরত্ব বা ল্যাটিস ধ্রুবক।



চিত্র 14.1: একটি মুক্ত ইলেকট্রনের উপর প্রযুক্ত একটি ধাতব ল্যাটিসের এক মাত্রিক পর্যাবৃত্ত বিভব, $V(x)$ । চিত্রে কালো ডটগুলি x -অক্ষ অঙ্গুষ্ঠে স্থির ধনাত্মক আয়নের অবস্থান এবং a ল্যাটিস ধ্রুবক।

14.3 ব্লকের উপপাদ্য (The Bloch Theorem)

আপনি জানেন যে V_0 স্থির বিভবক্ষেত্রে একটি মুক্ত ইলেকট্রনের গতির একমাত্রিক শ্রোডিংগার সমীকরণ হল

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V_0)\psi = 0 \quad \dots \dots (14.1)$$

এই সমীকরণের সমাধান হল কতকগুলি সমতল তরঙ্গের সমীকরণ, যা আমরা লিখতে পারি—

$$\psi(x) = e^{ikx} \quad \dots \dots (14.2)$$

$$\text{যেখানে } (E - V_0) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} = E_{kin}$$

কিন্তু এখন যদি আমরা ধরি যে ইলেকট্রনটি একটি একমাত্রিক পর্যাবৃত্ত বিভব ক্ষেত্র $[V(x)]$ -এর মধ্যে গতিশীল, তাহলে একমাত্রিক শ্রোডিংগার সমীকরণের রূপ হবে

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - V(x)] = 0 \quad \dots \dots (14.3)$$

যেহেতু $V(x)$ বিভবটি পর্যাবৃত্ত এবং এর পর্যায় ল্যাটিস ধ্রুবক ' a '-র সমান, সুতরাং আমরা পাই

$$V(x) = V(x + a) \quad \dots \dots (14.4)$$

এখন (14.3) সমীকরণটি ব্লকের একটি গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্যের দ্বারা সহজেই সমাধান করা যায়। ফ্লোকেটও (Floquet) এই উপপাদ্যটি স্বাধীনভাবে প্রমাণ করেছিলেন। এজন্য এ উপপাদ্যকে ফ্লোকেটের উপপাদ্য (Floquet's theorem) বলা হয়। এই উপপাদ্যে বলা হয় যে (14.3) সমীকরণের সমাধান হল (14.2) সমীকরণের সমতল তরঙ্গের সমাধান, যা ' a '-পর্যায়ভুক্ত $u(x)$ অপেক্ষক দ্বারা নিয়ন্ত্রিত (modulated)। সুতরাং (14.3) সমীকরণের সমাধান হিসাবে আমরা পাই

$$\psi(x) = e^{ikx} u_k(x) \quad \dots \dots (14.5)$$

$$\text{যেখানে } u_k(x) = u_k(x + a) \quad \dots \dots (14.6)$$

(14.5) সমীকরণ দ্বারা যে তরঙ্গ অপেক্ষকগুলি পাওয়া যায়, সেগুলিকে ব্লচ অপেক্ষক (Bloch functions) বলে। এই অপেক্ষকগুলি নিয়ে বিস্তৃততর আলোচনার পূর্বে দেখা যাক ব্লকের উপপাদ্য কীভাবে প্রমাণ করা যায়।

ব্লচ উপপাদ্যের প্রমাণ

ধরা যাক, $f(x)$ ও $g(x)$ হল (14.3) দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি বাস্তব ও পরস্পর নিরপেক্ষ সমাধান। তা

হলে এই সমীকরণের সাধারণ সমাধান হিসাবে লেখা যায়

$$\psi(x) = Af(x) + Bg(x) \quad \dots \dots (14.7)$$

যেখানে A ও B হল দুটি সমাকলন ধ্রুবক।

যেহেতু $V(x) = V(x+a)$, সুতরাং $f(x+a)$ ও $g(x+a)$ অপেক্ষকগুলিও $f(x)$ ও $g(x)$ অপেক্ষকগুলির অনুরূপ (14.3) সমীকরণের সমাধান হবে। কিন্তু (14.3) সমীকরণটি দ্বিঘাতবিশিষ্ট হওয়ার এর দুটির বেশি নিরপেক্ষ সমাধান থাকতে পারে না। সুতরাং $f(x+a)$ ও $g(x+a)$ অপেক্ষক দুটি $f(x)$ ও $g(x)$ অপেক্ষক দুটির দ্বারা অবশ্যই রৈখিকভাবে প্রকাশযোগ্য। অর্থাৎ

$$\begin{aligned} f(x+a) &= \alpha_1 f(x) + \alpha_2 g(x) \\ g(x+a) &= \beta_1 f(x) + \beta_2 g(x) \end{aligned} \quad \dots \dots (14.8)$$

যেখানে $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ হল E শক্তির বাস্তব অপেক্ষক।

এখন যেহেতু $f(x+a)$ ও $g(x+a)$ অপেক্ষকগুলিকে (14.3) সমীকরণের সমাধান ধার হয়েছে, সুতরাং আমরা (14.8) সম্বন্ধ দ্বারা পাই

$$\psi(x+a) = Af(x+a) + Bg(x+a) = (A\alpha_1 + B\beta_1)f(x) + (A\alpha_2 + B\beta_2)g(x) \dots (14.9)$$

এখন আমরা A ও B অনির্দিষ্ট ধ্রুবক দুটিকে এমনভাবে নিতে পারি, যাতে আমরা লিখতে পারি—

$$A\alpha_1 + B\beta_1 = \lambda A \quad \dots \dots (14.10)$$

$$\text{এবং} \quad A\alpha_2 + B\beta_2 = \lambda B$$

যেখানে λ হল একটি ধ্রুবক। সুতরাং

(14.7) ও (14.9) সমীকরণ দুটি থেকে আমরা পাই

$$\psi(x+a) = \lambda \psi(x) \quad \dots \dots (14.11)$$

(14.10) সমীকরণদুটির A ও B ধ্রুবকের মান শূন্য না হওয়ার শর্ত হল যে এদের সহগগুলি দ্বারা যে ডিটারমিনেন্ট গঠিত হয়, তার মান শূন্য হবে। অর্থাৎ

$$\begin{vmatrix} (\alpha_1 - \lambda) & \beta_1 \\ \alpha_2 & (\beta_2 - \lambda) \end{vmatrix} = 0 \quad \dots \dots (14.12)$$

$$\text{বা} \quad \lambda^2 - (\alpha_1 + \beta_2)\lambda + \alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 = 0 \quad \dots \dots (14.13)$$

এখন আমরা প্রমাণ করব যে $\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 = 1$ । যেহেতু $f(x)$ ও $g(x)$ অপেক্ষক দুটি (14.3) সমীকরণের দুটি বাস্তব ও নিরপেক্ষ সমাধান, সুতরাং আমরা লিখতে পারি

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)] f(x) = 0$$

$$\text{এবং } \frac{d^2 g(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)] g(x) = 0$$

এই দুটি সমীকরণের প্রথমটিকে $g(x)$ ও দ্বিতীয়টিকে $f(x)$ দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত সমীকরণগুলির বিয়োগফল নিলে আমরা পাই

$$g(x) \frac{d^2 f(x)}{dx^2} - f(x) \frac{d^2 g(x)}{dx^2} = 0 \quad \dots \dots (14.14)$$

$$\text{বা } \frac{d}{dx} \left[g(x) \frac{df(x)}{dx} - f(x) \frac{dg(x)}{dx} \right] = 0 \quad \dots \dots (14.15)$$

$\therefore$ (14.15) সমীকরণের উভয়দিক সমাকলন করে আমরা পাই

$$\text{বা, } g(x) \frac{df(x)}{dx} - f(x) \frac{dg(x)}{dx} = \text{ধ্রুবক} \quad \dots \dots (14.16)$$

(14.16) সমীকরণের বাম পার্শ্বকে $f(x)$ ও $g(x)$ সমীকরণগুলির রংকিয়ান (Wronskian), $W(x)$ বলা হয়। দেখা যাচ্ছে যে বর্তমান ক্ষেত্রে এর মান একটি ধ্রুবক।

এখন (14.8) সমীকরণ দুটির অবকলনের মাধ্যমে রংকিয়ান গঠন করে আমরা পাই

$$g(x+a) \frac{df(x+a)}{dx} - f(x+a) \frac{dg(x+a)}{dx} = (\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1) \left[g(x) \frac{df(x)}{dx} - f(x) \frac{dg(x)}{dx} \right]$$

$$\text{বা } W(x+a) = (\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1) W(x)$$

$$\text{কিন্তু } W(x+a) = W(x) = \text{ধ্রুবক}$$

$$\therefore \alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 = 1 \quad \dots \dots (14.17)$$

কাজেই (14.13) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\lambda^2 - (\alpha_1 + \beta_2) \lambda + 1 = 0 \quad \dots \dots (14.18)$$

(14.18) দ্বিঘাত সমীকরণ থেকে আমরা λ -র দুটি সম্ভাব্য মান পাই এবং এই দুটি মান দ্বারা (14.11) সমীকরণ থেকে $\psi_1(x)$ ও $\psi_2(x)$ দুটি অপেক্ষকের সমীকরণ তৈরি করা যায়। এখন α_1 ও β_2 -র মান E শক্তির উপর নির্ভরশীল হওয়ায়, এই শক্তির মান অনুযায়ী α_1 ও β_2 -র মানের জন্য আমরা দুটি শর্ত বিবেচনা করতে পারি।

$$\text{প্রথম শর্ত : } (\alpha_1 + \beta_2)^2 < 4$$

এক্ষেত্রে (13.18) দ্বিঘাত সমীকরণটির λ_1 ও λ_2 দুটি জটিল মূল থাকবে। কিন্তু এক্ষেত্রে যেহেতু $\lambda_1 \lambda_2 = 1$, সুতরাং আমরা লিখতে পারি

$$\lambda_1 = e^{ika}$$

... (14.19)

এবং $\lambda_2 = e^{-ika}$

যেখানে k হল একটি বাস্তব মানযুক্ত রাশি। λ -র এই দুটি মানদ্বারা (14.11) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\psi_1(x+a) = e^{ika} \psi_1(x)$$

এবং $\psi_2(x+a) = e^{-ika} \psi_2(x)$

... (14.20)

এই দুটি সমীকরণকে সাধারণভাবে লেখা যায়

$$\psi(x+a) = e^{\pm ika} \psi(x)$$

... (14.21)

এখন আমরা দেখাতে পারি যে (14.21) সমীকরণটি বাস্তবিকপক্ষে (14.5) ব্লচ সমীকরণেরই সমার্থক। কারণ (14.5) ও (14.6) সমীকরণ অনুযায়ী

$$\psi(x+a) = e^{\pm ikl(x+a)} u_k(x+a) = e^{\pm iklx} e^{\pm ika} u_k(x)$$

$$= e^{\pm ika} \psi(x) [\because e^{\pm iklx} u_k(x) = \psi(x)]$$

... (14.22)

কাজেই, ব্লচ সমীকরণ দ্বারা প্রাপ্ত (14.22) সমীকরণটি (14.21) সমীকরণের সঙ্গে অভিন্ন হয়। এটিই ব্লচ উপপাদ্যের প্রমাণ।

দ্বিতীয় শর্ত : $(\alpha_1 + \beta_2)^2 \geq 4$

এক্ষেত্রে λ_1 ও λ_2 মূলদুটি বাস্তব রাশি এবং আমরা ধরতে পারি যে

$$\lambda_1 = e^{\mu a} \text{ ও } \lambda_2 = e^{-\mu a}$$

যেখানে μ একটি বাস্তব সংখ্যা। সুতরাং (14.11) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\psi(x+a) = e^{\pm \mu a} \psi(x)$$

... (14.23)

(14.23) সমীকরণে a -র স্থানে na বসালে আমরা পাই

$$\frac{\psi(x+na)}{\psi(x)} = e^{\pm \mu na}$$

... (14.24)

কিন্তু (14.24) সমীকরণে n -এর মান যতই $\pm \infty$ -এর দিকে এগিয়ে যায়, $\frac{\psi(x+na)}{\psi(x)}$ অনুপাতটির

মানও ততই অসীমের দিকে এগিয়ে যায়। কাজেই ইলেকট্রনের এই তরঙ্গ অপেক্ষকগুলি সীমাবদ্ধ নয়। এজন্য দ্বিতীয় শর্ত অনুযায়ী প্রাপ্ত তরঙ্গ সমীকরণের সমাধান বাস্তব ক্ষেত্রে গ্রহণযোগ্য নয়।

ত্রিমাত্রিক দেশে ব্লচ উপপাদ্যের রূপ হল

$$\psi_k(\vec{r}) = e^{ik \cdot \vec{r}} u_k(\vec{r})$$

... (14.25)

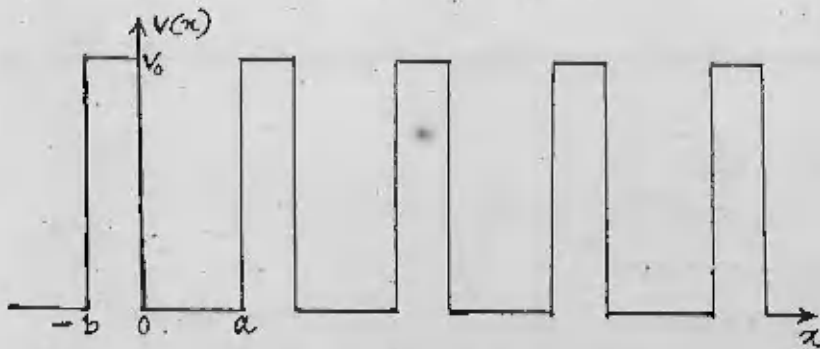
যেখানে $\vec{k}$ ও দুটি $\vec{r}$ ভেক্টর রাশি। যদি ল্যাটিসের বিভব ধ্রুবক বা শূন্য হয়, তবে $u_k(\vec{r})$ ধ্রুবকে পরিণত হয়। সুতরাং আমরা পাই

$$\psi_k(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

কাজেই দেখা যাচ্ছে যে এক্ষেত্রে তরঙ্গ অপেক্ষকটি একটি মুক্ত ইলেকট্রনের তরঙ্গ অপেক্ষকে পরিণত হয়।

14.4 ক্রোনিগ-পেনির মডেল (The Kronig-Penney model)

ক্রোনিগ-পেনির মডেলে ধরা হয় যে ধাতুর মুক্ত ইলেকট্রনগুলি যে পর্যাবৃত্ত বিভব ক্ষেত্রের প্রভাবাধীন থাকে, ওই ক্ষেত্রটি একমাত্রিক আয়তক্ষেত্রাকার অসংখ্য বিভব কূপ (potential well)-এর সারি দ্বারা গঠিত। (14.2) চিত্রে ক্রোনিগ-পেনির এই বিভব কূপগুলি দেখানো হল। ধরা হয় যে প্রত্যেক কূপের তলদেশে $0 < x < a$ অবস্থানে মুক্ত ইলেকট্রনটি একটি স্থির ধনাত্মক আয়নের খুব কাছে আছে এবং এই



চিত্র 14.2: একমাত্রিক ক্রোনিগ-পেনির বিভব

অবস্থায় ইলেকট্রনটির স্থিতিশক্তি শূন্য। অপরপক্ষে ধরা হয় যে কূপের বাইরে $-b < x < 0$ অবস্থানে ইলেকট্রনের স্থিতিশক্তি V_0 । সুতরাং এই বিভব কূপগুলির পর্যায় $(a+b)$ । যদিও ক্রোনিগ-পেনির মডেল ধাতুর অভ্যন্তরস্থ প্রকৃত পর্যাবৃত্ত বিভবের একটি স্থূল অনুমান মাত্র, তবু এই মডেলটি কোয়ান্টাম তত্ত্বের প্রয়োগে মুক্ত ইলেকট্রনগুলির বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য অনুধাবন করার পক্ষে বিশেষ সহায়ক।

ক্রোনিগ-পেনির মডেল অনুযায়ী শ্রোডিংগার সমীকরণকে সমাধানের জন্য এখন আমরা দুটি অংশে ভাগ করতে পারি। অর্থাৎ

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0, \text{ যখন } 0 < x < a \quad \dots \dots (14.26)$$

$$\text{এবং } \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)\psi = 0 \text{ যখন } -b < x < 0 \quad \dots \dots (14.27)$$

দ্বিতীয় সমীকরণ E -এর মান V_0 অপেক্ষা কম ধরে ($E < V_0$) আমরা দুটি বাস্তব রাশি α ও β -র সংজ্ঞা এভাবে দিতে পারি যে

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \text{ এবং } \beta^2 = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2} \quad \dots \dots (14.28)$$

সুতরাং এখন শ্রোডিংগারের সমীকরণদুটি হল

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \alpha^2\psi = 0, \quad 0 < x < a \quad \dots \dots (14.29)$$

$$\text{এবং } \frac{d^2\psi}{dx^2} - \beta^2\psi = 0, \quad -b < x < 0 \quad \dots \dots (14.30)$$

যেহেতু ধাতুর বিভবক্ষেত্রটি পর্যাবৃত্ত ধরা হয়েছে, সুতরাং ব্রচের উপপাদ্য এখানে প্রযোজ্য। অর্থাৎ এক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারি —

$$\psi(x) = e^{ikx} u_k(x) \quad \dots \dots (14.31)$$

যেখানে $u_k(x)$ হল x -এর একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক এবং এর পর্যায় হল $(a+b)$ । অর্থাৎ

$$u_k(x) = u_k(x + a + b) \quad \dots \dots (14.32)$$

এখন (14.31) সমীকরণটির x -এর সাপেক্ষে দুবার অবকলন করে আমরা পাই —

$$\frac{d\psi(x)}{dx} = ike^{ikx} u_k(x) + e^{ikx} \frac{du_k(x)}{dx}$$

$$\text{এবং } \frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2 e^{ikx} u_k(x) + 2ike^{ikx} \frac{du_k(x)}{dx} + e^{ikx} \frac{d^2 u_k(x)}{dx^2} \quad \dots \dots (14.33)$$

(14.31) ও (14.33) সমীকরণ দুটি থেকে এখন ψ ও $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ এর মান (14.29) ও (14.30) সমীকরণ

দুটিতে বসিয়ে আমরা পাই —

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} + 2ik \frac{du_1}{dx} + (\alpha^2 - k^2) u_1 = 0, \quad 0 < x < a \quad \dots \dots (14.34)$$

$$\text{এবং } \frac{d^2 u_2}{dx^2} + 2ik \frac{du_2}{dx} - (\beta^2 + k^2) u_2 = 0, \quad -b < x < 0 \quad \dots \dots (14.35)$$

যেখানে u_1 ও u_2 হল যথাক্রমে $0 < x < a$ ও $-b < x < 0$ ব্যবধান দুটিতে $u_k(x)$ -এর মান। এই সমীকরণগুলির সাধারণ সমাধান হল

$$u_1 = Ae^{i(\alpha-k)x} + Be^{-i(\alpha+k)x}, \quad 0 < x < a \quad \dots \dots (14.36)$$

$$\text{এবং } u_2 = Ce^{(\beta-ik)x} + De^{-(\beta+ik)x}, \quad -b < x < 0 \quad \dots \dots (14.37)$$

যেখানে A, B, C, D হল চারটি সমাকলন ধ্রুবক, যাদের মান নীচের সীমাবদ্ধতার শর্ত দ্বারা নির্ণয় করা যায়।

$$u_1(0) = u_2(0), \quad \left(\frac{du_1}{dx} \right)_{x=0} = \left(\frac{du_2}{dx} \right)_{x=0} \quad \dots \dots (14.38)$$

$$u_1(a) = u_2(-b), \quad \left(\frac{du_1}{dx} \right)_{x=a} = \left(\frac{du_2}{dx} \right)_{x=-b} \quad \dots \dots (14.39)$$

(14.38) সমীকরণের শর্তগুলি প্রকৃতপক্ষে তরঙ্গ অপেক্ষকগুলির এবং এদের অবকলনগুলির নিরবচ্ছিন্নতার আবশ্যিকতা প্রকাশ করে। অপরপক্ষে (14.39) সমীকরণের শর্তগুলি $u_k(x)$ আপেক্ষিকটির পর্যাবৃত্ত ধর্মের শর্ত প্রকাশ করে। (14.48) ও (14.39) শর্তগুলি প্রয়োগ করে (14.36) ও (14.37) সমীকরণগুলি থেকে আমরা নীচের চারটি সমীকরণ পাই

$$A + B = C + D$$

$$Ai(\alpha-k) - \beta i(\alpha+k) = C(\beta-ik) - D(\beta+ik)$$

$$Ae^{i(\alpha-k)a} + Be^{-i(\alpha+k)a} = Ce^{-(\beta-ik)b} + De^{(\beta+ik)b}$$

$$Ai(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)a} - Bi(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)a}$$

$$= C(\beta-ik)e^{-(\beta-ik)b} - D(\beta+ik)e^{(\beta+ik)b} \quad \dots \dots (14.40)$$

এই চারটি সমীকরণের সাহায্যে A, B, C ও D নির্ণয় করা যায়। এই ধ্রুবকগুলির মান শূন্য না হওয়ার শর্ত হল যে সমীকরণগুলিতে এদের সহগগুলি দ্বারা যে ডিটারমিনেন্ট গঠন করা যায়, তার মান শূন্য হবে। অর্থাৎ

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ i(\alpha-k) & -i(\alpha+k) & \beta-ik & -(\beta+ik) \\ e^{i(\alpha-k)a} & e^{-i(\alpha+k)a} & e^{-(\beta-ik)b} & e^{(\beta+ik)b} \\ i(\alpha-k)e^{i(\alpha-k)a} & -i(\alpha+k)e^{-i(\alpha+k)a} & (\beta-ik)e^{-(\beta-ik)b} & -(\beta+ik)e^{(\beta+ik)b} \end{vmatrix} = 0$$

এই ডিটারমিনেন্টের সমাধান করে আমরা পাই—

$$\frac{\beta^2 + \alpha^2}{2\beta\alpha} \sinh \beta b \sin \alpha a + \cosh \beta b \cos \alpha a = \cos k(a+b) \quad \dots \dots (14.41)$$

(14.41) সমীকরণটি বেশ জটিল। এর সরলতর রূপ পাওয়ার জন্য ক্রোনিগ পেনি একটি ক্ষেত্র বিবেচনা করেন, যেখানে V_0 অসীমের ও b শূন্যের নিকটবর্তী, কিন্তু এদের গুণফল $V_0 b$ সবসময় সসীম থাকে। এই ক্ষেত্রে বিভব প্রতিবন্ধকগুলি (potential barriers) ডেলটা অপেক্ষক (Delta function)-দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এক্ষেত্রে মডেলটি একটি অতি পাতলা বিভব প্রতিবন্ধক দ্বারা বিচ্ছিন্ন বিভব কূপের সারিতে পরিবর্তিত হয়। $V_0 \rightarrow \infty$ এবং $b \rightarrow 0$ হলে $V_0 b$ রাশির মানকে প্রতিবন্ধক শক্তি (barrier strength) বলে।

$b \rightarrow 0$ হলে $\sinh \beta b \rightarrow \beta b$ এবং $\cosh \beta b \rightarrow 1$ হয়। তাহাড়া (14.28) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\frac{\beta^2 + \alpha^2}{2\alpha\beta} = \frac{mV_0}{\alpha\hbar^2}$$

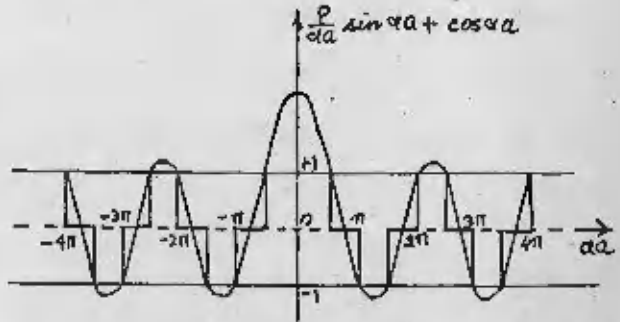
এই মানগুলি বসালে (14.41) সমীকরণের সরলতর রূপটি হয়

$$\frac{mV_0 b}{\alpha\hbar^2} \sin \alpha a + \cos \alpha a = \cos ka$$

$$\text{বা } \frac{P}{\alpha a} \sin \alpha a + \cos \alpha a = \cos ka \quad \dots \dots (14.42)$$

$$\text{যেখানে } P = \frac{mV_0 b a}{\hbar^2}$$

তরঙ্গ সমীকরণের সমাধান কেবল তখনই সম্ভব, যখন (14.42) সমীকরণের শর্তটি পূরণ হয়। যেহেতু $\cos ka$ এর মান $+1$ ও -1 এর মধ্যে থাকে, সেজন্য αa -এর কেবল সেই মানগুলিই প্রযোজ্য বা অনুমোদিত (allowed), যেগুলির জন্য (14.42) সমীকরণের বাম পার্শ্বের মান $+1$ ও -1 মানের মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে। αa -র অন্য মানগুলি প্রযোজ্য বা অনুমোদিত নয়। এজন্য এই মানগুলিকে নিষিদ্ধ (forbidden) মান বলে।



চিত্র 14.3: (14.42) সমীকরণের বাম পার্শ্বের রাশিমালার লেখচিত্র।

এই চিত্রে ভুজ αa রেডিয়ান এককে আছে এবং $P = 3\pi/2$ ধরা হয়েছে। চিত্রে ভুজের টানা ও ডাঙা রেখার অংশগুলি যথাক্রমে অনুমোদিত (allowed) ও নিষিদ্ধ (forbidden) শক্তি অঞ্চল নির্দেশ করছে।

(14.3) চিত্রে (14.42) সমীকরণের বাম পার্শ্বের রাশিমালার মানকে কোটি এবং αa -র মানকে ভুজ ধরে তরঙ্গাকৃতির চিত্রটি আঁকা হয়েছে। এই চিত্রে $P = 3\pi/2$ ধরা হয়েছে। ভুজের সমান্তরাল $+1$ ও -1 দূরত্বে অঙ্কিত দুটি টানা রেখার মধ্যে কোটির মানগুলিই অনুমোদিত এবং এই দুটি রেখার বাইরে কোটির

মানগুলি অননুমোদিত বা নিষিদ্ধ, অর্থাৎ এই মানগুলির দ্বারা (14.42) সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না। (14.28) সমীকরণে আপনি লক্ষ্য করুন যে α^2 শক্তি E -র সমানুপাতিক। সুতরাং ভূজের মান প্রকৃতপক্ষে ইলেকট্রনের শক্তির মান নির্দেশ করে। (14.6) চিত্র থেকে আমরা নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তগুলি করতে পারি।

(1) ধাতুর মুক্ত ইলেকট্রনগুলির শক্তি কতকগুলি অনুমোদিত ও কতকগুলি নিষিদ্ধ শক্তি অঞ্চল দ্বারা গঠিত। এই অঞ্চলগুলিকে শক্তির ব্যান্ড বা (energy band) বলা হয়।

(2) অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডগুলির বিস্তৃতি αa বা শক্তির বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বৃদ্ধি পায়।

(3) P -র মান যত বৃদ্ধি পায় অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডের বিস্তৃতি তত কমে যায়। ইলেকট্রনগুলির বন্ধন শক্তি যত বাড়ে P -র মান তত বাড়ে। $P \rightarrow \infty$ হলে অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডগুলি সংকুচিত হয়ে এক একটি শক্তিস্তরে (energy level) পরিণত হয় এবং এভাবে শক্তির রেখা বর্ণালি গঠিত হয়। এরূপ অবস্থায় (14.42) সমীকরণটি সিদ্ধ হতে গেলে

$$\sin \alpha a = 0 \text{ হবে।}$$

সুতরাং এক্ষেত্রে $\alpha a = \pm n\pi$, যেখানে n হল একটি পূর্ণ সংখ্যা। সুতরাং (14.28) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$E = \frac{\alpha^2 \hbar^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 \quad \dots \dots (14.43)$$

(14.43) সমীকরণটি পারমাণবিক আয়তনযুক্ত একটি স্থির বিভব বাস্তবের মধ্যে আবদ্ধ একটি ইলেকট্রনের শক্তিস্তরগুলির মান নির্দেশ করে।

(4) যখন $P \rightarrow 0$ হয়, তখন

$$\cos \alpha a = \cos ka \text{ হয়।}$$

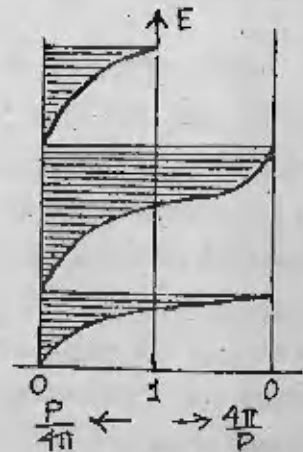
সুতরাং, $\alpha = a$

$$\text{বা, } E = \frac{k^2 \hbar^2}{2m} \quad \dots \dots (14.44)$$

কিন্তু (14.44) সমীকরণটি কেবল সম্পূর্ণ মুক্ত ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য এবং এক্ষেত্রে ইলেকট্রনের যে- কোনো শক্তিই অনুমোদিত। অর্থাৎ এরূপ ইলেকট্রনের শক্তি নিরবচ্ছিন্ন এবং কোনো নিষিদ্ধ শক্তি ব্যান্ড নেই।

ধাতুর মুক্ত ইলেকট্রনের শক্তির এই বিভিন্ন অবস্থাগুলি (14.4) চিত্রে দেখানো হল। এই চিত্রে P -র সাপেক্ষে

ইলেকট্রনের শক্তির বর্ণালি অঙ্কন করা হয়েছে। চিত্রের বাম প্রান্তে $P=0$ এবং এখানে শক্তির বর্ণালিটি প্রায় নিরবচ্ছিন্ন। আবার চিত্রের ডান প্রান্তে $P=\infty$ এবং এখানে ইলেকট্রনের শক্তি রেখা বর্ণালিতে পরিণত হয়।

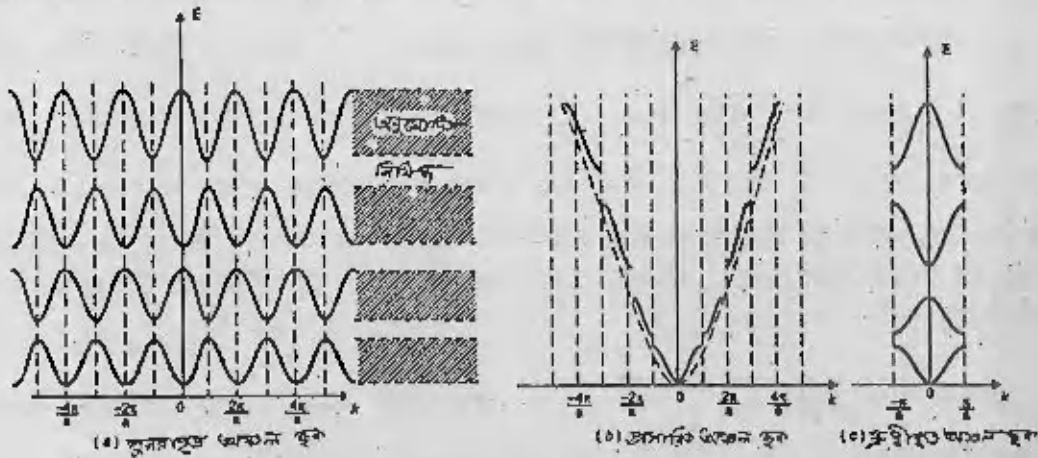


চিত্র 14.4: P সাপেক্ষে ইলেকট্রনের অনুমোদিত (রেখা দ্বারা ছায়াকৃত) ও নিষিদ্ধ (উন্মুক্ত) শক্তি অঞ্চল।

P-র অন্য যে-কোনো মানের জন্য $P/4\pi$ (বা $4\pi/P$) অক্ষের উপর একটি লম্ব অঙ্কন করলে শক্তির অনুমোদিত ও নিষিদ্ধ পটিগুলির অবস্থান ও বিস্তার পাওয়া যায়।

14.5 শক্তি ও তরঙ্গ-ভেক্টর সম্বন্ধ ও এদের বিভিন্ন প্রকার উপস্থাপনা (Energy versus Wave-Vector Relationship and their different representation)

(14.3) চিত্রে আপনি αa (বা শক্তি E)-র সঙ্গে (14.42) সমীকরণের বা পার্শ্বের রাশিমালার মানের কিরূপ পরিবর্তন হয়, তা লক্ষ্য করেছেন। আবার (14.4) চিত্রে P-র সঙ্গে সরাসরি E-র পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। এখন আমরা তরঙ্গ-ভেক্টর k-র সঙ্গে E শক্তির কিরূপ পরিবর্তন হয়, তা আলোচনা করব। আপনি লক্ষ্য করুন, (14.42) সমীকরণের ডান পার্শ্বের মান $\cos ka$ । সুতরাং শক্তির প্রতিটি অনুমোদিত মানের জন্য $\cos ka$ -এর একটি নির্দিষ্ট মান পাওয়া যায়। কিন্তু $\cos ka$ রাশি k তরঙ্গ-ভেক্টরটির একটি জোড় পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক এবং সেজন্য এর মান k-কে $k + 2\pi n/a$ দ্বারা প্রতিস্থাপন করা হলেও একই থাকে (এখানে n হল একটি পূর্ণসংখ্যা)। এর অর্থ হল যে শক্তি E-ও k-র জোড় পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক এবং এর পর্যায় হল $2\pi/a$ । k-র সাপেক্ষে শক্তির এরূপ পর্যাবৃত্ত উপস্থাপনা (14.5a) চিত্রে দেখানো হল। এই উপস্থাপনা $-\pi/a < k < \pi/a$ অঞ্চলটির পুনরাবৃত্তির দ্বারা পাওয়া যায়। এই অঞ্চলটিকে প্রথম ব্রিউইন অঞ্চল



চিত্র 14.5: তিন প্রকার ছকে শক্তি (E) ও তরঙ্গ-ভেক্টর (k)-র সম্বন্ধ লেখ। (a) পুনরাবৃত্ত অঞ্চল ছক। এই ছকে k পরিবর্তনের সঙ্গে অনুমোদিত শক্তি (E)-র পর্যাবৃত্ত পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। এই পরিবর্তনের বিস্তৃতিকে শক্তি ব্যান্ড বলে এবং তা চিত্রের পাশে রেখাবৃত্ত অঞ্চল দ্বারা দেখানো হয়েছে। দুটি শক্তি ব্যান্ডের মধ্যে ব্যবধানকে অননুমোদিত বা নিষিদ্ধ শক্তি ব্যান্ড বলে এবং তা চিত্রে দুটি অনুমোদিত ব্যান্ডের মধ্যে খালি অঞ্চল রূপে দেখানো হয়েছে। (b) প্রসারিত অঞ্চল ছক। এই ছকে শক্তির একটি ছেদযুক্ত অধিবৃত্ত। এই অধিবৃত্তের টানা রেখাগুলি অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ড এবং ছেদগুলি নিষিদ্ধ শক্তি ব্যান্ড বোঝায়। এই অধিবৃত্তের পার্শ্বের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র রেখা দ্বারা অধিকৃত অধিবৃত্তটি স্থির বিভব ক্ষেত্রে মুক্ত ইলেকট্রনের গতিশক্তির লেখ। (c) হ্রস্বীকৃত অঞ্চল ছক। এতে $-\pi/a < k < \pi/a$ পাল্লার মধ্যে ইলেকট্রনের বিভিন্ন শক্তি বক্রগুলি দেখানো হয়েছে।

(first Brillouin zone) বলে এবং এই উপস্থাপনটিকে পর্যাবৃত্ত বা পুনরাবৃত্ত অঞ্চল (periodic or repeated zone scheme) বলে। এই হকে k -র মান অন্যান্যভাবে নির্দিষ্ট নয়, কারণ E -র প্রত্যেক মানের জন্য k -র বহুসংখ্যক মান হয় যেমন, (14.5a) চিত্রে E -র কোনো একটি মানের জন্য k -অক্ষের সমান্তরাল একটি সরলরেখা অঙ্কন করলে দেখা যাবে যে এটি k -র বহুসংখ্যক মানকে ছেদ করেছে।

E -র প্রত্যেক অনুমোদিত মানের জন্য k -র একটিমাত্র নির্দিষ্ট মান লাভের জন্য দুটি পদ্ধতি আছে। এগুলি হল

(1) প্রসারিত অঞ্চল হক এবং (2) হ্রস্বীকৃত অঞ্চল হক।

(1) প্রসারিত অঞ্চল হক (Extended zone scheme) : এই হক পদ্ধতিতে k -র সাপেক্ষে E -র যে লেখ অঙ্কন করা হয়, তাতে বিভিন্ন ব্রিলুইন অঞ্চল থেকে $\pm k$ -র কেবল সেই মানগুলি গ্রহণ করা হয়, যেগুলি পুনরাবৃত্ত না হয়ে E বৃন্ধির সঙ্গে সঙ্গে এককভাবে বৃদ্ধি পায়। (14.5b) চিত্রে এই পদ্ধতিতে অঙ্কিত লেখটি দেখানো হল। এটি একটি ছেদযুক্ত অধিবৃত্ত। এই অধিবৃত্তে k -র যে মানগুলির জন্য ছেদগুলি ঘটে, সেই মানগুলি হল

$$k = \pm \frac{n\pi}{a} \quad \dots \dots (14.45)$$

যেখানে $n = 1, 2, 3$ প্রভৃতি পূর্ণসংখ্যা। k -র এই মানগুলি বিভিন্ন ব্রিলুইন অঞ্চলের সীমারেখা নির্দেশ করে। এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চল $-\pi/a$ থেকে $+\pi/a$ পর্যন্ত বিস্তৃত, দ্বিতীয় অঞ্চল π/a থেকে $2\pi/a$ পর্যন্ত এবং $-\pi/a$ থেকে $+2\pi/a$ পর্যন্ত, তৃতীয় অঞ্চল $2\pi/a$ থেকে $3\pi/a$ পর্যন্ত এবং $-2\pi/a$ থেকে $-3\pi/a$ পর্যন্ত এভাবে পরপর বিস্তৃত থাকে। পদার্থের স্থির বিভব ক্ষেত্রের মধ্যে একটি মুক্ত ইলেকট্রনের শক্তি k -র সঙ্গে কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তাও চিত্রে একটি ডাঙা রেখার বক্র দিয়ে দেখানো হয়েছে। এই বক্রটিও একটি অধিবৃত্ত এবং পর্যাবৃত্ত বিভবজাত ছেদযুক্ত অধিবৃত্তের প্রায় সংলগ্ন।

যেহেতু তরঙ্গ-ভেক্টর $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, যেখানে λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য, সুতরাং (14.45) সমীকরণ অনুযায়ী আমরা লিখতে পারি

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\pi}{a}$$

$$\text{বা } n\lambda = 2a \quad \dots \dots (14.46)$$

কিন্তু ব্যাগের প্রতিফলন সূত্রে তির্যক কোণ 90° (অর্থাৎ অভিলম্বের দিকে আপতন) ধরে নিলে (14.46) সমীকরণটি পাওয়া যায়। এ থেকে বোঝা যায় যে পর্যাবৃত্ত বিভব ক্ষেত্রে ইলেকট্রনের ব্যাগ প্রতিফলন ঘটে এবং এজন্যই $E-k$ বক্রতে ছেদগুলি উৎপন্ন হয়।

(2) হ্রস্বীকৃত অঞ্চল হক (Reduced zone scheme) : এই হক পদ্ধতিতে বক্র আকার জন্য বিভিন্ন ব্রিলুইন অঞ্চলের বক্রাংশগুলিকে কেবল $-\pi/a \leq k \leq \pi/a$ অঞ্চলের মধ্যে সীমাবদ্ধ রেখে অন্যান্য অঞ্চলের অংশগুলিকে কমানো বা ছাঁটাই করে দেওয়া হয়। এর ফলে (14.5c) চিত্রটি অঙ্কন করা যায়। চিত্রে প্রদর্শিত অঞ্চলটির তরঙ্গ ভেক্টরকে হ্রস্বীকৃত তরঙ্গ ভেক্টর বলে। এই তরঙ্গ ভেক্টরটি পাওয়ার সূত্র হল

$$k = k' - G \quad \dots \dots (14.47)$$

যেখানে k' হল অন্য কোনো অঞ্চলের তরঙ্গ-ভেক্টর এবং G হল k' মানকে k মানে পরিবর্তিত করার জন্য যথোপযুক্তভাবে মনোনীত অন্যান্য ল্যাটিস ভেক্টর।

14.6 একটি শক্তি ব্যান্ডে তরঙ্গ অপেক্ষকের সংখ্যা (Number of Wave Functions in a Energy Band)

একটি অসীম একমাত্রিক কেলাসীয় ল্যাটিসে এমন কতকগুলি অনুমোদিত শক্তি অঞ্চল থাকে, যার মধ্যে শক্তির বন্টন নিরবচ্ছিন্ন হয়। এখন আমরা সসীম L দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কেলাসের প্রতি শক্তি ব্যান্ডে কতগুলি তরঙ্গ অপেক্ষক বা তরঙ্গ ভেক্টর থাকে, তা নির্ণয় করে।

যদি $\Psi(x)$ তরঙ্গ অপেক্ষকটি পর্যাবৃত্ত হয়, তবে এর সীমানা শর্ত হল

$$\Psi(x+L) = \Psi(x) \quad \dots \dots (14.48)$$

যেহেতু পদার্থের মুক্ত ইলেকট্রনের তরঙ্গ অপেক্ষকগুলি ব্রচ অপেক্ষক, সুতরাং (14.5) ও (14.6) সমীকরণ দুটি অনুযায়ী এদের সমাধান হল

$$\Psi(x) = e^{ikx} u_k(x)$$

$$\text{এবং } u_k(x+L) = u_k(x) \quad \dots \dots (14.49)$$

সুতরাং (14.48) সমীকরণ থেকে আমরা পাই—

$$e^{ik(x+L)} u_k(x+L) = e^{ikx} u_k(x)$$

$$\text{এবং } u_k(x+L) = u_k(x)$$

$$\text{অর্থাৎ, } e^{ik(x+L)} = e^{ikx}$$

$$\text{বা } e^{ikL} = 1$$

$$\therefore kL = 2n\pi \text{ বা } k = \frac{2n\pi}{L} \quad \dots \dots (14.50)$$

যেখানে $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

∴ k -র মানগুলি হল

$$k = 0, \pm \frac{2\pi}{L}, \pm \frac{4\pi}{L}, \pm \frac{6\pi}{L}, \dots \dots \dots \text{প্রভৃতি} \quad \dots \dots (14.51)$$

(14.50) সমীকরণ থেকে আমরা k ও $k + dk$ ব্যবধানের মধ্যে কতগুলি তরঙ্গ অপেক্ষক থাকে, তার মান পাই। এই মান হল

$$dn = \frac{L}{2\pi} dk \quad \dots \dots (14.52)$$

এখন যদি আমরা প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চল বিবেচনা করি, তবে এখানে k -র সর্বোচ্চ মান হল $\frac{\pi}{a}$, যেখানে a হল ল্যাটিস ধ্রুবক অর্থাৎ একটি মূল কোষের দৈর্ঘ্য। যদি কেলাসটিতে মোট N -সংখ্যক মূল কোষ থাকে এবং কেলাসটির দৈর্ঘ্য L হয়, তবে $a = \frac{L}{N}$ । ফলে k -র সর্বোচ্চ মান হল $\frac{N\pi}{L}$ । সুতরাং (14.51) শ্রেণিটির শেষ রাশি হল $\frac{N\pi}{L}$ । $[-\frac{N\pi}{L}$ রাশিটি এখানে বিবেচনার প্রয়োজন নেই। কারণ এটি একটি স্বাধীন রাশি নয়।] তার ফলে অনুমোদিত k -মানের মোট সংখ্যা হল N । এই থেকে আমরা একটি গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পারি, যা হল : একটি কেলাসে মোট যতগুলি মূল কোষ বা পরমাণু থাকে, একটি অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডে ঠিক ততগুলিই সম্ভাব্য তরঙ্গ অপেক্ষক থাকে।

আপনার জানা আছে যে ইলেকট্রনের ঘূর্ণনের দুটিমাত্র সম্ভাব্য অভিমুখ আছে। সুতরাং পাউলির বর্জন নীতি অনুযায়ী একটি তরঙ্গ অপেক্ষক সর্বোচ্চ দুটি ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ হয়। এজন্য ইলেকট্রনের একটি শক্তি ব্যান্ডে $2N$ -সংখ্যক পর্যন্ত ইলেকট্রন থাকতে পারে, যেখানে N হল কেলাসের মোট মূল কোষের সংখ্যা। অন্যভাবে আমরা এটি বলতে পারি যে যদি একটি শক্তি ব্যান্ডে $2N$ সংখ্যক ইলেকট্রন থাকে, তাহলেই ব্যান্ডটি ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ বা সম্পূর্ণ থাকে। এই সিদ্ধান্তটি গুরুত্বপূর্ণ, কারণ আমরা পরে দেখব যে পরিবাহী, অপরিবাহী ও অর্ধপরিবাহীর পার্থক্য এই সিদ্ধান্তটির দ্বারা সহজে বোঝা যায়।

14.7 ইলেকট্রনের বেগ (Velocity of an electron)

V বেগে গতিশীল কোনো কণার ডি ব্রোগলি তরঙ্গের কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে, কণার তরঙ্গ প্যাকেটটির গুচ্ছ বেগ (group velocity) হবে।

$$V_g = \frac{d\omega}{dk}$$

যেখানে k হল কণার তরঙ্গ-ভেক্টর।

কিন্তু কণার তরঙ্গ তত্ত্ব অনুযায়ী $V = V_g$ ।

$$\text{সুতরাং } V = V_k = \frac{d\omega}{dk} \quad \dots \dots (14.53)$$

যদি কণার শক্তি E হয়, তবে

$$E = \hbar \omega$$

এবং (14.53) সমীকরণ অনুযায়ী

$$V = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} \quad \dots \dots (14.54)$$

একটি মুক্ত ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে আমরা জানি

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

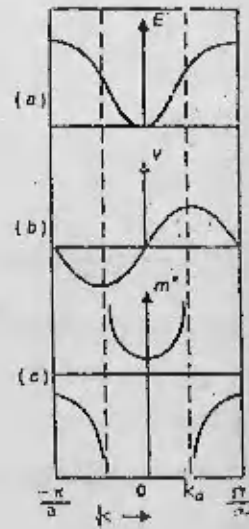
সুতরাং (14.54) সমীকরণ থেকে আমরা পাই—

$$V = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m} \quad \dots \dots (14.55)$$

যেখানে p হল মুক্ত ইলেকট্রনটির ভরবেগ। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে একটি মুক্ত ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে V - k -র সমানুপাতিক। কিন্তু কেলাসের ব্যাপ্ত তত্ত্বে E সাধারণভাবে k -র সমানুপাতিক নয়। এই তত্ত্ব অনুযায়ী E কীরূপভাবে k -র উপর নির্ভরশীল, তা (14.6) চিত্রের (a) অংশে দেখানো হয়েছে। চিত্রের বক্রটি থেকে বোঝা যাচ্ছে যে এই বক্রের dE/dk ধুবক নয় এবং এটি k -র মানের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। সুতরাং এই বক্র ও (14.54) সমীকরণ থেকে আমরা বেগ V ও তরঙ্গ-ভেটর k -র সম্বন্ধ নির্ণয় করতে পারি, যা (14.6) চিত্রের (b) অংশে দেখানো হয়েছে। এই চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে যখন $k = 0$ বা $\pm \pi/a$ তখন ইলেকট্রনের বেগ 0। অর্থাৎ প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চলের শক্তি ব্যান্ডের শীর্ষদেশে ও

পাদদেশে যেখানে $\frac{dE}{dk} = 0$, সেখানে এই বেগ 0।

আবার E বক্রটির বাকের মুখে (point of inflexion)



চিত্র 14.6: k পরিবর্তনের সঙ্গে ইলেকট্রনের (a) শক্তি, (b) বেগ ও (c) কার্যকরী ভর পরিবর্তনের লেখচিত্র। চিত্রের ভাঙা রেখা দুটি E - k বক্রের বাকের মুখ নির্দেশ করে।

($k = k_0$) এই বেগের মান সর্বোচ্চ। এই সর্বোচ্চ মান মুক্ত ইলেকট্রনের বেগের সমান। বাকের মুখ থেকে যত দূরে যাওয়া যায়, শক্তি বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে ইলেকট্রনের বেগ তত কমে যায়। শক্তি ব্যান্ডের ইলেকট্রনের এই ধর্ম মুক্ত ইলেকট্রনের ধর্ম থেকে সম্পূর্ণ স্বতন্ত্র।

14.8 ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর (Effective Mass of an Electron)

ধরা যাক, ব্রিলুইন অঞ্চলে একটিমাত্র ইলেকট্রন গতিশীল আছে। এখানে একটি মাত্র ইলেকট্রন এজন্যই কল্পনা করা হয়েছে, যাতে পাউলির বর্জন নীতি কোনোভাবে লঙ্ঘিত না হয়। যদি ইলেকট্রনটির বেগ V হয় এবং এর উপর dt সময়ের জন্য e তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগ করার দরুন ইলেকট্রনটির dx সরণ হয়, তবে ইলেকট্রনটির শক্তি যে পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে, তার সমীকরণ হল

$$dE = -e\mathcal{E}dx = -e\mathcal{E}Vdt = -\frac{e\mathcal{E}}{\hbar} \left(\frac{dE}{dk} \right) dt \quad \dots \dots (14.56)$$

এখানে $-e$ হল, ইলেকট্রনের তড়িদাধান।

$$\text{এখন } dE = \frac{dE}{dk} dk$$

কাজেই (14.56) সমীকরণ থেকে আমরা পাই

$$\frac{dE}{dk} dk = -\frac{e\mathcal{E}}{\hbar} \left(\frac{dE}{dk} \right) dt$$

$$\text{বা, } \frac{dk}{dt} = -\frac{e\mathcal{E}}{\hbar} \quad \dots \dots (14.57)$$

$$\text{বা, } \frac{\hbar dk}{dt} = \frac{dp}{dt} = -e\mathcal{E} \quad \dots \dots (14.58)$$

যেখানে p হল কেলাস ভরবেগ। কাজেই এই সমীকরণ অনুযায়ী কেলাস ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বল $-e\mathcal{E}$ -র সমান। সুতরাং এটি পর্যাবৃত্ত ল্যাটিসে ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রের সমার্থক।

এখন (14.54) সমীকরণ অনুযায়ী ইলেকট্রনের বেগ হল

$$V = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

সুতরাং ইলেকট্রনটির উপর প্রযুক্ত ত্বরণ হল

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 E}{dk^2} \cdot \frac{dk}{dt} \quad \dots \dots (14.59)$$

সূত্রাং (14.57) সমীকরণ থেকে dk/dt -র মান এই সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{eE}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}$$

$$\text{বা } -eE = \frac{\hbar^2}{d^2 E / dk^2} \cdot \frac{dV}{dt} \quad \dots \dots (14.60)$$

এই সমীকরণটি বল $(-eE)$ -কে ত্বরণ $\left(\frac{dV}{dt}\right)$ ও $\left(\frac{\hbar^2}{d^2 E / dk^2}\right)$ রাশিটির গুণফল হিসাবে প্রকাশ

করে। সূত্রাং এই $\hbar^2 / (d^2 E / dk^2)$ গুণকটিকে ভর হিসাবে ধরে নিলে সমীকরণটিকে নিউটনের বলের সমীকরণ বলা যায়। এজন্য এই সমীকরণের গুণকটিকে ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর m^* বলা হয়। সূত্রাং আমরা লিখতে পারি

$$m^* = \frac{\hbar^2}{d^2 E / dk^2} \quad \dots \dots (14.61)$$

(14.61) সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর ধ্রুবক নয় এবং তা $d^2 E / dk^2$ -এর মানের উপর অর্থাৎ $E-k$ বক্রের আকারের উপর নির্ভর করে। কার্যকরী ভর k -র মানের পরিবর্তনের সঙ্গে কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তা (14.6) চিত্রের (c) অংশে দেখানো হল। চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে শক্তির নীচের অর্ধ অঞ্চলে কার্যকরী ভর ধনাত্মক এবং উপরের অর্ধ অঞ্চলে ঋণাত্মক। অধিকতর শক্তি বক্রের বাঁকের মুখে কার্যকরী ভরের মান অসীম। সূত্রাং বলা যায় যে শক্তির উপরের অর্ধ অঞ্চলে ইলেকট্রনটি একটি ধনাত্মক ভরের ধনাত্মক আধানযুক্ত কণা হিসাবে ব্যবহার করে।

কার্যকরী ভরের ধর্ম অনেক ক্ষেত্রে একটি গুণক f_k -র দ্বারা প্রকাশ করা সুবিধাজনক হয়, যেখানে

$$f_k = \frac{m}{m^*} = \frac{m}{\hbar^2} \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right) \quad \dots \dots (14.62)$$

এখানে m হল একটি মুক্ত ইলেকট্রনের ভর। f_k গুণকটির দ্বারা বোঝা যায় যে k অবস্থায় একটি ইলেকট্রন কতটা মুক্ত ইলেকট্রনের ধর্ম লাভ করে। যদি $f_k = 1$ হয়, তবে ইলেকট্রনটি সম্পূর্ণ মুক্ত ইলেকট্রন হিসাবে ব্যবহার করে। অপরপক্ষে যদি $f_k < 1$ হয়। তবে মাছ $m^* > m$, অর্থাৎ ইলেকট্রনটি একটি ভারী কণা হিসাবে ব্যবহার করে।

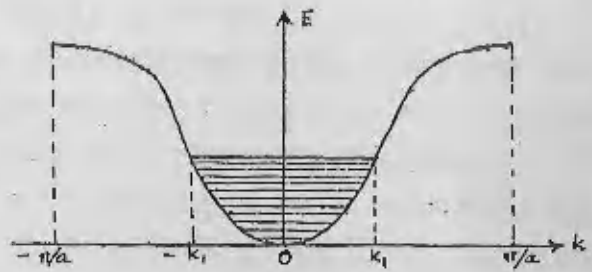
ইলেকট্রনের কার্যকরী ভরের ধারণার একটি বাস্তব গুরুত্ব আছে। কারণ এই ধারণা দ্বারা কেলাসের মধ্যে আধান পরিবহন সঠিকভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। সোডিয়াম, পটাশিয়াম প্রভৃতি ক্ষারীয় ধাতুগুলির আংশিকভাবে পূর্ণ শক্তি ব্যান্ড থাকে। সেজন্য এই ধাতুগুলিতে কেবল মুক্ত পরিবহন ইলেকট্রনগুলিই তড়িৎ পরিবহন করে। কিন্তু যেসব কেলাসের শক্তি ব্যান্ড প্রায় পূর্ণ থাকে, সেই ব্যান্ডের উপরাংশে কিছুসংখ্যক ইলেকট্রনের ঋণাত্মক

ভর ও ধনাত্মক আধানের শূন্যস্থান উৎপন্ন হয়। এরূপ প্রত্যেক শূন্যস্থানকে একটি ধনাত্মক আধান ও ধনাত্মক ভরের কণারূপে ধরা যায়। এই কণাগুলিকে বলা হয় 'হোল' (hole) বা গর্ত। ধনাত্মক আধানযুক্ত এই কণাগুলিও ইলেকট্রনের মতোই তড়িৎ পরিবহনে অংশগ্রহণ করতে পারে।

14.9 ধাতু, অন্তরক ও অর্ধপরিবাহীর মধ্যে পার্থক্য (Distinction between Metals, Insulators and Semiconductors)

সাধারণ উষ্ণতায় ধাতুগুলি, যেমন—আলুমিনিয়াম, কপার, সিলভার প্রভৃতি তড়িৎের সুপরিবাহী। অপরপক্ষে অধিকাংশ অধাতুই, যেমন—কাগজ, রবার, প্লাস্টিক, পলিইথিলিন, চিনেমাটি প্রভৃতি সাধারণ উষ্ণতায় তড়িৎের অপরিবাহী বা নামমাত্র পরিবাহী। এগুলিকে অন্তরক বলা হয়। পরিবাহী ও অন্তরক ছাড়াও অর্ধপরিবাহী নামে আর এক প্রকার পদার্থ আছে, যাদের ধর্ম পরিবাহী ও অন্তরকগুলির মধ্যবর্তী। অন্তরক ও অর্ধপরিবাহীগুলি 0 K উষ্ণতায় সম্পূর্ণ অপরিবাহী। কিন্তু উষ্ণতার বৃদ্ধি হলে অন্তরকগুলির পরিবাহিতা বিশেষ বৃদ্ধি পায় না, কিন্তু অর্ধপরিবাহীগুলি পরিবাহীতে রূপান্তরিত হয়। জার্মেনিয়াম (Ge) ও সিলিকন (Si) হল অর্ধপরিবাহীর দুটি সাধারণ উদাহরণ।

পরিবাহী, অন্তরক ও অর্ধপরিবাহীগুলির বিভিন্ন ধর্মগুলির প্রভেদ ব্যাখ্যা তত্ত্বের সাহায্যে সুন্দরভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। এজন্য ধরা যাক, একটি শক্তির ব্যান্ড-এর k_1 ($k_1 < \pi/a$) মান পর্যন্ত ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ আছে। শক্তির এই ব্যান্ডটি (14.7) চিত্রের প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চলভূক্ত শক্তি ব্যান্ড হিসাবে ধরা যেতে পারে। পূর্ববর্তী পরিচ্ছেদে আপনি f_k গুণকটির সংজ্ঞা জেনেছেন।



চিত্র 14.7: প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চল শক্তি ব্যান্ড। ব্যান্ডটি k_1 মান পর্যন্ত ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ, বাকি অংশ খালি।

এই গুণক k তরঙ্গ-ভেক্টর অবস্থার একটি ইলেকট্রন কতখানি মুক্ত ইলেকট্রনরূপে থাকে এবং তার ফলে তড়িৎ পরিবহনে অংশগ্রহণ করে, তা বোঝায়। সুতরাং একটি শক্তি ব্যান্ডে মোট কতগুলি মুক্ত ইলেকট্রন আছে, তা ওই ব্যান্ডের বিভিন্ন অধিকৃত শক্তির অবস্থার জন্য সম্ভাব্য সব f_k -সমূহের মানগুলির যোগফল দ্বারা পাওয়া যায়। যদি এই যোগফল N_f হয়, তবে আমরা পাই

$$N_f = \sum_k f_k \quad \dots \dots (14.63)$$

এখন (14.52) সমীকরণ অনুযায়ী একটি একমাত্রিক ল্যাটিসের L দৈর্ঘ্য ও তরঙ্গ-ভেক্টর ব্যবধান dk -র মধ্যে উপস্থিত তরঙ্গ অপেক্ষকের সম্ভাব্য অবস্থাগুলির সংখ্যা হল

$$dn = \frac{L}{2\pi} dk \quad \dots \dots (14.64)$$

যেহেতু তরঙ্গ অপেক্ষকের প্রত্যেক অবস্থায় সর্বোচ্চ দুটি ইলেকট্রন থাকতে পারে, সুতরাং $-k_1$ থেকে $+k_1$ ব্যবধানের মধ্যে শক্তি ব্যান্ডে মোট কার্যকরী মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা হবে

$$N_f = 2 \int_{-k_1}^{+k_1} f_k dn$$

$$= \frac{L}{\pi} \int_{-k_1}^{k_1} f_k dk = \frac{2L}{\pi} \int_0^{k_1} f_k dk \quad \dots \dots (14.65)$$

এই সমীকরণে (14.62) সমীকরণ থেকে f_k -র মান বসালে আমরা পাই

$$N_f = \frac{2mL}{\pi \hbar^2} \int_0^{k_1} \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right) dk$$

$$= \frac{2mL}{\pi \hbar^2} \left(\frac{dE}{dk} \right)_{k=k_1} \quad \dots \dots (14.66)$$

(14.66) সমীকরণ থেকে আমরা দুটি গুরুত্বপূর্ণ অনুসিদ্ধান্ত করতে পারি।

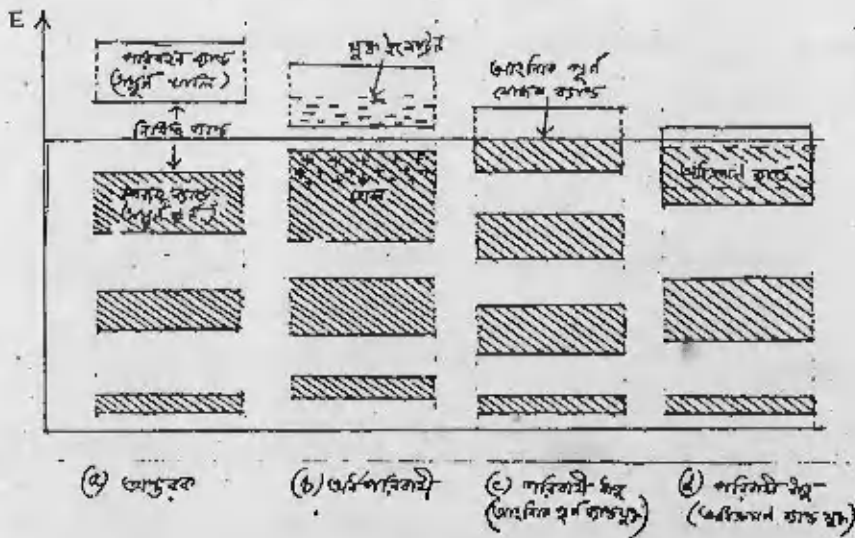
(1) (14.7) চিত্রে শক্তি ব্যান্ডের শীর্ষদেশে ($k \rightarrow \pi/a$) E অনুভূমিক। সুতরাং এখানে $\left(\frac{dE}{dk} \right)_{k=\pi/2} = 0$ । অর্থাৎ শক্তি ব্যান্ডের শীর্ষদেশে কার্যকরী মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা $N_f = 0$ । কিন্তু শক্তি ব্যান্ড ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ থাকলে E সর্বোচ্চ হয়। সুতরাং আমরা সিদ্ধান্ত করতে পারি যে শক্তি ব্যান্ড ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ থাকলে কার্যকরী মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা শূন্য হয়।

(2) যখন $\left(\frac{dE}{dk} \right)$ -র মান সর্বোচ্চ হয়, তখন N_f -ও সর্বোচ্চ হবে। কিন্তু (14.7) চিত্র অনুযায়ী শক্তি

বকের বাঁকের মুখে (অর্থাৎ $k=k_1$ অবস্থানে) $\left(\frac{dE}{dk} \right)$ -র মান সর্বোচ্চ হয়। সুতরাং শক্তি ব্যান্ডের বাঁকের মুখ পর্যন্ত ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ থাকলে ব্যান্ডে কার্যকরী ইলেকট্রনের সংখ্যা সর্বোচ্চ হবে।

এখন দেখা যাক, উপরের এই দুটি অনুসিদ্ধান্ত দ্বারা কীভাবে পরিবাহী, অপরিবাহী ও অর্ধপরিবাহীর মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা করা যায়। এ বিষয়ে প্রথমেই উল্লেখ করা প্রয়োজন যে আংশিকভাবে পূর্ণ শক্তি ব্যান্ডে যে মুক্ত ইলেকট্রনগুলি থাকে, কেবল সেগুলির দ্বারাই কোনো কঠিন পদার্থে তড়িৎ পরিবাহিত হয়। অপরপক্ষে যদি কোনো শক্তি ব্যান্ড সম্পূর্ণ পূর্ণ বা সম্পূর্ণ খালি থাকে, তবে এগুলিতে কোনো মুক্ত ইলেকট্রন না থাকায় তড়িৎ পরিবাহিত হতে পারে না। একটি পদার্থে বহুসংখ্যক শক্তি ব্যান্ড থাকে। এদের মধ্যে শক্তির মান

অনুযায়ী নীচের ব্যান্ডগুলি ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ থাকে এবং উপরের ব্যান্ডগুলি সম্পূর্ণ ফাঁকা বা খালি থাকে। এদের কোনোটিতেই মুক্ত ইলেকট্রন না থাকায় এগুলি তড়িৎ পরিবাহী নয়। সবচেয়ে উপরের সম্পূর্ণ পূর্ণ বা আংশিক পূর্ণ ব্যান্ডটিকে যোজক ব্যান্ড (Valence band) বলে। যোজক ব্যান্ডের উপরের প্রথম খালি ব্যান্ডটিকে পরিবহন ব্যান্ড (Conduction band) বলে। কিন্তু পরিবহন ব্যান্ডের উপরের সবগুলি ব্যান্ডই সম্পূর্ণ খালি থাকে। যে-কোনো দুটি ব্যান্ডের মধ্যে কিছুটা শক্তির ব্যবধান বা ফাঁক (energy gap) থাকে। শক্তির এই ফাঁককে নিষিদ্ধ ব্যান্ড (forbidden band) বলে। অপরিবাহী, পরিবাহী ও অর্ধপরিবাহীতে শক্তির ব্যান্ডগুলি কীরূপ থাকে, তা (14.8) চিত্রে দেখানো হল।



চিত্র 14.8: (a) অন্তরক, (b) অর্ধপরিবাহী এবং (c) ও (d) ধাতুর শক্তি ব্যান্ড চিত্র।

(14.8) চিত্রের (a) অংশে কয়েকটি অনুমোদিত সম্পূর্ণ পূর্ণ এবং তার উপর একটি সম্পূর্ণ খালি শক্তি ব্যান্ড দেখানো হয়েছে। এই খালি ব্যান্ডটিই পরিবহন ব্যান্ড এবং এর নীচের ব্যান্ডটি যোজক ব্যান্ড। যে-কোনো দুটি ব্যান্ডের মধ্যে ফাঁকটিই একটি নিষিদ্ধ ব্যান্ড। এখন এই যোজক ব্যান্ড ও পরিবহন ব্যান্ডের মধ্যে যে নিষিদ্ধ ব্যান্ডটি অবস্থিত, যদি এর বিস্তৃতি খুব বেশি ($5-10\text{ eV}$) হয়, তবে পদার্থের উষ্ণতা যথেষ্ট বৃদ্ধি করলেও (অর্থাৎ গলনাঙ্ক পর্যন্ত), এর যোজক ব্যান্ড থেকে যথেষ্ট সংখ্যক ইলেকট্রন তাপীয়ভাবে উদ্দীপ্ত হয়ে নিষিদ্ধ ব্যান্ড অতিক্রম করার মতো শক্তি অর্জন করতে পারে না এবং সেজন্য মুক্ত ইলেকট্রন হিসাবে পরিবহন ব্যান্ডে যেতে পারে না। ফলে যে-কোনো উষ্ণতায় পদার্থের প্রত্যেকটি ব্যান্ডই সম্পূর্ণ পূর্ণ বা সম্পূর্ণ খালি অবস্থায় থাকে এবং কোনো ব্যান্ডে কোনো মুক্ত ইলেকট্রন না থাকায় বাইরে থেকে কোনো তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগ করলেও এরূপ পদার্থে কোনো তড়িৎপ্রবাহ হয় না। এরূপ ধর্মবিশিষ্ট সব মৌল বা যৌগ কঠিন পদার্থকে অপরিবাহী বা অন্তরক বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ, ডায়মন্ডের নিষিদ্ধ ব্যান্ডের শক্তি প্রায় 7 eV এবং সেজন্য এটি একটি অন্তরক পদার্থ।

অপরপক্ষে কোনো পদার্থের পরিবহন ব্যান্ড ও যোজক ব্যান্ডের মধ্যে অবস্থিত নিষিদ্ধ ব্যান্ডটির শক্তি $0.5-2\text{eV}$ -র মধ্যে থাকলে যোজক ব্যান্ডের উর্ধ্বাংশ থেকে কিছুসংখ্যক ইলেকট্রন উচ্চতর উন্নতায় তাপীয়ভাবে উদ্দীপ্ত হয়ে নিষিদ্ধ ব্যান্ডটি অতিক্রম করার শক্তি অর্জন করতে পারে এবং এই ইলেকট্রনগুলি তখন পরিবহন ব্যান্ডে গিয়ে বাইরের তড়িৎক্ষেত্রের প্রয়োগে তড়িৎ পরিবহন করতে পারে। তাছাড়া যোজক ব্যান্ডের উর্ধ্বাংশ থেকে কিছু ইলেকট্রন চলে গেলে সেখানে সমসংখ্যক ইলেকট্রনের শূন্যস্থান সৃষ্টি হয় এবং এগুলি ধনাত্মক হোল বা গর্ত হিসাবে বাইরের তড়িৎক্ষেত্র দ্বারা তড়িৎপ্রবাহ উৎপন্ন করে। ফলে বাইরের তড়িৎক্ষেত্রের প্রয়োগে এরূপ পদার্থে ইলেকট্রন ও সমসংখ্যক হোলের মিলিত তড়িৎপ্রবাহ উৎপন্ন হয়। তবে ইলেকট্রনের সংখ্যা যথেষ্ট বেশি না হওয়ায় এই তড়িৎপ্রবাহের মান খুব বেশি হয় না। এরূপ পদার্থগুলিকেই অর্ধপরিবাহী বলা হয়। [14.8(b)] চিত্রে অর্ধপরিবাহীর শক্তি ব্যান্ডগুলি দেখানো হল। অর্ধপরিবাহীর তড়িৎ-পরিবাহিতা উন্নতায় উপর নির্ভর করে। নিম্নতম উন্নতায় (OK) অর্ধপরিবাহীগুলির পরিবহন ব্যান্ডে কোনো ইলেকট্রন থাকে না এবং এজন্য এগুলিও তখন অন্তরক পদার্থগুলির মতো সম্পূর্ণ অপরিবাহী থাকে। কিন্তু উন্নতা বৃদ্ধি করলে এই পদার্থগুলির পরিবহন ব্যান্ডে মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা বৃদ্ধি পায় এবং তার ফলে তড়িৎ-পরিবাহিতাও অনুরূপভাবে বাড়ে। অর্ধপরিবাহীর তড়িৎ-পরিবাহিতা পদার্থটির নিষিদ্ধ ব্যান্ডের শক্তির উপরও বিশেষভাবে নির্ভর করে। জার্মেনিয়াম ও সিলিকনের নিষিদ্ধ ব্যান্ডের শক্তি যথাক্রমে 0.78eV ও 1.21eV । ফলে এই উভয় পদার্থই অর্ধপরিবাহী। কিন্তু এদের মধ্যে জার্মেনিয়ামের পরিবাহিতা সিলিকনের চেয়ে বেশি।

[14.8(c)] চিত্রে যোজক ব্যান্ডটি আংশিকভাবে পূর্ণ। ফলে এই ব্যান্ডে সব উন্নতাতেই প্রচুর সংখ্যক ইলেকট্রন মুক্ত ইলেকট্রনরূপে থাকে এবং এগুলি বাইরে থেকে তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগে তড়িৎ পরিবহন করে। এই পদার্থগুলিই পরিবাহী। ধাতুগুলি এবং গ্রাফাইট এরূপ পরিবাহী পদার্থ। এই পরিবাহীগুলির পরিবাহিতা অর্ধপরিবাহীগুলির পরিবাহিতা অপেক্ষা অনেক বেশি।

কতকগুলি পদার্থের যোজক ব্যান্ড ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ হলেও পরিবহন ব্যান্ড এই ব্যান্ডকে আংশিকভাবে অধিক্রমণ করে অর্থাৎ আচ্ছাদিত করে [চিত্র 14.8(d)]। সুতরাং এই দুটি ব্যান্ডের মধ্যে কোনো নিষিদ্ধ ব্যান্ড থাকে না। এর ফলে যোজক ব্যান্ডের বহুসংখ্যক ইলেকট্রন বিনা বাধায় পরিবহন ব্যান্ডে চলে যায় এবং পদার্থটি একটি পরিবাহীতে রূপান্তরিত হয়। যেমন—ম্যাগনেসিয়ামের $3s$ যোজক ব্যান্ডটি সম্পূর্ণ পূর্ণ এবং এতে $2N$ -সংখ্যক ইলেকট্রন আছে। অপরপক্ষে এর $3p$ পরিবহন ব্যান্ডটি সম্পূর্ণ খালি। কিন্তু এই দুটি ব্যান্ড পরস্পরকে আংশিকভাবে আচ্ছাদিত করে এবং তার ফলে $3s$ ব্যান্ডের বহু ইলেকট্রন $3p$ ব্যান্ডে মুক্ত ইলেকট্রনে পরিণত হয়। এজন্যই ম্যাগনেসিয়াম একটি ধাতু। অনুরূপে ক্যালশিয়াম, স্ট্রনশিয়াম প্রভৃতি পর্যায় সারণির দ্বিতীয় শ্রেণির অন্যান্য মৌলগুলির মধ্যেও ম্যাগনেসিয়ামের অনুরূপ ধর্ম দেখা যায়।

ধাতু ও অর্ধপরিবাহীগুলির মধ্যে গুণগত পার্থক্য এই যে উন্নতা বৃদ্ধিতে ধাতুগুলির পরিবাহিতা কমে, কিন্তু অর্ধপরিবাহীর পরিবাহিতা বাড়ে। যেহেতু রোধ পরিবাহিতার বিপরীত, সুতরাং রোধের সাপেক্ষে বলা যায় যে, উন্নতা বৃদ্ধিতে পরিবাহীর রোধ বাড়ে, কিন্তু অর্ধপরিবাহীর রোধ কমে। অর্থাৎ অর্ধপরিবাহীর রোধের

উন্নতগুণাঙ্ক স্বাভাবিক। কিন্তু পরিবাহীর ক্ষেত্রে এই গুণাঙ্ক ধনাত্মক। এছাড়া একটি নির্দিষ্ট উন্নতায় ধাতুগুলির রোধাঙ্কের মান অর্ধপরিবাহীর এই মানের চেয়ে বহুগুণ কম।

14.10. সমাধানকৃত উদাহরণ

উদাহরণ-1. আপনি দেখান যে যে-কোনো একমাত্রিক পর্যাবৃত্ত বিভবকে নিম্নে প্রদত্ত একটি ফুরিয়ার শ্রেণির দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$$V(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n e^{2\pi i n x / a}, \text{ (যেখানে } V_{-n} = V_n^*, \text{ কারণ } V \text{ বাস্তব)}$$

সমাধান :

$$\text{প্রদত্ত বিভব } V(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n e^{2\pi i n x / a}$$

$$\begin{aligned} \therefore V(x+a) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n e^{2\pi i n (x+a) / a} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n e^{2\pi i n x / a} \quad [\because e^{2\pi i n} = 1] \end{aligned}$$

$$\therefore V(x) = V(x+a)$$

সুতরাং $V(x)$ একটি পর্যাবৃত্ত বিভব যা একটি ফুরিয়ার শ্রেণির দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

উদাহরণ-2 : প্রমাণ করুন যে নীচে প্রদত্ত তরঙ্গ অপেক্ষকটি একটি ব্লচ অপেক্ষকরূপে প্রকাশ করা যায়।

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{j=1}^N \psi_0(\vec{r} - \vec{r}_j) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_j)$$

সমাধান :

ল্যাটিসের $\vec{r}$ ভেক্টরটির উপর একটি চলন $\vec{r}_l$ আরোপ করা হলে আমরা পাই

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r} + \vec{r}_l) &= \sum_{j=1}^N \psi_0(\vec{r} + \vec{r}_l - \vec{r}_j) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_j} \\ &= \sum_{j=1}^N \psi_0(\vec{r} - (\vec{r}_j - \vec{r}_l)) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_l} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_l)} \end{aligned}$$

$$= e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_1} \sum_{j=1}^N \psi_0(\vec{r} - \vec{r}_j) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_j}$$

$$= e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_1} \psi(\vec{r})$$

যেখানে $\vec{r}_j - \vec{r}_1 = \vec{r}_j'$ । সুতরাং প্রদত্ত অপেক্ষকটিকে ব্রচের অপেক্ষক হিসাবে প্রকাশ করা যায়।

উদাহরণ-3 : ক্রোনিগ-পেনির মডেলে $P \ll 1$ ধরলে, প্রমাণ করুন যে নিম্নতম শক্তি ব্যান্ডের শক্তি

$$E = \frac{\hbar^2 P}{ma^2}$$

সমাধান : নিম্নতম শক্তি ব্যান্ডের ক্ষেত্রে $k = \pm \pi/a$ ।

সুতরাং (14.42) সমীকরণ অনুযায়ী

$$\frac{P}{\alpha a} \sin \alpha a + \cos \alpha a = \cos(\pm \pi) = \pm 1$$

এই সমীকরণের ডান পাশের মান ধনাত্মক হলে, আমরা পাই

$$\frac{P}{\alpha a} \sin \alpha a = 1 - \cos \alpha a$$

$$\text{বা, } \frac{2P}{\alpha a} \sin \frac{\alpha a}{2} \cos \frac{\alpha a}{2} = 2 \sin^2 \frac{\alpha a}{2}$$

$$\text{বা, } \tan \frac{\alpha a}{2} = \frac{P}{\alpha a} = \tan \frac{P}{\alpha a} \quad [\because P \ll 1]$$

$$\text{বা, } \frac{\alpha a}{2} = \frac{P}{\alpha a}$$

$$\text{বা, } \alpha^2 = \frac{2P}{a^2}$$

কিছু (14.28) সমীকরণ অনুযায়ী

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} = \frac{2P}{a^2}$$

$$\text{বা } E = \frac{\hbar^2 P}{ma^2} \text{ প্রমাণিত।}$$

উদাহরণ 4. একটি কেলসের যোজক ব্যান্ডের প্রান্তে শক্তির সমীকরণ হল : $E = -Ak^2$, যেখানে $A = 10^{-39} \text{ Jm}^2$ । ধরা যাক, সম্পূর্ণ পূর্ণ যোজক ব্যান্ডের একটি কক্ষিক থেকে একটি ইলেকট্রন নির্গত হয়। যদি ইলেকট্রনটির তরঙ্গ-ভেক্টর $\vec{k} = 10^{10} \vec{k}_x \text{ m}^{-1}$ হয়, তবে এর শূন্যস্থানে উৎপন্ন হোলটির কার্যকর ভর, বেগ, ভরবেগ ও শক্তি নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$\text{প্রদত্ত } E = -Ak^2$$

$$\therefore \frac{dE}{dk} = -2Ak$$

এবং $\frac{d^2E}{dk^2} = -2A$

এখন (14.61) সমীকরণ অনুযায়ী ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর

$$\begin{aligned} m_e^* &= \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2} \\ &= \frac{-\hbar^2}{2A} = \frac{-(1.05 \times 10^{-34})^2}{2 \times 10^{-39}} = -5.5 \times 10^{-30} \text{ kg} \\ [\because \hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}] \end{aligned}$$

যেহেতু শক্তি ব্যান্ডের একই অবস্থানে ইলেকট্রনের যে কার্যকরী ভর হয়, হোলের ভর তার বিপরীত, সুতরাং নির্ণয় হোলের কার্যকরী ভর

$$m_h = -m_e^* = 5.5 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

অনুরূপে হোলের তরঙ্গ ভেক্টর $\vec{k}_h$ ইলেকট্রনের তরঙ্গ ভেক্টরের বিপরীত।

সুতরাং $\vec{k}_h = -\vec{k}_e = -10^{10} \vec{k}_x \text{ m}^{-1}$

[এখানে $\vec{k}_x$ হল x অক্ষ অভিমুখে k -র একক ভেক্টর]

সুতরাং হোলের ভরবেগ হবে

$$\begin{aligned} \vec{P}_h &= \hbar \vec{k}_h \\ &= -1.05 \times 10^{-34} \times 10^{10} \vec{k}_x \\ &= -1.05 \times 10^{-24} \vec{k}_x \text{ Js m}^{-1} \end{aligned}$$

হোলের বেগ

$$\vec{V}_h = \frac{\vec{p}_h}{m_h} = -\frac{1.05 \times 10^{-24} \vec{k}_x}{5.5 \times 10^{-30}}$$

$$= -1.91 \times 10^5 \vec{k}_x \text{ ms}^{-1}$$

প্রদত্ত ইলেকট্রনের শক্তি

$$E_e = -Ak_e^2 = -10^{-39} \times \left(10^{10} \vec{k}_x\right)^2 J$$

$$= -10^{-19} J$$

সুতরাং যোজক শক্তি ব্যান্ডের শীর্ষবিন্দুতে শক্তির মান শূন্য ধরলে হোলের শক্তি

$$E_h = -E_e = 10^{-19} J$$

14.11 সারাংশ

1. পদার্থের ব্যান্ড তত্ত্বে ধরা হয় যে কেলাসের মধ্যে একটি ইলেকট্রন যে বিভবের প্রভাবাধীন থাকে, তা পর্যাবৃত্ত এবং এর পর্যায় ল্যাটিস ধ্রুবকের সমান।

2. ব্রুচের উপপাদ্য অনুযায়ী একটি ইলেকট্রন একটি পর্যাবৃত্ত বিভব দ্বারা গতিশীল হলে শ্রোডিংগারের তরঙ্গ সমীকরণের সমাধান হবে

$$\psi_k(r) = e^{ik \cdot r} u_k(r)$$

যেখানে $u_k(r) = u_k(r+a)$, অর্থাৎ ল্যাটিসের চলন দ্বারা u_k অপরিবর্তনীয় থাকে। ব্রুচের এই সমাধান সমীকরণকে ব্রুচের অপেক্ষক বলে।

3. পর্যাবৃত্ত বিভবের মধ্যে গতিশীল একটি ইলেকট্রনের শক্তি কতকগুলি অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডে বিভক্ত থাকে। এই ব্যান্ডগুলিতে ব্রুচের সমাধান সিদ্ধ হয়। দুটি ব্যান্ডের মধ্যে যে ফাঁক থাকে, তাকে অননুমোদিত বা নিষিদ্ধ শক্তি ব্যান্ড বলে। কারণ এই শক্তি ব্যান্ডে শ্রোডিংগার সমীকরণের কোনো সমাধান দ্বারাই ব্রুচ অপেক্ষক সিদ্ধ হয় না।

4. অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডগুলির বিস্তৃতি ইলেকট্রনের মোট শক্তি বৃদ্ধিতে বৃদ্ধি পায় এবং বন্ধন শক্তির বৃদ্ধিতে হ্রাস পায়। যদি বন্ধন শক্তি অত্যন্ত বেশি হয়, তবে এই ব্যান্ডগুলি ক্ষীণ হয়ে এক-একটি রেখায় পরিণত হয়। অপরপক্ষে ইলেকট্রনগুলির শক্তি বৃদ্ধিতে যদি এগুলি মুক্ত ইলেকট্রনে পরিণত হয়, তবে ব্যান্ডগুলি মিলিত হয়ে প্রায় একটি নিরবচ্ছিন্ন শক্তি বর্ণালি গঠিত হয়।

5. প্রসারিত অঞ্চল ছক অনুযায়ী E ও k -র মধ্যে অঙ্কিত বক্রটি স্থানে স্থানে ছেদযুক্ত হয়। এই ছেদের স্থানগুলি হল

$$k = \pm \frac{n\pi}{a}$$

যেখানে a কেলাস ধুবক এবং $n=1, 2, 3 \dots$ প্রভৃতি পূর্ণসংখ্যা। এই k -র মানগুলির দ্বারা ব্রিলুইনের অঞ্চলগুলির সীমানা নির্ধারিত হয় এবং ইলেকট্রনগুলির ব্র্যাগ প্রতিফলন ঘটে।

6. যদি একটি কেলাসে N সংখ্যক মূল কোষ থাকে, তবে প্রতি অনুমোদিত ব্যান্ডে শক্তি অবস্থার সর্বোচ্চ সংখ্যা হয় N এবং সর্বোচ্চ ইলেকট্রন সংখ্যা হয় $2N$ ।

7. একটি অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডে একটি ইলেকট্রনের বেগ হল

$$V = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

এই বেগ $E-k$ বক্রের বাকের মুখে সর্বোচ্চ হয় এবং ইলেকট্রনটির বেগ মুক্ত ইলেকট্রনের বেগের নিকটবর্তী হয়। বাকের মুখের পর থেকে ইলেকট্রনের বেগ শক্তির সঙ্গে ক্রমশ কমে যায়।

8. একটি কেলাসের অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডের মধ্যে গতিশীল ইলেকট্রনের ভর স্বাভাবিক ভরের চেয়ে ভিন্ন হয় এবং তাকে কার্যকরী ভর m^* বলে। $E-k$ বক্রের সঙ্গে এর সম্বন্ধ হল

$$m^* = \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2}$$

প্রথম ব্রিলুইন অঞ্চলে শক্তি ব্যান্ডের নীচের অর্ধাংশে এই ভর ধনাত্মক এবং উপরের অর্ধাংশে ঋণাত্মক। বক্রের বাকের মুখে এই ভর অসীম।

9. L দৈর্ঘ্যের একমাত্রিক ল্যাটিসে কোনো অনুমোদিত শক্তি ব্যান্ডের k_1 ($k_1 < \frac{\pi}{a}$) মান পর্যন্ত ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ থাকলে ওই ব্যান্ড মোট মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যা হবে

$$N_f = \frac{2Lm}{\pi\hbar^2} \left(\frac{dE}{dk} \right)_{k=k_1},$$

যেখানে m হল ইলেকট্রনের স্বাভাবিক ভর। শক্তি ব্যান্ডের উর্ধ্বতম বিন্দুতে $N_f=0$ এবং $E-k$ বক্রের বাকের মুখে N_f -এর মান সর্বোচ্চ হয়।

10. ব্যান্ড তত্ত্ব দ্বারা অন্তরক, অর্ধপরিবাহী ও পরিবাহীর মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা করা যায়। যদি যোজক ব্যান্ড ইলেকট্রন দ্বারা সম্পূর্ণ পূর্ণ এবং পরিবহন ব্যান্ড সম্পূর্ণ ইলেকট্রন শূন্য থাকে, তবে পদার্থটি একটি অন্তরক। যদি কোনো অন্তরকের যোজক ব্যান্ড ও পরিবহন ব্যান্ডের মধ্যে নিষিদ্ধ ব্যান্ডের বিস্তৃতি কম ($0.5-2\text{eV}$) থাকে, তবে উত্তাপ বৃদ্ধির ফলে যোজক ব্যান্ডের কিছু ইলেকট্রন তাপীয় শক্তির দ্বারা নিষিদ্ধ ব্যান্ড অতিক্রম করে পরিবহন ব্যান্ডে প্রবেশ করে এবং মুক্ত ইলেকট্রন রূপে বাইরে থেকে তড়িৎক্ষেত্র

প্রয়োগে তড়িৎ পরিবহনে সমর্থ হয়। যোজক ব্যান্ড থেকে এভাবে কিছু ইলেকট্রন চলে গেলে ইলেকট্রনের শূন্যস্থানগুলি ধনাত্মক ভর ও ধনাত্মক আধানের কণারূপে মুক্তভাবে বিচরণ করে এবং এগুলিও বাইরে থেকে তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগে তড়িৎ পরিবহন করে। এই ধনাত্মক কণাগুলিকে হোল বলে এবং এদের সংখ্যা মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যার সমান। নিম্নিচ্ছ ব্যান্ডের বিস্তৃতি কম থাকার দরুণ এভাবে যে অন্তরকগুলি উচ্চতর উন্নতায় পরিবাহীতে পরিণত হয়, সেগুলিকে অর্ধপরিবাহী বলে। জার্মেনিয়াম ও সিলিকন এরূপ অর্ধপরিবাহীর উদাহরণ। যদি যোজক ব্যান্ডটি ইলেকট্রন দ্বারা আংশিক পূর্ণ থাকে, তবে এতে প্রচুর মুক্ত ইলেকট্রন উৎপন্ন হয় এবং এর ফলে পদার্থটি পরিবাহীতে রূপান্তরিত হয়। অধিকাংশ ধাতুই এরূপ পরিবাহী। ম্যাগনেসিয়াম, ক্যালশিয়াম প্রভৃতি ধাতুতে যোজক ব্যান্ডটি সম্পূর্ণ পূর্ণ হলেও পরিবহন ব্যান্ডটি একে আংশিক আচ্ছাদিত করে। ফলে যোজক ব্যান্ডের বহু ইলেকট্রন আচ্ছাদিত পরিবহন ব্যান্ডে মুক্ত ইলেকট্রনে পরিবর্তিত হয় এবং পদার্থটি একটি পরিবাহীতে পরিণত হয়। পরিবাহীতে হোল উৎপন্ন হয় না এবং এর পরিবাহীতা উন্নততা বৃদ্ধির সঙ্গে কমে যায়। অপরপক্ষে অর্ধপরিবাহীতে ইলেকট্রন এবং হোল উভয়ই তড়িৎ পরিবহন করে এবং এর পরিবাহীতা উন্নততা বৃদ্ধির সঙ্গে বৃদ্ধি পায়। তা ছাড়া পরিবাহীগুলির পরিবাহীতা অর্ধপরিবাহীর পরিবাহীতার চেয়ে বহুগুণ বেশি। উন্নততা কমাতে অর্ধপরিবাহীগুলি অন্তরকে পরিবর্তিত হয়। কিছু উন্নততা কমাতে পরিবাহীগুলি অন্তরকে পরিবর্তিত হয় না, বরং এদের পরিবাহীতা আরও বৃদ্ধি পায়।

14.12 প্রশ্নাবলি

1. কেলাসে পর্যাবৃত্ত বিভবের বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করুন। এই বিষয়ে ব্লচ উপপাদ্য বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন। একটি কেলাসের ক্ষেত্রে k -র কীরূপ মান হয়, তা আলোচনা করুন।

2. কেলাসের মুক্ত ইলেকট্রন তত্ত্ব ও ব্যান্ড তত্ত্বের সাক্ষ্য ও ত্রুটিগুলি উল্লেখ করুন এবং ব্যাখ্যা করুন। এই দুই তত্ত্বে ইলেকট্রনের বিভিন্ন কীরূপ ধরা হয়? ব্যান্ড তত্ত্বে ব্লচের উপপাদ্যের ভূমিকা কী?

3. পদার্থের শক্তি ব্যান্ড গঠনের ক্ষেত্রে ক্রোনিগ-পেনির মডেল ব্যাখ্যা করুন। যদি কোনো কেলাসে N সংখ্যক মূল কোষ বা পরমাণু থাকে, তাহলে প্রমাণ করুন যে প্রত্যেক শক্তি ব্যান্ডে সর্বোচ্চ $2N$ সংখ্যক ইলেকট্রন থাকতে পারে।

4. পর্যাবৃত্ত অঞ্চল ছক, প্রসারিত অঞ্চল ছক ও হ্রস্বীকৃত অঞ্চল ছক কাকে বলে? এই ছকগুলির দ্বারা $E-k$ সম্পর্ক কীভাবে প্রকাশ করা যায়?

5. ইলেকট্রনের কার্যকরী ভর বলতে কী বোঝায়? শক্তির পরিবর্তনের সঙ্গে এই কার্যকরী ভরের সম্পর্ক নির্ণয় করুন। কোন্ কোন্ অবস্থায় এই কার্যকরী ভর ধনাত্মক, ঋণাত্মক ও অসীম হয়? এই কার্যকরী ভরের ধারণা থেকে কীভাবে হালের ধারণা করা যায়?

6. দেখান যে একটি একমাত্রিক ল্যাটিসের ব্রিলুইন অঞ্চলের সীমানায় শক্তির ফাঁকগুলি ব্র্যাগের ইলেকট্রন তরঙ্গের প্রতিফলন শর্তের সমতুল্য।

7. একটি অন্তরক, অর্ধপরিবাহী ও ধাতুর মধ্যে পার্থক্য এদের শক্তি ব্যান্ডের গঠন দ্বারা ব্যাখ্যা করুন।

৪. হোল বলতে কী বোঝায়? অর্ধপরিবাহীর ক্ষেত্রে হোলের ভূমিকা কী? অন্তরক বা ধাতুর ক্ষেত্রে হোল উৎপন্ন হয় না কেন?

৯. একটি একমাত্রিক ল্যাটিসে একটি ইলেকট্রনের বিভব শক্তি ক্রোনিগ-পেনির মডেলের অনুরূপ। যদি $V_0 \ll \hbar^2/(ma^2b)$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে যখন $k = \pi/a$, তখন নির্দিষ্ট শক্তি ব্যান্ডের বিস্তৃতি $= 2V_0 b/a$ ।

১০. একটি একমাত্রিক ল্যাটিসের ধ্রুবক a এবং এর বিভব ক্রোনিগ-পেনির মডেলের অনুরূপ। এই বিভব প্রত্যেক ল্যাটিস বিন্দুতে $-V$ এবং ল্যাটিস বিন্দুর উভয় দিকে $0.1a$ দূরত্বে খাড়াভাবে বেড়ে ০ হয়। ইলেকট্রনের শক্তি বর্ণালির প্রথম শক্তি ব্যবধানের বিস্তৃতি নির্ণয় করুন।

[উত্তর : 0.37 V]

14.13 প্রশ্নাবলির উত্তরের ইঙ্গিত

1. (14.2) ও (14.3) পরিচ্ছেদ দেখুন।
2. (14.2) ও (14.3) পরিচ্ছেদ দেখুন।
3. (14.4) পরিচ্ছেদ দেখুন।
4. (14.5) পরিচ্ছেদ দেখুন।
5. (14.8) পরিচ্ছেদ দেখুন।
6. (14.5) পরিচ্ছেদ দেখুন।
7. (14.9) পরিচ্ছেদ দেখুন।
8. (14.8) পরিচ্ছেদ দেখুন।
9. (14.4) পরিচ্ছেদ দেখুন।
10. (14.4) পরিচ্ছেদ দেখুন।

একক 15 □ কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্ম

- 15.1 প্রস্তাবনা
- 15.2 উদ্দেশ্য
- 15.3 কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্মের ব্যাখ্যা
- 15.4 অপচৌম্বকত্ব
- 15.5 উপচৌম্বকত্ব
- 15.6 আদর্শ চৌম্বক গ্যাস : সনাতন প্রতিরূপ
- 15.7 আদর্শ চৌম্বক গ্যাস : কোয়ান্টাম প্রতিরূপ
- 15.8 অয়শ্চৌম্বকত্ব
- 15.9 শৈথিল্য
- 15.10 প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্ব
- 15.11 সারাংশ
- 15.12 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

15.1 প্রস্তাবনা

কঠিন পদার্থের বিভিন্ন ধর্মের মধ্যে চৌম্বক ধর্ম বিশেষ উল্লেখযোগ্য। চৌম্বক ধর্মের আলোচনায় একক ভরের চুম্বক প্রবণতা χ -এর ভূমিকা গুরুত্বপূর্ণ। এই χ -এর মানের ভিত্তিতে সমস্ত কঠিন পদার্থের তিনটি শ্রেণি বিভাগ করা হয়—অপচৌম্বক বা তিরশ্চৌম্বক, উপচৌম্বক বা পরা চৌম্বক আর অয়শ্চৌম্বক। অপচৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে χ -এর মান $10^{-3} - 10^{-6}$ হয় (ঋণাত্মক)। উপচৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে $|\chi| < 1$ হয় কিন্তু χ ধনাত্মক। অনেক পদার্থ আছে যাদের পরমাণু এক একটি চৌম্বক দ্বিমেরুর মতো আচরণ করে। উপচৌম্বকত্বের মূলে আছে এই স্থায়ী চৌম্বক দ্বিমেরুর উপস্থিতি। লাঁজভাঁর উপচুম্বকত্বের তত্ত্ব চৌম্বক দ্বিমেরুর চৌম্বক ভ্রামকের সাহায্যে গঠিত। কুরীর পরীক্ষালব্ধ সূত্রানুযায়ী চৌম্বক প্রবণতা তাপমাত্রার সাথে ব্যস্তানুপাতে থাকে। সনাতন তত্ত্ব আর কোয়ান্টাম তত্ত্ব থেকেও অনুরূপ সম্পর্ক দেখতে পাওয়া যায়। অয়শ্চৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে χ -এর মান খুব বেশি হয়, এক্ষেত্রে চৌম্বক প্রবণতা একটি পরিবর্তিত কুরী সূত্র $\chi = c/(T - T_c)$ মেনে চলে। অয়শ্চৌম্বক পদার্থের বৈশিষ্ট্য হলো অতি অল্প শক্তির বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে চৌম্বকত্বহীন লৌহখণ্ড সহজেই সম্পূর্ণ চুম্বকত্ব প্রাপ্ত হয়। পরিবর্তনশীল বহিঃস্থ চুম্বকক্ষেত্রে অয়শ্চৌম্বক পদার্থের চুম্বকনে শৈথিল্য দেখা যায় যার ব্যাখ্যা এলাকার গতিশীলতার মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়। চৌম্বক ভ্রামকের মাধ্যমে প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্বের (antiferromagnetism) ব্যাখ্যা পাওয়া যায়।

15.2 উদ্দেশ্য

এই পরিচ্ছেদে আপনারা কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্ম সম্পর্কে জানতে পারবেন। এই বিষয়ে এককভরে চুম্বক প্রবণতার ভূমিকা জানা যাবে আর পদার্থের চৌম্বকত্ব অনুযায়ী শ্রেণী বিভাগে চুম্বক প্রবণতা χ -এর মানের পরিবর্তন জানা যাবে। অপচৌম্বক, উপচৌম্বক আর অয়শ্চৌম্বক পদার্থের চুম্বক প্রবণতার তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা ও মান নির্ণয় কি ভাবে করা যায় সেগুলির বিশ্লেষণ পাওয়া যাবে। পরীক্ষালব্ধ কুরী সূত্রের তাত্ত্বিক ব্যাখ্যাও জানা যাবে। অয়শ্চৌম্বক পদার্থের শৈথিল্য চক্র সম্পর্কে প্রচলিত ব্যাখ্যা নির্দেশিত হবে। কিছু কিছু সংকর ধাতু, যৌগিক পদার্থে লক্ষিত প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্বের তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা পাওয়া যাবে।

15.3 কঠিন পদার্থের চৌম্বক ধর্মের ব্যাখ্যা

কঠিন পদার্থের ধর্ম আলোচনায় চুম্বকত্ব একটি বিশেষ স্থান নিয়ে আছে। বিভিন্ন পদার্থের ভিতর যে বিভিন্ন চৌম্বক ধর্ম দেখতে পাওয়া যায় তার তাত্ত্বিক আলোচনা ও পরীক্ষা লব্ধ তথ্যের প্রচুর নমুনা দেখতে পাওয়া যায়। এর কারণ সমস্ত ধরণের পদার্থ, তা সে মুক্ত পরমাণবিক অবস্থায় থাকুক বা আয়নিত অবস্থায় থাকুক বা ঘনীভূত অবস্থায় থাকুক, বহিঃস্থ কোন চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক উৎপন্ন করে। আবার কোন কোন পরমাণু বা আয়ন স্বাভাবিক অবস্থাতেই স্থায়ী চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামকের অধিকারী। এই বৈচিত্র্যের পরিমাণগত ধারণা পেতে গেলে পদার্থের চুম্বকন তীব্রতা M কে জানা দরকার। চুম্বকন তীব্রতা M সাধারণতঃ দু'রকমের হয়—একক আয়তনে বা একক ভরে চৌম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক। একক ভরে চুম্বক প্রবণতা চুম্বক ধর্মের আর একটি পরিমাপ

$$\chi = \mu_0 \frac{M}{B_0} \quad (15.1)$$

এখানে B_0 চৌম্বক ক্ষেত্র আর μ_0 শূন্যের চুম্বক শীলতা (চৌম্বক ভেদ্যতা)। আয়তন মাপার থেকে ভর মাপা সুবিধাজনক বলে একক ভরে চুম্বক প্রবণতাকে সাধারণতঃ ব্যবহার করা হয়। চুম্বক প্রবণতা χ বা চুম্বকন M কে মাপতে গেলে m ভরের কোন পদার্থ স্থির বা নিয়মিত ভাবে পরিবর্তিত কোন চুম্বক ক্ষেত্রে যে বলের সম্মুখীন হয় তা মাপলে জানা যাবে।

$$F = \frac{d}{dz}(mMB_0) = \left(m\chi B_0 \frac{dB_0}{dz} \right) / \mu_0 \quad (15.2)$$

একক ভরে চুম্বক প্রবণতার মানের ভিত্তিতে সমস্ত পদার্থের শ্রেণী বিভাজন করা হয়েছে শ্রেণীগুলি হলো

- (ক) অপচৌম্বক বা তিরশ্চৌম্বক (diamagnetic) ($\chi < 0$, $|\chi| \ll 1$)
- (খ) উপচৌম্বক বা পরাচৌম্বক (paramagnetic) ($\chi > 0$, $|\chi| < 1$)
- (গ) অয়শ্চৌম্বক (ferromagnetic) ($\chi > 0$, উচ্চমান সম্পন্ন)

15.4 অপচৌম্বকত্ব

সমস্ত পদার্থের আণবিক ইলেকট্রনের কক্ষীয় গতির উপর বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাব অপচৌম্বকত্বের উদ্ভব করে যার কারণে মোট চৌম্বক প্রবণতাতে ইলেকট্রনের গতির ঋণাত্মক অবদান তৈরি হয়। যে কোন পদার্থে কোন নির্দিষ্ট কক্ষপথে আবর্তিত ইলেকট্রনকে আমরা রোধহীন এক প্রবাহের বলয় হিসাবে বঙ্গনা করতে পারি। চুম্বক ক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে, সনাতন তত্ত্ব অনুযায়ী ঐ প্রবাহী বলয়ের একটি চৌম্বক ভ্রামক থাকবে। সেই বাইরে থেকে ইলেকট্রনের কক্ষপথের উপর চুম্বক ক্ষেত্র আরোপিত হবে অমনি ঐ বলয়ের ভিতর চুম্বক বলের প্রবর্তন হবে। লেন্সের সূত্রানুযায়ী বিপরীতে তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হবে যার জন্য প্রবাহের হ্রাস হবে আর তার সঙ্গে চৌম্বক ভ্রামকের ও হ্রাস হবে। এই ঘটনা বহিঃস্থ চুম্বকক্ষেত্রের উপস্থিতিতেই হবে। এই চৌম্বক প্রবণতার মান কম আর এটি বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্র বা তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে না। তাত্ত্বিক দিক থেকে দেখানো যায়

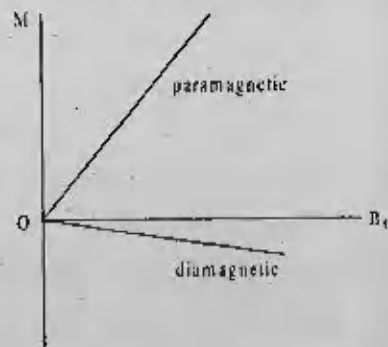
$$\chi_{dia} = -\mu_0 \frac{Ne^2}{6m} \sum_{i=1}^Z \langle R_i^2 \rangle \quad (15.3)$$

প্রচলিত মান ব্যবহার করলে χ এর মান $10^{-3} - 10^{-6}$ পর্যন্ত হয়। এটি পদার্থের সার্বিক ধর্ম। সমীকরণ (15.3) এ N হচ্ছে একক আয়তনে পরমাণু সংখ্যা n আর প্রতি পরমাণুতে ইলেকট্রন সংখ্যা Z এর গুণফল, e ইলেকট্রনের আধান, m ইলেকট্রনের ভর, $\langle R^2 \rangle$ চৌম্বক ক্ষেত্রের অভিলম্বীয় সমতলের উপরে ইলেকট্রনের কক্ষপথের অভিক্ষেপের গড় বর্গ ব্যাসার্ধ। মান কম হওয়ার দরুন অপচৌম্বকত্ব উপচৌম্বক বা অয়স্টেচক ধর্মের আড়ালে চাপা পড়ে যায়।

সমস্ত নিষ্ক্রিয় গ্যাস আর যে সমস্ত আয়নদের নিষ্ক্রিয় গ্যাসের ইলেকট্রন সজ্জা দেখতে পাওয়া যায় তাদের সবার ভিতর কেবলমাত্র অপচৌম্বকত্ব উপস্থিত।

15.5 উপচৌম্বকত্ব

উপচৌম্বক পদার্থে সাধারণভাবে স্থায়ী আয়নিক বা পারমাণবিক চুম্বক দ্বিমেরু ভ্রামক থাকে। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে দ্বিমেরু ভ্রামকের বৃদ্ধি হয় যার জন্য চৌম্বক প্রবণতা ধনাত্মক। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের মাত্রা খুব বেশি না হলে ($< 1.5T$) আর খুব কম তাপমাত্রায় না গেলে চৌম্বক প্রবণতা বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপর নির্ভর করে না (চিত্র 15.1)। কোন পরমাণুতে ইলেকট্রনের কক্ষীয় গতিকে তড়িৎ বর্তনীর সাথে তুলনা করা যায়। ঐ ইলেকট্রনের কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ। কোয়ান্টাম সংখ্যা দিয়ে সূচিত হলে তার চৌম্বক ভ্রামকের মান হবে μ_B । (বহিঃস্থ



চিত্র 15.1. অপচৌম্বক ও উপচৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে চৌম্বক প্রবণতা বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপর নির্ভর করে না

মুদ্র চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে z দিক নির্ধারিত হয়। যদি পরমাণুটির মোট কৌণিক ভরবেগ $\vec{J}$ হয়ে থাকে তবে

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (15.4)$$

এখানে পরমাণুর মোট কক্ষীয় কৌণিক ভরবেগ $\vec{L}$ আর মোট ঘূর্ণন কৌণিক ভরবেগ $\vec{S}$ । প্রদত্ত $\vec{L}$ আর $\vec{S}$ মিলিয়ে J র মান বিভিন্ন হতে পারে যার ফলে পরমাণুর বহুক (multiplet) আকার দেখা যায়। J এর সর্বনিম্ন মানে পরমাণু বা আয়নের ভৌম অবস্থা (ground state) তৈরি হয় আর ঐ অবস্থায় চৌম্বক ভ্রামকের মান

$$\mu = g\mu_B J \quad (15.5)$$

এই চৌম্বক ভ্রামক স্থায়ী এবং অক্ষয়। g কে ল্যান্ডে ভগ্ন গুণিতক (Lande splitting factor) বলা হয়। এর মান

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (15.6)$$

15.6 আদর্শ চৌম্বক গ্যাস : সনাতন প্রতিরূপ

1895 সালে পিয়ের কুরী উপচৌম্বক পদার্থের উপর দীর্ঘকাল ব্যাপী গবেষণার পর দেখান যে অধাতু উপচৌম্বক পদার্থের উপর বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের কোন প্রভাব না থাকলেও তাপমাত্রার বিশেষ প্রভাব আছে যেটা বোঝা যায়

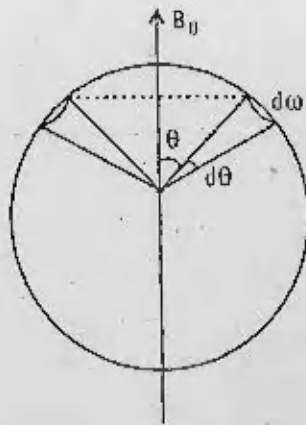
$$\chi = \frac{C}{T} \quad (15.7)$$

এই সম্পর্কের মাধ্যমে। চৌম্বক প্রবণতার সাথে তাপমাত্রার সম্পর্কটি কুরী সূত্র নামে পরিচিত আর C কে কুরী ধ্রুবক বলা হয়। 1905 সালে লাঁজভাঁ কুরী সূত্রের এক সহজ তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা দেন। তিনি ধরে নিয়েছিলেন প্রত্যেকটি পরমাণু এক দ্বিমেরু চৌম্বক ভ্রামকের (μ) বাহক যদিও ঐ চৌম্বকত্বের উৎস জানা ছিল না। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে এই চৌম্বক ভ্রামকদের রৈখিক সজ্জায় সজ্জিত হওয়ার প্রবণতা দেখা যায় আর পরমাণুদের তাপীয় গতি এই সজ্জাকে বাধা দেয়।

লাঁজভাঁর তত্ত্ব অনুযায়ী আমরা এক বন্ধ জায়গায় একটি N সংখ্যক পরমাণু বিশিষ্ট চৌম্বক গ্যাসের কথা ভাববো যেখানে চৌম্বক ভ্রামকেরা সম্পূর্ণ অনিয়মিত (random) সজ্জায় আছে। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের সাহায্যে এদেরকে এক নির্দিষ্ট দিকে সাজানো সম্ভব। চৌম্বক ক্ষেত্র B_0 আর পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামক μ এর ভিতর θ কোণে থাকলে পরমাণুর মোট শক্তিতে $-\mu B_0 \cos \theta$ পরিমাণ শক্তি জমা হবে। এই শক্তি সঞ্চয়ের ফলে পরমাণু সজ্জার এক নতুন বিন্যাস তৈরি হবে যাতে বোলজ্জমানের তত্ত্বানুযায়ী চৌম্বক ক্ষেত্র B_0 এর সাথে θ থেকে $\theta + d\theta$ কোণে নত চৌম্বক ভ্রামকের সংখ্যা

$$dN = A \exp\left(-\frac{\mu B_0 \cos \theta}{k_B T}\right) d\omega \quad (15.8)$$

যেখানে $d\omega$, θ আর $d\theta$ শঙ্কুর মধ্যস্থিত ঘন কোণ



চিত্র-15.2. বহিঃস্থ চৌম্বকক্ষেত্র B_0 র উপস্থিতিতে আদর্শ উপচৌম্বক গ্যাসের পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকের কৌণিক সম্ভাব্যতা

$$\alpha = \frac{\mu B_0}{k_B T} \quad (15.9)$$

ধরলে সমীকরণ (15.8) কে লেখা যায়

$$dN = A e^{\alpha \cos \theta} d\omega \quad (15.10)$$

$$\text{তাহলে } N = 2\pi \int_0^\pi A e^{\alpha \cos \theta} \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{4\pi}{\alpha} A \sinh \alpha \quad (15.11)$$

চৌম্বক ক্ষেত্র অভিমুখী মোট চৌম্বক ভ্রামকের পরিমাণ

$$M = N \langle \mu \rangle = \int_0^\pi \mu \cos \theta dN \quad (15.12)$$

$$= 2\pi A \mu \int_0^\pi e^{\alpha \cos \theta} \sin \theta \cos \theta d\theta$$

$$= N \mu \left(\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (15.13)$$

এখানে $L(\alpha) = \left(\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right)$ - কে লাঁজভাঁ অপেক্ষক বলা হয়। চৌম্বক শক্তির পরিমাণ খুব কম

আর স্বাভাবিক তাপমাত্রায় $\mu_B B_0 \ll k_B T$ । তাই α অত্যন্ত ছোটো $< 10^{-2}$ আর $L(\alpha)$ এর মান $\frac{1}{3} \alpha$ হয়ে দাঁড়ায়।

সেক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারি

$$\frac{\langle \mu \rangle}{\mu} = \frac{\alpha}{3} = \frac{\mu_B B_0}{3 k_B T} \quad (15.14)$$

$$\text{আর } M = N \langle \mu \rangle = \frac{N \mu^2 B_0}{3 k_B T}$$

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B_0} = \frac{\mu_0 N \mu^2}{3 k_B T} = \frac{C}{T} \quad (15.15)$$

যদি আমরা এক গ্রাম অণু গ্যাসের কথা ভাবি N তখন অ্যাভোগাড্রো সংখ্যা হয়ে দাঁড়ায় আর আণবিক চৌম্বক প্রবণতা

$$\begin{aligned} \chi_{mol} &= \frac{\mu_0 N \mu^2}{3 k_B T} = \frac{\mu_0 N^2 \mu^2}{3 R T} \\ &= \frac{\mu_0 \Sigma^2}{3 R T} \end{aligned} \quad (15.16)$$

যেখানে $\Sigma = N \mu$ আণবিক ভ্রামক।

$$\text{এখান থেকে আমরা কুরী সূত্রের প্রমাণ পাই যেখানে কুরী ধ্রুবক } C_{curi} = \frac{\mu_0 \Sigma^2}{3 R} \quad \dots (15.17)$$

15.7 আদর্শ চৌম্বক গ্যাস : কোয়ান্টাম প্রতিরূপ

যদিও লাঁজভাঁ তত্ত্ব একটি আদর্শ উপচৌম্বক গ্যাসের চৌম্বক প্রবণতার তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীলতাকে সুন্দরভাবে ব্যাখ্যা করে, কিন্তু পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকের উৎপত্তি কী ভাবে হয় তা বোঝাতে অক্ষম। কোয়ান্টাম তত্ত্বের সাহায্যেই এই চৌম্বক ধর্মের ব্যাখ্যা মেলে। আমরা কোন মুক্ত পরমাণু বা আয়নের মোট কৌণিক ভরবেগকে যদি কোয়ান্টাম সংখ্যা J দিয়ে সূচিত করে তাহলে পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামক $g \mu_B J$ । ফলে কোন নির্দিষ্ট দিকে কৌণিক ভরবেগের উপাংশকে m কোয়ান্টাম সংখ্যা দিয়ে সূচিত করা হয়। অতএব ঐ দিকে চৌম্বক ভ্রামক $g \mu_B m$ হবে, যেখানে সম্ভাব্য মান গুলি হলো, $m = -J, -J + 1, \dots, J - 1, J$, মোট $2J + 1$ সংখ্যক সম্ভাব্য মান। বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে এই ভ্রামকের কতকগুলি বিশেষ মান

নেওয়া সম্ভব, যেগুলি হলো : $-g\mu_B J, -g\mu_B (J-1), -g\mu_B (J-2), 0, \dots, +g\mu_B (J-1), +g\mu_B (J)$ ।
সবমিলিয়ে মোট $2J+1$ সংখ্যক সম্ভাব্য সম্ভা। চৌম্বক ক্ষেত্র B_0 -এর উপস্থিতিতে চৌম্বক কোয়ান্টাম সংখ্যা m যুক্ত কোন পরমাণু যে স্থিতিশক্তি অর্জন করে তার প্রমাণ $-g\mu_B m B_0$ । চৌম্বক ভ্রামক $g\mu_B m$ আছে
এরকম পরমাণু সংখ্যা B_0 চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে হবে

$$dN = A \exp\left(-\frac{g\mu_B m B_0}{k_B T}\right) \quad (15.18)$$

আর
$$N = A \sum_{-J}^{+J} \exp\left(\frac{g\mu_B m B_0}{k_B T}\right) \quad (15.19)$$

আমরা ধরি
$$\beta = \frac{g\mu_B B_0}{k_B T}$$

তাহলে
$$dN = \frac{N e^{\beta m}}{\sum_{-J}^{+J} e^{\beta m}} \quad (15.20)$$

বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের দিকে মোট উপাংশ ভিত্তিক (resolved) চৌম্বকত্ব

$$M = \sum_{-J}^{+J} g\mu_B m dN = \frac{N \sum_{-J}^{+J} g\mu_B m e^{\beta m}}{\sum_{-J}^{+J} e^{\beta m}} \quad (15.21)$$

আমরা ধরে নিই β -র মান খুব ছোটো, তাহলে $e^{\beta m} = 1 + \beta m$

আর
$$M = \frac{N \sum_{-J}^{+J} g\mu_B m (1 + \beta m)}{\sum_{-J}^{+J} (1 + \beta m)} \quad (15.22)$$

M এর মান নির্ধারণ করতে গেলে আমাদের বিশেষ কতগুলি পদ জানতে হবে

$$\sum_{-J}^{+J} m = 0$$

$$\sum_{-J}^{+J} 1 = \sum_{-J}^{+J} m^0 = 2J + 1$$

$$\sum_{-J}^{+J} m^2 = \frac{1}{3} J(J+1)(2J+1)$$

এই মানগুলো ব্যবহার করে আমরা পাই

$$\frac{M}{B_0} = \frac{Ng^2 \mu_B^2}{3k_B T} J(J+1) \quad (15.23)$$

$$\text{অতএব } \chi = \frac{\mu_0 Ng^2 \mu_B^2}{3k_B T} J(J+1) = \frac{C}{T} \quad (15.24)$$

আমরা (15.24) এর সাথে সনাতন তত্ত্বের (15.15) তুলনা করি তাহলে সনাতন ডায়ম্যাকের তুল্য একটি রাশিকে পাই $\mu_B g [J(J+1)]^{1/2}$ । এটিকে কার্যকরী পারমাণবিক চৌম্বক ডায়ম্যাক বলা হয়

$$\mu_{eff} = \mu_B g [J(J+1)]^{1/2} \quad (15.24)$$

উপরোক্ত আলোচনায় আমরা ধরে নিয়েছি সমস্ত পরমাণু বা আয়নগুলি একই বর্ণালী বিষয়ক (spectroscopic) অবস্থায় একই J মান নিয়ে আছে। একটি মুক্ত পরমাণু বা আয়ন নির্দিষ্ট L আর S নিয়ে থাকলেও তার J র মান $L + S$ এর বিভিন্ন ভেক্টর যোগফলের মানের জন্য আলাদা আলাদা হতে পারে। কোন J -র মানের জন্য পরমাণুটি নিম্নতম শক্তির অবস্থায় থাকতে পারে আর অন্যান্য J অবস্থাগুলি ফাঁকা থাকতে পারে। অন্যভাবে বলতে গেলে

$$h\omega(JJ') \gg k_B T \quad (15.26)$$

কিন্তু সর্বক্ষেত্রে একটি সত্যি নাও হতে পারে।

উচ্চ চৌম্বক ক্ষেত্র আর নিম্ন উত্তাপ ($\sim 4^\circ\text{K}$) β কে খুব ছোটো বলে ধরা যাবে না। সেক্ষেত্রে

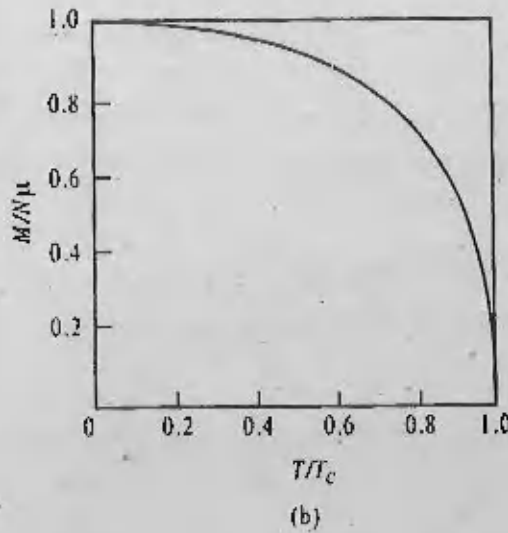
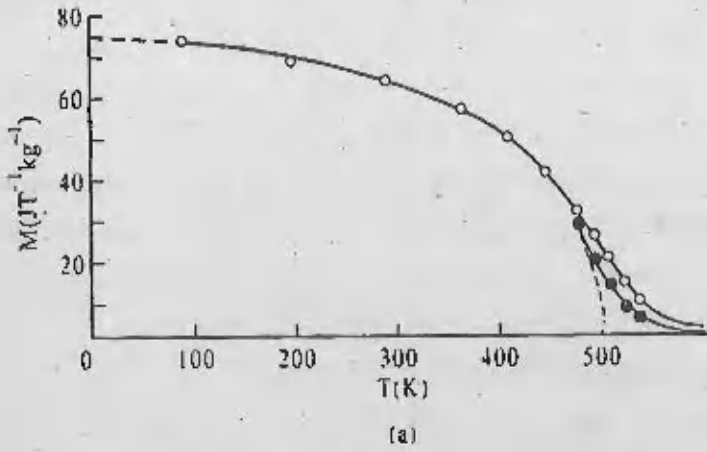
$$\begin{aligned} M &= N \langle \mu \rangle \\ &= Ng\mu_B J \left[\frac{2J+1}{2J} \coth \frac{(2J+1)}{2J} - \frac{1}{2J} \coth \frac{\alpha}{2J} \right] \end{aligned} \quad (15.27)$$

$$\text{যেখানে } \alpha = \frac{g\mu_B JB_0}{k_B T} \quad (15.28)$$

15.8 অয়শ্চৌম্বকত্ব

আমরা সাধারণতঃ লৌহ, কোবাল্ট, নিকেল ধাতুগুলির সঙ্গে অয়শ্চৌম্বকত্ব সম্পর্কিত ভাবি কিন্তু ঘটনাটির পরিধি আরও বিস্তৃত। একটি অয়শ্চৌম্বক পদার্থের স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্ব যেটি বহিঃস্থ চৌম্বক

ক্ষেত্রের অনুপস্থিতি সত্ত্বেও দেখতে পাওয়া যায়। এই স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্ব তাপমাত্রার সাথে যে ভাবে পরিবর্তিত তা সমবায় ঘটনার প্রতিরূপ (চিত্র 15.3)।



চিত্র 15.3. অয়স্টোনিক পদার্থের তাপমাত্রার সাথে চৌম্বকত্বের পরিবর্তন। (a) হিউসলার সংকর ধাতু, (b) নিকেল

চৌম্বকত্বের মান 0°K এ সর্বাধিক আর তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে প্রাথমিকভাবে খুব অল্প এর পরিবর্তন হয়। চৌম্বক ভ্রামকের হ্রাস শুধু একটি পরমাণুর জন্য হয় না সামগ্রিক ভাবে সমস্ত পরমাণুই এই পদ্ধতির সাথে যুক্ত হওয়ার ফলে এই হ্রাস সহজে ঘটে না। তাপমাত্রা বৃদ্ধি করতে করতে একটি নির্দিষ্ট মাত্রা অতিক্রম করলেই সমস্ত শৃঙ্খলার হঠাৎ বিচ্যুতি ঘটে, যার ফলে চৌম্বকত্ব শূন্য হয়। যে তাপমাত্রায় চৌম্বকত্ব M শূন্য হয় তাকে কুরী তাপমাত্রা (T_c) বলা হয়। কুরী তাপমাত্রার উর্ধ্বে পদার্থের ব্যবহার উপচৌম্বক পদার্থের মতো। চৌম্বক প্রবণতা একটি পরিবর্তিত কুরী সূত্র মেনে চলে

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (15.29)$$

কুরী তাপমাত্রার আশপাশে চৌম্বকত্ব বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্র আর তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল। অয়স্টোনিকদের একটি বিশেষ গুণ হলো অত্যন্ত কম শক্তির চৌম্বক ক্ষেত্র ($\sim 100 \mu T$) এক খন্ড চৌম্বকত্ব হীন খাঁটি লোহার খন্ডকে সম্পূর্ণ চুম্বকে পরিণত করতে পারে ($B \sim 2T$)। এই আপাত ঘাঁধার ব্যাখ্যা দেন ভাইস (Weiss) 1907 সালে। ওনার মত অনুযায়ী যে কোনো অয়স্টোনিক পদার্থকে কতগুলি ছোটো ছোটো এলাকার (domain) সমাহার বলে ধরা যেতে পারে। যেকোনো একটি এলাকায় স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্বের দিক নির্দিষ্ট। সাধারণ অচুম্বক অবস্থায় ঐ এলাকাগুলো এলোমেলো ভাবে সজ্জিত থাকে যার কারণে কোন লব্ধি চুম্বকত্ব দেখতে পাওয়া যায় না। বহিঃস্থ দুর্বল চৌম্বক ক্ষেত্রও বিভিন্ন এলাকার চুম্বকত্বের মধ্যে শৃঙ্খলা নিয়ে আসে যার ফলে ঐ পদার্থে সামগ্রিকভাবে স্বতঃস্ফূর্ত চুম্বকত্ব দেখতে পাওয়া যায়। এই এলাকা তত্ত্ব প্রতিষ্ঠা লাভ করেছে আর এর সুদূরপ্রসারী প্রভাবও প্রতিষ্ঠিত হয়েছে।

আমরা ধরে নেবো এই পদার্থের ক্ষেত্রে প্রত্যেকটি পরমাণুতেই চৌম্বক ভ্রামক আছে। আমাদের উদ্দেশ্য হবে কী করে কোন এলাকার মধ্যে এই চৌম্বক ভ্রামক দের শৃঙ্খলার মাধ্যমে স্বতঃস্ফূর্ত চুম্বকত্বের সৃষ্টি হয়। এই শৃঙ্খলা স্থাপন পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকদের মধ্যে স্থির চৌম্বক আন্তঃক্রিয়ার ভূমিকা নগন্য। অপরপক্ষে আমাদের এটা জানা আছে যে কোন উপচৌম্বক গ্যাসের উপর বহিঃস্থ শক্তিশালী চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে সম্পূর্ণ চৌম্বকত্ব দেখা যায়। ভাইসের তত্ত্ব অনুযায়ী আমরা ধরে নেবো, যে কারণে অয়স্টোনিকত্ব উৎপত্তি হয় সেই আন্তরাণবিক চৌম্বক ক্ষেত্র B স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্বের সমানুপাতিক

$$B_i = \lambda M \quad (15.30)$$

আনুপাতিক ধ্রুবক λ কে আণবিক ক্ষেত্র গুণাংক ধরা হয়।

এর সাথে আমরা একটি বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্র B_0 যোগ করে পাই

$$B_e = B_0 + \lambda M \quad (15.31)$$

এই B_e দিয়ে আমাদের আগের আলোচনার B_0 কে প্রতিস্থাপিত করতে হবে। আমরা আরও ধরে নেবো যে পদার্থ খন্ডটি উচ্চ তাপমাত্রায় পৌঁছতে সক্ষম হবে। সেক্ষেত্রে

$$M = \frac{Ng^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3k_B T} B_e = \frac{C}{\mu_0 T} B_e \quad (15.32)$$

$$\text{বা } M = \frac{C}{\mu_0 T} (B_0 + \lambda M) \quad (15.33)$$

এখান থেকে M এর সমাধান করে পাই

$$M = \frac{C}{\mu_0 (T - T_c)} B_0, \quad T_c = \frac{\lambda C}{\mu_0} \quad (15.34)$$

$$\text{বা, } \chi = \frac{\mu_0 M}{B_0} = \frac{C}{T - T_C} \quad (15.35)$$

নিম্ন তাপমাত্রায় চৌম্বক পদার্থের ব্যবহার দেখতে পাওয়া যাবে পরোক্ষ দুটি সমীকরণের মাধ্যমে

$$M = N \langle \mu \rangle = N \mu B(J, \alpha) \quad (15.36)$$

$$\alpha = \frac{\mu B_0}{k_B T} = \frac{\mu}{k_B T} (B_0 + \lambda M) \quad (15.37)$$

এখানে $g\mu_B J$ পরিবর্তে μ লেখা হয়েছে।

স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্বের উদ্ভবের জন্য (15.36) আর (15.37) সমীকরণগুলিতে $B_0 = 0$ র জন্য M এর সমাধান পাওয়া যাবে। এই সমীকরণগুলিকে হয় লেখচিত্রের সাহায্যে বা গাণিতিক বা সংখ্যা পদ্ধতিতে সমাধান করতে হবে। α র খুব ক্ষুদ্রমানের জন্য আমরা ত্রিলোমী অপেক্ষকটিকে লিখতে পারি

$$B(J, \alpha) \rightarrow \frac{(J+1)\alpha}{3J} \quad (15.38)$$

$$\text{আর } M = \frac{N\mu(J+1)\alpha}{3J}$$

$$\text{বা } \frac{M}{\alpha} = N\mu \frac{J+1}{3J} \quad (15.39)$$

সমীকরণ (15.34) থেকে পাই

$$\frac{M}{\alpha} = \frac{k_B T}{\mu \lambda}$$

কুরী তাপমাত্রা T_C পাওয়া যেতে পারে নিম্নোক্ত সমীকরণ থেকে

$$\frac{k_B T_C}{\mu \lambda} = N\mu \frac{J+1}{3J} \quad (15.40)$$

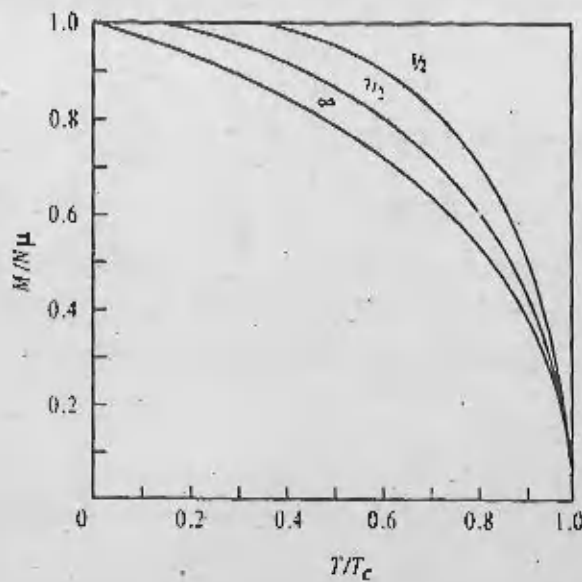
$$\text{বা } T_C = \frac{N\mu^2 (J+1)\lambda}{k_B 3J} \quad (15.41)$$

আর μ এর পরিবর্তে $g\mu_B J$ বসালে আমরা পাই

$$T_C = \frac{Ng^2 \mu_B^2 J(J+1)\lambda}{3k_B} = \frac{C\lambda}{\mu_0} \quad (15.36)$$

উপচৌম্বক পদার্থের বেলাও আমরা একই ব্যবহার পেয়ে ছিলাম। যেহেতু $T = T_C$ তে $\chi \rightarrow \infty$ সামান্যতম হ্রাস বৃদ্ধি স্বতঃস্ফূর্ত চৌম্বকত্বের উৎপত্তি ঘটায়। সমীকরণ (15.36) আর (15.37) এর বিভিন্ন

তাপমাত্রায় সমাধান গুলিকে $M/N\mu$ এর লেখচিত্রের (বিভিন্ন j র জন্য) মাধ্যমে প্রকাশ করা যেতে পারে (চিত্র 15.4)।

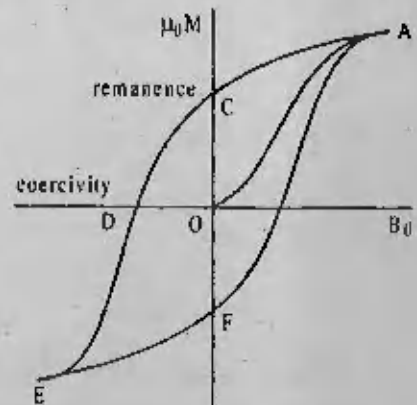


চিত্র 15.4. লঘুকৃত (reduced) তাপমাত্রার সাথে লঘুকৃত চৌম্বকত্বের পরিবর্তন (বিভিন্ন j মানের জন্য)

15.9 শৈথিল্য (Hysteresis)

একটি আপাত অচুম্বক অবস্থা থেকে কোন একটি অয়স্টোম্বক পদার্থে বহিঃস্থ ক্ষুদ্র চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে উচ্চ চুম্বকন মাত্রা সৃষ্টি করা যায়। পরীক্ষাগারে দেখা গেছে লৌহ জাতীয় পদার্থের প্রাথমিক চৌম্বকত্ব দশা প্রাপ্তি, একটি বৈশিষ্টপূর্ণ ধরণ অনুসরণ করে। যদিও চুম্বকত্বের যে কোনো অবস্থায় যে পদ্ধতিতে চুম্বকত্ব প্রাপ্তি ঘটেছে সেটি ক্ষুদ্র পরিবর্তনে অপনোয় (reversible), কিন্তু সার্বিক পরিবর্তনের দিক থেকে পদার্থটির ভিতর শৈথিল্য (hysteresis) দেখা যায় (চিত্র 15.5)।

লেখচিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে B_0 কমিয়ে আনলেও $\mu_0 M$ এর মান AO পথে না কমে AC পথ ধরে কমতে থাকে। OC অবশিষ্ট আবেশ (remanent induction) কে সূচিত করে। $\mu_0 M$ কে শূন্য মানে নিয়ে আসতে গেলে একটি বিপরীত B_0 যার মান OD, প্রয়োগ করতে হয়। একে বলা হয় নিগ্রহতা



চিত্র 15.5. শৈথিল্য চক্র

(coercivity)। ACDEFA এই আবদ্ধ লেখ চিত্রকে (closed curve) বলা হয় শৈথিল্য চক্র (hysteresis loop)। সমস্ত চুম্বকন পদ্ধতিটি চৌম্বক এলাকার ক্রিয়ার উপর নির্ভরশীল। এলাকাভিত্তিক চুম্বকন তত্ত্ব বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে অয়শ্চৌম্বক পদার্থের চুম্বকত্বের পরিবর্তনশীলতাকে সুন্দরভাবে বোঝাতে সক্ষম। তবে আমরা সেই তত্ত্ব আলোচনায় যাবো না।

15.10 প্রতি অয়শ্চৌম্বকত্ব (Antiferromagnetism)

বিশুদ্ধ অয়শ্চৌম্বক ধাতু, সাধারণ সংকর ধাতু, উপচৌম্বক লবণ ছাড়াও কিছু কিছু যৌগিক পদার্থ আছে যেমন সন্নিধ ধাতব অক্সাইড MnO , মিশ্র অক্সাইড $CoFe_2O_3$, নিকেল ফ্লোরাইড NiF_2 ইত্যাদি যাদের চৌম্বক ধর্ম সম্পূর্ণ আলাদা। এদের একটি বৈশিষ্ট্য যে এই সমস্ত পদার্থের দু ধরনের চৌম্বক আণবিক সমজ্ঞা দেখতে পাওয়া যায়। আমরা যদি এই রকম একটি পদার্থ AB এর চৌম্বক ধর্ম নিরূপণ করতে যাই তাহলে দেখবো দু ধরনের পরমাণু কেলাস জায়গিতে সাজানো আছে যাদের পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামক μ_A আর μ_B ।

এই পদার্থে দুই (ততোধিক) ধরনের চৌম্বক পরমাণুর উপস্থিতি একটি জটিল আন্তরাণবিক ক্ষেত্রের উদ্ভব ঘটায় যেটি নিকটতম প্রতিবেশী ছাড়াও আরও অন্যান্য পরমাণুকে প্রভাবিত করে। আমরা চৌম্বক ধর্ম আলোচনায় তাইসকে অনুসরণ করে ধরে নেবো প্রত্যেকটি পরমাণু একটি কার্যকর চৌম্বক ক্ষেত্র B_A বা B_B কে অনুভব করে, তাহলে AB বীণ পদার্থটির চৌম্বক শক্তি ঘনত্ব হবে

$$U = -\frac{1}{2}(\bar{M}_A \cdot \bar{B}_A + \bar{M}_B \cdot \bar{B}_B) \quad (15.42)$$

$$\text{এখানে, } B_A = \lambda_A M_A + \nu M_B \quad (15.43)$$

$$B_B = \lambda_B M_B + \nu M_A \quad (15.44)$$

M_A আর M_B জায়গি A আর B এর সাথে যুক্ত চৌম্বকত্ব। λ_A, λ_B জায়গি A আর B এর সাথে যুক্ত চৌম্বকত্ব। λ_A, λ_B আর ν AA, BB আর AB পরমাণু যুগ্মের ভিতর আন্তঃক্রিয়াকে সূচিত করে।

(15.43) আর (15.44) কে সমীকরণ (15.42)-এ ব্যবহার করে পাই

$$U = -\frac{1}{2}(\lambda_A M_A^2 + \lambda_B M_B^2 + 2\nu \bar{M}_A \cdot \bar{M}_B) \quad (15.45)$$

এক্ষেত্রে আমরা যে সম্ভাবনা গুলি পাই

(a) $\lambda_A > 0, \lambda_B > 0, \nu > 0$; $\bar{M}_A$ আর $\bar{M}_B$ সমান্তরাল হলে শক্তি ন্যূনতম হয়। এটি দুটি বিভিন্ন চৌম্বক ধর্ম বিশিষ্ট একটি অয়শ্চৌম্বক পদার্থের উদাহরণ।

(b) $\lambda_A > \lambda_B > 0, \nu < 0$; এক্ষেত্রে $\bar{M}_A$ আর $\bar{M}_B$ বিপরীতমুখী হলে শক্তি ন্যূনতম হয়।

(c) $\lambda_A \approx \lambda_B < 0, \nu \ll 0$, এক্ষেত্রে $\bar{M}_A$ আর $\bar{M}_B$ বিপরীতমুখী হলে শক্তি ন্যূনতম হয়।

যদি $v < 0$ এবং $|M_A| > |M_B|$ হয় তবে λ র চিহ্ন যাই হোক না কেন $\overline{M}_A$ আর $\overline{M}_B$ বিপরীতমুখী হলে পরমাণু সজ্জার শক্তি ন্যূনতম হবে আর যদি $|\overline{M}_A| = |\overline{M}_B|$, $\overline{M}_A + \overline{M}_B = 0$ হয়

তাহলে কোন স্বতস্ফূর্ত চৌম্বকত্ব দেখা যাবে না আর তখন এই পদার্থটি প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্ব (Antiferromagnetism) প্রাপ্ত হয়েছে বলা হবে কিন্তু যদি $|\overline{M}_A| > |\overline{M}_B|$, $\overline{M}_A + \overline{M}_B > 0$ হয় তবে একটি লম্বি চৌম্বকত্ব দেখতে পাওয়া যায় আর সজ্জাটি ফেরি চৌম্বকত্ব ধর্ম প্রাপ্ত হয়েছে বলা হয়।

15.11 সারাংশ

চৌম্বকত্বের শ্রেণী বিভাগে চুম্বক প্রবণতার ভূমিকা যে কত গুরুত্বপূর্ণ তা নির্দেশিত হয়েছে। অপচৌম্বক পদার্থের চুম্বক প্রবণতা নির্ধারণে পারমাণবিক গঠনের প্রভাব জানা গেছে। সনাতন ও কোয়ান্টাম তত্ত্বের মাধ্যমে কুরী সূত্রটির প্রমাণ পাওয়া গেছে। অয়শ্চৌম্বকত্বের এলাকা ভিত্তিক আলোচনায় জানা গেছে কেন স্বল্প শক্তির বহিঃস্থ চুম্বকক্ষেত্র সহজেই অরশ্চৌম্বক পদার্থকে সংস্পৃক্ত করতে পারে। অয়শ্চৌম্বক পদার্থের চুম্বকন প্রক্রিয়ায় শৈথিল্যের প্রভাব আলোচিত হয়েছে। কিছু কিছু সংকর ধাতু বা যৌগিক পদার্থের ক্ষেত্রে প্রতিঅয়শ্চৌম্বকত্ব প্রকাশের কারণ নির্দেশিত হয়েছে।

15.12 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

1. বহিঃস্থ চুম্বকক্ষেত্রের উপস্থিতিতে একটি চুম্বকের দ্বিমেরু ড্রামকের ভূমিকা আলোচনা করুন ?
2. বৃত্তাকার পথে আবর্তিত কোনো ইলেকট্রনের চৌম্বক দ্বিমেরু ড্রামকের মান নির্ণয় করুন।
3. সমীকরণ (15.13) প্রমাণ করুন।
4. সমীকরণ (15.32) প্রমাণ করুন।
5. শৈথিল্য চক্র থেকে কী কী বিষয়ে জানা যায় ?

একক 16 □ অতিপরিবাহিতা

গঠন

- 16.1 প্রস্তাবনা
- 16.2 উদ্দেশ্য
- 16.3 অতিপরিবাহিতার আলোচনা
- 16.4 মিসনার ক্রিয়া
- 16.5 লন্ডন সমীকরণ
- 16.6 B.C.S. তত্ত্ব
- 16.7 সারাংশ
- 16.8 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

16.1 প্রস্তাবনা

1911 সালে লক্ষিত একটি বিশেষ তাপমাত্রার নিচে পারদে কার্যকরী রোধের অন্তর্ধান পদার্থের অতি পরিবাহিতা সম্পর্কে আলোচনার সূত্রপাত ঘটায়। তাপমাত্রার অবনমনের সাথে সাথে কোন কোন পদার্থের তাপবাহিতা আর তাপ পরিবাহিতার ক্ষেত্রে অভূতপূর্ব পরিবর্তন দেখা যায়। এই সমস্ত অতি পরিবাহী পদার্থ গুলির ভিতরে চৌম্বক ক্ষেত্র ধারার অনুপস্থিতি দেখান মিসনার ও ওকশেনফেল্ড। মিসনার ক্রিয়ার ব্যাখ্যা থেকে দেখা যায় সমস্ত অতি পরিবাহী পদার্থ অপচুম্বক ধর্মের অধিকারী। পরীক্ষালব্ধ তথ্যের ব্যাখ্যা পাওয়া যায় লন্ডন সমীকরণে। অতি পরিবাহিতার সম্যক ব্যাখ্যা বার্ডিন-কুপার-শ্রাইফার তত্ত্বের মাধ্যমে জানা যায়।

16.2 উদ্দেশ্য

বর্তমান পরিস্থিতিতে তাপমাত্রার অবনমনে কোন কোন পদার্থের স্বাভাবিক অবস্থার থেকে অতি পরিবাহী অবস্থায় রূপান্তর আলোচিত হবে। এই সমস্ত পদার্থে চৌম্বক ক্ষেত্রধারার অনুপস্থিতি যেটি মিসনার ক্রিয়া নামে পরিচিত আর তাড়িতিক ব্যাখ্যা পাওয়া যাবে। রোধশূন্যতা আর উপচুম্বকত্ব যে অতিপরিবাহীর বিশেষ ধর্ম তার আলোচনা লন্ডন সমীকরণের মাধ্যমে করা হবে। বি. সি. এস. তত্ত্বের মূল বিষয়গুলি আলোচিত হবে।

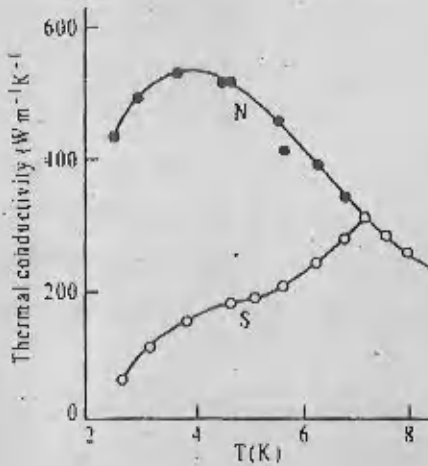
16.3 অতিপরিবাহিতা (Superconductivity)

আমরা জানি স্বাভাবিক তাপমাত্রায় সমস্ত কঠিন পদার্থেরই কিছু না কিছু তড়িৎ পরিবহনের বিরুদ্ধে রোধ দেখতে পাওয়া যায়। কিন্তু তাপমাত্রা কমাতে থাকলে এমন একটা তাপমাত্রা T_c যাকে সংকট তাপমাত্রা

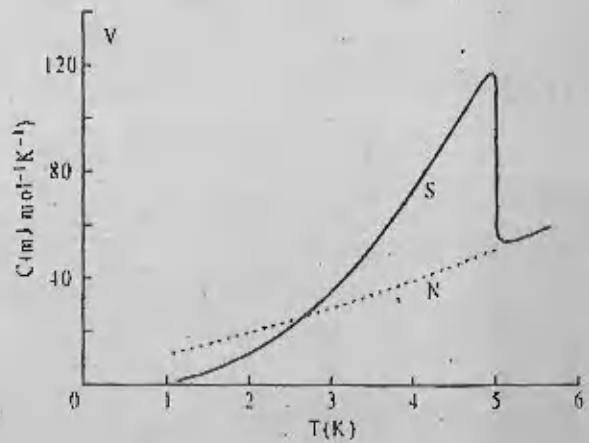
(critical temperature) বলা হয়, সেই তাপমাত্রার তলায় পৌঁছলে কোন কোন পদার্থের রোধ অন্তর্হিত হয়। এই সমস্ত পদার্থকে অতিপরিবাহী বলা হয়। একটি অতি পরিবাহী বলয়ের ভিতর আবিষ্ট তড়িৎ প্রবাহ দীর্ঘ সময় ধরে চলতে থাকে কারণ ঐ প্রবাহের ক্ষয়ের সময় ধ্রুবক (time constant) L/R এত বড়ো ($\sim 10^5$ বছর) যে আমরা ধরে নিতে পারি যে ঐ বলয়ের কার্যকরী রোধ শূন্য। 1911 সালে পারদের ক্ষেত্রে এই বৈশিষ্ট্য লক্ষিত হয়। বর্তমানে ২৮টি খাঁটি ধাতু স্বাভাবিক চাপ আর কেলসিত অবস্থায় অতি পরিবাহিতা দেখায়।

যদি N কে স্বাভাবিক অবস্থা আর S কে অতিপরিবাহী অবস্থা বলি, তবে N থেকে S এ পরিবর্তন পীড়ন হীন একক কেলসে ভীষণ দ্রুত ($\sim 10^{-4}$ K) তাপমাত্রা পরিবর্তনে ঘটে। বিভিন্ন ধাতুতে সংকট তাপমাত্রা 0° থেকে $9.2K$ (Nb) পর্যন্ত হতে পারে। প্রায় 100 ধাতব যৌগ আর সংকর ধাতু পাওয়া গেছে যাদের মধ্যে কিছু কিছু ক্ষেত্রে সংকট তাপমাত্রা $20^\circ K$ থেকে বেশি। 1986 সালে এক নতুন শ্রেণীর ধাতব যৌগ আবিষ্কৃত হয় ($La_{2-x}A_xCO_4$; A -ক্ষারকীয় মৃত্তিকাধাতু Ba বা Sr) যাদের সংকট তাপমাত্রা $125^\circ K$ । এই আবিষ্কার উচ্চ তাপমাত্রার অতিপরিবাহী পদার্থের ধর্মের উপর গবেষণার নতুন দিগন্ত খুলে দেয়। আগে অতিপরিবাহিতা তরল হিলিয়ামকে ব্যবহার করে পরীক্ষা করা হত। কিন্তু সংকট তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে সেই অসুবিধা দূর হয়েছে।

কোন কোন ধাতুর ক্ষেত্রে কেলস গঠন, জাফরি গুণাংক, আলোক প্রতিফলন ইত্যাদি ধর্মের কোন পরিবর্তন N অবস্থা S অবস্থায় সংক্রমণে (transition) লক্ষিত হয় না। কিন্তু তাপপ্রবাহিতাও ও তাপ পরিবাহিতার ক্ষেত্রে অভূতপূর্ব পরিবর্তন দেখা যায় (চিত্র 16.1 ও 16.2), তাপীয় তড়িৎ ক্ষমতা (thermo electric powers) লুপ্ত হয়। পরীক্ষায় দেখা গেছে যে যথেষ্ট শক্তিশালী চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রয়োগে S দশার অবলুপ্তি ঘটানো সম্ভব। সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য পরীক্ষামূলক ঘটনা মিস্নার ও ওকসেনফেল্ড (Meissner



চিত্র 16.1. সীসার স্বাভাবিক আর অতিপরিবাহী অবস্থায় তাপমাত্রার সাথে তাপপরিবাহিতার পরিবর্তন



চিত্র 16.2. সীসার স্বাভাবিক আর অতিপরিবাহী অবস্থায় তাপমাত্রার সাথে তাপপ্রবাহিতার পরিবর্তন

and Ochsenfeld) 1933 সালে ল্যাবোরেটরীতে করে দেখান অতি পরিবাহী পদার্থে কোন চৌম্বক ক্ষেত্র ধারার (magnetic flux) উপস্থিতি নেই। অতি পরিবাহী একটি অপচৌম্বক পদার্থ।

16.4 মিসনার ক্রিয়া

আমরা যদি ধরি তড়িৎ রোধের অবলুপ্তির মানে বিশুদ্ধ পরিবাহিতা, তাহলে কোন কোন ইলেকট্রন প্রযুক্ত তড়িৎ ক্ষেত্র E এর দ্রুণ ক্রমাগত ত্বরান্বিত হতে থাকবে

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{-e\vec{E}}{m} \quad (16.1)$$

$$\vec{j} = -ne\vec{V} \quad (16.2)$$

$$\text{এখান থেকে আমরা পাই } \vec{E} = \frac{m}{ne^2} \frac{d\vec{j}}{dt} \quad (16.3)$$

n অতি ইলেকট্রনের (Super electron) এর ঘনত্ব।

অ্যাম্পীয়ারের আবর্ত সূত্র থেকে পাই

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{j} \quad (16.4)$$

$$\text{সেক্ষেত্রে } \vec{E} = \frac{m}{ne^2\mu} \vec{\nabla} \times \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (16.5)$$

$$\text{আর } \vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{m}{ne^2\mu} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (16.6)$$

$$\text{আমরা জানি যে } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \text{ আর } \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 (\vec{A})$$

অতএব আমরা পাই

$$\nabla^2 \frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\mu ne^2}{m} \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (16.7)$$

এটিকে আমরা অন্যভাবে লিখতে পারি

$$\nabla^2 \frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{1}{\lambda_L^2} \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (16.8)$$

ω_p কে প্লাসমা কম্পাঙ্ক বলা হয়, c পরিবাহীর ভিতর আলোর গতিবেগ আর λ_L কে ভেদন গভীরতা বলা হয়।

আমরা ধরে নেবো z -অক্ষ পরিবাহীর অক্ষের লম্ব বরাবর আর $z=0$ পরিবাহীর তলকে সূচিত করে। সমীকরণ (16.80) এর একটি বিশেষ সমাধান হোল

$$\frac{dB(Z)}{dt} = \frac{dB(O)}{dt} e^{-z/\lambda_L} \quad (16.9)$$

এখান থেকে আমরা দেখি যে, বিশুদ্ধ পরিবাহীর ক্ষেত্রে $\frac{d\vec{B}}{dt}$ সূচকীয় ক্ষয় (exponential decay) যেখানে ক্ষয় ধ্রুবক (decay constant) λ_L । λ_L এর মান (16.8) থেকে পাওয়া যেতে পারে আর সাধারণতঃ মানটি 10^{-6} cm এর কাছাকাছি। তাই বিশুদ্ধ পরিবাহীকে বোঝাতে গেলে আমরা ধরে নেবো

$$\frac{d\vec{B}(z)}{dt} = 0 \quad (16.10)$$

16.5 লন্ডন সমীকরণ

এফ. লন্ডন আর এইচ. লন্ডন প্রথম দেখিয়েছিলেন যে অতি পরিবাহী অবস্থায় একটি ধাতুর ভিতরে চৌম্বক ক্ষেত্র থাকে না। তাঁদের এই ব্যাখ্যার ভিত্তি ছিল গর্টার আর বাসিসির এর দুই-তরল প্রতিরূপ। $T < T_c$ তাপমাত্রায় কোন অতিপরিবাহীত পরিবাহী ইলেকট্রনের $n_s(T)/n$ ভগ্নাংশের অতি প্রবাহে অংশগ্রহণ একটি অত্যন্ত ক্ষুদ্র ধারণা। $n_s(T)$ কে অতি পরিবাহী ইলেকট্রনের ঘনত্ব ধরা হয়। তাপমাত্রা T সংকট তাপমাত্রা T_c র তুলনায় অনেক কম হলে $n_s(T)$ পূর্ণ ইলেকট্রন ঘনত্ব n -এর মানের কাছাকাছি যায়। পরিবাহী ইলেকট্রনের বাকি অংশ $n - n_s$ ঘনত্বের এক স্বাভাবিক তরল তৈরি করে।

ধরা যাক কোন একটি অতিপরিবাহীতে হঠাৎ একটি তড়িৎ ক্ষেত্রের উদ্ভব হলো। অতি পরিবাহী ইলেকট্রনের বাধাহীন ভাবে দ্বারাচিত হবে। তাদের গতিবেগ V_s যে সম্পর্ক বজায় রাখবে সেটি হলো

$$m \frac{d\vec{V}_s}{dt} = -e\vec{E} \quad (16.11)$$

যেহেতু প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{j} = -eV_s n_s$ অতএব

$$\frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E} \quad (16.12)$$

(16.12) কে ফ্যারাডের আবেশ সূত্রে প্রয়োগ করলে

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (16.13)$$

$$\text{আমরা পাই } \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{j} + \frac{n_s e^2}{mc} \vec{B} \right) = 0 \quad (16.14)$$

এর সঙ্গে ম্যাক্সওয়েলের চৌম্বক ক্ষেত্রের সমীকরণ যোগ করলে

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad (16.15)$$

আমরা একটি আদর্শ পরিবাহীতে চৌম্বক ক্ষেত্র আর প্রবাহ ঘনত্বের সম্পর্ক পাই।

লন্ডন আর লন্ডন আবিষ্কার করেছিলেন যে সমীকরণ (16.14) থেকে অতিপরিবাহীর বৈশিষ্ট্য পাওয়া যেতে পারে যদি ধরা হয়

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = -\frac{n_s e^2}{mc} B \quad (16.16)$$

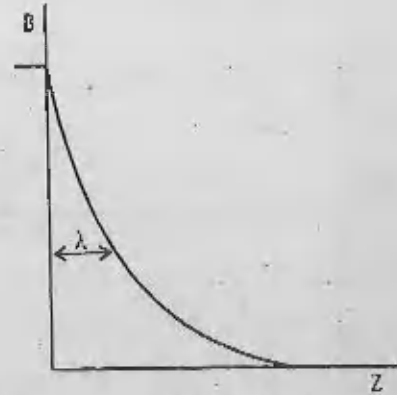
এটিকে লন্ডন সমীকরণ বলা হয়।

যদি $\vec{\nabla} \times \vec{j} + \left(\frac{n_s e^2}{mc} \right) \vec{B}$ সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাহলেও (16.4) সিদ্ধ হবে। সেইজন্য

এটিকে বিশেষ লন্ডন সমীকরণ বলা হয়।

লন্ডন সমীকরণের কতকগুলি গুরুত্বপূর্ণ অনুসিদ্ধান্ত আছে :

- বহিঃস্থ চৌম্বকক্ষেত্র অতিপরিবাহীর ভিতর প্রায় λ_L পর্যন্ত প্রবেশ করতে পারে (চিত্র 16.3)
- অতি ইলেকট্রন বাহিত অতি প্রবাহ (super current) আর স্বাভাবিক তড়িৎ প্রবাহ একই সঙ্গে থাকতে পারে। সংকট তাপমাত্রা T_c তে অতি ইলেকট্রনের ঘনত্ব শূন্য আর OK এ ঘনত্ব সর্বাধিক।
- লন্ডন তত্ত্বের প্রতিপাদ্য বিষয় হোল অতি পরিবাহিতা তখনই উদ্ভূত হবে যখন 'অতি ইলেকট্রনের' একাংশ ন্যূনতম ভরবেগের ঘনীভূত (condensed) দশায় থাকবে।
- চৌম্বক ক্ষেত্রের কোয়ান্টায়ন (quantization) হয়।

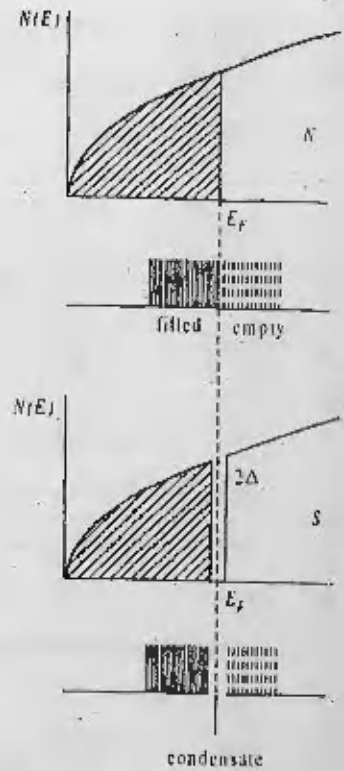


চিত্র 16.3 : অতিপরিবাহীর বহিঃস্থ চৌম্বকক্ষেত্র যেটি অতিপরিবাহীর ভিতরে যাওয়ার সময় সূচকীয়ভাবে ক্ষয় হয়।

16.6 BCS তত্ত্ব

যেহেতু N এবং S দশার ভিতর শক্তির প্রভেদ খুব কম ($\sim 10^{-5} \text{ eV}$) তাই প্রশ্ন উঠেছিল কোন প্রক্রিয়ায় আন্তঃক্রম (internal order) তৈরি হয়ে পদার্থ অতিপরিবাহীতে রূপান্তরিত হয়? কুপার দেখিয়েছিলেন যে পরিপূর্ণ ফের্মি তলের উপরে আকর্ষণ বলের উপস্থিতিতে যদি দুটি ইলেকট্রনকে উত্তেজিত অবস্থায় আনা যায়, তবে তারা একটি বন্ধ যুগ্ম (pair) তৈরি করে। এই যুগ্ম দশার মোট ঘূর্ণন (spin) শূন্য আর এদের তরঙ্গ ভেক্টর দুটি সমান আর বিপরীত মুখী হলে যুগ্ম দশার স্থায়িত্ব সবচেয়ে বেশি। বার্ডিন, কুপার আর শ্রাইফার এক তত্ত্বের মাধ্যমে প্রকাশ করেন যে ইলেকট্রন ফোনন আন্তঃক্রিয়া (interaction) কুপার যুগ্ম তৈরি করে কোন ইলেকট্রন জোড়ার ভিতর দিয়ে চলার সময় ঐ জোড়িকে সমবর্তিত (polarized) করে। এই সমবর্তন প্রক্রিয়া শাকরি থেকে নির্গত ফোননের বিচ্ছুরণের (dispersion) পর্যায় কাল পর্যন্ত থাকে। এই পর্যায়কাল এত ১ দীর্ঘ যে পরের ইলেকট্রনটি এসে আগের ইলেকট্রনের তৈরি করা স্থানীয় (local)

সমবর্তনকে উপলব্ধি করে যার ফলে এর স্থিতিশক্তি হ্রাস পায় এবং আন্তঃক্রিয়াটি আকর্ষণ বলের কাজ করে। দুটি সমান এবং বিপরীত মুখী তরঙ্গ ভেক্টর যুক্ত আর বিপরীত ঘূর্ণন সমন্বিত ইলেকট্রন যুগ্মের জন্য আকর্ষণ বল সর্বাধিক। এর ফলে কুপার যুগ্মের উদ্ভব হয়। এই কুপার যুগ্মেরা যদি সমবায়মূলক আন্তঃক্রিয়ার মাধ্যমে এক নতুন ধরণের ইলেকট্রন সত্ত্বা তৈরি করে যাদের ধর্ম স্বাভাবিক ধাতুর অবস্থা থেকে আলাদা—তবেই অতি পরিবাহী পদার্থের সৃষ্টি হবে থাকে ঘনীভূত অবস্থা (condensate) বলা হয়। BCS তত্ত্ব অনুযায়ী যে সমস্ত ইলেকট্রনের শক্তি ফের্মি শক্তি E_F থেকে $\pm \frac{1}{2} \hbar \omega_D$ পর্যন্ত থাকে তারাই কুপার যুগ্ম তৈরি করতে পারে। $\frac{1}{2} \hbar \omega_D$ ডিবায়ে তত্ত্ব অনুযায়ী ফোননের গাড় শক্তি। যুগ্ম ইলেকট্রনের তরঙ্গ অপেক্ষকের উপরিপাতের ফলেই তৈরি হয় ঘনীভূত অবস্থা (চিত্র 16.4.3)। এই ঘনীভূত অবস্থার অস্তিত্ব বজায় রাখতেই এদের গতি থাকতে হবে যার ফল স্বরূপ আমরা বিভব প্রভেদ ছাড়াই এক তড়িৎ প্রবাহ দেখতে পাবো। চরম শূন্যে বহিঃস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে ঘনীভূত অবস্থার অবসান ঘটে। BCS তত্ত্ব সব কটি পরীক্ষালব্ধ তথ্যকে ব্যাখ্যা করতে সক্ষম হয়েছিল।



চিত্র 16.4: ইলেকট্রন সত্ত্বার স্তর স্বাভাবিক (N) আর অতিপরিবাহী অবস্থায় যেমন দেখতে পাওয়া যায়।

16.7 সারাংশ

তাপমাত্রার হ্রাসের সাথে সাথে কোন কোন কঠিন পদার্থের রোধের অন্তর্ধান ঐ সব পদার্থের অতিপরিবাহীতা ধর্ম প্রকাশ করে। মিস্নার ক্রিয়াতে আমরা দেখতে পাই ঐ সব পদার্থের রোধশূন্যতা ছাড়াও আদর্শ উপচুম্বকত্ব উদ্ভূত হয়। লন্ডন সমীকরণের মাধ্যমে মিস্নার ক্রিয়ার ব্যাখ্যা পাওয়া যায়। ইলেকট্রন যুগ্মের বিশেষ অবস্থায় অতি পরিবাহিতার বিশ্লেষণ বি. সি. এস. তত্ত্বে পাওয়া যায়।

16.8 সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলী

1. সংকট তাপমাত্রা কাকে বলে?
2. অতি পরিবাহী পদার্থের বৈশিষ্ট্য গুলি কী কী?
3. অতি পরিবাহী পদার্থের চৌম্বকত্ব কোন প্রকারের?
4. দেখান যে (16.8) সমীকরণ (16.7) এর সমাধান করে।
5. সমীকরণ (16.16) প্রমাণ করুন।

মানুষের জ্ঞান ও ভাবকে বইয়ের মাধ্যমে সঞ্চিত করিবার যে একটা প্রচুর সুবিধা আছে সে কথা কেহই অস্বীকার করিতে পারে না। কিন্তু সেই সুবিধার দ্বারা মনের স্বাভাবিক শক্তিকে একেবারে আচ্ছন্ন করিয়া ফেলিলে বুদ্ধিকে বাবু করিয়া তোলা হয়।

—রবীন্দ্রনাথ ঠাকুর

ভারতের একটা mission আছে, একটা গৌরবময় ভবিষ্যৎ আছে, সেই ভবিষ্যৎ ভারতের উত্তরাধিকারী আমরাই। নূতন ভারতের মুক্তির ইতিহাস আমরাই রচনা করছি এবং করব। এই বিশ্বাস আছে বলেই আমরা সব দুঃখ কষ্ট সহ্য করতে পারি, অস্বাভাবিক বর্তমানকে অগ্রাহ্য করতে পারি, বাস্তবের নিষ্ঠুর সত্যগুলি আদর্শের কঠিন আঘাতে ধুলিসাৎ করতে পারি।

—সুভাষচন্দ্র বসু

Any system of education which ignores Indian conditions, requirements, history and sociology is too unscientific to commend itself to any rational support.

—Subhas Chandra Bose

Price : Rs. 225.00

(NSOU-র ছাত্রছাত্রীদের কাছে বিক্রয়ের জন্য নয়)