NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

STUDY MATERIAL

SPH

PAPER 02 (1)

SUBSIDIARY PHYSICS

প্রাক্‌কথন

নেতাজি সুভাষ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের বিভিন্ন যে পাঠক্রম প্রবর্তিত হয়েছে, তার লক্ষণীয় বৈশিষ্ট্য হল প্রতিটি শিক্ষার্থীকে তাঁর পছন্দমতো কোনো বিষয়ে সাম্মানিক (Honours) স্তরে শিক্ষাগ্রহণের সুযোগ করে দেওয়া। এ ক্ষেত্রে ব্যক্তিগতভাবে তাঁদের গ্রহণক্ষমতা আগে থেকেই অনুমান করে না নিয়ে নিয়ত মূল্যায়নের মধ্য দিয়ে সেটা স্থির করাই যুক্তিযুক্ত। সেই অনুযায়ী একাধিক বিষয়ে পাঠ-উপকরণ রচিত হয়েছে সেইসঙ্গে যুক্ত হয়েছে অধ্যেতব্য বিষয়ে নতুন তথ্য, মনন ও বিশ্লেষণের সমাবেশ।

দূর-সঞ্চারী শিক্ষাদানের স্বীকৃত পদ্ধতি অনুসরণ করেই এই সব পাঠ-উপকরণের লেখার কাজ চলছে। বিভিন্ন বিষয়ের অভিজ্ঞ পণ্ডিতমণ্ডলীর সাহায্য এ কাজে অপরিহার্য এবং যাঁদের নিরলস পরিশ্রমে লেখা, সম্পাদনা তথা বিন্যাসকর্ম সুসম্পন্ন হচ্ছে তাঁরা সকলেই ধন্যবাদের পাত্র। আসলে, এঁরা সকলেই অলক্ষ্যে থেকে দূর-সঞ্চারী শিক্ষাদানের কার্যক্রমে অংশ নিচ্ছেন; যখনই কোনো শিক্ষার্থী এই পাঠ্যবস্তুনিচয়ের সাহায্য নেবেন, তখনই তিনি কার্যত একাধিক শিক্ষকমণ্ডলীর পরোক্ষ অধ্যাপনার তাবৎ সুবিধা পেয়ে যাচ্ছেন।

এইসব পাঠ-উপকরণের চর্চা ও অনুশীলনে যতটা মনোনিবেশ করবেন কোনো শিক্ষার্থী, বিষয়ের গভীরে যাওয়া তাঁর পক্ষে ততই সহজ হবে। বিষয়বস্তু যাতে নিজের চেষ্টায় অধিগত হয়, পাঠ-উপকরণের ভাষা ও উপস্থাপনা তার উপযোগী করার দিকে সর্বস্তরে নজর রাখা হয়েছে। এরপর যেখানে যতটুকু অস্পষ্টতা দেখা দেবে, বিশ্ববিদ্যালয়ের বিভিন্ন পাঠ্যকেন্দ্রে নিযুক্ত শিক্ষা-সহায়কগণের পরামর্শে তার নিরসন অবশ্যই হতে পারবে। তার ওপর প্রতি পর্যায়ের শেষে প্রদত্ত অনুশীলনী ও অতিরিক্ত জ্ঞান অর্জনের জন্য গ্রন্থ-নির্দেশ শিক্ষার্থীর গ্রহণ-ক্ষমতা ও চিন্তাশীলতা বৃদ্ধির সহায়ক হবে।

এই অভিনব আয়োজনের বেশ কিছু প্রয়াসই এখনও পরীক্ষামূলক—অনেক ক্ষেত্রে একেবারে প্রথম পদক্ষেপ। স্বভাবতই, ত্রুটি-বিচ্যুতি কিছু কিছু থাকতে পারে, যা অবশ্যই সংশোধন ও পরিমার্জনার অপেক্ষা রাখে। সাধারণভাবে আশা করা যায়, ব্যাপকতর ব্যবহারের মধ্য দিয়ে পাঠ-উপকরণগুলি সর্বত্র সমাদৃত হবে।

অধ্যাপক (ড.) শুভ শঙ্কর সরকার
উপাচার্য

প্রথম পরিমার্জিত সংস্করণ ঃ ডিসেম্বর, 2015

বিশ্ববিদ্যালয় মঞ্জুরি কমিশনের দূরশিক্ষা ব্যুরোর বিধি অনুযায়ী ও অর্থানুকুল্যে মুদ্রিত।
Printed in accordance with the regulations and financial assistance of the Distance Education Bureau of the University Grants Commission.

পরিচিতি

বিষয় ঃ সহায়ক পদার্থবিদ্যা 　　　　　　　　　　　　　　　　　　স্নাতক স্তর

পাঠক্রম ঃ SPH - 2(1)

রচনা

শ্রী দুলালকৃষ্ণ বিশ্বাস

সম্পাদনা

ড. রামকুমার গুছাইত

পরিমার্জন ও সম্পাদনা

ড. সুজিত কুমার চ্যাটার্জি

নেতাজি সুভাষ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়

SPH - 2(1)

(স্নাতক পাঠক্রম)

একক 1 ☐ হাইগেনয্-এর তরঙ্গতত্ত্ব এবং ব্যতিচার

গঠন

1.1 প্রস্তাবনা ঃ

এই এককে এবং পরবর্তী আরো দুটি এককে আমরা আলোক সংক্রান্ত নানা ঘটনাবলির আলোচনা করব। আধুনিক পদার্থ বিজ্ঞান চর্চার শুরু ধরা হয় বিজ্ঞানী রজার বেকন (Roger Bacon)-এর পরীক্ষামূলক গবেষণা দিয়ে। তাঁর গবেষণার মধ্যে আলোক বিষয়ক চর্চাও দেখা যায়। এটা ছিল ত্রয়োদশ শতাব্দী। কিন্তু আলোকের বিভিন্ন ধর্ম সম্পর্কে মানব সভ্যতার সচেতনার প্রকাশ দেখা যায় সুদূর অতীতেও। এমনকি তত্ত্বগত ভাবেও আলোক সম্পর্কে মত প্রকাশ করেছেন পিথাগোরাস, দিমোক্রিতাস, প্লেতো, আরিস্‌তোত্‌ল এবং আরো অন্যান্য গ্রিক দার্শনিকগণ। কিন্তু আধুনিক আলোক বিজ্ঞানের (Optics) নানা সূত্রাবলি এবং আলোকযন্ত্রাদি আবিষ্কৃত হতে থাকে সপ্তদশ শতাব্দীর প্রারম্ভ থেকে। আলোকের ভৌত প্রকৃতি (physical nature) কী তা জানার জন্যও এই শতাব্দীতেই নানা তত্ত্বের অবতারণা শুরু হয়। আলো সংক্রান্ত সূত্রাবলি ও যন্ত্রপাতির তালিকাটা দেখার মত :

- 1611 খৃষ্টাব্দে জোহানেস কেপলার আবিষ্কার করেন আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলন (Total internal Reflection)
- 1621 খৃষ্টাব্দে নেদারল্যান্ডবাসী জ্যোতির্বিজ্ঞানী ও গণিতবিদ্ স্নেল (Willebrord van Roijen Snell) পরীক্ষামূলকভাবে আলোর প্রতিসরণের সূত্র আবিষ্কার করেন।
- 1657 খৃষ্টাব্দে ফরাসি গণিতজ্ঞ পিয়ের দ্য ফের্মা (Pierre de fermat) তাঁর নিম্নতম সময়ের নীতির সাহায্যে প্রতিফলনের সূত্র প্রতিষ্ঠিত করেন।
- 1608 খৃষ্টাব্দে ডাচ চশমা প্রস্তুতকারক হান্স্ লিপার্শি (Hans Lippershey) এবং গাল্-আ-লিও গাল্-আ-লেয়ি (galileo galilei) দূরবীক্ষণ (Telescope) আবিষ্কার করেন।
- দূরবীক্ষণ আবিষ্কারের সময়েই আবিষ্কৃত হয় অণুবীক্ষণ যন্ত্র (micsoscope), আবিষ্কার করেন ডাচ যাচারিয়াস জানসেন (Zacharias ganssen)।

এ ছাড়াও এই শতাব্দীতে আবিষ্কৃত হয় ব্যবর্তন (diffraction) এবং ব্যতিচার (interference)।

এই শতাব্দীতে প্রথম আলোর ভৌত চরিত্র সম্পর্কে প্রশ্ন উত্থাপিত হয়। আলো কী উজ্জ্বল কণিকা স্রোত? নাকি শব্দ যেমন তরঙ্গ দ্বারা উৎপন্ন হয় তেমনি কোনো এক প্রকার তরঙ্গ। আলোকে কণিকার স্রোত বলেন নিউটন, তরঙ্গ বলেন হায়গেন্‌স্, এই শতাব্দীতেই।

বিজ্ঞানের বিকাশের পাশাপাশি প্রযুক্তিরও বিকাশ ঘটেছে। এইসব প্রযুক্তির সফল প্রয়োগের ফলে আলো সংক্রান্ত বহুবিধ ঘটনার (phenomenon) আবিষ্কার হয়েছে। এই সব আবিষ্কারকে ব্যাখ্যা করতে গিয়ে আলোর ভৌত ধর্ম সম্পর্কে বিজ্ঞানীদের পূর্বতন ধারণারও পরিবর্তন ঘটাতে হয়েছে। আলো তরঙ্গ হলে সে-তরঙ্গ কীরূপ, কণা হলে তারই বা বৈশিষ্ট্য কী—সেসব উত্তর পেতে সময় লেগেছে বিংশ শতাব্দীর প্রারম্ভ পর্যন্ত। কিন্তু উত্তর পাওয়া গেছে। বলা হচ্ছে আলোর দ্বিবিধ চরিত্র (দ্বৈত চরিত্র বা দ্বিচারিতা বলেও কেউ কেউ লিখছেন। কিন্তু এই রূপ নামকরণে পদার্থ বিজ্ঞান অপেক্ষা সামাজিক ধ্যান ধারণার প্রভাব বেশি।) —আলো কখনো কণা, আবার কখনো-বা তরঙ্গের মত আচরণ করে। কিন্তু আবার এমন কথাও বলা হয় যে আলো কণাও নয়, তরঙ্গও নয়। আমেরিকান পদার্থ বিজ্ঞানী ফাইনম্যান (Feynman) বলছেন—আমরা বলি : 'ইহা (আলো) কারো মত নয়' [We say : 'It is like neither'.]

উদ্দেশ্য ঃ

এই এককে বিস্তারিতভাবে যা যা আপনারা জানবেন সে বিষয়গুলি হল ঃ

- আলোর ভৌত প্রকৃতি কীরূপ।
- নিউটন-এর কণিকা-তত্ত্ব দ্বারা কীভাবে আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করা যায়।
- তরঙ্গতত্ত্বের দ্বারা আলোর বিভিন্ন ঘটনার ব্যাখ্যা।
- হাইগেন্‌স্-এর তরঙ্গ তত্ত্ব দ্বারা প্রতিফলন ও প্রতিসরণের ব্যাখ্যা।
- ব্যাতিচার বলতে কী বুঝায়, কেমনভাবে ব্যাতিচার সৃষ্টি করা যায়।
- ইয়ং এবং নিউটন-এর পরীক্ষামুলক ব্যতিচার সৃষ্টি সম্পর্কেও জানতে পারবেন।

1.2 আলোর প্রকৃতি ঃ

আপনারা জানেন আলো এক প্রকার শক্তি। কিন্তু এ কথাতে আলো সম্পর্কে আপনারা কিছুই জানতে পারলেন না। কেন না, কোনো বিশেষ রূপে আলোকে এই বক্তব্যে চিহ্নিত করা হয়নি। পদার্থ বিজ্ঞানে আলো বলতে বোঝায় তেমন সত্তা যা কোনো বস্তুকে দেখার জন্য দ্রষ্টার দৃষ্টি বা চোখকে প্রভাবিত করে বা সক্রিয় করে। অর্থাৎ যে শক্তির সাহায্যে কোনো কিছু দৃষ্টিগোচর হয় তাকে বলে আলো।

এখন প্রশ্ন হলো আলো কীভাবে এই দেখার ক্ষেত্রে আমাদের দৃষ্টি শক্তিকে সক্রিয় করে? এ বিষয়ে কোনো সন্দেহ নেই যে দেখার জন্য এক প্রকার শক্তি প্রয়োজন। কথা হলো এই শক্তি, যাকে বলা হচ্ছে আলো, তা কীভাবে দ্রষ্টব্য থেকে বাহিত হয়ে আমাদের চক্ষুতে আগমন করে এবং চোখের সঙ্গে সেই শক্তির কী মিথস্ক্রিয়া (interaction) সংঘটিত হয়। এরই জবাবে বিজ্ঞানীরা দুটি উত্তর দিলেন ঃ এক, আলোক শক্তি বাহিত হয় কণিকা (particle) দ্বারা। এই কণাতেই থাকে আলোক শক্তি যা বস্তু থেকে চক্ষুতে গমন করে বস্তুকে দৃষ্টিগ্রাহ্য করে। দুই, আলো শব্দের মতই একপ্রকার তরঙ্গ যা বস্তু বা উৎস থেকে, (তরঙ্গ যেভাবে শক্তি বহন করে সেইভাবে,) শক্তি বহন করে আমাদের চক্ষুতে প্রবেশ করলে বস্তু বা উৎস দৃষ্টিগ্রাহ্য হয়।

এই পর্যায়ে এসে যে প্রশ্নটি উত্থাপিত হয় তা হলো আলো কণিকা না তরঙ্গ? প্রশ্নটির উত্তর বর্তমানে দিতে গেলে বিজ্ঞানীরা বেশ অসুবিধা বোধ করেন। এক সময় যখন আলোকের সব ধর্মাবলি জানা ছিল না তখন কখনও মনে হতো আলো কণিকা, আবার কখনও মনে হতো আলো তরঙ্গ।

এখানে সেইসব পরীক্ষামূলক পর্যবেক্ষণের সঙ্গে যেমন আপনারা পরিচিত হবেন তেমনি পরিচিত হবেন তাদের তত্ত্বগত ব্যাখ্যার সঙ্গে, পরিচিত হবেন তত্ত্বের অসংগতির সঙ্গেও। কিন্তু কণিকা ও তরঙ্গ তত্ত্বের সঙ্গে পরিচিত হওয়ার পূর্বে কণিকা ও তরঙ্গের পরস্পর নিরপেক্ষ বৈশিষ্ট্যের পরিচয়টা আগে জানা দরকার।

1.2.1 কণিকা ও তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য ঃ

কণিকা বলতে আপনাদের ধারণায় এমন একটি জড় পদার্থ বুঝায় যা অতি নগণ্য একটা স্থান দখল করে। কণিকাগুলি পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হলেও তাদের মধ্যে একটি পারস্পরিক ক্রিয়া বর্তমান। এই যে একটি কণিকা অন্য একটি কণিকার উপর ক্রিয়া করে, তা তারা করতে পারে কীভাবে? সব কণিকার নিজস্ব ভরহেতু একটি মহাকর্ষ ক্ষেত্র থাকে। কোনো কণিকাকে এই মহাকর্ষ ক্ষেত্র থেকে বিচ্ছিন্ন করা যায় না। দুটি কণিকার পারস্পরিক ক্রিয়া বলতে বুঝায় তাদের দুই মহাকর্ষ ক্ষেত্রের মধ্যে পারস্পরিক ক্রিয়া (interaction যাকে সংক্ষেপে মিথস্ক্রিয়া বলা যায়)। যদিও কোনো কণিকার মহাকর্ষ ঐ কণিকার অবস্থান থেকে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত, কণিকা নিজে কিন্তু একটি সীমিত গণ্ডিতে আবদ্ধ।

কিন্তু তরঙ্গ বলতে কী বুঝতে হবে? ইতিপূর্বে আপনারা জেনেছেন যে তরঙ্গ হল মাধ্যমের মধ্য দিয়ে একটি আলোড়নের গমন পদ্ধতি (mode of propagation) অর্থাৎ তরঙ্গ কোনো বিশেষ পরিমাণের অঞ্চল বা স্থান দখল করে না, বরং তা হল একটা অবিচ্ছিন্ন ও বিস্তৃত সত্তা। কিন্তু তরঙ্গ যখন মাধ্যমের মধ্য দিয়ে গমন করে তখন তা সে করতে পারে মাধ্যমের কণিকাদের আন্দোলনের ফলে। যেহেতু কণিকারা নিজেরা পরস্পর বিচ্ছিন্ন

তাই কণিকা নির্ভর তরঙ্গকে অবিচ্ছিন্ন ভাবা যায় না। কিন্তু আলোক তরঙ্গ যাকে বলা হচ্ছে তা বিস্তার লাভ করতে কোনো মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না। তাই এই তরঙ্গ কণিকা নিরপেক্ষ।

1.2.2 নিউটন-এর কণিকা তত্ত্ব দ্বারা আলোক ধর্মের ব্যাখ্যাঃ

আপনারা জেনেছেন যে আলো সরলরেখায় গমন করে। আপনারা জানেন যে শব্দ সরল রেখায়ও গমন করে আবার প্রতিবন্ধককে অতিক্রম করে বাঁকও নিতে পারে। আপনারা আরো জানেন আলো শূন্য মাধ্যমের মধ্য দিয়ে যেতে পারে কিন্তু শব্দ বায়ুশূন্য বা মাধ্যম শূন্য অঞ্চলের মধ্য দিয়ে যেতে পারে না। এই অভিজ্ঞতার সবটাই সঠিক নয় যা সুক্ষ্মতর পরীক্ষা দ্বারা পরবর্তীকালে প্রমাণিত হয়েছে। কিন্তু উপরে বর্ণিত অভিজ্ঞতা বিজ্ঞানীদের আলোর ভৌত প্রকৃতি সম্পর্কে কী সিদ্ধান্ত নিতে অনুপ্রাণিত করবে? আপনাদের জানা আছে শূন্য মাধ্যমের মধ্য দিয়ে একটা গতিশীল বস্তু বা বস্তুকণা গমন করতে পারে। অপর পক্ষে আপনারা জল তরঙ্গকে প্রতিবন্ধক অতিক্রম করে চারিদিকে ছড়িয়ে যেতে অর্থাৎ বেঁকে যেতে দেখেছেন।

এই অভিজ্ঞতা খুব স্বাভাবিক ভাবে এমন সিদ্ধান্ত নিতে বলবে যে শব্দ হল তরঙ্গ এবং আলো হলো কণিকা স্রোত। আবার একই মাধ্যমে আলো সরলরেখায় গমন করে। তা করতে হলে আলোর উপর কোনো বল ক্রিয়া করবে না। তাই এই কণাকে হতে হবে অতি ক্ষুদ্র যাতে অভিকর্ষ বা মহাকর্ষ তার উপর প্রভাব ফেলতে না পারে।

কিন্তু আলো প্রতিফলিত হয় এবং প্রতিসৃত হয়। অতএব আলোক কণিকার (light corpuscle) উপর প্রতিফলক তলের এবং দুই মাধ্যমের বিভেদ তলের একটা প্রভাব স্বীকার করতে হয়। অতএব কল্পনা করার দরকার যে প্রতিফলক তলের অতিনিকটে আলোক-কণার উপর তলের অভিলম্বে বিকর্ষণ বল কার্য করে এবং মাধ্যম ভেদে বিভেদ তলের সন্নিকটে অনুরূপ বিকর্ষণ ও আকর্ষণ বল সক্রিয়।

এইভাবে বাস্তব থেকে অর্জিত তথ্যকে ব্যাখ্যা করার জন্য উদ্ভাবিত হলো নিউটন-এর আলোর কণিকা তত্ত্ব (Newton's corpuscular theory of light). [আসলে এই তত্ত্বের উদ্ভাবক হলেন দেকার্ত (Descartes), কিন্তু যে-কোনো কারণেই হোক নিউটন-এর নামেই এই তত্ত্বের পরিচিতি।]

আলোর কণিকাতত্ত্ব ঃ

আলোর উৎস থেকে প্রবল গতিসম্পন্ন অতি ক্ষুদ্র কণিকার স্রোত নির্গত হয়। এই কণিকার স্রোত আমাদের রেটিনায় আঘাত করলে আমাদের আলোকানুভূতি জন্মায়। শূন্য মাধ্যমে বা কোনো বিশেষ মাধ্যমে এই কণিকা সমবেগে সরলরেখায় গমন করে।

ঘনতর মাধ্যম অপেক্ষা লঘুতর মাধ্যমে এই বেগ কম। এই কণিকাগুলি এত ক্ষুদ্র যে তা কোনো মাধ্যমের আন্তরাণবিক শূন্যাঞ্চল দিয়ে সরলরেখায় চলে যেতে পারে এবং তাদের উপর মহাকর্ষীয় কোনো প্রভাব নেই।

কণিকাগুলির উপর প্রতিফলক তল লম্বাভিমুখে বিকর্ষণ বল প্রয়োগ করে এবং বিভেদতল মাধ্যমভেদে লম্বাভিমুখে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল প্রয়োগ করে।

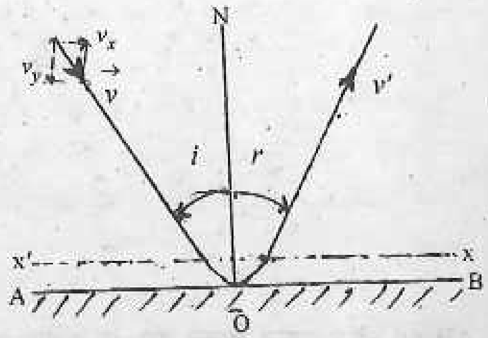
এই হলো নিউটনের আলোর কণিকা তত্ত্ব। এবার কীভাবে এই তত্ত্বের দ্বারা প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করা যায় তা আলোচনা করা যাক।

কণিকাতত্ত্বের দ্বারা আলোর প্রতিফলনের ব্যাখ্যা ঃ

AB প্রতিফলক তল। তার সমান্তরাল অতি নিকটবর্তী তল XX' সীমার মধ্যে আলোর বেগ v'. i আপতন কোণে আপতিত আলোক কণিকার উপর AB প্রতিফলক তল ON এর সমান্তরালে বিকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। ফলে তলের অভিলম্বমুখী v এর উপাংশে v_y হ্রাস পেতে থাকে কিন্তু AB তলের সমান্তরাল উপাংশে v_x বিকর্ষণ বলের অভিলম্বে থাকায় অপরিবর্তিত থাকে। আলোককণা তলের উপর O বিন্দুতে পৌঁছালে $v_y = O$ হয় এবং বিকর্ষণ বলের প্রভাবে বিপরীত দিকে v_y বৃদ্ধি পেতে থাকে। আলোককণা যখন XX' সীমানায় চলে আসে তখন v_y উপাংশ তার প্রাথমিক মান ফিরে পায়। এই অবস্থায় আলোর বেগ v'.

$$\therefore\ v = v_x i - v_y j$$

$$v' = v_x i - v_y j$$



চিত্র 1.1

কিন্তু $|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ এবং $|v'| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$\therefore\ |v| = |v'|$$

অতএব প্রতিফলনের পরেও আলোর বেগের মান একই থাকে। অর্থাৎ একই মাধ্যমে (এখানে বায়ু) আলোর বেগের মান অপরিবর্তিত থাকে। আবার $v_x = |v'|\cos(90^\circ - r) = |v'|\sin r$

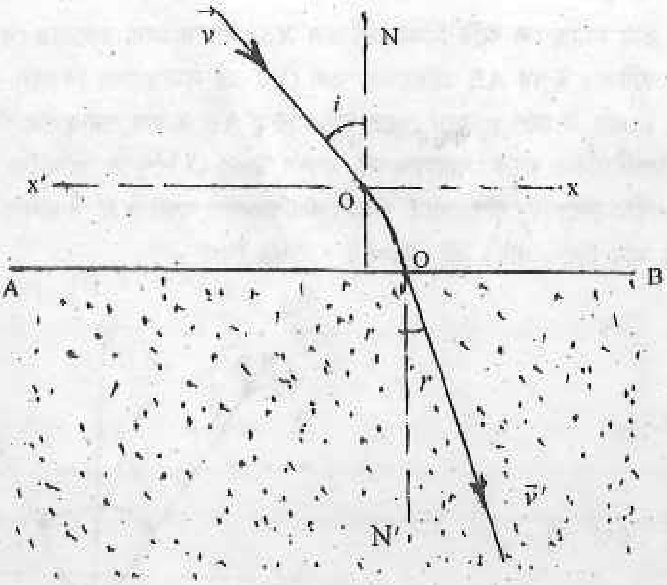
$$\text{অথবা } v_x = |v|\cos(90^\circ - i^\circ) = |v|\sin i$$

$$\therefore\ i = r$$

অর্থাৎ আপতন কোণ ও প্রতিফলন কোণ পরস্পর সমান। যেহেতু বিকর্ষণ বলের কোন উপাংশে N O B অর্থাৎ আপতন তলের বা প্রতিফলন তলের অভিলম্বে নেই তাই v' বেগের কোনো উপাংশে প্রতিফলন তলের অভিলম্বে থাকবে না। অর্থাৎ আপতন তল ও প্রতিফলন তল একই হবে।

অর্থাৎ নিউটনের কণিকা তত্ত্ব দ্বারা প্রতিফলনের সূত্রদ্বয় সিদ্ধ বলে প্রমাণিত হলো।

কণিকাতত্ত্বের দ্বারা প্রতিসরণের ব্যাখ্যা ঃ



AB হল দুই মাধ্যমের বিভেদ তল। যে কণিকা গুলি দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রতিসৃত হবে তাদের উপর AB তলের অতি ক্ষুদ্র দূরত্ব X'X অঞ্চলের মধ্যে একটি আকর্ষণী বল ক্রিয়া করবে। ফলে v_y বৃদ্ধি পেয়ে হবে v'_y এবং যেহেতু এই বল $v_x\hat{i}$ -এর অভিলম্বে, তাই v_x-এর কোনো পরিবর্তন হবে না। অর্থাৎ $v_x = v_x^1$

ধরা যাক দ্বিতীয় মাধ্যমে আলোক কণার বেগ v'.

$$\therefore \quad v = v_x\hat{i} - v_y\hat{j}$$

$$v' = v_x\hat{i} - v_y^1\hat{j}$$

$\therefore\ |v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ এবং $|v'| = \sqrt{v_x^2 + v_y'^2}$

যেহেতু $v'_y > v_y$, $|v'| > |v|$

অর্থাৎ এক্ষেত্রে ঘনতর প্রতিসারক মাধ্যমে আলোর বেগ বৃদ্ধি পাবে, আবার

$$v_x = |v|\sin i = |v^1|\sin r \quad \therefore \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{|v'|}{|v|}$$

যেহেতু কোনো বিশেষ মাধ্যমে আলোক কণার বেগ স্থির থাকে তাই $|\vec{v}'|$ ও $|\vec{v}|$ ধ্রুবক।

$$\therefore \frac{\sin i}{\sin r} = \text{ধ্রুবক} = \mu$$

এই ধ্রুবক $\mu = \frac{|\vec{v}'|}{|\vec{v}|}$ কে বলে প্রথম মাধ্যম সাপেক্ষে দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাংক। এটাই হল স্নেলের আলোকের প্রতিসরণের সূত্র (Snells' law of Refraction of Light)।

কণিকাতত্ত্বের বিরুধ্বে আপত্তি সমূহ ঃ

(i) পরীক্ষা দ্বারা দেখা গেছে যে ঘনতর মাধ্যমের আলোর বেগ কম, কিন্তু নিউটন-এর কণিকা তত্ত্ব বিপরীত সিধান্ত জানায়।

(ii) দেখা যায় একই মাধ্যম দ্বয়ের বিভেদ তলে আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ঘটে। অর্থাৎ একই বিভেদ তল আলোক কণাকে আকর্ষণও করে আবার বিকর্ষণও করে। এ বিষয়ে নিউটন-এর ব্যাখ্যা গ্রহণযোগ্য নয়।

(iii) আলোককণা কেন আকর্ষিত বা বিকর্ষিত হবে সে সম্পর্কে কণিকা তত্ত্ব কোনো ব্যাখ্যা দেয় না।

1.3 তরঙ্গ তত্ত্বের উদ্ভব ঃ

আপনারা পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদে জেনেছেন যে নিউটন-এর কণিকা তত্ত্বের বিরুধে আপত্তি তোলা হয়েছে। তত্ত্বগত ভাবেই এইসব আপত্তি তোলা হয়েছে যেমন তেমনি একটি তথ্যের উল্লেখ করা হয়েছে যে, আলোর বেগ আলোকীয় ঘনতর মাধ্যমে শূন্য মাধ্যমে, বা লঘুতর মাধ্যমে বেগ অপেক্ষা বেশি। তদুপরি নতুন নতুন আলোক সম্পর্কিত ঘটনা পরীক্ষাগতভাবে বিজ্ঞানীদের পর্যবেক্ষণে ধরা পড়ছিল। যেমন আলোর ব্যতিচার ব্যবর্তন বা সমবর্তন প্রভৃতি। এসব ঘটনাকে আলোকের কণিকাতত্ত্ব দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায় না। শব্দের ক্ষেত্রেও ব্যবর্তন যেমন আছে, তেমনি ব্যতিচারও ঘটে। এই সাদৃশ্য থেকে আলোকে তরঙ্গ রূপে বিবেচনা করার ভাবনা শুরু হয়।

কিন্তু আলোকে তরঙ্গরূপে বিবেচনা করার একটা বড় অন্তরায় ছিল এই যে আলো শূন্যমাধ্যমের মধ্য দিয়ে গমন করতে পারে। তখন পর্যন্ত বিজ্ঞানীরা যেসব তরঙ্গ সম্পর্কে জানতেন সেসব তরঙ্গ কেবল কোনো মাধ্যম অবলম্বন করে গমনক্ষম ছিল। অথচ সূর্য, চন্দ্র বা নক্ষত্র থেকে আলো পৃথিবীতে আসে মহাশূন্য অতিক্রম করে। এই সমস্যাকে অতিক্রম করতে তরঙ্গতত্ত্বে একটি কল্পিত মাধ্যম উদ্ভাবন করা হয় যার নাম ইথার (ether). শব্দতরঙ্গ বা যে কোনো যান্ত্রিক তরঙ্গ মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক ধর্মকে কাজে লাগিয়ে মাধ্যমের মধ্য দিয়ে ছড়িয়ে পড়তে পারে। এই জন্য এইসব তরঙ্গাকে স্থিতিস্থাপক তরঙ্গও (elastic wave) বলা যায়। অতএব কল্পনা করা হল ইথার মাধ্যম স্থিতিস্থাপক ধর্ম বিশিষ্ট। [অনেক পরে আবিষ্কার হয় যে ইথারের বাস্তবিক কোনো অস্তিত্ব নেই। আর তাই আলোক তরঙ্গ আদৌ স্থিতিস্থাপক বা যান্ত্রিক তরঙ্গ নয়।] বিজ্ঞানী হাইগেন্‌স্ 1678 খৃষ্টাব্দে সর্বপ্রথম তরঙ্গ তত্ত্বের প্রস্তাবনা করেন এবং সফলভাবে আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করেন।

পরবর্তীকালে বিজ্ঞানী ইয়ং (Young), ফ্রেনেল (Fresnel) এবং আরাগো (Arago) ব্যতিচার, ব্যবর্তন ও সমবর্তনের ব্যাখ্যা দেন তরঙ্গতত্ত্বের দ্বারা। এইভাবে ঊনবিংশ শতাব্দীতে এসে তরঙ্গতত্ত্ব দৃঢ়ভাবে প্রতিষ্ঠিত হয়। [কিন্তু এই শতাব্দীর শেষের দিকে হাইগেন্‌স্‌-এর তরঙ্গ তত্ত্ব ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েলের তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়। মাধ্যমশূন্য অঞ্চলে এই তরঙ্গ গমনক্ষম হওয়ায় আলোর মহাশূন্য থেকে পৃথিবীতে আসতে পারার সমস্যা দূর হয়।]

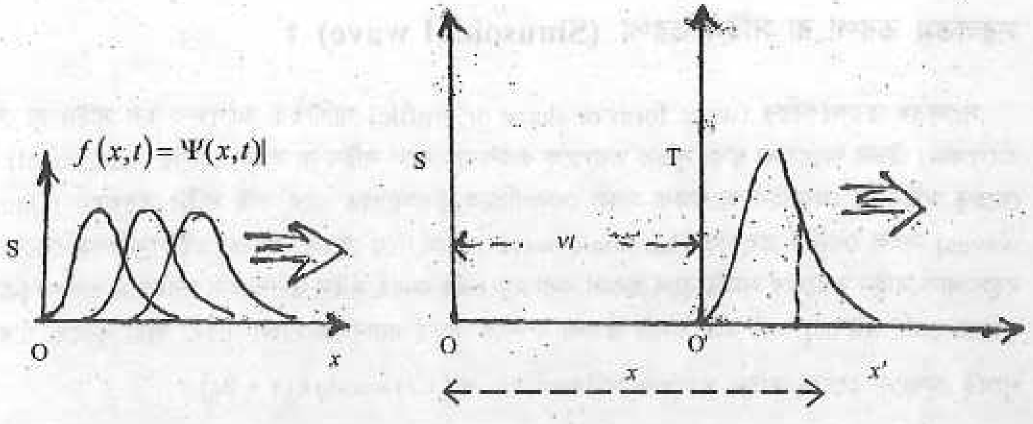
1.3.1 তরঙ্গের গণিত ও আলোর তরঙ্গ ঃ

তরঙ্গ কথাটা কানে এলেই নিশ্চয় আপনাদের মনে প্রথমেই জল-তরঙ্গের ছবিটা ফুটে ওঠে। অর্থাৎ কোনো জলাশয়ের উপরিতল বরাবর তরঙ্গের গমনের ফলে কোনো বিশেষ মুহূর্তের যে ছবিটি আপনারা কখনোও-না-কখনো দেখেছেন সেটাই মনে আসে। এই তরঙ্গ একটা যান্ত্রিক তরঙ্গের উদাহরণ। আপনারা পরীক্ষাগারে সনোমিটার তারের কম্পন দেখেছেন। তারে কোনোরূপ আলোড়ন সৃষ্টি করলে তা তার বরাবর যেভাবে গমন করে তা তরঙ্গ-গমনের অনুরূপ। এটাও যান্ত্রিক বা স্থিতিস্থাপক তরঙ্গ। যাঁদের ধান বা অনুরূপ কোনো শস্যক্ষেত্র দেখার অভিজ্ঞতা আছে তাঁরা জানেন—ধানের বুকে ঢেউ (তরঙ্গ) খেলে যায় (বাতাস কাহার দেশে)। বাতাস ধান গাছের উপর যে আলোড়ন সৃষ্টি করে সেই আলোড়ন যখন ছড়িয়ে পড়ে তাকেই আমরা ধানের বুকে ঢেউ বা তরঙ্গ বলছি। তা হলে চলমান তরঙ্গের যে বৈশিষ্ট্য তা হল মাধ্যমের মধ্য দিয়ে একটা আলোড়নের অগ্রগমন। ধান গাছ তার নিজের অবস্থানে মাটিতে আটকে থাকে, কিন্তু তার 'মাথা নাড়া' নামক আলোড়নটা পর পর ধানগাছ গুলিতে সঞ্চালিত হয়। অর্থাৎ তরঙ্গ হল এমন এক গতি যেখানে এক বিশেষ ধরনের আলোড়ন সঞ্চালিত হয় কিন্তু যে মাধ্যম এই সঞ্চালনের কাজটি করে তার নিজের কোনো সঞ্চালন (অগ্রগমন) ঘটে না। মাধ্যম একই অবস্থানে থেকে আলোড়ন সঞ্চালিত করে, নিজের আলোড়ন বহন করে স্থানান্তরে নেয় না। দেখা যায় মাধ্যমের কণাগুলির সাম্যাবস্থানের উভয় দিকে সরণ ঘটে মাত্র।

এখন প্রশ্ন হল, তরঙ্গ বা এই অগ্রগমনশীল আলোড়নের গাণিতিক উপস্থাপনা করা যাবে কী ভাবে? এ পর্যন্ত তরঙ্গ সম্পর্কিত আলোচনায় আপনারা জেনেছেন যে তরঙ্গ একটি বিশেষ আলোড়নের গমন। এই তরঙ্গ গমনের ফলে মাধ্যমের কোনো কণার সাম্যাবস্থানের উভয়পার্শ্বে সরণ ঘটে। স্বভাবতই এই সরণ যেমন কণার অবস্থানের উপর নির্ভর করবে, তেমনি তা নির্ভর করবে সময়ের উপর। এই জন্য তরঙ্গ হল অবস্থান (x)ও সময় (t)-এর অপেক্ষক। সাধারণভাবে তাই $\psi(x,t)$ [ψ -এর উচ্চারণ সাই] হল তরঙ্গ অপেক্ষক। যখন কোনো তরঙ্গ বা আলোড়নের বিশেষ রূপ $f(x,t)$ আমাদের জানা থাকে তখন লেখা যায়

$$\psi(x,t) = f(x,t) \qquad ....(1\cdot1)$$

কোনো বিশেষ মুহূর্তে যদি আলোড়নের একটা ছবি তোলা যায় তবে আমরা আলোড়নের বিশেষ রূপটি দেখতে পাবো। তখন দেখা যাবে যে এই বিশেষ রূপটি (shape বা profile) মাধ্যমের মধ্য দিয়ে গমন করছে [চিত্র—1·2 (ক)]।



(ক) (খ)

চিত্র-1·2

স্থির নির্দেশ কাঠামো S সাপেক্ষে তরঙ্গ স্পন্দ (wave pulse) x এর ধনাত্মক অভিমুখে ϑ বেগে গমন করছে। ধরা যাক অন্য আর একটা নির্দেশ কাঠামো T তরঙ্গের সমান বেগে চলছে। এই নির্দেশ কাঠামোয় ψ আর সময়ের অপেক্ষক নয়। এই কাঠামো থেকে তরঙ্গের একটা স্থায়ী রূপ (profile) দেখতে পাওয়া যাবে। তখন

$$\psi(x,t)_{t=0} = f(x).$$

এক্ষেত্রে T কাঠামোয় $\psi = f\left(x'\right)$

$T = t$ সময়ে S কাঠামোয়।

$$x = \vartheta t + x'$$

$\therefore$ T কাঠামোয় $\psi(x,t) = f(x - vt)$ ....(1·2)

সমীকরণ (1·2) হল একমাত্রিক তরঙ্গের (one-dimensional wave) সাধারণ গাণিতিক উপস্থাপনা। যদি আমরা তরঙ্গের বিশেষ রূপটি (wave pulse) জানতে পারি তবে সেখানে x এর স্থলে $x - \vartheta t$ বসালে তরঙ্গের সমীকরণটি পাব। যেমন যদি কোনো আলোড়নের কোনো বিশেষ মুহূর্তে রূপ হয় $y = a \sin kx$

তবে তরঙ্গ সমীকরণ হবে $\psi(x,t) = a \sin k(x - \vartheta t)$

যেখানে a এবং k ধ্রুবক।

যদি তরঙ্গটি x-এর ঋণাত্মক দিকে গমন করে, তাহলে তরঙ্গের সমীকরণ হবে

$$\psi(x,t) = f(x + \vartheta t) \qquad ....(1·3)$$

সরলতম তরঙ্গ বা সাইন তরঙ্গ (Sinusoidal wave) ঃ

সরলতম তরঙ্গাকৃতির (wave form or shape or profile) গাণিতিক অপেক্ষক হল সাইন বা কোসাইন অপেক্ষক। উভয় অপেক্ষক দ্বারা সূচিত তরঙ্গকে এককথায় বলে সাইন বা সাইন শ্রেণির (sinusoidal) তরঙ্গ। যেহেতু সাইন বা কোসাইন অপেক্ষক সরল দোলগতিকে উপস্থাপিত করে তাই সাইন তরঙ্গকে (sinusoidal waves) সরল দোলীয় তরঙ্গও (harmonic waves) বলে। যে-কোনো প্রকার তরঙ্গাকৃতিকে ভেঙ্গে ভেঙ্গে বহুসংখ্যক সাইন তরঙ্গের সমষ্টি রূপে প্রকাশ করা যায়। এই জন্যই সাইন তরঙ্গ হল সরলতম তরঙ্গ। [এ বিষয়ে ফুরিয়ে শ্রেণি দ্রষ্টব্য।] আর এই জন্যই তরঙ্গ সম্পর্কে সমস্ত ধারণাকে সাইন তরঙ্গ দ্বারা বুঝতে পারা যায়। পূর্বেই দেখানো হয়েছে সাইন তরঙ্গের সমীকরণ হল $\psi(x,t) = a\sin k(x - \vartheta t)$

$$\qquad \text{.........(1·4)}$$

a কে বলে তরঙ্গের বিস্তার এবং k-কে বলে তরঙ্গ বিস্তারণ সংখ্যা (wave propagation number)। আলোড়ন $\psi(x,t)$-এর সর্বোচ্চ মান হল 'a', কেননা $\sin k\,(x - \vartheta t)$ এর সর্বোচ্চমান হল 1। সমীকরণ (1·4) থেকে বলা যায় যে $\psi(x,t)$ এর যে কোনো চল x বা t সাপেক্ষে $\psi(x,t)$ পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক। কারণ সাইন তরঙ্গ স্থান ও কাল সাপেক্ষে পর্যাবৃত্ত। অতএব তরঙ্গের আছে কাল পর্যায় (temporal period) যাকে বলে পর্যায়কাল (time period) এবং আছে স্থানিক পর্যায় (spatial period) যাকে বলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (wave length)। পর্যায় কালকে T বা τ (টাউ) দ্বারা এবং স্থানিক পর্যায়কে বা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যকে λ (ল্যাম্‌ডা) দ্বারা সূচিত করা হয়।

পর্যায় কাল ঃ সময় t-এর মানের যে সর্বনিম্ন পরিবর্তন $\psi(x,t)$-র মানকে অপরিবর্তিত রাখে তাকে বলে t-এর পর্যায় কাল।

$$\therefore\ \psi(x,t) = \psi(x, t \pm \tau)$$

বা $a\sin k(x - \vartheta t) = a\sin k[x - \vartheta(t \pm \tau)]$

$$= a\sin k[(x - \vartheta t) \pm \tau\vartheta]$$

$$= a\sin[k(x - \vartheta t) \pm k\vartheta\tau]$$

$$\therefore\ |kv\tau| = 2\pi$$

যেহেতু k, ϑ, τ প্রত্যেকে ধনাত্মক, তাই

$$k\,\vartheta\,\tau = 2\pi \qquad \text{.......(1·5)}$$

তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ঃ অবস্থানের যে সর্বনিম্ন পরিবর্তনের জন্য $\psi(x,t)$-এর মানের কোনো পরিবর্তন হয় না তাকে বলে স্থানিক পর্যায় বা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

$$\therefore\ \psi(x,t) = \psi(x \pm \lambda, t)$$

বা $a\sin k(x-\vartheta t)=a\sin k[(x\pm\lambda)-\vartheta t]$

$$=a\sin[k(x-\vartheta t)\pm k\lambda]$$

$\therefore\ |k\lambda|=2\pi$

λ ও k ধনাত্মক সুতরাং, $k\lambda=2\pi$ ....(1·6)

সমীকরণ (1·5) ও (1·6) থেকে পাওয়া যায় $\vartheta\tau=\lambda$

$$\text{বা}\ \ \tau=\frac{\lambda}{\vartheta} \qquad ....(1·7)$$

আবার (1·6) থেকে $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$ ....(1·8)

অতএব, তরঙ্গ বিস্তারণ সংখ্যা হল প্রতি 2π র‍্যাড (radian)-এ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সংখ্যা।

আবার প্রতি সেকেন্ডে যতগুলি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য উৎপন্ন হয় তাকে বলে তরঙ্গের কম্পাংক। এখন 1 সেকেন্ডে তরঙ্গ যায় ϑ দৈর্ঘ্য পর্যন্ত। অতএব λ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ সংখ্যা বা তরঙ্গের কম্পাংক

$$\gamma=\frac{\vartheta}{\lambda}=\frac{1}{\tau}\ \ ((1·7)\ \text{থেকে}) \qquad ....(1·9)$$

$$\vartheta=\gamma\lambda \qquad ....(1·10)$$

কৌণিক কম্পাংক বা বৃত্তীয় কম্পাংক (angular or circular frequency)

$$\omega=2\pi\gamma=\frac{2\pi}{\tau}$$

সমীকরণ (1·4) ও (1·6) থেকে লেখা যায় $\psi(x,t)=a\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}(x-\vartheta t)$ ....(1·11)

$\dfrac{2\pi}{\lambda}(x-\vartheta t)$ রাশিকে বলে তরঙ্গের দশা (phase) ϕ.

$$\begin{aligned}\phi&=\frac{2\pi}{\lambda}(x-\vartheta t)\\&=kx-\vartheta kt\\&=kx-\frac{2\pi}{\tau}t\\&=kx-2\pi\gamma t\\&=kx-\omega t\end{aligned}$$

$$\therefore \quad \psi(x,t) = a\sin(kx - \omega t) \qquad ....(1\cdot 11\ (ক))$$

সাধারণভাবে যখন $t = 0$, তখনও একটা দশা বর্তমান থাকতে পারে যাকে বলে প্রাথমিক দশা (initial phase) ε. তাই তরঙ্গ অপেক্ষকের সাধারণ সমীকরণ $\psi(x,t) = a\sin(kx - \omega t + \varepsilon)$ ....(1·12)

আলোক তরঙ্গ ঃ আপনারা জেনেছেন যে মাধ্যমের মধ্য দিয়ে যখন যান্ত্রিক তরঙ্গ অগ্রগমন করে তখন আন্দোলিত কণাগুলি তাদের নিজেদের অবস্থানের অতি নিকটবর্তী থেকে আন্দোলিত হয়। ফলে কণাদের সরণ ঘটে। প্রশ্ন হলো কোন্‌দিকে কণাদের সরণ ঘটে? তারা কী তরঙ্গের অগ্রগমন বরাবর আন্দোলিত হয়? নাকি তরঙ্গগতির অভিলম্বে আন্দোলিত হয়?

বিজ্ঞানীরা দেখেছেন আলোকের সমবর্তন ঘটে, (সমবর্তন সম্পর্কে আপনারা একক 3-এ জানতে পারবেন।) কিন্তু শব্দের সমবর্তন হয় না। এরই অনুসন্ধান করতে গিয়ে জানা গেল শব্দ তরঙ্গের গমনে মাধ্যম কণার আন্দোলন ঘটে তরঙ্গ বেগের অভিমুখ বরাবর। এই শ্রেণির তরঙ্গকে বলে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (longitudinal wave)। তখন অনুমান করা হল, তারের কম্পনে যেমন তারের সরণ ঘটে তরঙ্গ গতির অভিলম্বে, [তাকে বলে তির্যক তরঙ্গ (transverse wave)] আলোর তরঙ্গ এরূপ তির্যক তরঙ্গ হবে। এই অনুমানের উপর নির্ভর করে ফ্রেনেল এবং আরাগো আলোর সমবর্তন ব্যাখ্যা করতে সফল হন। অতএব আলোক তরঙ্গ বল তির্যক তরঙ্গ।

অবশ্য উভয় তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গের সমীকরণ একই রূপ। কিন্তু তরঙ্গের আরো কিছু রকম ফের বর্তমান। কোনো মাধ্যমের মধ্য দিয়ে তরঙ্গ গমন করলে মাধ্যমের কণাগুলি নানা দশায় (phase) থাকে। আপনারা জেনেছেন দশার সমীকরণ হল $\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}(x - \vartheta t)$

দেখা যাচ্ছে যে কোনো এক মুহূর্তে বিভিন্ন অবস্থানের (x) তরঙ্গের একই দশা থাকতে পারে। যেমন উৎস থেকে x দূরত্বে যত বিন্দু আছে তারা সকলে উৎস কেন্দ্রিক একটা গোলক তলে অবস্থিত। এই তলকে বলে সমদশা তল বা তরঙ্গতল (wave surface)। এই তলের প্রকৃতি দিয়ে তরঙ্গকে কয়েকটি শ্রেণিতে ভাগ করা যায় ঃ

(i) সমতলীয় তরঙ্গ (plane waves)—যে তরঙ্গের তরঙ্গতল সমতল।

(ii) গোলীয় তরঙ্গ (spherical waves)—তরঙ্গতল গোলীয় হলে সে তরঙ্গকে বলে গোলীয় তরঙ্গ।

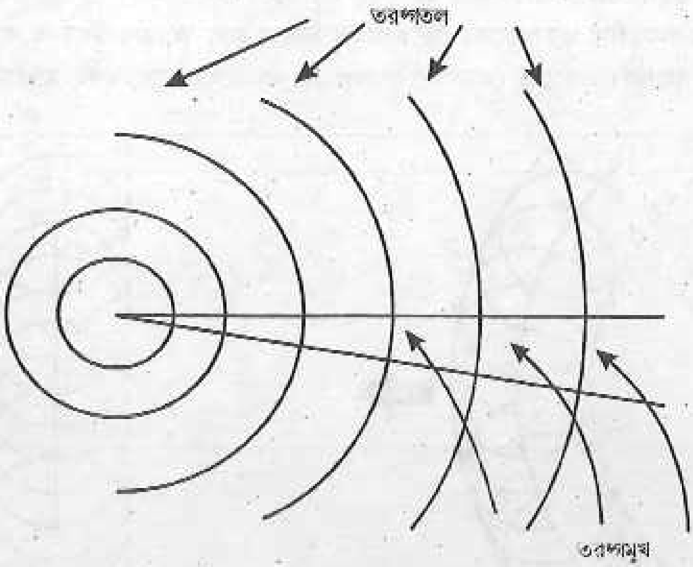
(iii) বেলনাকার তরঙ্গ (cylindrical waves)—যে তরঙ্গের তরঙ্গ তল বেলন তলের মত।

আলোক তরঙ্গ উল্লেখিত সব তরঙ্গের ন্যায় হতে পারে।

1.4 হাইগেন্‌স্‌-এর নীতি (Huygens' principle) ঃ

হাইগেন্‌স্‌-এর নীতি সম্পর্কে আলোচনার পূর্বে আরো দুটি ধারণা সম্পর্কে জানা দরকার। আপনারা তরঙ্গ-তল কাকে বলে জেনেছেন। কোনো উৎস থেকে আলো তরঙ্গের আকারে অগ্রগমন করে। এই অগ্রগমন ঘটে মাধ্যমের কণিকাদের স্পন্দনের দ্বারা। বিভিন্ন কণা বিভিন্ন তরঙ্গদশায় আন্দোলিত বা স্পন্দিত হয়। যেসব কণা সমদশায় স্পন্দিত হয় তাদের মধ্য দিয়ে একটি তল কল্পনা করা যায়। এই তল হল তরঙ্গতল। অন্যভাবে বললে বলা যায় আলোক তরঙ্গের সম্মুখস্থ যে তলে সব বিন্দুই একই দশায় থাকে তাকে বলে তরঙ্গতল।

পরীক্ষা-নিরীক্ষার জন্য তরঙ্গতলের খুব সামান্য অংশই বিবেচনা করা হয়। তরঙ্গতলের যে কোনো সীমিত অংশকে বলে **তরঙ্গমুখ** (wave front)। তরঙ্গ তল গোলীয় হলেও তরঙ্গমুখ সমতল হতে পারে (চিত্র 1·3)। এরূপ সম্ভব, কারণ বৃহৎ ব্যাসার্ধের তরঙ্গ দৃশ্যত সমতল আবার গোলীয় তলের ক্ষুদ্রাংশ ও সমতল।



চিত্র 1·3 গোলীয় তরঙ্গতল

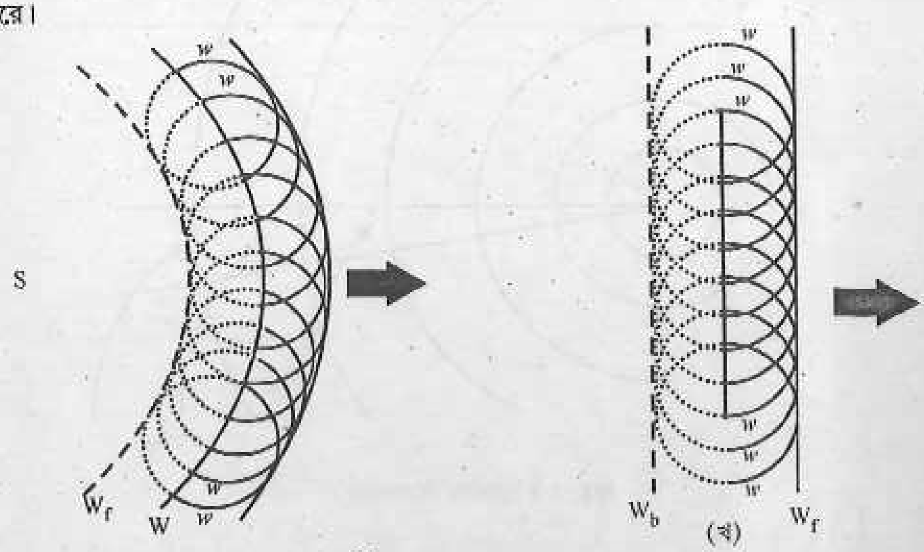
তরঙ্গমুখের অভিলম্বে কল্পিত রেখাকে বলে তরঙ্গ-অভিলম্ব (wave nromal)। এই তরঙ্গ আলোক তরঙ্গ বলে তরঙ্গ-অভিলম্বকে বলে আলোক রশ্মি। আলোক রশ্মি কোনো বিন্দু উৎস থেকে সর্বদিকে সরলরেখায় নির্গত হয় (emerges radially outward)। আবার তরঙ্গও এই উৎস থেকে নির্গত হয়। প্রশ্ন হল, তরঙ্গতল কীভাবে অগ্রসর হয়? বিভিন্ন অবস্থানে এবং বিভিন্ন মাধ্যমে তরঙ্গতলের গঠনই বা কীরূপ? এই প্রশ্নদ্বয়ের উত্তরানুসন্ধান থেকেই হাইগেন্‌স্‌-এর নীতি উদ্ভাবিত হয় পরবর্তীকালে ফ্রেনেলের দ্বারা সংশোধিত হওয়ায় নীতিটিকে বলে হাইগেন্‌স্‌-ফ্রেনেল নীতি (Huygens-Fresnel principle)। নীতিটি এরূপ ঃ

অগ্রগামী তরঙ্গতলের উপর প্রতিটি বিন্দু অপ্রধান (secondary) গোলীয় অণু-তরঙ্গের (wavelets) উৎস রূপে কার্য করে, পরবর্তী কোনো সময়ে তরঙ্গতল হল এইসব অণুতরঙ্গের স্পর্শতল (envelope)। গৌণ (secondary) অণুতরঙ্গের কম্পাংক ও বেগ মূল তরঙ্গের কম্পাংক ও বেগের সমান।

হাইগেন্‌স্‌-নীতির ব্যাখ্যা ঃ

ধরা যাক কোনো এক সময় কোনো সসীম (চিত্র-1·4 (ক)) বা অসীম দূরত্বের কোনো উৎস S থেকে আগত আলোক তরঙ্গের তরঙ্গতল W. এই তলের উপর অবস্থিত প্রতিটি বিন্দুকে এক একটা গৌণ বা অপ্রধান উৎস রূপে বিবেচনা করা যায়। এই সব গৌণ উৎস থেকে গোলীয় অণুতরঙ্গ তলগুলি হল w. যদি W তরঙ্গ তলের বিবেচনা কাল t হয় তবে w অণুতরঙ্গ তল গুলির বিবেচনা কাল ধরা যাক $t+\Delta t$. তরঙ্গ বেগ ϑ হলে w

তলগুলির ব্যাসার্ধ হবে $\vartheta\Delta t$. এই তলগুলির স্পর্শতল হল wf. অতএব Δt সময়ের অবকাশে w তরঙ্গতল $\vartheta\Delta t$ দূরত্ব অতিক্রম করে W_f তরঙ্গতলে পরিণত হয়েছে। অর্থাৎ W_f তরঙ্গতল পেতে হলে W তরঙ্গতলের প্রতিটি বিন্দুতে $\vartheta\Delta t$ ব্যাসার্ধের w অণু-তরঙ্গতল অংকন করতে হবে। লক্ষ্য করুন যে W_f তরঙ্গতল W তরঙ্গতলের অনুরূপ। যদি W তরঙ্গ তল S উৎস জাত হয় তবে W_f তলের কেন্দ্রও হবে S, অর্থাৎ W_f তলও S উৎসজাত তরঙ্গতল। আবার সমতলীয় তরঙ্গতলের ক্ষেত্রে উৎস অসীমে হলে W_f এর উৎস ও অসীমে হবে, অর্থাৎ, W_f তরঙ্গতলও হবে সমতল। এভাবেই কোনো তরঙ্গতল Δt সময় অবকাশে একই মাধ্যমে $\vartheta\Delta t$ পথ অগ্রগমন অর্জন করে।



চিত্র 1·4 তরঙ্গতলের অগ্রগমন

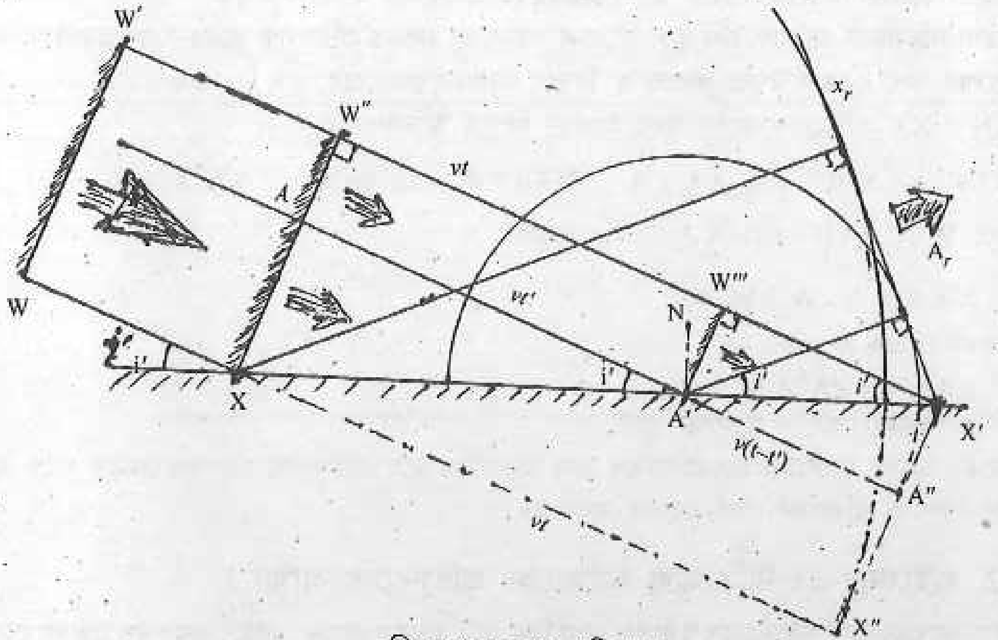
চিত্র 1·4 থেকে দেখা যাচ্ছে যে w তরঙ্গ তলের গৌণ উৎস থেকে তরঙ্গ পশ্চাৎ-গমনও করে এবং $v\Delta t$ দূরত্বে w তরঙ্গ তলের পশ্চাতে একটি W_f-এর অণুরূপ W_b তরঙ্গতল গঠন করে। এর থেকে মনে হয় কোনো বিশেষ তরঙ্গতল w-এর কেবল অগ্রগমন নয় পশ্চাদ্গমনও ঘটে। বাস্তবে এরূপ কোনো তরঙ্গতলের অস্তিত্ব নেই। একে হাইগেন্‌স্‌-নীতির ত্রুটি বলা যেতে পারে। কিন্তু এই দুর্বলতাকে এভাবে পরিহার করা হয় যে গৌণ উৎসজাত অণুতরঙ্গের বিস্তার (amplitude) সব দিকে সমান নয়। এই বিস্তার সম্মুখ দিকে সর্বোচ্চ এবং পশ্চাদ্দিকে শূন্য।

বস্তুত পশ্চাদ্গামী তরঙ্গ যে থাকতে পারে না তা আরো উন্নত ও পুঙ্খানুপুঙ্খ তরঙ্গ তত্ত্ব দ্বারা প্রমাণ করা হয়েছে। আলোর ব্যবর্তনের ব্যাখ্যায় ব্যবর্তিত আলোর তীব্রতার গণনায় একটি তির্যক গুণাংক (obliquity factor) $\frac{1}{2}(1+\cos\theta)$ পাওয়া যায় যেখানে θ হল মূল তরঙ্গের তরঙ্গমুখের অভিলম্বের সঙ্গে বিবেচ্য দিকের উৎপন্ন কোণ। বিবেচ্য দিক তরঙ্গ মুখের দিকে হলে $\theta=0$ এবং বিপরীত দিকে হলে $\theta = 180^\circ$. অতএব সম্মুখ দিকে তির্যক গুণাংক $\frac{1}{2}(1+\cos 0^\circ)=1$ এবং বিপরীত দিকে তির্যক গুণাংক $\frac{1}{2}(1+\cos 180^\circ)=0$. এই জন্য পশ্চাৎমুখী তরঙ্গের তীব্রতা শূন্য, অর্থাৎ পশ্চাৎমুখী তরঙ্গ উৎপন্ন হয় না।

হাইগেন্‌স্‌-এর এই নীতি প্রয়োগ করে এবার আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করতে হবে।

1.4.1 হাইগেন্‌য্‌-নীতি দ্বারা আলোর প্রতিফলনের ব্যাখ্যা ঃ

তরঙ্গমুখের উপর কল্পিত লম্বকে বলে তরঙ্গ-অভিলম্ব (wave normal)। কোনো প্রতিফলক তলের উপর তরঙ্গের আপতনকে তরঙ্গমুখের আপতন ভাবা যেতে পারে, আবার তরঙ্গ অভিলম্বের আপতনও ভাবা যেতে পারে।



চিত্র-1·5 তরঙ্গের প্রতিফলন

XX' প্রতিফলক তল অভিমুখে অগ্রসরমান তরঙ্গমুখ WW' তলটির উপর আপতিত হলে তরঙ্গ অভিলম্ব গুলি XX' তলের সংগে i' কোণ উৎপন্ন করে। যখন তরঙ্গমুখের W প্রান্ত প্রতিফলক তলকে X বিন্দুতে স্পর্শ করে তখন W' প্রান্ত W'' অবস্থানে পৌঁছায়। এই অবস্থায় W'' প্রান্ত যখন X' বিন্দু অভিমুখে অগ্রসর হয় তখন X বিন্দুতে গৌণ গোলীয় অণু-তরঙ্গ প্রতিফলক তলের সম্মুখে বিস্তার লাভ করতে থাকে। একইভাবে যখন তরঙ্গমুখের উপর যে-কোনো বিন্দু A থেকে তরঙ্গ XX' প্রতিফলকের উপর A' বিন্দুতে পৌঁছায় তখন W'' বিন্দু W''' বিন্দুতে পৌঁছায়। আবার তরঙ্গ মুখ পুনরায় X' অভিমুখে অগ্রসর হতে থাকলে A' বিন্দু থেকে গৌণ গোলীয় তরঙ্গমুখ প্রতিফলক তলের সম্মুখে বিস্তার লাভ করতে থাকে। XX' তলের উপর প্রতিটি বিন্দু থেকে যে-সব অণুতরঙ্গ বিস্তার লাভ করে তাদের তরঙ্গ তলের সাধারণ স্পর্শ তল হবে প্রতিফলিত তরঙ্গমুখ (reflected wave front)। এই তরঙ্গমুখ নির্ণয় করতে হবে।

ধরা যাক তরঙ্গের বেগ V এবং W'' থেকে তরঙ্গ X' বিন্দুতে পৌঁছাতে সময় নেয় t এবং তরঙ্গমুখের উপর যে-কোনো বিন্দু A থেকে XX' তলের উপর A' বিন্দুতে পৌঁছাতে তরঙ্গের সময় লাগে t'. যদি XX' প্রতিফলক তল না থাকত তবে t' সময়ে XW'' তরঙ্গমুখ $X''X'$ অবস্থানে পৌঁছাত।

$\therefore\ W''X' = XX'' = Vt$

$AA' = Vt'$

$A'A'' = Vt - Vt' = V(t - t') = W'''X'$

অতএব A' বিন্দুতে উৎপন্ন গৌণ অণু-তরঙ্গ $t - t'$ সময়ে $A'A'' = V(t - t')$ ব্যাসার্ধের গোলীয় তরঙ্গতল উৎপন্ন করবে। অণুরূপে X বিন্দুতে উৎপন্ন গৌণ অণুতরঙ্গের গোলীয়তলের ব্যাসার্ধ হবে $XX'' = Vt$. অতএব t সময় পর প্রতিফলিত তরঙ্গমুখ হবে অণুরূপ গোলীয় তরঙ্গের সাধারণ স্পর্শতল $X'A''X''$ অতএব XX'' এবং AA'' হবে যথাক্রমে WX এবং AA' তরঙ্গ অভিলম্বের প্রতিফলিত তরঙ্গ অভিলম্ব।

তরঙ্গ-অভিলম্বকে আলোক রশ্মি রূপে বিবেচনা করা যায়। অতএব প্রতিফলক তলের সংগে তরঙ্গ অভিলম্ব বা আলোক রশ্মি i' কোণ উৎপন্ন করলে A' বিন্দুতে আপতন কোণ হবে $\angle NA'A = 90° - i'$,

$A'N = XX'$ প্রতিফলক তলের উপর আপতন বিন্দুতে অভিলম্ব।

আবার, $\Delta A'X'W'''$ এবং $\Delta A'X'A''$ সর্বসম। কারণ, $\angle A'W'''X' = \angle A'A''X' = 90°$

এবং $W'''X' = V(t - t') = A'A''$, $x'A'$ সাধারণ।

$\therefore \angle X'A'A'' = \angle A'X'W'' = i'$

অতএব $\angle NA'A'' = 90° - i'$

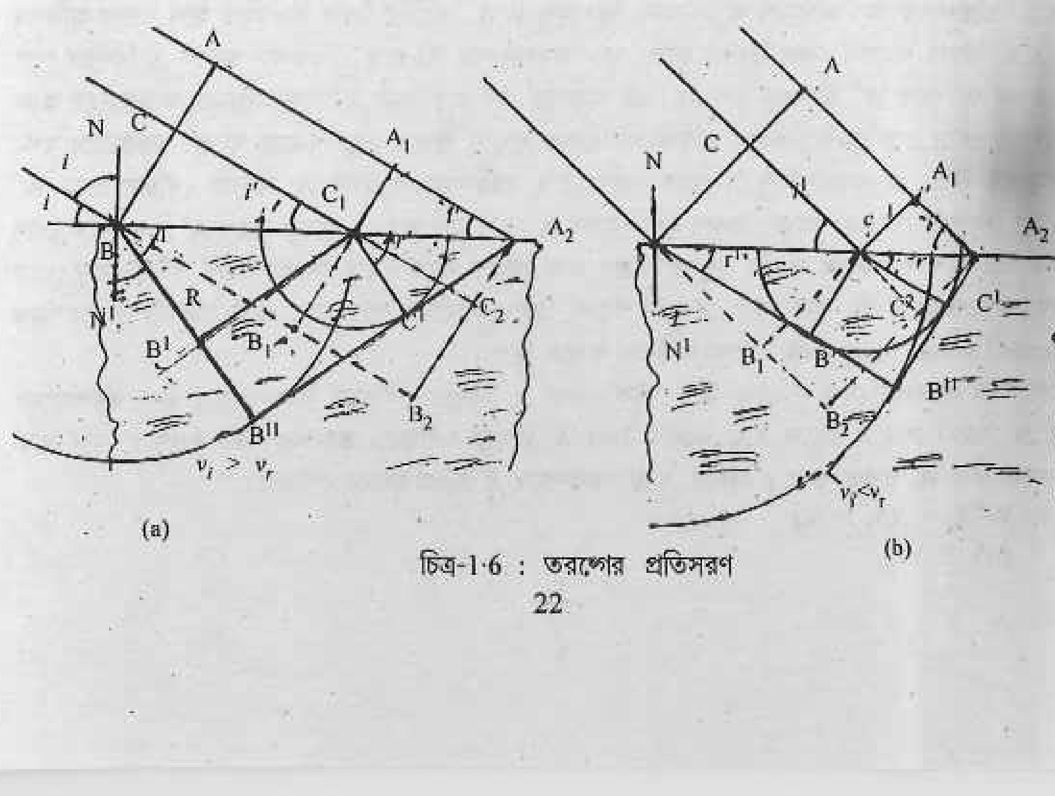
$\therefore \angle AA'N = \angle A''A'N$

অর্থাৎ আপতন কোণ = প্রতিফলন কোণ

অতএব সমতল তরঙ্গ সমতল প্রতিফলক দ্বারা প্রতিফলিত হলে প্রতিফলিত তরঙ্গমুখ সমতল থাকে এবং আপতন কোণ ও প্রতিফলন কোণ পরস্পর সমান হয়।

1.4.2 হাইগেন্‌স্‌-এর নীতি দ্বারা আলোকের প্রতিসরণের ব্যাখ্যা ঃ

আপনারা জেনেছেন মাধ্যমভেদে তরঙ্গের বেগ ভিন্ন হয়। অতএব কোনো মাধ্যমে তরঙ্গমুখ দ্রুততর বেগে, আবার অন্য কোনো মাধ্যমে শ্লথতর বেগে অগ্রগমন করে।



চিত্র-1·6 : তরঙ্গের প্রতিসরণ

ধরা যাক A C B তরঙ্গমুখ দুটি মাধ্যমের বিভেদ তল BA_2 অভিমুখে এমনভাবে অগ্রসর হচ্ছে যে তরঙ্গ অভিলম্ব বিভেদ তলের সঙ্গে i' কোণ উৎপন্ন করে। ধরা যাক বিভেদ তলের উপরের (আপতন) মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ V_i এবং বিভেদ তলের নীচের (প্রতিসারক) মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ V_r। বিভেদ তলের উপরের মাধ্যমকে আপতন মাধ্যম এবং নীচের মাধ্যমকে প্রতিসারক মাধ্যম বলে। চিত্র 1·6 (*a*)-তে $V_i > V_r$ এবং চিত্র 1·6 (*b*)-তে $V_i < V_r$. ধরা যাক t সময়ে তরঙ্গমুখ A অবস্থান থেকে A_2 অবস্থানে গমন করে।

$$\therefore\ AA_2 = V_i t$$

এই অবকাশে B বিন্দুতে উৎপন্ন গৌণ অণু-তরঙ্গের অতিক্রান্ত দূরত্ব হবে $V_r t$.

$\therefore$ চিত্র 1·6 (*a*) -তে $V_r t = BB'' < BB_2 = AA_2 = V_i t$

আবার চিত্র 1·6 (*b*) - তে $V_r t = BB'' > BB_2 = AA_2 = V_i t$

আবার তরঙ্গমুখ ACB-এর উপর যে-কোনো বিন্দু C থেকে CC_1 তরঙ্গ অভিলম্ব বরাবর তরঙ্গ C_1 বিন্দুতে পৌঁছাতে ধরা যাক t' সময় নেয়। অতএব A_1 থেকে A_2 তে তরঙ্গ যেতে সময় নেয় $t - t'$

$$\therefore\ A_1A_2 = v_i\,(t-t')$$

এই অবকাশে C_1 বিন্দুতে উৎপন্ন গৌণ অণুতরঙ্গ প্রতিসারক মাধ্যমে $v_r\,(t-t')$ দূরত্ব অতিক্রম করে।

$$\therefore\ C_1C' = v_r\,(t-t')$$

অতএব যখন $v_i > v_r$, $C_1C' < A_1A_2$

এবং যখন $v_i < v_r$, $C_1C' > A_1A_2$

$A_2C'B'$ হল প্রতিসারক মাধ্যমে স্পর্শতল এবং অত:পর প্রতিসৃত তরঙ্গমুখ।

এখন $AA_2 = v_i t = BA_2 \cos i'$

এবং $BB'' = v_r t = BA_2 \cos r'$

কিন্তু $i' = 90° - i$, i = আপতন কোণ

$r' = 90° - r$, r = প্রতিসরণ কোণ

$$\text{অতএব}\quad \frac{AA_2}{BB''} = \frac{v_i t}{v_r t} = \frac{BA_2 \cos(90° - i)}{BA_2 \cos(90° - r)} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$\text{বা}\quad \frac{v_i}{v_r} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

......(1·13)

পরীক্ষার মাধ্যমে দেখা যায় যে যখন প্রতিসারক মাধ্যম ঘনতর তখন $i > r$ হয়। অর্থাৎ

$$\frac{\sin i}{\sin r} > 1$$

$$\therefore v_i > v_r$$

অতএব সিদ্ধান্ত হল এই যে আলোর বেগ লঘুতর মাধ্যমে বেশি এবং ঘনতর মাধ্যমে কম। নিউটন-এর কণিকা তত্ত্বে ঠিক বিপরীত সিদ্ধান্ত ছিল। প্রতিসরণের উপর পরীক্ষাতে সর্বদাই দেখা গেছে লঘুতর থেকে ঘনতর

মাধ্যমে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে $i > r$ অতএব এই পরীক্ষা ও সমীকরণ (1·13) থেকে $v_i > v_r$ সিদ্ধান্তটিও তাই পরীক্ষামূলকভাবেই সত্য। পরবর্তী সময়েও পরীক্ষা থেকে জানা যায় যে তরঙ্গ তত্ত্বের সিদ্ধান্ত, [$v_i > v_r$ যদি প্রতিসারক মাধ্যম হয় ঘনতর] সঠিক।

যেহেতু v_i ও v_r সংশ্লিষ্ট মাধ্যমে স্থির, তাই $\frac{\sin i}{\sin r} =$ ধ্রুবক ......(1·14)

সমীকরণ (1·14) হল স্নেলের সূত্র।

কোনো মাধ্যমে যদি আলোর বেগ হয় v এবং শূন্য মাধ্যমে আলোর বেগ হয় c, তবে $\frac{c}{v}$ কে বলে মাধ্যমটির চরম প্রতিসরাংক μ(মিউ)। সমীকরণ (1·13) কে নিম্নরূপে লেখা যায়

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\frac{c}{v_r}}{\frac{c}{v_i}} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}}$$

যেখানে v_1 ও v_2 হল যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় মাধ্যমে আলোর বেগ। যদি $\frac{c}{v_1} = \mu_1$ এবং $\frac{c}{v_2} = \mu_2$ হয়,

তবে $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ ......(1·15)

যেখানে $i = i_1$ এবং $i_2 = r$, যেহেতু আলোর গতিপথ প্রত্যাবর্তক (reversible), তাই i_2 কে দ্বিতীয় মাধ্যমে আপতন কোণ বলা যায়।

$$\therefore \ \mu_1 \sin i_1 = \mu_2 \sin i_2 \quad ......(1·16)$$

সমীকরণ (1·16) হল স্নেল সূত্রের সাধারণ রূপ।

মাধ্যমের পরিবর্তন হলে আলোর বেগের পরিবর্তন হয়, কিন্তু কম্পাংক একই থাকে। কিন্তু যেহেতু $v = \upsilon\lambda$, তাই v-এর পরিবর্তনে λ (অর্থাৎ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য) পরিবর্তিত হয়।

$$\therefore \ \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{v\lambda_1}{v\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad ......(1·17)$$

যেহেতু ঘনতর মাধ্যমে $i_1 < i_1$, অতএব $\lambda_2 < \lambda_1$.

অর্থাৎ আলোর লঘুতর মাধ্যম থেকে ঘনতর মাধ্যমে প্রবেশ করলে তার বেগ এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য উভয়েই হ্রাস পায়।

সমীকরণ (1·15) এবং (1·17) থেকে পাওয়া যায় $\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

বা $\mu_2\lambda_2 = \mu_1\lambda_1$ ......(1·18)

যদি দুই বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব হয় x এবং যে মাধ্যমে বিন্দুদ্বয় অবস্থিত তার প্রতিসরাংক যদি হয় μ, তবে $\mu x =$ আলোক দূরত্ব (optical path)

অর্থাৎ আলোক দূরত্ব = জ্যামিতিক দূরত্ব × মাধ্যমের প্রতিসরাংক।

সমীকরণ (1·18)-এ λ_1 ও λ_2 তরঙ্গ দৈর্ঘ্যদ্বয় জ্যামিতিক দূরত্ব মাত্র। অতএব $\mu_1\lambda_1$ বা $\mu_2\lambda_2$ হল আলোক তরঙ্গের আলোকীয় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (Optical wave length)। সুতরাং সমীকরণ (1·18) থেকে বলা যায় ঃ

মাধ্যমভেদে আলোক তরঙ্গের জ্যামিতিক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিভিন্ন হলেও সব মাধ্যমে আলোকীয় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান হয় বা অপরিবর্তিত থাকে।

যদি $\mu_2 > \mu_1$ হয় তবে $\lambda_1 > \lambda_2$ হবে।

ধরা যাক $\lambda_1 = \lambda_2 + \Delta\lambda$

$$\therefore \ \mu_2\lambda_2 = \mu_1(\lambda_2 + \Delta\lambda)$$

$$\text{বা } \ \Delta\lambda = \left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1}\right)\lambda_2 = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_1}\right)\lambda_2$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{বা } \ \frac{\Delta\lambda}{\lambda_2} = \frac{\Delta\mu}{\mu_1} \\ &\text{অনুরূপে, } \ \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} = \frac{\Delta\mu}{\mu_2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{......(1·19)}$$

$$\text{আবার } \ \Delta\lambda = \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} - 1\right)\lambda_2 = ({}_1\mu_2 - 1)\lambda_2 \qquad \text{......(1·20)}$$

যেখানে ${}_1\mu_2 = \dfrac{\mu_2}{\mu_1} =$ লঘুতর মাধ্যম সাপেক্ষে ঘনতর মাধ্যমের প্রতিসরাংক।

সমীকরণ (1·19) থেকে বলা যায় যে দ্বিতীয় মাধ্যম সাপেক্ষে আলোক তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের হার প্রথম মাধ্যম সাপেক্ষে প্রতিসরাংক পরিবর্তনের হারের সমান অথবা তদ্বিপরীত (vice verse)।

অনুশীলনী—1. শূন্যমাধ্যমে 0·003 ইঞ্চি বেধের মধ্যে হলুদ আলোর 131 সংখ্যক পূর্ণ তরঙ্গ থাকতে পারে। জলের মধ্যে হলুদ আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

1.5 আলোর ব্যতিচার এবং তরঙ্গের উপরিপাত ঃ

আপনারা দেখেছেন যে সাবানের ফেনায় বা বুদ্বুদে যখন সূর্যের আলো পড়ে তখন তাতে বিচিত্র বর্ণের রেখাচিত্রের সমাবেশ ঘটে। কোনো সাদা আলো যদি এই সাবানের ফেনা বা বুদ্বুদের উপর ফেলা যায় তা হলেও এমন দৃশ্যের অবতারণা ঘটে। জল তলে ভাসমান তেলের উপর অথবা রাস্তায় গাড়ির ইঞ্জিন থেকে পড়া তেলের উপর সূর্যের আলো (বা সাদা-আলো) পড়লে তার উপর নানান বর্ণের রেখা চিত্র ফুটে ওঠে। এই ঘটনার সাধারণ

নাম হলো আলোর ব্যতিচার (interference of light)। নিউটন পরীক্ষামূলক ভাবে এরূপ বিচিত্র বর্ণের রেখাচিত্র সৃষ্টি করেছিলেন। একটা কাচের সমতল পাতের উপর বেশ দীর্ঘ ফোকাস দৈর্ঘ্যের উত্তর লেন্স বসিয়ে লেন্সের উপর সাদা আলো আপতিত করে নানা বর্ণের বৃত্তাকার চিত্র বা নকশা তিনি দেখতে পান। এই বৃত্তাকার নকশাকে বলে নিউটন-এর বলয় (Newton's Rings) এবং এই পরীক্ষাকে বলে নিউটন-এর বলয় পরীক্ষা (Newton's Ring Experiment)। এ বিষয়ে এই এককে আমরা বিস্তারিত জানতে পারবো।

পরীক্ষা করে জানা যায় যে দুটি তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে ব্যতিচার সৃষ্টি হয়। এবং আরো জানা গেছে যে আলোর ক্ষেত্র ব্যতীত শব্দেরও এরূপ ব্যতিচার ঘটে। শব্দের ব্যতিচার বলতে বুঝায় কোথায়ও শব্দ এবং তারই পাশে নৈশব্দ। কিন্তু শব্দের ক্ষেত্রে যত সহজে ব্যতিচার লক্ষ করা যায় আলোর ক্ষেত্রে ততটা সহজ হয় না ব্যতিচার গঠন করা। কীভাবে তা করা যায় সে বিষয়ে প্রবেশের পূর্বে তরঙ্গের উপরিপাত সম্পর্কে আপনাদের ধারণা স্পষ্ট হওয়া দরকার। তাই প্রথমে এ বিষয়ে আলোচনা করা হবে।

তরঙ্গের উপরিপাত ঃ

1.3.1 অনুচ্ছেদে তরঙ্গ-অপেক্ষক সম্পর্কে আপনারা ইতিমধ্যেই জেনেছেন। উক্ত অনুচ্ছেদে (1·11) সমীকরণ দ্বারা সাইন তরঙ্গের অপেক্ষক সম্পর্কে লেখা হয়েছে $\psi(x,t)=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)$

এই সমীকরণ থেকে তরঙ্গের অবকল সমীকরণ (differenctial equation of wave) নির্ণয় করা যায়।

যেমন $\frac{\delta\psi}{\delta t}=-\frac{2\pi va}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(x-\mathrm{V}t)$

$$\therefore\ \frac{\delta^2\psi}{\delta t^2}=-\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\mathrm{V}^2 a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x-\mathrm{V}t)$$

$$=-\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\mathrm{V}^2\psi(x,t)$$

আবার $\frac{\delta\psi}{\delta x}=\frac{2\pi}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(x-\mathrm{V}t)$

$$\therefore\ \frac{\delta^2\psi}{\delta x^2}=-\frac{4\pi^2}{\lambda}a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x-\mathrm{V}t)$$

$$=-\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\psi(x,t)$$

$$\therefore\ \mathrm{V}^2\frac{\delta^2\psi}{\delta x^2}=-\frac{4\alpha^2\mathrm{V}^2}{\lambda}\psi(x,t)=\frac{\delta^2\psi}{\delta t^2}$$

বা, $\dfrac{\delta^2\psi}{\delta x^2}=\dfrac{1}{V^2}\dfrac{\delta^2\psi}{\delta t^2}$ ....(1·21)

[$\psi(x,t)=f(x-Vt)$ থেকেও সমীকরণ (1·21) নির্ণয় করা যায়।]

এটা হল তরঙ্গের একমাত্রিক অবকল সমীকরণ। এখন আপনারা জানেন অবকল সমীকরণের যেমন একাধিক সমাধান থাকে তেমনি সেই সব সমাধানের সমষ্টি হয় ঐ সমীকরণের সাধারণ সমাধান। অতএব যদি (1·21) সমীকরণের দুটি সমাধান হয় ψ_1 এবং ψ_2 তবে $\dfrac{\delta^2\psi_1}{\delta x^2}=\dfrac{1}{V^2}\dfrac{\delta^2\psi_1}{\delta t^2}$ এবং $\dfrac{\delta^2\psi_2}{\delta x^2}=\dfrac{1}{V^2}\dfrac{\delta^2\psi_2}{\delta t^2}$

$$\therefore\ \frac{\delta^2\psi_1}{\delta x^2}\pm\frac{\delta^2\psi_2}{\delta x^2}=\frac{1}{V^2}\frac{\delta^2\psi_1}{\delta t^2}\pm\frac{1}{V^2}\frac{\delta^2\psi_2}{\delta t^2}$$

বা $\dfrac{\delta}{\delta x^2}(\psi_1\pm\psi_2)=\dfrac{1}{V^2}\dfrac{\delta^2}{\delta t^2}(\psi_1\pm\psi_2)$

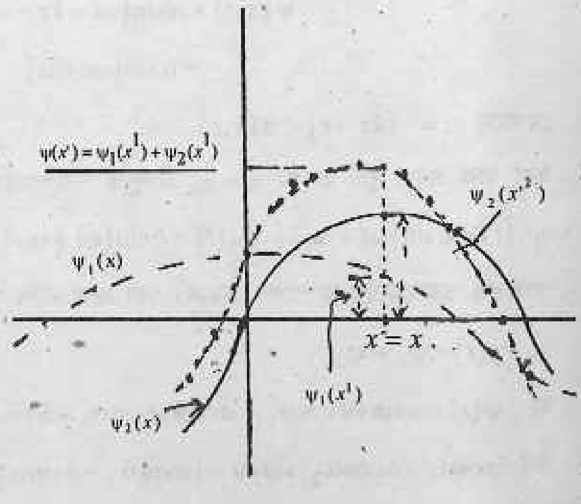
অর্থাৎ এটা প্রমাণিত হল যে সমীকরণ (1·21) এর সমাধান ψ_1, ও ψ_2 হলে, $\psi_1\pm\psi_2$-ও তার একটা সমাধান। এই সিদ্ধান্ত থেকে যা বলা যায় তা হ'ল এই যে, যেহেতু $\psi_1+\psi_2$ তরঙ্গের অবকল সমীকরণের একটি সমাধান তাই $\psi_1+\psi_2$-ও একটি তরঙ্গ অপেক্ষক, যেমন ψ_1 এবং ψ_2 তরঙ্গ অপেক্ষক। এর অর্থ হল—যদি কোনো স্থানে দুটি তরঙ্গ এসে উপস্থিত হয় অর্থাৎ পরস্পরের উপর আপতিত হয় তবে তারা পরস্পরের সঙ্গে সংযোজিত বা থেকে বিয়োজিত হয়ে একটা লব্ধি তরঙ্গ সৃষ্টি করে। কিন্তু একই স্থানে যেহেতু ψ_1 এবং ψ_2 অবকল সমীকরণ (1·21) কে সিদ্ধ করে, তাই ψ_1 ও ψ_2 যে তরঙ্গদ্বয়ের অপেক্ষক সেই তরঙ্গদ্বয়ের অস্তিত্বও বর্তমান থাকে। একেই বলে তরঙ্গের উপরিপাতের নীতি (principle of superposition of waves)। সংক্ষেপে নীতিটি এরূপ ঃ

যে অঞ্চলকে তরঙ্গগুলি অধিক্রমণ করে (overlap) সেই অঞ্চলের প্রতিটি বিন্দুতে চূড়ান্ত সরণ হবে প্রতিটি তরঙ্গের নিজ নিজ সরণ-ভেক্টর গুলির লব্ধি।

অধিক্রান্ত অঞ্চল অতিক্রম করার পর প্রতিটি তরঙ্গ নিজ নিজ বৈশিষ্ট্য নিয়ে গমন করে এবং পরস্পরের সঙ্গে তাদের পারস্পরিক ক্রিয়ার কোনো প্রভাব বর্তমান থাকে না।

উপরিপাতের ব্যাখ্যা

চিত্র-1·7-এ $\psi_1(x)$ এবং $\psi_2(x)$ দুটি তরঙ্গ পরস্পরের উপর একটি অঞ্চলে আপতিত হয়েছে। ঐ অঞ্চলের একটি বিন্দু $x=x'$. এই বিন্দুতে



চিত্র-1·7-তরঙ্গের উপরিপাত

$\psi_1(x)=\psi_1(x')\quad \psi_2(x)=\psi_2(x')$

অতএব লব্ধি তরঙ্গ $\psi(x')=\psi_1(x')+\psi_2(x')$

এই নীতির ভিত্তিতেই ব্যতিচারের ঘটনা ঘটে থাকে। কিন্তু তবুও দেখা যায় যে, যে-কোনো দুটি তরঙ্গের উপরিপাত ব্যতিচার সৃষ্টি করে না। সেজন্য আরো কিছু শর্ত আবশ্যক।

$\psi_1(x,t)$ এবং $\psi_2(x,t)$ যখন বিশেষ বিশেষ তরঙ্গ অপেক্ষক অর্থাৎ যখন অপেক্ষকগুলি নির্দিষ্টভাবে জানা তখন তাদের উপরিপাতজাত লব্ধি তরঙ্গ নির্ণয় করা যায় বিভিন্নভাবে। প্রধান তিনটি পদ্ধতি এরূপ ঃ

(i) তরঙ্গযোগের বীজগাণিতিক পদ্ধতি

(ii) তরঙ্গযোগের জটির রাশি পদ্ধতি

(iii) ঘূর্ণি ভেক্টর (phasor) যোগ পদ্ধতি

[(i) Algebraic, (ii) complex and (iii) phasor addition methods of waves].

ক্ষেত্র বিশেষে কোনো একটি পদ্ধতি অধিকতর সুবিধাজনক, সেটা বিচার করেই উপরিপাতের লব্ধি নির্ণয় করা হয়।

(i) বীজগাণিতিক পদ্ধতি

তরঙ্গের অবকল সমীকরণের একটা সমাধান হল $\psi(x,t)=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x-\mathrm{V}t)=a\sin(\omega t-kx)$

বা, $\psi(x,t)=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x-\mathrm{V}t)=a\cos(\omega t-kx)$

[1·11 (ক) সমীকরণ দেখুন।] অথবা সমীকরণ (1·12) এর অণুকরণে লেখা যায়

$$\psi(x,t)=a\sin(\omega t-kx+\varepsilon)$$
$$=a\sin(\omega t+\alpha)$$

যেখানে $\alpha=-(kx-\varepsilon)=\alpha(x,\varepsilon)$

ধরা যাক এরূপ দুটি তরঙ্গ $x=x_0$ বিন্দুতে পরস্পরের উপর আপতিত হল। তরঙ্গ দুটি ধরা যাক

$\psi_1(t)=a\sin(\omega t+\alpha_1)$; $\psi_2(t)=b\sin(\omega t+\alpha_2)$

স্পষ্টতই তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাঙ্ক সমান। ধরা যাক লব্ধি তরঙ্গ হল $\psi(t)$.

$\therefore\ \psi(t)=\psi_1+\psi_2$

বা $\psi(t)=a\sin\omega t\cos\alpha_1+a\cos\omega t\sin\alpha_1+b\sin\omega t\cos\alpha_2+b\cos\omega t\sin\alpha_2$

$=(a\cos\alpha_1+b\cos\alpha_2)\sin\omega t+(a\sin\alpha_1+b\sin\alpha_2)\cos\omega t$. লক্ষ করুন, বন্ধনীভুক্ত রাশিগুলি সময় (t) নিরপেক্ষ।

ধরা যাক $$\left.\begin{aligned} A\cos\alpha &= a\cos\alpha_1 + b\cos\alpha_2 \\ A\sin\alpha &= a\sin\alpha_1 + b\sin\alpha_2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{.........(1·22)}$$

$$\therefore\ \psi = A\cos\alpha\sin\omega t + A\sin\alpha\cos\omega t$$

বা $$\psi(t) = A\sin(\omega t + \alpha) \qquad \text{.........(1·23)}$$

যা একটি সাইন তরঙ্গ এবং এই তরঙ্গের বিস্তার A ও দশার α -অংশ সময় নিরপেক্ষ। লক্ষ করুন লব্ধি তরঙ্গের কম্পাংক আপতিত তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাংকের সমান। কিন্তু বিস্তার ও দশা কোনো আপতিত তরঙ্গের বিস্তার ও দশার সমান নয়। সমীকরণ (1·22) থেকে উভয় পক্ষকে বর্গ করে ও যোগ করে পাওয়া যায়

$$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab(\cos\alpha_1\cos\alpha_2 + \sin\alpha_1\sin\alpha_2)$$

বা, $$A^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos(\alpha_2 - \alpha_1) \qquad \text{.........(1·24)}$$

এবং $$\tan\alpha = \frac{a\sin\alpha_1 + b\sin\alpha_2}{a\cos\alpha_1 + b\cos\alpha_2} \qquad \text{.........(1·25)}$$

অতএব (1·24) এবং (1·25) থেকে লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার ও দশা নির্ণয় করা যায়।

সমীকরণ (1·25) থেকে বলা যায়, যদি $a >> b$ হয়, তবে $\alpha = \alpha_1$ এবং যদি $b >> a$ হয় তবে $\alpha = \alpha_2$. অর্থাৎ আপতিত তরঙ্গদ্বয়ের যেটি বেশি জোরালো তার দশা ও লব্ধি তরঙ্গের দশা এক হয়। সেই তরঙ্গই জোরাল বা কর্তৃত্বকারী যার বিস্তার (a বা b) বেশি।

তরঙ্গের তীব্রতা (Intensity or flux density of waves)

আলোক তরঙ্গের তীব্রতা বলতে প্রতি একক সময়ে একক ক্ষেত্র অতিক্রমকারী গড় আলোক শক্তিকে বুঝায় (average light energy per unit area per unit time)। একে বিকিরণাংক **(Irradiance)** বলে। কারণ আলোক এক বিশেষ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পাল্লার বিকিরণ শক্তি মাত্র। এই জন্য আলোর তীব্রতা বা আলোক বিকিরণাংককে I দ্বারা সূচিত করা হয়।

আলোক তরঙ্গ হল তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ (electromagnetic wave)। এই তরঙ্গের গুরুত্বপূর্ণ দুটি ধর্ম হল এই যে এই তরঙ্গ একস্থান থেকে অন্যত্র শক্তি ও ভরবেগ সঞ্চালিত করে। এটা দেখানো যায় যে প্রতি সেকেন্ডে একক ক্ষেত্র অতিক্রমকারী শক্তির পরিমাণ তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী বলা যেতে পারে

$I = A^2$, A = তরঙ্গের বিস্তার।

সমীকরণ (1·24) থেকে লেখা যায় $$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\cos(\alpha_2 - \alpha_1) \qquad \text{.........(1·26)}$$

যেখানে $a^2 = I_1 = a$ বিস্তারের তরঙ্গের বিকিরণাংক

$b^2 = I_2 = b$ বিস্তারের তরঙ্গের বিকিরণাংক

অতএব সমীকরণ (1·26) থেকে দেখা যাচ্ছে যে লব্ধি তরঙ্গের তীব্রতা বা বিকিরণাংক আপতিত তরঙ্গদ্বয়ের তীব্রতার সমষ্টিমাত্র নয়; লব্ধি তীব্রতায় আরো কিছু অতিরিক্ত অবদান আছে তৃতীয় পদ $2\sqrt{I}\sqrt{I_2}\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$ -এর

দ্বারা। দুটি তরঙ্গ যে পরস্পরের প্রতিবন্ধকতা (interfarence) করছে তা এই পদ দ্বারা প্রকাশিত হচ্ছে। একে বলা হয় ব্যতিচার পদ (Interference Term)।

লব্ধি তীব্রতার (I) মান ব্যতিচার পদের $\alpha_2 - \alpha_1$ এর মানের উপর নির্ভর করে। $\alpha_2 - \alpha_1$ হল আপতিত তরঙ্গ দ্বয়ের দশা পার্থক্য $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$. সমীকরণ (1·24) থেকে দেখা যায় যদি

$\alpha_2 - \alpha_1 = 2n\pi$ হয় যেখানে $n = 0,1,2.....$

তবে $A = a + b$

কিন্তু যদি $\alpha_2 - \alpha_1 = (2n+1)\pi$ তবে

$$A = a \sim b$$

অর্থাৎ প্রথম ক্ষেত্রে বিস্তার বৃদ্ধি পাওয়ায় লব্ধি তরঙ্গের তীব্রতা বৃদ্ধি পাবে এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বিস্তার হ্রাস পাওয়ায় তীব্রতা হ্রাস পাবে।

যখন $\alpha_2 - \alpha_1 = 2n\pi$ হয়

তখন তরঙ্গ দ্বয় সম্পর্কে বলা হয় তারা সমদশায় বর্তমান এবং এই অবস্থায় তাদের ব্যতিচারকে বলে গঠনমূলক ব্যতিচার (Constructive Interference)।

যখন $\alpha_2 - \alpha_1 = (2n+1)\pi$ হয়

তখন বলা হয় তরঙ্গদ্বয় বিপরীত দশায় বর্তমান এবং এই অবস্থার ব্যতিচারকে বলে ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার (Destructive Interference)।

● যদি আপতিত আলোক তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার পরস্পর সমান হয় অর্থাৎ $a = b$ হয় তা হলে $I_1 = I_2$, যখন তরঙ্গদ্বয় সমদশায় থাকে তখন $A = a + b = 2a$ এবং $I = 4a^2 = 4I_1 = 4I_2$

অর্থাৎ লব্ধি তরঙ্গের তীব্রতা যে-কোনো আপতিত তরঙ্গের তীব্রতার চার গুণ হয়।

●● কিন্তু যদি তরঙ্গদ্বয় বিপরীত দশায় থাকে তবে $A = a - b = 0,\ I = 0.$

অর্থাৎ এরূপ ক্ষেত্রে লব্ধি তরঙ্গের তীব্রতা হবে শূন্য। এই জন্য সমদশার ব্যতিচার গঠনমূলক এবং বিপরীত দশার ব্যতিচার হল ধ্বংসাত্মক।

আবার $\alpha = -(kx - \varepsilon)$

$$\therefore \alpha_2 - \alpha_1 = k(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) \qquad ....(1·27)$$

অর্থাৎ, দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথ পার্থক্য।

এখন, $x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{2\pi}(\alpha_2 - \alpha_1) =$ পথ পার্থক্য। ....(1·28)

সমদশার তরঙ্গের ক্ষেত্রে পথ পার্থক্য (path difference)

$$x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \times 2n\pi = n\lambda = 2n \times \frac{\lambda}{2} \qquad ....(1\cdot29)$$

$= \frac{\lambda}{2}$ এর যুগ্ম গুণিতক

বিপরীত দশার তরঙ্গের ক্ষেত্রে পথ পার্থক্য

$$x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \times (2n+1)\pi = (2n+1) \times \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} \text{ এর বিযুগ্ম গুণিতক।} \qquad ....(1\cdot30)$$

অতএব গঠনমূলক ব্যতিচার হবে যখন

$x_1 - x_2 = 0,\ \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda.......$

ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার হবে যখন $x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}.......$

(ii) তরঙ্গ যোগের জটিল রাশি পদ্ধতি (complex method of addition of waves)

তরঙ্গ সমীকরণ $\psi(t) = a\sin(\omega t + \alpha)$

জটিল রাশিতে এই সমীকরণকে লেখা হয় $\psi(t) = a\,e^{i(\omega t + \alpha)}$

$$\therefore\ \psi = \psi_1 + \psi_2 = a\,e^{i(\omega t + \alpha_1)} + b\,e^{i(\omega t + \alpha_2)}$$

$$= \left(ae^{i\alpha_1} + be^{i\alpha_2}\right)e^{i\omega t}$$

$$\therefore\ \psi = \mathrm{A}e^{i(\omega t + \alpha)} \qquad ....(1\cdot31)$$

যেখানে $\mathrm{A}e^{i\alpha} = ae^{i\alpha_1} + be^{i\alpha_2}$ ....(1·32)

$\mathrm{A}e^{i\alpha}$ কে বলে লব্ধিতরঙ্গের জটিল বিস্তার (complex amplitude)

আবার $\left(\mathrm{A}e^{i\alpha}\right)\left(\mathrm{A}e^{i\alpha}\right)^* = \left(\mathrm{A}e^{i\alpha}\right)\left(\mathrm{A}e^{-i\alpha}\right) = \mathrm{A}^2$ ....(1·33)

অতএব (1·32) এবং (1·33) থেকে $\mathrm{A}^2 = \left(ae^{i\alpha_1} + be^{i\alpha_2}\right)\left(ae^{i\alpha_1} + be^{i\alpha_2}\right)^*$

$$= \left(ae^{i\alpha_1} + be^{i\alpha_2}\right)\left(ae^{-i\alpha_1} + be^{-i\alpha_2}\right)$$

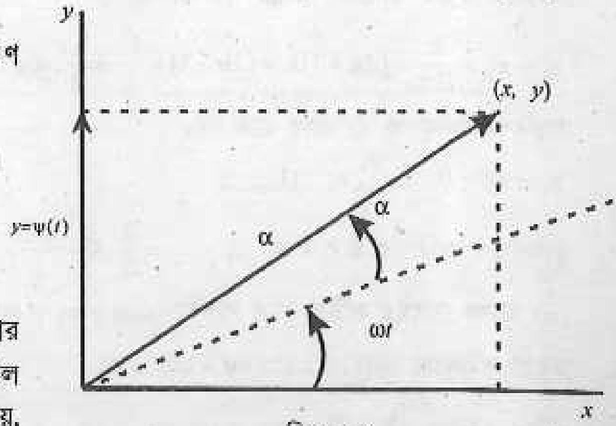
$$= a^2 + b^2 + ab\left[e^{i(\alpha_1 - \alpha_2)} + e^{-i(\alpha_1 - \alpha_2)}\right]$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab\cos(\alpha_1 - \alpha_2) \qquad ....(1\cdot34)$$

যা সমীকরণ (1·24) এর সঙ্গে অভিন্ন। অবশ্য সমীকরণ (1·32) এর ত্রিকোণমিতিক রাশিমালা থেকে বাস্তব ও কাল্পনিক রাশির সমতা দ্বারা A^2 এবং $\tan\alpha$ নির্ণয় করা যায়।

অনুশীলনী-2 : দুটি উপরিপাতিত তরঙ্গের রাশিমালা $\psi_1(t) = ae^{i(\omega t+\alpha_1)}$ এবং $\psi_2(t) = be^{i(\omega t+\alpha_2)}$ উহাদের লব্ধি নির্ণয় করুন এবং উভয় পক্ষের বাস্তব ও কাল্পনিক অংশের সমতার দ্বারা লব্ধি বিস্তার ও লব্ধি দশা নির্ণয় করুন।

(iii) তরঙ্গের ঘূর্ণি-ভেক্টর যোগ পদ্ধতি (Phasor Addition of waves) বা লেখ পদ্ধতি (Graphical Method)



চিত্র 1·8

আপনারা দেখেছেন তরঙ্গ সমীকরণ $\psi = a\sin(\omega t+\alpha)$ কে

জটিল রাশিতে লেখা যায় $\psi = ae^{i(\omega t+\alpha)}$

$$= \left(ae^{i\alpha}\right)e^{i\omega t}$$

এখানে $ae^{i\alpha}$ কে বলে তরঙ্গের জটিল বিস্তার (complex amplitude of wave)। এই জটিল বিস্তারকে, ইলেকট্রিক্যাল ইনজিনিয়ারিং এর ভাষায়, বলে ঘূর্ণি ভেক্টর বা ফেজর (phasor)। একে $a\angle\alpha$ রূপেও লেখা হয়। এই ঘূর্ণি ভেক্টরকে চিত্র-1.8-এ দেখানো হয়েছে।

জটিল বিস্তার $ae^{i\theta}$ কে লেখা যায় $ae^{i\theta} = x+iy$ $[z = x+iy$ স্মরণ করুন।]

বা $a\cos\theta + ia\sin\theta = x+iy$

$$\therefore\ x = a\cos\theta = a\cos(\omega t+\alpha)$$

$$y = a\sin\theta = a\sin(\omega t+\alpha)$$

বা $\psi(t) = a\sin(\omega t+\alpha)$

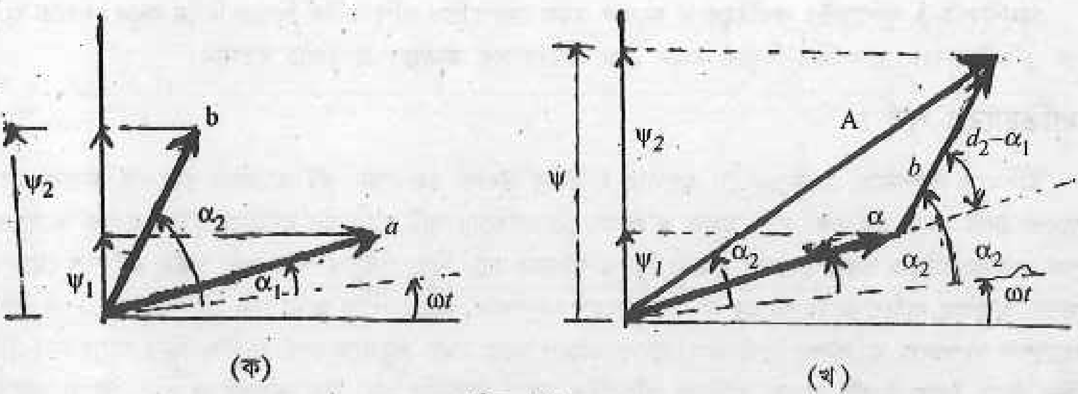
অনুরূপভাবে $\psi_1(t) = a\sin(\omega t+\alpha_1)$

এবং $\psi_2(t) = b\sin(\omega t+\alpha_2)$

তরঙ্গ দ্বয়কে চিত্র 1·9-এর অণুকরণে উপস্থাপিত করা যায়।

চিত্র-1·9 (ক)-এ জটিল বিস্তার $a\angle\alpha_1$ ও $b\angle\alpha_2$ কে উপস্থাপিত করা হয়েছে। চিত্র-1·9 (খ)-এ দুই তরঙ্গের উপরিপাত জাত তরঙ্গের জটিল বিস্তার $A\angle\alpha$ কে উপস্থাপিত করা হয়েছে। অত:পর ত্রিভুজের কোসাইন সূত্রানুযায়ী $A^2 = a^2+b^2+2ab\cos(\alpha_2-\alpha_1)$ .....(1·35)

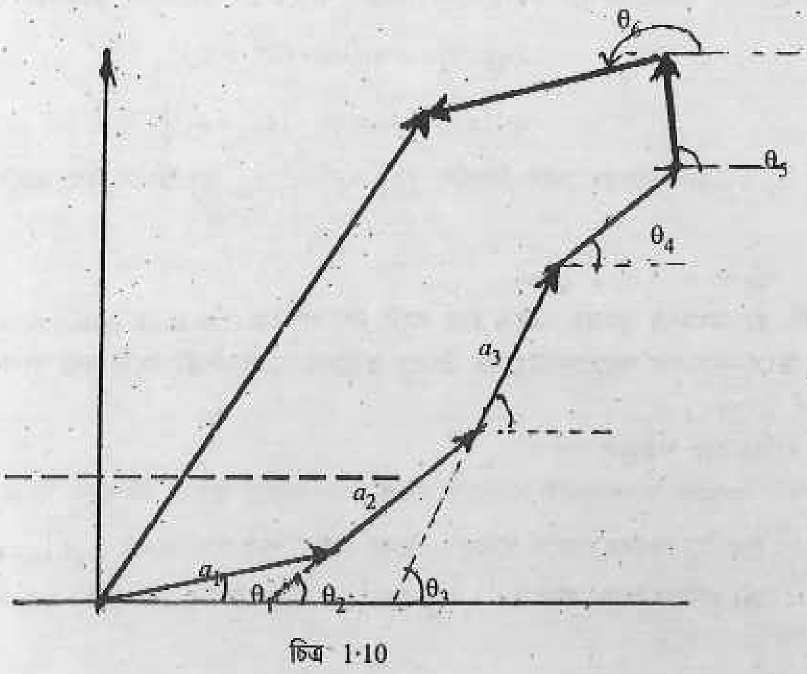
এটাই হলো সমীকরণ (1·24)। যখন $t=0$, তখন $\tan\alpha = \dfrac{a\sin\alpha_1 + b\sin\alpha_2}{a\cos\alpha_1 + b\cos\alpha_2}$ .....(1·36)



চিত্র 1·9

এটা হল সমীকরণ (1·25)।

অর্থাৎ লব্ধি তরঙ্গের জটিল বিস্তার পেতে হলে বাস্তব বা x-অক্ষের সঙ্গে $\theta_1 = \omega t + \alpha_1$ কোণে a মানের একটি ভেক্টর অংকন করতে হবে এবং তার শেষ প্রান্ত থেকে x-অক্ষের সঙ্গে $\theta_2 = \omega t + \alpha_2$ কোণে b মানের একটি ভেক্টর অংকন করে মূল বিন্দু থেকে b-এর শেষ প্রান্ত যোগ করলে জটিল বিস্তার A পাওয়া যাবে। তরঙ্গের সংখ্যা বৃদ্ধি হলে সংশ্লিষ্ট তরঙ্গের জটিল বিস্তারকে অণুরূপভাবে পর পর স্থাপন করে যেতে হবে এবং মূল বিন্দুর সঙ্গে শেষ ভেক্টরের চূড়ান্ত বিন্দু যোগ করে লব্ধি তরঙ্গের জটিল বিস্তার পাওয়া যাবে (চিত্র-1·10)



চিত্র 1·10

অনুশীলনী-3. ঘুর্ণিভেক্টর পদ্ধতিতে N সংখ্যক সরল দোলগতির লব্ধি জটিল বিস্তার নির্ণয় করুন। ধরতে হবে যে প্রতিটি সরল দোলগতির বিস্তার সমান এবং তাদের দশা সমান্তর প্রগতিতে বর্তমান।

ব্যতিচারের শর্ত ঃ

ইতিমধ্যে আপনারা জেনেছেন যে আলোর ব্যতিচার উৎপন্ন হয় যখন দুটি আলোক তরঙ্গের বিস্তার এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সমান হয় এবং গঠন মূলক ও ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার সৃষ্টি হয় যখন যথাক্রমে দুটি আলোক তরঙ্গের পথ পার্থক্য অর্ধেক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের যুগ্ম ও বিযুগ্ম গুণিতক হয়। কিন্তু পরীক্ষা করে দেখা গেছে এই শর্ত মেনেও সর্বদা আলোর ব্যতিচার উৎপন্ন হয় না। এর কারণ অনুসন্ধান করতে গিয়ে জানা যায় যে দুটি ভিন্ন উৎস জাত তরঙ্গের কম্পাংক বা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এক হলেও তাদের মধ্যে সময় সাপেক্ষে দশা পার্থক্য স্থির থাকে না। দুটি ভিন্ন উৎস থেকে নির্গত আলো অবিরত পরিবর্তিত দশায় বিকিরিত হয়। শব্দ তরঙ্গে বা অন্য কোনো যান্ত্রিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে এরূপ ঘটে না। [সমবর্তন বিষয়ে আলোচনায় এ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোকপাত করা হবে।] আলোর দুটি উৎসের দশা পরিবর্তন পরস্পর নিরপেক্ষ; আর এজন্যই বিকিরিত হওয়ার সময় তাদের দশাপার্থক্য স্থির থাকে না। এর জন্য চাই **সুসম্বন্ধ আলোক উৎস** (coherent sources)।

কাকে বলে সুসম্বন্ধ আলোক উৎস?

আপনারা জেনেছেন কোনো উৎস থেকে নির্গত আলোক যখন x দূরত্বে পৌঁছায় তখন তার সমীকরণ হয়

$$\psi(x,t) = a\sin[\omega t - (kx + \varepsilon)]$$

যেখানে ε হল উৎস থেকে নির্গত হওয়ার সময়ে [অর্থাৎ $t = 0, x = 0$] তরঙ্গের দশা। দুটি উৎস থেকে একই কম্পাংকের ও বিস্তারের দুটি তরঙ্গ যখন কোনো বিন্দুতে পৌঁছায় তখন তরঙ্গদ্বয় হবে

$$\psi_1(x,t) = a\sin[\omega t - (kx_1 + \varepsilon_1)]$$

$$\psi_2(x,t) = a\sin[\omega t - (kx_2 + \varepsilon_2)]$$

যেখানে x_1, x_2 হল উৎসদ্বয় থেকে বিন্দুটির দূরত্ব এবং $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ হল উৎসে তরঙ্গদ্বয়ের দশা। যদি এমন হয় যে

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ অথবা $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 =$ ধ্রুবক

তবে বলা হয় উৎসদ্বয় সুসম্বন্ধ। একে বলে স্থায়ী দশা সম্পর্ক (constant phase relation)। অতএব,

সুসম্বন্ধ উৎস—যে সব আলোক উৎসের উৎপন্ন তরঙ্গের মধ্যে একটি স্থায়ী দশা সম্পর্ক বর্তমান তাদের বলে সুসম্বন্ধ উৎস।

তাহলে **ব্যতিচারের শর্তগুলি হল ঃ**

(i) যে দুটি আলোক তরঙ্গ স্থায়ী ব্যতিচার নকশা গঠন করবে তাদের কম্পাংক সমান হতে হবে।

[কম্পাংকে লক্ষ্যনীয় পার্থক্য থাকলে ব্যতিচার পদের গড়মান শূন্য হবে। অর্থাৎ $2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 0$ (সমীকরণ (1·26) দ্রষ্টব্য) হবে। ফলে $I = I_1 + I_2$ হওয়ায় I শূন্য হবে না কোথায়ও। এর অর্থ, ব্যতিচার হবে না।]

(ii) তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার সমান হতে হবে। যদি সমান না হয় তবে $a-b\neq 0$. ফলে তীব্রতার হেরফের হলেও সুস্পষ্ট ব্যতিচার নক্‌শা গঠিত হবে না।

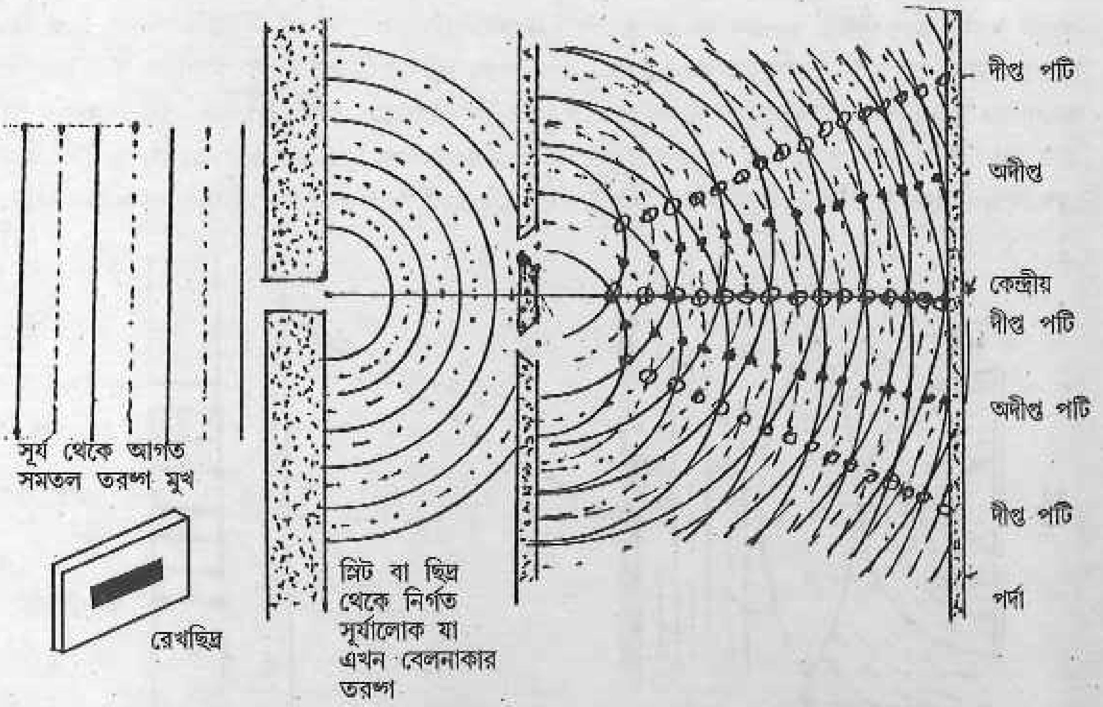
(iii) তরঙ্গদ্বয়ের উৎস হতে হবে সুসম্বন্ধ। তা না হলে সময় সাপেক্ষে দশা পার্থক্যের পরিবর্তন ঘটবে এবং ব্যতিচার নক্‌শা গঠিত হবে না। [গঠিত হলেও তার স্থায়ী কাল দৃষ্টিগ্রাহ্য কাল থেকে অনেক কম, তাই দুর্নিরীক্ষ্য।]

(iv) উৎস দ্বয় ক্ষুদ্রাকৃতির হতে হবে এবং তাদের উজ্জ্বলতা খুব বেশি হওয়া চলবে না।

[উৎস ক্ষুদ্র না হলে সুসম্বন্ধতা বজায় থাকে না। উৎস বেশি উজ্জ্বল হলে নকশার উজ্জ্বল (bright) অংশের তীব্রতায় অনুজ্জ্বল (dark) অংশের উপস্থিতি বোঝা যায় না।]

1.5.1 ইয়ং-এর পরীক্ষা ঃ ব্যতিচার নক্‌শা গঠন ঃ

আপনারা পূর্বেই জেনেছেন যে, যে-কোনো দুটি বাতি থেকে আপতিত আলোক ব্যতিচার ঘটায় না। এর কারণ এই বাতিগুলি সুসম্বন্ধ নয়। বাস্তবে দুই বা ততোধিক পরস্পর নিরপেক্ষ আলোর উৎস কে সুসম্বন্ধ করা যায় না। ব্যতিক্রম কেবল লেসার উৎস (Laser Sources)। কী ভাবে সুসম্বন্ধ উৎস পাওয়া যাবে তার প্রথম সমাধান খুঁজে পান বিজ্ঞানী টমাস ইয়ং (Thomas Young) যাঁর নামে স্থিতিস্থাপকতায় ইয়ং গুণাংকের (Young Modulus) কথা আপনারা জানেন।

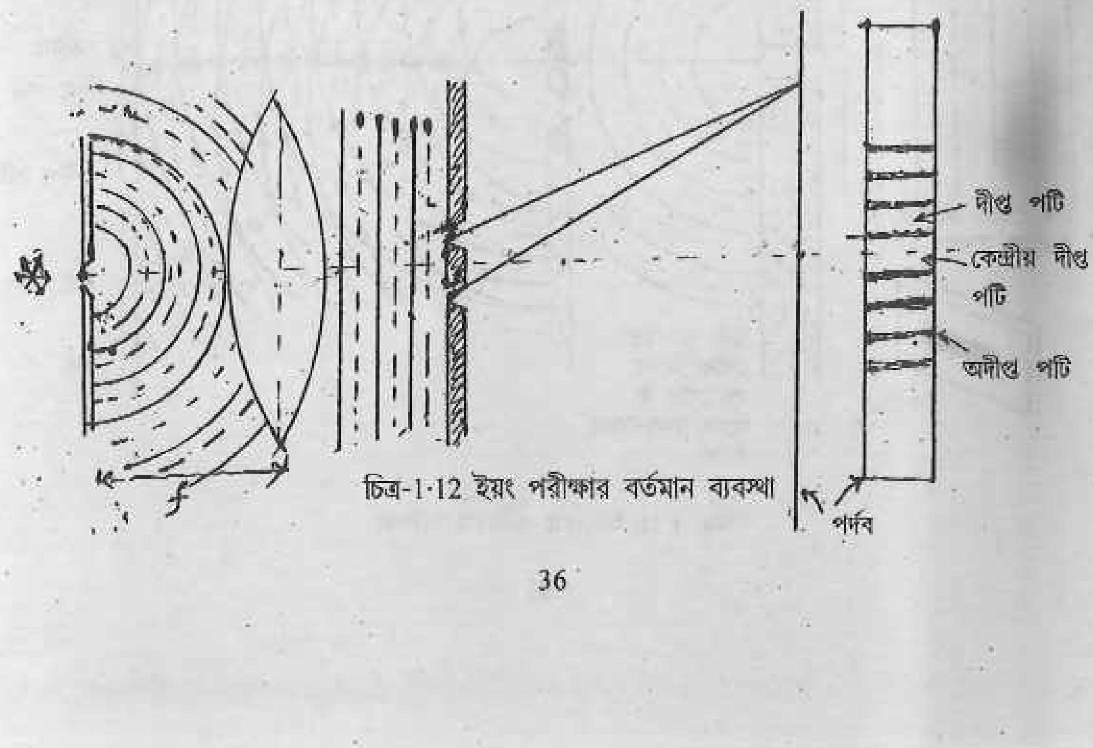


চিত্র 1·11 ইয়ং-এর ব্যতিচার পরীক্ষা

ইতালিয় বিজ্ঞানী ফ্রানসেসকো মারিয়া গ্রিমাল্‌দি (Francesco Maria Grimaldi) ইয়াং-এর পরীক্ষার প্রায় 140 বৎসর পূর্বে একই পদ্ধতিতে আলোর ব্যতিচার সৃষ্টির চেষ্টা করেছিলেন। [তিনিই প্রথম আলোর গমন পথে স্থাপিত প্রতিবন্ধকের ছায়ার মধ্যে আলোর বেঁকে প্রবেশ করার ঘটনা (diffraction) লক্ষ্য করেন। তাই তাঁর ধারণা ছিল আলো সম্ভবত তরঙ্গ।] গ্রিমাল্‌দি দেওয়ালে দুটি সন্নিকটবর্তী ছিদ্রপথে সূর্যের আলো প্রবেশ করিয়ে বিপরীত দেওয়ালে সূর্যের দুটি প্রতিকৃতিকে উপরিপাতিত করান (যেমন সূচিছিদ্র ক্যামেরায় করা হয়)। তিনি আশা করেছিলেন দীপ্ত (bright) সূর্য-প্রতিকৃতির উপরিপাতে অদীপ্ত (dark) অঞ্চল সৃষ্টি হবে। কিন্তু তেমন কিছুই ঘটে না। এর কারণ বৃহৎ সূর্যের থেকে আগত আলোকের মধ্যে কোনো সুসম্বদ্ধতা ছিল না। ইয়ং এই পরীক্ষাকে সংশোধিত করে সাফল্য পান। তাঁর এই সাফল্য পদার্থ বিজ্ঞানে এক অতীব গুরুত্বপূর্ণ অগ্রগতির সূচনা করে।

পরীক্ষা—ইয়ং দেখলেন যে যদি সূর্য রশ্মিকে একটা লম্বা সরু ছিদ্রপথে (S) গমন করানো যায় তবে ঐ ছিদ্র (slit) থেকে নির্গত আলো কেবল সূর্যের খুব ক্ষুদ্র একটা অংশ থেকে আসতে পারে। এবার এই আলোকে তিনি অপর দুটি সমান্তরাল ছিদ্রপথে (S_1, S_2) প্রেরণ করলেন (চিত্র-1.11)। এই ছিদ্রদ্বয় থেকে নির্গত আলোক একই উৎস জাত (প্রথম ছিদ্র থেকে নির্গত আলো) বলে তারা সুসম্বদ্ধ। অত:পর সম্মুখস্থ পর্দার উপর এই সুসম্বদ্ধ উপরিপাতিত আলো ব্যতিচার নকশা গঠন করে।

বর্তমানে এই পরীক্ষাকে নানাভাবে নিষ্পন্ন করা হয়। এখন সূর্যের পরিবর্তে কোনো কৃত্রিম সাদা আলোর উৎস বা লেসার উৎস ব্যবহার করা হয়। উৎসটিকে কোনো রেখছিদ্রের (linear slit) সম্মুখে স্থাপন করলে আলোকিত রেখছিদ্রকে সরু আলোক উৎস রূপে ব্যবহার করা যায়। এই রেখছিদ্রকে কোনো উত্তল লেন্সের ফোকাস তলে স্থাপন করলে লেন্স-নির্গত আলোক সমতল তরঙ্গ গঠন করে (চিত্র-1·12)। এই নির্গত আলোকে উৎস রেখ ছিদ্রের সমান্তরালে এবং পরস্পরের স্বল্প ব্যবধানে রাখা অপর দুটি রেখছিদ্রের উপর আপতিত করা হয়। এই আলোকিত যুগ্ম রেখছিদ্র হবে সুসম্বদ্ধ আলোক উৎস। এই যুগ্ম রেখছিদ্রের পশ্চাতে কোনো পর্দা স্থাপন করলে তার উপর গঠিত হবে আলোক তরঙ্গের ব্যতিচার নকশা (interference fringe or pattern) যা কিনা উৎস রেখ ছিদ্রের পরপর গঠিত দীপ্ত ও অদীপ্ত প্রতিবিম্ব (bright and dark images of the primary slit)।



চিত্র-1·12 ইয়ং পরীক্ষার বর্তমান ব্যবস্থা

মন্তব্য—চিত্র-1·11 অনুসারে আলো কণিকা হলে S থেকে SS_1 ও SS_2 পথে গমন করে পর্দার উপর দুটি প্রতিকৃতি গঠন করত। কিন্তু তার পরিবর্তে আমরা বহু সংখ্যক প্রতিকৃতি পাই। এ থেকে প্রমাণ হয় আলো কণিকার স্রোত নয়।

S_1 ও S_2 থেকে আলো পর্দার উপর উপরিপাতিত হয়ে কোথায়ও দীপ্ত ফ্রিঞ্জ আবার তার পর বা পূর্বে অদীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠন করছে। এটা তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য। অতএব আলো তরঙ্গ।

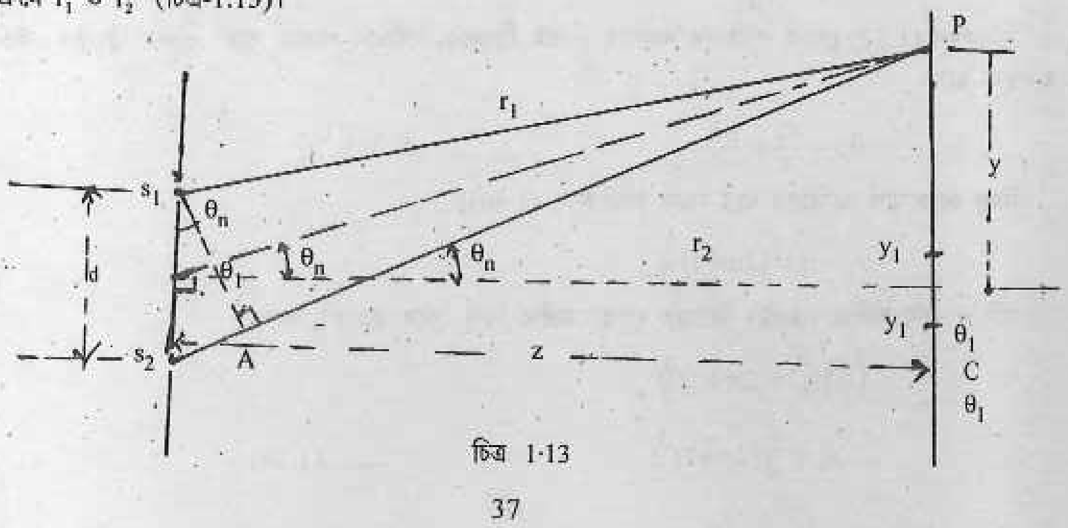
ইয়ং রৈখিক ছিদ্র (linear slit) ব্যবহার করেননি। তাই তার পরীক্ষায় আলোর তীব্রতা খুব কম ছিল এবং দীপ্ত ফ্রিঞ্জ অস্পষ্ট ছিল। তিনি, অধিকন্তু সূর্যের আলো ব্যবহার করে ছিলেন। ফলে সেই আলোতে উপস্থিত বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো নিজ নিজ ব্যতিচার নকশা গঠন করে। এজন্য λ_1-এর দীপ্ত পটি λ_2-এর অদীপ্ত পটির উপর গঠিত হওয়ায় তার ফ্রিঞ্জ গঠনে বিশৃঙ্খলা সৃষ্টি হয়। এতদ্‌সত্ত্বেও আপনারা এখন থেকে দুই শতাব্দী পূর্বে ইয়ং-এর এই যুগান্তকারী পরীক্ষাকে নিশ্চয়ই তারিফ করবেন। এই পরীক্ষার পর আলোর তরঙ্গ তত্ত্বকে একশত বৎসরের মধ্যে কোনো বিরুদ্ধতার মুখোমুখি হতে হয়নি।

1.5.2 ইয়ং-ব্যতিচারে তীব্রতার বণ্টন ঃ

ব্যতিচারের তীব্রতা বলতে বোঝায় যে-পর্দার উপর সুসম্বন্ধ উৎসদ্বয় থেকে তরঙ্গের উপরিপাত ঘটে তার উপর কোনো বিন্দুতে লব্ধি তরঙ্গের তীব্রতা। এখন যেহেতু দুটি উৎস থেকে পর্দার উপর তরঙ্গের উপরিপাত ঘটে, তাই ব্যতিচারও ঘটবে এবং অতপর অভীষ্ট বিন্দুতে হয় তরঙ্গদ্বয় সমদশায় মিলিত হয়ে দীপ্ত ফ্রিঞ্জ (bright fringe) অথবা বিপরীত দশায় মিলিত হয়ে অদীপ্ত ফ্রিঞ্জ (dark fringe) গঠন করবে। অতএব অভীষ্ট বিন্দুটি উৎসদ্বয় হতে কত দূরে অথবা অভীষ্ট বিন্দু হতে উৎসদ্বয়ের দূরত্বের পার্থক্য (path diffrence) নির্ণয় করতে হবে। তাহলে আমরা ব্যতিচার পদ $2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$-এর দশা পার্থক্য নির্ণয় করতে পারব।

পথ পার্থক্যের গণনা ঃ

ধরা যাক সুসম্বন্ধ উৎসদ্বয় S_1 ও S_2 এর মধ্যে দূরত্ব d এবং S_1 ও S_2 থেকে পর্দার উপর p বিন্দুর দূরত্ব যথাক্রমে r_1 ও r_2 (চিত্র-1.13)।



চিত্র 1·13

C বিন্দুটি S_1ও S_2 থেকে সমদূরত্বে পর্দার উপর অবস্থিত। C থেকে P বিন্দুর দূরত্ব y এবং স্লিটদ্বয়ের তল îï [illegible] z. চিত্র থেকে বলা যায় যে S_1 ও S_2 থেকে P বিন্দুর পথ পার্থক্য

$S_2A = S_2P - S_1P$

যেখানে $S_1A \perp S_2P$, এবং $S_1S_2 = d$ খুবই ক্ষুদ্র।

এখন $S_2A = S_1S_2 \, Sin\theta_n = d \, Sin\theta_n$

আবার $S_2A \approx r_2 - r_1$ কারণ স্লিটতল থেকে পর্দার দূরত্ব স্লিটদ্বয়ের দূরত্ব d থেকে অনেক বেশি। তাই $S_1P \approx AP$

$$\therefore r_2 - r_1 = d \, Sin\,\theta_n$$

কিন্তু যেহেতু $y << z$, θ_n খুবই ক্ষুদ্র এবং $Sin\,\theta_n = \theta_n$

$$\therefore r_2 - r_1 = \theta_n d$$

আবার চিত্র থেকে $\theta_n = \dfrac{y}{z}$

$$\therefore r_2 - r_1 = \frac{yd}{z} = \left(\frac{d}{z}\right)y$$

আমরা ইতিমধ্যে জেনেছি যে গঠনমূলক ব্যতিচারের জন্য

$$\text{পথ পার্থক্য} = 2n \times \frac{\lambda}{2} = n\lambda$$

[সমীকরণ (1.29) দ্রষ্টব্য]। অতএব যদি P বিন্দুতে n-তম গঠনমূলক ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ গঠিত হয় তবে

$$\text{পথ পার্থক্য} = r_2 - r_1 = n\lambda = \left(\frac{d}{z}\right)y_n$$

যেখানে কেন্দ্রীয় বা শূন্যতম ($n = 0$) ফ্রিঞ্জ থেকে P বিন্দুর বা n তম ফ্রিঞ্জের দূরত্ব $y = y_n$

$$\therefore y_n = \left(\frac{z}{d}\right)n\lambda \qquad ....(1.37)$$

সমীকরণ (1.37) থেকে ব্যতিচার নকশার n তম ফ্রিঞ্জের অবস্থান পাওয়া যায়। n তম ফ্রিঞ্জের কৌনিক অবস্থান হবে

$$\theta_n = \frac{y_n}{z} = \frac{n\lambda}{d} \qquad ....(1.38)$$

কিন্তু ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার ঘটে যখন [সমীকরণ (1.30)]

$$r_2 - r_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

যদি n -তম অদীপ্ত (dark) ফ্রিঞ্জের দূরত্ব কেন্দ্রীয় বিন্দু থেকে হয় y'_n তবে

$$\left(\frac{d}{z}\right)y'_n = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore y'_n = \frac{z}{d}(2n+1)\frac{\lambda}{2} \qquad ....(1.39)$$

ফ্রিঞ্জের বেধ (Width of a fringe)

n-তম দীপ্ত ফ্রিঞ্জ n তম ও (n+1) -তম অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের মধ্যে অবস্থিত। অতএব n -তম দীপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধ হবে $\Delta y = y'_{n+1} - y'_n$

সমীকরণ (1.39) থেকে $y'_{n+1} = \frac{z}{d}(2n+3)\frac{\lambda}{2}$

$$\therefore \Delta y = \frac{z}{d}(2n+3)\frac{\lambda}{2} - \frac{z}{d}(2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\text{বা } \therefore \Delta y = \frac{z\lambda}{d} \qquad \text{..........(1.40)}$$

সমীকরণ (1.40) থেকে দেখা যায় যে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের বেধ ফ্রিঞ্জ-সংখ্যার উপর নির্ভর করে না। কিন্তু কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জের বেধ হবে উভয় পার্শ্বের প্রথম অদীপ্ত ফ্রিঞ্জদ্বয়ের দূরত্ব। এখন প্রথম অদীপ্ত ফিঞ্জ পাওয়া যাবে যখন $n = 0$. অতএব (1.39) থেকে কেন্দ্র বিন্দুর উভয় পার্শ্বে প্রথম অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের দূরত্ব

$$y_0 = \frac{z}{d}\frac{\lambda}{2}$$ সুতরাং কেন্দ্রীয় দীপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধ হবে

$$2y_0 = \frac{z\lambda}{d} = \Delta y$$

লক্ষ্য করুন যে ফ্রিঞ্জের বেধ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। অতএব নীল আলোর স্থলে লাল আলো ব্যবহার করলে ফ্রিঞ্জবেধ (fringe width) বৃদ্ধি পাবে। আবার যদি সাদা আলোর উৎস ব্যবহৃত হয় তবে এক রঙের ফ্রিঞ্জ অন্য রঙের ফ্রিঞ্জের স্থানে অংশত ছড়িয়ে পড়বে।

তীব্রতা বন্টন

সমীকরণ (1.26) থেকে আপনারা জানেন যে দুটি উপরিপাতিত তরঙ্গের লব্ধি-তীব্রতা বা বিকিরণাংক

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\, Cos\, \delta$$

যেখানে I_1 ও I_2 হলো দুটি উৎসের জন্য P বিন্দুতে তীব্রতা এবং $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$ = তরঙ্গদ্বয়ের দশা পার্থক্য, যেহেতু এখানে উৎসদ্বয় পরস্পর থেকে প্রায় অভিন্ন, তাই $I_1 = I_2 = I_0$

$$\therefore I = 2\, I_0(1 + \cos\delta) \qquad \text{বা } I = 4I_0 \,Cos^2 \frac{\delta}{2} \qquad \text{..........(1.41)}$$

যেহেতু $Cos^2 \frac{\delta}{2}$ এর মান সর্বনিম্ন হবে শূন্য এবং সর্বোচ্চ 1 তাই $I_{অবম} = 0$ এবং $I_{চরম} = 4\, I_0$

আবার দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথ পার্থক্য

$$\therefore \delta = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$\therefore I = 4I_0 \,Cos^2 \frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

কিন্তু $r_2 - r_1 = \left(\frac{d}{z}\right)y$

$$\therefore I = 4I_0 Cos^2 \frac{\pi y d}{\lambda z} \qquad \text{..........(1.42)}$$

লক্ষ করা যায় যে যখন $y = m\frac{\lambda z}{d}$, $m = 0, \pm 1, \pm 2$ ....

তখন $\frac{\pi yd}{\lambda z} = m\pi$ এবং $\text{Cos}^2 m\pi = 1$

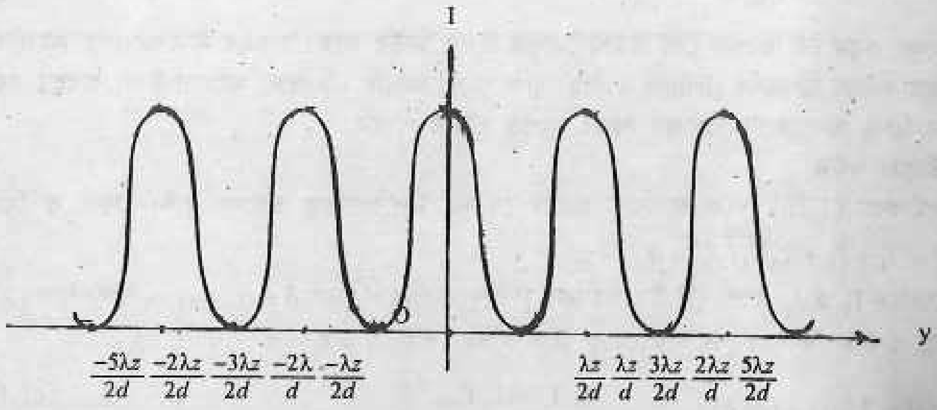
অর্থাৎ $I = 4I_0$, যখন $y = 0, \pm\frac{\lambda z}{d}, \pm\frac{2\lambda z}{d}$..........

কিন্তু যখন $y = (2m \pm 1)\frac{\lambda z}{2d}$, $m = 0 \pm 1, \pm 2$ ....

তখন $\frac{\pi yd}{\lambda z} = (2m \pm 1)\frac{\pi}{2}$ এবং $Cos^2(2m \pm 1)\frac{\pi}{2} = 0$

অর্থাৎ $I = 0$, যখন $y = \pm\frac{\lambda z}{2d}, \pm\frac{3\lambda z}{2d}$........

এই আলোচনা থেকে $I - y$ লেখ অংকন করা যায় যা পর্দার কেন্দ্রীয় বিন্দু থেকে তীব্রতার বন্টনকে উপস্থাপিত করে (চিত্র 1.14)।



চিত্র 1.14 -ইয়ং ব্যতিচারের তীব্রতা

চিত্র 1.14 থেকে বা সমীকরণ (1.40) থেকে দেখা যাচ্ছে যে দুই স্লিটের দূরত্ব (d) বৃদ্ধি পেলে অথবা স্লিটতল থেকে পর্দার দূরত্ব (z) হ্রাস পেলে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জের বেধ হ্রাস পায়। অতএব ব্যতিচার ফ্রিঞ্জকে দৃষ্টিগ্রাহ্য করতে হলে স্লিটদ্বয়ের দূরত্ব খুব কম হতে হবে এবং পর্দার দূরত্ব যথেষ্ট বেশি হতে হবে।

মন্তব্য : এখানে দীপ্ত ফ্রিঞ্জবেধ নির্ণয় করা হয়েছে এমন ভাবে যেন অদীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠিত হয়েছে একটি বেধহীন রেখায় (চিত্র 1.15a)। (n+1) তম ও n -তম দীপ্তফ্রিঞ্জের অবস্থান সমীকরণ (1.37) থেকে

$$y_{n+1} = \frac{z}{d}(n+1)\lambda$$

$$y_n = \left(\frac{z}{d}\right)n\lambda$$

অদীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে এই দুই দীপ্ত ফ্রিঞ্জের মাঝখানে। অতএব অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধ

$$\Delta y' = y_{n+1} - y_n = \frac{z\lambda}{d} = \Delta y$$

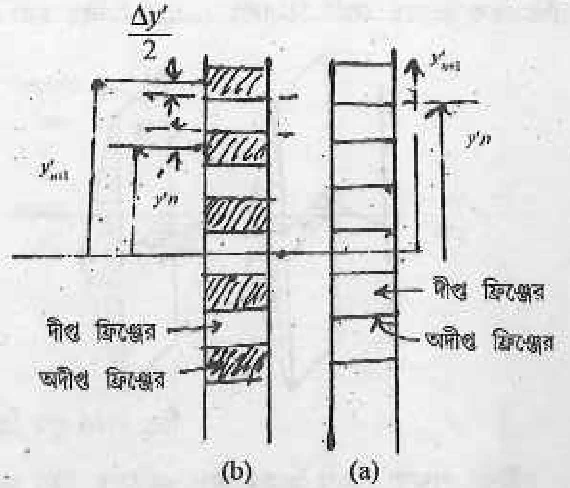
অর্থাৎ দীপ্ত ও অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধ সমান। অতএব দীপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধ পর পর দুটি অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের অবস্থানের ব্যবধান থেকে পাওয়া যায় না। চিত্র 1.15 (b) থেকে

$$y'_{n+1} - y'_n = \Delta y + 2 \times \frac{4y^1}{2} = \Delta y + \Delta y^1 = 2\Delta y$$

$$\therefore 2\Delta y = \frac{z}{d}(2n+3)\frac{\lambda}{2} - \frac{z}{d}(2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$= \frac{z\lambda}{d}$$

$$\therefore \Delta y = \frac{z\lambda}{2d}$$



চিত্র 1·15

যা সমীকরণ (1.40) প্রদত্ত বেধের অর্ধেক।

আসলে ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধ হয় রৈখিক। পর্দার দূরত্ব অধিক হওয়ায় এবং z >> a হওয়ায় দুটি স্লিট কার্যত একটি স্লিটে পরিণত হয় এবং পর্দার উপর ব্যাতিচার ফ্রিঞ্জ নয়, ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ গঠিত হয়। সেইজন্য সমীকরণ (1.40) গ্রহনযোগ্য।]

অনুশীলনী 4. দুটি সরু অনুভূমিক স্লিটের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.02 মিমি. 632.8 nm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুভূমিক রশ্মিগুচ্ছ স্লিটদ্বয়ের উপর আপতিত হলে 1.00 মিটার দূরের সাদা পর্দায় ব্যতিচার নকশা গঠিত হয়। মধ্যরেখার উভয় পার্শ্বে কত দূরে প্রথম ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে?

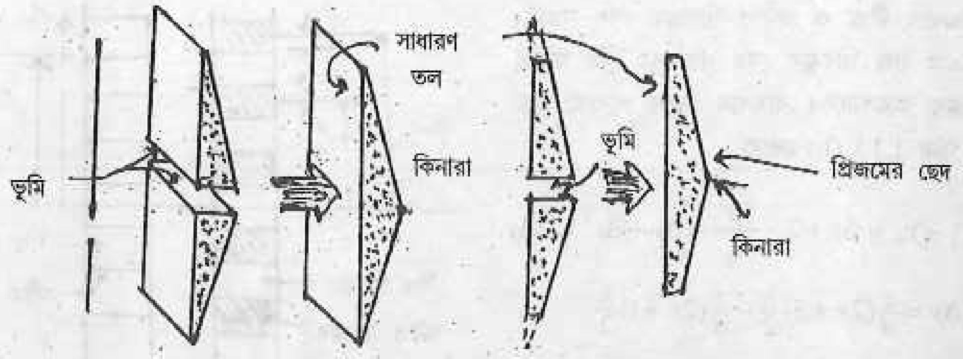
অনুশীলনী 5. ইয়ং -এর পরীক্ষা সাদা আলোর ব্যতিচার নকশায় দ্বিতীয় ক্রমের বেগুনি আলোর ফ্রিঞ্জের উপর প্রথম ক্রমের লাল আলোর ফ্রিঞ্জ গঠিত হয়। লাল আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 780 nm হলে বেগুনি আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত?

1.5.3 যুগ্ম প্রিজম দ্বারা ব্যতিচার গঠন ঃ

ইয়ং-পরীক্ষায় কার্যত একটি উৎস থেকে উৎপন্ন তরঙ্গের তরঙ্গমুখকে দুটি ভাগে দুটি স্লিটের মধ্য দিয়ে প্রেরণ করা হয়েছে। আর এই বিভাজিত তরঙ্গমুখ থেকে হাইগেনস্-এর পদ্ধতিতে তরঙ্গ অগ্রসর হয়ে পরস্পরের উপর আপতিত হয়ে ব্যতিচার গঠন করেছে। এক বলা হয় তরঙ্গমুখ বিভাজন পদ্ধতিতে ব্যতিচার গঠন (Interferance by division of wave front)।

তরঙ্গমুখ বিভাজন দ্বারা ব্যতিচার গঠনের অন্য একটি উৎকৃষ্ট উদাহরণ হল ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম পদ্ধতি। যুগ্ম প্রিজম (biprism বা double prism) হল দুটি ক্ষুদ্র কোণের প্রিজমের ভূমিদ্বয় পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত করে

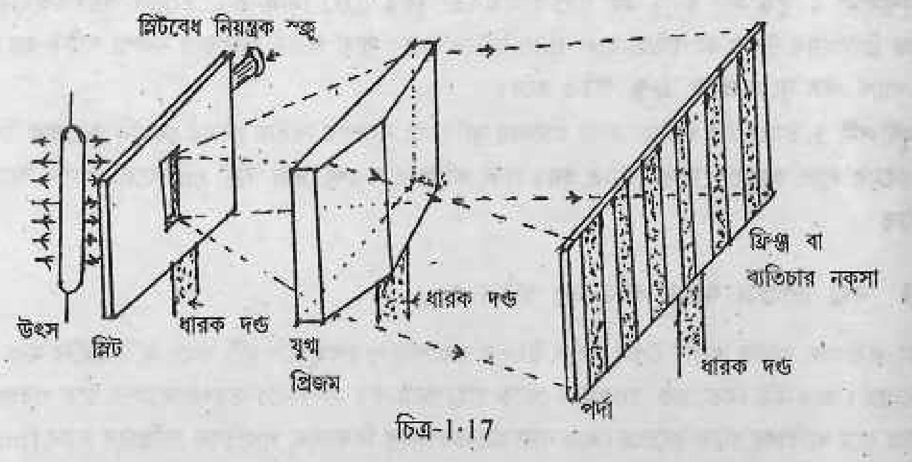
গঠিত প্রিজম (চিত্র 1.16)। ক্ষুদ্রকোণের প্রিজমকে আবার পাতলা প্রিজমও (Thin Prism) বলে। ভূমিদ্বয় মিলিত হলে একদিকের প্রতিসারক তলদুটি সাধারণ তল (common plane surface) গঠন করে এবং অপর দিকের প্রতিসারক তলদ্বয় একটি কিনারায় (edge) মিলিত হয়। যাকে বলা যায় যুগ্ম কিনারা (joint edge).



চিত্র 1.16 যুগ্ম প্রিজম গঠন

পরীক্ষা ব্যবস্থা - যুগ্ম প্রিজম দ্বারা ব্যতিচার গঠন করার পরীক্ষা ব্যবস্থায় দরকার হয় একটি বেঞ্চ যার উপর দিয়ে স্লিট, প্রিজম ও লেন্স এবং মাইক্রোমিটার নেত্রলেন্স ব্যবস্থার ধারক দন্ডগুলি মসৃণভাবে স্থানান্তরিত হতে পারে। একে বলে Optical Bench. এই বেঞ্চের দৈর্ঘ্যবরাবর একটি স্কেল যুক্ত থাকে যাতে ধারকদণ্ড তথা স্লিট প্রভৃতির অবস্থান পরিমাপ করা যায়।

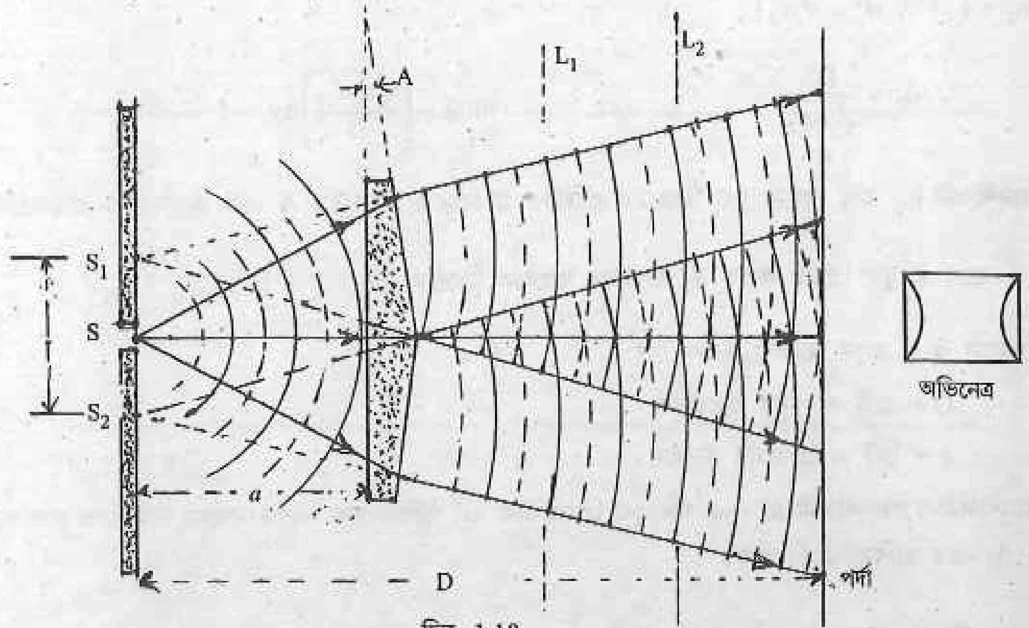
প্রিজমটির যুগ্ম কিনারা উল্লম্বভাবে স্থাপিত করা হয়। স্লিটের দৈর্ঘ্যও উল্লম্ব অর্থাৎ যুগ্ম কিনারায় সমান্তরাল ভাবে স্থাপন করা হয়। স্লিটের বেধ পরিবর্তন যোগ্য যাতে উৎস থেকে স্লিট অতিক্রমকারী আলোর পরিমাণ বা তীব্রতা নিয়ন্ত্রণ করা যায় (চিত্র 1·17)



চিত্র-1·17

স্লিট থেকে নির্গত আলো প্রিজম কর্তৃক প্রতিসৃত হয় দুটি তরঙ্গমুখ রূপে (চিত্র 1·18), যদিও স্লিট থেকে আগত আলোর একটিই তরঙ্গমুখ। প্রতিসৃত তরঙ্গমুখ দ্বয় যেহেতু একটি অভিন্ন তরঙ্গমুখ থেকে উৎপন্ন হয় তাই তারা হবে সুসম্বন্ধ তরঙ্গমুখ, অর্থাৎ এই তরঙ্গমুখদ্বয় থেকে নির্গত তরঙ্গদ্বয়ের দশা পার্থক্য হবে সময় নিরপেক্ষ।

এই প্রতিসৃত সুসম্বন্ধ তরঙ্গদ্বয় পরস্পরের উপর উপরিপাতিত হয় এবং ব্যতিচার সৃষ্টি হয়। উপরিপাতিত অঞ্চলে কোনো পর্দা যুগ্ম প্রিজমের সাধারণ প্রতিসারক তলের (Common refracting surface) সমান্তরালে স্থাপন করলে তার উপর স্লিটের সমান্তরালে দীপ্ত ও অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের সমাবেশ দৃশ্যমান হয় (চিত্র-1·17)। বাস্তব ক্ষেত্রে পর্দার পরিবর্তে একটি মাইক্রোমিটার যুক্ত অভিনেত্র লেন্স ব্যবস্থা (eye piece) ব্যবহার করা হয়।



চিত্র 1·18

প্রকৃতপক্ষে এই অভিনেত্র লেন্স হল র‍্যামসডেনের অভিনেত্র (Ramsden's Eyepiece)। চিত্র-1·18-এ অভিনেত্রকে পর্দার বিকল্প হিসেবে বিবেচনা করতে হবে।

যুগ্ম প্রিজম্ দ্বারা একবর্ণী আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সহজে নির্ণয় করা যায়। মাইক্রোমিটার যুক্ত অভিনেত্রের সাহায্যে যুগ্ম প্রিজম্ দ্বারা উৎপন্ন ফ্রিঞ্জের বেধ পরিমাপ করা হয়। যেহেতু এই ফ্রিঞ্জ আপাত দৃষ্টিতে দুটি উৎস S_1 ও S_2 থেকে আগত আলোক তরঙ্গ দ্বার সৃষ্ট, তাই ইয়ং-এর পরীক্ষার ফ্রিঞ্জ বেধ সম্পর্কিত রাশিমালা এ ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অতএব সমীকরণ (1·40) থেকে লেখা যায় ফ্রিঞ্জবেধ $\Delta y = \frac{D\lambda}{d}$ ....(1·43)

যেখানে D = উৎস ও পর্দা বা অভিনেত্রের দূরত্ব,

d = প্রিজম কর্তৃক উৎস S-এর প্রতিবিম্বদ্বয় S_1 ও S_2 এর মধ্যবর্তী দূরত্ব

λ = ব্যবহৃত একবর্ণী আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

এখন যদি প্রিজম ও পর্দার মধ্যে উপযুক্ত ফোকাস দৈর্ঘ্যের (f) $[D \geq 4f]$ উত্তল লেন্স বসান হয় তবে পর্দার উপর লেন্সের দুই অবস্থানের (L_1 এবং L_2) জন্য (S_1,S_2)-এর দুই জোড়া প্রতিবিম্ব গঠিত হয়। যদি এই দুই অবস্থানে S_1 ও S_2 এর প্রতিবিম্বদ্বয়ের মধ্যে ব্যবধান হয় যথাক্রমে d_1 ও d_2 তবে দেখানো যায় যে

$$d = \sqrt{d_1 d_2}$$

[বিবর্ধন $m_1 = \frac{d_1}{d}$ এবং $m_2 = \frac{d_2}{d}$. অতএব $m_1 m_2 = \frac{d_1 d_2}{d^2}$ কিন্তু এরূপ ক্ষেত্রে $m_2 = \frac{1}{m_1}$ হয়, তাই $m_1 m_2 = 1$ এবং $d^2 = d_1 d_2$]

$$\therefore \Delta y = \frac{D\lambda}{\sqrt{d_1 d_2}} \qquad \text{বা } \lambda = \left(\frac{\sqrt{d_1 d_2}}{D}\right)\Delta y$$

অনুশীলনী-6. যদি কোনো যুগ্ম প্রিজমের প্রতিটির প্রতিসারক কোণ হয় A এবং উপাদানের প্রতিসরাংক হয় μ তবে ঐ যুগ্ম প্রিজম কর্তৃক উৎপন্ন হলুদ আলোর ফ্রিঞ্জের বেধ হবে $\Delta y = \frac{D\lambda}{2a(\mu - 1)A}$

যেখানে λ = হলুদ আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

D = স্লিট ও পর্দার ব্যবধান।

a = স্লিট ও প্রিজমের ব্যবধান।

অনুশীলনী-7. অনুশীলনী-6. —এ যদি যুগ্ম প্রিজমটিকে μ' প্রতিসরাংক বিশিষ্ট মাধ্যমে নিমজ্জিত রাখা হয় তবে Δy-এর রাশিমালা কী হবে?

1.5.4 নিউটন-এর বলয় গঠন পরীক্ষা ঃ

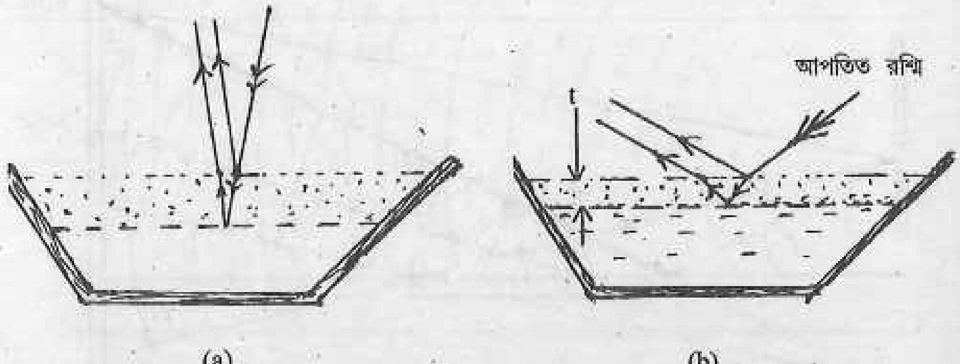
এ পর্যন্ত ব্যতিচার সম্পর্কে যে কয়টি পরীক্ষার কথা আপনারা জেনেছেন সেসব ক্ষেত্রে ব্যতিচার ঘটানর জন্য সুসম্বন্ধ উৎস তৈরি করতে কোনো একক উৎসের তরঙ্গমুখের বিভাজন (division of wavefront) ঘটিয়ে তা করা হয়েছে। মনে করে দেখুন, সূর্যের থেকে আগত তরঙ্গমুখকে দুটি স্লিটের মধ্য দিয়ে প্রেরণ করে ইয়ং তরঙ্গমুখের বিভাজন ঘটিয়েছেন। এই বিভাজিত তরঙ্গমুখ বা আলোকিত স্লিটদ্বয় হল সুসম্বন্ধ উৎস। তেমনি যুগ্ম প্রিজমের ক্ষেত্রে একটি উৎস থেকে আগত তরঙ্গকে যুগ্ম প্রিজমের দুই অংশের মধ্য দিয়ে প্রতিসরণ ঘটিয়ে তরঙ্গমুখের বিভাজন ঘটানো হয়েছে। এর ফলে মনে হচ্ছে যে বিভাজিত তরঙ্গদ্বয় দুটি উৎস থেকে অপসৃত হচ্ছে। ঐ দুটি উৎস কার্যত প্রিজম কর্তৃক উৎপন্ন আলোকিত স্লিটের অসদ্‌বিম্ব।

কিন্তু নিউটন-এর বলয় সৃষ্টি হয় যে ধরনের ব্যতিচার দ্বারা তা সম্পূর্ণ পৃথক শ্রেণির। এই ব্যতিচারকে বলে বিস্তার বিভাজন দ্বারা ব্যতিচার (Interference by Division of Amplitude)। কাকে বলে বিস্তার বিভাজন? আপনারা দেখেছেন, আপতিত আলো অপেক্ষা প্রতিফলিত আলোর তীব্রতা কম। এটা ঘটে এই জন্য যে কোনো বিভেদ তলে আলো আপতিত হওয়ার পর তার একটা অংশ দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রতিসৃত হয় এবং অপর অংশ বিভেদ তলে প্রতিফলিত হয়। তাই বলা যায় আপতিত আলোক শক্তির কিছুটা দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রবেশ করায় প্রতিফলিত আলোর শক্তি হ্রাস পায়। শক্তি কম হওয়ায় তীব্রতা হ্রাস পায়। আলো বা যে-কোনো তরঙ্গের তীব্রতা

তার বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী। একথা আপনারা পূর্বেই জেনেছেন। অতএব প্রতিফলনে শক্তির বা তীব্রতার যে বিভাজন সেটা তরঙ্গের বিস্তার বিভাজনের সমতুল্য।

কীরূপে বিস্তার বিভাজনের দ্বারা ব্যতিচার সৃষ্টি হয়?

আপনারা জেনেছেন প্রতিফলনের ও একই সঙ্গে প্রতিসরণের জন্য বিস্তার বিভাজন হয়। এই দুটি রশ্মিগুচ্ছ যেহেতু একই রশ্মিগুচ্ছ থেকে পাওয়া গেছে তাই তারা সুসম্বদ্ধ। অতএব প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত রশ্মির বা তরঙ্গের উপরিপাত ঘটাতে পারলে ব্যতিচার সৃষ্টি হবে। চিত্র-1·19 এ জলের উপর একটি পাতলা তৈল স্তর



চিত্র-1·19

ভাসমান যার উপর আপতিত রশ্মি প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত হচ্ছে। কিন্তু প্রতিসৃত রশ্মি জল তলে পুনরায় প্রতিফলিত হয়ে এবং তৈল তলে প্রতিসৃত হয়ে নির্গত হচ্ছে। যদি তৈল স্তর খুব পাতলা হয় অথবা যদি আপতন অভিলম্ব হয় তবে নির্গত প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত রশ্মিদ্বয় পরস্পরের সঙ্গে উপরিপাতিত হয় (চিত্র-1·19 (b))। ফলে তারা ব্যতিচার সৃষ্টি করে। বর্ষাকালে রাস্তায় জমা জলের উপর পাতলা তৈলস্তরকে রঙিন দেখায় এই ব্যতিচারের জন্য। সাবানের বুদ্বুদে সূর্যালোক পড়লে যে বর্ণালী দেখা যায় তাও বিস্তার বিভাজন দ্বারা উৎপন্ন ব্যতিচার নকশা।

বিস্তার বিভাজন দ্বারা ব্যতিচার সৃষ্টির ক্ষেত্রে দুটি শর্ত আছে : (i) বিস্তার বিভাজন জাত তরঙ্গদ্বয়ের তীব্রতার পার্থক্য নগণ্য হওয়া আবশ্যক।

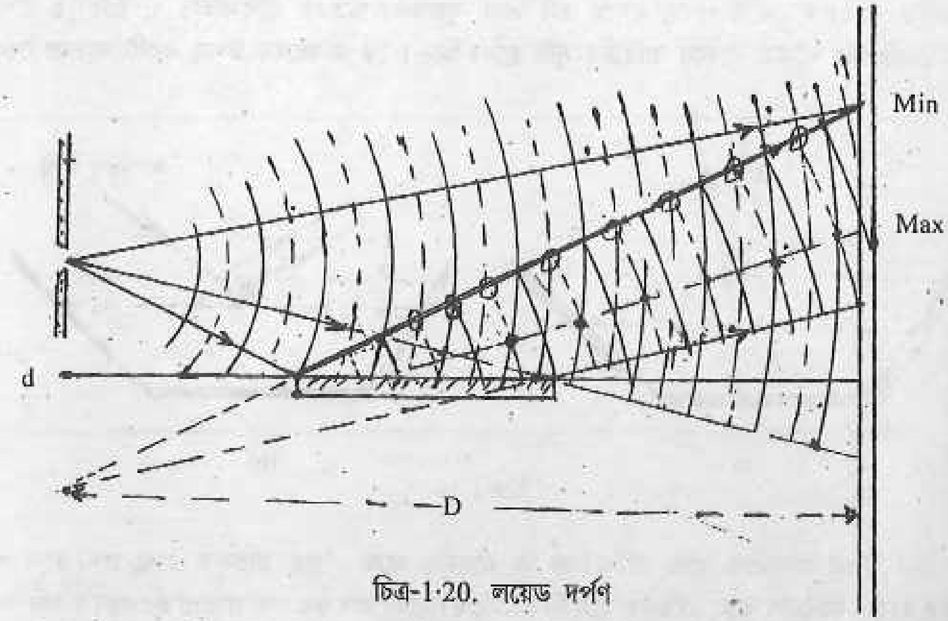
(2) দুই বিভাজিত তরঙ্গের মধ্যে যে পথ পার্থক্য সৃষ্টি হবে তার মান সুসম্বদ্ধ দৈর্ঘ্য (coherent length) অপেক্ষা কম হতে হবে।

এই সুসম্বদ্ধ দৈর্ঘ্য আসলে বর্ণালির কোনো রেখার বেধ অর্থাৎ কম্পাংক বেধ (frequency width বা spectral width)। অর্থাৎ যদি কোনো বর্ণালী রেখার কম্পাংক পাল্লা γ থেকে $\gamma + \Delta\gamma$ হয় তবে যেসব তরঙ্গের কম্পাংক γ থেকে $\gamma + \Delta\gamma$ এর মধ্যে থাকবে তারা sine তরঙ্গ রূপে আচরণ করে এবং তাদের দশা সম্পর্ক স্থির থাকে। ফলে তরঙ্গের দশা পরবর্তী পর্যায়ে কী হবে তা জানা যায়।

বিস্তার বিভাজনে ব্যতিচারের দীপ্ত ও অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের অবস্থান নির্ণয় করতে দুই তরঙ্গের দশা পার্থক্য নির্ণয় কেবলমাত্র পথ পার্থক্য দ্বারা সম্ভব নয়। কারণ প্রতিফলনেও তরঙ্গের দশা পার্থক্য সৃষ্টি হয়।

প্রতিফলনে দশার পরিবর্তন ঃ

তরঙ্গমুখ বিভাজন দ্বারা ব্যতিচার সৃষ্টির একটা অন্যতম পরীক্ষা হল লয়েড-এর দর্পণ (loyd's Missor) দ্বারা ব্যতিচার সৃষ্টি (চিত্র-1·20)। চিত্র দেখা যাচ্ছে যে তরঙ্গমুখের একটা অংশ প্রতিফলিত হয়ে অপর অংশের



চিত্র-1·20. লয়েড দর্পণ

উপর উপরিপাতিত হয় এবং ব্যতিচার সৃষ্টি করে। অতএব এই পরীক্ষাও তরঙ্গমুখ বিভাজন দ্বারা ব্যতিচার উৎপাদন পদ্ধতি। কিন্তু এখানে দুই তরঙ্গ বিপরীত দশায় থেকে দীপ্ত ও সমদশায় থেকে অদীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠন করছে। এটা তত্ত্বানুসারে হতে পারে না। বিজ্ঞানী স্টোকস তাত্ত্বিক আলোচনা থেকে দেখান যে বিভেদ তলের উভয় পার্শ্বে প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে π দশা পার্থক্য সৃষ্টি হয়। পরীক্ষা থেকে জানা যায় আলোর সাপেক্ষে ঘনতর (Optically denser) মাধ্যম-তলে প্রতিফলিত রশ্মির π দশা পরিবর্তন ঘটে। এই জন্য পথ পার্থক্য জনিত দশা পার্থক্যের সঙ্গে অতিরিক্ত π দশা পার্থক্য যোগ বা বিয়োগ করে মোট দশা পার্থক্য পাওয়া যায়।

$\therefore$ আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গ দ্বয়ের

দশা পার্থক্য = তরঙ্গদ্বয়ের আলোকীয় পথ পার্থক্য $\times \dfrac{2\pi}{\lambda} \pm \pi = \delta$

অতএব কার্যকরী পথ পার্থক্য $\Delta = \dfrac{\lambda}{2\pi}\delta = \dfrac{\lambda}{2\pi}\left[\mu(r_2 - r_1)\dfrac{2\pi}{\lambda} \pm \pi\right]$

যেখানে $\mu(r_2 - r_1)$ = তরঙ্গদ্বয়ের আলোকীয় পথ পার্থক্য।

$$\therefore\ \Delta = \mu(r_2 - r_1) \pm \frac{\lambda}{2} \qquad ....(1\cdot44)$$

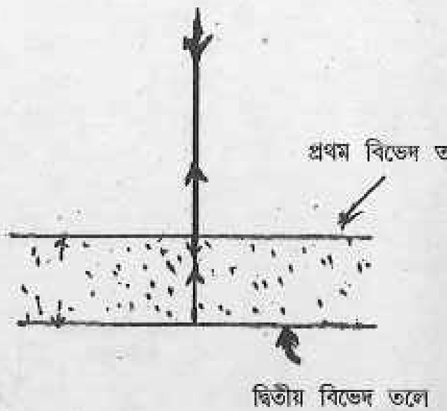
বিস্তার বিভাজনে ব্যতিচার শর্ত ঃ

ধরা যাক একটি পাতলা ঝিল্লি (Thin film) যার বেধ t এবং প্রতিসরাংক μ (চিত্র-1·21)। এর উপর লম্বভাবে λ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো আপতিত হল। এই আপতিত তরঙ্গের একটি অংশ 1 প্রথম বিভেদ তলে প্রতিফলিত হবে। অপর অংশ 2 প্রতিসৃত হয়ে ঝিল্লির মধ্যে প্রবেশ করবে এবং দ্বিতীয় বিভেদ তল থেকে প্রতিফলিত হবে।অতএব প্রতিফলিত রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে আলোকীয় পথ পার্থক্য হবে $\Delta' = 2\mu t$

এবং সংশ্লিষ্ট দশা পার্থক্য $\delta' = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times \Delta' = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times 2\mu t$

অতএব কার্যকরী দশা পার্থক্য $\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times 2\mu t \pm \pi$

বা $\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times 2\mu t - \pi$



চিত্র 1·21

যেহেতু $\pm$ চিহ্ন পার্থক্যের ক্ষেত্রে যে-কোনোটি গ্রহণ যোগ্য। সুবিধার্থে ঋণাত্মক চিহ্ন গ্রহণ করা হল। অতএব কার্যকরী পথ পার্থক্য

$$\Delta = \frac{\lambda}{2\pi} \times \delta = 2\mu t - \frac{\lambda}{2}$$

এখন $\Delta = 2m \times \dfrac{\lambda}{2}$ $(m = 0, 1, 2.....)$ হলে

চরম বা গঠন মূলক ব্যতিচার এবং $\Delta = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$ হলে অবম বা ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার সৃষ্টি হয়।

অতএব $2\mu t - \dfrac{\lambda}{2} = 2m \times \dfrac{\lambda}{2}$ বা $t = \left(2m + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{2\mu}$, $m = 0, 1, 2....$ .....(1·45)

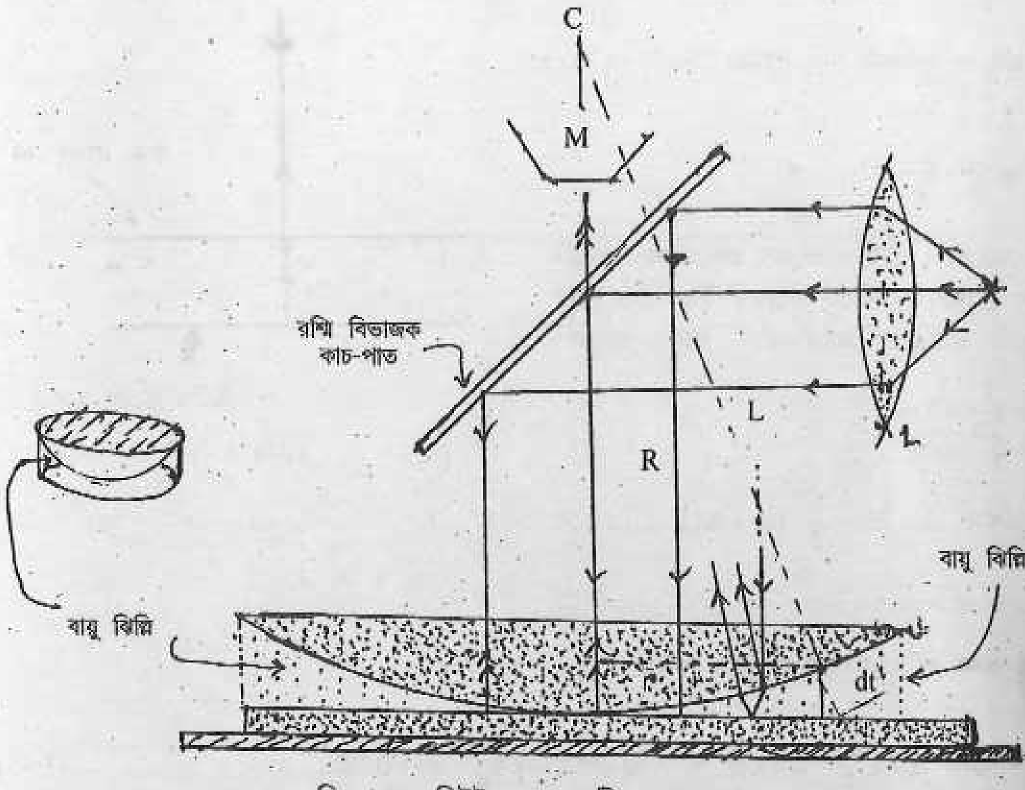
হল চরম ব্যতিচারের শর্ত বা দীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠন শর্ত।

আবার $2\mu t - \dfrac{\lambda}{2} = (2m-1)\dfrac{\lambda}{2}$ বা $t = 2m \times \dfrac{\lambda}{4\mu}$, $m = 1, 2, 3.....$ .....(1·46)

হল অদীপ্ত বা অবম ব্যতিচার শর্ত। ঝিল্লি বায়ু মাধ্যম দ্বারা গঠিত হলে $\mu = 1$.

নিউটন-এর বলয় পরীক্ষা ঃ

চিত্র 1·22-এ নিউটন-এর বলয় ব্যতিচার গঠনের পরীক্ষা মূলক ব্যবস্থাটি প্রদর্শিত হয়েছে। একটি মসৃণ কাচের পাতের উপর একটি দীর্ঘ বক্রতা ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট উত্তল লেন্স বা সমতলোত্তল লেন্সের বক্রতল স্থাপন করা হয়। এভাবে বসালে কাচের পাত এবং লেন্সের বক্র তলের মধ্যে যে বায়ুমাধ্যম ধরা পড়ে তা একটি বায়ু ঝিল্লি গঠন করে। এই ঝিল্লিটি বেলনাকার যার উচ্চতা অক্ষের দিকে ক্রমাগত হ্রাস পেয়ে অক্ষে এসে শূন্য হয়। অতএব ঝিল্লিটির একই বেধের সঞ্চার পথটি হবে একটি বৃত্ত। তাই এই বেধটি যদি ব্যতিচার শর্তের দীপ্ত ফ্রিঞ্জ শর্ত সমীকরণ (1·45) সিদ্ধ করে তবে ফ্রিঞ্জটি হবে একটি দীপ্ত বৃত্ত। অপর পক্ষে যদি বেধটি অদীপ্ত ফ্রিঞ্জ শর্ত সমীকরণ (1·46) সিদ্ধ করে তবে ফ্রিঞ্জটি হবে একটি অদীপ্ত বৃত্ত।



চিত্র-1·22. নিউটন বলয় পরীক্ষা ব্যবস্থা

একটি একবর্ণী আলোক উৎস থেকে উত্তল লেন্স L এর সাহায্যে একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি উল্লম্ব রেখার সঙ্গে 45° কোণে আনত একটি রশ্মি বিভাজক (beam splitter) কাচ পাতের উপর ফেলা হয়। এই কাচপাতের দ্বারা প্রতিফলিত রশ্মিগুচ্ছ লম্বভাবে সমতলোত্তল লেন্সের উপর আপতিত হয়। এই রশ্মি গুচ্ছ, অত:পর বায়ু ঝিল্লির দুটি বিভেদ তলে প্রতিফলিত হয়ে উর্ধমুখে অগ্রসর হয়। এই সময় দুটি প্রতিফলিত তরঙ্গের উপরিপাত ঘটায় ব্যতিচার সৃষ্টি হয়। একটি অণুবীক্ষণ যন্ত্র (M)-এর দ্বারা এই ব্যতিচার নকশা সহজেই দৃষ্টি গোচর হয়। লেন্স যত নিখুঁতভাবে গোলীয় হবে, ব্যতিচার নকশা তত নিখুঁত বৃত্তাকার ফ্রিঞ্জ গঠন করবে।

নিউটন বলয়ের একটি দীপ্ত বলয় বিবেচনা করা যাক। বায়ু ঝিল্লির যে স্থানে এই বলয়টি গঠিত হয় সেখানে ঝিল্লির বেধ ধরা যাক t, দীপ্ত বলয়ের ব্যাসার্ধ r এবং সমতোলত্তল লেন্সের ব্যাসার্ধ R. চিত্র 1-22 থেকে লেখা যায় $$R^2 = r^2 + (R-t)^2$$

বা $r^2 = R^2 - (R-t)^2$

$$= (2R-t)t = 2Rt - t^2$$

এখন যেহেতু R>>t তাই লেখা যায় $r^2 = 2Rt$

যদি ঝিল্লির t বেধের স্থানে চরম ব্যতিচার হয় অর্থাৎ দীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠিত হয় তবে সমীকরণ (1·45) থেকে

$$t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0,1,2,.....$$

এবং এখানে $\mu = 1$ (বায়ুর প্রতিসরাংক)। অতএব m ক্রমের দীপ্ত ফ্রিঞ্জের ব্যাসার্ধ $r = r_m$ হলে

$$\therefore \; r_m^2 = 2R\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$$

যদি $m+n$ ক্রমের দীপ্ত ফ্রিঞ্জের ব্যাসার্ধ হয় r_{m+n}, তবে $r_{m+n}^2 = 2R\left[(m+n) + \frac{1}{2}\right]\frac{\lambda}{2}$

$$\therefore \; r_{m+n}^2 - r_m^2 = 2Rn\frac{\lambda}{2}$$

বা $$\lambda = \frac{r_{m+n}^2 - r_m^2}{nR} = \frac{D^2{}_{m+n} - D^2{}_m}{4nR} \qquad .....(1\cdot47)$$

যেখানে $D_m = 2r_m$, ও $D_{m+n} = 2r_{m+n}$ বা যথাক্রমে m ও $m+n$ তম ক্রমের দীপ্ত ফ্রিঞ্জের ব্যাস। পরীক্ষা থেকে Dm, D$m + n$ এবং R পরিমাপ করে এক বর্ণী আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায়। R পরিমাণ করার জন্য স্ফেরোমিটার ব্যবহার করা হয়।

কিন্তু দীপ্ত বলয় অপেক্ষা অদীপ্ত বলয়ের ব্যাস অনেক বেশি সুক্ষ্মভাবে পরিমাপ করা যায়। কারণ দীপ্ত বলয়ের বেধ অদীপ্ত বলয়ের বেধ অপেক্ষা বিস্তৃতর।

তরলের প্রতিসরাংক নির্ণয় ঃ

যদি কাচ পাতের উপর কয়েক বিন্দু তরল রেখে তার উপর সমতলোত্তল লেন্স স্থাপন করা হয় তা হলে বায়ুর বদলে তরলের ঝিল্লি গঠিত হবে। তখন যদি ঝিল্লির t বেধের অবস্থানে m ক্রমের অদীপ্ত বলয় গঠিত হয় তবে সমীকরণ (1·46) হল $t = 2m \times \frac{\lambda}{4\mu}$, $m = 1,2,3.....$

$$\therefore\ r_m^2 = 2R \times 2m \times \frac{\lambda}{4\mu} = \frac{mR\lambda}{\mu}$$

অতএব $m+n$ ক্রমের অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের ব্যাসার্ধ হবে $r_{m+n}^2 = \frac{(m+n)R\lambda}{\mu}$

$$\therefore\ r_{m+n}^2 - r_m^2 = \frac{nR\lambda}{\mu} \text{ বা } \mu = \frac{nR\lambda}{r_{m+n}^2 - r_m^2}$$

$$\text{বা } \mu = \frac{4nR\lambda}{D_{m+n}^2 - D_m^2} \qquad \text{..............}(1\cdot48)$$

আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ বায়ু ঝিল্লির সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। অতঃপর তরল ঝিল্লি গঠন করে একই ভাবে সমীকরণ (1·48)-এর সাহায্যে তরলের প্রতিসরাংক μ নির্ণয় করা যায়।

অনুশীলনী-8 নিউটন বলয় পরীক্ষায় ব্যবহৃত লেন্সের ব্যাসার্ধ 4·00 মিটার। যদি বলয় গঠনের জন্য 500 *nm* ও 500·3*nm* তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলো ব্যবহৃত হয় তবে লেন্স ও কাচ ফলকের স্পর্শ বিন্দু থেকে কত দূরে নিউটন বলয় অন্তর্হিত হবে?

1.6. সার-সংক্ষেপ ঃ

আপনারা এই এককে যা যা জেনেছেন তাকে সংক্ষেপে প্রকাশ করা হলো ঃ

- আলো তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ।
- নিউটন-এর ধারণা ছিল, আলো কণিকার স্রোত।
  এই তত্ত্বের সাহায্যে তিনি আলোর প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করতে পারলেও তিনি আলোর বেগ সম্পর্কে ভুল সিধান্তে উপনীত হন। সিধান্তটি ছিল এই যে আলো ঘনতর মাধ্যমে দ্রুততর বেগে গমন করে যা বাস্তবের বিপরীত।
- অধিকন্তু কণিকা তত্ত্ব আলোর ব্যতিচার, ব্যবর্তন ইত্যাদি ঘটনার ব্যাখ্যা দিতে ব্যর্থ।
- আলোর তরঙ্গতত্ত্ব দিয়ে একই সঙ্গে প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার, ব্যবর্তন ও সমবর্তন ব্যাখ্যা করা যায়।
- তরঙ্গ তত্ত্বের উদ্ভাবক ক্রিশ্চিয়ান হাইগেন্‌স্ তরঙ্গ কীরূপে অগ্রসর হয় সে সম্পর্কে একটা নীতি উদ্ভাবন করেন। তিনি বলেন যে তরঙ্গমুখের প্রতিটি বিন্দুতে একটি করে গৌণ আলোক উৎস গোলীয় তরঙ্গে ছড়িয়ে পড়ে। এই গৌণ তরঙ্গ গুলির স্পর্শ তল হল কিছু সময় পর তরঙ্গ তল।
- সুসম্বন্ধ দুটি আলোক উৎস যখন নিকটবর্তী অবস্থান থেকে তরঙ্গ বিকিরণ করে তখন ঐ তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাত ঘটলে ব্যতিচার সৃষ্টি হয়। অর্থাৎ $\Delta = 2m \times \frac{\lambda}{2},\ \ m = 0,1,2,.....$

- দীপ্ত ব্যতিচার ঘটে যখন উৎস দ্বয়ের তরঙ্গের পথ-পার্থক্য হয় তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের যুগ্ম গুণিতক।

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad m = 0, 1, 2.....$$

- ইয়ং-এর দ্বিছিদ্র ব্যতিচার পরীক্ষা থেকে প্রথম আলোর ব্যতিচার পরীক্ষামূলক ভাবে প্রতিষ্ঠিত হয় এবং একই সঙ্গে আলো যে তরঙ্গ সেই সিদ্ধান্ত সমর্থিত হয়।
- ইয়ং-এর দুই-স্লিট পরীক্ষায় যে ব্যতিচার নকশা সৃষ্টি হয় তার তীব্রতার বন্টন হল $I = I_0 \cos^2 \frac{\pi y d}{\lambda z}$ যেখানে d = স্লিটদ্বয়ের দূরত্ব, z = স্লিটতল ও পর্দার দূরত্ব এবং y = কেন্দ্রীয় অক্ষ থেকে পর্দার উপর দীপ্ত বা অদীপ্ত বিন্দুর দূরত্ব।
- ইয়ং ব্যতিচার কার্যত তরঙ্গমুখের বিভাজন দ্বারা উৎপন্ন ব্যতিচার। এরই একটি সহজ পরীক্ষা হ'ল ফ্রেনেলের যুগ্ম প্রিজম দ্বারা ব্যতিচার গঠন।
- সুসম্বদ্ধ উৎস যেমন তরঙ্গ মুখের বিভাজন দ্বারা সৃষ্টি করা যায় তেমনি তরঙ্গের বিস্তার বিভাজন দ্বারাও সুসম্বদ্ধ উৎস সৃষ্টি করা যায়। এই বিস্তার বিভাজন দ্বারা ব্যতিচার সৃষ্টি করা হয় নিউটন-এর বলয় পরীক্ষায়। এখানে প্রতিফলনের দ্বারা বিস্তারকে বিভাজিত করা হয়। পথ-পার্থক্য নির্ণয় করার সময় মনে রাখা হয় যে ঘনতর মাধ্যমের তল থেকে প্রতিফলিত তরঙ্গের π দশা পরিবর্তন ঘটে।

1.7. সর্বশেষ প্রশ্নাবলি ঃ

1. দুটি পাশাপাশি রাখা বৈদ্যুতিক বাতির ক্ষমতা সমান। কিন্তু উভয়কে প্রজ্জলিত করলে ঘরের দেওয়ালে ব্যতিচার ফ্রিঞ্জ গঠিত হয় না। ব্যাখ্যা করুন।

2. নিউটন-এর কণিকা তত্ত্বানুসারে এবং হাইগেন্‌স্‌-এর তরঙ্গ তত্ত্বানুসারে কাচে আলোর বেগের পার্থক্য নির্ণয় করুন। শূন্য মাধ্যমে আলোর বেগ 3×10^8 মিটার/সে.

3. তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ হল $\psi(x,t) = f(x - vt)$, যখন তরঙ্গ x-এর ধনাত্মক দিকে গমন করে। প্রমাণ করুন যে যখন তরঙ্গ x-এর ঋণাত্মক দিকে গমন করবে তখন $\psi(x,t) = f(x + vt)$.

4. হাইগেন্‌স্‌-এর নীতি অনুসারে তরঙ্গ কেবল অগ্রসর হয় না, পশ্চাদ্‌-গমনও করে। এই উক্তির যাথার্থ্য বিচার করুন।

5. ইয়ং পরীক্ষায় যদি কোনো একটা স্লিটের থেকে নির্গত আলোর পথে একটি পাতলা স্বচ্ছ পাত, যেমন অভ্র পাত, স্থাপন করা যায় তবে দেখা যায় ইতি পূর্বে গঠিত ফ্রিঞ্জের অবস্থান সরে যায়। এই ফ্রিঞ্জচ্যুতি (fringe shift) পরিমাপ করে স্বচ্ছ পাতের বেধ নির্ণয় করা যায় কী ভাবে?

6. নিউটন-এর বলয় পরীক্ষার দ্বারা কোনো তরলের প্রতিসরাংক কীরূপে নির্ণয় করা যায়? বায়ুর ঝিল্লির বদলে এরূপ তরলের ঝিল্লি ব্যবহার করলে কোনো বিশেষ ক্রমের বলয়ের ব্যাসার্ধের কীরূপ পরিবর্তন হবে?

7. নিউটন বলয় পরীক্ষা ব্যবস্থায় ব্যবহৃত সমতলোত্তল লেন্সের বক্রতা ব্যাসার্ধ 100 সেমি। যদি নবম ও 25 তম অদীপ্ত বলয়ের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 0·15 ও 0·75 সেমি হয় তবে ব্যবহৃত আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

1.8. উত্তমালা ঃ

অনুশীলনী

1. $131\,\lambda_0 = 0\cdot 003$ in

$$\therefore\ \lambda_0 = \frac{0\cdot 003}{131} = 2\cdot 29\times 10^{-5}\ \text{in}$$

এখন $\mu_0\lambda_0 = \mu\lambda,\ \mu_0 = 1,\ \mu = 1\cdot 33$

$$\therefore\ \lambda = \frac{2\cdot 29\times 10^{-5}}{1\cdot 33} = 1\cdot 722\times 10^{-5}\ \text{ইঞ্চি} = 4374\ \text{A}^\circ$$

2. লব্ধি তরঙ্গ $\psi = \psi_1 + \psi_2 = ae^{i(\omega t+\alpha_1)} + be^{i(\omega t+\alpha_2)}$

$$= e^{i\omega t}\left(ae^{i\alpha_1} + be^{i\alpha_2}\right)$$

$$= \text{A}e^{i\alpha}e^{i\omega t}$$

যেখানে $\text{A}e^{i\alpha} = ae^{i\alpha_1} + be^{i\alpha_2}$

$$\therefore\ \text{A}(\cos\alpha + i\sin\alpha) = a(\cos\alpha_1 + i\sin\alpha_1) + b(\cos\alpha_2 + i\sin\alpha_2)$$

$$= (a\cos\alpha_1 + b\cos\alpha_2) + i(a\sin\alpha_1 + b\sin\alpha_2)$$

বাস্তব ও কাল্পনিক রাশির সমতা থেকে $\text{A}\cos\alpha = a\cos\alpha_1 + b\cos\alpha_2$

$$\text{A}\sin\alpha = a\sin\alpha_1 + b\sin\alpha_2$$

উভয় পক্ষকে বর্গ করে এবং যোগ করে পাওয়া যায়

$$\therefore\ \text{A}^2 = (a\cos\alpha_1 + b\cos\alpha_2)^2 + (a\sin\alpha_1 + b\sin\alpha_2)^2$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab(\cos\alpha_1\cos\alpha_2 + \sin\alpha_1\sin\alpha_2)$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

আবার $\tan\alpha = \dfrac{a\sin\alpha_1 + b\sin\alpha_2}{a\cos\alpha_1 + b\cos\alpha_2}$

যেখানে A হল লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার এবং α হল দশা।

3. a বিস্তার ও θ দশার সরল দোলগতি হল $\psi = ae^{i\theta} = ae^{i(\omega t+\alpha)} = ae^{i\alpha}e^{i\omega t}$

যেখানে জটিল বিস্তার $= ae^{i\alpha}$

অতএব N সংখ্যক সরল দোলগতির জটিল বিস্তার $\text{A}e^{ip} = a_1e^{i\alpha_1} + \ldots\ldots + a_Ne^{i\alpha_N}$

এখন শর্তানুসারে $a_1 = a_2 ..... = a_N$ এবং $\alpha_1 = \alpha_0 \; \alpha_2 = 2\alpha_0 .... \alpha_N = N\alpha_0$

$$Ae^{ip} = ae^{i\alpha_0} + ae^{2i\alpha_0} + ae^{3id\alpha_0} + ... + ae^{Ni\alpha_0}$$

$$= ae^{i\alpha_0}\left(1 + e^{i\alpha_0} + e^{2i\alpha_0} + ... e^{(N-1)i\alpha_0}\right)$$

$$= ae^{i\alpha_0} \times \frac{1 - e^{Ni\alpha_0}}{1 - e^{i\alpha_0}}$$

$$= ae^{i\alpha_0} \times \frac{e^{Ni\frac{\alpha_0}{2}}\left(e^{-\frac{Ni\alpha_0}{2}} - e^{\frac{Ni\alpha_0}{2}}\right)}{e^{i\frac{\alpha_0}{2}}\left(e^{-\frac{i\alpha_0}{2}} - e^{\frac{i\alpha_0}{2}}\right)} = ae^{i(N-1)\frac{\alpha_0}{2}} \times \frac{e^{iN\frac{\alpha_0}{2}} - e^{-iN\frac{\alpha_0}{2}}}{e^{i\frac{\alpha_0}{2}} - e^{-\frac{i\alpha_0}{2}}}$$

$\therefore$ লব্ধি জটিল বিস্তার $= a \times \dfrac{\sin\frac{N\alpha_0}{2}}{\sin\frac{\alpha_0}{2}} \times e^{i(N-1)\frac{\alpha_0}{2}}$

[বাস্তব ও কাল্পনিক অংশের তুলনা থেকে $A = a\left(\dfrac{\sin\frac{N\alpha_0}{2}}{\sin\frac{\alpha_0}{2}}\right)$, $p = (N-1)\dfrac{\alpha_0}{2}$

অতএব A হল লব্ধি দোলগতির বিস্তার এবং p হল তার দশা। স্পষ্টতই লব্ধি দোলগতি হবে

$$\psi = A\sin\left[\omega t + (N-1)\frac{\alpha_0}{2}\right].$$

বা $\psi = Ae^{i\left[\omega t + (N-1)\frac{\alpha_0}{2}\right]} = Ae^{i(N-1)\frac{\alpha_0}{2}} e^{i\omega t}$

$$= a\left(\frac{\sin\frac{N\alpha_0}{2}}{\sin\frac{\alpha_0}{2}}\right)e^{i(N-1)\frac{\alpha_0}{2}} \cdot e^{i\omega t} = a\left(\frac{\sin N\frac{\alpha_0}{2}}{\sin\frac{\alpha_0}{2}}\right)\sin\left[\omega t + (N-1)\frac{\alpha_0}{2}\right].$$

4. কেন্দ্রীয় দীপ্ত ফ্রিঞ্জের বেধও $\Delta y = \dfrac{z\lambda}{d}$

অতএব কেন্দ্রীয় রেখা থেকে উভয় দিকে প্রথম অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের দূরত্ব হবে $\dfrac{\Delta y}{2} = \dfrac{z\lambda}{2d}$.

$$\therefore \frac{\Delta y}{2} = \frac{1 \times 632 \cdot 8 \times 10^{-9}}{2 \times 0 \cdot 1 \times 10^{-3}}$$

যেখানে পর্দার দূরত্ব $z = 1m$, $\lambda = 632 \cdot 8nm = 632 \cdot 8 \times 10^{-9}$ মি,

এবং $d = 0 \cdot 2$ মিমি $= 0 \cdot 2 \times 10^{-3}$ মি.

$$\therefore \frac{\Delta y}{2} = 158 \cdot 2 \times 10^{-5} \text{ মি}$$

$$= 158 \cdot 2 \times 10^{-5} \times 10^{3} \text{ মিমি}$$
$$= 1 \cdot 582 \text{ মিমি.}$$

[n তম অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের দূরত্ব $y_n' = (2n+1)\frac{z\lambda}{2d}$, $n = 0,1,2....$

অর্থাৎ যখন $n = 0$, তখন প্রথম অদীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে। $\therefore$ $y_0' = \frac{z\lambda}{2d}$

হল কেন্দ্রীয় রেখার উভয় পার্শ্বে গঠিত প্রথম অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের দূরত্ব।]

5. যেহেতু ফ্রিঞ্জের বর্ণ বেগুনি বা লাল, তাই গঠিত ফ্রিঞ্জ দীপ্ত ফ্রিঞ্জ। কেন্দ্রীয় রেখা থেকে n তম দীপ্ত ফ্রিঞ্জের দূরত্ব $y_n = 2n \cdot \frac{\lambda}{2} = n\lambda$, $n = 1,2,3......$

অতএব দ্বিতীয় ক্রমের বেগুনি আলোর ফ্রিঞ্জের দূরত্ব $y_{2V} = 2\lambda_V$ $(V \equiv \text{violet})$

এবং প্রথম ক্রমের লাল আলোর ফ্রিঞ্জের দূরত্ব $y_{1R} = \lambda_R$ $(R \equiv \text{Red})$

শর্তানুসারে, $y_{1R} = Y_{2v}$ $\therefore \lambda_V = \frac{1}{2}\lambda_R = \frac{780}{2}nm = 390nm.$

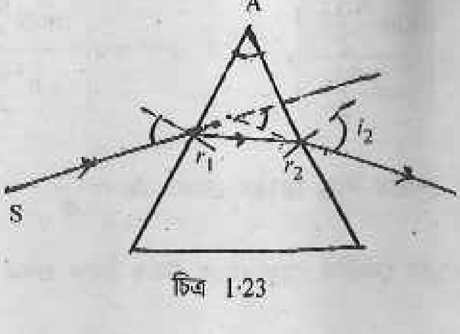
6. যদি কোনো প্রিজমে আলোর আপতন কোণ হয় i_1 এবং নির্গমন কোণ হয় i_2 তবে রশ্মির বিচ্যুতি (চিত্র-1·23)

$\delta = i_1 + i_2 - A$

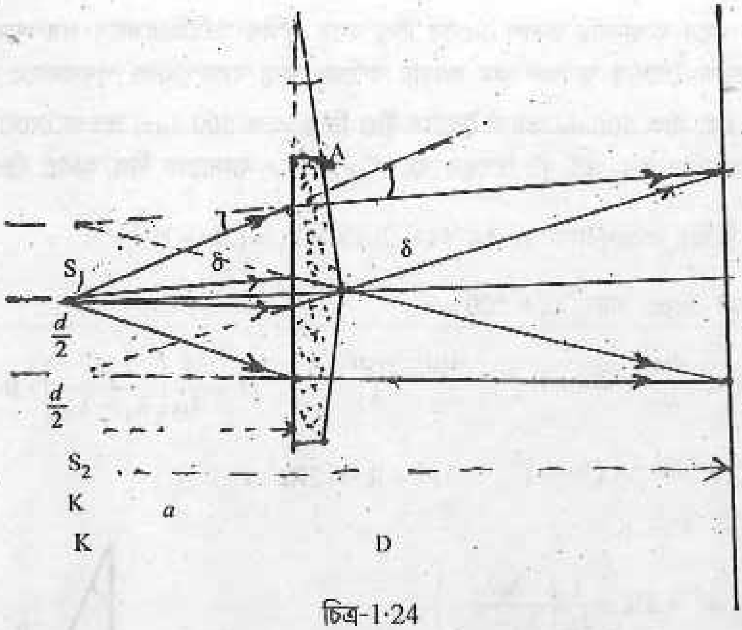
যেখানে A = প্রিজমের প্রতিসারক কোণ। [এই রাশিমালা সম্পর্কে আপনারা উচ্চমাধ্যমিকে জেনেছেন।] এখন যদি A খুবই ক্ষুদ্র হয়, যেমন যুগ্ম প্রিজমের ক্ষেত্রে হয়, তা হলে i_1 এবং i_2 খুবই ক্ষুদ্র হবে। যদি সংশ্লিষ্ট প্রতিসরণ কোণ যথাক্রমে হয় r_1 এবং r_2 তবে $\mu = \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{i_1}{r_1}$ এবং $\mu = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{i_2}{r_2}$.

$\therefore$ $i_1 + i_2 = \mu(r_1 + r_2) = \mu A$, কারণ $A = r_1 + r_2$

$\therefore \delta = \mu A - A = (\mu - 1)A.$



চিত্র 1·23



চিত্র-1·24

কিন্তু চিত্র-1·24 থেকে পাওয়া যায় $\delta = \frac{\frac{d}{2}}{a} = \frac{d}{2a} = (\mu - 1)A. \therefore d = 2a(\mu - 1)A.$

কিন্তু ফ্রিঞ্জবেধ $\Delta y = \frac{D\lambda}{d} = \frac{D\lambda}{2a(\mu - 1)A}$

[λ জানা থাকলে Δy পরিমাপ করে প্রিজমের উপাদানের প্রতি সরাংক μ এই রাশিমালা থেকে নির্ণয় করা যায়।]

7. শূন্যমাধ্যম সাপেক্ষে প্রিজমের প্রতিসরাংক μ হলে, μ' সাপেক্ষে হবে $\frac{\mu}{\mu'}$

অতএব $\Delta y' = \frac{D\lambda}{2a\left(\frac{\mu}{\mu^1} - 1\right)A}$

[$\therefore \frac{D\lambda}{2aA} = \left(\frac{\mu}{\mu'} - 1\right)\Delta y^1 = (\mu - 1)\Delta y. \quad \therefore \quad \Delta y' = \frac{(\mu - 1)\mu'}{(\mu - \mu')}\Delta y. = (\mu - 1)\frac{\mu'}{\Delta\mu}\Delta y.$]

8. বলয় অন্তর্হিত হওয়ার অর্থ হল দীপ্ত বলয় গুলি পরস্পরের সঙ্গে মিশে যাওয়া যাতে বলয় গঠন দৃশ্যমান না হয়। এমন হতে পারে যদি একাধিক আলোক তরঙ্গের একটির দীপ্ত বলয় অন্যটির অদীপ্ত বলয়ের উপর

সমপাতিত হয়। এর ফলে কাছাকাছি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দীপ্ত বলয় গুলিও অবিচ্ছিন্নভাবে পরস্পরের সাথে মিশে যাবে এবং তাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ব্যবধান কম হওয়ায় বর্ণভেদ দ্বারা বলয়গুলিকে পৃথকভাবে বুঝা যাবে না।

অতএব এক্ষেত্রে ধরা যাক $500nm$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দীপ্ত ফ্রিঞ্জ এবং $500{\cdot}3nm$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অদীপ্ত ফ্রিঞ্জ পরস্পরের উপর সমপাতিত হয়। এই দুই ফ্রিঞ্জের ব্যাসার্ধ r এবং r ব্যাসার্ধের দীপ্ত/অদীপ্ত ফ্রিঞ্জের অবস্থানে ঝিল্লির বেধ t. যদি ঝিল্লির প্রতিসরাংক μ হয় তবে $2\mu t = m\lambda_1 = (2m+1)\frac{\lambda_2}{2}$

যেখানে $\lambda_1 = 500\cdot 3nm$, এবং $\lambda_2 = 500\ nm$.

$\therefore\ \frac{2\mu t}{\lambda_1} = m$ এবং $\frac{4\mu t}{\lambda_2} = 2m+1 \quad \therefore\ \frac{4\mu t}{\lambda_2} - \frac{4\mu t}{\lambda_1} = 1 \quad \therefore\ t = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}\right) > 0 \quad \therefore \lambda_1 > \lambda_2.$

চিত্র-1·25 থেকে $R^2 = r^2 + (R-t)^2 \quad = r^2 + R^2 - 2Rt + t^2$

বা $r^2 = 2Rt - t^2$ এখন $R >> t$

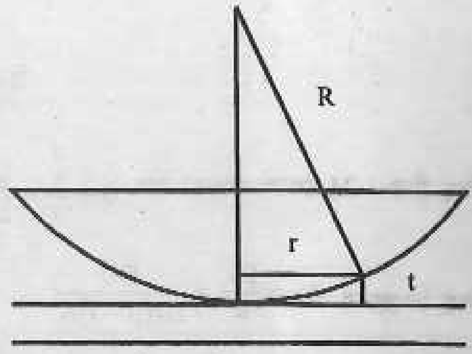
$\therefore r^2 = 2Rt$ বা $r^2 = 2R \times \frac{1}{4\mu}\left(\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}\right)$

এক্ষেত্রে $\mu = 1$ (বায়ু), তাই $r^2 = \frac{R}{2}\left(\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}\right)$

$= \frac{4}{2} \times \frac{500\cdot 3 \times 10^{-9} \times 500 \times 10^{-9}}{0\cdot 3 \times 10^{-9}}$

$= \frac{500\cdot 3 \times 10^{-9} \times 10^3}{0\cdot 3} \quad = \frac{5003}{3} \times 10^{-6}$

$\therefore r = 40\cdot 84 \times 10^{-3}$ মিটার $= 4\cdot 08$ সেমি



চিত্র 1·25

অতএব পাত ও লেন্সের স্পর্শ বিন্দু থেকে 4·08 সেমি দূরে নিউটনের বলয় অন্তর্হিত হবে।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলি ঃ

1. বাতি দুটি পরস্পর নিরপেক্ষ। তাই তারা সুসম্বদ্ধ নয়। উৎস সুসম্বদ্ধ না হলে সময় নিরপেক্ষ দশা পার্থক্য না থাকায় সময়ের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে উভয় বাতির আলোক তরঙ্গ দ্বয়ের দশা পার্থক্য পরিবর্তন শীল। এই পরিবর্তন খুব দ্রুত এবং গঠিত ব্যতিচার নকশার পরিবর্তনও হয় দ্রুত। এই জন্য আমাদের চোখ ব্যতিচার নকশা গঠিত হলেও তা দেখতে পায় না। এই ব্যতিচার নকশা দেখতে না পাওয়াকেই বলা হয় যে ব্যতিচার নকশা গঠিত হয় না।

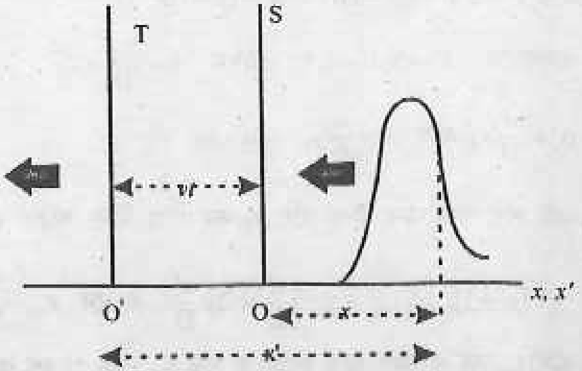
2. ধরা যাক কাচে আলোর বেগ নিউটন-এর তত্ত্বানুসারে V_N এবং হাইগেন্‌স্‌-এর তত্ত্বানুসারে V_H. যদি বায়ু বা শূন্যমাধ্যমে আলোর বেগ হয় V, তবে নিউটনের তত্ত্বানুসারে, $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_N}{V} = \mu_g$

এবং হাইগেন্‌স্‌-এর তত্ত্বানুসারে $\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{V}{V_H}=\mu_g$.

$$\therefore\ V_N=\mu_g V \text{ এবং } V_H=\frac{V}{\mu_g}.\ \therefore\ V_N-V_H=V\left(u_g-\frac{1}{u_g}\right). =3\times10^8\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)$$

$$=\frac{5}{6}\times10^8=2\cdot5\times10^8 \text{ মি/সে.}$$

3. চিত্র-1·26-এ একটি তরঙ্গ-স্পন্দ (wave pulse) V বেগে ঋণাত্মক x অভিমুখে গমন করছে। কোনো এক সময়ে স্থির নির্দেশ কাঠামো s থেকে তরঙ্গ-স্পন্দের একটি বিন্দুর অবস্থান x. ধরা যাক, অন্য আর একটা চলমান নির্দেশ কাঠামো। তরঙ্গ-স্পন্দের সমান বেগে সমমুখে গতিশীল। অতএব এই নির্দেশ কাঠামো সাপেক্ষে তরঙ্গ স্পন্দের অবস্থান সময়ের উপর নির্ভর করে না। অর্থাৎ এই কাঠামো থেকে তরঙ্গের একটা স্থায়ী রূপ (profile) দেখা যাবে। তখন তরঙ্গ অপেক্ষক হবে $\psi(x,t)_{t=0}=f(x)$



চিত্র 1·26

যেখানে $f(x)$ চিত্র 1·26-এ প্রদর্শিত তরঙ্গ-স্পন্দের বিশেষ অপেক্ষক। চলমান কাঠামো T-এ যখন $t=t$

$\psi(x,t)=f(x')$ কিন্তু $x'=x+vt$. $\therefore\ \psi(x,t)=f(x+vt)$

4. হাইগেন্‌স্‌ নীতিতে বলা হয়েছে কোনো তরঙ্গতলের উপর প্রতিটি বিন্দু আলোক তরঙ্গের এক একটি গৌণ উৎস এবং এই সব গৌণ উৎস থেকে তরঙ্গ গোলীয় তলে ছড়িয়ে পড়ে। কাজে কাজেই বলা যায় তরঙ্গতল থেকে গৌণ তরঙ্গ যেমন সম্মুখ দিকে অগ্রসর হয়, তেমনি তা পশ্চাদ্‌-দিকেও গমন করে।

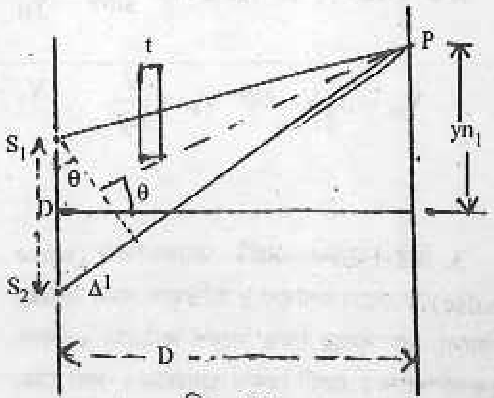
কিন্তু বাস্তবে তরঙ্গের পশ্চাদ্‌গমন দৃষ্ট হয় না। তাই হাইগেন্‌স্‌ প্রস্তাব করেন যে গৌণ তরঙ্গের তীব্রতা উৎস থেকে সম্মুখ দিকে সর্বাধিক এবং অন্য দিকে তা ক্রমাগত হ্রাস পায় ও পশ্চাদ দিকে এই তীব্রতা হয় শূন্য। সেক্ষেত্রে তরঙ্গতল থেকে পশ্চাদ দিকে গৌণ তরঙ্গ গমন করবে না। অতএব প্রদত্ত উক্তি সঠিক নয়।

[পরবর্তী সময়ে বলা হয় গৌণ তরঙ্গের বিস্তার হবে $\frac{a}{2}(1+\cos\theta)$, যেখানে a হল মূল তরঙ্গের বিস্তার এবং θ হল তরঙ্গের মূল অভিমুখের সঙ্গে গৌণ তরঙ্গ গতির অভিমুখের উৎপন্ন কোণ। অতএব যখন গৌণ তরঙ্গ মূল অভিমুখী তখন $\theta=0^\circ$, এবং গৌণ তরঙ্গের বিস্তার হবে $\frac{a}{2}(1+\cos0^\circ)=a$ আবার পশ্চাদদিকে $\theta=180^\circ$, এবং গৌণ তরঙ্গের বিস্তার $\frac{a}{2}\left(1+\cos180^\circ\right)=0.$]

5. ধরা যাক স্বচ্ছপাতটিকে S_1P রশ্মিগুচ্ছ পথে প্রবিষ্ট করার পূর্বে P বিন্দুতে n_1-তম দীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠিত হয়।

$\therefore\ y_{n_1} = \dfrac{n_1\lambda D}{d}$

এখন S_1P পথে t বেধের ও μ প্রতিসরাংকের একটি স্বচ্ছপাত প্রবেশ করানো হলো। এখন S_1 থেকে P পর্যন্ত আলোক পথ হল $(S_1P - t) + \mu t = S_1P + (u-1)t$



চিত্র 1·27

অতএব P বিন্দুতে আগত তরঙ্গদ্বয়ের পথ পার্থক্য $\Delta = S_2P - S_1P - (\mu-1)t. = \Delta' - (\mu-1)t$

যেখানে $\Delta' = S_2P - S_1P.$ এখন $\theta = \dfrac{y_{n_1}}{D} = \dfrac{\Delta'}{d}$

$\therefore \Delta' = \dfrac{d}{D} y_{n_1}$ এবং $\Delta = \dfrac{d}{D} y_{n_1} - (\mu-1)t$

এই পথ পার্থক্যের জন্য যদি n_2-তম দীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠিত হয় তবে $\Delta = \dfrac{dy_{n_2}}{D}$.

$\therefore\ (\mu-1)t = \left(y_{n_1} - y_{n_2}\right)\dfrac{d}{D} = \Delta y \dfrac{d}{D}.$ এখানে $y_{n_1} - y_{n_2} = \Delta y.$

অর্থাৎ, স্বচ্ছ পাতলা পাত আলোক পথ S_1 P-এ প্রবেশ করানোর ফলে n_1-তম ফ্রিঞ্জ y_{n_1} অবস্থান থেকে সরে গিয়ে যখন n_2-তম ফ্রিঞ্জের অবস্থান y_{n_2}-এ গঠিত হয় তখন এই ফ্রিঞ্জ সরণ (fringe shift) ঘটে।

$\therefore t = \left(\dfrac{1}{\mu-1}\right)\dfrac{d}{D}\Delta y$

অতএব μ জানা থাকলে $\Delta y, d, D$ পরিমাপ করে t নির্ণয় করা যায়।

6. অনুচ্ছেদ 1·5·4-এর অন্তর্ভুক্ত 'তরলের প্রতিসরাংক নির্ণয়' দেখুন।

m ক্রমের নিউটন বলয়ের ব্যাসার্ধ r_m হলে $r_m^2 = \dfrac{mR\lambda}{\mu}$

যেখানে $\mu =$ লেন্স ও পাতের দ্বারা গঠিত তরল ঝিল্লি মাধ্যমের প্রতিসরাংক মাধ্যমের প্রতিসরাংক। যদি তরলের বদলে বায়ু থাকে তবে $\mu = 1$ এবং তখন m ক্রমের বলয়ের ব্যাসার্ধ হবে r_m'.

$$\therefore\ r_m'^2 = mR\lambda = \mu r_m^2 \qquad \text{বা, } r_m' = \sqrt{\mu}\, r_m.$$

7. $\lambda = \dfrac{D_{m+n}^2 - D_m^2}{4nR}$

এখানে R = 100 সেমি, $D_9 = 2\times0{\cdot}15$ সেমি $D_{25} = 2\times0{\cdot}75$ সেমি এবং $n = 25 - 9 = 16$

$\therefore\ \lambda = \dfrac{(1\cdot5)^2 - (0\cdot3)^2}{4\times16\times100}$ সেমি

$= \dfrac{1\cdot8\times1\cdot2}{4\times16\times100} = 3\cdot375\times10^{-4}$ সেমি $= 3\cdot375\times10^{-6}$ মি $= 3375 nm.$

একক 02 ঃ ব্যবর্তন

গঠন

2.1 প্রস্তাবনা

উচ্চমাধ্যমিকে আপনারা জেনেছেন যে আলো সরলরেখায় গমন করে। অর্থাৎ যদি কোনো বিন্দু উৎসের সম্মুখে একটি অনচ্ছ প্রতিবন্ধক থাকে তা হলে পশ্চাতের পর্দার উপর তার একটা ছায়া পড়বে যার সীমারেখা হবে তীক্ষ্ণ ও স্পষ্ট। কিন্তু বাস্তবে এরূপ ঘটে না। লক্ষ করলে দেখা যায় ছায়াটিকে ঘিরে আছে একটা হালকা আলোর অস্পষ্ট রেখা। আবার ভালো করে লক্ষ করলে দেখা যায় যে ছায়ার অভ্যন্তরেও ছায়ার সীমারেখার নিকটে রয়েছে একই ধরনের আলোক রেখা। স্পষ্টতই এই পর্যবেক্ষণ আলোর সরলরেখার গমনের ধারণাকে

বাতিল করে দেয়। ইতালীয় বিজ্ঞানী ফ্রানসেস্কো মারিয়া গ্রিমাল্দি (Francesco Maria Grimaldi) সপ্তদশ শতাব্দীর মাঝামাঝি সময়ে নানা পরীক্ষা দ্বারা আলোর সরলরৈখিক গমন থেকে এরূপ বিচ্যুতি সর্ব প্রথম লক্ষ করেন। তিনি এই ঘটনার অর্থাৎ, আলোর প্রতিবন্ধককে অতিক্রম করে বেঁকে যাওয়ার ঘটনার নামকরণ করেন আলোর দিফ্রাক্শিও (Diffractio) যাকে বংলায় বলে ব্যবর্তন (Diffraction).

আলোক তরঙ্গ বা তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের প্রতিবন্ধকের জ্যামিতিক ছায়ার অভ্যন্তরে অনুপ্রবেশ করার এই ঘটনা অন্যান্য তরঙ্গের ক্ষেত্রেও ঘটে। শব্দতরঙ্গের ব্যবর্তন প্রতিনিয়ত আমরা পর্যবেক্ষণ করি। নানা বাধা অতিক্রম করে শব্দ উৎস-স্থান থেকে পর্যবেক্ষকের বা শ্রোতার কানে চলে আসে। পরীক্ষা দ্বারা দেখা গেছে যে যখনই কোনো তরঙ্গমুখের (wave front) কিছু অংশ কোনোরূপ বাধা পায় তখনই এই ব্যবর্তনের ঘটনা ঘটে। বস্তুত যেসব তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বৃহৎ তারা তুলনামূলক ভাবে বৃহৎ প্রতিবন্ধক অতিক্রম করে সহজেই ব্যবর্তিত হয়। তাই শব্দের ব্যবর্তন অত সহজে ঘটে। কিন্তু আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য খুবই ক্ষুদ্র 4×10^{-5} থেকে 8×10^{-5} সেমি। সেইজন্য আলোর ব্যবর্তন সহজে দৃষ্টি গোচর হয় না। তার জন্য বিশেষ ব্যবস্থা গ্রহণ দরকার হয়।

ব্যবর্তন সম্পর্কে সর্ব প্রথম বৈজ্ঞানিক পর্যবেক্ষণ ও বিশ্লেষণের কাজটি করেন ফরাসি বিজ্ঞানী অগাস্তিন জাঁ ফ্রেনেল (Aagastin Jean Fresnel, 1785-1841)। অন্য আর একজন বিখ্যাত বিজ্ঞানীও ব্যবর্তন নিয়ে ভিন্ন পদ্ধতিতে পর্যবেক্ষণ করেন। তিনি হলেন জার্মান বিজ্ঞানী জোসেফ ভন ফ্রনহফার (Joseph Von Fraunhofer, 1787-1826)। তাঁদের নাম অনুসারে তাঁদের পর্যবেক্ষণ করা ব্যবর্তনের নামকরণ করা হয়েছে ঃ ফ্রেনেল ব্যবর্তন (Fresnel Diffraction) এবং ফ্রনহ্ফার ব্যবর্তন (Fraunhofer Diffraction)।

উদ্দেশ্য ঃ

এই এককটি পাঠ করলে আপনি যা জানবেন তা হল ঃ

* ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণ কী ভাবে করা যায়।
* ফ্রেনেল ও ফ্রনহফার ব্যবর্তনের সম্পর্ক।
* ব্যবর্তনে উৎপন্ন ফ্রিঞ্জের তীব্রতা বণ্টন।
* গ্রেটিং ও গ্রেটিংজাত বর্ণালি।

2.2 ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণ

আপনার জেনেছেন যে প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ব্যতীত আলোর সরলরৈখিক গতি থেকে কোনোরূপ বিচ্যুতিকে বলে আলোর ব্যবর্তন। আরো জেনেছেন যে ব্যবর্তন ঘটাতে হলে আলোর গতিপথে প্রতিবন্ধক সৃষ্টি করতে হবে যাতে আলোর তরঙ্গমুখ আংশিক ভাবে বাধা প্রাপ্ত হয়। এই প্রতিবন্ধকতা সৃষ্টি করা হয় দুই ভাবে ঃ 1) আলোর তরঙ্গমুখের একটা অংশকে বাধা দিতে হবে তীক্ষ্ণ প্রান্তযুক্ত প্রতিবন্ধক দ্বারা এবং 2) স্লিটের সাহায্যে তরঙ্গমুখের অতি নগণ্য অংশকে অতিক্রম করতে দেওয়া (স্লিট হলো সরু আয়তাকার ছিদ্রপথ বা অতিক্ষুদ্র বৃত্তকার ছিদ্র পথ।)

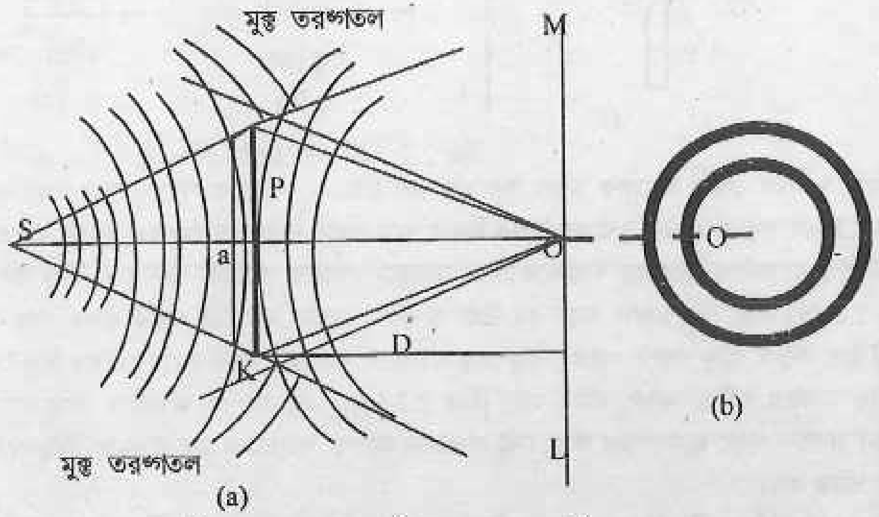
এই অবস্থায় তরঙ্গমুখ প্রতিবন্ধক অতিক্রম করে ব্যবর্তন সৃষ্টি করবে অর্থাৎ বেঁকে যাবে । এই ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণ করার জন্য চাই একটা পর্দা যাকে বলে নিরীক্ষা-পর্দা। এই অর্থে প্রতিবন্ধককে বলা যায় ব্যবর্তন পর্দা। অতএব ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণ করতে পরীক্ষা ব্যবস্থায় থাকবে

1) আলোক তরঙ্গ সৃষ্টিকারী আলোক উৎস

2) ব্যবর্তন পর্দা

3) নিরীক্ষা-পর্দা।

ব্যবর্তন নিরীক্ষণের পরীক্ষামূলক নানা ব্যবস্থা

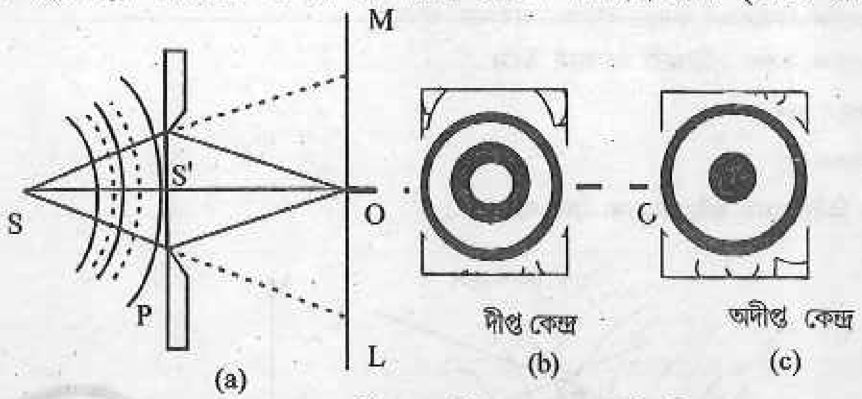


চিত্র 2.1 অসচ্ছ পর্দায় ফ্রেনেল ব্যবর্তন

(১) চিত্র 2.1 -এ ফ্রেনেল-ব্যবর্তনের একটি ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। S আলোক উৎস; তার সম্মুখে a ব্যাসের একটি ক্ষুদ্র বৃত্তাকার অসচ্ছ পর্দা P. পর্দার যেদিকে উৎস S তার বিপরীত দিকে P থেকে D দূরত্বে পর্যবেক্ষণ পর্দা LM [চিত্র-2.1(a)]। যদি $2D\lambda \sim a^2$ হয় তবে পর্দা LM এর উপর S থেকে লম্বের পাদ বিন্দু O কে কেন্দ্র করে গঠিত হয় একটা দীপ্ত বৃত্তাকার অঞ্চল [চিত্র-2.1(b)]। এই অঞ্চলকে ঘিরে থাকে কয়েকটি অদীপ্ত ও দীপ্ত বলয়। এটা হল ফ্রেনেল ব্যবর্তনের একটি পরীক্ষামূলক ব্যবস্থা। O বিন্দুকে ঘিরে দীপ্ত বৃত্তাকার অঞ্চলের তীব্রতা প্রায় উৎসের তীব্রতার সমান। মনে হবে যেন উৎসের সম্মুখে কোনো প্রতিবন্ধক নেই, বরং কোনো অভিসারী লেন্স যেন 0 বিন্দু ঘিরে S এর প্রতিবিম্ব গঠন করেছে।

(2) উপরে ব্যবর্তন সৃষ্টি করার যে পরীক্ষাটি বর্ণিত হয়েছে তাতে তরঙ্গমুখের একটা অংশের গমন পথে একটা অনচ্ছ প্রতিবন্ধক স্থাপন করা হয়েছে যাতে উৎস থেকে আলো সোজাসুজি পর্দার মাঝখানে পৌঁছাতে না পারে। দেখা গেছে যে এই প্রতিবন্ধকতা সত্ত্বেও আলোক তরঙ্গ প্রতিবন্ধককে বেড়দিয়ে পর্দার উপর যে অঞ্চলে ছায়া সৃষ্টি হওয়ার কথা সেখানে পৌঁছে গেছে। কিন্তু এটা লক্ষ করা গেছে যে আলো ছায়াতে প্রবেশ করলেও ছায়ার সর্বাংশে তা প্রবেশ করতে পারেনি। আলো আর ছায়ার একটা নকশা তৈরী হয়েছে - আলোকোজ্জ্বল কেন্দ্রীয় বৃত্তাকার (প্রতিবন্ধকের আকৃতি যেমন) অঞ্চল এবং তাকে ঘিরে কয়েকটি দীপ্ত ও অদীপ্ত বলয়।

এবার ফ্রেনেল-ব্যবর্তন সৃষ্টির জন্য এমন একটা ব্যবস্থা গ্রহণ করা হল যেখানে উৎস থেকে আগত তরঙ্গের একটি অতি ক্ষুদ্রাংশকে পর্দায় যেতে দেওয়া হয়। এখানে ব্যবর্তন পর্দায় (P) একটি বৃত্তাকার স্লিট বর্তমান যার



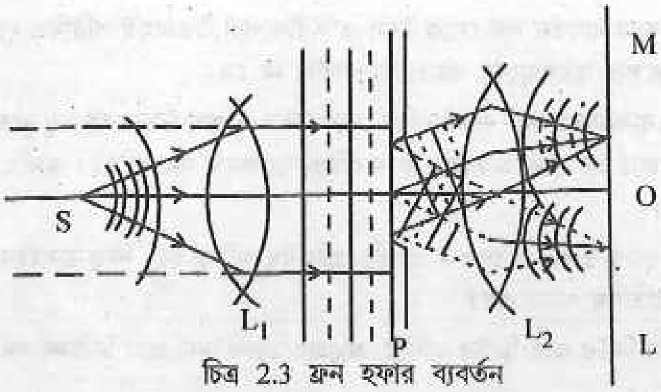
চিত্র 2.2: স্লিট -এ ফ্রেনেল বিবর্তন

মধ্যদিয়ে S উৎস থেকে আলোক তরঙ্গ সরাসরি পর্দা ML-এ পৌঁছাতে পারে। কিন্তু লক্ষ্য করলে দেখা যাবে [চিত্র-2.2] যে পর্দা ML-এর দূরত্বের উপর নির্ভর করে পর্দার উপর যে ব্যবর্তন নকশা গঠিত হয় তার কেন্দ্রে একটি দীপ্ত বা অদীপ্ত বৃত্তাকার অঞ্চলকে ঘিরে যথাক্রমে পরপর কয়েকটি অদীপ্ত ও দীপ্ত বলয় গঠিত হয়েছে [চিত্র 2.2 (b) এবং (c)]। লক্ষ করুন যে উৎস S থেকে আলো সরাসরি পর্দার উপর পড়ে উৎসের আকারে একটি দীপ্ত অঞ্চল গঠন করতে পারে। কিন্তু দেখা যাচ্ছে যে পর্দা ML -এর দূরত্বের উপর নির্ভর ক'রে ঐ অঞ্চলে উৎসের আকারে অদীপ্ত অঞ্চল গঠিত হয় [চিত্র 2.2 (c)]। এছাড়াও ঐ অঞ্চলকে ঘিরে জ্যামিতিক ভাবে যে অঞ্চলে ব্যবর্তন পর্দার ছায়া পড়ার কথা, সেই অঞ্চলের মধ্যেও পর্যায়ক্রমে ক্রম-হ্রাসমান উজ্জ্বলতার দীপ্ত ও অদীপ্ত বলয় গঠিত হয়।

3) পূর্বে বর্ণিত দুটি ক্ষেত্রে আলোক উৎস ব্যবর্তন পর্দার সন্নিকটে অবস্থিত। অতএব এক্ষেত্রে গোলীয় তরঙ্গের ব্যবর্তন সংঘটিত হয়েছে। যদি তরঙ্গমুখ সমতলীয় হয় তখন ব্যবর্তন হলে ব্যবর্তন নকশা কীরূপ হবে?

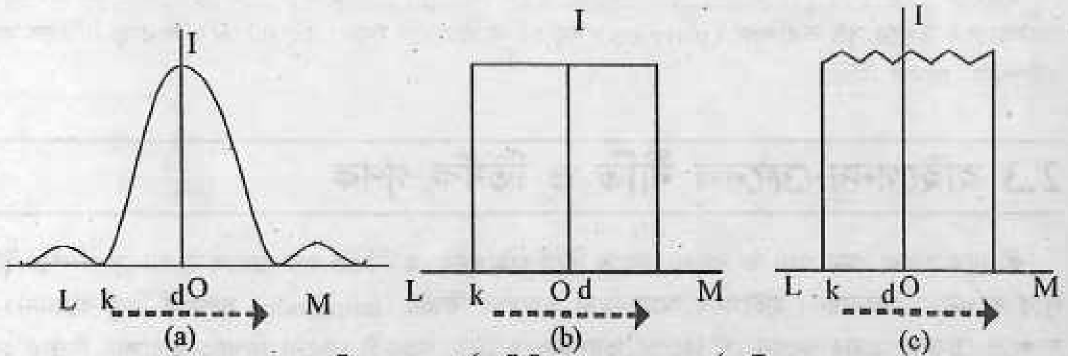
তরঙ্গমুখ সমতল হতে হলে উৎসকে থাকতে হবে অসীমে। আপনারা জানেন যদি উত্তল লেন্সের ফোকাসে কোনো বস্তু রাখা যায় তবে তার প্রতিবিম্ব গঠিত হয় অসীমে [$\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$, $u=-f$ হলে, $v=\infty$] অতএব যদি আলোক উৎসকে একটি উত্তল লেন্সের (L_1) ফোকাসে রাখা যায় তবে লেন্স থেকে নির্গত আলোকে মনে হবে অসীমে অবস্থিত প্রতিবিম্ব থেকে আসছে। অর্থাৎ নির্গত আলোক রশ্মি সমান্তরাল হবে। এর অর্থ লেন্স থেকে নির্গত তরঙ্গ সমতলীয় (চিত্র 2.3)।

যেহেতু স্লিটের নিকট উৎস অসীমে তাই উৎস S এর ব্যবর্তন নকশা ও গঠিত হবে অসীমে। স্বভাবতই এই ব্যবর্তিত তরঙ্গ S এর যে চিত্র বা নকশা গঠন করবে তাকে সসীম দূরত্বে স্থাপিত কোনো নিরীক্ষা-পর্দায় ফেলা যাবে না। বিজ্ঞানী ফ্রনহফার তাই স্লিট থেকে ব্যবর্তিত তরঙ্গকে অভিসারী করতে ব্যবর্তন পর্দার সম্মুখে একটা উত্তল লেন্স L_2 স্থাপন করলেন, ফলে অসীমে গঠিত S -এর ব্যবর্তিত প্রতিবিম্ব লেন্সের ফোকাস তলে গঠিত হল [$\frac{1}{v}-\frac{1}{(-\infty)}=\frac{1}{-f}$, $\therefore v=-f$]। অতএব LM পর্দাকে L_2 লেন্সের ফোকাস তলে স্থাপন করলে তার উপর S -এর ব্যবর্তন নকশা ধরা পড়বে।



চিত্র 2.3 ফ্রন হফার ব্যবর্তন

কেমন হবে এই নকশা? ব্যবর্তিত তরঙ্গের যে তীব্রতা বণ্টন তা চিত্র 2.4 -এ প্রদর্শিত হল। আপনারা জেনেছেন স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গ অসীম দূরত্বে উৎসের ব্যবর্তিত নকশা গঠন করে। চিত্র 2.3 -এ যদি লেন্স L_2 অপসারণ করে পর্দা LM কে বিভিন্ন অবস্থানে রাখা হয় তা হলে দেখা যবে যে যখন পর্দা অনেক দূরে রাখা হয় তখন জ্যামিতিক ছায়ার ভিতরে ব্যবর্তিত আলোর বলয় গঠিত হয়েছে। কিন্তু যখন পর্দা সন্নিকটে তখন এরূপ বলয় অন্তর্হিত হয়। চিত্র 2.4 -এ লেখ চিত্র দ্বারা এই ঘটনা উপস্থাপিত হল।



চিত্র 2.4 - পর্দার বিভিন্ন অবস্থানে ব্যবর্তন তীব্রতা

চিত্র-2.4 (a) -তে প্রাপ্ত তীব্রতা বণ্টন পাওয়া যায় যখন পর্দা ML মোটামুটি 20.00 মিটার দূরে। ব্যবর্তন-স্লিটের বেধের সাপেক্ষে এই দূরত্বকে অসীম বিবেচনা করা যায়। চিত্র 2.4 (b) -এর তীব্রতা বণ্টন পাওয়া যায় যখন পর্দাকে স্লিট সংলগ্ন করা হয়। d হল স্লিটের বেধ। চিত্র 2.4 (c) পাওয়া যায় যখন পর্দা কয়েক সেন্টিমিটার দূরে। দেখা যাচ্ছে তীব্রতার সামান্য হেরফের ঘটছে স্লিটের বেধ বরাবর। চিত্র 2.6 (a) তে দেখা যাচ্ছে যে স্লিটের মুখোমুখি পর্দার উপর দীপ্ত ফ্রিঞ্জ অবস্থান করলেও জ্যামিতিক ছায়ার অভ্যন্তরেও অপেক্ষাকৃত কম তীব্রতার ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ গঠিত হয়।

2.2.1 ফ্রেনেল ও ফ্রনহফার ব্যবর্তন

উপরে ফ্রেনেল এবং ফ্রনহফার যেভাবে ব্যবর্তন উৎপন্ন করেছিলেন তারই একটা রূপরেখা বিবৃত করা হয়েছে। এই আলোচনায় ফ্রেনেল ও ফ্রনহফার ব্যবর্তনের পৃথক বৈশিষ্ট্য স্পষ্ট ভাবে ধরা পড়ে। আমরা দুই ব্যবর্তনের এইরূপ তুলনামূলক চিত্র পাই ঃ

1. ফ্রেনেল ব্যবর্তনের জন্য ব্যবর্তন পর্দা থেকে উৎস ও নিরীক্ষাপর্দা উভয়কেই পরিমিত দূরত্বে রাখা হয় যেন আপতিত ও ব্যবর্তিত তরঙ্গের তরঙ্গামুখের বক্রতা উপেক্ষণীয় না হয়।

অপর দিকে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের জন্য ব্যবর্তন স্লিট থেকে উৎস ও পর্দা উভয়কেই বহু দূরে, পদার্থ বিজ্ঞানের ভাষায় অসীমে, অবস্থিত হতে হয় যেন আপতিত ও ব্যবর্তিত তরঙ্গামুখ সমতল হয়। অর্থাৎ, যেন তরঙ্গামুখের বক্রতা উপেক্ষা করা যায়।

2. ফ্রেনেল ব্যবর্তনে পর্দার উপর প্রতিবন্ধক প্রান্তের প্রতিবিম্ব গঠিত হয়। কিন্তু ফ্রনহফার ব্যবর্তনে পর্দার উপর উৎসের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব গঠিত হয়।

3. উভয় প্রকার ব্যবর্তন নির্ভর করে স্লিটের আকার, আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং নিরীক্ষা-পর্দার দূরত্বের উপর। দেখানো যায় যে যদি $d > \frac{a^2}{\lambda}$ হয় তা হলে হবে ফ্রনহফার ব্যবর্তন, যেখানে a স্লিটের বেধ এবং d হল ব্যবর্তন পর্দা থেকে উৎস বা পর্দার দূরত্বের যেটি ক্ষুদ্রতর। অন্যথায় হবে ফ্রেনেল ব্যবর্তন। এতদ্ব্যতীত আরো একটি পার্থক্য হল এই যে ফ্রেনেল ব্যবর্তনের গাণিতিক বিশ্লেষণ ফ্রনহফার ব্যবর্তনের গাণিতিক বিশ্লেষণ অপেক্ষা কঠিনতর।

উভয়ের মধ্যে মিল যেখানে তা হল এই যে উভয় ব্যবর্তনে যে ফ্রিঞ্জ উৎপন্ন হয় তা ঘটে স্লিটতলের তরঙ্গাংশের উপরে সৃষ্ট তরঙ্গিকা (wavelets) সমূহের ব্যতিচারের ফলে। এই ব্যতিচার সংক্রান্ত নীতিকে বলে হাইগেন্‌য্-ফ্রেনেল নীতি।

2.3 হাইগেন্‌য্-ফ্রেনেল নীতি ও তির্যক গুণক

কীভাবে তরঙ্গ গমন করে তা ব্যাখ্যা করতে গিয়ে হাইগেন্‌য্ যে নীতির কথা প্রস্তাব করেন সে সম্পর্কে ইতি পূর্বে আপনারা জেনেছেন। হাইগেন্‌য্ অগ্রসরমান তরঙ্গের বিস্তার (amplitude) সম্পর্কে কিছু বলেননি। এ সম্পর্কে ফ্রেনেল প্রস্তাব করেন যে বিবেচ্য তরঙ্গামুখ ছাড়িয়ে অগ্রবর্তী কোনো বিন্দুতে তরঙ্গের বিস্তার হবে তরঙ্গামুখের উপর উৎপন্ন গৌণ তরঙ্গিকা গুলির উপরি পাতের ফলে উৎপন্ন লব্ধি-তরঙ্গের বিস্তার যা পাওয়া যাবে তরঙ্গিকাগুলির বিস্তার ও আপেক্ষিক দশা বিবেচনা দ্বারা।

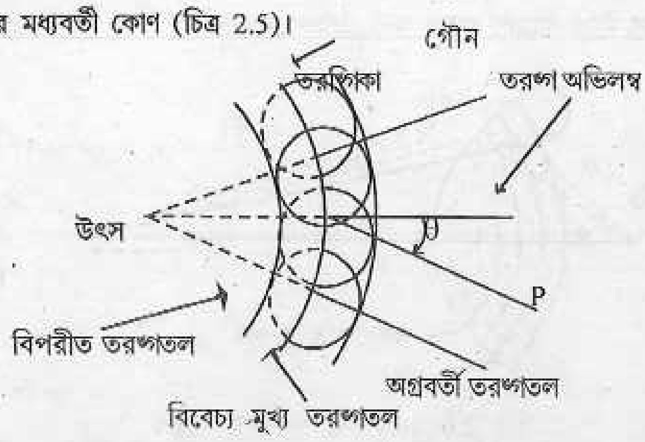
হাইগেন্‌য্ ও ফ্রেনেলের এই প্রস্তাব দ্বয়কে এক সঙ্গে বলে হাইগেন্‌য্-ফ্রেনেল নীতি।

কিন্তু এই প্রস্তাবেও হাইগেন্‌য্ নীতি অনুসারে যে পশ্চাদ্‌মুখী তরঙ্গ উৎপন্ন হয় তার থেকে অব্যাহতি পাওয়া যায় না। এবং এ বিষয়টি ফ্রেনেলকে ভাবালেও তিনি কোনো প্রস্তাব রাখেননি। কিন্তু তিনি লক্ষ করেন যে তরঙ্গ-অভিলম্ব (wave normal) থেকে অন্য কোনো দিকে আলোর তীব্রতা অর্থাৎ তরঙ্গের তীব্রতা হ্রাস পায়। অর্থাৎ তরঙ্গ-অভিলম্ব দিকেই গৌণ তরঙ্গিকার তীব্রতা সর্বাধিক।

জার্মান বিজ্ঞানী গুস্তাভ রবার্ট কির্কফ [Gustav Robert Kirchhoff (1824 - 1887)] তরঙ্গিকার তীব্রতার এই অভিমুখ নির্ভরশীলতার গাণিতিক রাশিমালা সঠিক ভাবে খুঁজে পান। তিনি প্রস্তাব করেন যে যদি মূল তরঙ্গের বিস্তারকে

$$Q(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta) \qquad \text{.............(2.1)}$$

দ্বারা গুণ করা যায় তাহলে বিপরীত তরঙ্গকে নস্যাৎ করা যায় এবং একই সঙ্গে গৌণ তরঙ্গিকার তীব্রতার অভিমুখ নির্ভরতারও ব্যাখ্যা পাওয়া যায়। সমীকরণ (2.1) -এ θ হল তরঙ্গ-অভিলম্ব এবং গৌণ উৎস থেকে অন্য কোনো দিকের মধ্যবর্তী কোণ (চিত্র 2.5)।



চিত্র 2.5: গৌন তরঙ্গিকার তীব্রতা

$Q(\theta)$ কে বলে তির্যক গুণক (obliquity or inclination factor)। এই গুণক দ্বারা কোনো বিন্দুতে তরঙ্গিকাগুলির লব্ধির বিস্তারকে গুণ করতে হবে। যদি বিবেচ্য তরঙ্গমুখের উপর ds অঞ্চল থেকে P বিন্দুতে আগত তরঙ্গিকাগুলির লব্ধি হয় $d\psi'$ তবে

$$d\psi' = a\sin(\omega t - kr)ds$$

এবং যথার্থ লব্ধি হবে

$$d\psi = Q(\theta)a\sin(\omega t - kr)ds$$

যেহেতু ds খুবই ক্ষুদ্র তাই ds থেকে আগত সব তরঙ্গিকার তির্যক গুণক সমান ধরা চলে।

$$\therefore\ d\psi = \frac{a}{2}(1+\cos\theta)\sin(\omega t - kr)ds \qquad \text{.............}(2.2)$$

সম্মুখগামী তরঙ্গের ক্ষেত্রে $\theta = 0^0$ এবং $d\psi$ -এর বিস্তার $= a$ কিন্তু বিপরীত গামী তরঙ্গের ক্ষেত্রে $\theta = 180^0$ এবং $d\psi$ -এর বিস্তার হবে শূন্য। এর অর্থ বিপরীতগামী তরঙ্গ নেই।

2.3.1 ফ্রেনেল-এর অর্ধ পর্যায়ী বলয় (Fresnel's half-Period zones)

কোনো তরঙ্গ উৎস থেকে দূরের কোনো বিন্দুতে আলোর তীব্রতা হাইগেন্‌স্-ফ্রেনেল নীতি প্রয়োগ করে নির্ণয় করা যায়। সরাসরি আলো ঐ বিন্দুতে পৌঁছালে তার যা তীব্রতা হবে হাইগেন্‌স্-ফ্রেনেল নীতির সাহায্যে প্রাপ্ত তীব্রতার মান তার সমান হতে হবে।

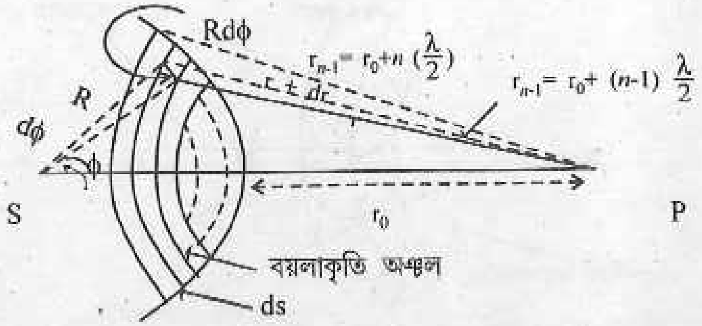
তরঙ্গের সমীকরণের গোলীয় সমাধান (spherical Solution) হল

$$\psi = \frac{A}{r}\cos[\omega t - kr] \qquad \text{...........}(2.3)$$

অথবা $$\psi = \frac{A}{r}\sin[\omega t - kr] \qquad \text{...........}(2.4)$$

এই সমীকরণ থেকে জানা যায় মুল বিন্দু থেকে r দূরত্বের কোনো বিন্দুতে তীব্রতা হবে $I = \frac{A^2}{r^2}$

এখন হাইগেন্‌স্‌-ফ্রেনেল নীতি প্রয়োগ করার জন্য ফ্রেনেল সমস্যাটিকে নিম্ন উপায়ে বিবেচনা করেন।



চিত্র 2.6: ফ্রেনেল অর্ধবলয় অঞ্চল

মনে করা যাক, S উৎস থেকে আলোক তরঙ্গ সরাসরি P বিন্দুতে যেতে পারে। কোনো এক সময় S থেকে তরঙ্গ R ব্যাসার্ধের গোলীয় তলে পৌঁছায়। এই তলে যেসব গৌণ তরঙ্গিকা উৎপন্ন হবে, হাইগেন্‌স্‌-ফ্রেনেল নীতি অনুসারে তাদের থেকে P বিন্দুতে আগত তরঙ্গিকা গুলির লব্ধি হবে সমীকরণ (2.3) বা (2.4) প্রদত্ত তরঙ্গ সমীকরণ।

এই লব্ধি নির্ণয় করার জন্য ফ্রেনেল R ব্যাসার্ধের মুখ্য তরঙ্গ তলকে অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বলয়াকৃতির অঞ্চলে বিভক্ত করেন যাতে ঐসব অঞ্চলের প্রতিটি থেকে আগত তরঙ্গিকাগুলির বিস্তার ও দশা অভিন্ন হয় অর্থাৎ ঐসব তরঙ্গিকা হল সুসম্বদ্ধ। এই উদ্দেশ্যে ফ্রেনেল P বিন্দুকে কেন্দ্র করে $r_0 + \frac{\lambda}{2}, r_0 + \frac{2 \cdot \lambda}{2}, r_0 + \frac{3\lambda}{2}$......... প্রভৃতি ব্যাসার্ধের গোলক অংকনের প্রস্তাব করেন। এখানে r_0 হল P বিন্দু থেকে R ব্যাসার্ধের মুখ্য তরঙ্গতলের লম্ব দূরত্ব। ফ্রেনেল প্রস্তাবিত গোলকের তলগুলি মুখ্য তরঙ্গ তলকে সমাক্ষীয় বলয়াকৃতির বহু সংখ্যক অঞ্চলে বিভক্ত করবে (চিত্র 2.6)। চিত্র 2.6 -এ P কেন্দ্রিক $r_0 + (n-1)\frac{\lambda}{2}$ ও $r_0 + \frac{n\lambda}{2}$ ব্যাসার্ধের গোলকদ্বয় কর্তৃক ছেদিত বলয়াকৃতির একটি অঞ্চল (n-তম অঞ্চল) দেখানো হয়েছে। বলয়াকৃতির এই অঞ্চল গুলিকে বলা হয় ফ্রেনেলের অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল [Fresnel's Half-Period Zones]।

এই সব অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল থেকে P বিন্দুতে যেসব তরঙ্গিকা পৌঁছাবে তাদের লব্ধি নির্ণয় করতে হবে। ধরাযাক, P থেকে কোনো একটি বলয়ের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর দূরত্ব r এই বিন্দুতে তরঙ্গিকার দশা হবে $\omega t - kR$. এই দশার তরঙ্গিকা যখন P বিন্দুতে পৌঁছাবে তখন তার দশা হবে $\omega t - k(R + r)$। ধরাযাক, বলয়টির ক্ষেত্রফল ds. উৎস থেকে A বিস্তারের তরঙ্গ যখন ds অঞ্চলে পৌঁছায় তখন তার বিস্তার $\frac{A}{R}$. অতএব গৌণ তরঙ্গিকাগুলির নিজস্ব বিকিরণ শক্তি প্রতি একক ক্ষেত্রে হবে $\frac{A}{R}$ এর সমানুপাতী। যদি এই শক্তি হয় E, তবে $E = p\frac{A}{R}$ যেখানে $p =$ সমানুপাতের ধ্রুবক। অতএব ds থেকে P বিন্দুতে যখন তরঙ্গিকা উপস্থিত হবে তখন তার বিস্তার হবে $\frac{E}{r}$. এর সঙ্গে তির্যক গুনাংক বিবেচনা করলে P বিন্দুতে ds থেকে আগত তরঙ্গিকা সমূহের অবদান হবে

$$d\psi = \frac{E}{r}Q(\theta)\cos[\omega t - k(R+r)]ds \quad ....(2.5)$$

চিত্র 2.6 থেকে বলয়টির ক্ষেত্রফল হবে $ds = (2\pi R\sin\phi)Rd\phi = 2\pi R^2 \sin\phi\, d\phi$

কিন্তু চিত্র 2.6 -এ থেকে

$$r^2 = R^2 + (R+r_0)^2 - 2R(R+r_0)\cos\phi$$

অবকল করে পাওয়া যায়

$$2rdr = 2R(R+r_0)\sin\phi d\phi$$

কারণ মুখ্য তরঙ্গতল বিবেচ্য সময়ে নির্দিষ্ট হওয়ায় R ধ্রুবক।

$$\therefore\ ds = 2\pi R^2 \times \frac{2rdr}{2R(R+r_0)} = \left(\frac{2\pi R}{R+r_0}\right)rdr$$

অতএব সমীকরণ (2.5) থেকে

$$d\psi = \left(\frac{2\pi R}{R+r_0}\right)QE\cos[\omega t - k(R+r)]dr \quad ....(2.6)$$

লক্ষ করুন ds হল n তম অঞ্চলের মধ্যে একটি অনুবলয় (elementary ring)। সমীকরণ (2.6) হল এই অনুবলয় থেকে আগত তরঙ্গিকা সমূহের লব্ধি। যেহেতু ds হলে γ n তম বলয় অঞ্চলে, তাই $d\psi = d\psi_n$

$$\therefore\ \psi_n = \left(\frac{2\pi R}{R+r_0}\right)Q_n E\int_{r_{n-1}}^{r_n}\cos[\omega t - k(R+r)]dr$$

যেখানে $Q_n = n$ তম বলয়ের তির্যক গুণক $= Q_n(\theta)$, ψ_n হল P বিন্দুতে n-তম বলয়ের সমস্ত তরঙ্গিকার অবদান।

$$\therefore\ \psi_n = -\left(\frac{2\pi R}{R+r_0}\right)\frac{Q_n E}{k}\left[\sin(\omega t - kR - kr)\right]_{r_{n-1}}^{r_n}$$

বা $\psi_n = -\left(\dfrac{R}{R+r_0}\right)\lambda Q_n E\left[\sin(\omega t - kR - kr_n) - \sin(\omega t - kR - kr_{n-1})\right]$

$$= -\left(\frac{2R}{R+r_0}\right)\lambda Q_n E\cos\left[\omega t - kR - \frac{k(r_n + r_{n-1})}{2}\right]\sin\frac{k(r_{n-1} - r_n)}{2}$$

যেহেতু $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$,

এখন $\sin\dfrac{k(r_{n-1} - r_n)}{2} = -\sin k\dfrac{\lambda}{4} = -1$

এবং $\dfrac{k(r_n + r_{n-1})}{2} = kr_0 + (2n-1)\dfrac{\lambda}{4} = kr_0 + (2n-1)\dfrac{\pi}{2}$

$$\therefore\ \psi_n = \left(\frac{2R}{R+r_0}\right)Q_n E\lambda \cos\left[(2n-1)\frac{\pi}{2} + \omega t - k(R+r_0)\right]$$

$$\therefore\ \psi_n = (-1)^{n+1}\left(\frac{2R}{R+r_0}\right)Q_n E\lambda \sin\left[\omega t - k(R+r_0)\right] \quad ....(2.7)$$

অতএব n তম অর্ধ-পর্যায়ী বলয় থেকে বিন্দুতে আগত তরঙ্গিকা সমূহের লব্ধি মোট বিস্তার

$$A_n = (-1)^{n+1}\left(\frac{2R}{R+r_0}\right)Q_n E\lambda \quad ....(2.8)$$

সমীকরণ (2.8) পাওয়া গেছে গোলীয় তরঙ্গ তলকে মুখ্য তল হিসেবে বিবেচনা করে। যদি গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ R খুব বড় হয় তা হলে মুখ্য তরঙ্গতম সমতল হয়ে যায়। এরূপ ক্ষেত্রে $R >> r_0$ হওয়ায় $A_n = (-1)^{n+1} \times 2Q_n E\lambda$ ....(2.9)

সমীকরণ (2.8) এবং (2.9) থেকে দেখা যাচ্ছে যে গৌণ তরাঙ্গিকা সমূহের লব্ধি-বিস্তার পরপর বলয় অঞ্চলে বিপরীত চিহ্নযুক্ত। কিন্তু

$$A_n = (-1)^{n+1}\left(\frac{R}{R+r_0}\right)E\lambda(1+\cos\theta) \quad ....(2.10)$$

θ যখন 0, তখন A_n সর্বোচ্চ এবং θ বৃদ্ধির সঙ্গে A_n হ্রাস পায়। অর্থাৎ অর্ধ-পর্যায়ী বলয় থেকে আগত তরঙ্গিকাদের লব্ধি-বিস্তার পর পর বিপরীত দশায় থাকলেও তাদের মান ভিন্ন হওয়ায় তারা পরস্পরকে নস্যাৎ করতে পারবে না। অতএব সমগ্র মুখ্য তরঙ্গতল থেকে আগত গৌণ তরঙ্গিকা সমূহের লব্ধি-বিস্তারে অবদান হল

$$A = \sum_{n=1}^{n} A_n = A_1 + A_2 + ...A_n$$

$$= |A_1| - |A_2| + |A_3| - ....\pm|A_n| \quad ....(2.11)$$

কারণ A_n গুলি পর পর বিপরীত চিহ্ন যুক্ত। n অযুগ্ম হলে লেখা যায়

$$A = \frac{|A_1|}{2} + \left(\frac{|A_1|}{2} - |A_2| + \frac{|A_3|}{2}\right) + \left(\frac{|A_3|}{2} - |A_4| + \frac{|A_5|}{2}\right) + ...$$

$$.......+\left(\frac{|A_{n-2}|}{2} - |A_{n-1}| + \frac{|A_n|}{2}\right) + \frac{|A_n|}{2} \quad ....(2.12)$$

অথবা লেখা যায়

$$A = |A_1| - \frac{|A_2|}{2} - \left(\frac{|A_2|}{2} - |A_3| + \frac{|A_4|}{2}\right) - \left(\frac{|A_4|}{2} - |A_5| + \frac{|A_6|}{2}\right) - ....$$

$$-\left(\frac{|A_{n-3}|}{2} - |A_{n-2}| + \frac{|A_{n-1}|}{2}\right) - \frac{|A_{n-1}|}{2} + |A_n| \quad .... (2.13)$$

সমীকরণ (2.12) বা (2.13) এর দক্ষিণে পার্শ্বে বন্ধনীভুক্ত পদ গুলি যে শ্রেণি গঠন করে তার সাধারণ পদ হলো

$\frac{|A_{r-1}|}{2} - |A_r| + \frac{|A_{r+1}|}{2}$ যেখানে $\frac{|A_{r-1}|+|A_{r+1}|}{2}$ হলো $|A_r|$ এর দুই প্রতিবেশি পদের গড়। স্পষ্টতঃ হয় $|A_r| > \frac{|A_{r-1}|+|A_{r+1}|}{2}$ অথবা $|A_r| < \frac{|A_{r-1}|+|A_{r+1}|}{2}$ হবে। যদি $|A_r| > \frac{|A_{r-1}|+|A_{r+1}|}{2}$ হয় তবে (2.12) সমীকরণের বন্দনীভুক্ত পদগুলি সব ঋণাত্মক হবে। অতএব (2.12) থেকে

$$A < \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_n|}{2} \quad (2.14)$$

এবং সমীকরণ (2.12) থেকে

$$A > |A_1| - \frac{|A_2|}{2} - \frac{|A_n|}{2} + |A_n|$$

এখন তির্যক গুণাংকের পরিবর্তন 0 থেকে 1 ঘটে বহুসংখ্যক অঞ্চল অতিক্রম করে। ফলে ধরা যায় যে পাশাপাশি অঞ্চল গুলোর মধ্যে এর জন্য তেমন কোনো লক্ষনীয় প্রভেদ ঘটে না। অর্থাৎ $|A_1| \approx |A_2|$ এবং $|A_{n-1}| \approx |A_n|$

$$\therefore \; A > \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_n|}{2} \quad ....(2.15)$$

অসমীকরণ (2.14) এবং (2.15) থেকে সিধান্ত নেওয়া যায়

$$A \approx \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_n|}{2} \quad (2.16)$$

যদি ধরা হয় যে $A_r < \frac{|A_{r-1}|+|A_{r+1}|}{2}$, তা হলেও এই একই সিধান্তে (2.16) পৌছান যায়।

কিন্তু যদি n যুগ্ম হয় তা হলে একই পধ্বতি অনুসরণ করে পাওয়া যায় $A \approx \frac{|A_1|}{2} - \frac{|A_n|}{2}$ ফ্রেনেল ধরে নেন যে শেষ অর্ধ-পর্যায় অঞ্চল গঠিত হবে যখন $\theta = 180^\circ$ অর্থাৎ $Q(\theta) = 0$. তাহলে $|A_n| = 0$ হবে।

$$\therefore \; A = \frac{|A_1|}{2} \quad (2.17)$$

অর্থাৎ যখন কোনো উৎসের সমগ্র তরঙ্গতল উন্মুক্ত থাকে তখন কোনো বিন্দুতে গৌণ তরঙ্গিকার লব্ধি বিস্তার হবে প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল থেকে আগত তরঙ্গিকা সমূহের লব্ধি বিস্তারের অর্ধেক।

এখন মুখ্য তরঙ্গতল থেকে হাইগেন্‌স্‌-ফ্রেনেল নীতি অনুসারে P বিন্দুতে আগত লব্ধি তরঙ্গ সমীকরণ (2.7) থেকে হবে

$$\psi = \sum_n \psi_n = \sum A_n \sin[\omega t - k(R + r_0)]$$

বা $\psi = (A_1 + A_2 + ...A_n)\sin[\omega t - k(R + r_0)]$

$$= \frac{|A_1|}{2}\sin[\omega t - k(R + r_0)]$$

এখন (2.8) থেকে

$$|A_1| = (-1)^2\left(\frac{2R}{R + r_0}\right)Q_1 E\lambda$$

বা $\left|\frac{A_1}{2}\right| = \left(\frac{R}{R + r}\right)Q_1 E\lambda$

$$\therefore \; \psi = \left(\frac{R}{R + r}\right)Q_1 E\lambda \sin[\omega t - k(R + r_0)]$$

এখন $Q_1 = \frac{1}{2}\left(1+\cos 0^0\right) = 1$; কারণ প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল থেকে P-এর অভিমুখ তরঙ্গের অভিমুখের সঙ্গে 0^0 কোণ উৎপন্ন করে। এবং $E = p\frac{A}{R}$

$$\therefore\ \psi = \frac{Ap\lambda}{R+r_0}\sin\left[\omega t - k(R+r_0)\right] \qquad \text{............ (2.18)}$$

যদি ধ্রুবক $p = \frac{1}{\lambda}$ হয় তবে উৎস থেকে সরাসরি P বিন্দুতে আগত তরঙ্গের সমীকরণ (2.3)-এর অনুরূপ সমীকরণ পাওয়া যায়। কিন্তু (2.17) সমীকরণ টি সমীকরণ (2.3) থেকে $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যে আছে। এই অসংগতিকেও বাতিল করা যায় যদি মনে করা হয় যে গৌণ তরঙ্গিকাগুলি মুখ্য তরঙ্গের সমদশায় বিকীর্ণ না হয়ে $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যে বিকিরিত হয়।

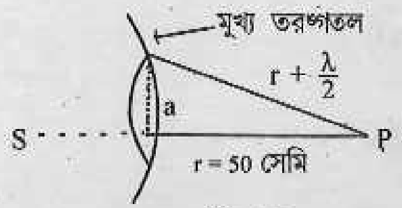
2.3 .2 আলোর সরলরেখায় গমন

ইতিমধ্যে আপনারা দেখেছেন যে কোনো উৎস থেকে আলো সরাসরি কোনো একটি বিন্দুতে এসে পৌছালে ঐ বিন্দুতে আলোক তরঙ্গের বিস্তার হবে

$$A = \frac{|A_1|}{2}$$

যেখানে A_1 হল ঐ বিন্দু সাপেক্ষে তরঙ্গতলের প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল থেকে ঐ বিন্দুতে আগত তরঙ্গিকা সমূহের লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার। এর অর্থ হল এই যে সমগ্র মুখ্য তরঙ্গ তল থেকে আগত তরঙ্গিকা সমূহ ঐ বিন্দুতে যে তরঙ্গ বিস্তার ঘটায় তা কেবল মাত্র প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল থেকে আগত গৌণ তরঙ্গিকা সমূহের উৎপাদিত বিস্তারের অর্ধেক।

প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চলের ক্ষেত্রফল অবশ্য মুখ্য তরঙ্গতল ও বিন্দুর দূরত্বের উপর নির্ভর করে। একটা নির্দিষ্ট বিন্দু দূরত্ব 50 সেমি বিবেচনা করা যাক। প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল হবে a ব্যাসার্ধের প্রায় সমতলীয় বৃত্ত (চিত্র-2.7)। ধরা যাক এর ব্যাসার্ধ a_1 এবং আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 600nm$, মুখ্যতল থেকে P বিন্দুর দূরত্ব $r = 0.5$ মি।

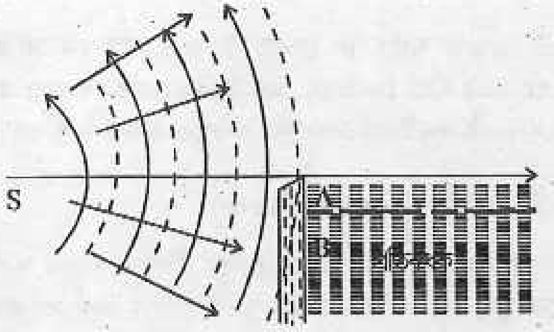


চিত্র 2.7

চিত্র 2.7 থেকে, $a_1^2 = \left(r+\frac{\lambda}{2}\right)^2 - r^2 = r\lambda + \frac{\lambda^2}{4}a \approx r\lambda$. অতএব প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চলের ব্যাস

$2\sqrt{r\lambda} = 2\sqrt{0.5 \times 600 \times 10^{-9}}$ মি 1.09 মিমি.। এর অর্থ, সমগ্র মুখ্যতল মুক্ত থাকলে বিস্তার হবে $\frac{|A_1|}{2}$, কিন্তু $2a \approx 1$ মিমি ব্যাসের প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল খোলা রেখে বাকি মুখ্যতল প্রতিবন্ধক দ্বারা আবৃত করলে P বিন্দুতে বিস্তার হবে $|A_1|$. তাই বলা যায় আলো উৎস S থেকে P তে পৌছায় সরল পথ SP বরাবর।

প্রসঙ্গত অন্য একটা প্রশ্নের উত্তর বিবেচনা করা দরকার। প্রশ্নটি হল, আলো ব্যবর্তন হেতু প্রতিবন্ধককে অতিক্রম করে তার পশ্চাতে যখন যেতেই পারে তখন ছায়ার সৃষ্টি হয় কীরূপে?



চিত্র 2.8 ছায়ার সৃষ্টি কীরূপে হয়

উৎস S এবং প্রতিবন্ধক প্রান্ত A-র সংযোগ সরলরেখার উপর P অবস্থিত। অতএব S থেকে P বিন্দুতে আলো সরাসরি পৌছাবে। SP রেখার নীচে P' বিন্দুতে যে আলো আসবে তা আসবে A বিন্দুতে ব্যবর্তিত হয়ে এবং উন্মুক্ত মুখ্যতলের গৌণ তরঙ্গিকা থেকে। কতটা আলো P' বিন্দুতে আসতে পারে তা হিসেব করা যাক (চিত্র- 2.8)।

P' থেকে প্রতিবন্ধকের উপর লম্বের পাদ বিন্দু B. অতএব B, হল P' সাপেক্ষে প্রথম অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চলের কেন্দ্র। ধরা যাক A হল P' সপেক্ষে n -তম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের পরিধির উপর একটি বিন্দু। অতএব

$$BA^2 = a_n^2 = \left(r + \frac{n\lambda}{2}\right)^2 - r^2$$

যেখানে $r = P'B$

$$\therefore\ a_n^2 = nr\lambda + n^2\frac{\lambda^2}{4} \approx nr\lambda$$

$$\therefore\ a_n = \sqrt{nr\lambda}$$

ধরা যাক P' বিন্দুটি SAP আলোক রেখার এক সেমি দূরে অবস্থিত।

$$\therefore\ a_n = 1 = \sqrt{nr\lambda}$$

বা $n = \frac{1}{r\lambda}$

ধরা যাক $r = 50$ সেমি, $\lambda = 6000 \times 10^{-8}$ সেমি.

$\therefore\ n = 333$ বা $a_n = a_{333}$

অতএব P' বিন্দুতে তরঙ্গ-বিস্তার

$$A' = \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_n|}{2} = \frac{|A_1|}{2} + \frac{|A_{333}|}{2}$$

এখানে প্রথম বলয় থেকে কোনো আলো P' বিন্দুতে আসবে না, কারণ প্রথম বলয়ের অবস্থানে (B) মুখ্য তরঙ্গ তল নেই। অতএব $A_1 = 0$

$$\therefore A' = \frac{|A_{333}|}{2}$$

কিন্তু A_{333} এতই নগণ্য যে $A' \approx 0$ অর্থাৎ P' বিন্দুতে উৎস S থেকে কোনো আলো এসে পৌঁছাবে না। P' বিন্দুটি আলোক রেখা SAP -এর নীচে যে-কোনো একটি বিন্দু। অতএব বলা যায় আলোক রেখার নীচে কোনো আলো এসে পৌঁছাবে না। এই জন্যই প্রতিবন্ধকের পশ্চাতে ছায়ার সৃষ্টি হয়।

2.3.3 বলয় ফলক বা জোনপ্লেট (Zone Plate)

সমীকরণ (2.11) দ্বারা কোনো মুখ্য তরঙ্গ তল থেকে কোনো বিন্দুতে আগত তরঙ্গিকাগুলির লব্ধি-বিস্তার সূচিত করা হচ্ছে। এরূপ কোনো মুখ্য তরঙ্গতলকে তার সম্মুখস্থ কোনো বিন্দু সাপেক্ষে যদি অর্ধ-পর্যায়ী বলয় অঞ্চলে ভাগ করা যায় তবে পরপর যে কোনো দুটি বলয় অঞ্চল থেকে আগত তরঙ্গিকাগুলি থাকবে বিপরীত দশায়। অর্থাৎ লব্ধি বিস্তার হবে

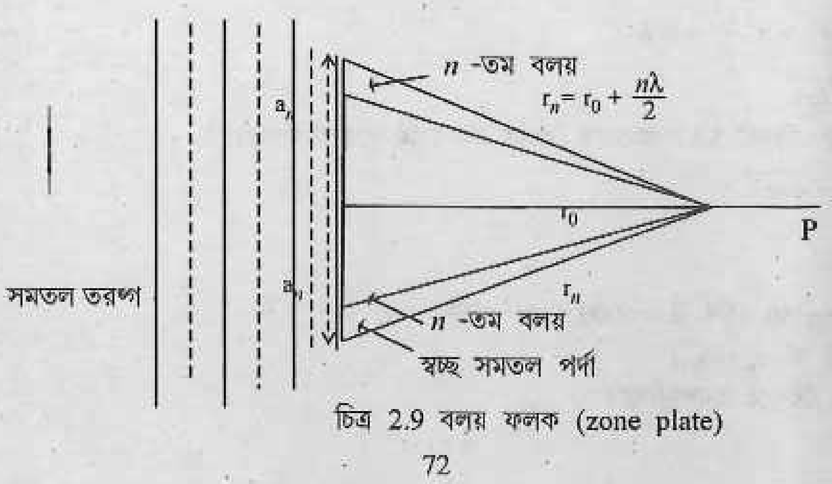
$$A = |A_1| - |A_2| + |A_3| - |A_4| + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.11)$$

যা আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন। যদি (2.11) -এর ডান দিকের একান্তর পদগুলি বাদ দেওয়া যায় তবে অভীষ্ট বিন্দুতে বিস্তার হবে

$$A = |A_1| + |A_3| + |A_5| + \ldots\ldots\ldots\ldots + |A_n|, \text{ এবং } n \text{ বিযুগ্ম}$$

অথবা $A = -\{|A_2| + |A_4| + |A_6| + \ldots\ldots\ldots\ldots + |A_n|\}$ এবং n যুগ্ম

উভয়ক্ষেত্রে দেখা যাচ্ছে যে বিস্তার A বিপুলভাবে বৃদ্ধি পাবে। অতএব কোনো বিন্দুতে আলোর তীব্রতা বৃদ্ধি করতে হলে ঐ বিন্দু সাপেক্ষে মুখ্য তরঙ্গ তলের অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চল বলয় গুলির একান্তর অঞ্চল থেকে তরঙ্গিকার আগমন বন্ধ করতে হবে। কী ভাবে তা করা যায়?



চিত্র 2.9 বলয় ফলক (zone plate)

একটি সমতল আলোক তরঙ্গকে একটি সমান্তরাল ভাবে রক্ষিত স্বচ্ছ সমতল পর্দার উপর আপতিত করলে ঐ পর্দাকে একটি মুখ্য তরঙ্গতল বলা যায়। এই পর্দার উপর ফ্রেনেল অর্ধ-পর্যায়ী বলয় এঁকে যদি একান্তর বলয় অঞ্চলকে কালো করা হয়, তা হলে এই পর্দা থেকে কেবল মাত্র সমদশায় থাকা গৌণ তরঙ্গিকা নির্গত হবে। ফলে পর্দার বিপরীত পাশে কোনো কোনো বিন্দুতে তরঙ্গিকা গুলি সমদশায় মিলিত হওয়ায় সেখানে উজ্জ্বল প্রতিবিম্ব গঠিত হবে, যেমন অভিসারী লেন্স ব্যবহার করলে ফোকাসে আলো অভিসৃত হয়।

কীভাবে ফ্রেনেল অর্ধ-পর্যায়ী বলয় অংকন করা যাবে? যে কোনো অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের ব্যাসার্ধ জানলে তবেই বলয় অংকন সম্ভব। চিত্র 2.9 -এ ধরা যাক n -তম বলয়ের বহির্ব্যাসার্ধ a_n, P বিন্দুর পর্দাথেকে দূরত্ব r_0 এবং P থেকে n -তম বলয়ের পরিধির দূরত্ব $r_n' = r_0 + \frac{n\lambda}{2}$.

$$\therefore\ a_n^2 = r_n^2 - r_0^2 = \left(r_0 + \frac{n\lambda}{2}\right)^2 - r_0^2 = nr_0\lambda + \frac{n^2\lambda^2}{4}$$

কিন্তু λ খুবই ক্ষুদ্র, তাই

$$a_n = \left(\sqrt{\lambda r_0}\right)\sqrt{n},\ n = 1,2,3........\quad (2.19)$$

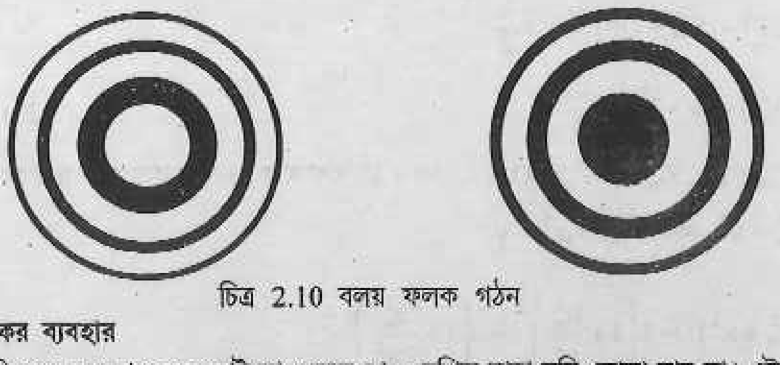
অতএব প্রথম থেকে বলয় গুলির পরপর বহির্ব্যাসার্ধ হল

$$a_1 = \sqrt{\lambda r_0}, a_2 = \sqrt{2}\left(\sqrt{\lambda r_0}\right), a_3 = \sqrt{3}\left(\sqrt{\lambda r_0}\right)..........$$ ইত্যাদি। অথবা

$$a_1 = \sqrt{\lambda r_0},\ a_2 = \sqrt{2}\,a_1,\ a_3 = \sqrt{3}a_1........a_n = \sqrt{r}a_1$$

ধ্রুবক a_1 নির্ভর করে P এর অবস্থানের উপর এবং ব্যবর্তন আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের উপর। অতএব এই ধ্রুবককে একক ধরে নিয়ে স্বচ্ছ পাতের উপর স্বাভাবিক সংখ্যার (natural numbers) বর্গমূলের সমান ব্যাসার্ধের বহু সংখ্যক বৃত্ত অংকন করলে ফ্রেনেলের অর্ধ-পর্যায়ী বলয় অঞ্চল পাওয়া যাবে। এবার এই সব বলয় অঞ্চলকে একটি বাদে একটিকে কালো করলে অভিসারী বলয় ফলক গঠিত হবে। একে বলে বলয় ফলক বা জোনপ্লেট।

প্রথমে সাদা কাগজের উপর উল্লেখিত সমকেন্দ্রিক বৃত্ত এঁকে বলয় পাওয়া যায়। এরপর এই বলয় গুলির একটি বাদে একটিকে কালো রঙ করা হয় (চিত্র 2.10)। এরপর এই বলয় সমষ্টির ক্ষুদ্রায়িত ছবি তোলা হয়। এইসব ছবির নেগেটিভ হল ফ্রেনেলের বলয় ফলক বা জোনপ্লেট।



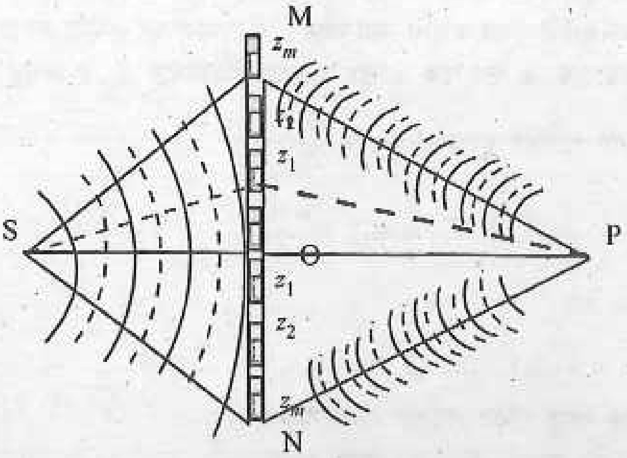
চিত্র 2.10 বলয় ফলক গঠন

বলয় ফলকের ব্যবহার

কাচের তৈরি লেন্স ব্যবহার করে মাইক্রো ওয়েভ বা x-রশ্মির দ্বারা ছবি তোলা যায় না। এইরূপ ক্ষেত্রে বলয় ফলক ব্যবহার করা হয়।

2.3.4 অভিসারী লেন্স রূপে বলয় ফলক

পূর্ব অনুচ্ছেদে আপনারা দেখেছেন যে জোনপ্লেট বা বলয় ফলক তার উপর আপতিত সমতলীয় তরঙ্গাকে গোলীয় অভিসারী তরঙ্গে পরিণত করে যেমন উত্তল লেন্স করে থাকে। এ সম্পর্কে এই অনুচ্ছেদে কিছুটা বিস্তৃত ভাবে আলোচনা করা হল।



চিত্র 2.11 অভিসারী লেন্সরূপে বলয় ফলক

চিত্র 2.11 -এ NOM হল একটি বলয় ফলকের ছেদ। O হল বলয়গুলির সাধারণ কেন্দ্র। $Z_1, Z_2 \ldots\ldots Z_m$ ১ম, ২য়..........m -তম বলয়ের বহিঃ পরিধিস্থ বিন্দু। যেহেতু MON অর্ধ-পর্যায়ী বলয়, তাই আমরা ধরব যে P এমন অবস্থানে বর্তমান যেন

$$(SZ_1 + Z_1P) - (SO + OP) = \frac{\lambda}{2}$$

$$(SZ_2 + Z_2P) - (SO + OP) = 2 \times \frac{\lambda}{2}$$

$$(SZ_m + Z_mP) - (SO + OP) = m \times \frac{\lambda}{2}$$

বা, $$(u_m + V_m) - (u + V) = \frac{m\lambda}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2.20)$$

যেখানে $SZ_m = u_m$, $Z_mP = V_m$, $SO = u$, $OP = V$. ধরা যাক m -তম বলয়ের বহির্ব্যাসার্ধ $OZ_m = a_m$

$\therefore\ u_m^2 = a_m^2 + u^2$ এবং $V_m^2 = a_m^2 + V^2$

$$\therefore\ u_m = \left(a_m^2 + u^2\right)^{\frac{1}{2}} = u\left(1 + \frac{a_m^2}{u^2}\right)^{\frac{1}{2}} = u\left(1 + \frac{a_m^2}{2u^2}\right)$$

এবং $V_m \approx V\left(1+\frac{a_m^2}{2V^2}\right)$

কারণ $u >> a_m$ এবং $V >> a_m$

অতএব সমীকরণ (2.20) থেকে

$$\frac{a_m^2}{2u}+\frac{a_m^2}{2V}=\frac{m\lambda}{2} \quad \text{বা} \quad \frac{1}{V}+\frac{1}{u}=\frac{m\lambda}{a_m^2} \qquad \text{............(2.21)}$$

যা কিনা অভিসারী লেন্স-সমীকরণের অনুরূপ। এই সমতুল্যতার কারণ হল এই যে P দীপ্ত বিন্দু আসলে S এর ব্যবর্তিত প্রতিবিম্ব। বিশেষ অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের ও তরঙ্গের ক্ষেত্রে

$$\frac{a_m^2}{m\lambda}=f_1 \qquad \text{............(2.22)}$$

একটি ধ্রুবক। f_1 কে বলে মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য বা প্রথম ক্রমের (first order) ফোকাস দৈর্ঘ্য। S এবং P কে বলে অনুবন্ধী ফোকাস (conjugate foci)। সমীকরণ (2.19) থেকে লেখা যায়

$$a_m^2 = mv\lambda \ (r_0 \equiv v)$$

সুতরাং সমীকরণ (2.22) থেকে পাওয়া যায় $f_1 = V$. সংশ্লিষ্ট চিত্র 2.9 -এ উৎস অসীমে বলেই $f_1 = V$ (P অনুবন্ধী ফোকাস)। আর এজন্যই f_1 কে বলে মুখ্য বা প্রথম ক্রমের ফোকাস (মনে করুন বস্তু অসীম হলে প্রতিবিম্ব মুখ্য ফোকাসে গঠিত হয়)।

সাধারণ লেন্সের ক্ষেত্রে বস্তু ও প্রতিবিম্বের অবস্থান বিনিময় করা যায় এবং লেন্সের উন্মেষ পরিবর্তন ঘটলেও এ ঘটনার কোনো ব্যত্যয় হয় না। সমীকরণ (2.22) থেকে দেখা যাচ্ছে মুখ্য ফোকাস f_1 এর মান বলয় ফলকের উন্মেষের উপর নির্ভর করে, আবার উন্মেষ এক থাকলেও যেহেতু অনুবন্ধী ফোকাস P-এর অবস্থানের উপর m নির্ভর করে তাই বলা যায় f_1-ও m এর উপর নির্ভর করে। আপনারা জানেন উন্মেষের সঙ্গে অনুবন্ধী ফোকাস P সম্পর্কিত।

$$a_m = \sqrt{mv\lambda} = \sqrt{mr_0\lambda} \qquad (2.23)$$

এই সমীকরণ থেকে বলা যায় কোনো বলয় ফলকের উন্মেষ অপরিবর্তিত থাকলে, অর্থাৎ a_m ধ্রুবক হলে কোনো বিশেষ বর্ণের আলোকের ক্ষেত্রে (অর্থাৎ λ ধ্রুবক) r_0 হ্রাস পেলে m বৃদ্ধি পাবে। এ কথার অর্থ হলো, অনুবন্ধী ফোকাস P বলয় ফলকের নিকটতর হলে একই ব্যাসার্ধের ফলকে মুখ্য তরঙ্গ তলের বেশি সংখ্যক অর্ধ-পর্যায়ী বলয় (m বৃদ্ধি পায়) অন্তর্ভুক্ত হবে। যেমন, $r_0 = \frac{f_1}{2}$ হলে, m বৃদ্ধি পেয়ে হবে $2m$ যাতে a_m ধ্রুবক থাকে। যেহেতু উন্মেষ একই থাকে তাই বলয় সংখ্যা দ্বিগুণ হলে, পূর্ববর্তী প্রতিটি বলয়ে বর্তমানের দুটি করে অর্ধ-পর্যায়ী বলয় অন্তর্ভুক্ত হবে। কিন্তু পাশাপাশি দুটি বলয়ের ব্যবর্তিত আলোক বিপরীত দশায় থাকে। তাই P -বিন্দুর পরিবর্তিত অবস্থানে আলোকের তীব্রতা হবে শূন্য।

কিন্তু যদি P -এর অবস্থান হয় $r_0 = \frac{f_1}{3}$ তবে প্রতিটি উন্মুক্ত বলয়ে এখন তিনটি করে অর্ধ-পর্যায়ী বলয় অন্তর্ভুক্ত হবে। ফলে পরপর দুটি বিপরীত দশার ব্যবর্তিত তরঙ্গ পরস্পরকে প্রশমিত করলেও তৃতীয় অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের আলোক বিস্তার $r_0 = \frac{f_1}{3}$ বিন্দুতে উজ্জ্বল তীব্রতা সৃষ্টি করবে। অতএব যখন

$r_0 = \frac{f_1}{2}, \frac{f_1}{4}, \frac{f_1}{6}$...... তখন সেখানে আলোক তীব্রতা হবে শূন্য। কিন্তু যখন

$r_0 = \frac{f_1}{3}, \frac{f_1}{5}, \frac{f_1}{7}$...... তখন ঐসব বিন্দুতে আলোক তীব্রতা হবে উজ্জ্বল। অর্থাৎ বলয় ফলক কেবলমাত্র অভিসারী লেন্সের মত নয়। তার থাকে বহুসংখ্যক ফোকাস। প্রথম ক্রমের ফোকাস $f_1 = \frac{a_m^2}{m\lambda}$ এর সঙ্গে থাকে তৃতীয়, পঞ্চম, সপ্তম......... প্রভৃতি ক্রমের ফোকাস ঃ

$$f_3 = \frac{f_1}{3} = \frac{a_m^2}{3m\lambda} \qquad f_5 = \frac{f_1}{5} = \frac{a_m^2}{5m\lambda}$$

$f_7 = \frac{f_1}{7} = \frac{a_m^2}{7m\lambda}$ ইত্যাদি।

কিন্তু ২য়, ৪র্থ, ৬ষ্ঠ ইত্যাদি ক্রমের ফোকাসে কোনো আলো সংহত হয় না। অর্থাৎ m যুগ্ম হলে আলোর তীব্রতা শূন্য। কিন্তু m অযুগ্ম হলে আলোর উপস্থিতি থাকে। সাধরণ ভাবে বলা যায় P বিন্দুর দুরত্ব যখন $r_0 = \frac{a_n^2}{(2n+1)\lambda}$, তখন P -এর তীব্রতা গরিষ্ঠ কিন্তু যখন, $r_0 = \frac{a_n^2}{2n\lambda}$ তখন P-এর তীব্রতা লঘিষ্ঠ।

অনুশীলনী -1 একটি বলয় ফলক থেকে একটি বিন্দুর অবস্থান 0.6 মিটার। যদি আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 600 nm তবে এই বিন্দু সাপেক্ষে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

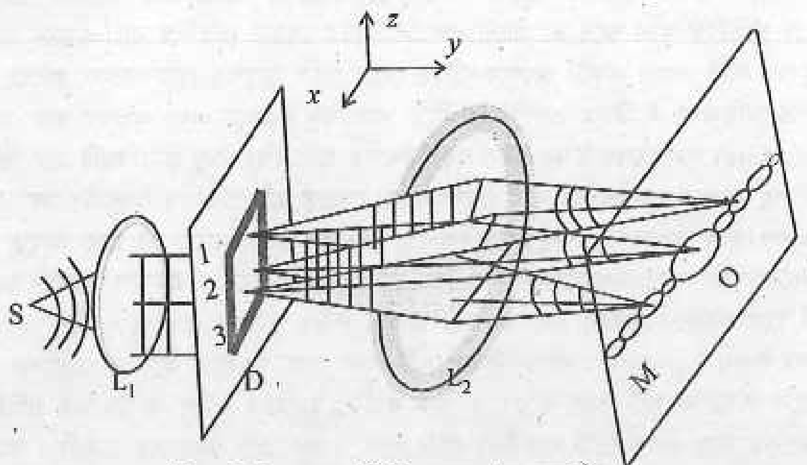
অনুশীলনী -2 একটি বলয় ফলকের m -তম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের ব্যাসার্ধ $0.1\sqrt{m}$ সেমি। যদি আপতিত তরঙ্গের দৈর্ঘ্য হয় 600 nm তবে ফলকের ফোকাসগুলি নির্ণয় করুন।

2.4 একক স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তন

ইতিপূর্বে ফ্রনহফার ব্যবর্তন সম্পর্কে আপনারা একটা প্রাথমিক ধারণা পেয়েছেন। চিত্র 2.3-এ এ সম্পর্ক সামান্য আলোচনা করা হয়েছে। আপনারা জেনেছেন যে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের জন্য ব্যবর্তন পর্দা থেকে উৎস এবং পর্দাকে অসীম দূরত্বে রাখতে হয়। কিন্তু যেহেতু বাস্তবে তা সম্ভব নয় তাই জ্যামিতীয় আলোক বিজ্ঞানের একটা সহজ সিদ্ধান্ত প্রয়োগ করা প্রয়োজন হয়ে পড়ে। আপনারা জানেন যে উৎস অসীমে থাকলে আলোক রশ্মি পরস্পরের সমান্তরাল হয়। আবার এও জানেন যে উৎস অভিসারী লেন্সের ফোকাসে থাকলে নির্গত আলোক রশ্মি লেন্সের অক্ষের সমান্তরাল হয়। এর অর্থ হল নির্গত সমান্তরাল আলোক রশ্মির উৎস যেন অসীমে অবস্থিত। এরূপ নির্গত আলোকে ব্যবর্তন পর্দায় আপতিত করলে বলা যায় উৎস ব্যবর্তন পর্দা সাপেক্ষে অসীমে অবস্থিত।

আবার পর্দার স্লিট-নির্গত ব্যবর্তিত আলোক রশ্মিকে একটি অভিসারী লেন্সের মধ্য দিয়ে প্রেরণ করলে সমান্তরাল রশ্মি গুচ্ছ লেন্সের ফোকাস তলে মিলিত হবে। অর্থাৎ অসীমে যে ব্যবর্তন নকশা গঠিত হত তাকে এখন সসীম দূরত্বের নিরীক্ষা পর্দায় ধারণ ও পর্যবেক্ষণ করা যায়। আবার ব্যবর্তন পর্দার সম্মুখে অভিসারী লেন্সের ফোকাস তলে নিরীক্ষা-পর্দা থাকায় ব্যবর্তন পর্দার সাপেক্ষে নিরীক্ষা পর্দার অবস্থান হবে অসীমে।

উপরে আলোচিত ধারণাকে প্রয়োগ করে ফ্রনহফার ব্যবর্তন পরীক্ষা সম্পাদন করা হয়। চিত্র 2.3 -এর পরীক্ষা ব্যবস্থাকে ত্রিমাত্রিক রূপে চিত্র 2.12 -এ উপস্থাপিত করা হয়েছে।



চিত্র 2.12 একক স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তন

একটি একবর্ণী আলোক উৎস S কে অভিসারী লেন্স L_1-এর ফোকাসে স্থাপন করে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের জন্য প্রয়োজনীয় সমতলীয় আলোক তরঙ্গ বা সমান্তরাল আলোক রশ্মিগুচ্ছ উৎপন্ন করা হয়। চিত্রে xy তলের সমান্তরাল রেখাগুলি (L_2 -এর বামে) হল বিভিন্ন অভিমুখে এরূপ সমান্তরাল আলোকরশ্মিগুচ্ছ। অপর দিকে z-অক্ষের সমান্তরাল রেখাগুলি সমতলীয় আলোক তরঙ্গ নির্দেশ করে। ব্যবর্তন পর্দা D-এর উপর একটি সরু আয়তকার স্লিট পথে এই সমতলীয় তরঙ্গ নির্গত হবে। স্লিট তলে এই তরঙ্গ ব্যবর্তিত হবে। ব্যবর্তিত তরঙ্গতল চলি xy তলের অভিলম্বে ছড়িয়ে পড়বে। ফলে 1, 2, 3...... প্রভৃতি স্লিটের উপরিস্থিত বিন্দু থেকে আলোরশ্মিগুচ্ছ xy -তলের সমান্তরালে ছড়িয়ে পড়বে। লক্ষ্য করুন এইসব ব্যবর্তিত তরঙ্গ সুসম্বদ্ধ। অতএব তরঙ্গগুলিকে উপরি পাতিত করলে ব্যতিচার সৃষ্টি হবে। এই উদ্দেশ্যে ব্যবর্তন পর্দার পর একটি অভিসারী লেন্স L_2 স্থাপন করা হয়। ফলে L_2 পরস্পর সমান্তরাল রশ্মি গুলিকে তার ফোকাস তলে বিভিন্ন বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত করে (converges)। এই ফোকাস তলে কোনো পর্দা স্থাপন করলে পর্দার উপর ব্যবর্তিত তরঙ্গ সমূহের উপরি পাত জাত ব্যতিচার নকশা দৃশ্যমান হবে। এই নকশাকে বলে ব্যবর্তন নকশা বা ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ (diffraction pattern or fringes)।

কার্যত আলোর ব্যবর্তন পর্যবেক্ষণের জন্য একটি স্পেকট্রোমিটার (Spectrometer) ব্যবহার করা হয়। এই স্পেকট্রোমিটারের কলিমেটরে [collimator - সমাক্ষীয়ক, এর সাহায্যে উৎস থেকে আগত অপসৃয়মান রশ্মিগুচ্ছকে উক্ত যন্ত্রে ব্যবহৃত লেন্সের অক্ষের সমান্তরাল করা হয়। তাই একে সমান্তরকও বলা চলে।] থাকে একটি স্লিট ও একটি অভিসারী লেন্স। একবর্ণী আলো দ্বারা এই স্লিটকে (ব্যবর্তন স্লিট নয়) আলোকিত করা হয়। এরপর কলিমেটর লেন্সকে আগুপিছু করে স্লিটটিকে লেন্সের ফোকাসে বসানো হয়। [এর বিস্তারিত জানতে কোনো উচ্চতর ব্যবহারিক পদার্থ বিদ্যার পুস্তক দ্রষ্টব্য। EPH-12 দেখতে পারেন।] অতএব এই কলিমেটর নির্গত সমান্তরাল আলোক রশ্মিগুচ্ছকে স্পেকট্রোমিটারের প্রিজমটেবিলে স্থাপিত ব্যবর্তন স্লিটের উপর আপতিত করা হয়। বিপরীত দিকে থাকে স্পেকট্রোমিটারের টেলিস্কোপ। এই টেলিস্কোপের অভিলক্ষ্য লেন্স (objective lens) চিত্র 2.12 -এর L_2 কে প্রতিস্থাপিত করে। তখন এই টেলিস্কোপের অভিনেত্রের (eye-piece) বজ্রতার (cross-wire) প্রতিস্থাপন নিরীক্ষা-পর্দা M-কে করে [চিত্র 2.16 দ্রষ্টব্য]

ব্যবর্তন নকশা

রেখিক স্লিট থেকে আগত ব্যবর্তিত আলোক তরঙ্গ টেলিস্কোপের অভিনেত্রের বজ্রতার (cross-wire) বা স্কেলের উপর যে প্রতিবিম্ব গঠন করে তা আদৌ ব্যবর্তন স্লিটের কোনো প্রতিবিম্ব নয়। এখানে স্লিট উৎস থেকে আগত তরঙ্গমুখের অতি নগণ্য একটা অংশকে উন্মুক্ত রেখে বাকি অংশের প্রতিবন্ধকতা করছে ব্যবর্তন স্লিট। তাই টেলিস্কোপের অভিলক্ষ্য ঐ উন্মুক্ত তরঙ্গ মুখে খুঁজে পায় বিন্দু উৎসকে এবং অতপর তার ফোকাসে রক্ষিত বজ্রতারে (cross-wire) বা স্কেলের উপর গঠন করে উৎসের প্রতিবিম্ব। কিন্তু প্রতিবিম্বটি হবে ফ্রিঞ্জ যুক্ত, কারণ তা গঠিত হচ্ছে বহু সংখ্যক সুসম্বধ আলোক তরঙ্গ দ্বারা। যেহেতু এই প্রতিবিম্ব বিন্দু উৎসের তাই এটা আশা করা যায় প্রতিবিম্ব হবে বৃত্তাকার। কিন্তু বাস্তবিক যে প্রতিবিম্ব দেখা যাবে তা হবে কিছুটা লম্বা ধরনের উপবৃত্তাকার। অনেকগুলি এরূপ উপবৃত্তাকার দীপ্ত বিম্ব সজ্জিত দেখা যাবে x -অক্ষের সমান্তরালে যার কেন্দ্রীয় পটি বা ফ্রিঞ্জটি হবে সর্বাধিক উজ্জ্বল এবং অন্যান্য উজ্জ্বল পটির তুলনায় দৈর্ঘ্য হবে দ্বিগুণ (চিত্র 2.12 পর্দা M)। স্লিট স্থাপন করায় L_2 কেবল কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল পটি গঠন করে না, স্লিটে আলোক তরঙ্গের ব্যবর্তন ঘটায় আরো অনেকগুলো আলোক পটি গঠন করে। x অক্ষ বরাবর আলোক পটির বা উৎসের প্রতিবিম্বের ছড়িয়ে পড়ার এই ঘটনাকেই বলে একক স্লিটে ব্যবর্তন। এটাই হলো একক স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তন। সমগ্র আলোকিত পটিটি মাঝে মাঝে অনুজ্জ্বল রেখা দ্বারা বিভাজিত হওয়ার কারণ এইসব রেখাঅঞ্চলে স্লিট থেকে আগত গৌণ তরঙ্গিকা সমূহ বিপরীত দশায় মিলিত হয়েছে।

যদিও এই ব্যবর্তন নকশা স্লিটের প্রতিবিম্ব নয়, তবুও এই নকশার উপর স্লিটের আকার গত পরিবর্তনের প্রভাব প্রবল। যদি স্লিটের বেধ বৃদ্ধি করা যায় তবে নকশার পটিগুলির দৈর্ঘ্য হ্রাস পেতে থাকে এবং এক সময় ব্যবর্তন নকশার অবলুপ্তি ঘটে এবং তার স্থলে উৎসের একটি উজ্জ্বল বৃত্তাকার প্রতিবিম্ব পাওয়া যায়। এর অর্থ বৃহৎ বেধের স্লিট ব্যবর্তন সৃষ্টির করার মত প্রতিবন্ধক আর নয়। অপর দিকে স্লিট-বেধ হ্রাস করলে পটিগুলির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়, অর্থাৎ আলো আরো বেশি বেশি ব্যবর্তিত হয়। আবার স্লিটের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বা হ্রাস করলে পটির উজ্জ্বলতা বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়। রৈখিক স্লিটের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির ফলে সুসম্বধ গৌণ তরঙ্গিকার সংখ্যা বৃদ্ধি পাওয়ায় ব্যবর্তন নকশার তীব্রতা বৃদ্ধি পায় এবং দৈর্ঘ্য হ্রাস করলে এই সংখ্যা হ্রাস পায় বলে তীব্রতা হ্রাস পায়।

ফ্রনহফার নকশার বৈশিষ্ট্য

(i) একক স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের ফলে যে ব্যবর্তন নকশা সৃষ্টি হয় তা বিন্যস্ত থাকে স্লিটের রৈখিক মাত্রার অভিলম্ব দিকে। (দ্রষ্টব্য চিত্র 2.11, পর্দা M)

(ii) ফ্রনহফার ব্যবর্তনের উৎস ও নিরীক্ষা-পর্দা সৃষ্টির লক্ষ্যে যে লেন্সদ্বয় ব্যবহার করা হয় তাদের সাধরণ অক্ষ নিরীক্ষা পর্দাকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেখানে ব্যবর্তন নকশার উজ্জ্বলতম ও বৃহত্তম বেধের দীপ্ত ফ্রিঞ্জ গঠিত হয়। একে বলে কেন্দ্রীয় দীপ্ত ফ্রিঞ্জ বা পটি অথবা মুখ্য গরিষ্ঠ-ফ্রিঞ্জ (Principal Maximum Fringe)।

(iii) মুখ্য গরিষ্ঠ-ফ্রিঞ্জের উভয় পার্শ্বে প্রতিসমভাবে আরো কিছু গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ দেখা যায় যাদের উজ্জ্বলতা মুখ্য গরিষ্ঠ-ফ্রিঞ্জের উজ্জ্বলতা থেকে অনেক কম এবং ক্রম হ্রাসমান। এদের বলে গৌণ গরিষ্ঠ-ফ্রিঞ্জ (Secondary Maxima)। এই গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের বেধ-মুখ্য ফ্রিঞ্জের বেধের অর্ধেক।

(iv) মুখ্য গরিষ্ঠ-ফ্রিঞ্জে উজ্জ্বলতা সর্বাধিক হল তার কেন্দ্রে এবং বেধ বরাবর তা ক্রমশ হ্রাস পায় উভয় পার্শ্বে। কিন্তু গৌণ গরিষ্ঠ-ফ্রিঞ্জগুলির সর্বোচ্চ উজ্জ্বলতা কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠের দিকে সরে থাকে।

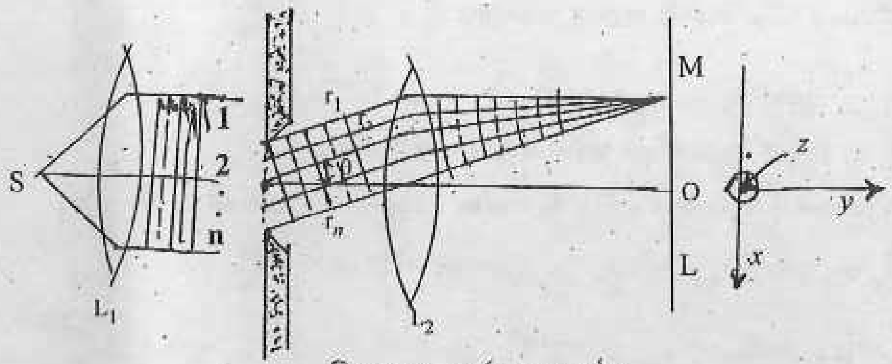
(v) যে-কোনো দুটি উজ্জ্বল পটি একটি সরু অদীপ্ত রেখা দ্বারা বিভাজিত থাকে। তাদের বলে নকশার লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ (Minima of the Fringe Pattern)। পরবর্তী অনুচ্ছেদে ব্যবর্তন নকশার তাত্ত্বিক বিশ্লেষণ করা হল।

2.4.1 একক স্লিটে ব্যবর্তন নকশার তীব্রতা বন্টন

পূর্ব অনুচ্ছেদে আপনারা জেনেছেন যে স্লিটের উপরিস্থিত বিভিন্ন বিন্দু থেকে গৌণ তরঙ্গিকা গুলি যখন নিরীক্ষা-পর্দার উপর কোনো বিন্দুতে উপরিপতিত হয় তখন সেখানে একটা লব্ধি তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। স্পষ্টতই এই লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার নির্ভর করবে স্লিট থেকে আগত বহু সংখ্যাক গৌণ তরঙ্গিকার অবদানের উপর। এই অবদান কতটা হবে তা নির্ভর করবে নিরীক্ষা পর্দার উপর বিবেচ্য বিন্দু সাপেক্ষে স্লিটের বিভিন্ন গৌণ তরঙ্গিকা বিন্দুর কৌণিক অবস্থান ও দূরত্বের উপর।

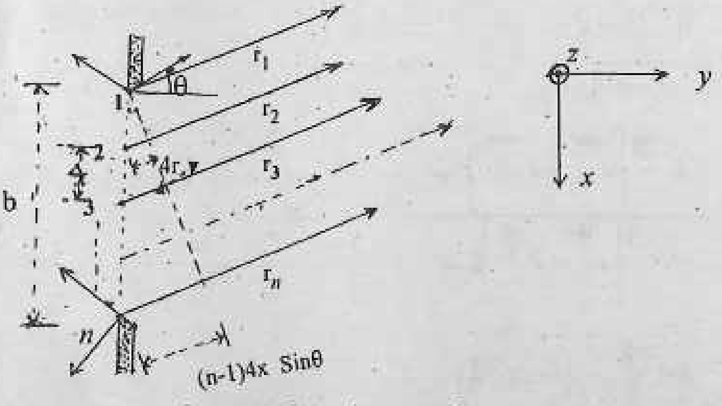
এই বিবেচনা থেকে প্রথমে যেটা দেখা যায় তা হল এই যে স্লিটের আকার সাপেক্ষে নিরীক্ষা-পর্দা অনেক দূরে হওয়ায় পর্দার উপর যে কোনো বিন্দু থেকে স্লিটের উপর যে কোনো বিন্দুর কৌণিক অবস্থান কার্যত অভিন্ন। অতএব কোনো এক বিশেষ অভিমুখে যেহেতু তরঙ্গিকা সমূহের বিস্তার অভিন্ন তাই পর্দার উপর M বিন্দু সাপেক্ষে স্লিটের উপর n -সংখ্যক গৌণ তরঙ্গিকার উৎস বিন্দু গুলির দূরত্ব যদি $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots r_n$ হয় তবে, (চিত্র 2.13)

$$A_\theta(r_1) = A_\theta(r_2) \ldots\ldots = A_\theta(r_n) = A_\theta(r)$$



চিত্র 2.13 ব্যবর্তন নকশাগঠন

এখানে A_θ হল yz তলের সঙ্গে θ কোণে গমনকারী তরঙ্গের বিস্তার এবং পর্দার উপর M যে কোনো বিন্দু থেকে স্লিটের উপর গৌণ তরঙ্গিকা উৎসের দূরত্বগুলি হল $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots r_n$.



চিত্র 2.14 স্লিটের উপর অবস্থিত সমতল তরঙ্গতল থেকে তরঙ্গিকাসমূহ সর্বদিকে তরঙ্গ বিকিরণ করে।

চিত্র 2.14 -এ একটি উল্লম্ব রৈখিক স্লিটের xy তলের ছেদ দেখান হয়েছে। ধরা যাক স্লিটের বেধ b. $1,2,3......n$ হল গৌণ তরঙ্গিকাগুলির আন্দোলন কেন্দ্র যারা পরস্পর থেকে Δx ব্যবধানে অবস্থিত।

$\therefore (n-1)\Delta x = b$

Δx খুবই ক্ষুদ্র এবং n খুবই বড়। অতএব, লেখা যায়

$n\Delta x = b$

এইসব উৎস-বিন্দু থেকে তরঙ্গগুলি M বিন্দুতে বিভিন্ন দশায় পৌঁছাবে। যদি 1-বিন্দু থেকে আসা তরঙ্গিকার দশা হয় ωt তবে $2,3,....n$ বিন্দু থেকে আসা তরঙ্গিকা সমূহের দশা হবে $\omega t-\phi, \omega t-2\phi ....\omega t-(n-1)\phi$ যেখানে

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{ আলোকীয় পথ পার্থক্য}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r, \text{ (চিত্র 2·14 দ্রষ্টব্য)}$$

$$= \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}\sin\theta, \ \lambda = \text{ একবর্ণী আলোর তরঙ্গদৈর্ঘ্য}$$

$$\therefore \phi = \left(\frac{2\pi b}{n\lambda}\right)\sin\theta \qquad ....(2.24)$$

অতএব, M বিন্দুতে উপরিপাতিত তরঙ্গ সমূহের লব্ধি বিস্তার হবে

$$A = A_0 \cos\omega t + A_\theta \cos(\omega t-\phi) + A_\theta \cos(\omega t - 2\phi) + ...+ A_0 \cos[\omega t-(n-1)\phi]$$

$$= A_\theta\left[e^{i\omega t} + e^{i(\omega t-\phi)} + e^{i(\omega t-2\phi)} + ...+ e^{i[\omega t-(n-1)\phi]}\right]$$

$$= A_0 e^{i\omega t}\left[1 + e^{-i\phi} + e^{-2i\phi} + ...+ e^{i(n-1)\phi}\right]$$

$$= A_\theta e^{i\omega t}\left[1 + e^{i\phi} + \left(e^{-i\phi}\right)^2 + \left(e^{-i\phi}\right)^3 + ...+ \left(e^{-i\phi}\right)^{n-1}\right]$$

$$= A_\theta e^{i\omega t} \times \frac{1-\left(e^{-i\phi}\right)^n}{1-e^{-i\phi}}$$

$$= A_\theta e^{i\omega t} \times \frac{e^{\frac{-in\phi}{2}}\left[e^{\frac{in\phi}{2}} - e^{\frac{-in\phi}{2}}\right]/2i}{e^{\frac{-i\phi}{2}}\left[e^{\frac{i\phi}{2}} - e^{\frac{-i\phi}{2}}\right]/2i}$$

$$\therefore A = A_\theta \frac{\sin\frac{n\phi}{2}}{\sin\frac{d\phi}{2}} \times e^{i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]} \qquad ....(2.25)$$

কিন্তু $e^{i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]}=\cos\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]+i\sin\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]$

$$\therefore R_eA = A_\theta\left(\frac{\sin\frac{n\phi}{2}}{\sin\frac{\phi}{2}}\right)\cos\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right] \quad (2.26)$$

এখানে R_eA (Real part of A) বলতে জটিল রাশি A -র বাস্তব অংশ বুঝাচ্ছে। যেহেতু $\phi \to 0$

$\therefore \sin\frac{\phi}{2}=\frac{\phi}{2}=\left(\frac{\pi b}{n\lambda}\right)\sin\theta$ [সমীকরণ (2.24) থেকে]

অতএব (2.25) সমীকরণ থেকে লেখা যায়

$$A = A_\theta \times \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi b}{n\lambda}\sin\theta} \times e^{i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]}$$

বা $A = nA_\theta \times \frac{\sin\beta}{\beta}e^{i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]}$ .... (2.27)

যেখানে $\beta = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta$ .... (2.28)

অথবা সমীকরণ (2.26) থেকে

$$R_eA = nA_\theta\frac{\sin\beta}{\beta}\cos\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]$$

এখন $\phi \to 0$ হলে $n \to \infty$ অথবা $(n-1)\frac{\phi}{2}=\frac{n\phi}{2}=\frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}$ বা $(n-1)\frac{\phi}{2}=\beta$

$\therefore R_eA = nA_0\frac{\sin\beta}{\beta}\cos(\omega t-\beta)$ ....(2.29)

এখন তরঙ্গের তীব্রতা (Irradiance)

$I = AA^*$ [সমীকরণ (2·27) থেকে $A^* = nA_0 \times \frac{\sin\beta}{\beta}e^{-i\left[\omega t-(n-1)\frac{\phi}{2}\right]}$]

$\therefore I = I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ ....(2.30)

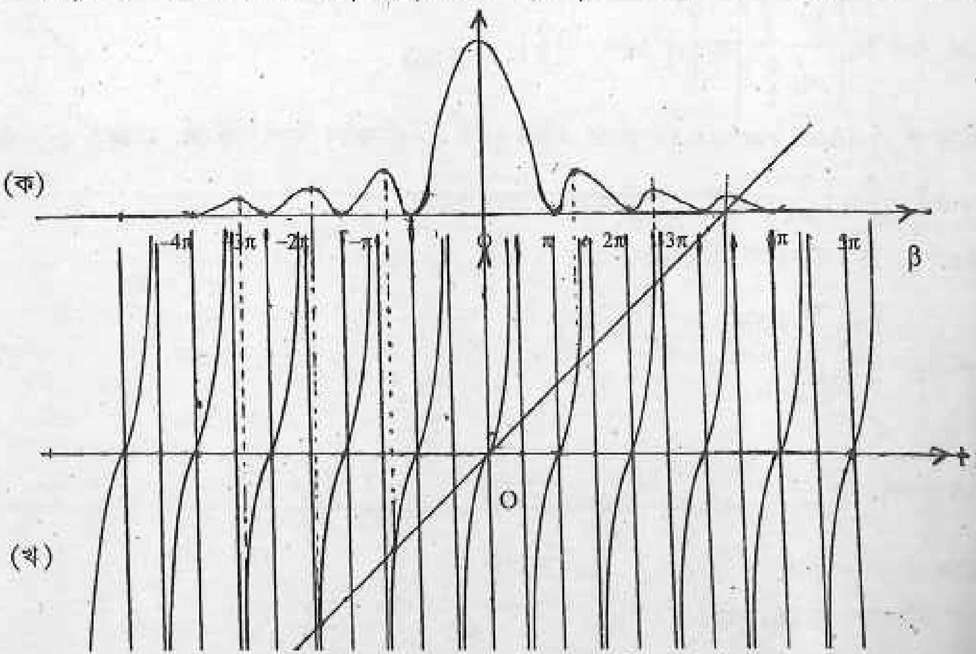
যেখানে $I_0 = n^2A_\theta^2$ কিন্তু সমীকরণ (2.28) থেকে বলা যায় $\theta \to 0$ হলে $\beta \to 0$ হবে। আবার

$$\lim_{\beta\to 0}\frac{\sin\beta}{\beta}=1$$

অতএব I_0 হবে I এর সর্বোচ্চ মান। একথার অর্থ হল, যখন ব্যবর্তিত তরঙ্গ আপতিত তরঙ্গের অভিমুখে গমন করবে তখন ব্যবর্তিত তরঙ্গের উপরিপাতের ফলে সর্বোচ্চ তীব্রতা সৃষ্টি হবে। ব্যবর্তন নকশায় মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতা পাওয়া যায় তখন যখন ব্যবর্তন কোণ $\theta = 0$ হয়।

তীব্রতার চরম ও অবম অবস্থান নির্ণয়

চিত্র 2.15 -তে সমীকরণ (2.30) প্রদত্ত তীব্রতা বণ্টনের লেখচিত্র প্রদর্শিত হল। y -অক্ষ বরাবর I এবং x অক্ষ বরাবর β অংশোয়িত করা হয়েছে। যেহেতু যখন $\theta=0$, তখন $\beta=0$. তাই $\beta=0$ -তে $I=I_0$



চিত্র 2·15 একক স্লিটে ফ্রন হফার ব্যবর্তনের তীব্রতা বণ্টন

যা কিনা তীব্রতা বণ্টনের চরম মান। β যখন 0 থেকে $\pm\pi$ এর দিকে পরিবর্তিত হয় তখন I এর মান দ্রুত নেমে $\beta=\pm\pi$ -এ শূণ্য হয়। এই অংশটাই তীব্রতা বণ্টনের মুখ্য গরিষ্ঠ উজ্জ্বল পটি। তীব্রতা হয় শূন্য বা লঘিষ্ঠ যখন

$$\beta=\pm\pi,\pm 2\pi,\pm 3\pi.........$$

$$=m\pi,\quad m=\pm1,\pm2.......\ \text{ইত্যাদি।}\qquad m\neq 0.\ (2.31)$$

$m=0$ হলে $\beta=0$ যেখানে মুখ্য গরিষ্ঠ উজ্জ্বলতা বর্তমান। আবার (2.28) সমীকরণে $\beta=m\pi$ বসিয়ে পাওয়া যায়

$$b\sin\theta=m\lambda,\ m=\pm1,\pm2...........(2.32)$$

এটাই হল লঘিষ্ঠ তীব্রতার শর্ত।

সমীকরণ (2.32) থেকে স্পষ্টতই দেখা যাচ্ছে ব্যবর্তন কোণ θ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও স্লিটের বেধের উপর নির্ভরশীল। কোনো নির্দিষ্ট ক্রম ও স্লিটের ক্ষেত্রে আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে ব্যবর্তন কোণ বৃদ্ধি পাবে। অপরদিকে কোন বিশেষ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে স্লিটের বেধ বৃদ্ধি পেলে ব্যবর্তন কোণ হ্রাস পাবে। এর অর্থ বেধের একটা সীমা অতিক্রান্ত হলে ব্যবর্তন হবে না।

যেহেতু ব্যবর্তন λ নির্ভর, তাই প্রশ্ন উঠবে আপতিত আলোক সাদা হলে ব্যবর্তন নকশা কেমন হবে। মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতা λ নির্ভর নয়। কারণ $b\sin\theta=0$ অতএব যে কোনো বর্ণের তরঙ্গের মুখ্য গরিষ্ঠ

তীব্রতা থাকবে $\beta = -\pi$ থেকে $\beta = +\pi$ এর মধ্যে। এই জন্য সাদা আলোর মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ হবে সাদা। কিন্তু লগিষ্ঠ তীব্রতা λ নির্ভর হওয়ায় ভিন্ন ভিন্ন বর্ণের লঘিষ্ঠ তীব্রতার ফিঞ্জ ভিন্ন ভিন্ন অবস্থানে গঠিত হবে। অর্থাৎ সাদা আলোর ব্যবর্তন নকশা হবে বহু বর্ণী এবং তার কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জ হবে সাদা। লাল বর্ণের λ বৃহত্তর হওয়ায়, যেহেতু সাদা কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জের বাইরের দিকে θ বেশি, তাই কেন্দ্রীয় সাদা ফ্রিঞ্জের বাইরের দিকটা হবে লাল ।

গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানে I চরম হওয়ায় $\frac{dI}{d\beta} = 0$, কিন্তু

$$\frac{dI}{d\beta} = I_0\left[2\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\beta\cos\beta - \sin\beta}{\beta^2}\right)\right]$$

অতএব I গরিষ্ঠ বা লঘিষ্ঠ হলে

$$\sin\beta(\beta\cos\beta - \sin\beta) = 0$$

$\therefore$ হয় $\sin\beta = 0$ বা $\beta = \tan\beta$

এখন $\sin\beta = 0$ হলে $\beta = m\pi$, যা আমরা ইতিমধ্যে পেয়েছি লঘিষ্ঠ তীব্রতার শর্ত রূপে। অতএব গরিষ্ঠ গৌণ তীব্রতার শর্ত হল

$$\beta = \tan\beta \qquad ....(2.32 \text{ খ})$$

ইতিমধ্যে আমরা জেনেছি $\beta = 0$ হল মুখ্য গরিষ্ঠের অবস্থান। β-এর অন্যান্য বীজ থেকে পাওয়া যাবে গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানগুলি। β-এর এই সব অভীষ্ট বীজ পাওয়া যায়

$$y = \beta$$

এবং $y = \tan\beta$

এই দুই সমীকরণের লেখচিত্রের সাহায্যে। দুই লেখের ছেদ বিন্দুতে β-এর মান হল I এর গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান [চিত্র 2.5 (খ)]। এই চিত্রে লক্ষ করুন, ছেদ বিন্দু গুলিতে

$\beta = 1.43\pi, 2.46\pi, 3.47\pi.........$ ইত্যাদি

এবং গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানও এইগুলি। কেন্দ্রীয় মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতা $-\pi$ ও $+\pi$ এর মধ্যবিন্দুতে $\beta = 0$ তে অবস্থিত। কিন্তু অন্যান্য গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতা দুই প্রতিবেশি লঘিষ্ঠ তীব্রতার মধ্যবর্তী অবস্থান $\beta = 1.5\pi, 2.5\pi........$ ইত্যাদি নয়। বরং গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান কিছুটা কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ অবস্থানের দিকে সরে আছে।

মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার মান I_0-এর সঙ্গে অন্যান্য গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতার মানের তুলনা করা যায়। যেমন, প্রথম গৌণ গরিষ্ঠ তীব্রতা হবে

$$I_1 = I_0\left\{\frac{\sin 1.43\pi}{1.43\pi}\right\}^2 = 0.0494 I_0$$

অর্থাৎ I_1 হল I_0-এর 4.96% অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে I_2 ও I_3 হল যথাক্রমে I_0-এর 1.68% এবং 0.83%। অতএব, দেখা যাচ্ছে যে কেন্দ্রীয় মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জে আপতিত আলোক শক্তির 90%-এর অধিক বণ্টিত হয়েছে এবং এই শক্তি অঞ্চল হল $\beta = -\pi$ থেকে $\beta = +\pi$ পর্যন্ত।

কিন্তু আমরা পূর্বেই দেখেছি

$$\beta = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta$$

বা, $\pm\pi = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta$

$$\therefore \sin\theta = \pm\frac{\lambda}{b}$$

কিন্তু তুলনা মূলক ভাবে $b >> \lambda$, বা $\frac{\lambda}{b} << 1$ অতএব $\theta = \pm\frac{\lambda}{b}$

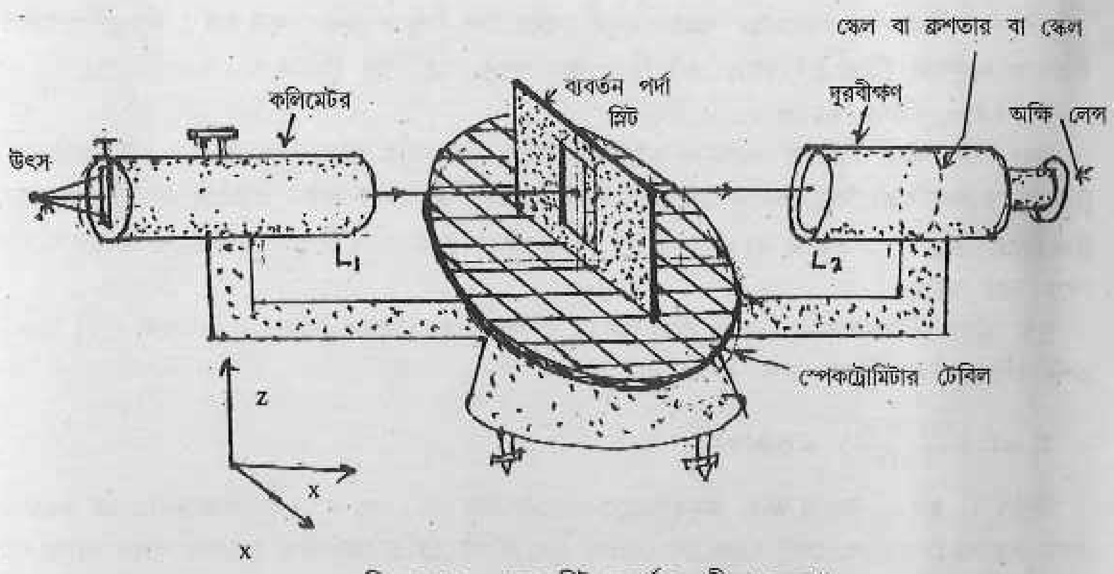
বা $-\frac{\lambda}{b} \le \theta \le \frac{\lambda}{b}$ ....(2.33)

এই ব্যবর্তন কোণ সীমার মধ্যেই আলোক শক্তির সিংহভাগ বণ্টিত হয়। এই শক্তি যে ব্যবর্তন কোণ দ্বারা সীমিত তাকে বলে অপসারী কোণ (divergence angle). যদি এই অপসারী কোণ হয় $\Delta\theta$, তবে

$$\Delta\theta \sim \frac{\lambda}{b} \qquad ....(2.34)$$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে b যত ক্ষুদ্র হবে $\Delta\theta$ ততই বড় হবে। অর্থাৎ ততই বেশি বেশি করে ব্যবর্তন ঘটবে। অপর দিকে λ যত ক্ষুদ্র হবে $\Delta\theta$ ততই ক্ষুদ্র হবে, অর্থাৎ ততই ব্যবর্তন হ্রাস পাবে। এবং $\lambda \to 0$ হলে কোনো ব্যবর্তন হবে না।

2.4.2 রৈখিক উৎসের একক স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তন



চিত্র 2·16 একক স্লিট ব্যবর্তন পরীক্ষা ব্যবস্থা।
S = স্ক্রু, যার সাফল্যে দুরত্ব নিয়ন্ত্রণ করা যায়।

কলিমেটর স্লিট হল রৈখিক স্লিট যার বেধ স্ক্রুর (S_1) সাহায্যে ছোট-বড় করা যায়। এই স্লিটের সম্মুখে কোনো আলোক উৎস (সাদা বা একবর্ণী) রাখলে কলিমেটর স্লিটকে একটি রৈখিক উৎস হিসেবে বিবেচনা করা চলবে। কলিমেটর লেন্স L_1 থেকে তার স্লিটের দূরত্বকে নিয়ন্ত্রণ করে L_1 এর ফোকাস তলে আনা যায়। ফলে L_1 থেকে নির্গত আলোক তরঙ্গ হবে সমতলীয়। কলিমেটর স্লিটকে উল্লম্ব ভাবে স্থাপন করা যায়। এই স্লিটের সমান্তরাল ভাবে স্পেকট্রোমিটার টেবিলের উপর ব্যবর্তন রৈখিক স্লিট স্থাপন করা হয়। স্লিটের পরে থাকে স্পেকট্রোমিটার টেলিস্কোপ যাকে টেবিলের অক্ষকে কেন্দ্র করে অনুভূমিক তলে আবর্তিত করা যায় (চিত্র 2.16)। টেলিস্কোপের লেন্স L_2 অভিনেত্রের ক্ষেত্র লেন্সের সম্মুখে বজ্রতারের উপর ব্যবর্তন নকশা প্রক্ষেপন করবে। অভিনেত্রের অক্ষিলেন্সে চোখ রেখে S_1 এর সাহায্যে নকশাকে তীক্ষ্ণ ও উজ্জ্বল করা যাবে।

আপনারা বিন্দু উৎস জাত আলোক তরঙ্গের ব্যবর্তন থেকে উৎপন্ন নকশা কেমন হবে তা জেনেছেন। বিন্দু উৎসের ফ্রিঞ্জযুক্ত প্রতিবিম্ব xy -তলে x -অক্ষের সমান্তরালে নিরীক্ষা-পর্দার (এখানে টেলিস্কোপের বজ্র বা ক্রশ তারে) উপর গঠিত হয়। এখানে রৈখিক আলোক উৎসকে Z -অক্ষের সমান্তরালে সজ্জিত বহু সংখ্যক বিন্দু উৎসের সমাহার ভাবা যেতে পারে। অতএব প্রতিটি বিন্দু উৎস x -অক্ষের সমান্তরালে নিজ নিজ ব্যবর্তন নকশা গঠন করবে। বিন্দু উৎস গুলি যেমন Z -অক্ষের সমান্তরাল, তেমনি তাদের প্রত্যেকটির একই ক্রমের দীপ্ত পটি Z -অক্ষের সমান্তরালে সজ্জিত হবে। অতএব প্রতিটি পটি হবে Z -অক্ষের সমান্তরালে রৈখিক পটি বৎ ফ্রিঞ্জ।

আবার আপনারা জানেন যে ব্যবর্তন দীপ্ত পটি গুলি আসলে উৎসের প্রতিবিম্ব। এক্ষেত্রে উৎস রৈখিক এবং Z -অক্ষের সমান্তরাল, আর এজন্যই তার থেকে নির্গত আলোক তরঙ্গের ব্যবর্তনে গঠিত হবে রৈখিক উৎসের রৈখিক প্রতিবিম্ব। লক্ষ করুন যখন উৎস ছিল বিন্দু বৎ তখন রৈখিক স্লিটের ব্যবর্তন নকশার দীপ্ত ফ্রিঞ্জ বৃত্তাকার (বিস্তৃত বিন্দু)। কিন্তু যখন উৎস রৈখিক তখন ব্যবর্তন নকশার দীপ্ত ফ্রিঞ্জও রৈখিক।

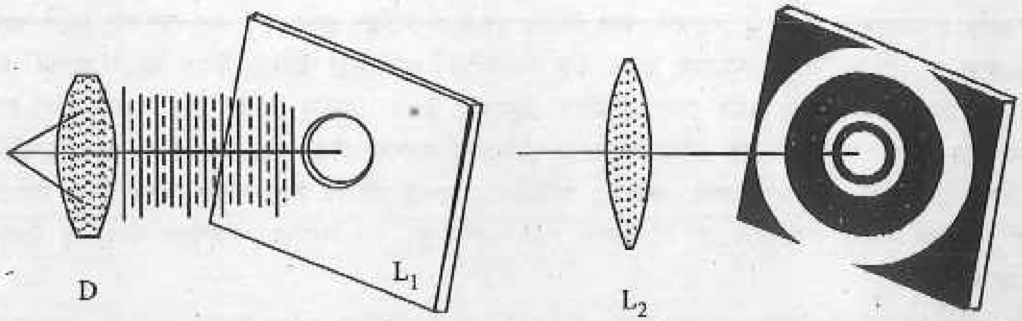
অতএব রৈখিক উৎসের আলোক তরঙ্গ যখন রৈখিক স্লিটে ব্যবর্তিত হবে তখন পর্দায় বা টেলিস্কোপের বজ্রতারে রৈখিক ফ্রিঞ্জ নকশা গঠিত হবে। প্রতিটি রৈখিক দীপ্ত ফ্রিঞ্জের দৈর্ঘ্য বরাবর তীব্রতা সমান, কারণ ঐ অবস্থানে (ব্যবর্তন কোণে) প্রতিটি বিন্দু উৎসের ব্যবর্তিত প্রতিবিম্বের উজ্জ্বলতা সমান। কিন্তু ফ্রিঞ্জের কৌণিক অবস্থান ভেদে তীব্রতা ভিন্ন। বিন্দু উৎসের ক্ষেত্রে যেমন, এক্ষেত্রেও তেমনি হবে কোনো ফ্রিঞ্জের তীব্রতা, অর্থাৎ

$$I = I_0\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)$$

আলোক উৎসকে খুবই সরু বেধের হতে হবে। যদি আলোক উৎসের বেধ বেশি হয় তবে তা বহু সংখ্যক সমান্তরাল রৈখিক উৎস রূপে কাজ করবে। ফলে ব্যবর্তনের পর প্রতিটি উৎস তার নিজ নিজ ব্যবর্তন নকশা গঠন করবে। এই সব নকশা পরস্পরের সঙ্গে মিশে গিয়ে ব্যবর্তন নকশাকেই নস্যাৎ করে দেবে। কারণ, একটার গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ অন্যটির লঘিষ্ঠ অবস্থানে গঠিত হবে বলে আদৌ কোনো ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে না।

মনে রাখতে হবে, উৎস এবং ব্যবর্তন স্লিটকে অবশ্যই সমান্তরাল ভাবে স্থাপন করতে হবে।

বৃত্তাকার একক স্লিটে ব্যবর্তন



চিত্র 2·17 বৃত্তীয় স্লিটে ব্যবর্তন

রৈখিক স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তন ঘটাবার জন্য যেমন বিন্দু উৎসকে কোনো অভিসারী লেন্স L_1 -এর ফোকাসে রাখা হয়, তেমনি বৃত্তাকার স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের জন্যও একই ব্যবস্থা। ব্যবর্তন পর্দার পর একই ভাবে লেন্স L_2 কে বসিয়ে তার ফোকাস তলে রক্ষিত পর্দায় বৃত্তীয় স্লিটে সৃষ্ট ব্যবর্তন নকশাকে প্রক্ষিপ্ত করা হয়। লেন্স L_1, L_2 এবং বৃত্তীয় স্লিটকে সমাক্ষীয় ভাবে স্থাপন করা হয় এবং ব্যবর্তন পর্দা ও নিরীক্ষা পর্দা এই অক্ষের অভিলম্বে থাকে। বিন্দু উৎস থেকে নির্গত আলো লেন্স L_1 কর্তৃক প্রতিসৃত হলে সমতলীয় তরঙ্গ উৎপন্ন করবে, যা বৃত্তীয় স্লিটে ব্যবর্তিত হবে। ব্যবর্তিত তরঙ্গ সমূহ L_2 কর্তৃক পর্দার উপর অভিসৃত হলে পর্দার উপর সমকেন্দ্রিক দীপ্ত ও অদীপ্ত বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে। একে বলে এয়ারি নকশা (Airy Pattern)। স্যার জর্জ বিডেল এয়ারির (Sir George Biddell Airy) নামানুসারে এই নামকরণ [চিত্র 2.17]।

এয়ারি নকশার তীব্রতা বন্টনের রাশিমালা নিরূপণ বেশ এক জটিল প্রক্রিয়া। এখানে কেবল চূড়ান্ত রাশি মালাটি দেওয়া হল ঃ

$$I = I_0\left(\frac{2J_1(d)}{d}\right)^2 \qquad \text{............(2.35)}$$

যেখানে $$d = \frac{2\pi}{\lambda}(a\sin\theta) \qquad \text{............(2.36)}$$

$a =$ বৃত্তাকার স্লিটের ব্যাসার্ধ

$J_1(d) =$ বেসেল অপেক্ষক (Bessel Function)

এবং I_0 কেন্দ্রীয় উজ্জ্বল ফ্রিঞ্জের তীব্রতা যা পাওয়া যায় যখন ব্যবর্তন কোণ $\theta = 0$ অপেক্ষকটি অনেকটা অবমন্দিত সাইন অপেক্ষকের মত এবং $J(0) = 0$. অতএব

$$\underset{d\to 0}{Lt}\frac{J_1(0)}{d} = 1$$

আবার যখন $d = 3.832, 5.136, 7.016........$ ইত্যাদি তখন $J_1(d) = 0$ অর্থাৎ d -এর এইসব মানের জন্য অদীপ্ত বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে। প্রথম যে অদীপ্ত বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে তার কৌণিক ব্যাসার্ধ θ_1 হলে, সমীকরণ (2.36) থেকে

$$\sin\theta_1 = \frac{3.832\lambda}{2\pi a} = \frac{1.22\lambda}{D} \quad \text{............(2.37 } a)$$

যেখানে $D = 2a =$ স্লিটের ব্যাস। অনুরূপে দ্বিতীয় ও তৃতীয় অদীপ্ত বৃত্তীয় ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে যখন

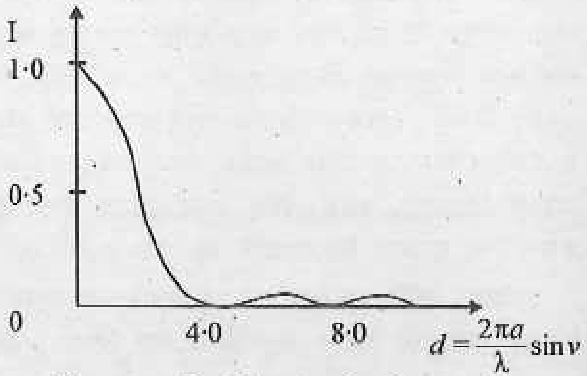
$$\left.\begin{aligned} &\sin\theta_2 = \frac{5.136\lambda}{2\pi a} = \frac{1.63\lambda}{D} \\ \text{এবং} \quad &\sin\theta_3 = \frac{7.016\lambda}{2\pi a} = \frac{2.23\lambda}{D} \end{aligned}\right\} \quad \text{............(2.37 } b)$$

বিস্তারিত গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায় যে ব্যবর্তিত তরঙ্গের শক্তির প্রায় 8.4 শতাংশ থাকে প্রথম অদীপ্ত বৃত্তের মধ্যবর্তী দীপ্ত অঞ্চলে। চিত্র 2.18 তে এই তীব্রতা বণ্টনের লেখ দ্রষ্টব্য।

সমীকরণ (2.34) এর সঙ্গে তুলনা করে বৃত্তীয় স্লিটে ব্যবর্তনের. অপসারী কোণ পাওয়া যায়

$$\Delta\theta \sim \frac{\lambda}{D}$$

অর্থাৎ স্লিটের বেধ বৃদ্ধির সঙ্গে অপসারী কোণ হ্রাস পায় এবং বিপরীত ক্রমে ছিদ্র পথ যত ক্ষুদ্র হবে অপসারী কোণ তত বৃদ্ধি পাবে, অর্থাৎ তত বেশি বেশি তরঙ্গ ব্যবর্তিত হবে। সোজাসুজি শব্দ তরঙ্গ প্রেরণ করতে হলে, অতঃপর, বৃহৎ ছিদ্রযুক্ত চোঙ ব্যবহার বাঞ্ছনীয়।



চিত্র 2·18 বৃত্তীয় স্লিটের ব্যবর্তন তীব্রতা করে।

প্রকৃতিতে বৃত্তীয় উন্মেষের নজির হল হালকা মেঘলা আকাশে চাঁদ বা সূর্যকে ঘিরে জ্যোর্তিবলয়। মেঘের জলকণার ফাঁকে বহুসংখ্যক বৃত্তাকার উন্মেষে আলোর ব্যবর্তনের ফলে এই জ্যোর্তিবলয়ের সৃষ্টি হয়।

অনুশীলনী-3. 600nm তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের একটি সমতল তরঙ্গ 0.6 মিমি বেধের রৈখিক স্লিটের উপর লম্বভাবে আপতিত হল। মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার কৌণিক বেধ নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী-4. অনুশীলন-3-এ যদি স্লিটের পর 20 সেমি ফোকাস দৈর্ঘ্যের লেন্স ব্যবহার করা হয় তবে মুখ্য গরিষ্ঠ তীব্রতার বেধ কত হবে?

অনুশীলনী-5. পূর্ববর্তী অনুশীলনীতে মুখ্য ও প্রথম গৌণ গরিষ্ঠ-তীব্রতার তুলনা করুন।

অনুশীলনী-6. 500nm আলোক তরঙ্গের একগুচ্ছ সমান্তরাল রশ্মি 0.5 মিমি বেধের একটি দীর্ঘ আয়তকার স্লিটে ব্যবর্তিত হয়। যদি স্লিটের পর ব্যবহৃত অভিসারী লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য হয় 30 সেমি তবে পর পর তিনটি লঘিষ্ঠ তীব্রতার মধ্যে দূরত্ব নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী-7. 0.02 সেমি ব্যাসের উন্মেষ যুক্ত একটি পর্দাকে 500nm তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সমতল তরঙ্গ দ্বারা আলোকিত করা হলো। পর্দার অপর পার্শ্বে 30 সেমি ফোকাস দৈর্ঘ্যের অভিসারী লেন্স স্থাপন করলে ফোকাস তলে উৎপন্ন এয়ারি নকশার প্রথম দুটি অদীপ্ত বলয়ের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

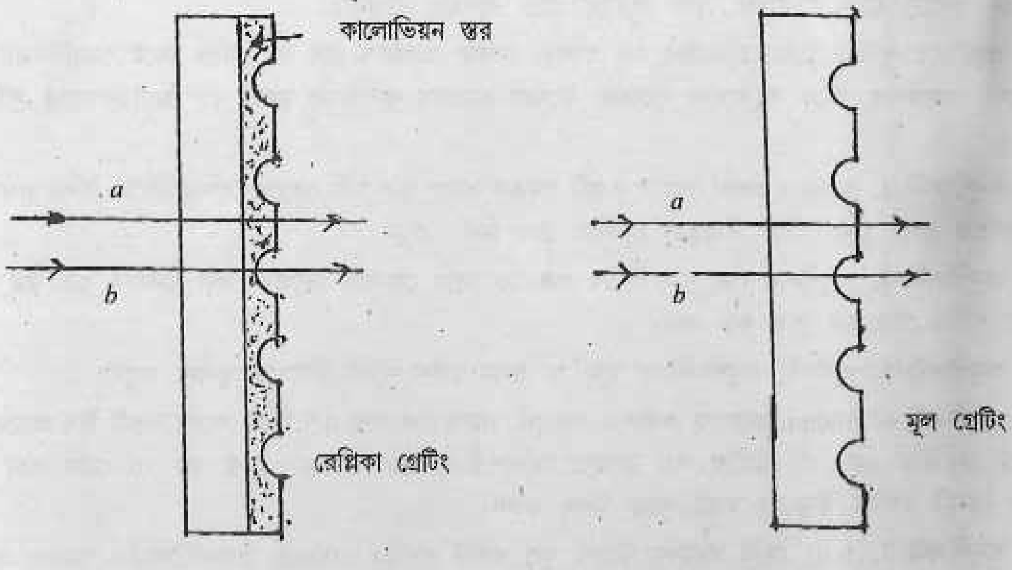
2.5 সমতল উত্তরণ গ্রেটিং (Plane Transmission Grating)

গ্রেটিং হল এমন এক ব্যবর্তন পর্দা যার উপর পর পর বহুসংখ্যক উন্মেষ (স্লিট) এবং প্রতিবন্ধক (দুই স্লিটের মধ্যবর্তী অস্বচ্ছ-অঞ্চল) এমনভাবে সজ্জিত যে ঐসব উন্মেষ থেকে নির্গত ব্যবর্তিত তরঙ্গের দশার বা বিস্তারের বা উভয়ের পর্যায় ক্রমিক পরিবর্তন ঘটে।

বহুসংখ্যক সমান্তরাল রৈখিক স্লিটযুক্ত ব্যবর্তন পর্দা এরূপ ব্যবর্তন গ্রেটিং-এর (diffraction grating) দৃষ্টান্ত।

প্রাচীনতম ব্যবর্তন গ্রেটিং তৈরি করেন ফ্রনহফার স্বয়ং। এই ব্যবর্তন গ্রেটিং-টি ছিল বহু সংখ্যক সরু সমান্তরাল রৌপ্য তারের একটি ফ্রেম বা কাঠাম। তিনি দুটি ঘন প্যাচের (finely thseaded) স্ক্রুকে সমান্তরাল ভাবে আটকে তাদের খাঁজে খাঁজে রূপার তার যুক্ত করে সমান্তরাল তারের ঝাঁঝরি তৈরি করেন। এটাই হল প্রথম বহুসংখ্যক স্লিটযুক্ত ব্যবর্তন পর্দা বা গ্রেটিং। স্ক্রুর পাশাপাশি খাঁজের দূরত্ব হল দুই পাশাপাশি তারের মধ্যবর্তী উন্মেষ বা স্লিটের বেধ। ফ্রনহফারের এই গ্রেটিং-এ প্রতি সেন্টিমিটারে প্রায় 200 স্লিট ছিল। ফ্রণহফার কেবলমাত্র গ্রেটিং প্রযুক্তির প্রথম পথ-প্রদর্শক ন'ন, তিনি গ্রেটিং কর্তৃক উৎপাদিত ব্যবর্তন নকশার তত্ত্বগত বিশ্লেষণও করেন। কিন্তু এখন এভাবে আদৌ গ্রেটিং উৎপাদন করা হয় না। কেননা নির্ভুলভাবে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে গ্রেটিং-এর প্রতি সেন্টিমিটারে স্লিটের সংখ্যা 5000 -এর অধিক হওয়া প্রয়োজন।

ফ্রনহফার গ্রেটিং-এয় দেখা যায় যে ব্যবর্তিত তরঙ্গের বিস্তারে একটা পর্যায়-ক্রমিক (periodic) পরিবর্তন ঘটছে। যেমন, দুই তারের মধ্যবর্তী উন্মেষে বিস্তার সর্বাধিক, কিন্তু তারের অনচ্ছ প্রতিবন্ধকে এই বিস্তার



চিত্র 2·19 বিবর্ধিত গ্রেটিং

শূণ্য। অর্থাৎ এই গ্রেটিং ব্যবর্তিত তরঙ্গের বিস্তারকে ছাঁচে ঢালে, যাকে বলে বিস্তার মডুলন (Amplitude modulation)। এই জন্য এই শ্রেণির গ্রেটিংকে বলে উত্তরণ বিস্তার গ্রেটিং (Transmission amplitude grating) বা পারগমন বিস্তার গ্রেটিং।

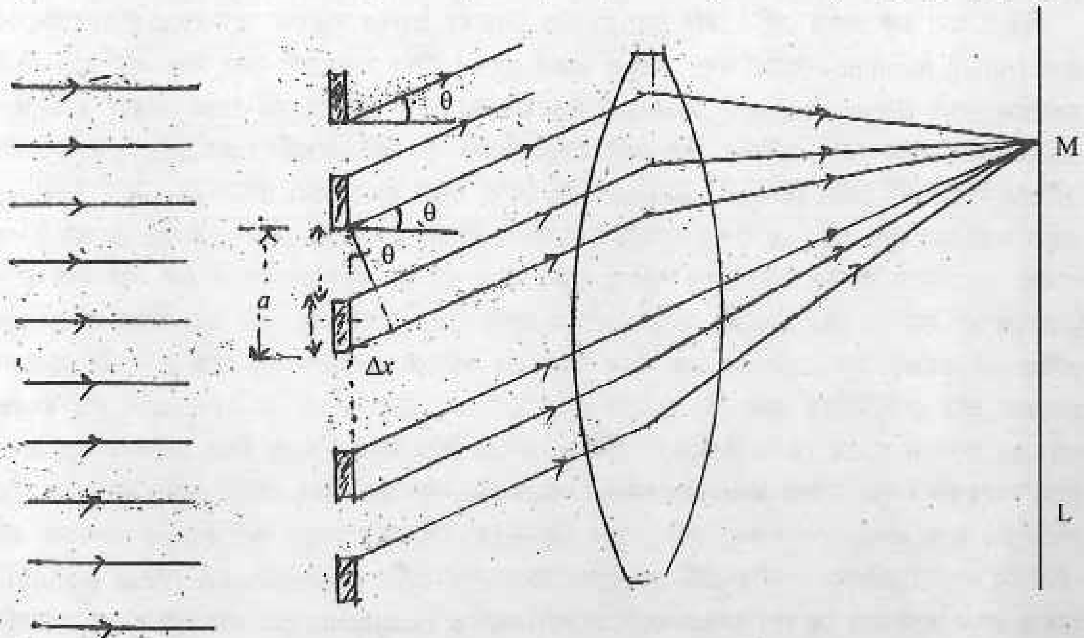
দ্বিতীয় অন্য এক প্রকার গ্রেটিং তৈরি করা হয় এক উন্নততর প্রযুক্তির সাহায্যে। দাগকাটার রুলিং মেসিনের দ্বারা (ruling machine) কোনো মসৃণ কাচ বা ধাতব পাতের উপর সমান্তরাল ভাবে দাগ কাটা হয়। আঁরি অগাস্তাস রোলাঁ (Henry Augustus Rowland, 1848-1901) এই পথতিতে সর্ব প্রথম সমতল ও অবতল গ্রেটিং প্রস্তুত করেন। তাঁর গ্রেটিং-এ প্রতি সেন্টিমিটারে 5000 দাগ কাটা হয়েছিল। এই সোজাসুজি দাগকাটা গ্রেটিংকে বলে মূল গ্রেটিং (master grating)। এর থেকে নকল বা রেপ্লিকা গ্রেটিং (Replica grating) প্রস্তুত করা হয়। মূল গ্রেটিং-এর উপর কলোডিয়ন দ্রবণ (collodion solution, ছবি তোলার ফিল্মের উপর পাতলা স্তর গঠনে ব্যবহৃত হয়) ঢেলে শুকিয়ে ফেলা হয়। তারপর কলোডিয়নের পাতলা পর্দাটাকে তুলে নিয়ে কোনো কাচ বা স্বচ্ছ মাধ্যমের সমতল পাতের উপর সেঁটে দেওয়া হয়। এই হল নকল বা রেপ্লিকা গ্রেটিং। এই রেপ্লিকা মূল গ্রেটিং-এর মত সমান কার্যকরী। বর্তমানে হলোগ্রাফ পথতিতে যে গ্রেটিং বানানো হয় তার প্রতি সেন্টিমিটারে এমন কি 50,000 পর্যন্ত দাগ থাকে চিত্র- 2.19 -এ এরূপ গ্রেটিং এর তলের লম্ব ছেদ দেখানো হয়েছে (অতি বিবর্ধিত)। রশ্মি a এবং b রশ্মি একই সুসম্বধ উৎস থেকে আসছে এবং তারা সমান্তরাল। তাই তাদের মধ্যে আপতন-পূর্ব সময়ে সম দশা ছিল। কিন্তু গ্রেটিং থেকে নির্গমনের পর রশ্মিদ্বয়ের মধ্যে একটা দশা পার্থক্য সৃষ্টি হচ্ছে। এই নির্গত রশ্মিদ্বয়ের বিস্তার অপরিবর্তিত থাকে বা এই পরিবর্তন নগণ্য। এইজন্য রোলাঁর গ্রেটিংকে বলে উত্তরণ দশা গ্রেটিং (Transmission Phase grating)। আবার এমন ভাবা যায় যে দাগ অতিক্রমকারী আলো বিচ্ছুরিত (scattered) হবে এবং দুই দাগের মধ্যবর্তী উন্মেষগামী আলো সমান্তরাল থাকবে। অতএব নির্গত দুই শ্রেণির আলোর উৎসের মধ্যে একটা দশা পার্থক্য থাকবে।

গ্রেটিং-এর বৈশিষ্ট্য

ইতিমধ্যে আপনারা জেনেছেন যে একটি গ্রেটিং হল বহু সংখ্যক সমান্তরাল স্লিটের সমাহার যেখানে প্রতিটি স্লিটের বেধ সমান এবং যে-কোনো দুটি পর পর স্লিটের মধ্যবর্তী প্রতিবন্ধক বা অস্বচ্ছ রেখার বেধও পরস্পর সমান। যদি উন্মুক্ত অঞ্চল বা স্লিট বেধ হয় a এবং অস্বচ্ছ অঞ্চলের বেধ হয় b তবে $d=a+b$ কে বলে গ্রেটিং ধ্রুবক (grating constant) [যেখানে দাগ কাটা হয় সেই রেখা হল অস্বচ্ছ, দুই দাগের মধ্যবর্তী মসৃণ রৈখিক অঞ্চলটি হল স্বচ্ছ এবং একেই বলে রৈখিক স্লিট]।

কলিমেটর স্লিটের উপর আলোকপাত ঘটালে তা রৈখিক উৎস রূপে আচরণ করে। এই রৈখিক উৎস থেকে আগত আলোকে কলিমেটর লেন্স সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছে পরিণত করে [এমনভাবে রৈখিক উৎস ও লেন্সের মধ্যবর্তী দূরত্ব নিয়ন্ত্রণ করা হয় যে উৎসটি লেন্সের ফোকাসতলে স্থাপিত হয়। তাহলে লেন্স থেকে নির্গত আলোক তরঙ্গ সমতলীয় বা আলোক রশ্মি সমান্তরাল হয়।]। এই রশ্মিগুচ্ছকে তার অভিলম্বে রক্ষিত গ্রেটিং-এর উপর আপতিত করা হয় এবং লক্ষ রাখা হয় যেন গ্রেটিং-এর দাগগুলি (grating lines) রৈখিক উৎসের [অর্থাৎ কলিমেটর স্লিটের] সমান্তরাল হয়। অতঃপর এই সমতলীয় তরঙ্গ গ্রেটিং স্লিটে ব্যবর্তিত হয়ে অপর পার্শ্বে ছড়িয়ে পড়বে। প্রতিটি স্লিট থেকে θ কোণে নির্গত [θ কে বলে ব্যবর্তন কোণ (diffracting angle)] সব রশ্মিকে লেন্স L_2 [টেলিস্কোপের ক্ষেত্র লেন্স (field lens)] পর্দা ML [টেলিস্কোপের অভিনেত্রের

সম্মুখে স্থাপিত বজ্রতার (cross-wire)] -এর উপর M বিন্দুতে উপরিপাতিত করে (চিত্র-2.20)। একক স্লিটের ব্যবর্তন থেকে আপনারা জানেন যে গ্রেটিং-এর এই স্লিট-সমাহারের প্রথম স্লিট থেকে আগত তরঙ্গিকা গুলির লব্ধি জটিল-বিস্তারের (complex amplitnde) বাস্তব অংশ [সমীকরণ- (2.29) তুলনীয়] হবে



চিত্র 2·20 গ্রেটিং বা বহুসংখ্যক সমান্তরাল স্লিটে ব্যবর্তন

$$E_1 = A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos(\omega t - \beta)$$

যেখানে $\beta = \dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$ কিন্তু যদি E_2 হয় দ্বিতীয় স্লিট থেকে আগত তরঙ্গের বাস্তব লব্ধি বিস্তার তবে E_1 সাপেক্ষে তার একটা দশা পার্থক্য থাকবে। ধরা যাক এই দশা পার্থক্য Γ. তা হলে

$$E_2 = A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos[\omega t - \beta - \Gamma]$$

অনুরূপে তৃতীয়, চতুর্থ................ N-তম স্লিটের থেকে আগত তরঙ্গিকা সমূহের লব্ধি বাস্তব বিস্তার গুলি E_1 সাপেক্ষে $2\Gamma, 3\Gamma, \ldots\ldots\ldots (N-1)\Gamma$ দশা পার্থক্যে থাকবে।

$$\therefore\ E_n = A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos[\omega t - \beta - (N-1)\Gamma]$$

অতএব M বিন্দুতে গ্রেটিং প্রেরিত ব্যবর্তিত তরঙ্গের মোট লব্ধি-বিস্তার হবে

$$E = E_1 + E_2 + \ldots\ldots\ldots E_N = \sum E_N$$

বা $E=\sum_{N=1}^{N} A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\cos[\omega t-\beta-(N-1)\Gamma]$

জটিল রাশিতে প্রকাশ করলে লেখা যায়

$$E=A\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\sin\frac{N\Gamma}{2}}{\sin\frac{\Gamma}{2}}\right)e^{i\left[wt-\beta-(N-1)\frac{\Gamma}{2}\right]}$$

[অনুচ্ছেদ 2.4.1 -এ সমীকরণ (2.25) এর নিরূপণ দেখুন।]

অতএব M বিন্দুতে ব্যবর্তিত আলোকের তীব্রতা হবে

$$I(\theta)=EE^{*}=I_0\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma} \qquad \text{............(2.38)}$$

যেখানে $I_0=A^2$ এবং $\gamma=\frac{\Gamma}{2}$

কিন্তু $\Gamma=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ [চিত্র 2.22] $=\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta$

$$\therefore \gamma=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda} \qquad \text{............(2.39)}$$

[লক্ষ করুন, রাশিমালা (2.38) থেকে $N=1$ বসিয়ে একক স্লিটে ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতার রাশিমালা নির্ণয় করা যায়। $N=1$ হলে

$$I_2(\theta)=I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$

এভাবে যুগ্ম স্লিটের ব্যবর্তিত তরঙ্গের রাশিমালা হবে

$$I_1(\theta)=I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\frac{\sin^2 2\gamma}{\sin^2\gamma}$$

$$=4I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cos^2\gamma \qquad \text{............(2.40)]}$$

সমীকরণ (2.38) থেকে গ্রেটিং কর্তৃক ব্যবর্তিত আলোক তরঙ্গের তীব্রতার বণ্টন পাওয়া যায়। দেখা যাচ্ছে এই তীব্রতা বণ্টন দুটি উৎপাদকের উপর নির্ভরশীল : $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ এবং $\frac{\sin^2 N\lambda}{\sin^2\lambda}$.

একক স্লিটে ব্যবর্তনের তীব্রতা সমীকরণ (2.30) থেকে আপনারা জানেন যে প্রথম উৎপাদকটি ব্যবর্তন তীব্রতার নিয়ন্ত্রক। অতএব বহুসংখ্যক স্লিট বা গ্রেটিং-এর ব্যবর্তনের ক্ষেত্রে এই উৎপাদকটি ব্যবর্তন গুণক (diffraction factor)। অন্য উৎপাদকটি তীব্রতা বণ্টনের রাশিমালায় বিভিন্ন স্লিট থেকে আগত সুসম্বদ্ধ আলোক তরঙ্গ সমূহের উপরিপাত-জাত ব্যতিচারের নির্দেশক। এটি হল ব্যতিচার গুণক (interference factor)।

গ্রেটিং ব্যবর্তনের তীব্রতার রাশিমালা দুটি উৎপাদকের উপর নির্ভর করায় তীব্রতার চরম মান নির্ধারণ বেশ জটিল। তবে লক্ষনীয় যে ব্যবর্তন গুণক $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$ কে ধ্রুবক ধরা যায়। কারণ a বা স্লিট বেধ অতিক্ষুদ্র হওয়ায় β-ও খুবই ক্ষুদ্র হবে। তাই $\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\to 1$ হবে। অতএব গ্রেটিং ব্যবর্তনের তীব্রতার বন্টন কার্যত ব্যতিচার গুণক $\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}$ নির্ভর। এর অর্থ হল এই যে যখন ব্যতিচার গুণকের মান চরম, $I(\theta)$ তখন গরিষ্ঠ।

এখন, যদি $\gamma\to m\pi$ হয় তবে ব্যতিচার গুণকের হর বা লব দুটিই → শূন্য। তাই এল, হস্পিট্যাল (l'Hospital) নিয়ম প্রয়োগ করে পাওয়া যায়

$$\lim_{\gamma\to m\pi}\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma}=\lim_{\gamma\to m\pi} N\frac{\cos N\gamma}{\cos\gamma}=\pm N$$

[l' Hospital's Rule :

যদি $\lim_{x\to a \text{ বা} \infty}\quad \frac{f(x)}{\phi(x)}=\frac{0}{0}$ হয়, তবে

$$\lim_{x\to a \text{ বা} \infty}\quad \frac{f(x)}{\phi(x)}\ \lim_{x\to a\, or\, \infty}\frac{f'(x)}{\phi'(x)}\ ]$$

অতএব, যখন $\gamma\to m\pi$, তখন

$$I(\theta)=I_0\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)N^2 \qquad (2.41)$$

যেহেতু $\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}$ -এর চরম মান N^2 তাই সমীকরণ (2.41) গ্রেটিং ব্যবর্তন তীব্রতার সর্বোচ্চ মান প্রদান করে। অতএব ব্যবর্তন গ্রেটিং-এ গরিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থানের শর্ত হল

$$\gamma=0,\pi,2\pi............=n\pi,\quad n=0,1,2..........$$

বা $\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}=m\pi$

$$\therefore d\sin\theta=m\pi,\quad n=0,1,2...............(2.42)$$

সমীকরণ (2.42) কে বলে গ্রেটিং সমীকরণ। এই হল ব্যবর্তন গ্রেটিং-এ গরিষ্ঠ তীব্রতার ফ্রিঞ্জ পাওয়ার শর্ত। সমীকরণটি লক্ষ করুন। কোনো বিশেষ ক্রমের ($n=1,2,......$) ক্ষেত্রে ব্যবর্তন কোণ θ -এর মান আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্য λ-এর উপর নির্ভর করে। কিন্তু এই বিশেষ ক্রমের গরিষ্ঠটির কৌণিক বেধ $\Delta\theta$-এর মান অধিক হলে ব্যবর্তন কোণ θ-এর মান সুক্ষ্ম ভাবে পরিমাপ করা যায় না, এবং অতঃপর λ-র মানও

হবে ত্রুটি পূর্ণ। কী করলে $\Delta\theta$-এর মান সুক্ষ্মতর করা যায় তা জানার জন্য তত্ত্বগত ভাবে $\Delta\theta$-এর মান নির্ণয় করা যেতে পারে।

স্পষ্টতই $\Delta\theta$ হল কোনো গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের দুই পাশে অবস্থিত লঘিষ্ঠ তীব্রতার ব্যবর্তন কোণদ্বয়ের পার্থক্য। অর্থাৎ লঘিষ্ঠ তীব্রতার শর্তটা জানা প্রয়োজন। সমীকরণ (2.38) থেকে বলা যায় যখন ব্যতিচার গুণক $\sin^2 N\gamma / \sin^2 \gamma$ শূন্য হবে তখনই ব্যবর্তন তীব্রতা শূন্য হবে। যে সব ব্যবর্তন কোণে তীব্রতা শূণ্য হবে সে সব হল লঘিষ্ঠ তীব্রতার অবস্থান। এখন লক্ষ করার যে $\sin^2 N\gamma = 0$ হলে $\sin^2 \gamma = 0$ হবে এবং তখন $\sin^2 N\gamma / \sin^2 \gamma = N^2$ অর্থাৎ $I(\theta)$ হবে গরিষ্ঠ। এখন $\sin^2 N\gamma = 0$ হলে

$$N\gamma = m\pi,\ m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots\ldots$$

$$\text{বা}\ \ \gamma = \left(\frac{m}{N}\right)\pi$$

অর্থাৎ m যদি N এর কোণ গুণিতক হয় তবে $\dfrac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$ শূন্য হবে না। কিন্তু m যদি N এর গুণিতক না হয় তবে $\sin^2 \gamma$ শূন্য হবে না এবং তাই $\sin^2 N\gamma / \sin^2 \gamma = 0$ হবে। অর্থাৎ লঘিষ্ঠ তীব্রতার শর্ত হল $m \neq pN, p = 1,2,3\ldots\ldots$ ইত্যাদি। সুতরাং বিস্তৃত ভাবে শর্তটি হল

$$N\gamma = \{\pi, 2\pi, 2\pi \ldots\ldots (N-1)\pi\}, \{(N+1)\pi, (N+1)\pi \ldots\ldots +(2N-1)\pi\},$$
$$\{(2N+1)\pi, (2N+2)\pi \ldots\ldots (3N-1)\pi\} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\text{অথবা}\ \ \gamma = \left\{\frac{\pi}{N}, \frac{2\pi}{N} \ldots\ldots \left(\frac{N-1}{N}\pi\right)\right\}, \left\{\left(\frac{N+1}{N}\right)\pi, \left(\frac{N+2}{N}\right)\pi \ldots\ldots \left(\frac{2N-1}{N}\right)\pi\right\}$$
$$\left\{\left(\frac{2N+1}{N}\right)\pi, \left(\frac{2N+2}{N}\right)\pi, \ldots\ldots \left(\frac{3N-1}{N}\right)\pi\right\}, \ldots\ldots\ldots$$

$$\text{কিন্তু}\ \ \gamma = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

অতএব লঘিষ্ঠ তীব্রতার শর্ত হল

$$d \sin\theta_{\min} = \frac{\lambda}{\pi}\gamma = \left\{\frac{\lambda}{N}, \frac{2\lambda}{4}, \ldots\ldots \left(\frac{N-1}{N}\right)\lambda\right\}, \left\{\left(\frac{N+1}{N}\right)\lambda, \left(\frac{N+2}{N}\right)\lambda, \ldots\ldots \left(\frac{2N-1}{N}\right)\lambda\right\},$$
$$\left\{\left(\frac{2N+1}{N}\right)\lambda, \left(\frac{2N+2}{N}\right)\lambda, \ldots\ldots \left(\frac{3N-1}{N}\right)\lambda\right\}, \ldots\ldots$$

ধরা যাক কোনো দুটি পরপর লঘিষ্ঠের মাঝে একটা গরিষ্ঠ আছে। গরিষ্ঠের শর্তানুসারে

$$d \sin\theta_{\max} = n\lambda$$

কিন্তু লক্ষ করুন পরপর যে-কোনো দুটি লঘিষ্ঠের অবস্থানের পথ পার্থক্য $\dfrac{\lambda}{N}$

[যেমন $\frac{(N+2)\lambda}{N}-\frac{(N+1)\lambda}{N}=\frac{\lambda}{N}$] এবং লক্ষ করুন কোনো গরিষ্ঠের থেকে পার্শ্ববর্তী লঘিষ্ঠের দূরত্বও $\frac{\lambda}{N}$ [যেমন $\left(\frac{N+1}{N}\right)\lambda$ অবস্থানের পূর্বে $\frac{N}{N}\lambda$ অবস্থানে গরিষ্ঠ বর্তমান এবং এদের মধ্যবর্তী পার্থক্য $\frac{N+1}{N}\lambda-\frac{N}{N}\lambda=\frac{\lambda}{N}$]। অতএব পার্শ্ববর্তী লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের অবস্থান হবে

$$d\sin\theta_{min}=n\lambda\pm\frac{\lambda}{N}$$

এখন $\theta_{max}-\theta_{min}=$ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের কৌণিক বেধের অর্ধেক। $=\pm\frac{\Delta\theta}{2}$

বা $\theta_{min}=\theta_{max}\mp\frac{\Delta\theta}{2}=\theta_{max}\mp\Delta\theta_{max}$

যেখানে $\Delta\theta_{max}$-কে বলে গরিষ্ঠের কৌণিক অর্ধ বেধ।

$$\therefore d\sin(\theta_{max}\mp\Delta\theta_{max})=n\lambda\pm\frac{\lambda}{N}$$

কিন্তু বামপক্ষ $=d\sin\theta_{max}\cos\Delta\theta_{max}\mp d\sin\Delta\theta_{max}\cos\theta_{max}=d\sin\theta_{max}\mp d\Delta\theta_{max}\cos\theta_{max}$
কারণ $\Delta\theta_{max}$ খুবই ক্ষুদ্র বলে $\sin\Delta\theta_{max}=\Delta\theta_{max}$ এবং $\cos\Delta\theta_{max}=1$

$$\therefore \Delta\theta_{max}=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta_{max}} \qquad ....(2.43)$$

স্পষ্টতই গ্রেটিং-এ রেখা সংখ্যা N বৃদ্ধি পেলে অর্ধবেধ হ্রাস পাবে অর্থাৎ ফ্রিঞ্জ হবে তীক্ষ্ণতর। তখন গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জকে বলা হয় রেখা বর্ণালি (line spectrum) এবং গ্রেটিং-এ ব্যবর্তন-জাত এই বর্ণালিকে বলে গ্রেটিং বর্ণালি (grating spectrum)। গ্রেটিং বর্ণালীর সাহায্যে তাই λ পরিমাপ নিখুঁত হবে যদি N খুব বেশি হয়। $N\geq 15000$ প্রতি ইঞ্চিতে হওয়া বাঞ্ছনীয়। কিন্তু এই বর্ণালির ক্রম n নির্ভর করে d-এর উপর। n বা ক্রম সংখ্যা বেশি হওয়ার জন্য d কম হওয়া প্রয়োজন। তেমন ক্ষেত্রে N-ও বেশি হবে। অতএব বেশি ক্রমে λ-এর পরিমাপ আরো সুক্ষ্মতর হবে।

2.5.1 গ্রেটিং কর্তৃক বর্ণালি গঠন

ইতিপূর্বেই আপনারা জেনেছেন যে গ্রেটিং ব্যবর্তনে যে ব্যবর্তন নকশা উৎপন্ন হয় তার গরিষ্ঠ তীব্রতার সমীকরণ হল

$$d\sin\theta=n\lambda,\ n=0,\pm1,\pm2.......$$

একে বলে গ্রেটিং সমীকরণ (grating equation)। ব্যবর্তন কোন θ নির্ভর করে ক্রম সংখ্যা n এবং তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ-এর উপর। কিন্তু গ্রেটিং ধ্রুবক d যদি পরিবর্তিত হয়, যা সাধারণ ভাবে ভিন্ন ভিন্ন গ্রেটিং এর ক্ষেত্রে হয়ে থাকে, তা হলেও θ পরিবর্তিত হয়। যখন $n=0$, তখন যে-কোনো তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে $\theta=0$। এই $\theta=0$ অবস্থানে যে ফ্রিঞ্জ বা দীপ্ত ফিঞ্জ উৎপন্ন হয় তাকে বলে কেন্দ্রীয় মুখ্য গরিষ্ঠ - (central principal maximum)। যদি সাদা আলোকে উৎস রূপে ব্যবহার করা হয় তবে একই ক্রমের ক্ষেত্রে বিভিন্ন বর্ণের আলোর জন্য θ বিভিন্ন হবে। অর্থাৎ গ্রেটিং -এর পর টেলিস্কোপের দৃষ্টিক্ষেত্রে নানা বর্ণের রৈখিক ফ্রিঞ্জ গঠিত হবে (যদি উৎস রৈখিক হয়)। এটাই হল গ্রেটিং বর্ণালি।

স্পেক্ট্রোমিটারের সাহায্যে বিভিন্ন বর্ণের রেখা বর্ণালির কৌণিক অবস্থান নির্ণয় করে গ্রেটিং সমীকরণের সাহায্যে ঐ সব বর্ণের আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ নির্ণয় করা যায়। একাধিক ক্রমের বর্ণালী গঠিত হলে এই পরিমাপকে আরো নিখুঁত করা যায়। d পরিমাপ করার জন্য কোনো জানা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোর উৎস ব্যবহার করা হয়। যদি গ্রেটিং-এ একক দৈর্ঘ্যে দাগ সংখ্যা হয় N, তবে $d = \frac{1}{N}$, তাই d জানা থাকলে N জানা যায়।

বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালি মিশে যেতে পারে। কারণ প্রথম ক্রমের লাল বর্ণালি দ্বিতীয় ক্রমের বেগুনি বর্ণালি অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর ব্যবর্তন কোণে অবস্থান করতে পারে যদি $n_1\lambda_r > n_2\lambda_v$ হয়, যেখানে $n_1 = 1$ এবং $n_2 = 2$, r হল লাল, v হল বেগুনি। একে বলে বর্ণালির অধিক্রমণ (overlapping of spectra)।

2.5.2 গ্রেটিং বর্ণালির পরীক্ষা ব্যবস্থা

এই আলোচনা থেকে প্রাপ্ত সিদ্ধান্তগুলি পরীক্ষা মূলক ভাবে মিলিয়ে দেখা যেতে পারে। এজন্য প্রয়োজন একটি স্পেক্ট্রোমিটার, যার সম্পর্কে ইতিপূর্বে আপনারা জেনেছেন। একক স্লিটে যেভাবে ব্যবর্তন সৃষ্টি করা হয়েছে এখানেও অনুরূপ পদ্ধতি গ্রহণ করতে হবে। অর্থাৎ কলিমেটর স্লিটকে উল্লম্বভাবে স্থাপন করে তার উপর অভীষ্ট উৎস থেকে আলো ফেলতে হবে। প্রিজম টেবিলের উপর স্থাপন করতে হবে গ্রেটিংটি, এমন ভাবে যেন গ্রেটিংয়ের উপর কাটা দাগ স্লিটের সমান্তরাল হয়। [প্রিজম টেবিলে প্রিজম রেখে প্রথমে উৎস থেকে আগত আলোকে সমান্তরাল করা হয়। একে বলে উৎসকে অসীমে স্থাপন করা (focusing for infinity)। ব্যবহারিক পদার্থ বিদ্যার পুস্তকে এ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা দ্রষ্টব্য।] এই অবস্থায় টেলিস্কোপের ফোকাস তলে গ্রেটিং বর্ণালি দৃষ্ট হয়। যা দেখা যাবে সেগুলি এরূপঃ

1. টেলিস্কোপকে কলিমেটরের সঙ্গে সমাক্ষীয় ভাবে স্থাপন করলে কলিমেটর স্লিটের যে প্রতিবিম্ব দেখা যাবে তার বর্ণ হবে স্লিট যে বর্ণের আলো দ্বারা আলোকিত সেই বর্ণ। সাদা আলোর আলোকিত হলে স্লিটের এই প্রতিবিম্ব হবে সাদা, একে বলে কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ-ফ্রিঞ্জ (central বা zeroth maximum)।

2. এই কেন্দ্রীয় ফ্রিঞ্জের উভয় পার্শ্বে বিভিন্ন ক্রমের বর্ণালি দেখা যাবে। উভয় পার্শ্বের এই বর্ণালি শুরু হবে লাল রেখা বর্ণালি দিয়ে এবং শেষ হবে বেগুনি রেখা বর্ণালিতে, অবশ্য যদি ব্যবহৃত উৎসে উভয় বর্ণের আলো উপস্থিত থাকে। সবক্রমের বর্ণালির ক্ষেত্রে এরূপ দেখা যাবে।

3. দুই ক্রমের বা বড় জোর তিন ক্রমের বর্ণালি দেখা যাবে। এদের বলে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় ক্রমের বর্ণালি। যদি ব্যবহৃত গ্রেটিং-এ দাগ সংখ্যা কম থাকে তবে উচ্চতর ক্রমের বর্ণালি দৃষ্ট হবে না।

4. প্রথম ক্রমের বর্ণালির সঙ্গে দ্বিতীয় ক্রমের বর্ণালিকে সাধারণ ভাবে পৃথক ভাবে দেখা যায়। অর্থাৎ প্রথম ক্রমের বর্ণালি শেষ হলে দ্বিতীয় ক্রমের বর্ণালি শুরু হয়। এর অর্থ যদি সাদা আলো ব্যবহার করা হয় উৎসরূপে তবে প্রথম ক্রমের বর্ণালি শুরু হবে লাল রেখা বর্ণালিতে এবং শেষ হবে বেগুনি রেখা বর্ণালিতে। দ্বিতীয় ক্রমের লাল রেখাবর্ণালি দৃষ্ট হবে প্রথমক্রমের বেগুনি রেখা বর্ণালির পর।

5. সাধারণত দ্বিতীয় ও তৃতীয় ক্রমের বর্ণালির মধ্যে অধিক্রমণ (overlapping) ঘটে। অর্থাৎ দ্বিতীয় ক্রমের বর্ণালির শেষ হওয়ার পূর্বেই তৃতীয় ক্রমের বর্ণালি দেখতে পাওয়া যায়। দেখা যায় লাল থেকে বেগুনিতে পৌঁছবার পূর্বেই আবার লাল রেখা বর্ণালি শুরু হচ্ছে। এটা হল তৃতীয় ক্রমের বর্ণালির শুরু।

6. তৃতীয় ক্রমের বর্ণালির সব রেখা দৃষ্টিগোচর নাও হতে পারে।

7. একই ক্রমের বিভিন্ন বর্ণের রেখা বর্ণালির উজ্জ্বলতা যেমন সমান নয় তেমনি বিভিন্ন ক্রমের একই বর্ণের রেখা বর্ণালির উজ্জ্বলতাও সমান নয়।

অনুশীলনী-8. একটি উত্তরণ গ্রেটিং-এর উপর সাদা আলো লম্বভাবে আপতিত হলো। যদি গ্রেটিং-এ প্রতি সেন্টিমিটারে 1000 দাগ কাটা থাকে তবে প্রথম ক্রমের লাল আলো $(\lambda = 650nm)$ কত কোণে ব্যবর্তিত হবে?

অনুশীলনী-9. প্রতি সেন্টিমিটারে 12000 দাগের গ্রেটিং-এ $4\times10^{14}\,H_z$ কম্পাংকের আলো আপতিত হলে বর্ণালির সর্বোচ্চ ক্রম কত হবে?

2.6 সার-সংক্ষেপ

এই এককে যে বিষয়গুলি সম্পর্কে আপনারা পরিচিত হয়েছেন সেগুলি এরূপ :

★ আলোর ব্যবর্তন হল কোনো প্রতিবন্ধক অতিক্রমকারী আলোক-তরঙ্গের প্রতিবন্ধককে ঘিরে বাঁক নেওয়া। কী ভাবে নিকটবর্তী উৎসের আলো ব্যবর্তিত হয় সে সম্পর্কে জানা যায় ফ্রেনেলের গবেষণা থেকে এবং উৎস যখন প্রতিবন্ধক থেকে বহুদূরে তখনই বা আলোর ব্যবর্তন কীভাবে ঘটে তা জানা যায় ফ্রনহফারের গবেষণা থেকে। এই ব্যবর্তন যথাক্রমে ফ্রেনেল ও ফ্রনহফার ব্যবর্তন।

★ ফ্রেনেল ব্যবর্তন ব্যাখার জন্য ফ্রেনেল হাইগেনস্-এর নীতিকে কিছুটা প্রসারিত করেন। কোনো মুখ্য তরঙ্গ মুখের প্রতিটি বিন্দু থেকে সমদশায় গৌণ তরঙ্গিকা নির্গত হয়। তরঙ্গমুখের সম্মুখে কোনো বিন্দুতে তরঙ্গের বিস্তার ঐ সমস্ত গৌণ তরঙ্গিকার লব্ধি জাত।

★ কোনো বিন্দুতে তরঙ্গ বিস্তারের মান তরঙ্গমুখের অভিলম্বের সঙ্গে ঐ বিন্দুর কৌণিক অবস্থানের উপর নির্ভর করে। যে রাশি দিয়ে গৌণ তরঙ্গিকা সমূহের লব্ধি বিস্তারকে গুণ করলে ঐ বিন্দুর তরঙ্গ বিস্তার পাওয়া যায় তাকে বলে তির্যক গুণক $Q(\theta) = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$, যেখানে θ হল কৌণিক অবস্থান।

★ ফ্রেনেল কোনো বিন্দুতে তরঙ্গ বিস্তার নির্ণয় করার জন্য মুখ্য তরঙ্গমুখকে অর্ধ-পর্যায়ী অঞ্চলে ভাগ করেন যা কিনা বিন্দুটিকে কেন্দ্র করে $r+\frac{\lambda}{2}, r+2\times\frac{\lambda}{2}$......... প্রভৃতি ব্যাসার্ধের গোলক তলদ্বারা তরঙ্গ তলের ছেদিতাংশে। প্রতিবেশি অর্ধ-পর্যায়ী তরঙ্গতল থেকে আগত তরঙ্গিকা সমূহের দশা বিপরীত হবে।

★ এই ভিত্তিতে প্রতিটি একান্তর অর্ধপর্যায়ী বলয়কে কালো করে জোন প্লেট বা বলয় ফলক তৈরি করা হয় যা বহু ফোকাস বিশিষ্ট অভিসারী লেন্সের মত আচরণ করে।

★ আলোর ব্যবর্তন সত্ত্বেও কেন সরলরেখায় গমন করে বলে মনে হয় তার ব্যাখ্যা।

★ ফ্রনহফার ব্যবর্তন ঘটে যখন ব্যবর্তন পর্দা থেকে উৎস ও নিরীক্ষা-পর্দা বহু দূরে (পদার্থ বিজ্ঞানের ভাষায় অসীমে) অবস্থিত। এই শর্ত অর্জন করতে উৎসকে এবং পর্দাকে অভিসারী লেন্সের ফোকাস তলে স্থাপন করা হয়।

★ যদি বিন্দু উৎস হয় তবে রৈখিক স্লিটে ফ্রনহফার ব্যবর্তনের ফলে স্লিটের অভিলম্ব তলে ছড়িয়ে পড়া উৎসের প্রতিবিম্ব সমূহের একটা নকশা গঠিত হয়। এই ফ্রিঞ্জের তীব্রতা হল

$$I(\theta)=I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2},\ \beta=\frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}$$ যেখানে

b স্লিটের বেধ এবং θ বিবেচ্য ফ্রিঞ্জের ব্যবর্তন কোণ।

★ রৈখিক উৎসের ক্ষেত্রে ফ্রনহফার ব্যবর্তন ফ্রিঞ্জ হবে রৈখিক প্রতিবিম্বের সমাহার।

★ যদি স্লিট হয় বৃত্তাকার তবে বিন্দু উৎস জাত তরঙ্গের ব্যবর্তনের ফলে পর্দায় সমকেন্দ্রিক কয়েকটি উজ্জ্বল ও অনুজ্জ্বল বলয় গঠিত হয় যার কেন্দ্রীয় বলয়টি আসলে বৃত্তাকার দীপ্ত অঞ্চল। যদি কেন্দ্রীয় দীপ্ত ফ্রিঞ্জের কৌণিক ব্যাসার্ধ θ (উন্মেষ থেকে) এবং উন্মেষের ব্যাস হয় D, তবে

$$\sin\theta=\frac{1.22\lambda}{D}$$

★ বহুসংখ্যাক সমান্তরাল রৈখিক স্লিটের সমাহারকে বলে গ্রেটিং। N সংখ্যক গ্রেটিং স্লিট থাকলে গ্রেটিং কর্তৃক ব্যবর্তিত ফ্রিঞ্জের নকশার তীব্রতা

$$I(\theta)=I_0\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)\left(\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}\right)$$

যেখানে $\gamma=\dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$, $d=$ গ্রেটিং উপাদান।

গ্রেটিং কর্তৃক ব্যবর্তিত দীপ্ত রেখা বর্ণালির সমীকরণ হল $d\sin\theta=n\lambda,\ n=0,\pm1,\pm2........$ যাকে বলে গ্রেটিং সমীকরণ।

গ্রেটিং কর্তৃক সৃষ্ট বর্ণালির কেন্দ্রীয় মুখ্য গরিষ্ঠের অর্ধবেধ

$$\Delta\theta=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

অর্থাৎ গ্রেটিং-এর দাগ সংখ্যা N বৃদ্ধি করলে $\Delta\theta$ হ্রাস পাবে। যার অর্থ বর্ণালি রেখার তীক্ষ্ণতা বৃদ্ধি পাবে।

2.7 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. যদি একটি বৃত্তাকার চাকতি দ্বারা একটি তরঙ্গ মুখের কিছুটা রুদ্ধ করা হয় তবে ঐ চাকতির পশ্চাতে তার অক্ষের অভিলম্বে রক্ষিত কোনো পর্দায় প্রাপ্ত নকশার কেন্দ্রে দীপ্ত ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে?

2. যদি কোনো বলয় ফলকের মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য $600nm$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোর ক্ষেত্রে 6.0 মি

হয় তবে কয়েকটি বলয়ের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন। $\lambda = 500nm$ আলোর ক্ষেত্রে এই ফোকাস দৈর্ঘ্য কত হবে? প্রথম গৌণ ফোকাস দৈর্ঘ্যই বা কত?

3. একটি 3 স্লিটের ফ্রনহফার নকশায় গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের আপেক্ষিক উজ্জ্বলতা নির্ণয় করুন। তীব্রতা বন্টনের লেখ অংকন করুন যখন $a = 2b$

4. প্রতি সেন্টিমিটারে 6000 রেখাযুক্ত একটি গ্রেটিং -এর উপর সাদা আলো লম্বভাবে আপতিত হল। কত ক্রম পর্যন্ত বর্ণালি গঠিত হবে। যদি দ্বিতীয় ক্রমের দুটি রেখা বর্ণলির তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য হয় $0.6nm$ তবে তাদের কৌণিক বিভাজন কত? প্রদত্ত আছে $\lambda_v = 400nm$, $\lambda_r = 700nm$. বিচার্য দুই রেখা বর্ণালির ক্ষুদ্রতরটির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $600nm$. কোন অধিক্রম ঘটবে কী?

5. একগুচ্ছ সমান্তরাল নীল আলোর রশ্মি $(\lambda = 434nm)$ একটি একক স্লিট তলে লম্বভাবে আপতিত হয়। ব্যবর্তিত আলোকে 0.85 মি ফোকাস দৈর্ঘ্যের অভিসারী লেন্স দিয়ে তার ফোকাস তলে অভিক্ষিপ্ত করা হয়। কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের বেধ 2.45 মিমি হলে স্লিটের বেধ কত?

6. 0.25×10^{-5} মি গ্রেটিং ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি উত্তরণ গ্রেটিং-এর উপর লম্বভাবে একগুচ্ছ সমান্তরাল আলোক রশ্মি আপতিত হলো, যার তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $470nm$ থেকে $640nm$ এর মধ্যে। দূরবীক্ষণের অভিলক্ষের ফোকাস তলে উৎপন্ন প্রথম ক্রমের বর্ণালির বেধ যদি 3.0 সেমি হয় তবে অভিলক্ষ লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

2.8 উত্তরমালা

অনুশীলনী

1. ফ্রেনেলের অর্ধ-পর্যায়ী বলয় গুলির n তম বলয়ের বহির্ব্যাসার্ধ $a_n = \sqrt{nr_0\lambda}$ যেখানে $r_0 =$ প্রদত্ত বিন্দু থেকে বলয় ফলকের দূরত্ব এবং $\lambda =$ আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

$\therefore a_1 = \sqrt{r_0\lambda} = \sqrt{0.6 \times 600 \times 10^{-9}}$ মিটার

$= 60 \times 10^{-5}$ মি

$= 60 \times 10^{-2}$ মিমি $= 0.6$ মিমি

$a_2 = \sqrt{2r_0\lambda} = \sqrt{2} \times 0.6$ মিমি $= 0.924$ মিমি

$a_3 = \sqrt{3r_0\lambda} = \sqrt{3} \times 0.6 = 1.039$ মিমি

2. বলয় ফলকের মুখ্য ফোকাস $f_1 = \dfrac{a_m^2}{m\lambda}$ যেখানে $a_m = m$ -তম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের বহির্ব্যাসার্ধ।

অন্যান্য ফোকাস হল $\dfrac{f_1}{3}, \dfrac{f_1}{5}, \dfrac{f_1}{7}$.......... ইত্যাদি।

এখন $f_1 = \dfrac{\left(0.1\sqrt{m}\right)^2}{m \times 600 \times 10^{-9} \times 10^2} = \dfrac{500}{3}$ সেমি

$\therefore\ f_3 = \frac{500}{9}$ সেমি, $f_5 = \frac{500}{5\times 3} = \frac{100}{3}$ সেমি, ইত্যাদি।

3. মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের দুই পাশে আছে প্রথম দুই লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ। এই দুই অবস্থানের কৌণিক ব্যবধানই মুখ্য গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের বেধ (width of the central maximum) এখন লঘিষ্ঠ তীব্রতা বা অদীপ্ত অবস্থার শর্ত হল

$b\sin\theta = m\lambda,\ \ m = \pm 1, \pm 2, \pm 3..........$

$\therefore \sin\theta = \frac{\lambda}{b} = \frac{600\times10^{-9}\times10^{2}}{0.6\times10^{-1}} 0.001$

$\sin\theta$ ক্ষুদ্র হলে $\sin\theta = \theta$

$\therefore\ \theta = 0.001\,rad$

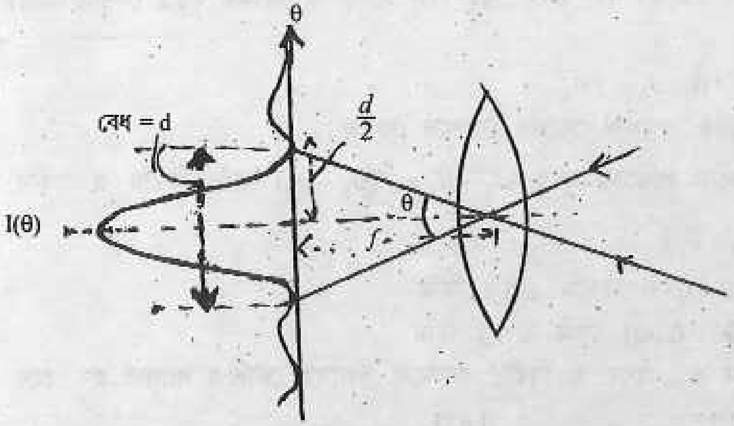
$= 0.001\times\frac{180}{\pi} = 0.057^0$

অতএব মুখ্য গরিষ্ঠের বেধ $= 2\times 0.057^0 = 0.114^0$

4. পার্শ্ববর্তী চিত্র থেকে লেখা যায়, $\frac{d}{2} = f\,\theta,\ d =$ ফ্রিঞ্জ বেধ।

এখানে f = 20 সেমি, $\theta = 0\cdot001$ র‍্যাড।

$\therefore\ d = 2\times20\times0\cdot001 = 0\cdot4$ মিমি।



$\therefore d = 2\times20\times0\cdot001 = 0\cdot4$ মিমি

5. আপনারা গরিষ্ঠ তীব্রতার শর্ত নির্ণয় করেছেন $\frac{dI}{d\beta} = 0$ সমীকরণ সমাধান করে। লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করতে গিয়ে জেনেছেন গৌণ গরিষ্ঠ সমূহ পাওয়া যাবে যখন

$\beta = 1.43\pi, 2.46\pi, 3.47\pi...........$ ইত্যাদি,

অর্থাৎ প্রথম গৌণ গরিষ্ঠের অবস্থান শর্ত হল $\beta = 1.43\pi$ এখন $I = I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$

$$\therefore \frac{I_1}{I_0}=\left(\frac{\sin 1.43\pi}{1.43\pi}\right)^2=\left(\frac{-\sin 0.43\pi}{1.43\pi}\right)^2$$

$$=\frac{\sin^2(0.43\times180)^0}{(1.43\pi)^2}=0.047=\frac{47}{1000}$$

বা, $I_0 \approx 21I_1$

6. লঘিষ্ঠ তীব্রতার কৌণিক অবস্থানের শর্ত

$b\sin\theta = m\lambda,\ m=\pm1,\pm2,\pm3,\ldots\ldots$

অতএব প্রথম তিনটি লঘিষ্ঠ তীব্রতার কৌণিক অবস্থান $\theta_1,\theta_2,\theta_3$ হলে

$$\sin\theta_1=\frac{\lambda}{b},\ \sin\theta_2=\frac{2\lambda}{b},\ \sin\theta_3=\frac{3\lambda}{b}$$

কিন্তু $\frac{\lambda}{b}=\frac{500\times10^{-9}}{0.5\times10^{-3}}=10^{-3}=0.001$

অর্থাৎ $\sin\theta_1$ খুবই ক্ষুদ্র, অনুরূপ $\sin\theta_2$ এবং $\sin\theta_3$

$\therefore \sin\theta_1=\theta_1,\ \sin\theta_2=\theta_2,\ \sin\theta_3=\theta_3$

বা, $\theta_1=\frac{\lambda}{b}=0.001,\ \theta_2=\frac{2\lambda}{b}=0.002,\ \theta_3=\frac{3\lambda}{5}=0.003$

সব θ -ই *rad* এককে। ধরা যাক প্রথম তিন লঘিষ্ঠ অবস্থানের দূরত্ব কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জের কেন্দ্র থেকে, তবে

$d_1=f\theta_1,\ d_2=f\theta_2,\ d_3=f\theta_3$

যেখানে $f=$ পর্দার সম্মুখস্থ লেন্সের ফোকাস দৈর্ঘ্য।

$\therefore$ প্রথম ও দ্বিতীয় লঘিষ্ঠের দূরত্ব $d_2-d_1=f(\theta_2-\theta_1)$ এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় লঘিষ্ঠের দূরত্ব $d_3-d_2=f(\theta_3-\theta_2)$

$\therefore d_1-d_1=30\times0.001$ সেমি $=0.3$ মিমি

$d_3-d_2=30\times0.001$ সেমি $=0.3$ মিমি

7. যদি θ_1 এবং θ_2 প্রথম ও দ্বিতীয় অনুজ্জ্বল বলয়ের কৌণিক ব্যাসার্ধ হয় তবে

$$\sin\theta_1=\frac{1.22\lambda}{D}\ \text{এবং}\ \sin\theta_2=\frac{1.63\lambda}{D}$$

যেখানে $D=$ বৃত্তীয় উন্মেষের ব্যাস।

এখন $\frac{\lambda}{\Delta}=\frac{500\times10^{-9}}{0.02\times10^{-2}}=2.5\times10^{-3}$ খুবই ক্ষুদ্র।

অতএব $\sin\theta_1=\theta_1$ এবং $\sin\theta_2=\theta_2$

$\therefore \theta_1=1.22\times2.5\times10^{-3}$ রেডিয়ান

$\theta_2=1.63\times2.5\times10^{-3}$ রেডিয়ান

যদি বলয় দ্বয়ের ব্যাসার্ধ হয় r_1 এবং r_2 তবে লেখা যায়

$$\theta_1 = \tan\theta_1 = \frac{r_1}{f} \text{ এবং } \theta_2 = \tan\theta_2 = \frac{r_2}{f}$$

$\therefore r_1 = 30 \times 1.22 \times 2.5 \times 10^{-3} = 0.91$ মিমি

$r_2 = 30 \times 1.63 \times 2.5 \times 10^{-3} = 1.22$ মিমি

8. গ্রেটিং সমীকরণ হল $d\sin\theta = n\lambda, n = 0, \pm 1, \pm 2........$ যেখানে $d = \frac{1}{N} =$ গ্রেটিং ধ্রুবক

$\therefore \sin\theta = nN\lambda$ বা $\theta = \sin^{-1}(nN\lambda)$

কিন্তু $nN\lambda = 1 \times 1000 \times 650 \times 10^{-9} \times 10^{+2}$

$= 0.065$

$\therefore \theta = \sin^{-1}(.065) = 3.73^0$

9. যেহেতু $\sin\theta = \frac{n\lambda}{d}$

$$\therefore \frac{n\lambda}{d} \le 1$$

বা $n \le \frac{d}{\lambda} = \frac{1}{N\lambda} = \frac{v}{Nc}$

$$\therefore n \le \frac{4 \times 10^{14}}{12000 \times 3 \times 10^{10}}$$

$n \le 1.11$

n যেহেতু ক্রম সংখ্যা তাই তা হবে পূর্ণ সংখ্যা। এখানে 1.11 এর নিকটতম পূর্ণ সংখ্যা 1. তাই $n = 1$. অর্থাৎ কেবলমাত্র ১ম ক্রমের বর্ণালি দেখা যাবে।

সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. দেখা গেছে যে যদি সমগ্র তরঙ্গমুখ উন্মুক্ত থাকে তা হলে তরঙ্গমুখের সম্মুখে কোনো বিন্দুতে (P) লব্ধি বিস্তার হবে

$$A = \frac{A_1}{2}$$

যেখানে A_1 হল প্রথম অর্ধপর্যায় থেকে আগত তরঙ্গিকা সমূহের লব্ধি বিস্তার। এখন যদি তরঙ্গ মুখে একটা অনচ্ছ চাকতি স্থাপন করা যায় তবে P বিন্দু সাপেক্ষে চাকতিটি কিছু সংখ্যক অর্ধ-পর্যায়ী বলয়কে আড়াল করবে। ধরা যাক এরূপ অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের সংখ্যা হবে n এর অর্থ হল এবার P বিন্দুতে আলোক তরঙ্গিকা আসবে $n+1, n+2.......$ প্রভৃতি অর্ধ-পর্যায় বলয় থেকে। অতএব P বিন্দুতে লব্ধি বিস্তার হবে

$$A' = A_{n+1} - A_{n+2} + A_{n+3}............$$

যখন সমগ্র তরঙ্গমুখ উন্মুক্ত থাকে তখন

$$A = A_1 - A_2 + A_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{A_1}{2}$$

$$\therefore A' = \frac{A_{n+1}}{2}$$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে যেহেতু P অক্ষের উপর যে কোনো বিন্দু তাই অক্ষের উপর দীপ্ত ফ্রিঞ্জ পাওয়া যাবে।

2. n তম অর্ধ-পর্যায়ী বলয়ের ব্যাসার্ধ $a_n = \sqrt{nr_0\lambda}$, যেখানে r_0 মুখ্য ফোকাস দৈর্ঘ্য

$$\therefore a_n = \sqrt{n}\sqrt{6\times600\times10^{-9}} \text{ মিটার}$$
$$= \sqrt{n}\sqrt{6\times60}\times10^{-4} \quad ,,$$
$$= 6\times10^{-4}\sqrt{n}\sqrt{10} \quad ,,$$
$$= 18.97\times10^{-4}\sqrt{n} \text{ মিটার}$$
$$= 0.1897\sqrt{n} \text{ সেমি}$$

$\therefore a_1 = 0.19$ সেমি, $a_2 = 0.268$ সেমি, $a_3 = 0.328$ সেমি আবার $r_0 = \frac{a_n^2}{n\lambda} = f_1$ মুখ্য ফোকাশ দৈর্ঘ্য।

$$\therefore f_1 = \frac{a_1^2}{\lambda} = \frac{(0.19)^2}{500\times10^{-9}\times10^2} \text{ সেমি}$$
$$= \frac{0.0361}{5\times10^{-5}} = 0.0072\times10^5 \text{ সেমি}$$
$$= 720 \text{ সেমি}$$
$$= 7.2 \text{ মিটার}$$

$\therefore$ প্রথম গৌণ ফোকাস $= \frac{f_1}{3} = 2.4$ মি.

3. N স্লিটের গ্রেটিং এর ব্যবর্তিত তরঙ্গের তীব্রতা

$$I(\theta) = I_0\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right)\left(\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2\gamma}\right)$$

যেখানে $\beta = \frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}$ এবং $\gamma = \frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}$

$d =$ গ্রেটিং ধ্রুবক $= a+b$, $a =$ স্লিট ব্যবধান, $b =$ স্লিট বেধ।

যখন $\theta \to 0, \frac{\sin\beta}{\beta} = 1$ এবং $\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma} = \pm N$

$$\therefore I(\theta=0)=I_0\times 1\times N^2$$

$$\therefore I_0=\frac{I(\theta=0)}{N^2}$$

$$\therefore I(\theta)=\frac{I(\theta=0)}{N^2}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma}\right)^2$$

এখন লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ পাওয়ার শর্ত হল $\gamma=\frac{p\pi}{N}$ এবং $p\neq N$ অতএব $\gamma=\frac{\pi}{N}=\frac{\pi}{3}$ এবং $\gamma=\frac{2\pi}{N}=\frac{2\pi}{3}$ হল লঘিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ পাওয়ার শর্ত। অতএব গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ যেহেতু একটাই তাই তা হবে $\frac{\pi}{3}$ এবং $\frac{2\pi}{3}$-এর মধ্যবর্তী অবস্থানে, অর্থাৎ $\gamma=\frac{\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}}{2}=\frac{\pi}{2}$ হল গৌণ গরিষ্ঠ ফ্রিঞ্জ শর্ত।

$$\therefore I(\theta)=\frac{I(\theta=0)}{3^2}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\sin\frac{3\pi}{2}}{\sin\frac{\pi}{2}}\right)^2$$

$$=\frac{I(\theta=0)}{9}\cdot\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}=\frac{I(\theta=0)}{9}$$

$$\therefore \frac{I(\theta)}{I(\theta=0)}=\frac{1}{9}$$

আবার $a=2b$ এবং লেখা যায়

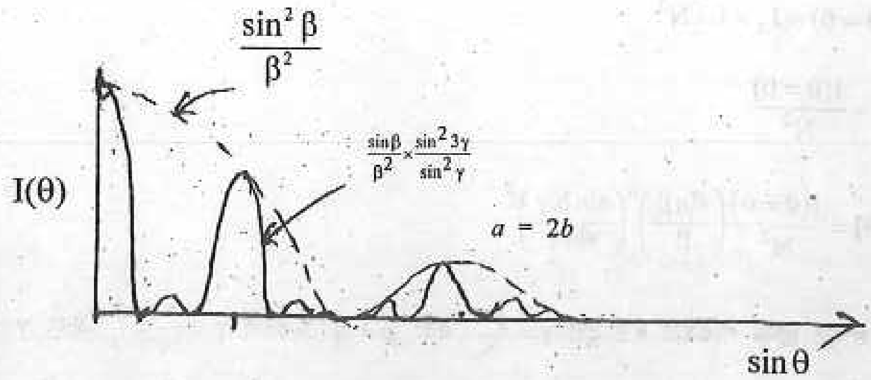
$$\beta=\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta=\left(\frac{\pi b}{\lambda}\right)\theta$$

$$\gamma=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}=\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)\theta=\frac{\pi}{\lambda}(a+b)\theta=\frac{3\pi}{\lambda}b\theta$$

β	0	π	$\frac{\pi}{2}$
θ	0	$\frac{\lambda}{b}$	$\frac{\lambda}{2b}=\frac{\lambda}{a}$

$\therefore$

$\frac{\sin\beta}{\beta}$	1	0	$\frac{2}{\pi}$
β	0	π	$\frac{\pi}{2}$



চিত্র 2·21 তিনস্লিটে ব্যবর্তন তীব্রতা

γ	0	3π	$\frac{3\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{2}$
θ	0	$\frac{\lambda}{b}$	$\frac{\lambda}{2b}=\frac{\lambda}{a}$	$\frac{\lambda}{3b}$	$\frac{\lambda}{6b}$

$\therefore$

$\frac{\sin 3\gamma}{\sin\gamma}$	1	1	+1	1	+1
γ	0	3π x	$\frac{3\pi}{2}$	K x	$\frac{\pi}{2}$

4. গ্রেটিং এর সমীকরণ হল $d\sin\theta = n\lambda$

$$\therefore \sin\theta = \frac{n\lambda}{d} \le 1$$

কিন্তু $\frac{n\lambda}{d}$ খুবই ক্ষুদ্র, তাই $\sin\theta = \theta = \frac{n\lambda}{d} = nN\lambda$

$$\therefore nN\lambda \le 1$$

$$n \le \frac{1}{N\lambda}$$

যেহেতু ক্রম n নির্ভর করে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ-এর উপর তাই বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সর্বোচ্চ ক্রম বিভিন্ন হতে পারে। এখন

$$\frac{1}{N\lambda_r} = \frac{1}{6000\times700\times10^{-9}\times10^2} = \frac{100}{42} = 2.38$$

$$\frac{1}{N\lambda_r} = \frac{1}{6000\times400\times10^{-9}\times10^2} = \frac{100}{42} = 4.16$$

অতএব লাল রেখা বর্ণালি সর্বোচ্চ 2 ক্রম এবং বেগুনি রেখা বর্ণালি সর্বোচ্চ 4 ক্রম পর্যন্ত দৃষ্ট হবে। দুটি নিকটবর্তী তরঙ্গ λ এবং $\lambda+\Delta\lambda$ এখন

$$d\sin\theta = n\lambda$$

$$d\cos\theta\Delta\theta = n\Delta\lambda$$

$$\therefore\ \Delta\theta = \frac{n\Delta\lambda}{d\cos\theta} = \frac{nN\Delta\lambda}{\sqrt{1-\frac{n^2\lambda^2}{d^2}}}$$

$$= \frac{nN\Delta\lambda}{\sqrt{1-n^2\lambda^2N^2}}$$

$$\therefore\ \Delta\theta = \frac{2\times6000\times0.6\times10^{-9}\times10^2}{\sqrt{1-\left(2\times600\times10^{-9}\times10^2\times6000\right)^2}}$$

$$= \frac{72\times10^{-5}}{\sqrt{1-\left(72\times10^{-2}\right)^2}} = 0.00104 \text{ রেডিয়ান}$$

$$= 3.58 \text{ মিনিট}$$

যদি n ক্রমের লাল আলোর ব্যবর্তন কোণ (θ_{rn}), $n+1$ ক্রমের বেগুনি আলোর ব্যবর্তন কোণ (θ_{vn+1}) অপেক্ষা বেশি হয় তাহলে অধিক্রমন ঘটে।

এখন $\sin\theta_n = nN\lambda$ বা $\theta_n = \sin^{-1}(nN\lambda)$

লালের ১ম ও বেগুনির দ্বিতীয় ক্রমের ক্ষেত্রে

$$\theta_{r1} = \sin^{-1}\left(1\times6000\times700\times10^{-9}\times10^2\right) = \sin^{-1}0.42$$

$$\theta_{v2} = \sin^{-1}\left(2\times6000\times400\times10^{-9}\times10^2\right) = \sin^{-1}0.48$$

$\therefore\ \theta_{r1} < \theta_{v2}$, অতএব এই ক্রমে অধিক্রমন ঘটেনি। এবার লালের ২-য় ও বেগুনির ৩-য় ক্রমের ক্ষেত্রে

$$\theta_{r2} = \sin^{-1}\left(2\times6000\times700\times10^{-9}\times10^2\right) = \sin^{-1}0.84$$

$$\theta_{v3} = \sin^{-1}\left(3\times6000\times400\times10^{-9}\times10^2\right) = \sin^{-1}0.72$$

$\therefore\ \theta_{r2} > \theta_{v3}$, অতএব এখানে অধিক্রমন ঘটেছে।

5. কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠের বেধ = দুই পার্শ্বের প্রথম লঘিষ্ঠের ব্যবধান।

এখন লঘিষ্ঠের শর্ত $b\sin\theta = n\lambda$

যেখানে $b=$ স্লিটের বেধ এবং $n = \pm1, \pm2, ...$ যেহেতু প্রথম লঘিষ্ঠের ক্ষেত্র θ খুবই ক্ষুদ্র, তাই

$$\sin\theta = \theta = \frac{n\lambda}{b} = \pm\frac{\lambda}{b}$$

অতএব দুই লঘিষ্ঠের কৌণিক ব্যবধান $2\theta = \frac{2\lambda}{b}$. এখন যদি কেন্দ্রীয় গরিষ্ঠের বেধ হয় $\Delta\ell$, তবে

$2\theta = \frac{\Delta\ell}{f}$. অতএব,

$$\Delta\ell = 2\theta f = \frac{2\lambda f}{b}$$

$$b = \frac{2\lambda f}{\Delta\ell} = \frac{2\times 434\times 10^{-9}\times 10^{2}\times 0.85}{2.45\times 10^{-3}}$$

$= .0003011$ মি.

$= 0.03011$ সেমি.

6. গ্রেটিং এর সমীকরণ $d\sin\theta = n\lambda$

প্রথম ক্রমের ব্যবর্তন কোণের পাল্লা ধরা যাক θ_1 থেকে θ_2

$\therefore \theta_1 = \sin^{-1}\dfrac{\lambda_1}{d}$ এবং $\theta_2 = \sin^{-1}\dfrac{\lambda_2}{d}$

যদি ফ্রিঞ্জ বেধ $\Delta\ell$ হয় তবে $\theta_2 - \theta_1 = \dfrac{\Delta\ell}{f}$

$$\therefore f = \frac{\Delta\ell}{\theta_2 - \theta_1}$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}\frac{640\times 10^{-9}}{0.25\times 10^{-5}} = 0.259$$

$$\theta_1 = \sin^{-1}\frac{470\times 10^{-9}}{0.25\times 10^{-5}} = 0.189$$

এবং $\Delta\ell = 3.0$ সেমি

$\therefore f = \dfrac{3.0}{0.259 - 0.189} = 42.86$ সেমি

অতিরিক্ত পাঠ —

1. Optics by Eugene Hecht
2. Optics by A.K. Ghatak
3. Geometrical and Physical Optics by R.S. Longhurst.

একক 03 ঃ সমবর্তন

গঠন

3.1 প্রস্তাবনা

বর্তমান পর্যায়ের প্রথম দুটি এককে আলোর দুটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম সম্পর্কে আপনারা অবহিত হয়েছেন। জেনেছেন যে আলোক তরঙ্গের ব্যতিচার ঘটে এবং ব্যবর্তন ঘটে। কিন্তু এই দুটি ধর্ম কেবল আলোক তরঙ্গের বিশেষ কোনো ধর্ম নয়। কেননা এই দুই ধর্ম, - ব্যতিচার ও ব্যবর্তন, শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রেও ঘটতে দেখা যায়। একথা আপনারা জেনেছেন। কিন্তু বর্তমান এককে আলোক তরঙ্গের যে ধর্ম নিয়ে পর্যালোচনা করা হবে তা আলো তথা তির্যক তরঙ্গের এক বিশেষ বৈশিষ্ট্য। আলোর এই বিশেষ ধর্মের আলোচনা প্রসঙ্গে আপনারা আরো জানবেন যে এমন কিছু মাধ্যম আছে যাদের বলা হয় আলোক-সক্রিয় (optically active)।এমন মাধ্যম আছে যার অভ্যন্তরে বিভিন্ন দিকে আলোর আচরন ভিন্ন ভিন্ন হয়। কিন্তু এইসব আচরণ সম্পর্কে বুঝতে হলে আলোর তরঙ্গের প্রকৃতি সম্পর্কে কিছু প্রাথমিক ধারণা থাকা দরকার। এই এককের আলোচনায় প্রথমে সে বিষয়ে কিছু আমরা জেনে নেবো।

উদ্দেশ্য

এই এককে আপনি যা যা জানবেন তা হলো ঃ

★ আলোক তরঙ্গ তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের একটি অংশ।
★ আলোর সমবর্তন বলতে কী বুঝায় এবং কাকে বলে সমতলীয়, বৃত্তীয় ও উপবৃত্তীয় সমবর্তন।
★ কী কী ভাবে আলোকে সমবর্তিত করা যায়।
★ সমবর্তিত আলোর বিশ্লেষণ করা হয় কী ভাবে।
★ জানতে পারবেন আলোক সক্রিয় মাধ্যম সম্পর্কে।

3.2 তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ এবং আলোক তরঙ্গ

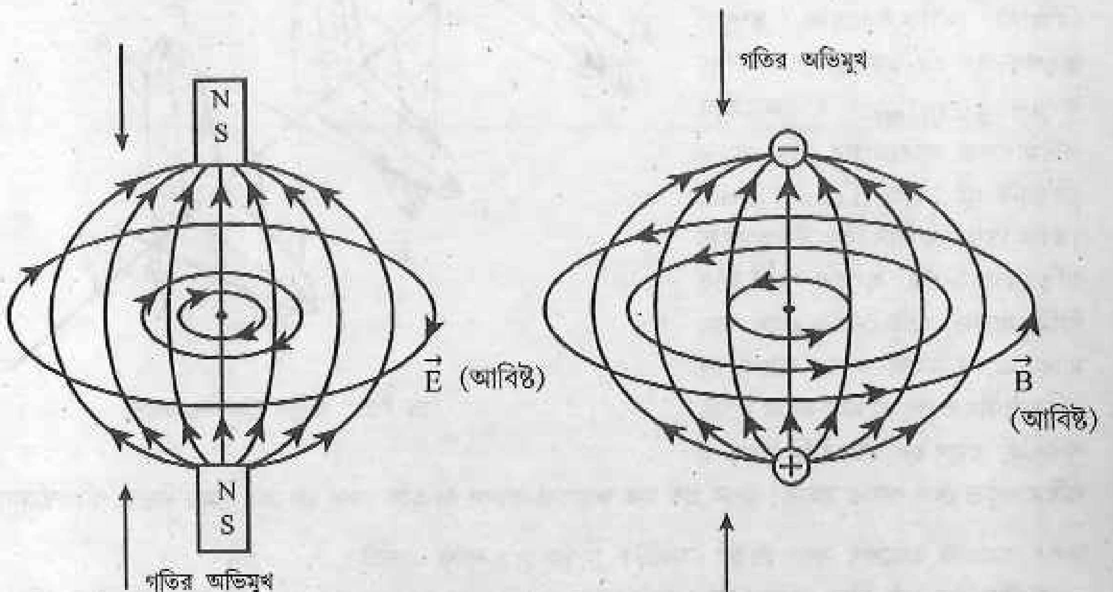
আপনারা তড়িৎ ক্ষেত্র এবং চৌম্বক ক্ষেত্র সম্পর্কে ইতিমধ্যে জেনেছেন। উভয় ক্ষেত্রই হলো ভেক্টর ক্ষেত্রের নিদর্শন। কোনো ক্ষেত্রকে তার তীব্রতা ভেক্টর (intensity vector) দিয়ে সূচিত করা হয়। তাই তড়িৎ ক্ষেত্রকে (Electric field) $\vec{E}$ দিয়ে এবং চৌম্বক ক্ষেত্রকে (Magaetic field) $\vec{B}$ দিয়ে চিহ্নিত করা হয়। $\vec{E}$-ক্ষেত্র বলতে বুঝায় ইলেক্‌ট্রিক বা তড়িৎ ক্ষেত্র এবং $\vec{B}$-ক্ষেত্র বলতে বুঝায় চৌম্বক ক্ষেত্রে।

দেখা যায়, যে-অধানের উপস্থিতিতে $\vec{E}$-ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় সেই আধান যেই চলতে শুরু করে বা নড়াচড়া করে, তার কাছাকাছি $\vec{E}$-ক্ষেত্র পরিবর্তিত হয় এবং $\vec{E}$-ক্ষেত্রের এই পরিবর্তন একটা সীমিত বেগে চারিপাশের শূন্যদেশের (space) মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হয়। এরই সঙ্গে এই পরিবর্তনশীল $\vec{E}$-ক্ষেত্র একটা চৌম্বক ক্ষেত্রেরও জন্ম দেয়। যদি আধান ত্বরণ সহ গতিশীল হয় তবে $\vec{E}$-ক্ষেত্রের পরিবর্তনের হার ধ্রুবক থাকে না। তাই $\vec{E}$-ক্ষেত্রের

পরিবর্তন জাত $\vec{B}$-ক্ষেত্রও ধ্রুবক থাকে না, সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। এবং পরিবর্তনশীল $\vec{B}$-ক্ষেত্র আবার $\vec{E}$-ক্ষেত্রের জন্ম দেয়।

তাহলে দেখা যায় $\vec{E}$-ক্ষেত্রের পরিবর্তনে $\vec{B}$-ক্ষেত্র উৎপন্ন হচ্ছে এবং পরিবর্তনশীল $\vec{B}$-ক্ষেত্র আবার $\vec{E}$-ক্ষেত্রের জন্ম দিচ্ছে। $\vec{E}$ এবং $\vec{B}$ যুগ্ম ভাবে একটা তরঙ্গ-স্পন্দ (wave pulse) গঠন করে। এই যে দুটো ক্ষেত্র এদের আর উৎস ক্ষেত্র (source field) বলা যায় না, কারণ কেবল আধান নয়, আধানের গতিই হল এই যুগ্ম ক্ষেত্রের কারণ। একে বলে কার্লক্ষেত্র (curlfield) এবং যুগ্ম ক্ষেত্রটিকে একসঙ্গে বলে তড়িৎ-চুম্বকীয় বা তড়িচ্চুম্বকীয় ক্ষেত্র (electro-magnetic field)।

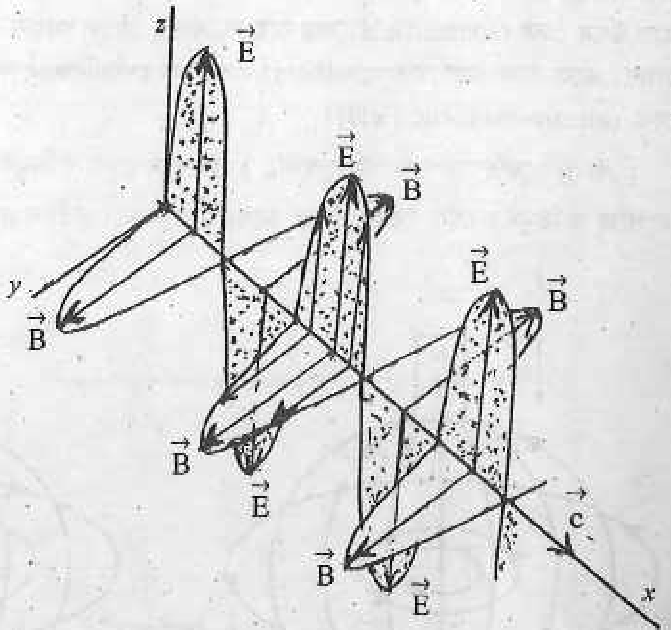
$\vec{E}$-ও $\vec{B}$- ক্ষেত্র সাপেক্ষে তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের সঞ্চালন অভিমুখ কী হবে? কী হবে $\vec{E}$-ও $\vec{B}$ এর পরস্পর সাপেক্ষে অভিমুখ? শেষ প্রশ্নের উত্তর আপনাদের জানা। পরীক্ষামূলক ভাবে এটা জানা যায় যে $\vec{E}$-ও $\vec{B}$



চিত্র 3.1: (a) পরিবর্তনশীল $\vec{B}$ ক্ষেত্র আবিষ্ট করে $\vec{E}$-ক্ষেত্র
(b) পরিবর্তনশীল $\vec{E}$ ক্ষেত্র আবিষ্ট করে $\vec{B}$-ক্ষেত্র

পরস্পর অভিলম্বে থাকে (চিত্র 3.1)। বিজ্ঞানী জেমস ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল-এর [James Clerk Maxwell, 1831-1879] সমীকরণ বিশ্লেষণ করে দেখানো যায় $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ ক্ষেত্রের পরিবর্তন জাত তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গের অভিমুখ হবে $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ উভয়েরই অভিলম্বে। একটা সাধারণ যুক্তি হতে পারে এই যে যেহেতু এই তরঙ্গ একই সঙ্গে $\vec{E}$ এবং $\vec{B}$-এর সময়-নির্ভর বৈশিষ্ট্যকে উপস্থাপিত করে তাই এই তরঙ্গের অভিমুখ $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ এর কোন একটির অভিমুখে হতে পারে না। আবার উভয়ের অভিমুখেও হতে পারে না, কারণ $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ এবং একই তরঙ্গের

দুটি অভিলম্ব বেগ থাকা অবাস্তব। অতএব তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের সঞ্চালন অভিমুখ হবে $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ এর অভিলম্বে। নির্দিষ্টভাবে বললে বলা যায় $\vec{E}\times\vec{B}$ এর অভিমুখই হল তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের সঞ্চালন অভিমুখ (propagation direction) (চিত্র 3.2)। অন্য ভাবে বলা যায় যে তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের বেগ $\vec{c}$ [আলোর বেগকে c দিয়ে সূচিত করা হয়] এমন হবে যে $\vec{E}, \vec{B}, \vec{c}$ একটা দক্ষিণাবর্ত ব্যবস্থা (right handed system] গঠন করে। c অক্ষরটা লাতিন শব্দ celer -এর প্রথম অক্ষর। celer কথাটার অর্থ দ্রুত।



চিত্র-3·2 : তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ

তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের তাত্ত্বিক বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল সম্পূর্ণ তত্ত্বগতভাবে এই তরঙ্গের বেগ নির্ধরণ করেন $3\times10^8 ms^{-1}$ যা আলোর পরিমাপকৃত গতিবেগের প্রায় সমান [বিজ্ঞানী লুই ফিযো (Louis Fizeau, 1819-1896, ফরাসি বিজ্ঞানী) আলোর গতিবেগ নির্ণয় করেন 315300 কিমি/সেকেন্ড]। এই নৈকট্য দেখে স্বয়ং ম্যাক্স্ওয়েল মন্তব্য করেন আলো যে তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ তা মনে করার যথেষ্ট শক্তিশালী প্রমাণ হল তাঁদের নির্ধারিত ও পরিমাপকৃত বেগ কার্যত সমান। এখন প্রশ্ন হল আলোক তরঙ্গ তা হলে কোন্ ক্ষেত্রের সময়-নির্ভর পরিবর্তনের ফল? আলোক তরঙ্গের সরণ ভেক্টর কোনটি? $\vec{E}$ না $\vec{B}$? নাকি উভয়ই?

ফটোগ্রাফির প্লেট নিয়ে পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে আলোক তরঙ্গের তড়িৎক্ষেত্র এই প্লেটের উপর ক্রিয়া করে, কিন্তু চৌম্বক ক্ষেত্রের কোনো প্রভাব পরিলক্ষিত হয় না। এইজন্য কম্পন ভেক্টর $\vec{E}$ কে আলোর কম্পন ভেক্টর (vibration vector) রূপে বিবেচনা করা হয়।

অতএব, দুটি তথ্য আমরা জানলাম ঃ

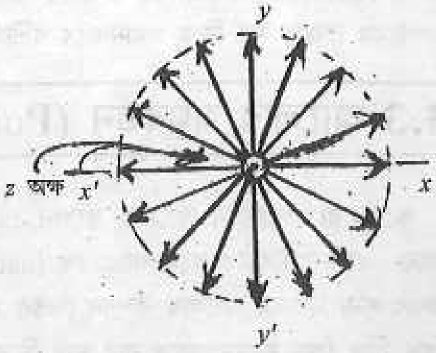
(১) আলোক তরঙ্গ হল তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ।

(২) আলোক তরঙ্গের কম্পন ভেক্টর হল তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গের $\vec{E}$-ক্ষেত্রের কম্পন ভেক্টর। যেহেতু $\vec{E}$ ভেক্টর তরঙ্গ গতির লম্ব অভিমুখে কম্পিত হয় (অর্থাৎ সময় সাপেক্ষে সরল সমঞ্জস গতিতে থাকে) তাই তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ হল অনুপ্রস্থ বা তির্যক তরঙ্গ (Transverse wave)। অতএব

(৩) আলো অনুপ্রস্থ তরঙ্গ।

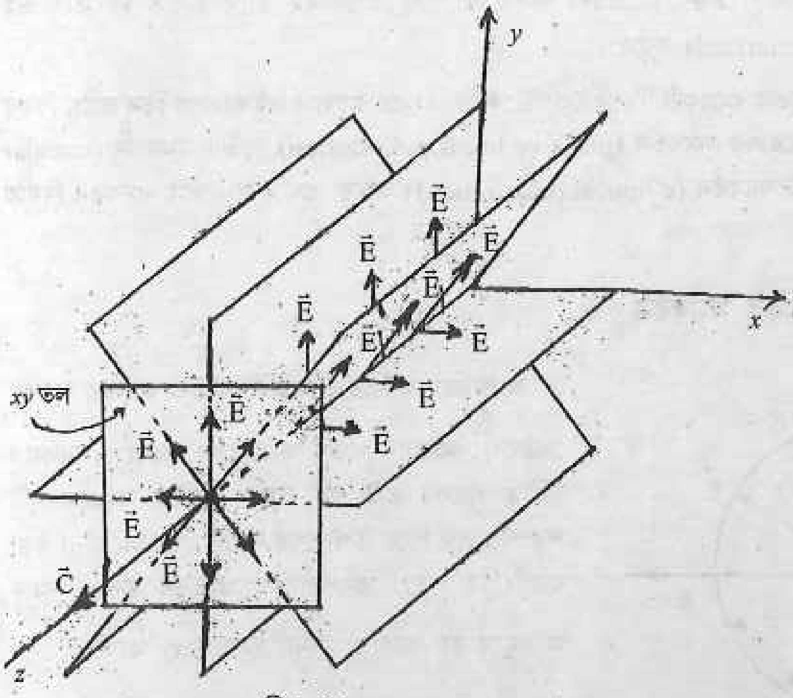
সাধারণ আলো বা স্বাভাবিক আলো (natural light)

জানা গেছে যে আলো হল তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের $\vec{E}$-ক্ষেত্রের কম্পন জাত তরঙ্গ। প্রশ্ন হল যে এই কম্পন ভেক্টর $\vec{E}$ কি কেবল একটিমাত্র তলেই কম্পিত হয় নাকি তরঙ্গ গতির অভিলম্বে যে-কোনো তলে কম্পিত হয়। এই প্রশ্নের উত্তরানু সন্ধান করতে আমরা তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের কেবল $\vec{E}$ কম্পন ভেক্টরটি বিবেচনা করব; কারণ, $\vec{B}$ কম্পন ভেক্টরের কোনো ভূমিকা নেই আলোক তরঙ্গ উৎপাদনে। তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গ উৎপাদিত হয় যখন কোনো আধান অসমবেগে গমন করে। আলোক উৎসে সাধারণ ভাবে পরমাণুর ইলেক্ট্রন উচ্চ শক্তিস্তর থেকে নিম্ন শক্তি স্তরে গমন করে। তখন যে শক্তি ছেড়ে দেওয়া হয় তা তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ



চিত্র 3.3 : কম্পন বণ্টন

রূপে ছড়িয়ে পড়ে। বহু বহু ইলেক্ট্রন বিভিন্ন অবস্থান (orientations) থেকে এই বিকিরণ ঘটায় বলে বিকিরিত তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গের সংশ্লিষ্ট $\vec{E}$ক্ষেত্র ও $\vec{B}$-ক্ষেত্র কোনো বিশেষ তলে আবদ্ধ থাকে না। এর অর্থ হল তরঙ্গগতির রেখাগামী সব তলে এই $\vec{E}$- ও $\vec{B}$ - কম্পন ভেক্টর থাকে। কেবল মাত্র $\vec{E}$-কম্পন ভেক্টরকে বিবেচনা করলে বলা যায় তরঙ্গগতির অভিমুখ ঘিরে $\vec{E}$ সর্ব দিকে সমান ভাবে বণ্টিত (চিত্র 3.3)। যদি তরঙ্গ z -অক্ষ অভিমুখে গমন করে তবে $\vec{E}$ থাকবে xy -তলে যে কোনো অভিমুখে। যে সব তল গুলিতে $\vec{E}$ কম্পন গুলি অবস্থান করে তারা সকলেই xy-তলের অভিলম্বে থাকে



চিত্র 3.4

চিত্র 3.4 অক্ষগামী তলগুলি xy তলের উপর লম্ব এবং $\vec{E}$ কম্পন ভেক্টরগুলি এই তলগুলির উপর অবস্থান করে। চিত্রে $\vec{B}$ কম্পন ভেক্টর দেখানো হয়নি।

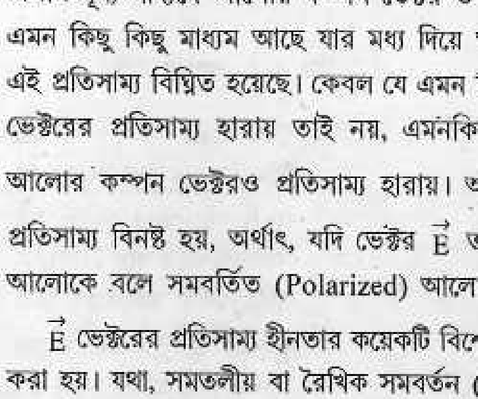
এবং তাদের সকলের সাধারণ ছেদ রেখা হল z-অক্ষ (চিত্র 3.4)। এই z-অক্ষ বরাবর আলোক তরঙ্গ $\vec{c}$ বেগে গমন করে। অতএব স্বাভাবিক আলোর কম্পন ভেক্টর তরঙ্গ গতির অভিলম্বে সর্বদিকে কম্পিত হয়। এই কম্পনের বিস্তার সর্ব দিকে সমানভাবে বণ্টিত।

3.3 আলোর সমবর্তন (Polarization of Light)

আপনারা জেনেছেন আলোর কম্পন ভেক্টর $\vec{E}$ তরঙ্গ গতির অভিমুখের সঙ্গে প্রতিসম ভাবে বণ্টিত থাকে। এমন আলোকে বলে স্বাভাবিক (natural) বা অসমবর্তিত আলো (unpolarized light)। মহাশূন্য অর্থাৎ শূন্য মাধ্যমে আলোর কম্পন ভেক্টর তরঙ্গ গতি সাপেক্ষে প্রতিসাম্যে (in symmetry) থাকে। কিন্তু এমন কিছু কিছু মাধ্যম আছে যার মধ্য দিয়ে আলো গমন করার পর দেখা যায় ঐ মাধ্যম নির্গত আলোর এই প্রতিসাম্য বিঘ্নিত হয়েছে। কেবল যে এমন কিছু বিশেষ মাধ্যম থেকে নির্গত আলো তার স্বাভাবিক কম্পন ভেক্টরের প্রতিসাম্য হারায় তাই নয়, এমনকি কোনো কোনো বিশেষ আপতন কোণের জন্য প্রতিফলিত আলোর কম্পন ভেক্টরও প্রতিসাম্য হারায়। আলোর গতির অভিমুখ সাপেক্ষে যদি তড়িৎ ভেক্টর $\vec{E}$ এর প্রতিসাম্য বিনষ্ট হয়, অর্থাৎ, যদি ভেক্টর $\vec{E}$ তরঙ্গ গতির সাপেক্ষে অপ্রতিসম ভাবে বণ্টিত হয় তবে ওই আলোকে বলে সমবর্তিত (Polarized) আলো।

$\vec{E}$ ভেক্টরের প্রতিসাম্য হীনতার কয়েকটি বিশেষ বৈশিষ্ট্যকে ভিত্তি করে আলোর সমবর্তনকে তিন ভাগে বিভক্ত করা হয়। যথা, সমতলীয় বা রৈখিক সমবর্তন (plane or linear polarization), বৃত্তীয় সমবর্তন (circular polarization) এবং উপবৃত্তীয় সমবর্তন (elliptical polarization)। আমরা প্রথমে সমতলীয় সমবর্তন বিষয়ে আলোচনা করব।

3.3.1 সমতলীয় বা রৈখিক সমবর্তন

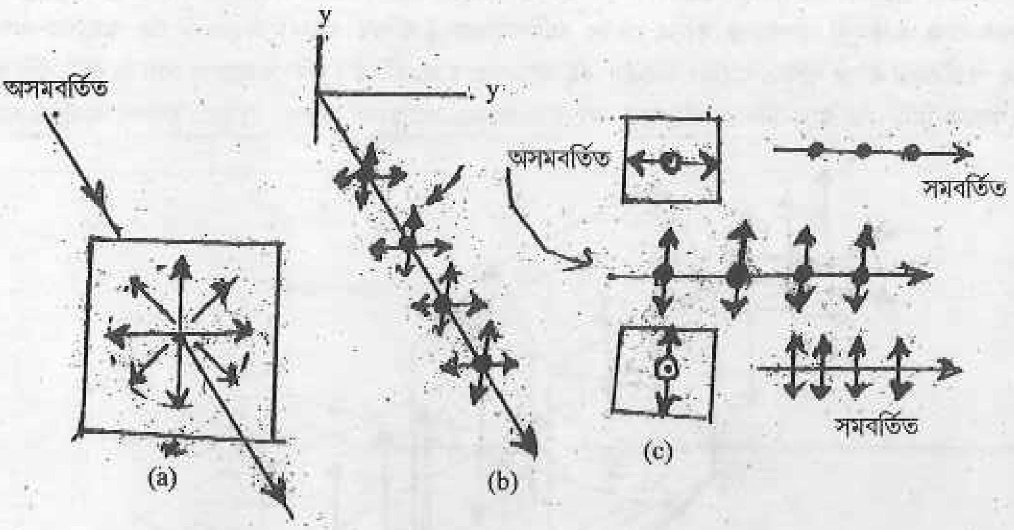


চিত্র 3.5

আপনারা জেনেছেন যে অসমবর্তিত আলোর কম্পন ভেক্টর $\vec{E}$ আলোর গতির অভিমুখের সাপেক্ষে সমভাবে বণ্টিত থাকে। তাই এই কম্পন ভেক্টর সমূহকে দুটি পরস্পর লম্ব দিকে উপাংশের সমষ্টি রূপে বিবেচনা করা যায় (চিত্র-3.5)। তরঙ্গগতির অভিমুখ যদি z -অক্ষ অভিমুখে হয় তবে $\vec{E}$ সমূহ থাকবে xy তলে।

অতএব $\vec{E}$ সমূহের x ও y উপাংশের সমষ্টি হবে E_x এবং E_y এবং $|E_x| = |E_y|$ হবে। জ্যামিতিক ভাবে এই

দুই কম্পনকে বিন্দু ও খর্বকায় রেখা দ্বারা সূচিত করা হয়। আলোক রশ্মি সাপেক্ষে অসমবর্তিত আলোকে চিত্র 3.6 -এর প্রদর্শিত পথতিতে সূচিত করা হয়।



চিত্র 3.6 : কম্পন

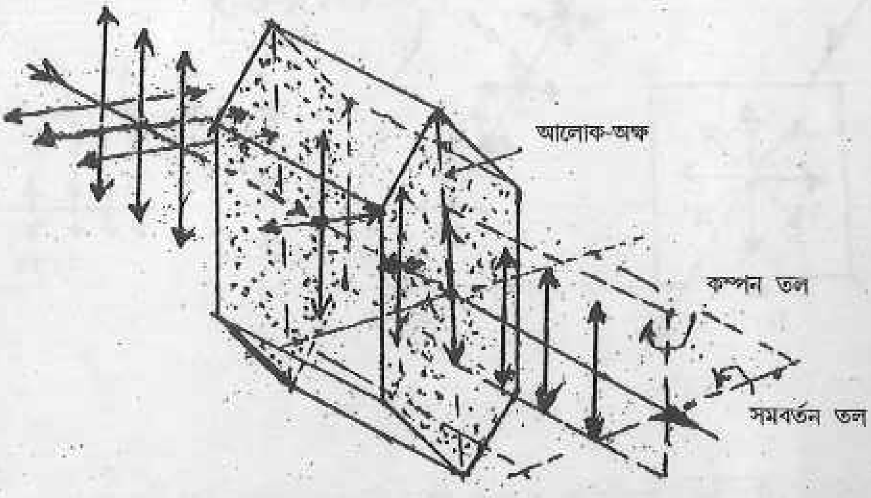
চিত্র 3.6 : অসমবর্তিত আলোক রশ্মি। আলো সমবর্তিত হলে বিন্দু বা রেখাংশের কোনো একটি অনুপস্থিত থাকবে।

চিত্র 3.6 (a) -তে অসমবর্তিত আলোর তড়িৎ ভেক্টর $\vec{E}$ গতির অভিলম্বতলে সর্বদিকে কম্পিত হয়, তা দেখানো হয়েছে। এই সর্বদিকের কম্পনকে চিত্র (b) -তে দুটি অভিলম্ব দিকে দেখানো হয়েছে। একটি কম্পন উল্লম্ব দিকে এবং অপর কম্পন অনুভূমিক দিকে। চিত্র 3.6 (c) -এ উল্লম্ব কম্পন -কে ছোট ছোট দাগ কেটে বুঝানো হয়েছে এবং অনুভূমিক কম্পনকে বিন্দু (dot) দিয়ে বোঝানো হয়েছে। এর অর্থ যখন আলো অসমবর্তিত হবে তখন এই উভয় কম্পন বর্তমান থাকবে। যখন যে-কোনো এক শ্রেণির কম্পন অনুপস্থিত হবে তখন এই ঘটনাকে বলা হবে রৈখিক বা সমতলীয় সমবর্তন।

সমবর্তক (Polariser)

কীভাবে সমবর্তিত আলো উৎপাদন করা হয়? যে ব্যবস্থা দ্বারা সমবর্তিত আলো সৃষ্টি করা হয় তার সাধারণ নাম সমবর্তক (polariser)। বলা হয়, যে-আলোক যন্ত্রে আগত আলো হল স্বাভাবিক (natural) বা অসমবর্তিত এবং যার থেকে নির্গত আলো হল সমবর্তিত তাকে বলে সমবর্তক। টুরমালিন (Tourmaline)

নামক এক ধরনের কেলাস আছে যার মধ্য দিয়ে অসমবর্তিত আলো গমন করলে নির্গত আলো সমবর্তিত হয়। এই কেলাসের মধ্যে একটা বিশেষ দিকের তড়িৎ ভেক্টর $\vec{E}$ শোষিত হয় [বলা উচিত অধিকমাত্রায় শোষিত হয়]। কেলাসের অভ্যন্তরে এই দিকের অভিলম্ব দিককে বলে কেলাসের আলোক-অক্ষ (optic axis)। যে সব তড়িৎ ভেক্টর আলোক অক্ষের সমান্তরাল সেগুলি কেলাস কর্তৃক অল্প মাত্রায় শোষিত হয়। ফলে নির্গত আলোতে আলোক-অক্ষ অভিমুখী কম্পনের তড়িৎ ভেক্টর অধিকমাত্রায় উপস্থিত থাকে। অর্থাৎ নির্গত আলোর কম্পন ভেক্টর অপ্রতিসম ভাবে বন্টিত থাকে। অতএব এই আলো হবে সমবর্তিত। যদি কেলাসের বেধ যথেষ্ট বেশি করা হয় (কয়েক মিমি) তা হলে নির্গত আলোতে আলোক-অক্ষের সমান্তরাল কম্পন ভেক্টরই কেবল অবশিষ্ট থাকে



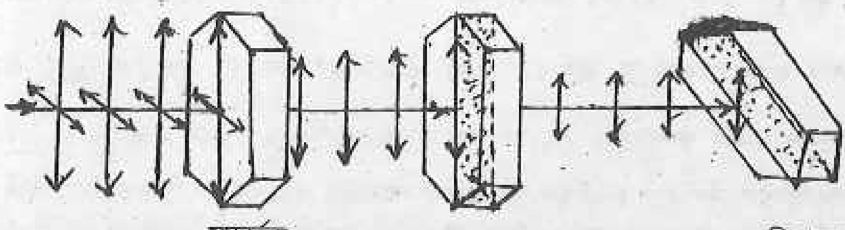
চিত্র 3.7 : টুরমালিন কেলাস দ্বারা সমবর্তন

(চিত্র 3.7)। এই ধরনের সমবর্তক কেবল কোনো বিশেষ দিকের কম্পন ভেক্টর গমন করতে দেয় বলে এদের বলে রৈখিক সমবর্তক (linear polariser) আর এ জন্য নির্গত আলোকে বলে রৈখিক সমবর্তিত আলো। যেহেতু কম্পন ভেক্টর গুলি কেবল একটি মাত্র তলে [তরঙ্গ গতির দিক ও আলোক অক্ষ ধারণকারী তল] সংহত থাকে তাই এই আলো সমতলীয় সমবর্তিত আলো। যে তলে কম্পন ভেক্টরগুলি সন্নিবেশিত থাকে তাকে বলে কম্পন তল (plane of vibrations) এবং রশ্মিগামী ও কম্পন তলের অভিলম্ব তলকে বলে সমবর্তন তল (plane of polarisation)। লক্ষ্য করুন সমবর্তন তলে চৌম্বক ভেক্টর $\vec{B}$ সংহত থাকে। তা হলে কি আলোক অক্ষ বরাবর চৌম্বক ভেক্টর গুলি টুরমালিন কেলাস শোষণ করে? যেহেতু তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গে $\vec{E} \perp \vec{B}$ অবশ্যই থাকতে হবে, তাই যেসব $\vec{E}$ কম্পন শোষিত হয় তার অভিলম্ব $\vec{B}$-কম্পনও অন্তর্হিত হয়।

আলোক অক্ষ ঃ এটা যদিও বলা হচ্ছে অক্ষ অর্থাৎ একটা সরলরেখা, কিন্তু আলোক অক্ষ আসলে একটি অভিমুখ। এই নির্দিষ্ট অভিমুখের সমান্তরাল সব রেখাই আলোক অক্ষকে প্রতিস্থাপিত করে।

সমবর্তন বিশ্লেষক (Analyser)

এটি হল তেমন এক আলোক যন্ত্র (optical device) যা থেকে আগত আলো হবে সমবর্তিত এবং আপতিত আলো সমবর্তিত হলে এই যন্ত্রের বিশেষ অবস্থানে কোনো নির্গত আলো থাকে না। এর থেকে বলা যায় এই অবস্থানের 90^0 বামে বা দক্ষিণে সমবর্তিত আলোর কম্পন তল অবস্থিত। চিত্র 3.8-এ দেখা যাচ্ছে যে যখন সমবর্তক ও বিশ্লেষকের আলোক অক্ষ পরস্পর সমান্তরাল তখন বিশ্লেষকের মধ্য দিয়ে আলো গমন করে, কিন্তু যখন দুই কেলাসের আলোক অক্ষ পরস্পরের সঙ্গে 90^0 কোণে অবস্থান করে তখন



চিত্র 3.8 : সমবর্তিত আলোর পরীক্ষা

বিশ্লেষক থেকে কোনো আলো নির্গত হয় না। এই নির্গত না-হওয়ার ঘটনা থেকে বলা যায় পরীক্ষাধীন আলো সমতলীয় সমবর্তিত। বিশ্লেষকের সমান্তরাল অবস্থান থেকে বলা যায় তার আলোক অক্ষের অবস্থান হল সমবর্তিত আলোর কম্পন তল এবং বজ্র অবস্থান থেকে বলা যায় তার আলোক অক্ষ হল সমবর্তন তল।

3.3.2 সমতলীয় বা রৈখিক সমবর্তন : গণিতের প্রয়োগ

ইতিমধ্যে আপনারা জেনেছেন যে রৈখিক বা সমতলীয় সমবর্তনে আলোর কম্পন ভেক্টর বা তড়িৎ ভেক্টর $\vec{E}$ কোনো একটি বিশেষ তলে অবস্থান করে এবং তরঙ্গের গতির অভিমুখী ভেক্টর $\vec{k}$, যাকে বলে অগ্রগমন ভেক্টর (propagation vector) এই তলে এমন অভিমুখে থাকে যে $\vec{k} \perp \vec{E}$. $\vec{k}$ যদি কোনো নির্দেশ কাঠামোর z-অক্ষ বরাবর হয় তবে আমরা লক্ষ করি যে z-অক্ষ একই সঙ্গে xz এবং yz তলে অবস্থান করে। অতএব ধরা যেতে পারে সমতলীয় সমবর্তিত আলোর কম্পন ভেক্টর হয় xz বা yz তলে বর্তমান। তাই xz -তলের কম্পন ভেক্টর $\vec{E}_x(z,t)$ হলে লেখা যায়

$$\hat{i}\,E_x(z,t) = \hat{i}\,E_1 \cos(kz - \omega t) \qquad \text{............... (3.1)}$$

অনুরূপে যদি কম্পন ভেক্টরটি থাকে yz তলে তবে

$$\hat{j}E_y(z,t)=\hat{j}E_2\cos(kz-\omega t) \qquad ....(3.2)$$

সমবর্তিত দুটি তরঙ্গের কম্পন ভেক্টর $\hat{i}E_x$ এবং $\hat{j}E_y$ হলে তাদের সমকৌণিক তরঙ্গ (orthogonal waves) বলা হয়। এই দুই সমকৌণিক তরঙ্গ সমদশায় না থাকলে লেখা যায়

$$\hat{j}E_y(z,t)=\hat{j}E_2\cos(kz-\omega t+\phi) \qquad ....(3.3)$$

যেখানে ϕ হল $\vec{E_x}$ ও $\vec{E_y}$ এর দশা পার্থক্য। সমীকরণ (3.1), (3.2) এবং (3.3) হল সমতলীয় বা রৈখিক সমবর্তিত আলোক তরঙ্গ যেখানে E_1 হল $\hat{i}E_x(z,t)$ -এর বিস্তার এবং E_2 হল $\hat{i}E_y(z,t)$ -এর বিস্তার। অধিকন্তু এই তরঙ্গগুলি সম কম্পাংকের (ω) বা সম তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের (λ) যখন $k=\frac{2\pi}{\lambda}$

এই অনুচ্ছেদে অংশত দেখা হবে ঃ এইরূপ দুটি রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গের উপরিপাত ঘটলে লব্ধি তরঙ্গ কী রূপ হবে? লব্ধি কি রৈখিক সমবর্তনে থাকবে? কিন্তু এই আলোচনার পূর্বে কম্পন ভেক্টরের দশা পার্থক্য সম্পর্কে আপনাদের ধারণা আরো স্পষ্ট হওয়া দরকার।

দশা পার্থক্য ϕ ঃ তরঙ্গের সমীকরণে $(kz-\omega t)$ কে বলে তরঙ্গের দশা। অতএব $(kz-\omega t+\phi)$ রাশিটিও দশা বোঝায়। প্রশ্ন হল, $(kz-\omega t)$ দশা ও $(kz-\omega t+\phi)$ দশার মধ্যে কোন দশাটি এগিয়ে। কোন দশাটিই বা পিছিয়ে (leading in phase or lagging in phase)? সমীকরণ (3.1) এবং (3.3) থেকেই এই প্রশ্নের বিচার করা যায়। ধরা যাক ϕ ধনাত্মক রাশি। এখন $t=0$ হলে $\hat{i}E_x=\hat{i}E_1\cos kz$

এখানে দশা kz. সমীকরণ (3.3) থেকে বলা যায়, যখন $t=\frac{\phi}{\omega}$ হবে, তখন

$$\hat{j}E_y=\hat{j}E_2\cos kz$$

অর্থাৎ $\hat{j}E_y$ -এর পক্ষে $\hat{i}E_x$ এর সমদশায় আসতে আরো $\frac{\phi}{\omega}$ সময় বেশি লাগবে। কাজে কাজেই E_x-এর দশা E_y-এর দশা থেকে ϕ এগিয়ে বা E_y এর দশা E_x-এর দশা থেকে পিছিয়ে $(E_y\, lags\, E_x\, by\, \phi)$। কিন্তু যদি $\phi<0$ হয় তবে E_y-এর দশা E_x-এর দশা থেকে ϕ এগিয়ে (E_y leads E_x in phase by ϕ)।

যদি তরঙ্গ সমীকরণ লেখা হত

$$\vec{E_x}=\hat{i}E_1\sin(kz-\omega t)$$

এবং $\vec{E_y}=\hat{j}E_2\sin(kz-\omega t+\phi)$

তা হলেও একই সিদ্ধান্তই পাওয়া যেত।

রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গের উপরিপাত

উল্লেখিত সমকৌণিক তরঙ্গদ্বয়ের লব্ধি

$$E(\vec{z,t}) = \hat{i}\,E_x(z,t) + \hat{j}\,E_y(z,t)$$

যদি E_x এবং E_y সমদশায় থাকে তবে $\phi = 2n\pi$, যেখানে $n = 0, \pm 1, \pm 2.....$ ইত্যাদি। অতএব

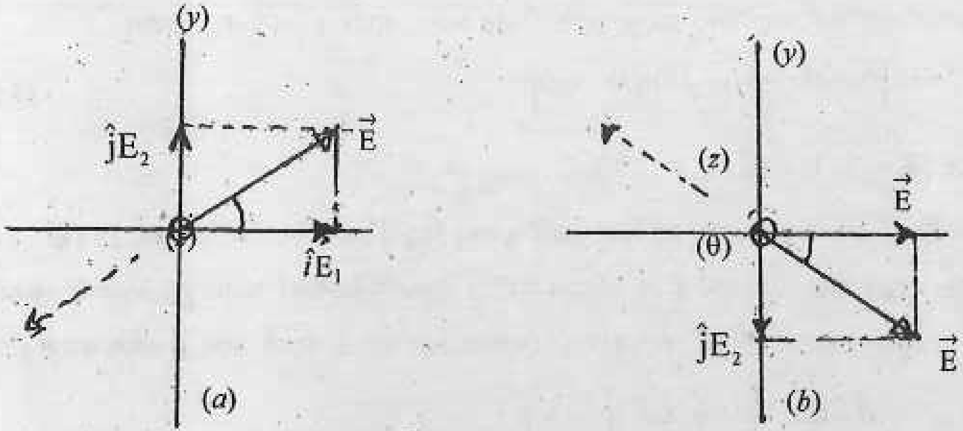
$$\vec{E} = \hat{i}E_1 \cos(kz - \omega t) + \hat{j}E_2 \cos(kz - \omega t) \text{ বা } \vec{E} = (\hat{i}E_1 + \hat{j}E_2)\cos(kz - \omega t) \qquad ....(3\cdot4)$$

অপর দিকে যদি E_x এবং E_y বিপরীত দশায় থাকে তবে $\phi = (2n+1)\pi$, যেখানে $n = 0, \pm 1, \pm 2.....$ ইত্যাদি।

তাহলে $\hat{j}E_y = -\hat{j}E_2 \cos(kz - \omega t)$ এবং $\vec{E} = (\hat{j}E_1 - \hat{j}\,E_2)\cos(kz - \omega t) \qquad ....(3\cdot5)$

সমীকরণ (3·4) বা (3·5)-এ উভয় তরঙ্গের বিস্তারের মান

$$E_0 = \left|\hat{i}E_1 + \hat{j}E_2\right| = \left|\hat{i}E_1 - \hat{j}E_2\right| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \qquad ....(3\cdot6)$$



চিত্র 3.9 : কম্পন

চিত্র-3·9 ঃ দুটি রৈখিক তরঙ্গের লব্ধি, (*a*) তরঙ্গদ্বয় সমদশায়, (*b*) তরঙ্গদ্বয় বিপরীত দশায়

লক্ষ করুন লব্ধি বিস্তার (চিত্র 3·9) উভয় ক্ষেত্রে সমমানের হলেও একটা লব্ধি থেকে অন্য লব্ধি x-অক্ষ সাপেক্ষে সমান পরিমাণে ঘুরে গেছে। কিন্তু সমীকরণ (3·4), (3·5) এবং (3·6) থেকে লেখা যায়

$$\vec{E} = \hat{r}\,E_o \cos(kz - \omega t) \qquad ....(3\cdot7)$$

যেখানে $\hat{r}$ হল মূলবিন্দু-বর্হির্মুখী একক ভেক্টর। স্পষ্টতই সমীকরণ (3·7) একটি রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গের সমীকরণ। অতএব বলা যায় দুটি সমকৌণিক সরলরৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গের দশা পার্থক্য সম বা বিপরীত হলে তাদের লব্ধি তরঙ্গ রৈখিক সমবর্তিত হবে। বিপরীত দশায় থাকলে লব্ধি x অক্ষ সাপেক্ষে সমান পরিমাণে ঘুরে যায়।

3.3.3 বৃত্তীয় সমবর্তন (Circular Polarization)

পূর্ববর্তী অণুচ্ছেদে দুটি সমকৌণিক সমতলীয় সমবর্তিত তরঙ্গের উপরিপাত সম্পর্কে আলোচনা সীমাবদ্ধ রাখা হয়েছে দুটি ক্ষেত্রে ঃ যখন তরঙ্গাদ্বয় সম দশায় এবং যখন তরঙ্গ-দ্বয় বিপরীত দশায় [সম দশায় $\phi = 2n\pi$, এবং বিপরীত দশায় $\phi = (2n+1)\pi$ যখন $n = 0, \pm 1, \pm 2.....$] কিন্তু যদি দশা পার্থক্য

$\phi = -\frac{\pi}{2} + 2n\pi = (4n-1)\frac{\pi}{2}$ হয় যেখানে $n = 0, \pm 1, \pm 2.....$ ইত্যাদি, তাহলে সমকৌণিক সমতলীয় সমবর্তিত তরঙ্গাদ্বয়ের লব্ধি কি সমতলীয় থাকবে? এরূপ ক্ষেত্রে, $E_x = E_1 \cos(kz - \omega t)$ এবং

$$E_y = E_2 \cos\left[kz - \omega t + (4n-1)\frac{\pi}{2}\right] = E_2 \sin(kz - \omega t)$$

অতএব লব্ধি কম্পন ভেক্টর হবে $\vec{E} = \hat{i}\, E_x + \hat{j} E_y$

বা $\vec{E} = \hat{i}\, E_1 \cos(kz - \omega t) + \hat{j} E_2 \sin(kz - \omega t)$ ....(3·8)

এবার ধরা যাক সমকৌণিক তরঙ্গ দ্বয়ের বিস্তার সমান, অর্থাৎ $E_1 = E_2 = E_0$ তাহলে

$$\vec{E} = E_0\left[\hat{i}\cos(kz - wt) + \hat{j}\sin(kz - wt)\right] \qquad ....(3·9)$$

$$\therefore \left|\vec{E}\right| = \vec{E}\cdot\vec{E} = E_0^2$$

অর্থাৎ $\vec{E}$-এর বিস্তার $= E_0$ যা কিনা একটি ধ্রুবক। কিন্তু $\vec{E}$-এর দিক নির্ধারিত হয় $\cos(kz - \omega t)$ এবং $\sin(kz - \omega t)$ দ্বারা। এর অর্থ $\vec{E}$-র অভিমুখ সময়ের উপর নির্ভরশীল। অর্থাৎ $\vec{E}$ z-অক্ষগামী কোনো নির্দিষ্ট তলে থাকতে পারে না। পূর্ববর্তী অণুচ্ছেদে $\vec{E}$ যে তলে ছিল তা xz তলের সঙ্গে θ কোণ করলে (চিত্র 3·9)

$$\theta = \tan^{-1}\frac{E_2}{E_1} \text{ বা } \tan^{-1}\left(\frac{-E_2}{E_1}\right)$$

যা ধ্রুবক কারণ E_2, E_1 ধ্রুবক। কিন্তু এখানে এরূপ কোনো সময়-নিরপেক্ষ তল ($\vec{E}$ যে তলে শায়িত) নেই। এই দুই সমকৌণিক সমবর্তিত তরঙ্গ সমপাতিত হলে কী ঘটে তা চিত্র-3·10-এ দেখানো হলো।

চিত্র-3·10. এ দুই তরঙ্গের সময়-সরণ লেখ প্রদর্শিত হয়েছে কোনো এক বিন্দু $z = z_0$-এ। সমীকরণ (3·9) থেকে $E_x = E_o \cos(kz - \omega t)$

$$E_y = E_o \sin(kz - \omega t)$$

পর্যবেক্ষণের শুরুতে $t = 0, z = z_0$

$\therefore E_x = E_0 \cos kz_0,\ E_y = E_o \sin kz_o$

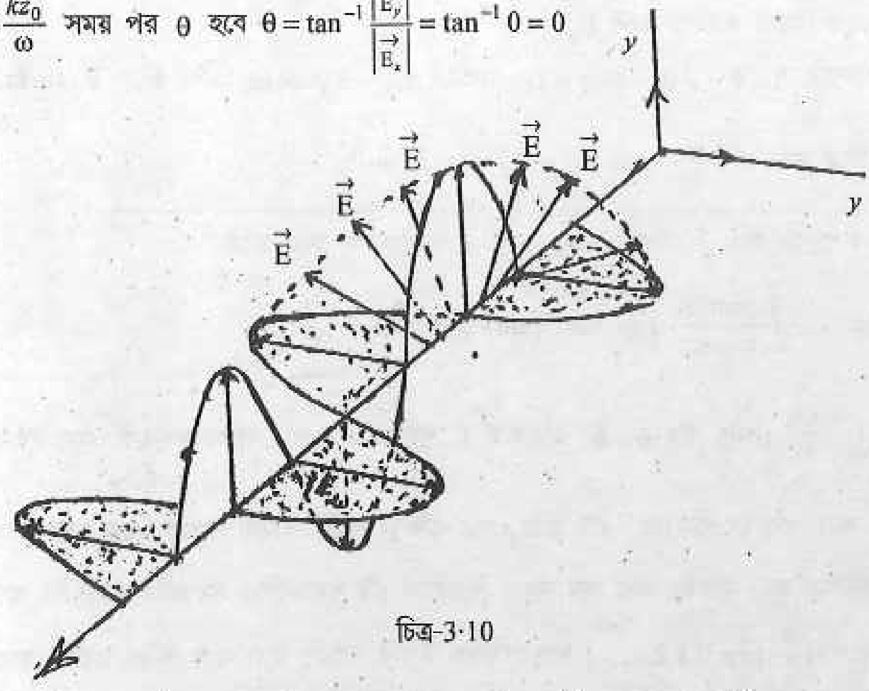
কিন্তু কিছু সময় পরে যখন $t=\frac{kz_0}{\omega}$, তখন $E_x = E_0$ এবং $E_y = 0$

কাজে কাজেই $\vec{E} = \hat{i}E_0$, x-অক্ষ বরাবর। দেখা যাচ্ছে xy-তলে অবস্থিত $\vec{E}$ শুরুতে x-অক্ষের সঙ্গে যে

θ কোণে ধারণ করে, তা হল $\theta = \tan^{-1}\frac{|\vec{E_y}|}{|\vec{E_x}|} = \tan^{-1}\frac{E_0 \sin kz_0}{E_0 \cos kz_0} = \tan^{-1}(\tan kz_0)$

বা $\theta = kyz_0$.

কিন্তু $t=\frac{kz_0}{\omega}$ সময় পর θ হবে $\theta = \tan^{-1}\frac{|\vec{E_y}|}{|\vec{E_x}|} = \tan^{-1} 0 = 0$



চিত্র-3·10

$\vec{E_x} = \hat{i}E_x, \vec{E_y} = \hat{j}E_y$ সমপাতিত যখন দশা পার্থক্য $-\frac{\pi}{2}$ বা $(4n-1)\frac{\pi}{2}$.

অর্থাৎ ধনাত্মক কোণ $\theta = kz_0$ কিছু সময় পরে হল $\theta = 0$. এর অর্থ লব্ধি তড়িৎ ভেক্টর $\vec{E}$ ঘড়ির কাঁটার অভিমুখে বা দক্ষিণাবর্তে ঘুরে চলেছে। এরই সঙ্গে লক্ষণীয় যে $|\vec{E}| = E_0 =$ ধ্রুবক। অতএব বলা যায় সমান বিস্তারের $(E_1 = E_2)$ দুটি সমকৌণিক সমতলীয় সমবর্তিত আলোক তরঙ্গ $-\frac{\pi}{2}$ বা $(4n-1)\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্যে উপরিপাতিত হলে লব্ধি কম্পন ভেক্টর ω কম্পাংকে (অর্থাৎ উভয় তরঙ্গের সমান কম্পাংকে) দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় তরঙ্গ গঠন করবে। একে বলে বৃত্তীয় সমবর্তন বা দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তন (Right Circular Polarization)।

অতএব (3·9) দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গের সমীকরণ

কিন্তু যদি সমকৌণিক রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গাদ্বয়ের দশা পার্থক্য হয় $\phi = \frac{\pi}{2}$ বা $(4n+1)\frac{\pi}{2}$,

যখন $n = 0, +1, +2........$ ইত্যাদি হয় তবে $E_y = E_2 \cos\left[kz - \omega t + (4n+1)\frac{\pi}{2}\right]$

$= -E_0 \sin(kz - \omega t)$

এবং $\vec{E} = E_0\left[\hat{i}\cos(kz - \omega t) - \hat{j}\sin(kz - \omega t)\right]$ ....(3·10)

এক্ষেত্রেও বিস্তার আগের মতই E_0।

পর্যবেক্ষণের শুরুতে $t = 0$ এবং $z = z_0$. অতএব $E_x = E_0 \cos kz_0$ এবং $E_y = E_0 \sin kz_0$

এবং কিছু সময় $t = \frac{kz_0}{\omega}$ পর $E_x = E_0$ এবং $E_y = 0$.

অতএব শুরুতে যদি $\vec{E}$ ক্ষেত্রে x-এর সঙ্গে θ কোণ ধারণ করে তবে

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-E_0 \sin kz_0}{E_0 \cos kz_0}\right) = -\tan^{-1}(\tan kz_0) = -kz_0.$$

এবং $t = \frac{kz_0}{\omega}$ সময় পর $\theta = 0$. এর অর্থ $\vec{E}$ শুরুতে x অক্ষের সঙ্গে ঋণাত্মক কোণ উৎপন্ন করলে ও $t = \frac{kz_0}{\omega}$ সময় পর তা শূন্য হয়। এটা হতে পারে যদি $\vec{E}$ ঘড়ির কাঁটার উল্টো দিকে অর্থাৎ বামাবর্তী বৃত্তীয় গতিতে গতিশীল হয়। অতএব বলা যায় সমান বিস্তারের দুটি সমকৌণিক সমতলীয় সমবর্তিত আলোক তরঙ্গ $\frac{\pi}{2}$ বা $(4n+1)\frac{\pi}{2}$ $[n = 0,1,2,......]$ দশা পার্থক্যে উপরি পাতিত হলে লব্ধি তড়িৎ তরঙ্গ (আলোক) সমান কম্পাংকের বামাবর্তী বৃত্তীয় তরঙ্গ উৎপন্ন করে। একে বলে বামাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তন (left cirular polarization)। অতএব সমীকরণ (3·10) হল বামাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গের সমীকরণ।

লক্ষ করুন সমীকরণ (3·9) ও (3·10) যোগ করলে লব্ধি তরঙ্গ হয়

$$\vec{E_R} = 2\hat{i}E_0 \cos(kz - \omega t) = 2\hat{i}E_1 \cos(kz - \omega t) = 2\hat{i}E_x$$

যা কিনা রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গ। অর্থাৎ একটি বামাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ ও একটি দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গের উপরিপাতে একটি রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গ পাওয়া যায়, যদি উভয় বৃত্তীয় তরঙ্গের বিস্তার এবং কম্পাংক সমান হয়। বিপরীত ক্রমে বলা যায়, একটি রৈখিক সমবর্তিত আলো হলো দুটি বিপরীত আবর্তী সমকম্পাংক ও সমবিস্তারের বৃত্তীয় সমবর্তিত আলোর সমাহার।

3.3.4 উপবৃত্তীয় সমবর্তন (Elliptical Polarization)

ইতিমধ্যে আপনারা আলোর দুই প্রকার সমবর্তনের সম্পর্কে জেনেছেন। উভয় ক্ষেত্রে কিছু শর্ত আরোপ করে আলোক বা তড়িৎ ভেক্টরের এই বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আমরা জেনেছি। অতএব বলা যায় আলোর কোনো সাধারণ সমবর্তনের বিশেষ বিশেষ রূপ হল এই সমতলীয় এবং বৃত্তীয় সমবর্তন। পূর্ববর্তী দুই সমবর্তনের ক্ষেত্রে লব্ধি তড়িৎ-ক্ষেত্র ভেক্টর $\vec{E}$ সম্পর্কে আমরা যা জেনেছি তা হল এই : (1) সমতলীয় সমবর্তনের ক্ষেত্রে বিস্তারের মান ধ্রুবক এবং $\vec{E}$-এর অবস্থান (Orientation) স্থির। (2) বৃত্তীয় সমবর্তনের ক্ষেত্রে বিস্তারের মান ধ্রুবক, কিন্তু $\vec{E}$-এর অভিমুখ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়।

স্বভাবতই সাধারণভাবে লব্ধিভেক্টরের বৈশিষ্ট্য হবে এই যে তার মান এবং দিক উভয়ই পরিবর্তিত হবে এবং শর্তাধীনে উল্লেখিত (1) ও (2) বৈশিষ্ট্য অর্জন করবে। তাই যেহেতু $\vec{E} \perp \vec{K}$, $\vec{E}$-এর প্রান্ত $\vec{K}$-এর অভিলম্ব তলে সমান কম্পাংকে (ω) উপবৃত্ত অংকন করবে।

এই তত্ত্বগত চিন্তাকে আমরা গাণিতিকভাবে প্রতিষ্ঠিত করতে পারি। সমীকরণ (3·1) এবং (3·3) থেকে লেখা যায় $E_x = E_1 \cos(kz - \omega t)$ ....(3·11)

$$E_y = E_2 \cos(kz - \omega t + \phi)$$

যেহেতু $\vec{E}$-এর প্রান্ত যে বক্র অংকন করবে তার অবস্থান হবে xy তল তাই অভীষ্ট বক্রের সমীকরণে সময় (t) এবং অবস্থান (z) থাকতে পারে না। এর অর্থ উপরের দুই সমীকরণের সাহায্যে $kz - \omega t$ কে অভীষ্ট সমীকরণ থেকে অপসরণ করা। সমীকরণ (3·11) থেকে

$$\frac{E_x}{E_1} = \cos(kz - \omega t) \text{ এবং}$$

$$\frac{E_y}{E_2} = \cos(kx - \omega t)\cos\phi - \sin(ky - \omega t)\sin\phi$$

$$\text{বা } \frac{Ey}{E_2} = \left(\frac{Ex}{E_1}\right)\cos\phi - \sin\phi\sqrt{1 - \frac{E_x^2}{E_1^2}}$$

$$\therefore \left(1 - \frac{E_x^2}{E_1^2}\right)\sin^2\phi = \frac{E_y^2}{E_2^2} + \frac{E_x^2}{E_1^2}\cos^2\phi - \frac{2E_xE_y}{E_1E_2}\cos\phi$$

$$\text{অথবা } \frac{E_x^2}{E_1^2} + \frac{E_y^2}{E_2^2} - 2\left(\frac{E_xE_y}{E_1E_2}\right)\cos\phi = \sin^2\phi \quad ....(3·12)$$

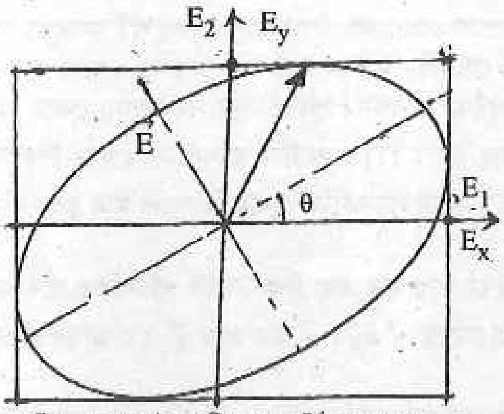
এটি একটি উপবৃত্তের সমীকরণ যা তরঙ্গের অবস্থান (z) ও সময় (t) নিরপেক্ষ। আপনাদের পরিচিত উপবৃত্তের সমীকরণটি হল $\frac{E_x^2}{E_1^2} + \frac{E_y^2}{E_2^2} = 1$ ....(3·13)

[যখন উপবৃত্তের অক্ষ নির্দেশ-অক্ষ হয় তখন উপবৃত্তের সমীকরণ হলো $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,

এখানে $E_x = x, E_y = y, E_1 = a, E_2 = b$] যা পাওয়া যায় যদি দশা পার্থক্য $\phi = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ হয়। এরূপ ক্ষেত্রে উপবৃত্তের অক্ষ দ্বয় E_x এবং E_y অক্ষের সঙ্গে মিলে যায়। কিন্তু (3·12)-সমীকরণে উপবৃত্তের অক্ষদ্বয় E_x এ E_y অক্ষের সঙ্গে কৌণিক অবস্থানে আছে। যদি উপবৃত্তের উপ-মুখ্য অক্ষ (semi major axis) E_1, E_x এর সঙ্গে θ কোণ করে (চিত্র-3·11) তবে দেখানো যায়

$$\tan\theta = \frac{2E_1E_2\cos\phi}{E_1^2 - E_2^2} \qquad ....(3·14)$$

[অনুশীলনী-1-এর সমাধান দেখুন।]



চিত্র 3.11 : উপবৃত্তীয় সমবর্তিত আলো।

অতএব সমীকরণ (3·12) বা (3·13) থেকে বলা যায় দুটি সমতলীয় সমবর্তিত আলোর উপরিপাতের ফলে সাধারণভাবে উপবৃত্তীয় সমবর্তিত আলো পাওয়া যায়। এই হলো উপবৃত্তীয় সমবর্তন (elliptical polarization)। এখন দেখা যাক এ সমীকরণ দ্বয় থেকে রৈখিক ও বৃত্তীয় সমবর্তিত আলোর সমীকরণ পাওয়া যায় কিনা। সমীকরণ (3·12) বা (3·13) তে যদি দশা পার্থক্য $\phi = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n = 0, \pm 1, \pm 2.....$ ইত্যাদি হয় এবং অধিকন্তু যদি উভয় তরঙ্গের বিস্তার সমান হয়, অর্থাৎ যদি $E_1 = E_2 = E_0$ হয় তবে

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2 \qquad ....(3·14)$$

যা একটি বৃত্তের সমীকরণ। অতএব বৃত্তীয় সমবর্তন উপবৃত্তীয় সমবর্তনের একটি বিশেষ ক্ষেত্র। কিন্তু যদি উপরিপাতিত তরঙ্গদ্বয়ের দশা পার্থক্য কেবল $\phi = 2n\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2....$ হয়, তবে সমীকরণ (3·12) থেকে

$$\frac{E_x^2}{E_1^2} + \frac{E_y^2}{E_2^2} - 2\frac{E_xE_y}{E_1E_2} = 0$$

বা $$\left(\frac{E_x}{E_1} - \frac{E_y}{E_2}\right)^2 = 0 \quad \therefore \; E_y = \left(\frac{E_2}{E_1}\right)E_x \qquad ....(3·15)$$

আবার যদি $\phi = (2n+1)\pi$ হয় তবে সমীকরণ (3·12) হবে

$$\left(\frac{E_x}{E_1} - \frac{E_y}{E_2}\right)^2 = 0$$

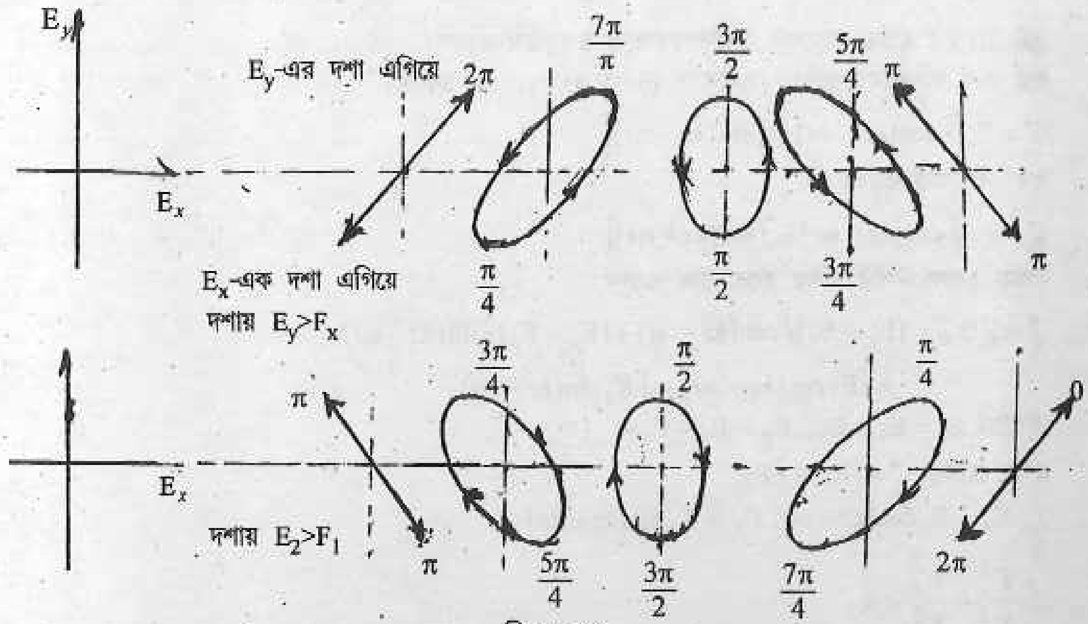
বা $$E_y = -\left(\frac{E_2}{E_1}\right)E_x \qquad ....(3·16)$$

স্পষ্টতই (3·15) এবং (3·16) সরল রেখার সমীকরণ যাদের নতি $\frac{E_2}{E_1}$ এবং $-\frac{E_2}{E_1}$. অতএব উপবৃত্তীয়

সমবর্তনের অপর একটি বিশেষ ক্ষেত্র হল রৈখিক বা সমতলীয় সমবর্তন। অর্থাৎ দুটি সমতলীয় তরঙ্গের দশা পার্থক্য π এর গুণিতক হলে উপরিপাতিত তরঙ্গে উপবৃত্তীয় না হয়ে হবে সরল রৈখিক।

যদি $\phi = \frac{\pi}{2}$ এবং $\frac{3\pi}{2}$ হয় তখন সমীকরণ (3·12) পরিবর্তিত হয়ে সমীকরণ (3·13) হয়। আমরা অতএব দেখতে পারি $\phi = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, 3\frac{\pi}{2}$ এবং 2π হলে সমীকরণ (3·12)-এর লেখ কীরূপ হতে পারে। কিন্তু এক্ষেত্রে যা বিবেচ্য তা হলো এই দশা পার্থক্যে কোন তরঙ্গ এগিয়ে বা পিছিয়ে। দেখতে হবে E_y দশা পার্থক্যে ϕ পরিমাণে E_x থেকে এগিয়ে, নাকি দশায় E_x এগিয়ে E_y থেকে।

ইতিপূর্বে আপনারা জেনেছেন যে যদি $\phi > 0$, তবে E_x দশায় E_y অপেক্ষা এগিয়ে এবং $\phi < 0$ হলে E_y দশায় E_x অপেক্ষা এগিয়ে যখন E_x এর দশা $kz - \omega t$ এবং E_y এর দশা $kz - wt + \phi$. আবার বৃত্তীয় সমবর্তনের ক্ষেত্রে জেনেছেন $\vec{E}$ যদি xy তলের সঙ্গে ϕ কোণ করে এবং $\theta > 0$, হয় তবে $\vec{E}$ ভেক্টর দক্ষিণাবর্তে এবং $\theta<0$ হলে বামাবর্তে থাকে। এই বিবেচনা থেকে $\phi = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, 2\pi$ ক্ষেত্র গুলিতে সমীকরণ (3·12) এর লেখ গুলি হবে চিত্র-3·12 এর অনুরূপ।

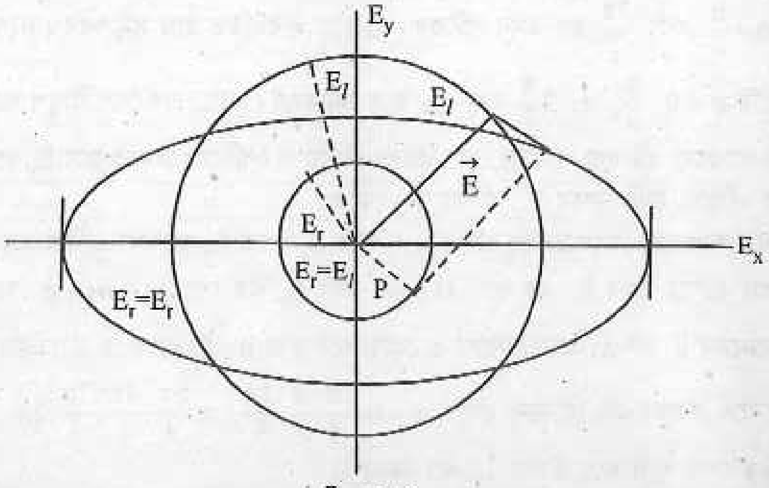


চিত্র-3·12

চিত্র-3.12 ঃ ধরে নেওয়া হয়েছে $E_1 \neq E_2$: চিত্রে উপবৃত্তীয় থেকে রৈখিক সমবর্তন ঘটেছে দশা পার্থক্যের পরিবর্তনে। দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ ও $\frac{3\pi}{2}$-এর ক্ষেত্রে যদি $E_1 = E_2$ হয় তবে বৃত্তীয় সমবর্তন হবে।

ইতিপূর্বে 3·3·3 অনুচ্ছেদে দেখেছেন একটি বামাবর্তী ও একটি দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গের

উপরিপাত ঘটলে একটি রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। অবশ্যই উভয় বৃত্তীয় তরঙ্গের বিস্তার সমান। বিস্তার যদি সমান না হয় তা হলে উৎপন্ন তরঙ্গ কেমন হবে? চিত্র-3·13 থেকে একথা স্পষ্ট যে উৎপন্ন তরঙ্গ হবে উপবৃত্তীয়।



চিত্র-3·13

চিত্র-3.13 : বৃত্তীয় তরঙ্গের উপরিপাতজাত উপবৃত্তীয় তরঙ্গ।

ধরা যাক দক্ষিণাবর্ত তরঙ্গ [সমীকরণ (3·9) এবং (3·10) দ্রষ্টব্য।

$$\vec{E_r} = E_r\left[\hat{i}\cos(kz-\omega t)+\hat{i}\sin(kz-\omega t)\right]$$

এবং বামাবর্ত তরঙ্গ

$$\vec{E_l} = E_l\left[\hat{i}\cos(kz-\omega t)-\hat{j}\sin(kz-\omega t)\right]$$

উভয় তরঙ্গ উপরিপাতিত হলে লব্ধি তরঙ্গ

$$\vec{E} = \vec{E_r} \pm \vec{E_l} = (E_r+E_l)\hat{i}\cos(kz-\omega t)+(E_0-E_l)\hat{j}\sin(kz-\omega t)$$

$$= \hat{i}E_1\cos(kz-\omega t)+\hat{j}\,E_2\sin(kz-\omega t)$$

যেখানে $E_1 = E_r + E_l,\ \ E_2 = E_r - E_l$

এখন যেহেতু $\vec{E} = \hat{i}E_x + \hat{j}Ey,$

$\therefore\ E_x = E_1\cos(kz-\omega t), E_y = E_2\sin(kz-\omega t)$

$$\therefore\ \frac{E_x^2}{E_1^2}+\frac{E_y^2}{E_2^2}=1$$

এখানে, অত:পর, দেখা গেল সমান কম্পাংকের এবং অসম বিস্তারের দুটি বামাবর্ত ও দক্ষিণাবর্ত সমবর্তিত তরঙ্গ মিলিত হয়ে একটি উপবৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ সৃষ্টি হয়েছে। এক্ষেত্রে $\theta=0$ এবং $\phi=-\frac{\pi}{2}$.

অনুশীলনী-1. প্রমাণ করুন $\tan 2\theta = \dfrac{2E_1E_2\cos\phi}{E_1^2-E_2^2}$ অথবা, সমীকরণ (3·14) প্রমাণ করুন।

3.4. সমতলীয় সমবর্তন উৎপাদন

আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন যে টুরমালিন কেলাসের মধ্য দিয়ে স্বাভাবিক আলোকে প্রেরণ করলে কেলাস থেকে নির্গত আলো সমতলীয় সমবর্তিত হয়। সেখানে জেনেছেন যে আলোক তরঙ্গের মূল হল যে-কম্পনশীল তড়িৎ ভেক্টর তার যে উপাংশ কেলাসের আলোক অক্ষের সমান্তরাল কেবল সেই উপাংশই কেলাসের মধ্য দিয়ে অতিক্রম করতে পারে। ইতিমধ্যে সমবর্তক (polariser) সম্পর্কেও কিছু ধারণা আপনাদের হয়েছে। আরো নানাভাবে সমবর্তন করা সম্ভব। তবে যে পদ্ধতিগুলি সমবর্তন সৃষ্টির জন্য ব্যবহার করা হয় তা হল :

(i) নির্বাচনমূলক শোষণ (selective absorption) বা দ্বিবর্ণী (dichroism) কেলাস পদ্ধতি। এ বিষয়ে টুরমালিন কেলাসের ধর্ম ইতিমধ্যে আলোচিত।

(ii) প্রতিফলন

(iii) প্রতিসরণ

(iv) বিক্ষেপণ (scattering)

এবং (v) দ্বিপ্রতিসরণ (Double Refraction or birefringence)

এইসব পদ্ধতিতে একটা-না-একটা প্রতিসাম্যহীনতা বা অপ্রতিসাম্য বর্তমান। আসলে ইংরেজি শব্দ Polarization এর বাংলা হল মেরুকরণ এবং এর অর্থই হল সমতার বিঘ্ন ঘটানো। অর্থাৎ সমবর্তনের ক্ষেত্রে সব পদ্ধতির যে সাধারণ নীতি তা হল কিছু কম্পন ভেক্টর বেশি বাধা প্রাপ্ত হয়, কিছু কম বাধা প্রাপ্ত হয় বা আদৌ বাধা প্রাপ্ত হয় না। আমরা এখানে কেবল প্রতিফলন, প্রতিসরণ ও যুগ্ম প্রতিসরণ পদ্ধতিসমূহ আলোচনা করব।

3.4.1 প্রতিফলনের দ্বারা সমবর্তন ঃ

আলোর সমবর্তন সম্পর্কে জানার পূর্বেই বিজ্ঞানীরা আলোর দ্বিপ্রতিসরণ সম্পর্কে জানতে পারেন। কিছু কিছু কেলাসের মধ্যে দিয়ে কোনো বস্তু বা আলোর উৎসকে পর্যবেক্ষণ করলে দুটি প্রতিবিম্ব দেখা যায়। একটি আলোক রশ্মির দুটি প্রতিসৃত এবং অতঃপর দুটি নির্গত রশ্মির জন্যই দেখা যায় দুটি প্রতিবিম্ব। কী কারণে আলোক তরঙ্গ এই সব কেলাসে প্রবেশ করে দুটি তরঙ্গে পরিণত হয় তা জানার জন্য প্যারিস একাডেমির তরফে পুরস্কার ঘোষণা করা হয়। এই দ্বিপ্রতিসরণ নিয়ে পরীক্ষা-নিরীক্ষা করতে গিয়ে ফরাসী বিজ্ঞানী লুই এতিয়েন ম্যালাস [Louis Etienne Malus, 1775-1812] 1808 খ্রিস্টাব্দ আলোর প্রতিফলনেও সমবর্তন ঘটে, তা আবিষ্কার করেন। যে-ধরনের কেলাসে দ্বিপ্রতিসরণ ঘটে তেমন একটা কেলাস নিয়ে তিনি তার ঘরের জানালায় দাঁড়িয়েছিলেন। বিপরীত দিকের বাড়ির কাচের জানালা থেকে সূর্যের প্রতিফলিত আলো তাঁর চোখে এসে পড়াতে তিনি কেলাসের মধ্য দিয়ে সেই আলো দেখতে গিয়ে সূর্যের দুটি প্রতিবিম্ব দেখতে পান। আরো স্পষ্ট করে দেখার চেষ্টায় যেই তিনি কেলাসটি ঘোরাতে শুরু করেন অমনি দেখেন যে কেলাসের এক বিশেষ অবস্থানে একটি প্রতিবিম্ব অদৃশ্য হচ্ছে। এরপর বাতির আলোতে এই পরীক্ষা করতে গিয়েও দেখলেন বিশেষ প্রতিফলিত রশ্মির ক্ষেত্রে কেবল একটি প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় এবং কেলাসের বিশেষ অবস্থানে তা অদৃশ্য হয়। প্রতিফলক তল হিসেবে তিনি কাচ ও জল ব্যবহার করেন। কিন্তু তখনও পর্যন্ত তরঙ্গতত্ত্বে সমবর্তনের ধারণাটি তেমন ভাবে পরিষ্কার হয়নি। যদিও

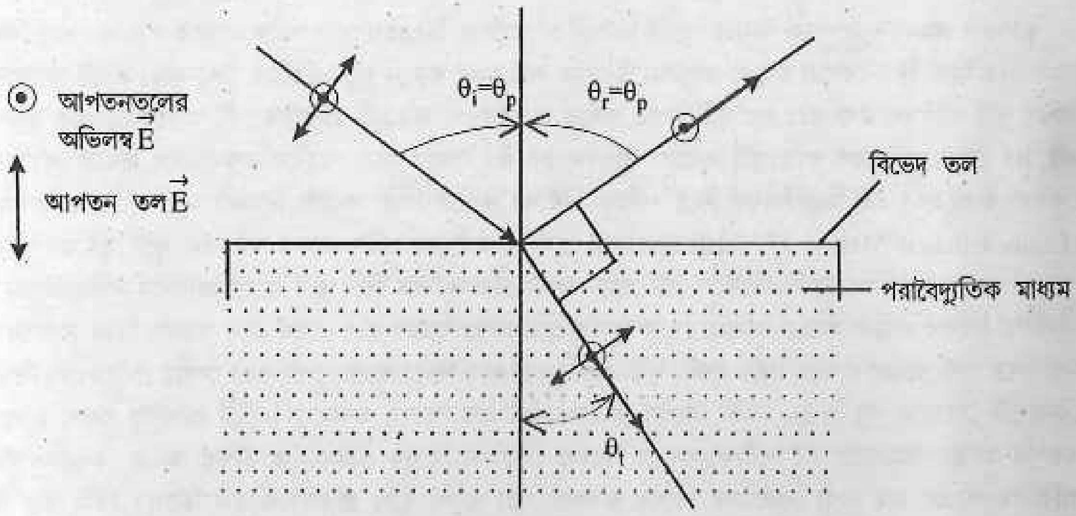
একথা ঠিক, তরঙ্গতত্ত্বের জনক হাইগেন্‌স্ স্বয়ং এবং এই তত্ত্বের বিরোধী আইজ্যাক নিউটন আলোর সমবর্তনের ঘটনাটা লক্ষ করেছিলেন।

ঘটনা হল এই যে দ্বিপ্রতিসরণের দুটি রশ্মির আলো রৈখিক সমবর্তনে থাকে—একটির আলোক কম্পন ভেক্টর থাকে আপতন তলে, অন্যটির থাকে ঐ তলের অভিলম্বে। আপনারা জানেন যখন এই তড়িৎ ভেক্টর কেলাসের আলোক অক্ষের সমান্তরাল হয় তখনই সমবর্তিত আলো নির্গত হতে পারে এবং অভিলম্বে থাকলে কোনো আলো নির্গত হয় না। এই জন্য এক বিশেষ অবস্থানে প্রতিবিম্বটি অদৃশ্য হচ্ছিল।

পরবর্তী সময়ে স্যার ডেভিড ব্রুস্টার [Sir David Brewster, 1781-1868] আবিষ্কার করেন অসমবর্তিত আলোকে কোনো পরা বৈদ্যুতিক (dielectric) মাধ্যমের প্রতিফলক তলে বিশেষ কোণে আপতিত করলে প্রতিফলিত আলো রৈখিকভাবে সমবর্তন আলোতে পরিণত হয়। এই বিশেষ আপতন কোণকে বলে ব্রুস্টার কোণ (Brewster's angle)। পরা বৈদ্যুতিক মাধ্যম ভেদে এই কোণ ভিন্ন হয়। যখন বায়ু থেকে 1·5 প্রতিসরাংকের কাচে আলোর প্রতিফলন ঘটানো হয় তখন যদি আপতন কোণ $56°$ হয় তবে প্রতিফলিত রশ্মি সম্পূর্ণ সমতলীয় সমবর্তিত হয়। এই ব্রুস্টার কোণ সম্পর্কিত সূত্রটিকে বলে ব্রুস্টার সূত্র। পরীক্ষা-নিরীক্ষা দ্বারা ব্রুস্টার এই সূত্রটি আবিষ্কার করেন বলে তাঁর নামে সূত্রটিকে অভিহিত করা হয়।

ব্রুস্টার সূত্র (Brewster's law) : যদি কোনো অসমবর্তিত আলোক তরঙ্গ কোনো পরা বৈদ্যুতিক মাধ্যমের বিভেদ তলে এমন কোণে আপতিত হয় যাতে প্রতিফলিত ও উত্তীর্ণ (transmitted, প্রতিসৃত) তরঙ্গের মধ্যবর্তী কোণ $90°$ হয়, তা হলে প্রতিফলিত আলোক তরঙ্গের সমবর্তন ঘটবে। সমবর্তিত তরঙ্গের কম্পন ভেক্টর হবে আপতন তলের অভিলম্বে এবং অত:পর প্রতিফলক তলের সমান্তরাল। অভীষ্ট আপতন কোণকে বলে সমবর্তন কোণ (Polarization angle) বা ব্রুস্টার কোণ (Brewster's angle)।

সূত্রটির ব্যাখ্যা চিত্র-3·14-এ দেওয়া হয়েছে।



চিত্র-3·14 : প্রতিফলনে সমবর্তন

অসমবর্তিত আলোক θ_i আপতন কোণে পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম ও আপতন মাধ্যমের বিভেদ তলে আপতিত হয়ে অংশত θ_t কোণে প্রতিসারক মাধ্যমে উত্তীর্ণ হয় (transmitted) এবং θ_r কোণে প্রতিফলিত হয়। θ_i= সমবর্তন কোণ θ_p হলে প্রতিফলিত ও উত্তরিত তরঙ্গের মধ্যবর্তী কোণ হবে 90°.

অর্থাৎ $\theta_r + \theta_t + 90^\circ = 180^\circ$ বা $\theta_r + \theta_t = 90^\circ$

কিন্তু প্রতিফলনের সূত্রানুসারে $\theta_r = \theta_i = \theta_p \quad \therefore \theta_p + \theta_t = 90^\circ$

যদি আপতন মাধ্যমের প্রতিসরাংক হয় μ_i এবং উত্তীর্ণ মাধ্যমের (প্রতিসারক মাধ্যম) প্রতিসরাংক হয় μ_t, তবে স্নেলের সূত্রানুযায়ী $\mu_i \sin\theta_i = \mu_t \sin\theta_t$

এক্ষেত্রে হবে, $\mu_i \sin\theta_p = \mu_t \sin\theta_t$

বা $\mu_i \sin\theta_p = \mu_t \sin(90^\circ - \theta_p) = \mu_t \cos\theta_p$

বা $\tan\theta_p = \dfrac{\mu_t}{\mu_i}$

.... (3·17)

সমীকরণ (3·17) কে বলে ব্রুস্টার সূত্র (Brewster's law)। বায়ুমাধ্যম সাপেক্ষে কোন কাচের প্রতিসরাংক 1·5 হলে, $\dfrac{\mu_t}{\mu_i} = 1 \cdot 5 \qquad \therefore \tan\theta_p = 1 \cdot 5$ বা $\theta_p = \tan^{-1} 1 \cdot 5 = 56^\circ$

অনুরূপে যদি প্রতিসারক মাধ্যম হয় জল তবে $\dfrac{\mu_t}{\mu_i} = 1 \cdot 33$ এবং $\theta_p = \tan^{-1} 1 \cdot 33 = 53 \cdot 06^\circ$

অতএব কোনো মাধ্যমের প্রতিসরাংক জানা থাকলে সহজে ঐ মাধ্যমের জন্য অভীষ্ট সমবর্তন কোণ নির্ণয় করে মাধ্যম কর্তৃক প্রতিফলিত আলোকে সমবর্তিত করা যায়।

প্রতিফলনের সমবর্তন কেন ঘটে ?

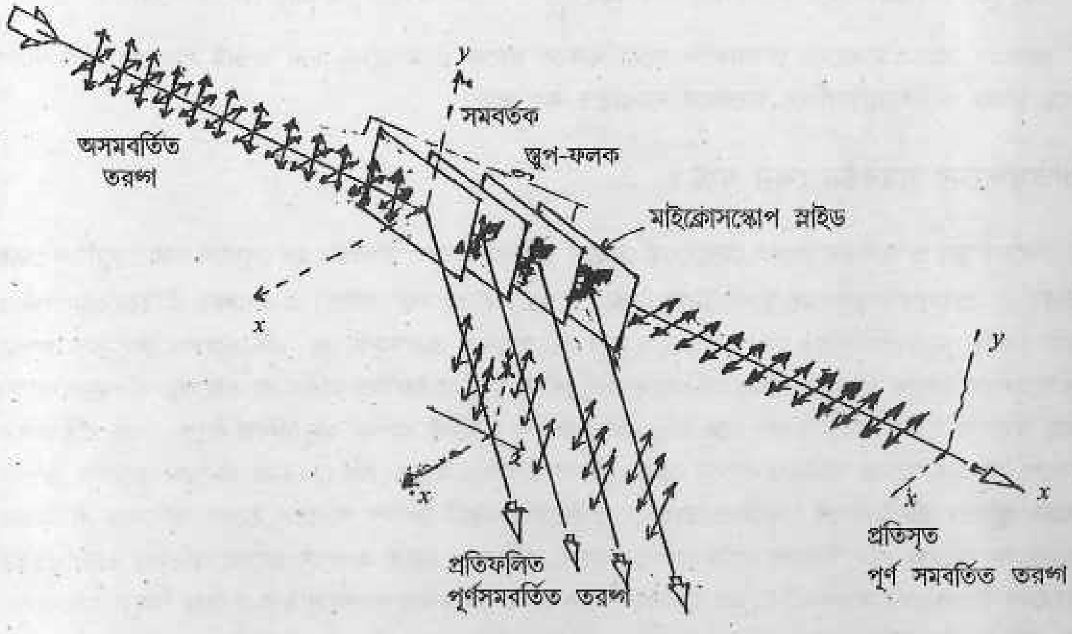
বিভেদ তল ও আপতন তলের ছেদরেখায় যেখানে আপতন তরঙ্গ আপতিত হয় সেখানে তার বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র ভেক্টর $\vec{E}$ প্রতিসারক মাধ্যমের ইলেকট্রনসমূহকে $\vec{E}$-ক্ষেত্র বরাবর সরণ ঘটায়। এ অবস্থায় ঐ ইলেকট্রন গুলির অর্জিত শক্তি পুনরায় বিকিরিত হয়। ফলে নতুন করে তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গের বৈদ্যুতিক কম্পন ভেক্টরের যে উপাংশ প্রতিসৃত রশ্মির অভিলম্বে সেই ভেক্টর গুলি প্রতিফলিত রশ্মির বা তরঙ্গের অভিমুখে থাকে। কিন্তু আলোক তরঙ্গ তির্যক তরঙ্গ বলে প্রতিফলিত তরঙ্গে অনুদৈর্ঘ্য কম্পন অনুপস্থিত থাকে। ফলে প্রতিফলিত তরঙ্গে আপতন তলের অভিলম্ব কম্পন ভেক্টর কেবল উপস্থিত থাকে। চিত্র-3·14-এ আপতন তরঙ্গের কম্পন ভেক্টর গুলিকে দুটি উপাংশে বিভাজিত ভাবা যেতে পারে ঃ একটি উপাংশে আপতন তলের অভিলম্বে বা বিভেদ তলের সমান্তরালে, অন্য উপাংশ থাকে আপতন তলে। প্রতিসরণ ঘটলে আপতন তলের অভিলম্ব তড়িৎ ভেক্টর মাধ্যমের ইলেকট্রনের সরণ ঘটায়। এই ইলেকট্রন গুলি যে তড়িচ্চুম্বকীয় তরঙ্গ সৃষ্টি করে তার কিছুটা প্রতিফলিত হয় এবং কিছুটা প্রতিসৃত হয়। এই উভয় তরঙ্গের কম্পন ভেক্টর আপতন তলের অভিলম্বে থাকে। অপর পক্ষে

যে $\vec{E}$ উপাংশ আপতন তলে থাকে ইলেকট্রন সমূহ তার প্রভাবে আন্দোলিত হয়। ফলে এই ইলেকট্রনের বিকিরিত তরঙ্গ প্রতিসৃত তরঙ্গের সঙ্গে যুক্ত হওয়ায় তুলনামূলকভাবে প্রতিসৃত তরঙ্গে আপতিত তলের কম্পন ভেক্টর প্রবলতর হয়। অর্থাৎ প্রতিসৃত তরঙ্গ আংশিক সমবর্তিত হয়। লক্ষ করুন, প্রতিফলিত তরঙ্গ ভেক্টর দুর্বল, কিন্তু প্রতিসৃত তরঙ্গ ভেক্টর উভয় প্রকার কম্পন উপস্থিত থাকায় তার তীব্রতা তুলনামূলকভাবে বেশি।

3.4.2 প্রতিসরণে রৈখিক সমবর্তন উৎপাদন ঃ

3·4·1 অণুচ্ছেদে জেনেছেন যে পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের বিভেদতল অতিক্রম কালে বিভেদতলে প্রতিফলিত তরঙ্গ সমবর্তিত হয় এবং উত্তীর্ণ বা প্রতিসৃত আলো আংশিক সমবর্তিত হয়। যে-আলোক তরঙ্গাংশ প্রতিফলিত হয় তার সমবর্তন তল এবং আপতন তল একই। প্রতিসৃত তরঙ্গে তাই আপতন তলের অভিলম্বে থাকা তড়িৎ ভেক্টর হ্রাস পায়। এই ঘটনা থেকে বলা যায় নির্গত আলোক তরঙ্গাকে পুন:পুন: প্রতিফলিত ও উত্তীর্ণ করে অবশেষে প্রতিসৃত তরঙ্গাকে সম্পূর্ণ রূপে আপতন তলের অভিলম্বে থাকা তড়িৎ ভেক্টর মুক্ত করা সম্ভব।

এই পরিকল্পনা অণুসরণ করে আরাগো উদ্ভাবন করেন **সমবর্তক স্তুপ-ফলক** (Pile-of-plates polarizer) (চিত্র-3·15)। এই স্তুপ-ফলক খুব সহজেই মাইক্রোস্কোপের স্লাইড (পাত) দিয়ে তৈরি করা যায়। দশ-বারটা স্লাইড পর পর সাজালে তৈরি হয় সমবর্তক স্তুপ ফলক। প্রতিটি স্লাইড থেকে সমবর্তিত প্রতিফলিত আলো ক্রমাগত বিচ্ছিন্ন হতে থাকে এবং উত্তীর্ণ আলো ক্রমাগত বেশি বেশি করে রৈখিক সমবর্তিত আলোতে পরিণত হয়। দৃষ্টিগ্রাহ্য আলোর জন্য কাচের পাত, অতিবেগুনী আলোর জন্য কোয়ার্ত্‌স্ এবং অবলোহিত আলোর জন্য সিলভার ক্লোরাইডের পাত ব্যবহার করা হয়।

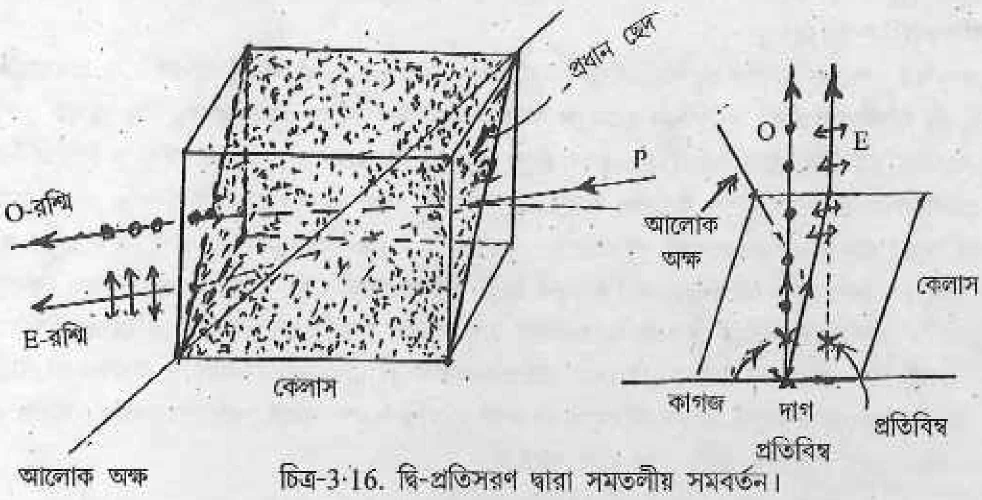


সমবর্তক স্তুপ ফলক দ্বারা সমবর্তন চিত্র 3.15 অল্পসংখক পাতে প্রতিফলন দেখানো হয়েছে।

3.4.3 দ্বিপ্রতিসরণ (Birefringence or double refraction) ঃ

অনুচ্ছেদ 3·3·1-এ কীভাবে রৈখিক সমবর্তন সৃষ্টি করা যায় তা আলোচনা প্রসঙ্গে সমবর্তক (Polarizer) সম্পর্কে আপনাদের কিছু তথ্য জানানো হয়েছে। চিত্র-3·7-এ একটি টুরমালিন কেলাস দ্বারা যে সমবর্তক গঠন করার পদ্ধতি বর্ণনা করা হয়েছে সেখানে যে-নীতির প্রয়োগ করা হয়েছে, তা হল এই যে একটি অসমবর্তিত আলো টুরমালিন কেলাসে প্রবেশ করলে তার তড়িৎ ভেক্টর পরস্পর দুটি লম্ব উপাংশে বিভাজিত হয় এবং এই দুই উপাংশের একটি অন্যটির তুলনায় অনেক বেশি পরিমাণে শোষিত হয়। অতএব, যদি টুরমালিন কেলাসের বেধ যথেষ্ট পরিমাণ হয় তাহ'লে নির্গত আলোতে কেবল একটি তলে কম্পন ভেক্টর থাকে। এই পদ্ধতির ভিত্তি হল সংক্ষেপে এই যে কিছু কিছু কেলাস আছে যারা কোনো বিশেষ দিকের তড়িৎ-ভেক্টরকে অন্যদিকের তড়িৎ-ভেক্টরের তুলনায় অধিকতর পরিমাণে শোষণ করে।

কিন্তু এমন কেলাস বর্তমান যার মধ্যে আলো গমন কালে কেবল তার কম্পন ভেক্টর পরস্পর অভিলম্বে বিভাজিত হয় না, দুই অভিলম্ব কম্পন ভেক্টর দুটি ভিন্ন প্রতিসৃত তরঙ্গ উৎপাদন করে। একে বলে যুগ্ম বা দ্বি-প্রতিসরণ (double refraction)। ক্যালসাইট (calcite) এরূপ একটি কেলাস। একটি ক্যালসাইট কেলাসকে সাদা কাগজের উপর একটা কালির দাগের (spot) উপর স্থাপন করলে কেলাসের ভিতর দিয়ে দুটি কালির দাগ দেখা যায়। এর অর্থ, দুটি ভিন্ন আলোক গুচ্ছ কালির দাগ থেকে উত্তীর্ণ হয়ে আমাদের চোখে পৌঁছবার জন্য আমরা দুটি ভিন্ন প্রতিবিম্ব দেখতে পাই (চিত্র-3·16(a)।



চিত্র-3·16. দ্বি-প্রতিসরণ দ্বারা সমতলীয় সমবর্তন।

এই যে আপতিত রশ্মির দুটি প্রতিসৃত রশ্মিতে পরিণত হওয়া, একে বলে দ্বি-প্রতিসরণ। এ বিষয়ে বিস্তারিত কিছু বলার পূর্বে কেলাস সম্পর্কে কয়েকটি সংজ্ঞা জানা আবশ্যক।

আলোক অক্ষ (Optic axis) ঃ কেলাসের অভ্যন্তরে এমন এক অভিমুখ যে দিকে আলোর দ্বি-প্রতিসরণ ঘটে না। জ্যামিতিক ভাবে বর্ণনা করলে বলা যায় ক্যালসাইট কেলাসের ক্ষেত্রে যে কৌণিক বিন্দুতে কেলাসের মুক্ত

তলগুলির স্থূলকোণ মিলিত হয় সেই বিন্দুগামী যে রেখা তিনটি তলের সঙ্গে সমান কোণ উৎপন্ন করে সেই রেখা কেলাসের অভ্যন্তরে যে অভিমুখ নির্দেশ করে তাকে বলে আলোক অক্ষ। আলোক অক্ষ কোনো রেখা নয়, অভিমুখ।

প্রধান ছেদ (Principal Section) : কেলাসের দুই বিপরীত প্রতিসারক তলের উপর লম্ব যে-তলে আলোক অক্ষ বিধৃত তাকে বলে কেলাসের প্রধান ছেদ।

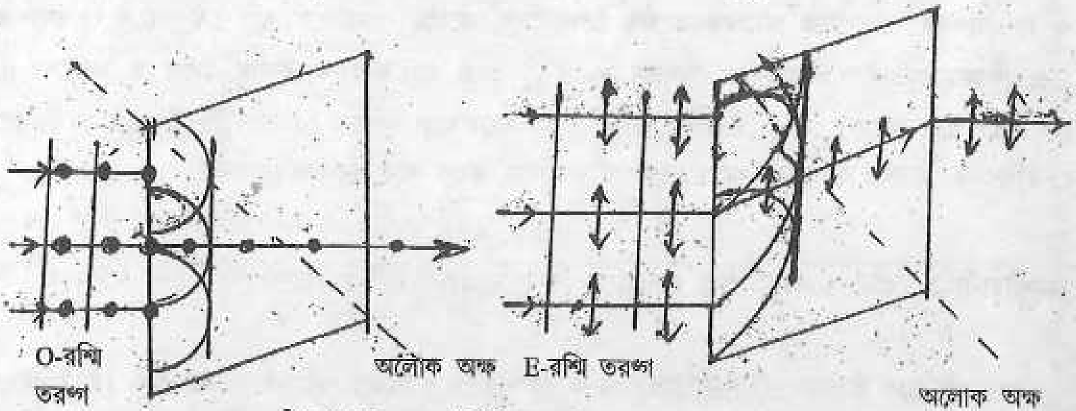
ডেন মার্কের বিজ্ঞানী ইর‍্যাসমাস বার্থোলিনাস (Erasmus Bartholinus, 1625-1692) দ্বি-প্রতিসারণের ঘটনাটি আবিষ্কার করেন যখন তিনি কোপ্‌ন্‌হেগ্‌ন্‌ বিশ্ববিদ্যালয়ে চিকিৎসা শাস্ত্রের অধ্যাপক। এই ঘটনাকে তিনি অভিহিত করেন দ্বিপ্রতিসরণ নামে। এই পরীক্ষাটা চালাতে গিয়ে তিনি যা যা লক্ষ করেন তা এরূপ : কেলাসটিকে ঘুরাতে থাকলে দেখা গেল দাগের একটি প্রতিবিম্ব স্থির আছে, অন্যটি তাকে ঘিরে কেলাসের সঙ্গে সঙ্গে ঘুরছে। যে রশ্মি দিয়ে স্থির প্রতিবিম্বটি গঠিত তা সাধারণ অসমবর্তিত আলোর মতই স্নেলের সূত্র মেনে চলে। এই রশ্মিকে বলা হল স্বাভাবিক বা সাধারণ রশ্মি (Ordinay Rays)। সংক্ষেপে ইংরেজিতে বলে O-rays, যাকে বাংলা ইংরেজি মিশিয়ে বলা যায় O-রশ্মি ও-রশ্মি বা সা-রশ্মি। অপর প্রতিবিম্ব দাগ থেকে আগত রশ্মি, স্পষ্টতই, স্নেলের সূত্র মেনে চলে না, একে বার্থোলিনাস বললেন অস্বাভাবিক বা অ-সাধারণ রশ্মি (Extra ordinary Rays)। ইংরেজিতে সংক্ষেপে বলা যায় E-ray. আমরা বাংলা মিশিয়ে লিখব E-রশ্মি ই-রশ্মি বা অ-রশ্মি।

আরো দেখা গেল O-রশ্মি এবং E-রশ্মি উভয়েই সমতলীয় সমবর্তিত এবং তাদের সমবর্তন বা কম্পন তল পরস্পর অভিলম্ব। O-রশ্মির কম্পন ভেক্টর প্রধান ছেদের অভিলম্বে এবং E-রশ্মির কম্পন ভেক্টর প্রধান ছেদের তলে অবস্থিত [চিত্র-3·16(b)]

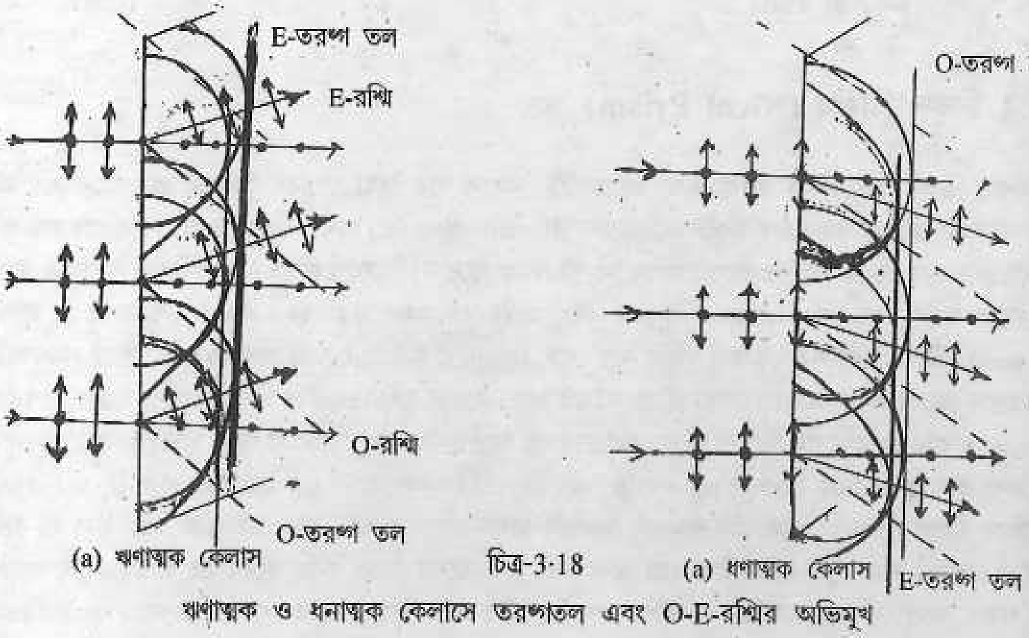
[আলোক ধর্ম সাপেক্ষে কেলাস হয় দুই শ্রেণির—সমদৈশিক (isotropic) বা দিক-নিরপেক্ষ এবং অসমদৈশিক (anistropic) বা দিক-নির্ভর। সমদৈশিক কেলাসে আলোক ধর্ম সর্ব দিকে একই থাকে, কিন্তু অসম দৈশিক কেলাসে আলোর ধর্ম দিক ভেদে পরিবর্তিত হয়। এরূপ কেলাসে আলোর বেগ বা প্রতিসরাংক বিভিন্ন দিকে বিভিন্ন। অসমদৈশিক কেলাসে থাকে আলোক অক্ষ। এই আলোক অক্ষ বরাবর O-এবং E-রশ্মি তরঙ্গ সমান বেগে গমন করে। আবার এই কেলাস হয় দুই শ্রেণির—ঋণাত্মক ও ধনাত্মক কেলাস। যে কেলাসের মধ্যে O-রশ্মি তরঙ্গের বেগ E-রশ্মির বেগ অপেক্ষা কম (আলোক অক্ষ ব্যতীত অন্যদিকে) তাদের বলে ঋনাত্মক কেলাস অপর পক্ষে, যে কেলাসে O-রশ্মির বেগ বেশি (আলোক অক্ষ ব্যতীত অন্যদিকে) তাদের বলে ধনাত্মক কেলাস এদ্ব্যতীত অসমদৈশিক কেলাসের আরো দুটি শ্রেণি আছে—একাক্ষ (Uniaxial) কেলাস ও দ্বিঅক্ষ (Biaxial) কেলাস। এই দ্বিঅক্ষ কেলাসে দুটি বিশেষ অভিমুখে O-এবং E-রশ্মি তরঙ্গ সমান বেগে গমন করে। অবশ্য ঐ দুই দিকের গমন বেগ পরস্পর সমান নাও হতে পারে।]

আপনারা জেনেছেন যে অসমবর্তিত আলো কোনো অসমদৈশিক কেলাসে প্রবেশ করলে তার $\vec{E}$-ক্ষেত্র দুটি অভিলম্ব উপাংশে বিভাজিত হয় : একটা $\vec{E}$-ক্ষেত্র আলোক অক্ষের বা প্রধান ছেদের অভিলম্বে থাকে, অপর $\vec{E}$-ক্ষেত্রটি প্রধান ছেদের সমান্তরালে থাকে। যে $\vec{E}$-ক্ষেত্র আলোক অক্ষের অভিলম্বে থাকে, পূর্বেই আপনারা জেনেছেন, সেই $\vec{E}$-ক্ষেত্র হল O-রশ্মির উৎস এবং অন্য $\vec{E}$ ক্ষেত্র, যা প্রধান ছেদের সমান্তরাল, তা হলে

E-রশ্মির উৎস। যেহেতু O-রশ্মির বেগ কেলাসের অভ্যন্তরে সর্বদিকে সমান তাই বলা যায় O-রশ্মির $\vec{E}$-ক্ষেত্র কর্তৃক প্রভাবিত ইলেকট্রন সমূহ গোলীয় তরঙ্গিকা সৃষ্টি করবে। কিন্তু যেহেতু E-রশ্মির বেগ বিভিন্ন দিকে বিভিন্ন তাই তার $\vec{E}$-ক্ষেত্র দ্বারা প্রভাবিত ইলেকট্রন সমূহ উপগোলীয় (ellipsoidal) তরঙ্গিকা সৃষ্টি করবে। এই উভয় তরঙ্গিকার উৎস যদি হয় সমতলীয় তরঙ্গ তবে তাদের সাধারণ স্পর্শ তলও হবে সমতল এবং অতঃপর, প্রতিসৃত তরঙ্গও হবে সমতলীয়। কিন্তু তাদের শক্তি প্রবাহের অভিমুখ অর্থাৎ রশ্মির অভিমুখ নির্ধারিত হয় তরঙ্গিকার কেন্দ্র থেকে সাধারণ স্পর্শ তল ও তরঙ্গিকার স্পর্শবিন্দুর সংযোগ রেখা বরাবর। একে বলে রশ্মির অভিমুখ (ray direction) এবং এই অভিমুখেই শক্তি সঞ্চালিত হয়। এই জন্য E-রশ্মি তরঙ্গতলের (অর্থাৎ স্পর্শ তলের) অভিলম্বে সাধারণভাবে থাকে না [চিত্র-3·17 (a) এবং (b) এবং চিত্র-3·18]। চিত্র-3·17-এ



চিত্র-3·17 : অসমদৈশিক কেলাস O-এবং E-তরঙ্গ।



চিত্র-3·18

ঋণাত্মক ও ধনাত্মক কেলাসে তরঙ্গতল এবং O-E-রশ্মির অভিমুখ

O-রশ্মির তরঙ্গিকা এবং E-রশ্মির তরঙ্গিকা পৃথকভাবে দেখানো হয়েছে। O-রশ্মির তরঙ্গিকা গোলীয়। এই তরঙ্গিকা সমূহের স্পর্শ তলের উপর রশ্মি গুলি অভিলম্ব। যেহেতু আপতিত তরঙ্গ সমতলীয়, প্রতিসৃত তরঙ্গও সমতলীয় এবং সমান্তরাল তাই এই লম্ব আপতনে O-রশ্মির কোনোরূপ দিক পরিবর্তন ঘটেনি। অপর দিকে E-তরঙ্গিকা সমুহ উপগোলীয়। এদের স্পর্শতলও আপতন তরঙ্গ তলের সমান্তরাল। কিন্তু স্পর্শ বিন্দু গুলির অবস্থান আপতিত রশ্মি থেকে সরে গেছে। তাই E-রশ্মিও দিক পরিবর্তন করেছে।

চিত্র-3·18-এ ঋণাত্মক ও ধনাত্মক কেলাসের অভ্যন্তরে তরঙ্গিকা কেমন হবে দেখানো হয়েছে। ঋণাত্মক কেলাসে O-রশ্মির বেগ $V_O \leq V_e$, হল E-রশ্মির বেগ। আলোক অক্ষ বরাবর $V_O = V_e$, তাই O-তরঙ্গিকা ও E-তরঙ্গিকা পরস্পরকে আলোক অক্ষের উপর স্পর্শ করেছে। অন্যদিকে $V_O \leq V_e$ বলে O-তরঙ্গিকা E-তরঙ্গিকার অভ্যন্তরে রয়েছে। যে কেলাসে $V_O \leq V_e$ তাকে বলে ঋণাত্মক কেলাস অথবা যে কেলাসের μ_0 (O-রশ্মির প্রতিসরাংক) $> \mu_e$ (E-রশ্মির প্রতিসরাংক) তাকে বলে ঋণাত্মক কেলাস। বিপরীতক্রমে যে কেলাসে O-রশ্মির তরঙ্গিকার অভ্যন্তরে থাকে E-রশ্মির তরঙ্গিকা তাকে বলে ধনাত্মক কেলাস।

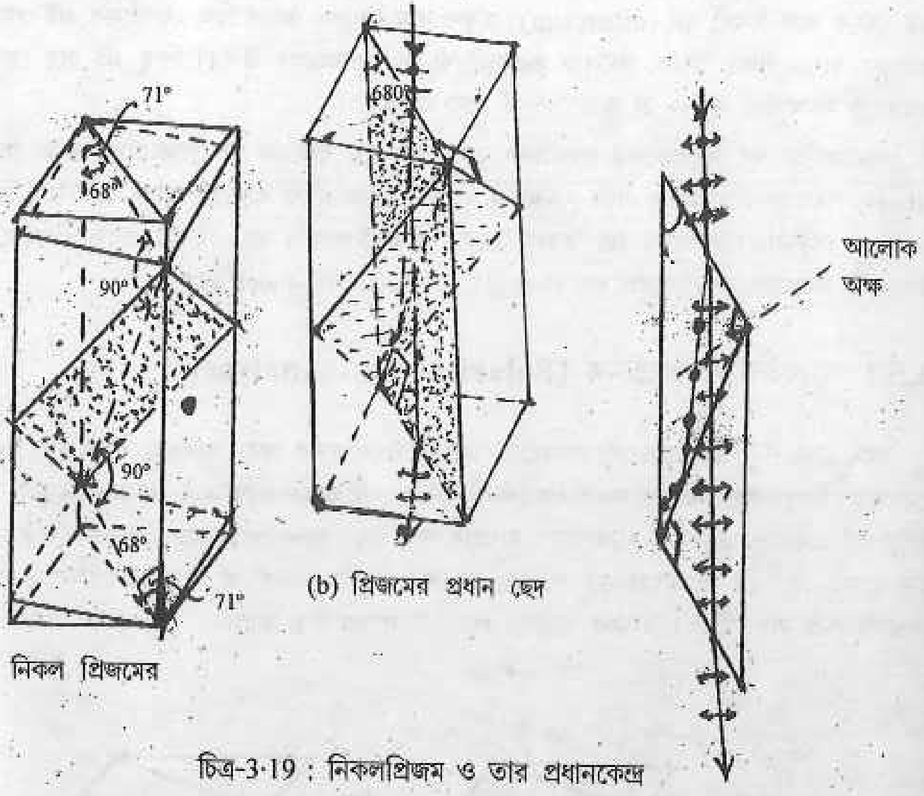
অনুশীলনী-2 কেন অসমদৈশিক কেলাসে দ্বি-প্রতিসরণ ঘটে? সংক্ষেপে ব্যাখা করুন।

এখন প্রশ্ন হলো কীভাবে দুটি সমবর্তিত রশ্মিকে পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন করা যাবে। এই লক্ষে 1828 খৃষ্টাব্দে স্কচ বিজ্ঞানী উইলিয়াম নিকল (william Nicol, 1768-1851) একটি সমবর্তক উদ্ভাবন করেন। পরের অনুচ্ছেদে এ বিষয়ে আলোচনা করা হলো।

3.4.4 নিকল প্রিজম্‌ (Nicol Prism)

নিকল প্রিজম্‌ হল একটি যথেষ্ট লম্বা ক্যালসাইট কেলাস যার দৈর্ঘ্য প্রস্থের তুলনায় প্রায় তিনগুণ। এই কেলাসটির জ্যামিতিক গঠন হল একটি রম্বোহিড্রন (Rhombohedron) অর্থাৎ যার মুক্ততল সমূহ হল রম্বসের মত (চিত্র-3·19)। চিত্রে প্রদর্শিতভাবে কেলাসটির দুই প্রান্ত ঘসে 71° কোণকে 68°-তে পরিণত করা হয় এবং প্রান্তদ্বয়কে মসৃণ করা হয়। এরপর কেলাসের এবং প্রান্তদ্বয়কে মসৃণ করা হয়। এরপর কেলাসের যে কোণ (corners) দুটিতে কেলাসের মুক্ত তল গুলির স্থূল কোণ (angles) মিলিত হয়েছে সেই কোণ দুটি দিয়ে গমনকারী এবং প্রধান ছেদের অভিলম্ব তলে কেলাসটিকে কাটতে হবে। এখানে প্রধান ছেদটির বিপরীত কোণ দ্বয়ের প্রত্যেকে 68°. এবার কানাডা বালসাম সিমেন্ট দিয়ে কেলাসের দুই অংশকে আবার জোড়া লাগাতে হবে। কানাডা বালসাম স্বচ্ছ এবং তার প্রতিসরাংক 1·55 যা μ_0 এবং μ_e এর মধ্যবর্তী। ক্যালসাইটের $\mu_0 = 1\cdot658$ এবং $\mu_e = 1\cdot486$. O-রশ্মির আলোর ক্ষেত্রে ক্যালসাইট-কানাডা বালসাম মাধ্যমদ্বয়ের সংকট কোণ প্রায় 69°. এই জন্য O-রশ্মি কানাডা বালসাম স্তরে পূর্ণ প্রতিফলিত হয়ে কেলাসের পার্শ্ব তলের দিকে গমন করে। এই পার্শ্বতলগুলি কালো করা থাকে, ফলে সেখানে আপতিত O-রশ্মি সম্পূর্ণ শোষিত হয়। কিন্তু E-রশ্মি কানাডা বালসাম স্তর অতিক্রম

করে, এবং কেলাসের অপর প্রান্ত দিয়ে নির্গত হয় [চিত্র-3·19 (b)]। এই রশ্মির $\vec{E}$-ক্ষেত্র প্রিজমের প্রধান ছেদে বিধৃত থাকে।



(a) নিকল প্রিজমের

(b) প্রিজমের প্রধান ছেদ

চিত্র-3·19 : নিকলপ্রিজম ও তার প্রধানকেন্দ্র

প্রথমত নিকল প্রিজমকে সমতলীয় সমবর্তিত আলো উৎপাদনের কার্যে ব্যবহার করা হয়। কিন্তু যদি আপতিত রশ্মি রৈখিক সমবর্তিত হয় তবে প্রিজমটিকে তার দৈর্ঘ্য সাপেক্ষে ঘুরাতে থাকলে এক সময় আপতিত $\vec{E}$-ক্ষেত্র প্রধান ছেদের অভিলম্ব হবে। ফলে তখন আপতিত রশ্মি প্রিজমের নিকট হবে O-রশ্মি। এই অবস্থায় তাই কোনো আলো প্রিজম থেকে নির্গত হবে না। এ থেকে পরীক্ষা করা যায় আপতিত রশ্মি সমতলীয় সমবর্তিত কিনা। অতএব নিকল প্রিজমকে রৈখিক আলোর সমবর্তক ও বিশ্লেষক রূপে ব্যবহার করা যায়। অনুচ্ছেদ-3·5 দ্রষ্টব্য।

3.5 পোলারয়েড (Polaroid)

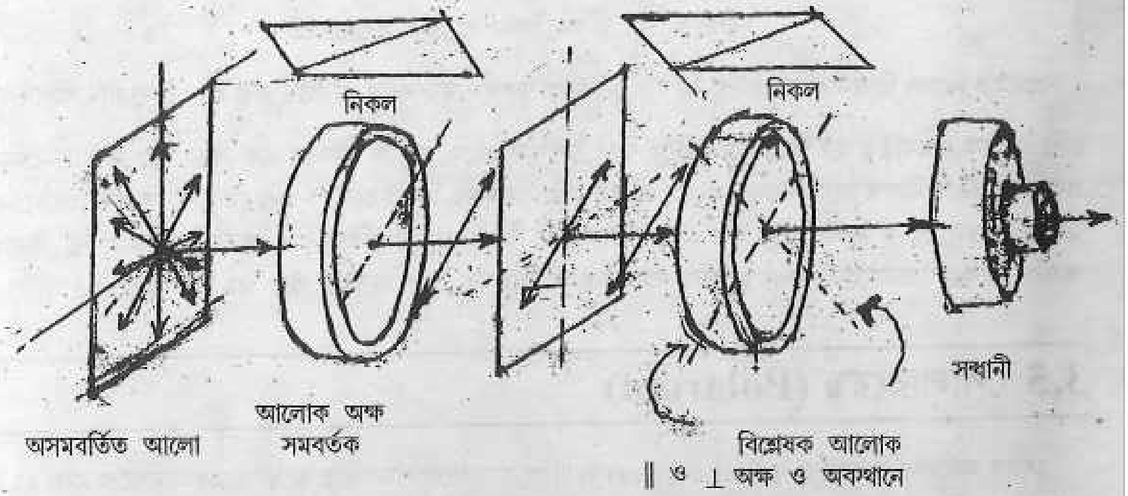
যেসব আলোক-ব্যবস্থা (Optical devices) সাধারণ আলোকে সমবর্তিত করে তাদের সমবর্তক বলা হয়। পোলারয়েড তেমনি এক সমবর্তক। সমবর্তক রূপে নিকল প্রিজমের ব্যবহার এখন প্রায় অচল। আপনারা ইতিপূর্বে 3·3·1 অনুচ্ছেদে টুরমালিন কেলাস সম্পর্কে জেনেছেন যে এই কেলাসের আলোক অক্ষের অভিলম্বে থাকা $\vec{E}$

ক্ষেত্রের উপাংশ কেলাস কর্তৃক বেশি হারে শোষিত হয় এবং আলোক অক্ষের সমান্তরাল উপাংশ সামান্য হারে শোষিত হয়। ফলে যদি টুরমালিনের বেধ যথেষ্ট হয় তবে তাকে সমবর্তক রূপে ব্যবহার করা যায়। কেলাসের এই ধর্মকে বলে দ্বিবর্ণী ধর্ম (dichroism)। এরূপ নাম করণের কারণ ছিল কেলাসের এই শোষণ নির্ভর করে আলোর বর্ণের উপর অর্থাৎ আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বা কম্পাংকের উপর। কিন্তু এই সব কেলাস দ্বারা সাদা আলোকে সমবর্তিত করলে তা আর সম্পূর্ণ সাদা থাকে না।

পোলারয়েড হল সমবর্তকের বাণিজ্যিক নাম। বর্তমানে বাজারে যে পোলারয়েড চলে সেগুলি হল পাত (sheet) সমবর্তক। প্রথম যে পাত সমবর্তক বা শীট পোলারয়েড বাজারে আসে তার নাম ছিল পোলারয়েড J-sheet. কোনো পোলারয়েড সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের জন্য উপযোগী নয়। বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিভিন্ন পাল্লার উপযোগী সমবর্তক পোলারয়েড হল H-sheet, K-sheet, HR-sheet ইত্যাদি।

3.5.1 সমবর্তক ও বিশ্লেষক (Polariser and Analyser)

যখন কোনো পোলারয়েডকে সমবর্তিত আলো উৎপাদনের জন্য ব্যবহার করা হয় তখন তাকে বলে সমবর্তক। কিন্তু কোনো আলো সমবর্তিত কিনা, যদি সমবর্তিত হয় তবে তার সমবর্তন তলের অবস্থান ইত্যাদি নির্ণয় করার জন্যও ঐ একই পোলারয়েড ব্যবহার করা যায়। তখন পোলারয়েডকে বলে বিশ্লেষক (analyser)। মনে রাখতে হবে যে পোলারয়েডের সাহায্যে কেবল সমতলীয় সমবর্তিত আলো উৎপাদন করা যায় এবং তার বিশ্লেষণ করা যায়। চিত্র-3·20-এর সাহায্যে পদ্ধতিটি ব্যাখ্যা করা হলো।



চিত্র-3·20 : আলোর সমবর্তন ও বিশ্লেষণ

সমবর্তক ও বিশ্লেষক হিসেবে নিকল প্রিজম নেওয়া যেতে পারে। অসমবর্তিত আলো z-অক্ষ বরাবর গমনকালে সমবর্তনের (ধরা যাক নিকলপ্রিজম) উপর আপতিত হলো। অতএব নির্গত আলো হবে রৈখিক সমবর্তিত। এই আলোর কম্পন তল হবে সমবর্তকের আলোক অক্ষের সমান্তরাল। প্রশ্ন হলো—কী ভাবে বোঝা যাবে যে নির্গত আলো রৈখিক সমবর্তিত হয়েছে? যখন সমবর্তিত আলো বিশ্লেষকের উপর আপতিত হবে তখন সন্ধানীতে (Detector) নির্গত আলো ধরা পড়তে পারে, আবার নাও পারে। এবার z অক্ষকে কেন্দ্র করে বিশ্লেষণটিকে আবর্তন করতে থাকলে সন্ধানীর দৃষ্টি ক্ষেত্রে আলোর তীব্রতার হের ফের হবে। সন্ধানী অণুবীক্ষণ বা হ্রস্ব ফোকাস দৈর্ঘ্যের দূরবীক্ষণ অথবা কোনো আলোক কোষ (photo cell) হতে পারে। বিশ্লেষক ঘুরাতে থাকলে একটা অবস্থানে সন্ধানীতে কোনো আলো এসে পৌঁছাবে না। বিশ্লেষকের এই অবস্থানকে বলে বজ্র-অবস্থান (crossed position)। বিশ্লেষক নিকল প্রিজম হলে, তখন তাকে বলে crossed Nicol. এই অবস্থান থেকে 90° বা 270° ঘুরালে দৃষ্টি ক্ষেত্র উজ্জ্বলতম হবে। এর কারণ কী হতে পারে? নিকলের এই অবস্থান হল সমান্তরাল অবস্থান (parallel position)। চিত্র-3·20 লক্ষ করুন। যখন দুই পোলারয়েডের আলোক অক্ষ সমান্তরাল হয় তখন সমবর্তক কর্তৃক উৎপন্ন সমবর্তিত আলোর $\vec{E}$ ক্ষেত্র বিশ্লেষকের (field analyser) মধ্য দিয়ে গমন করতে পারে। কিন্তু যখন বিশ্লেষক থাকে বজ্র অবস্থানে তখন $\vec{E}$-এর কোনো উপাংশই বিশ্লেষকের আলোক অক্ষের সমান্তরালে থাকে না বলে কোনো আলো বিশ্লেষককে অতিক্রম করতে পারে না। এই জন্য বিশ্লেষক বজ্র অবস্থানে থাকলে সন্ধানীতে কোনো আলো পৌঁছায় না। এখন প্রশ্ন হলো, সমান্তরাল ও বজ্র অবস্থানের কোনোটিতেই যদি বিশ্লেষকের আলোক অক্ষ না থাকে তখন সন্ধানীর দৃষ্টি ক্ষেত্র কেমন হবে? এই প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যাবে পরবর্তী অনুচ্ছেদে।

3.5.2 ম্যালাসের সূত্র (Malus' Law)

আপনারা জেনেছেন যে পোলারয়েড বা সমবর্তক কেবলমাত্র আলোক অক্ষের সমান্তরালে $\vec{E}$-ক্ষেত্রের উপাংশকে নিষ্ক্রান্ত হতে দেয় (to transmit)। এর থেকে আলোক অক্ষকে বলে উত্তরণ অক্ষ (transmission axis)। অতএব অসমবর্তিত আলোর উত্তরণ অক্ষ বরাবর উপাংশ কেবল সমবর্তকের মধ্য দিয়ে নিষ্ক্রমণ করে বলে সমবর্তকের যে-কোনো অবস্থানেই তার থেকে প্রতি সেকেন্ডে সমান পরিমাণের আলো নির্গত হয়। যদি চিত্র-3·20-এর বিশ্লেষক পোলারয়েডটি সরিয়ে নেওয়া হয় তবে দেখা যাবে সমবর্তকটিকে z-অক্ষ সাপেক্ষে আবর্তন করলে সন্ধানী যন্ত্রের (ধরা যাক, আলোক কোষ) পাঠ অপরিবর্তিত থাকে। এর অর্থ, সন্ধানী যন্ত্রের উপর আপতিত আলোর তীব্রতার পরিবর্তন ঘটে না যদি সমবর্তকটি আবর্তিত হয়। ইতিপূর্বে আপনারা জেনেছেন আলোর তীব্রতা আলোক তরঙ্গের বিস্তারের, অর্থাৎ $\vec{E}$ তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী। অতএব যদি সমবর্তক-নির্গত তরঙ্গের লব্ধি বিস্তার হয় E_0, তবে সমবর্তক নির্গত তরঙ্গের তীব্রতা হবে $I = kE_0^2$, $k =$ সমানুপাতের ধ্রুবক। যদি বিশ্লেষকের উত্তরণ অক্ষ সমবর্তকের উত্তরণ অক্ষের সঙ্গে θ কোণ রচনা করে তবে বিশ্লেষক থেকে নির্গত আলোর তরঙ্গ বিস্তার হবে $E_0 \cos\theta$. অতএব এই অবস্থানে বিশ্লেষক থেকে নির্গত তরঙ্গের তীব্রতা হবে $I(\theta) = k(E_0 \cos\theta)^2 = kE_0^2 \cos^2\theta$

যখন $\theta = 0$, তখন তীব্রতা $I_0 = kE_0^2$, যা হল সর্বোচ্চ তীব্রতা $\therefore\ I(\theta) = I_0 \cos^2\theta$ ....(3·18)

সমীকরণ (3·18)-কে বলে ম্যালাসের সূত্র। এই সূত্রানুসারে যখন নিকল বা পোলারয়েড দুটি সমান্তরালে থাকে তখন $\theta = 0$ হওয়ায় তীব্রতা হবে $I(0) = I_0 =$ সর্বোচ্চ তীব্রতা। আবার যখন দুই পোলারয়েড ব্রজ্র অবস্থানে থাকে তখন $\theta = 90°$ হওয়ায় $I\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. এই জন্য বজ্র অবস্থানে সন্ধানীতে কোনো আলো পৌঁছায় না, তার পাঠ হয় শূন্য। θ-এর মান যখন $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$, তখন $1 \ge \cos\theta \ge 0$ এবং $I_0 \ge I(\theta) \ge 0$ হয়। এই জন্য বিশ্লেষকের আবর্তনের ফলে সন্ধানীতে আলোর তীব্রতা পরিবর্তিত হয়। আবার যখন $\frac{\pi}{2} \le \theta \le \pi$ তখন $0 \ge \cos\theta \ge -1$ কিন্তু $0 \le \cos^2\theta \le 1$ হওয়ায় তীব্রতার মান $\theta = \frac{\pi}{2}$ অবস্থানে শূন্য থেকে বেড়ে $\theta = \pi$ অবস্থানে সর্বোচ্চ হয়। তীব্রতা শূন্য হয় $\theta = \frac{\pi}{2}$ ও $\theta = \frac{3\pi}{2}$ অবস্থানে যখন $\cos\theta = 0$ হয়, এবং সর্বোচ্চ হয় যখন $\theta = 0$ এবং π অর্থাৎ $\cos\theta = \pm 1$ $\cos^2\theta = 1$. এই জন্য $\theta = 0$ এবং π হল দুই পোলারয়েডের সমান্তরাল অবস্থান এবং $\theta = \frac{\pi}{2}$ ও $\frac{3\pi}{2}$ হল দুই পোলারয়েডের বজ্র-অবস্থান। $\theta = 0$ এবং π অবস্থানে সমবর্তক থেকে নির্গত $\vec{E}$ ক্ষেত্র বিশ্লেষকের উত্তরণ অক্ষের সমান্তরাল থাকে বলে বিশ্লেষকের মধ্য দিয়ে নিষ্ক্রান্ত হতে পারে কোনোরূপ অপচয় ব্যতিরেকে। আর তাই সন্ধানীতে তীব্রতা হয় সর্বাধিক। অপর পক্ষে যখন $\theta = \frac{\pi}{2}$ বা $\frac{3\pi}{2}$, তখন বিশ্লেষকের উত্তরণ অক্ষ থাকে সমবর্তক-নিষ্ক্রান্ত $\vec{E}$-ক্ষেত্রের অভিলম্বে ফলে $E_0 \cos\theta = 0$ হয় এবং বিশ্লেষক থেকে $\vec{E}$-ক্ষেত্র নির্গত হতে পারে না। আর তাই সন্ধানীর পাঠ হয় শূন্য। অন্য অবস্থানে $E^2 \cos\theta^2 < E_0^2$ হওয়ায়, পাঠের মান সর্বোচ্চ থেকে কম হয়। যেহেতু $\theta = \frac{\pi}{2}$ ও $\frac{3\pi}{2}$ অবস্থানে সন্ধানীতে আলো নিভে যায় (এই অবস্থানকেই বলে বজ্র অবস্থান) তাই বলা হয় $\vec{E}$ ক্ষেত্র বিশ্লেষকের নির্বাপন অক্ষের (extinction axis) সমান্তরাল।

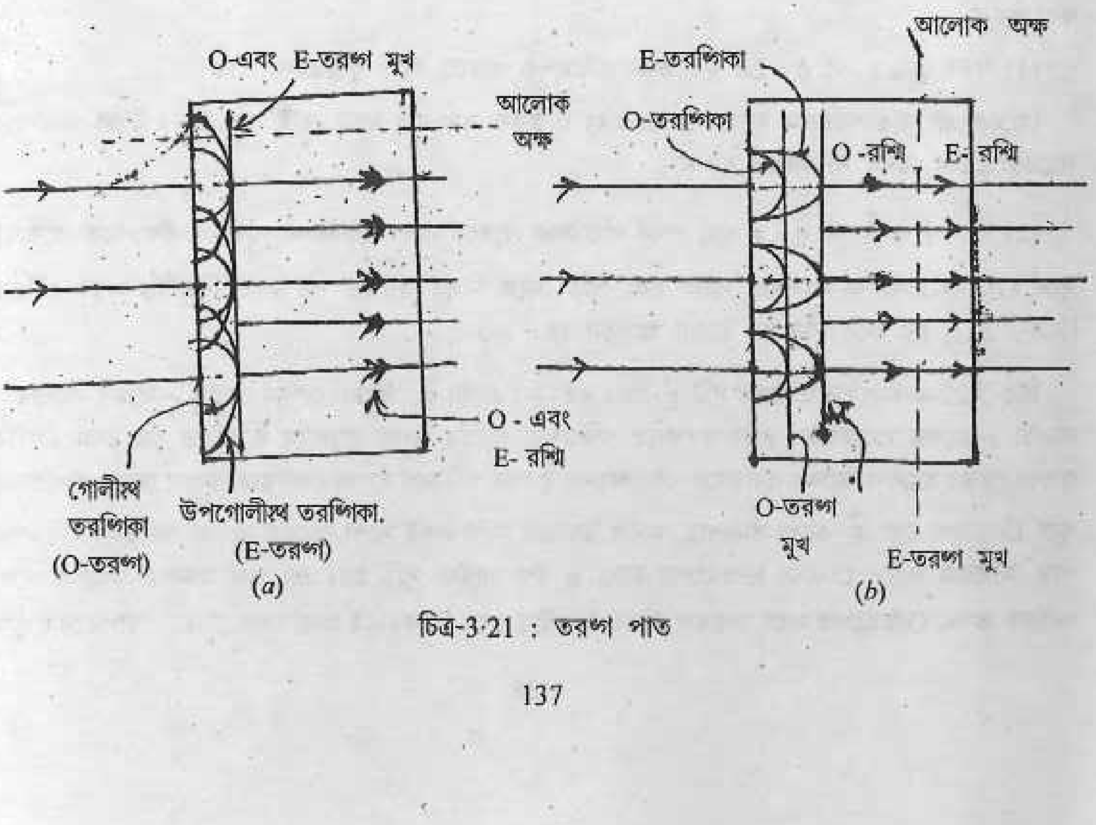
3.5.3 সমবর্তিত আলোর উৎপাদন : তরঙ্গ পাতসমূহ (Production of polarization wave plates)

আপনারা 3·3·3 অনুচ্ছেদে এবং 3·3·4 অনুচ্ছেদে জেনেছেন যে বৃত্তীয় সমবর্তন ও উপবৃত্তীয় সমবর্তন সৃষ্টি করতে দুটি পরস্পর অভিলম্ব রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গ প্রয়োজন এবং যদি এরূপ দুটি তরঙ্গের দশা পার্থক্য $\pm\frac{\pi}{2}$ হয় এবং সমবিস্তার হয় তবে ঐ তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতের ফলে উৎপন্ন হয় তরঙ্গের বৃত্তীয় সমবর্তন; আর যদি তাদের বিস্তার ভিন্ন হয় এবং দশা পার্থক্য বর্তমান থাকে তবে তাদের উপরিপাতে তরঙ্গের উপবৃত্তীয় সমবর্তন ঘটে। ইতিমধ্যে 3·5·1 অনুচ্ছেদে আপনারা জেনেছেন কীভাবে তরঙ্গের সমতলীয় সমবর্তন ঘটানো হয়। অতএব এই উৎপাদিত সমতলীয় সমবর্তিত আলো থেকে দুটি সমতলীয় সমবর্তিত তরঙ্গ সৃষ্টি করতে পারলে বৃত্তীয় ব

উপবৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ সৃষ্টির প্রথম ধাপ অতিক্রম করা যায়। এরপর দরকার এই দুই রৈখিক আলোর একটির $\vec{E}$-ক্ষেত্রকে 90° আবর্তিত করা। এটা করতে পারলে পাওয়া যাবে দুটি পরস্পর অভিলম্বভাবে রৈখিক সমবর্তিত আলোক তরঙ্গ। বৃত্তীয় সমবর্তনের জন্য অত:পর দরকার এই দুই তরঙ্গের মধ্যে $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্য ঘটান এবং উপবৃত্তীয় সমবর্তনের জন্য দরকার দুই তরঙ্গের বিস্তারের পার্থক্য ঘটানো। এই কার্যগুলি করতে পারলে আমরা পরীক্ষাগারে বৃত্তীয় ও উপবৃত্তীয় সমবর্তিত আলো পেতে পারি। যে আলোক উপাদানের সাহায্যে এই কাজগুলি করা যায় তার সাধারণ নাম **গতিমন্দক (Retarders)**। দুই সমবর্তিত তরঙ্গের কোনো একটিকেই এই গতিমন্দকের মধ্য দিয়ে প্রেরণ করলে দুই তরঙ্গের মধ্যে দশা পার্থক্য সৃষ্টি হবে, হতে পারে বিস্তারের পার্থক্য। এটাই হল সমবর্তন অবস্থা পরিবর্তনের নীতি। এই নীতির প্রয়োগ করতে গিয়ে কেলাসের বিভিন্ন বেধের পাত ব্যবহার করা হয় যাদের বলে তরঙ্গ পাত (wave plates)—পূর্ণ-তরঙ্গ পাত, অর্ধ-তরঙ্গ পাত এবং সিকি-তরঙ্গ পাত (Full-wave plate, half-wave plate and quarter-wave plate)।

তরঙ্গ পাত ঃ (Wave plates)

আপনারা জেনেছেন যে কোনো অসমদৈশিক কেলাসের মধ্য দিয়ে যখন কোনো আলোক তরঙ্গ গমন করে তখন তা O-তরঙ্গ এবং E-তরঙ্গে বিভাজিত হয়। এবং এও জানেন যে তরঙ্গদ্বয় কেলাসের মধ্যে বিভিন্ন দিকে পরস্পর থেকে ভিন্ন বেগে গমন করলেও আলোক অক্ষ বরাবর সমান বেগে চলে। এ জন্য সাধারণ ভাবে আলোক অক্ষব্যতীত অন্য দিকে এই তরঙ্গদ্বয় দুটি ভিন্নমুখী প্রতিসরণ রশ্মি সৃষ্টি করে। এই রশ্মি বা তরঙ্গদ্বয় পরস্পর অভিলম্বে সমবর্তিত হলেও তাদের পরস্পরের উপর উপরিপাতিত করা যায় না। অপর দিকে আলোক অক্ষ বরাবর তারা উপরিপাতিত থাকলেও সমবেগ থাকায় তাদের দশা পার্থক্য ঘটে না।



চিত্র-3·21 : তরঙ্গ পাত

যদি কোনো একাক্ষী (uniaxial) কেলাসকে এমন ভাবে কাটা যায় যে কর্তিত পাতের সম্মুখ ও পশ্চাৎ তল দ্বয় আলোক অক্ষের অভিলম্বে থাকে তা হলে লম্বভাবে আপতিত অসমবর্তিত তরঙ্গ থেকে উৎপন্ন O-তরঙ্গ ও E-তরঙ্গ লম্বভাবে একই সঙ্গে পাত থেকে নির্গত হবে (চিত্র-3·21 (a))। এর কারণ আলোক অক্ষবরাবর উভয় তরঙ্গের বেগ সমান। অতএব যদিও $\vec{E_0} \perp \vec{E_E}$ কিন্তু তাদের মধ্যে দশা পার্থক্য সৃষ্টি হয়নি।

যদি একাক্ষী কেলাসকে এমনভাবে কাটা যায় যে সম্মুখ ও পশ্চাৎতল আলোক অক্ষের সমান্তরাল তা হলে অভিলম্বে আপতিত অসমবর্তিত তরঙ্গের থেকে বিভাজিত O-তরঙ্গ এবং E তরঙ্গ আপতন অভিমুখে গমন করবে, কিন্তু এক্ষেত্রে কেলাসের মধ্যে দুই তরঙ্গতল ভিন্ন গতিতে গমন করবে। ফলে তারা কেলাসের মধ্যে গমন করার পর তাদের দশা পার্থক্য ঘটবে এবং $\vec{E_0}$ ও $\vec{E_E}$ উপরপাতিত-ও হবে (চিত্র-3:21। (b)) অতএব কেলাস থেকে নির্গত লব্ধি তরঙ্গ কীরূপ হবে তা নির্ভর করবে O-এবং E-তরঙ্গের দশা পার্থক্য এবং বিস্তারের উপর।

এখন ঋণাত্মক কেলাসে $\mu_0 > \mu_e$, কারণ E-তরঙ্গের বেগ > O-তরঙ্গের বেগ।

অতএব যদি কেলাসের বেধ (thickness) l হয় তবে দুই তরঙ্গের আলোকীয় পথ পার্থক্য

$$\Delta = l(\mu_o - \mu_e) \qquad .....(3\cdot19)$$

$$\therefore \text{ দশা পার্থক্য, } \phi = \frac{2\pi l}{\lambda}(\mu_0 - \mu_e) \qquad .....(3\cdot20)$$

যেখানে λ হল শূন্য মাধ্যমে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

সমীকরণ (3·19)-এ যে পথ পার্থক্য দেখান হয়েছে তার মানের উপর নির্ভর করে তরঙ্গ-পাতের নামকরণ করা হয় ঃ

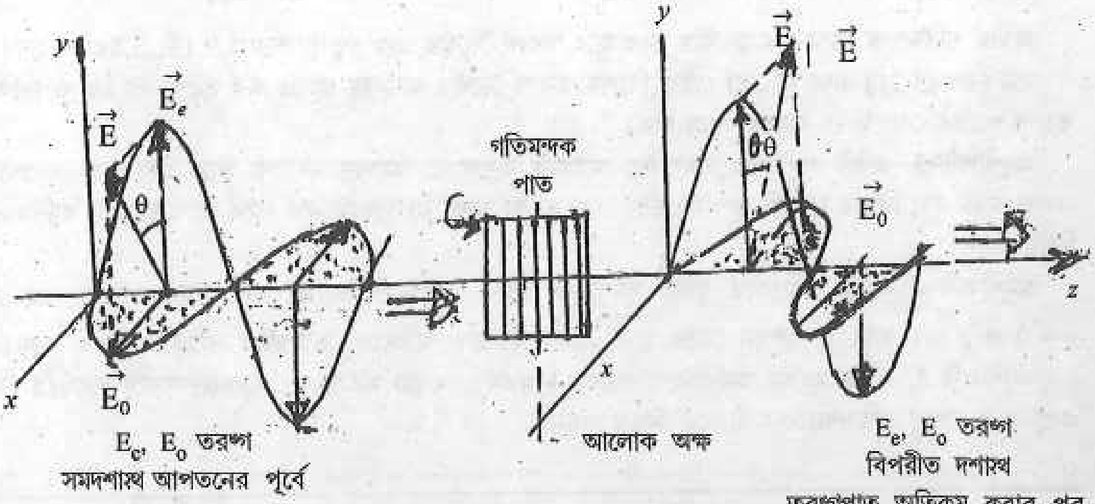
(1) যখন $\Delta = \lambda$ বা $\phi = 2\pi$ হয় তখন গতিমন্দক পাতকে বলে **পূর্ণ-তরঙ্গ পাত।**

যেহেতু এই পাত অতিক্রম করার পর O-এবং E-তরঙ্গ সমদশায় থাকে, তাই সমবর্তনের উপর গতিমন্দক পাতের প্রভাব তেমন পরিলক্ষিত হয় না।

(2) যখন $\Delta = \frac{\pi}{2}$ বা $\phi = \pi$ হয়, তখন গতিমন্দক পাতকে বলে **অর্ধ-তরঙ্গ পাত।** অর্থাৎ পাতে প্রবেশের পূর্বে O-এবং E-তরঙ্গ সমদশায় থাকে এবং পাত থেকে নির্গত হওয়ার পর তারা বিপরীত দশায় পৌঁছায় (চিত্র-3·22)। এর ফলে সমবর্তন তলের আবর্তন হয়।

চিত্র-3·22-এ আপতন তরঙ্গের দুটি $\vec{E}$-ক্ষেত্র বর্তমান। একটা $\vec{E}$ ক্ষেত্রের কম্পন ভেক্টর y-অক্ষের সমান্তরাল অন্যটা x-অক্ষের সমান্তরাল। যখন তরঙ্গদ্বয় গতিমন্দক পাতের উপর লম্বভাবে আপতিত হয় তখন একটির কম্পন ভেক্টর আলোক অক্ষের সমান্তরাল এবং অতপর দ্রুততর গতিবেগ সম্পন্ন (ঋণাত্মক কেলাস হলে)। আপতনের পূর্বে O-তরঙ্গ এবং $\vec{E}$-তরঙ্গ সমদশায়, অর্থাৎ উভয়ের সরণ একই সঙ্গে ধনাত্মক অথবা ঋণাত্মক। গতিমন্দক পাত অতিক্রম করলে O-এবং E-তরঙ্গের মধ্যে π দশা পার্থক্য সৃষ্টি হয়। এর অর্থ যখন E-তরঙ্গের সরণ ধনাত্মক তখন O-তরঙ্গের সরণ ঋণাত্মক অথবা বিপরীত ক্রমে থাকে। এই জন্য যখন $\vec{E_0} + \vec{E_E}$ আপতনের পূর্বে

yz তলের সঙ্গে θ কোণ উৎপন্ন করে তখন গতিমন্দক অতিক্রম করার পর $\vec{E_0}+\vec{E_E}$ ঐ yz তলের সঙ্গে বিপরীত পার্শ্বে θ কোণ উৎপন্ন করে। অর্থাৎ $\vec{E}$-ক্ষেত্র বা সমবর্তন তল 2θ কোণে আবর্তিত হয়।



চিত্র-3·22 : সমবর্তন তলের ঘূর্ণন

লক্ষ করুন বিপরীত দশায় থাকতে হলে গতিমন্দকের বেধ এমন হবে যেন

$$l(\mu_0-\mu_e)=(2m+1)\frac{\pi}{2},\ m=0,1,2,..... \qquad .....(3\cdot21)$$

হয়। অতএব যদিও এই গতিমন্দককে বলা হচ্ছে অর্ধতরঙ্গ পাত, আসলে তা $\frac{\pi}{2}$ এর যে-কোনো অযুগ্ম গুণিতক বেধের পাতও হতে পারে।

(3) যখন $\Delta=\frac{\lambda}{4}$ বা $\phi=\frac{\pi}{2}$, তখন গতিমন্দক পাতকে বলে সিকি-তরঙ্গ পাত। অতএব O-এবং E-তরঙ্গের মধ্যে $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্য ঘটলে নির্গত লব্ধিতরঙ্গ হবে উপবৃত্তীয় বা বৃত্তীয়। অপর পক্ষে যদি আপতিত আলো হয় বৃত্তীয় বা উপবৃত্তীয় সমবর্তিত তবে, নির্গত আলো হবে রৈখিক সমবর্তিত (চিত্র-3·12 দ্রষ্টব্য)। যদি $\vec{E}$ ক্ষেত্র আলোক অক্ষের সঙ্গে 45^o কোণ করে, তবে $\left|\vec{E_0}\right|=\left|\vec{E_E}\right|$ হয়। এই আলো যদি $\frac{\pi}{4}$-পাতের উপর আপতিত হয় তবে নির্গত আলো হবে বৃত্তীয়। কারণ $\frac{\pi}{4}$-পাত $\vec{E_0}$-ক্ষেত্র ও $\vec{E_E}$ ক্ষেত্রের মধ্যে $\frac{\pi}{2}$ দশা পার্থক্য ঘটায়, ফলে নির্গত আলোর লব্ধি হবে বৃত্তীয় সমবর্তিত (সমীকরণ-3·10)।

$\frac{\lambda}{4}$-পাতের বেধ l হলে

$$l|\mu_0 - \mu_e| = (4m+1)\frac{\lambda}{4}, m = 0,1,2...... \qquad ....(3\cdot22)$$

অর্থাৎ গতিমন্দক পাতের আলোকীয় বেধ হবে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশের 5,9,13......ইত্যাদি গুণ।

সমীকরণ (3·21) এবং (3·22) থেকে বিশেষ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোর ক্ষেত্রে অর্ধ-তরঙ্গ পাতের ও সিকি-তরঙ্গ পাতের বেধ নির্ণয় করতে পারা যায়।

অনুশীলনী-3. একটি সমতলীয় সমবর্তিত আলোক তরঙ্গ z অক্ষের ধনাত্মক দিকে গতিশীল। তরঙ্গের কম্পাংক ω এবং বিস্তার E. যদি কম্পন ভেক্টর xz-তলের সঙ্গে 30° কোণে নত থাকে তবে তরঙ্গের রাশিমালা নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী-4. একটি দক্ষিণাবর্ত বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ z অক্ষ অভিমুখে গমন করে। শর্ত হল এই যে $t = 0$ ও $z = 0$ হলে $\vec{E}$ কম্পন ভেক্টর হবে y এর ঋণাত্মক অভিমুখে। তরঙ্গটির সমীকরণ নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী-5. একটা অভ্রের অর্ধ-তরঙ্গ পাতের নিম্নতম বেধ 60 মাইক্রোন। 600*nm* তরঙ্গের ক্ষেত্রে O- এবং E-তরঙ্গের প্রতিসরাংকের ব্যবধান নির্ণয় করুন।

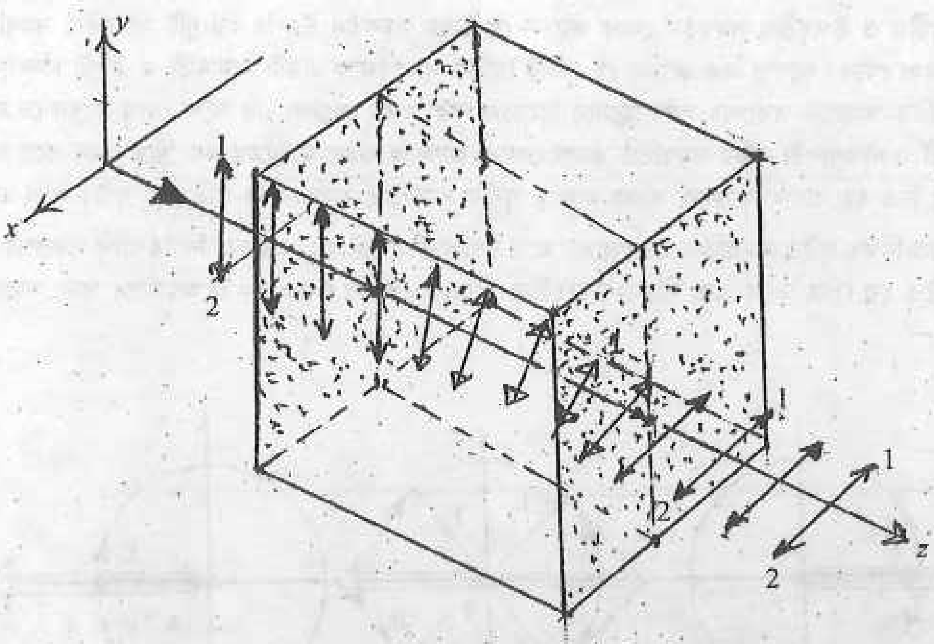
3.6 পদার্থের আলোক সক্রিয়তা (Optical activity of matter)

সমতলীয় সমবর্তিত আলোকে যদি কোয়ার্ৎস্ (quartz) কেলাসের মধ্য দিয়ে প্রেরণ করা হয় তবে দেখা যায় নির্গত আলো সমতলীয় সমবর্তিত থাকলেও তার সমবর্তন তল কিছুটা আবর্তিত হয়েছে। ফরাসী বিজ্ঞানী আরাগো সর্ব প্রথম এই ঘটনা লক্ষ করেন 1811 খৃষ্টাব্দে। একটা কোয়ার্ৎস্ পাতের আলোক অক্ষ বরাবর গমনকারী সমতলীয় সমবর্তিত আলো যতই কেলাসের অভ্যন্তরে প্রবেশ করতে থাকে ততই তার কম্পন ভেক্টর আলোক অক্ষকে কেন্দ্র করে অবিচ্ছিন্নভাবে ঘুরে যেতে থাকে।

সমসাময়িক কালে ফরাসী বিজ্ঞানী জাঁ বাপতিস্ত বায়ো (Jean Baptiste Biot, 1774-1862) লক্ষ করেন যে কম্পন ভেক্টরের এই আবর্তন বামাবর্তী এবং দক্ষিণাবর্তী, উভয় দিকেই ঘটে। তিনি আরো লক্ষ করেন এই রূপ আবর্তন কিছু কিছু পদার্থের বাষ্পীয় বা তরল অবস্থাতেও পরিলক্ষিত হয়।

কোনো মাধ্যমের মধ্য দিয়ে গমন কালে সমতলীয় সমবর্তিত আলোর সমবর্তন তলের আবর্তনকে বলে **পদার্থের আলোক সক্রিয়তা** (Optical Acticrty)। যেসব পদার্থের মধ্য দিয়ে যাওয়ার সময় আলোর সমবর্তন তল বা $\vec{E}$-ক্ষেত্রের আবর্তন ঘটে সেই সব পদার্থকে বলে **আলোক সক্রিয় পদার্থ** (Optically active substances)। যেসব আলোকসক্রিয় পদার্থ থেকে নির্গত আলোকে তার গতির বিপরীত দিক থেকে দেখলে $\vec{E}$ ক্ষেত্রকে বাম দিকে আবর্তিত দেখায় তাদের বলে **বামাবর্তনী পদার্থ** (levorotatory substances) এবং $\vec{E}$-ক্ষেত্রকে ডানদিকে আবর্তিত দেখালে ঐসব পদার্থকে বলে **দক্ষিণাবর্তনী পদার্থ** (dextrorotatory substances)। কিন্তু পরীক্ষা করে দেখা গেছে একই পদার্থ, যেমন কোয়ার্ৎস্, বামাবর্তী ও দক্ষিণাবর্তী আলোক সক্রিয়তা প্রদর্শন করায়। একই পদার্থের কেলাস গঠন বিভিন্ন হতে পারে। তাই বোঝা যায় এই আবর্তন অভিমুখ পদার্থের কেলাস গঠনের (Crystallographic structures) উপর নির্ভর করে। দেখা যায়, কোয়ার্ৎসের অণু এক হলেও তার কেলাসে

অণুগুলির সজ্জার হেরফের হেতু কোনো কোনো কোয়ার্ৎস কেলাস বামাবর্তনী, কোনো কোনোটা দক্ষিণাবর্তনী। কোয়ার্ৎসের আলোক সক্রিয়তা চিত্র-3·23-এ দেখানো হলো। দেখা যায় যে আপতিত রশ্মির $\vec{E}$ ক্ষেত্র

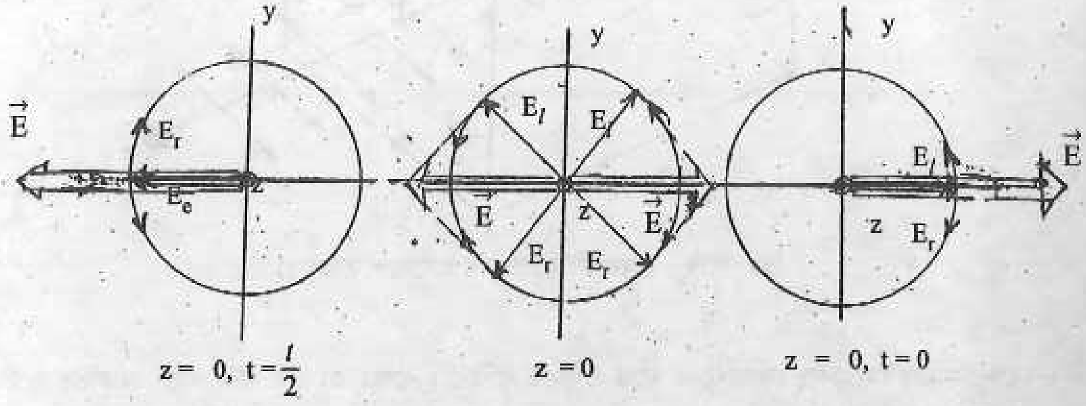


চিত্র-3·23 : কোয়ার্ৎস কেলাসের আলোক সক্রিয়তা

y-অক্ষের সমান্তরাল, কিন্তু কোয়ার্ৎসের মধ্যে প্রতিসৃত রশ্মির $\vec{E}$-ক্ষেত্র ক্রমাগত দক্ষিণাবর্তে আবর্তিত হয়ে যখন কেলাস থেকে নির্গত হচ্ছে তখন তা x-অক্ষের প্রায় সমান্তরাল হয়ে গেছে। কেলাসের বেধ বৃদ্ধি করতে থাকলে একসময় $\vec{E}$-ক্ষেত্র 180° ঘুরে পুনরায় y-অক্ষের সমান্তরাল হবে। আবর্তনের পরিমাণ, অতএব, কেলাসের পাতের বেধের পরিমাণ নির্ভর। অন্য কোনো কোয়ার্ৎস্ কেলাসের ক্ষেত্রে এই আবর্তন বামাবর্তী হতে পারত। এই দুই প্রকার কেলাসের বহিরাকৃতি হুবহু এক, কিন্তু একটি অন্যটির দর্পণ-প্রতিবিম্ব (mirror image)। এই রূপ সদৃশ কেলাসদের বলে প্রতিরূপী (enantiomorphs) কেলাস। দেখা যায় যেসব স্বচ্ছ পদার্থের প্রতিরূপী কেলাস আছে তারা সকলেই আলোক সক্রিয়। কিন্তু এই আলোক সক্রিয়তা নষ্ট হয়ে যায় তাদের গলন্ত অবস্থায়। অপর দিকে এমন অনেক জৈব যৌগ (Organic compounds) আছে তারা কেলাস অবস্থাতেও আলোক সক্রিয়, আবার দ্রবীভূত অবস্থাতেও আলোক সক্রিয় অথবা তরলাবস্থায় আলোক সক্রিয়। উদাহরণ স্বরূপ চিনি, তার্পিন (turpentine), টারটারিক অ্যাসিড (tartaric acid) প্রভৃতি। এসব ক্ষেত্রে আবর্তন ক্ষমতা (rotatory power) নির্ভর করে অণুর উপর। জটিলতর ক্ষেত্রে অণু ও কেলাস গঠনের উপর এই আবর্তন ক্ষমতা নির্ভরশীল। এমন কেলাসও আছে যা কেলাস অবস্থায় বামাবর্তনী তো দ্রবণে দক্ষিণাবর্তনী।

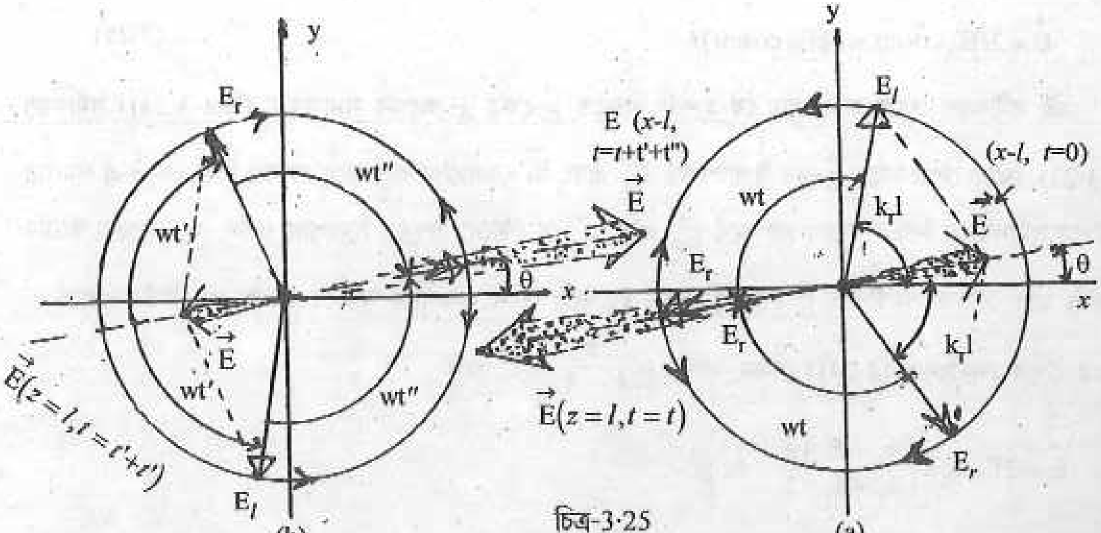
3.6.1 $\vec{E}$-ক্ষেত্র ঘূর্ণন সম্পর্কে ফ্রেনেল তত্ত্ব

পদার্থের আলোক সক্রিয়তা সম্পর্কে প্রথম ফ্রেনেল 1825 খৃষ্টাব্দে একটি তত্ত্বগত ব্যাখা উপস্থাপন করেন। আপনারা বৃত্তীয় ও উপবৃত্তীয় সমবর্তন থেকে জানেন যে উভয় সমবর্তন উৎপন্ন হয় দুটি সমতলীয় সমবর্তিত আলোক তরঙ্গ থেকে। আবার এও জানেন যে একটি রৈখিক সমবর্তনকে একটি বামাবর্তী ও একটি দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত আলোক তরঙ্গের লব্ধি হিসেবে বিবেচনা করা যায়। ফ্রেনেল এর সঙ্গে যোগ করেন যে যখন এই বামাবর্তী ও দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ কোনো আলোক সক্রিয় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে গমন করে তখন তাদের বেগ ভিন্ন হয় অর্থাৎ আলোক সক্রিয় মাধ্যমে বৃত্তীয় সমবর্তিত আলোর দ্বি-প্রতিসরণ ঘটে। ফলে এরূপ মাধ্যমের পাত-নির্গত বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে দশাপার্থক্য সৃষ্টি হয়। এইজন্য নির্গত লব্ধি তরঙ্গের $\vec{E}$-ক্ষেত্র আবর্তিত হয় (চিত্র-3·24 এবং চিত্র-3·25)। চিত্র-3·24-এ কেলাস তলে $z = 0$ অবস্থানে সময় সাপেক্ষে



চিত্র-3·24

বামাবর্তী বৃত্তীয় $\vec{E}$-ক্ষেত্র E_l এবং দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় $\vec{E}$-ক্ষেত্র E_r [বাম, .left $\to l$, দক্ষিণ, right $\to r$] তাদের লব্ধি $\vec{E}$-কে দেখানো হয়েছে। দেখা যাচ্ছে E_r এবং E_l-এর বিভিন্ন সময়ের লব্ধি উভয় দিকে একটি সরল রেখায় আন্দোলিত হচ্ছে (oscillating)। এটাই হলো রৈখিক সমবর্তিত $\vec{E}$-ক্ষেত্র। চিত্র-3·25-এ যখন আলোক তরঙ্গ কেলাস থেকে নির্গত হচ্ছে তখন $Z=l$ (বেধ)। এখানে E_r ও E_l-এর প্রাথমিক দশা $k_l l$ ও $k_r l$ [কারণ $kz - \omega t = kl$, $t = 0$ হলে, এবং $V_r \neq V_l$, তাই $\lambda_l \neq \lambda_r$ অতএব $k_r r = \frac{2\pi}{\lambda_r}, k_l = \frac{2\pi}{\lambda_r}$] (চিত্র-3·25 (a))। এখানে E_r এবং E_l এর লব্ধি x-অক্ষের সঙ্গে θ কোণ উৎপন্ন করে।



চিত্র-3·25

E_r ও E_l এর দশা পার্থক্য থাকায় $\vec{E}$ এর আন্দোলন।

ফ্রেনেল-এর এই তাত্ত্বিক ধারণাকে গাণিতিক বিশ্লেষণ দ্বারা প্রতিষ্ঠিত করা যায়। সমীকরণ (3·9) যেহেতু দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গের সমীকরণ, এবং সমীকরণ (3·10) বামাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গের সমীকরণ, তাই লেখা যায়

$$\vec{E}_r = E_0\left[\hat{i}\cos(k_r z-\omega t)+\hat{j}\sin(k_r z-\omega t)\right]$$

$$\vec{E}_l = E_0\left[\hat{i}\cos(k_l z-\omega t)-\hat{j}\sin(k_l z-\omega t)\right] \qquad \text{.....(3·23)}$$

এখন আপনারা জানেন $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$ এবং $\mu=\dfrac{c}{V}=\dfrac{\nu\lambda_0}{\nu\lambda}=\dfrac{\lambda_0}{\lambda}$

যেখানে $\nu=$ কম্পাংক, λ_0 হল শূন্যমাধ্যমে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

$\therefore k=\dfrac{2\pi\mu}{\lambda_0}$ অর্থাৎ $k_r=\dfrac{2\pi}{\lambda_0}\mu_r,=k\mu_r$ $k_l=\dfrac{2\pi}{\lambda}\mu_l=k\mu_l$

এখন লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ হবে

$$\vec{E}=\vec{E}+\vec{E}_l$$

$$\therefore \vec{E}=\hat{i}E_0\left[\cos(k_r z-\omega t)+\cos(k_l z-\omega t)\right]+\hat{j}E_0\left[\sin(k_r z-\omega t)-\sin(k_l z-\omega t)\right]$$

$$=2\hat{i}E_0\cos\left[(k_r+k_l)\frac{z}{2}-\omega t\right]\cos(k_r-k_r)\frac{z}{2}+2\hat{j}E_0\cos\left[(k_r+k_l)\frac{z}{2}-\omega t\right]\sin(k_r-k_l)\frac{z}{2}$$

$$\therefore \vec{E}=2E_0\cos\left[(k_r+k_l)\frac{z}{2}-\omega t\right]\left[\hat{i}\cos(k_r-k_l)\frac{z}{2}+\hat{j}\sin(k_r-k_l)\frac{z}{2}\right] \qquad \text{.....(3·24)}$$

সুতরাং যখন তরঙ্গ $\vec{E}$ কেলাসে প্রবেশ করছে $z=0$ বিন্দুতে তখন

$$\vec{E} = 2\hat{i}E_0 \cos\omega t = (2E_0 \cos\omega t)\hat{i} \qquad ......(3{\cdot}25)$$

এই সমীকরণ থেকে জানা যায় যে $z = 0$ বিন্দুতে $\vec{E}$-ক্ষেত্র x অক্ষের সমান্তরাল (চিত্র 3·24)। সমীকরণ (3·23) থেকে দেখা যায়) $\vec{E}$-এর উপাংশ দ্বয় $\vec{E}_r$ এবং $\vec{E}_l$ কেলাসের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দু $z = z$-এ সময়ের উপর সমানভাবে নির্ভর করে। এর অর্থ $\vec{E}_r$ এবং $\vec{E}_l$ যে কোনো বিন্দুতে সমদশায় থাকে, আর এজন্য তাদের লব্ধি হবে রৈখিক সমবর্তিত $\vec{E}$ কিন্তু $\vec{E}$-ক্ষেত্র xy-তলে কোন অবস্থানে থাকবে তা আবার নির্ভর করবে z-এর উপর [সমীকরণ (3·24)। যেমন, যদি $z = \dfrac{\pi}{k_r - k_l}$ হয়, তবে

$$\vec{E} = 2E_0 \cos\left[\left(\frac{k_r + k_l}{k_r - k_l}\right)\frac{\pi}{2} - \omega t\right]\hat{j}$$

অর্থাৎ $\vec{E}$-এর অবস্থান হবে y-অক্ষের ধনাত্মক দিকে।

অপর পক্ষে, যদি $z = \dfrac{2\pi}{k_r - k_l}$, তবে

$$\vec{E} = -2E_0 \cos\left[\left(\frac{k_r + k_l}{k_r - k_l}\right)\pi - \omega t\right]\hat{i}$$

অর্থাৎ $z = \dfrac{2\pi}{k_r - k_l}$ অবস্থানে $\vec{E}$ ঘুরে গেছে x-অক্ষের ঋণাত্মক দিকে। আরো লক্ষ করুন, যদি $k_r > k_l$ হয় তবে z বৃদ্ধির সঙ্গে $\hat{j}$-উপাংশ বৃদ্ধি পায় এবং $\hat{i}$-উপাংশ হ্রাস পায়। এর অর্থ $\vec{E}$-এর অভিমুখ x-অক্ষের দিক থেকে y-অক্ষের দিকে সরে যেতে থাকে। অর্থাৎ কেলাস হবে বামাবর্তনী। অপর দিকে $k_l > k_r$ হলে কেলাস হবে দক্ষিণাবর্তনী। $\vec{E}$ দক্ষিণাবর্তী বলে তার ঘূর্ণন কোণ θ কে ধরা হয় ধনাত্মক। এই জন্য

$$\theta = -(k_r - k_l)\frac{z}{2} = -k(\mu_r - \mu_l)\frac{z}{2} = -\frac{\pi z}{\lambda_0}(\mu_r - \mu_l)$$

অতএব যদি কেলাসের বেধ হয় τ, তবে $\vec{E}$ যে-পরিমাণ আবর্তিত হবে তার মান হবে

$$\theta = \frac{\pi\tau}{\lambda_0}(\mu_l - \mu_r) \qquad .....(3{\cdot}26)$$

ফ্রেনেল আপতিত রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গে উপস্থিত দুই বিপরীত আবর্তনী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গকে পরীক্ষামূলক ভাবে বিশ্লিষ্ট করেন যা পরবর্তী অনুচ্ছেদে আলোচনা করা হলো।

{$\vec{E}$-এর দিক নির্ণয় ঃ

সমীকরণ (3·24)-এ $z = z'$ বিন্দুতে

$$\vec{E} = 2E_0 \cos\left[(k_r + k_l)\frac{z'}{2} - \omega t\right]\left[\hat{i}\cos(k_r - k_l)\frac{z'}{2} + \hat{j}\sin(k_r - k_l)\frac{z'}{2}\right]$$

$$\therefore \left|\vec{E}\right|^2 = 4E_0^2 \cos^2\left[k_r + k_l)\frac{z'}{2} - \omega t\right]\left[\cos^2(k_r - k_l)\frac{z'}{2} + \sin^2(k_r - k_l)\frac{z'}{2}\right].$$

$$= 4E_0^2 \cos^2\left[(k_r + k_l)\frac{z'}{2} - \omega t\right].$$

$$\therefore \left|\vec{E}\right| = 2E_0 \cos\left[(k_r + k_l)\frac{z'}{2} - \omega t\right].$$

দেখা যাচ্ছে কোনো এক বিন্দু $z = z^1$-এ $\vec{E}$-এর মান সময়ের উপর নির্ভর করে, অর্থাৎ সময়ের সঙ্গে আন্দোলিত হয় (Oscillates)। $\vec{E}$-এর একক ভেক্টর হলো

$$\hat{E} = \frac{\vec{E}}{\left|\vec{E}\right|} = \hat{i}\cos(k_r - k_l)\frac{z^1}{2} - \hat{j}\sin(k_r - k_l)\frac{z'}{2}.$$

অর্থাৎ $\vec{E}$ এর একক ভেক্টর $\hat{E}$ কোন অভিমুখে হবে তা নির্ভর করে z-এর অবস্থানের উপর। এর অর্থ রৈখিক তরঙ্গ আলোক সক্রিয় মাধ্যমের মধ্যে যতই প্রবেশ করতে থাকবে ততই $\vec{E}$-র অভিমুখ z-অক্ষকে কেন্দ্র করে ঘুরে যেতে থাকবে।}

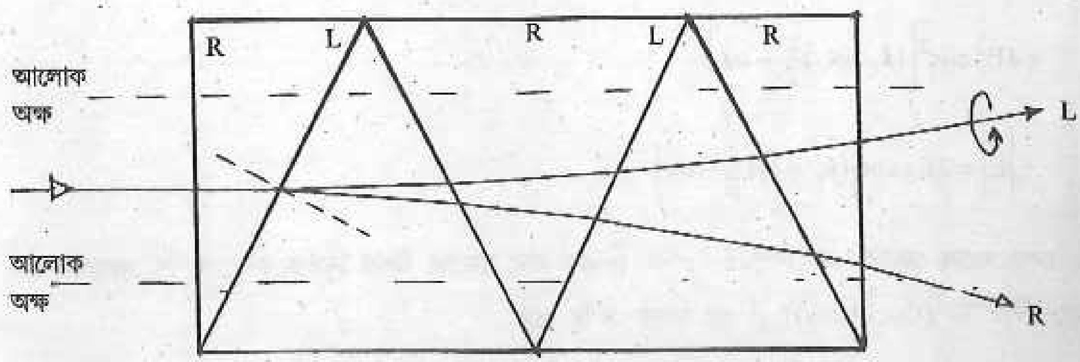
অনুশীলনী-6. একটি আপতিত রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গের শূন্য মাধ্যমে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $600nm$. যদি $\mu_l = 1 \cdot 65209$ এবং $\mu_r = 1 \cdot 48359$ হয় তবে ঐ কেলাসের কত গভীরতায় $\vec{E}$-এর আবর্তন কোণ হবে $90°$?

3.6.2 ফ্রেনেল-তত্ত্বের সত্যতা পরীক্ষা ঃ

নিজের প্রস্তাবিত তত্ত্বকে প্রমাণ করার জন্য ফ্রেনেল একটি যুগ্ম প্রিজম্ (composite prism) ব্যবহার করেন। এই যুগ্ম প্রিজমে্-এর প্রতিটি প্রিজম্ কোয়ার্টস্ কেলাস দ্বারা গঠিত এবং প্রিজম্গুলি এমনভাবে কাটা যে আলোক অক্ষ প্রতিটি প্রিজম্-এর ভূমির সমান্তরাল। অধিকন্তু, এই যুগ্ম প্রিজম্ গঠন করার সময় লক্ষ রাখা হয় যেন একান্তর প্রিজমগুলো যথাক্রমে বামাবর্তনী ও দক্ষিণাবর্তনী হয় (চিত্র-3·26)।

আপতিত রৈখিক সমবর্তিত তরঙ্গে উপস্থিত বিপরীত আবর্তী বৃত্তীয় তরঙ্গদ্বয় প্রথম দক্ষিণাবর্তী কোয়ার্টস্ প্রিজম্-এ প্রবেশ করলে R–এবং L–তরঙ্গের বেগ ভিন্ন হয়ে যায়। প্রথম প্রিজমে দক্ষিণাবর্তী তরঙ্গ বেগ V_r

বামাবর্তী তরঙ্গ বেগ V_l অপেক্ষা বেশি হয়। এখন প্রথম প্রিজমের R–কোয়ার্ৎস সাপেক্ষে দ্বিতীয় প্রিজমের L–কোয়ার্ৎসের প্রতি সরাংক $_r\mu_l$ হবে, $_r\mu_l = \dfrac{\mu_l}{\mu_r} = \dfrac{\frac{c}{V_l}}{\frac{c}{V_r}} = \dfrac{V_r}{V_l} > 1$। $\therefore\ \mu_l > \mu_r$



চিত্র-3·26

ফ্রেনেল যুগ্ম প্রিজম–R–3L–বৃত্তীয় আলোর বিভাজন।

অতএব দক্ষিণাবর্তী আলোর নিকট প্রথম মাধ্যম সাপেক্ষে দ্বিতীয় মাধ্যম ঘণতর। এই জন্য স্নেলের সূত্রানুযায়ী R–আলো অভিলম্বের দিকে সরে আসে। অপর দিকে বামাবর্তী আলোর ক্ষেত্রে R–প্রিজ্‌মে বেগ অপেক্ষা L–প্রিজ্‌মে বেগ বেশি। এর অর্থ বামাবর্তী আলোর ক্ষেত্রে $\dfrac{V_r}{V_l} < 1$ (মনে রাখা দরকার $V_r = R$ মাধ্যমে বেগ $V_l = L$ মাধ্যমে বেগ), অতএব $\mu_l < \mu_r$ [$\mu_l = L$-মাধ্যমের প্রতিসরাংক, $\mu_r = R$ মাধ্যমের μ]! অতএব স্নেলের সূত্রানুযায়ী বামাবর্তী আলো অভিলম্ব থেকে দূরে সরে যাবে। ফলে R–ও L–তরঙ্গের মধ্যে কৌণিক বিভাজন সৃষ্টি হবে। এভাবেই প্রতিটি বিভেদ তলে R–ও L–তরঙ্গ পরস্পর থেকে দূরে সরে যেতে থাকবে। যদি R– ও L– তরঙ্গের বেগের ভিন্নতা সৃষ্টি না হত তবে R–ও L–তরঙ্গের এরূপ বিপরীত প্রতিসরণ ঘটত না এবং তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে কৌণিক বিভাজনও ঘটত না। অতএব, ফ্রেনেল-এর প্রস্তাবিত তত্ত্ব সঠিক বলে প্রমাণিত হল। কিন্তু $\vec{E}$-এর আবর্তন কীভাবে পরিমাপ করা হবে? পরবর্তী অনুচ্ছেদে এই বিষয়টি আলোচ্য।

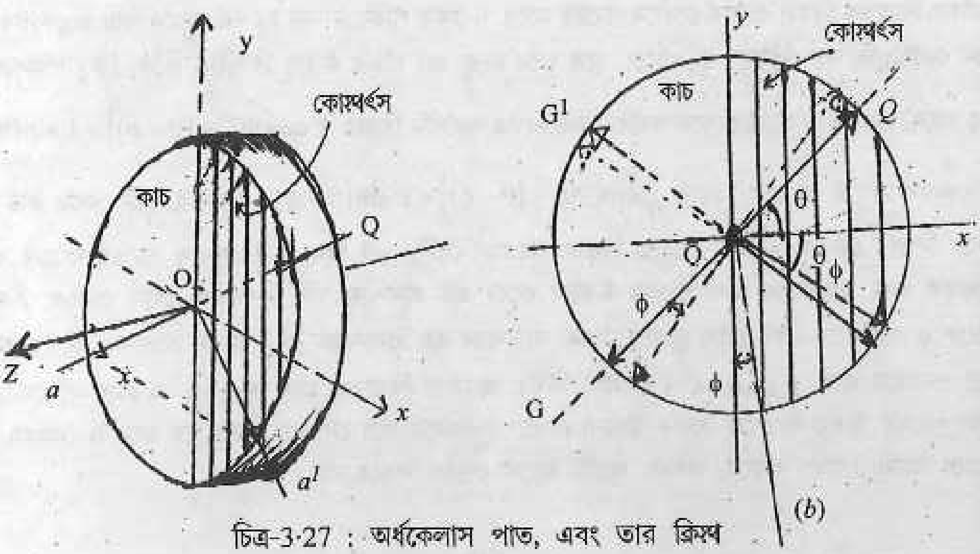
3.6.3 পোলারিমিটার (Polarimeter)

আপনারা পূর্ববর্তী কয়েকটি অনুচ্ছেদে জেনেছেন, কিছু কিছু মাধ্যম আছে যার মধ্য দিয়ে সমতলীয় সমবর্তিত আলো গমন করলে নির্গত আলোর সমবর্তন-তল আপতন সমবর্তন-তল সাপেক্ষে আবর্তিত হয়। এই আবর্তনের পরিমাণ যেমন মাধ্যমের বিশেষের উপর নির্ভর করে, তেমনি তা নির্ভর করে মাধ্যমের বেধের উপর। কোনো পদার্থ

কতটা আবর্তন ঘটায় সেটা জানার জন্য যে যন্ত্রের ব্যবহার করা হয় তাকে বলে পোলারি মিটার (Polarimeter)—সমবর্তন তলের ঘূর্ণন পরিমাপক। আপনারা জেনেছেন যে নিকল প্রিজ্‌মের প্রধানছেদ বা নিঃসরণ তল (Transmission plane) যদি সমবর্তন তলের অভিলম্বে থাকে তবে সমবর্তিত আলো নিকল প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়ে গমন করতে পারে। যদি সমবর্তন তল আবর্তিত হয় তবে নিকল প্রিজ্‌মকে সমপরিমাণ আবর্তন করলে নিঃসরণ তল পুনঃরায় সমবর্তনতলের অভিলম্বে আসবে এবং আলো প্রিজ্‌ম্ অতিক্রম করবে। নিকল প্রিজ্‌মের আবর্তন পরিমাপ করতে পারলে তবেই সমবর্তন তলের অবস্থান জানা হলো।

পোলারিমিটারের নীতি ঃ

একটি উৎস থেকে আলোকে একটি সমবর্তক নিকল প্রিজ্‌মের মধ্য দিয়ে প্রেরণ করতে হবে (চিত্র 3·28) অতএব এই নিকল থেকে নির্গত আলো সমতলীয় সমবর্তিত। কিছু দূরে অপর একটি বিশ্লেষক নিকল প্রিজ্‌ম্ স্থাপন করতে হবে। বিশ্লেষকের প্রধান ছেদ যদি সমবর্তকের প্রধান ছেদের সমান্তরাল হয় তবে আলো বিশ্লেষক থেকে নিঃসৃত হবে। এই আলো স্বল্প ফোকাস দৈর্ঘ্যের দূরবীক্ষণের দৃষ্টি ক্ষেত্রকে সর্বাধিক উজ্জ্বল করবে। অথবা যদি এই অবস্থান থেকে বিশ্লেষককে 90° আবর্তিত করা যায় তবে দূরবীক্ষণের দৃষ্টিক্ষেত্র অন্ধকারাচ্ছন্ন হবে। এখানে সমস্যা হল এই যে নিকল প্রিজ্‌ম্ আবর্তন করতে থাকলে একটা পরিমিত পাল্লার মধ্যে উজ্জ্বলতার বা অন্ধকার অবস্থার হেরফের চিহ্নিত করা দুরূহ। এই জন্য সমবর্তক থেকে আগত আলোকে দুই ভাগে বিভক্ত করে বিশ্লেষককে প্রেরণ করা হয়। এই দুই আলোর তীব্রতার সমতা স্থাপন করে বিশ্লেষকের অবস্থান চিহ্নিত করা হয়। দুই নিকল প্রিজ্‌মের মাঝখানে আলোক সক্রিয় পদার্থ রাখলে নির্গত আলোর সমবর্তন তল আর বিশ্লেষকের প্রধান ছেদের অভিলম্বে থাকে না। ফলে টেলিস্কোপের দৃষ্টি ক্ষেত্রে আলোর সমতা নষ্ট হয়। তখন বিশ্লেষককে আবর্তিত করে পুনরায় আলোর উজ্জ্বলতার সমতা প্রতিষ্ঠা করতে হয়। এই সমতা প্রতিষ্ঠার জন্য নিকলের প্রয়োজনীয় আবর্তনই হল আলোক সক্রিয় পদার্থ কর্তৃক আলোর সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের মান।



চিত্র-3·27 : অর্ধকেলাস পাত, এবং তার ক্রিয়া

আলোর বিভাজনের জন্য একটি অর্ধ-কেলাস পাত (half-shade plate) ব্যবহার করা হয়। এই পাতটি বৃত্তাকার যার একটি অর্ধ সাধারণ কাচ এবং অন্য অর্ধ কোয়ার্ৎস্ কেলাস দ্বারা গঠিত। কাচ ও কেলাসের বেধ সমান এবং কেলাসের আলোক অক্ষ উহার তলের এবং কাচ ও কেলাসের বিভেদ রেখার সমান্তরাল (চিত্র-3·27)।

অর্ধ-কেলাস পাতের ক্রিয়া ঃ

ধরা যাক, সমতলীয় সমবর্তিত একগুচ্ছ আলোক রশ্মি z-অক্ষের সমান্তরালে, কেলাসের আলোক-অক্ষের লম্বভাবে অর্ধ-কেলাস পাতের উপর আপতিত হলো। ধরা যাক, রশ্মিগুচ্ছের কম্পনভেক্টর গুলি আপতন তলে Ox-অক্ষের সঙ্গে θ কোণ উৎপন্ন করে। এরূপ আপতন ভেক্টর একটি হল GQ. কাচের মধ্য দিয়ে $\overleftrightarrow{GQ}$ নিজের সমান্তরালে নির্গত হবে। কিন্তু কেলাসের মধ্যে কম্পন ভেক্টরটি O-এবং E রশ্মির কম্পন ভেক্টরে পরিণত হবে। O-তরঙ্গ কোয়ার্ৎস্-এ E-তরঙ্গের তুলনায় অধিক বেগে গমন করে। কেলাসের বেধ এরূপ নেওয়া হয় যেন নিষ্ক্রান্ত O-এবং E-তরঙ্গের পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ বা দশা পার্থক্য π হয়। ফলে আপতন প্রান্তের কম্পন ভেক্টর $\overrightarrow{GQ}$ কেলাসের মধ্যে 2θ ঘুরে গিয়ে $\overrightarrow{G'Q'}$ অবস্থান গ্রহণ করে (দেখুন অনুচ্ছেদ 3·3·2, চিত্র-3·9 এবং চিত্র-3·22)।

এখন কাচের মধ্যে কম্পন ভেক্টর $\vec{E}$-এর আলোক অক্ষ বরাবর উপাংশ $E\cos(90^\circ - \theta) = E\sin\theta$. যদি নিকল প্রিজম্-এর প্রধান ছেদ বা নিঃসরণ তল আলোক অক্ষের সমান্তরাল হয় তবে নিকল অতিক্রমকারী তরঙ্গের বিস্তার হল $E\sin\theta$. আবার কেলাসের মধ্যে কম্পন ভেক্টর $\vec{E}$-ও আলোক অক্ষের সঙ্গে $90^\circ - \theta$ কোণ উৎপন্ন করে এবং তার নিঃসরণ উপাংশ $E\cos(90^\circ - \theta) = E\sin\theta$. অর্থাৎ কেলাসের মধ্যে দিয়ে যে তরঙ্গ নির্গত হয় সে তরঙ্গের বিস্তারও $E\sin\theta$. এই জন্য বিশ্লেষক নিকল প্রিজমের পশ্চাতে দূরবীণের দৃষ্টি ক্ষেত্রে অর্ধ-কেলাস পাতের উভয় অংশকে সমান উজ্জ্বল দেখাবে।

এবার বিশ্লেষক নিকল ও অর্ধ-কেলাস পাতের মাঝে আলোক সক্রিয় মাধ্যম স্থাপন করলে কাচ ও কেলাস নির্গত কম্পন ভেক্টরগুলি সমপরিমাণে ϕ কোণে ঘুরে যাবে (ধরা হল ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে; কিন্তু দক্ষিণাবর্তে-ও ঘুরতে পারে)। অতএব আলোক অক্ষ বরাবর কাচ নির্গত আলোর বিস্তার $E\cos[90^\circ - (\theta + \phi)] = E\sin(\theta + \phi)$ এবং কেলাস নির্গত আলোর বিস্তার $E\cos[90^\circ - (\theta - \phi)] = E\sin(\theta - \phi)$। অতএব, দৃষ্টি ক্ষেত্রে কাচ নির্গত আলোর বিস্তার কেলাস-নির্গত আলোর বিস্তার অপেক্ষা বেশি। এই জন্য অর্ধ-কেলাস পাতের কাচের অর্ধাংশ উজ্জ্বলতর এবং কেলাসের অর্ধাংশ কম উজ্জ্বল হবে। এই অবস্থায় যদি নিকলের প্রধান ছেদকে z-অক্ষের সাপেক্ষে ϕ পরিমাণে একই দিকে ঘুরিয়ে দেওয়া যায় তবে এই প্রধানছেদ বা নিঃসরণ তলে কাচ নির্গত আলোর বিস্তার পুনঃরায় হবে $E\sin\theta$ এবং কেলাস নির্গত আলোর বিস্তারও হবে $E\sin\theta$ অতএব দৃষ্টিক্ষেত্রে অর্ধ কেলাস পাতের উভয় অংশকে সমান উজ্জ্বল দেখাবে। এখানে ধরে নেওয়া হয়েছে যে কাচ ও কেলাস সমান পরিমাণে আলো শোষণ করবে, অথবা, আদৌ আলো শোষণ করবে না।

আলোক-সক্রিয় মাধ্যম স্থাপনের পূর্বে ও পরে দৃষ্টিক্ষেত্রে অর্ধ-কেলাস পাতের উভয় অংশের সমান উজ্জ্বলতার অবস্থানে স্থাপিত নিকল প্রিজমের পাঠের পার্থক্য হল আলোক-সক্রিয় মাধ্যমদ্বারা সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের পরিমাণ।

এই পোলারি মিটারকে বলে অর্ধ-কেলাসপাত পোলারিমিটার (Half shade polarimeter)। এই পোলারিমিটার ব্যবহার করে চিনির দ্রবণের গাঢ়তা নির্ণয় করাও হয়। তখন একে বলে স্যাকারি মিটার (sachharimeter) বা শর্করামাপী।

3.6.4 চিনির দ্রবণের গাঢ়তা পরিমাপ :

যেহেতু পোলারিমিটারের সাহায্যে আলোক সক্রিয় মাধ্যম কর্তৃক সমবর্তিত আলোর সমবর্তন তলের আবর্তন পরিমাপ দ্বারা দ্রবণের গাঢ়তা নির্ণয় করা হবে, তাই এই ঘূর্ণনের সঙ্গে গাঢ়তার সম্পর্ক নির্ণয় করা দরকার। পরীক্ষা করে দেখা গেছে একই ঘণত্বের (m) আলোক-সক্রিয় দ্রবণের বেধের (l) সঙ্গে সমবর্তন তলের ঘূর্ণনের (θ) পরিমাণ সমানুপাতী। আবার বিভিন্ন ঘণত্বের কিন্তু একই বেধের দ্রবণের ক্ষেত্রে এই ঘূর্ণন ঘণত্বের সমানুপাতী।

অতএব $\theta \propto l$ যখন m স্থির

$\propto m$ যখন l স্থির

$\therefore \ \theta \propto lm$ যখন l, m পরিবর্তনশীল।

বা $\theta = sml$

যেখানে s = অণুপাতের ধ্রুবক। একে বলে আলোক সক্রিয় মাধ্যমের ঘূর্ণনাংক (specific rotation)। ঘূর্ণনাংকের সংজ্ঞা হল : এক ডেসিমিটার বেধের দ্রবণের এক ঘন সেন্টিমিটারে যদি এক গ্রাম আলোকসক্রিয় দ্রাব থাকে তবে সেই দ্রবণ সমবর্তন তলের যে ঘূর্ণন ঘটায় তাকে বলে ঐ আলোক সক্রিয় বস্তুর ঘূর্ণনাংক বা আপেক্ষিক ঘূর্ণন।

অতএব m হল m $gm/c.c.$ এবং l হল l ডেসিমিটার। যদি l সেন্টিমিটার পরিমাপ করা হয় তবে $\theta = \frac{sml}{10}$

যদি 100 $c.c.$ দ্রবণে c gm বস্তু থাকে তবে $m = \frac{c}{100}$

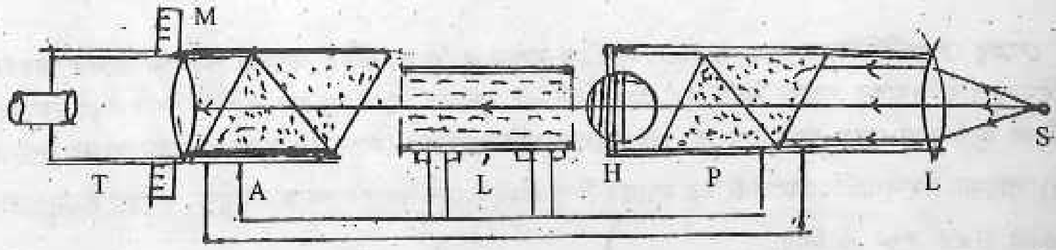
এবং $$\theta = \frac{slc}{1000} \qquad .....(3\cdot27)$$

বা $$s = \frac{1000\theta}{lc} \qquad .....(3\cdot28)$$

সমীকরণ (3·28)-এর সাহায্যে কোনো আলোক সক্রিয় মাধ্যমের ঘূর্ণনাংক নির্ণয় করা যায়। এবং 's' জানা থাকলে দ্রবণের গাঢ়তাও ঐ সমীকরণ দ্বারা নির্ণয় করা যায়।

পরীক্ষা ব্যবস্থা ঃ

যে পোলারিমিটার ব্যবহার করা হয় তার সমবর্তক প্রিজম্ (P) এর (চিত্র-3·28) সম্মুখে থাকে একটি একবর্ণী আলোক উৎস (S), যাকে স্থাপন করা হয় একটি অভিসারী লেন্সের (L) ফোকাসে। সমবর্তকের পর থাকে অর্ধ-কেলাস পাত (H)। পর্যবেক্ষণের জন্য কিছুটা ব্যবধানে সমাক্ষীয় ভাবে স্থাপন করা হয় বিশ্লেষক নিকল প্রিজম্ (A) এবং নিকলটি থাকে স্বল্প ফোকাস দৈর্ঘ্যের লেন্স যুক্ত টেলিস্কোপ (T)-এর দৃষ্টিক্ষেত্রে। P নিকল ও A নিকলের মাঝখানে যে ব্যবধান রাখা হয় সেখানে পরীক্ষাধীন দ্রবণকে একটি সরু এবং মোটামুটি 20 সেমি দৈর্ঘ্যের কাচ নলে (L′) ভরে অণুভূমিক ভাবে ও সমাক্ষীয় ভাবে স্থাপন করা হয়।



চিত্র-3·28 : দ্রবণের গাঢ়তা নির্ণয়।

দ্রবণ ভর্তি নলটি পোলারিমিটারের ধারকের উপর স্থাপন করার পূর্বে বিশ্লেষক প্রিজম A-এর নিঃসারণ তলকে সমবর্তন তলের অভিলম্বে স্থাপন করে অর্ধ-কেলাস পাতের উভয়াংশের উজ্জ্বলতাকে সমান করা হয়। স্কেল M-এ A প্রিজমের এই অবস্থানের পাঠ নেওয়া হয়। এর পর দ্রবণ ভর্তি নলটিকে দূরবীক্ষণ, অর্ধকেলাসপাত ও লেন্স L-এর সমাক্ষীয় ভাবে স্থাপন করলে দূরবীক্ষণের দৃষ্টি ক্ষেত্রে অর্ধকেলাসপাতের প্রতিবিম্বের দুই অংশের উজ্জ্বলায় হের ফের ঘটবে তা এই অবস্থায় বিশ্লেষক A-কে ধীরে ধীরে যথাযোগ্য অভিমুখে আবর্তন করে পুনরায় অর্ধকেলাসের উভয়াংশে সমান উজ্জ্বলতা পাওয়া যায়। M স্কেলের দ্বিতীয় পাঠ ও প্রথম পাঠের ব্যবধান হল সমবর্তন তলের আবর্তণ কোণ। অত:পর m ও l-এর পরিমাপ-করা মান বসিয়ে সমীকরণ (3·28) থেকে ঘূর্ণন গুনাংক s নির্ণয় করা যায়।

অনুশীলনী-7. চিনির ঘূর্ণন গুণাংক 66° সেমি/গ্রাম হলে এবং বিশ্লেষক প্রিজমকে যদি 120° ঘোরাতে হয় তবে দ্রবণের ঘণত্ব নির্ণয় করুন, যখন দ্রবণটি 20 সেমি দৈর্ঘ্যের নলে রাখা হয়।

3.7. সার-সংক্ষেপ ঃ

- আলোক তরঙ্গ তড়িচ্চুম্বকীয় হলেও তড়িৎ ক্ষেত্র ভেক্টরের কম্পনজাত তরঙ্গই আলোক তরঙ্গ এবং তাই আলোক তরঙ্গের কম্পন ভেক্টর হল কম্পনশীল $\vec{E}$-ক্ষেত্র। অসমবর্তিত আলোতে $\vec{E}$ ভেক্টর অগ্রগমন দিকের চতুঃপার্শে সমানভাবে বন্টিত থাকে।

● আলোর সমবর্তন হল তরঙ্গের অগ্রগমন রেখা সাপেক্ষে $\vec{E}$ -ক্ষেত্রের অপ্রতিসম বন্টন। যখন এই বন্টনে $\vec{E}$ ক্ষেত্র ভেক্টর বা আলোর কম্পন ভেক্টর অগ্রগমন রেখাগামী একটি তলে নিবদ্ধ থাকে তখন বলা হয় আলোর সমতলীয় সমবর্তন ঘটেছে।

● যখন কম্পন ভেক্টর স্বাভাবিক আলোর মত অগ্রগমন রেখা সাপেক্ষে সমানভাবে বন্টিত থাকলেও যদি সিকি-তরঙ্গ পাত অতিক্রম করলে সমতলীয় সমবর্তন ঘটে তবে ঐ তরঙ্গ হল বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ।

● যদি কম্পন ভেক্টরের বন্টন এমন হয় যে কোনো একদিকে কম্পন ভেক্টর সর্বোচ্চ উজ্জ্বলতা দেয় এবং তার অভিলম্ব দিকে সর্বনিম্ন (শূন্য নয়) উজ্জ্বলতা দেয় তবে এই তরঙ্গ উপবৃত্তীয় সমবর্তিত। সিকি তরঙ্গ পাতের সাহায্যে উপবৃত্তীয় তরঙ্গকে সমতলীয় তরঙ্গে পরিণত করা যায়

● রৈখিক বা বৃত্তীয় সমবর্তন হল উপবৃত্তীয় সমবর্তনের বিশেষ ক্ষেত্র।

● কিছু কেলাস আছে যার মধ্যে যুগ্ম প্রতিসরণ ঘটে যার একটি প্রতিসরণ স্নেলের সূত্র মেনে চলে, অন্যটি মানে না। যে প্রতিসৃত তরঙ্গ স্নেলের সূত্র মানে তাকে বলে স্বাভাবিক বা সাধারণ তরঙ্গ (Ordinary wave) এবং এর সংশ্লিষ্ট রশ্মিকে বলে সাধারণ রশ্মি (Ordinary Ray or O-ray) বা O-রশ্মি। অন্যটিকে বলে অস্বাভাবিক বা অসাধারণ তরঙ্গ (extraordinary wave) এবং সংশ্লিষ্ট রশ্মি হল অস্বাভাবিক রশ্মি (extraordinary ray or E-ray) বা E-রশ্মি।

● প্রতিফলনে ও প্রতিফলিত রশ্মিকে সম্পূর্ণ সমতলীয় সমবর্তিত করা যায় যদি আলো একটি বিশেষ কোণে আপতিত হয়। এই কোণকে বলে সমবর্তন কোণ θ_p, এমন যে $\tan\theta_p = \mu$

● পর পর বহুসংখ্যক পাতে প্রতিফলন ঘটিয়ে প্রতিসৃত রশ্মিকে সম্পূর্ণ সমতলীয় সমবর্তিত করা যায়। এই পাত স্তবককে বলে সমবর্তক স্তূপ ফলক।

● যেসব কেলাসের মধ্য দিয়ে সাধারণ তরঙ্গের বেগ অস্বাভাবিক তরঙ্গের বেগ অপেক্ষা বেশি তাদের বলে ধনাত্মক কেলাস। অপর পক্ষে যদি O-তরঙ্গের বেগ $V_o < V_e$ হয় তবে তেমন কেলাসকে বলে ঋণাত্মক কেলাস। উভয় কেলাসের আলোক অক্ষ বরাবর $V_o = V_e$.

● নিকল প্রিজম হল বেধের প্রায় তিনগুণ দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট ক্যালসাইট কেলাস। এই কেলাসের সাহায্যে সহজে অসমবর্তিত আলোকে সমবর্তিত করা যায় এবং সমবর্তিত আলোকে বিশ্লেষণ করা যায়।

● বিশেষ বিশেষ সমবর্তক ব্যবস্থাকে বলে পোলারয়েড।

● ম্যালাসের সূত্র : $I(\theta) = I_o \cos^2\theta$

যেখানে $\theta =$ বিশ্লেষকের উত্তরণ অক্ষের সঙ্গে সমবর্ত'ন তলের ধৃত কোণ, $I(\theta) = \theta$-কোণে আনত বিশ্লেষকে সমবর্তিত আলোর তীব্রতা এবং $I_0 =$ যখন সমবর্তন তল ও বিশ্লেষকের উত্তরণ তল সমান্তরাল তখন সমবর্তিত আলোর তীব্রতা।

● কিছু বিশেষ বিশেষ বেধের কেলাস O-তরঙ্গ ও E-তরঙ্গের মধ্যে দশা পার্থক্য ঘটায়। এদের বলে গতিমন্দক পাত (Retardation plates) কারণ এই পাতের মধ্য দিয়ে গমন কালে O-এবং E-রশ্মির বেগের হের ফের ঘটে।

● যখন গতিমন্দক পাত O-ও E-তরঙ্গের মধ্যে 2π দশা পার্থক্য ঘটায় বা λ পথ পার্থক্য ঘটায় তখন ঐ পাতকে বলে পূর্ণতরঙ্গ পাত। যখন দশাপার্থক্য π বা পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ তখন গতিমন্দক পাতকে বলে অর্ধতরঙ্গ পাত এবং যখন এই দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ বা দশা পার্থক্য $\frac{\lambda}{4}$, তখন এই পাতকে বলে সিকিতরঙ্গ পাত।

● কিছু পদার্থ আছে যাদের মধ্য দিয়ে সমবর্তিত আলো গমন করলে সমবর্তন তলের আবর্তন ঘটে। এই ঘটনাকে বলে পদার্থের আলোক সক্রিয়তা। যে সব পদার্থ আলোক সক্রিয়তা ঘটায় তাদের বলে আলোক সক্রিয় পদার্থ।

● এরূপ ঘূর্ণনের কারণ হিসেবে ফ্রেনেল তত্ত্ব হল এই যে—সমতলীয় সমবর্তিত তরঙ্গ এরূপ আলোকসক্রিয় মাধ্যমে প্রবেশ করলে তা দুটি বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গে পরিণত হয়, একটি দক্ষিণাবর্তী এবং অন্যটি বামাবর্তী। এই দুই তরঙ্গ ভিন্ন গতিবেগে আলোক সক্রিয় মাধ্যম অতিক্রম করে। ফলে তাদের মধ্যে দশা পার্থক্য ঘটে। দুটি ভিন্ন দশার বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ নির্গত হয়ে যে লব্ধি তরঙ্গ সৃষ্টি করে তার তরঙ্গ তল কিছুটা আবর্তিত হয়।

● পোলারিমিটার দিয়ে সমবর্তন তলের ঘূর্ণন পরিমাপ করা যায়। চিনির দ্রবণ আলোক সক্রিয় হওয়ায় পোলারিমিটারের সাহায্যে দ্রবণের গাঢ়তা নির্ণয় করা যায়। তখন পোলারিমিটারকে বলে শর্করামাপী বা স্যাকারিমিটার (sachhari meter)।

3.8. সর্বশেষ প্রশ্নাবলি ঃ

1. নীচের তরঙ্গগুলির সমবর্তন বিষয়ে আলোচনা করুন ঃ

(i) $\vec{E}=\hat{i}E_0\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}-vt\right)-\hat{j}E_0\sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda}-vt\right)$

(ii) $\vec{E}=\hat{i}E_0\cos(\omega t-kz)+\hat{j}E_0\cos\left(\omega t-kz+\frac{\pi}{2}\right)$

(iii) $\vec{E}=\hat{i}E_0\sin(\omega t-kz)+\hat{j}E_0\sin\left(\omega t-kz-\frac{\pi}{4}\right)$

2. জলে নিমজ্জিত একটি কাচের ফলকের ব্রুস্টার কোণ কত হবে? প্রদত্ত থাকে যে জলের ও কাচের প্রতিসরাংক যথাক্রমে 1·33 এবং 1·55.

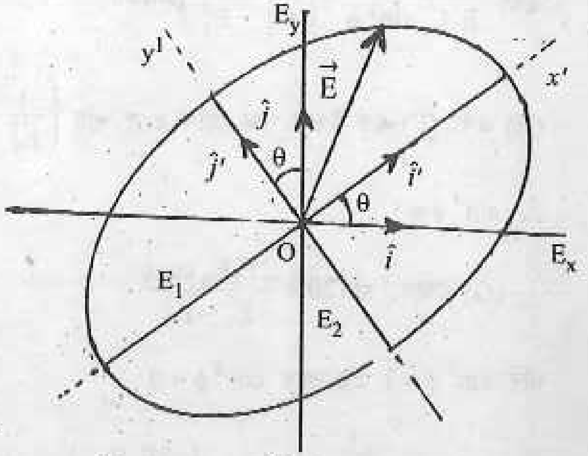
3. দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত আলোকে কীরূপে বামাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত আলোতে পরিণত করা যায়?

4, নিকল প্রিজ্‌ম্‌-এর কানাডা বালসাম স্তরে একটি সাধারণ আলোক রশ্মির সংকট কোণের মান নির্ণয় করুন।

5. কোনো রৈখিক সমবর্তিত আলোক তরঙ্গ কোনো আদর্শ সমবর্তকের উপর এমনভাবে আপতিত হয় যে কম্পন ভেক্টর নিঃসরণ তলের সঙ্গে 60° কোণ উৎপন্ন করে। সমবর্তক শতকরা কতটা উজ্জ্বলতা সঞ্চারিত করবে?

3.9. অণুশীলনীর সমাধান ও উত্তর :

1. চিত্র-3·29-এ



চিত্র-3·29

$$\vec{E} = \hat{i}E_x + \hat{j}E_y = \hat{i}'x' + \hat{j}'y'$$

এখন $\hat{i}\cdot\hat{i}' = \cos\theta, \hat{j}\cdot\hat{j}' = \cos\theta$

এবং $\hat{i}\cdot\hat{j}' = \cos(90^\circ+\theta) = -\sin\theta$

$$\hat{j}\cdot\hat{i}' = \cos(90^\circ-\theta) = \sin\theta$$

$$\therefore x' = \hat{j}'\hat{i}E_x + \hat{j}'\cdot\hat{j}E_y$$

$$x' = E_x\cos\theta + E_y\sin\theta$$

এবং $\left.y' = \hat{j}'\hat{i}\,E_x + \hat{j}'\cdot\hat{j}E_y = -E_x\sin\theta + E_y\cos\theta\right\}$ (A)

এখন (x', y') স্থানাংক সাপেক্ষে উপবৃত্তের সমীকরণ হল $\frac{x'^2}{E_1^2} + \frac{y'^2}{E_2^2} = 1$ ....(B)

এবং $E_x - E_y$ নির্দেশাংকে উপবৃত্তের সমীকরণ হলো।

$$\frac{E_x^2}{E_1^2} + \frac{E_y^2}{E_2^2} - 2\left(\frac{E_xE_y}{E_1E_2}\right)\cos\phi = \sin^2\phi$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{E_1^2\sin^2\phi}\right)E_x^2 + \left(\frac{1}{E_1^2\sin^2\phi}\right)E_y^2 - \left(\frac{2\cos\phi}{E_1E_2\sin^2\phi}\right)E_xE_y = 1 \quad \text{........(C)}$$

কিন্তু (A) এবং (B) থেকে $\frac{(E_x\cos\theta + E_y\sin\theta)^2}{E_1^2} + \frac{(-E_x\sin\theta + E_y\cos\theta)^2}{E_2^2} = 1$

$$\Rightarrow \left(\frac{\cos^2\theta}{E_1^2} + \frac{\sin^2\theta}{E_2^2}\right)E_x^2 + \left(\frac{\sin^2\theta}{E_2^2} + \frac{\cos^2\theta}{E_2^2}\right)E_y^2 - \left[\left(\frac{1}{E_1^2} - \frac{1}{E_1^2}\right)\sin 2\theta\right]E_\alpha E_y = 1 \quad \text{........(D)}$$

অতএব (C) ও (D)-এর মধ্যে তুলনা করে পাওয়া যায়

$$\frac{1}{E_1^2\sin^2\phi}=\frac{\cos^2\theta}{E_1^2}+\frac{\sin^2\theta}{E_2^2} \qquad \text{........(E)}$$

$$\frac{1}{E_2^2\sin^2\phi}=\frac{\sin^2\theta}{E_1^2}+\frac{\cos^2\theta}{E_2^2} \qquad \text{........(F)}$$

এবং $$\frac{2\cos\phi}{E_1E_2\sin^2\phi}=\left(\frac{1}{E_2^2}-\frac{1}{E_1^2}\right)\sin 2\theta \qquad \text{........(G)}$$

(E) এবং (F)-এর উভয় পক্ষ যোগ করে পাই $\left(\frac{1}{E_1^2}+\frac{1}{E_2^2}\right)\frac{1}{\sin^2\phi}=\frac{1}{E_1^2}+\frac{1}{E_2^2}$

$\therefore\ \sin^2\phi=1$

$\therefore$ (G) থেকে, $\sin 2\theta=\frac{2E_1E_2\cos\phi}{E_1^2-E_2^2}$

যদি $\sin^2\phi=1$ হয় তবে $\cos^2\phi=0$

এবং $\cos 2\theta=1-\sin^2 2\theta=1-\left(\frac{2E_1E_2}{E_1^2-E_2^2}\right)^2\cos^2\phi=1$

$$\therefore\ \tan 2\theta=\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}=\sin 2\theta=\frac{2E_1E_2\cos\phi}{E_1^2-E_2^2}$$

2. অণুচ্ছেদ 3·4·3 দেখুন।

3. Z-অক্ষ অভিমুখে যে তরঙ্গ গমন করছে তার $\vec{E}$ ক্ষেত্রকে দুটি উপাংশে ভাগ করা চলে। একটি থাকবে *xz*-তলে, অপরটি *yz*-তলে। যদি *xz* তলের সঙ্গে $\vec{E}$-এর কৌণিক অবস্থান হয় θ তবে, *xz* তলে কম্পন বিস্তার হবে $E_0\cos\theta$ এবং *yz* তলে কম্পন বিস্তার হবে $E_0\sin\theta$. অতএব *xz* তলে $\vec{E}$-ক্ষেত্রের তরঙ্গ হবে

$$E(x,t)=(E_0\cos\theta)\cos(kz-\omega t+\phi)$$

অনুরূপে *yz* তলে $\vec{E}$-ক্ষেত্রের তরঙ্গ হবে

$$E(y,t)=(E_0\sin\theta)\cos(kz-\omega t+\phi)$$

অতএব মূল তরঙ্গ হবে $\vec{E} = \hat{i}\,E(x,t) + \hat{j}\,E(y,t)$

$$= \left[\left(E_0 \cos 30^\circ\right)\hat{i} + \left(E_0 \sin 30^\circ\right)\hat{j}\right]\cos(kz - \omega t + \phi)$$

$$= \left[\left(\frac{\sqrt{3}E_0}{2}\right)\hat{i} + \left(\frac{E_0}{2}\right)\hat{j}\right]\cos(kz - \omega t + \phi)$$

$$= \left(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}\right)\frac{E_0}{2}\cos(kz - \omega t + \phi)$$

[যদি প্রাথমিক ও সীমাস্থ শর্ত হয় $\vec{E} = 0$ যখন $t = 0$ এবং $z = 0$ তাহলে

$0 = \cos\phi$ বা $\phi = \frac{\pi}{2}$

$$\therefore\ \vec{E} = \left(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}\right)\frac{E_0}{2}\cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= A\cos\left[\frac{\pi}{2} - (\omega t - kz)\right]$$

$$= A\sin(\omega t - kz)$$

বা $\vec{E} = \left(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}\right)\frac{E_0}{2}\sin(kz - \omega t)$]

4. দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ হল $\vec{E}(z,t) = E_0\left[\hat{i}\cos(kz - \omega t + \phi) + \hat{j}\sin(kz - \omega t + \phi)\right]$

শর্তানুসারে $\vec{E}(0,0) = -\hat{j}|E| = -\hat{j}\,E_0$

$\therefore -\hat{j}E_0 = E_0\left[\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\sin\phi\right].$

বা $-E_0 = E_0\left[\hat{j}\cdot\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\cdot\hat{j}\sin\phi\right].$

বা, $\sin\phi = -1$ $(\because \hat{i}.\hat{j} = 0,)$ $\therefore \phi = \frac{3\pi}{2}.$

অতএব অভীষ্ট সমীকরণ হল $\vec{E}(z,t) = E_0\left[\hat{i}\sin(kz - \omega t) - \hat{j}\cos(kz - \omega t)\right].$

5. অর্ধ তরঙ্গ পাতের বেধ t হলে $t(\mu_0 \sim \mu_e) = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$

যখন $t = t_{\min}$, $n = 0$. $\therefore$ $\mu_0 \sim \mu_e = \frac{\lambda}{2t} = \frac{600 \times 10^{-9}}{2 \times 60 \times 10^{-6}} = 0 \cdot 005$

6. $\theta = \frac{\pi t}{\lambda_0}(\mu_l - \mu_r)$ হল t গভীরতায় $\vec{E}$ ক্ষেত্রের ঘূর্ণন কোণ।

$$\therefore\ t = \frac{\lambda_0 \theta}{\pi(\mu_l - \mu_r)} = \frac{600 \times 10^{-9} \times \frac{\pi}{2}}{\pi(1 \cdot 65207 - 1 \cdot 48359)} = \frac{600 \times 10^{-9}}{2 \times 0 \cdot 16848} = 1 \cdot 78\ nm.$$

7. $s = \frac{1000\theta}{lc}$ $\therefore c = \frac{1000}{l} \times \frac{\theta}{s} = \frac{1000}{20} \times \frac{12}{66} = 9 \cdot 091$

$m = \frac{c}{100} = \frac{9 \cdot 091}{100} = 0 \cdot 091,\ \ gm.cm^{-3}$

3.10. সর্বশেষ প্রশ্নাবলির সমাধান ও উত্তর ঃ

1. (i) $\vec{E} = \hat{i}E_0 \sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - vt\right) - \hat{j}E_0 \sin 2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - vt\right)$

$$= \hat{i}E_0 \sin(kz - \omega t) - \hat{j}E_0 \sin(kz - vt)$$

$$\vec{E} = \hat{i}E_0 \cos\left(kz - \omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \hat{j}E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore E_x = E_0 \cos\left(kz - \omega t - \frac{\pi}{2}\right),\ E_y = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\vec{E}$-ক্ষেত্রের x– ও y– উপাংশের বিস্তার সমান এবং এই বিস্তার $= E_0$ কিন্তু দুই উপাংশের দশা ভিন্ন এবং এই দশা পার্থক্য $= \pi$. যদি x অক্ষের সঙ্গে $\vec{E}$-এর নতি কোণ হয় θ তবে

$\theta = \tan^{-1}\frac{E_y}{E_x} = \tan^{-1}(-1)$ $\therefore \theta = -45°$ অথবা $135°$

(ii) $\vec{E} = \hat{i}E_0 \cos(\omega t - kz) + \hat{j}E_0 \cos\left(\omega t - kz + \frac{\pi}{2}\right)$

$$\therefore E_x = E_0\cos(\omega t - kz) = E_0\cos(kz - \omega t)$$

$$E_y = E_0\cos\left(kz - \omega t - \frac{\pi}{2}\right) = E_0\sin(kz - wt)$$

$$\therefore \vec{E} = \hat{i}E_0\cos(kz - \omega t) + \hat{j}E_0\sin(kz - \omega t)$$

এটি দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গের সমীকরণ। অতএব তরঙ্গটি দক্ষিণাবর্তী।

(iii) $\vec{E} = \hat{i}E_0\sin(\omega t - kz) + \hat{j}E_0\sin\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}\right)$

$$\therefore E_x = E_0\sin(\omega t - kz) = -E_0\sin(kz - \omega t)$$

$$E_y = E_0\sin\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}\right) = -E_0\sin\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

অর্থাৎ $\vec{E}$ এর x-ও y-উপাংশদ্বয় সমান বিস্তারের এবং তাদের দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{4}$ এবং E_x-এর দশা E_y-এর দশা থেকে $\frac{\pi}{4}$ এগিয়ে।

আবার যেহেতু E_x-এর দশা E_y থেকে $\frac{\pi}{4}$ এগিয়ে তাই $\vec{E}$ একটি উপবৃত্তীয় সমবর্তন তরঙ্গ। কিন্তু E_x ও E_y-এর বিস্তার সমান হওয়ায় এই উপবৃত্তের অর্ধ মুখ্য ও গৌণ অক্ষ সমান হবে।

2. ব্রুস্টার কোণ θ_p (সমবর্তন কোণ) হলে $\tan\theta_p = \mu = \frac{\mu_g}{\mu_w} = \frac{1\cdot 55}{1\cdot 33} = 1\cdot 165$

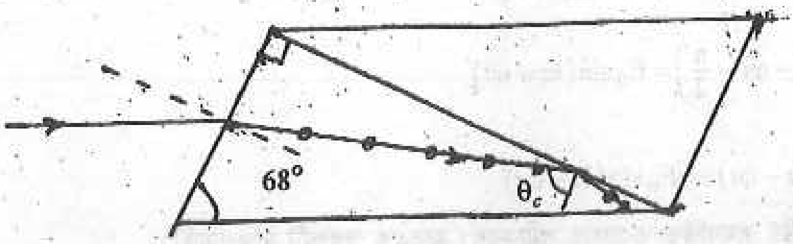
$$\therefore \theta_p = \tan^{-1}1\cdot 165 = 49\cdot 37^\circ$$

3. একটি দক্ষিণাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গের x ও y উপাংশ হল

$$E_x = E_0\cos(kz - \omega t) \quad E_y = E_0\cos\left(kz - \omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

বা $\vec{E} = E_0(\hat{i}\cos(kz - \omega t) + \hat{j}\sin(kz - \omega t)$

যদি E_x ও E_y এর মধ্যে দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ করা যায় তবে $E_y = E_0\cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)$



চিত্র-3·30

$$= -E_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$\vec{E} = E_0\left(i\cos\left(kz - \omega t - \hat{j}\sin(kz - \omega t\right)\right)$$

অর্থাৎ বামাবর্তী বৃত্তীয় সমবর্তিত তরঙ্গ।

অতএব যদি E_y এর দশা π বৃদ্ধি করা যায় তবে দক্ষিণাবর্তী তরঙ্গ বামাবর্তী তরঙ্গে পরিণত হয়।

4. সাধারণ রশ্মির ক্ষেত্রে নিকল প্রিজমের উপাদান ক্যালসাইটের প্রতিসরাংক $\mu_0(=1\cdot65836)$ এবং কানাডা বালসামের প্রতিসরাংক $\mu_c(=1\cdot55)$. অতএব যদি কানাডা বালসাম স্তরে সংকট কোণ হয় θ_c তবে

$$\sin\theta_c = \frac{1}{\frac{\mu_0}{\mu_c}} = \frac{\mu_c}{\mu_0}. \quad \therefore \theta_c = \sin^{-1}\frac{\mu_c}{\mu_0} = \sin^{-1}\frac{1\cdot55}{1\cdot658} = 69\cdot2^\circ$$

5. ম্যালাসের সূত্রানুযায়ী সমবর্তক কর্তৃক সঞ্চারিত তীব্রতা হল $I(\theta) = I_0\cos^2\theta$

যেখানে $\theta =$ কম্পন ভেক্টর ও নিঃসরণ তলের মধ্যে কোণ।

$$\therefore\ I\left(60^\circ\right) = I_0\cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{4} \quad \therefore I\left(60^\circ\right) \text{ এর শতকরা হার } = \frac{1}{4}\times 100 = 25\%$$

একক 04 ঃ স্থির তড়িৎ ও অপরিবর্তী প্রবাহ

গঠন

4.1 প্রস্তাবনা

উচ্চমাধ্যমিক পর্যায়ে স্থির-তড়িৎ বিদ্যা সম্পর্কে আপনারা বেশ কিছু প্রাথমিক ধারণা অর্জন করেছেন। এই এককে সেসব ধারণাকে আরো উচ্চতর পর্যায়ে বুঝাবার চেষ্টা হবে। এর জন্য আমরা উচ্চতর গণিতের অর্থাৎ ভেক্টর বীজগণিত ও কলনবিদ্যার সাহায্য গ্রহণ করবো। তরঙ্গের উপরিপাতের নীতি সম্পর্কে আপনারা জেনেছেন। দেখা যাবে স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রের বেলায়ও উপরিপাতের নীতি প্রযোজ্য। স্থির তড়িৎ সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণার ভিত্তিতে যেমন আপনি প্রবাহী তড়িতের বিভিন্ন ধর্ম সম্পর্কে জানবেন তেমনি অর্জন করবেন ম্যাক্স্ওয়েলেব সমীকরণ সম্পর্কে প্রাক-ধারণা।

পদার্থের বৈদ্যুতিক ধর্ম জানাটা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। বর্তমানে পদার্থ বিজ্ঞান আমাদের জানাচ্ছে যেসব ঘটনাবলি বস্তুতে বস্তুতে মিথস্ক্রিয়ার (interactions) ফল। বলা হয় যে সব মিথস্ক্রিয়া কোনো এক প্রকার ক্ষেত্রের দ্বারা সঞ্চারিত হয়। তড়িচ্চুম্বকীয় ক্ষেত্র এমনই অনেক মিথস্ক্রিয়া বহন করে। এই এককে এই তড়িচ্চুম্বকীয় ক্ষেত্রের প্রাথমিক ধারণার ভিত তৈরী করবে। এই এককের উদ্দেশ্য নীচে বিবৃত করা হল।

উদ্দেশ্য

এই একক পাঠের উদ্দেশ্য হল ঃ

★ স্থির তড়িৎ ক্ষেত্র সম্পর্কে ধারণা অর্জন।

★ বিভিন্ন আহিত বস্তুর তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় করা।

★ তড়িৎ-দ্বিমেরুর ক্ষেত্র ও বিভব সম্পর্কে জানা।

★ তড়িৎ ক্ষেত্রের শক্তি সম্পর্কে জানা।

★ পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে তড়িৎ ক্ষেত্র কীরূপ প্রভাবিত হয় তা জানা।

★ পরিবাহীর ধারকত্ব এবং ধারকের ধারকত্ব নির্ণয়।

★ বিভিন্ন তড়িৎ বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা নির্ণয়।

★ তাপীয় তড়িৎ সম্পর্কে জানা।

4.2 কুলম্-এর সূত্র (Coulomb's law)

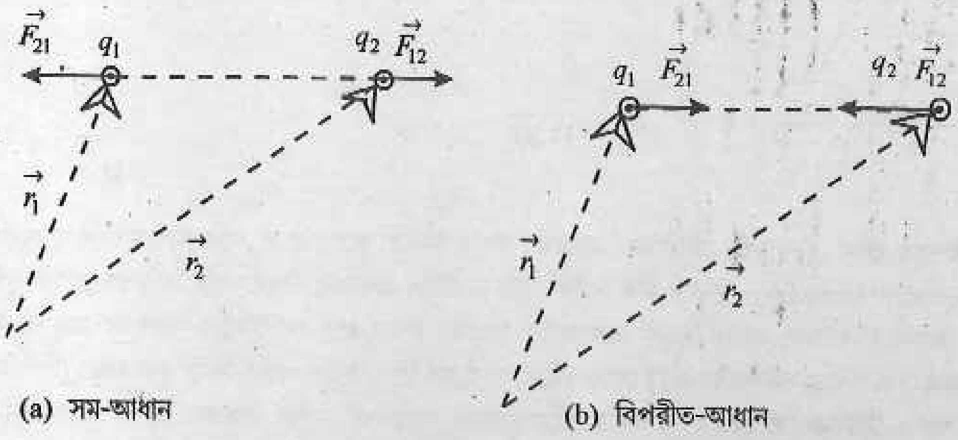
ফরাসি বিজ্ঞানী চার্ল্স্-অগাস্তিন দা কুলম্ (কুলম্ব নয়) [Charles-Augustin de Coulomb, 1736-1806] ইংরেজ রসায়নবিদ জেমস্ প্রিস্ট্লির (James Priestely, 1733-1804) বৈদ্যুতিক বিকর্ষণ সংক্রান্ত কিছু বক্তব্যকে পরীক্ষা করে দেখতে গিয়ে দুটি তড়িৎ আধানের মধ্যে যে বল পরস্পরের উপর প্রযুক্ত হয় সেই বলের মান ও দিক সম্পর্কে একটি সূত্র আবিষ্কার করেন। সূত্রটি হল তাঁর নানা পরিমাপ থেকে প্রাপ্ত তথ্যের সাধারণ রূপ (generalisation)

বায়ু বা শূন্য মাধ্যমে দুটি বিন্দু-আধান পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ করে তা ঐ আধানদ্বয়ের গুণফলের সমানুপাতী এবং আধানদ্বয়ের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতী, বলের অভিমুখ পরস্পরের দিকে বা বিপরীতে।

বিন্দু আধান বলতে কী বুঝতে হবে? যে দুটি আহিত বস্তু পরস্পরের উপর বল প্রয়োগ করে তাদের যেটির আকৃতি তাদের মধ্যেকার দূরত্বের তুলনায় নগণ্য সেটির আধানকে বলে বিন্দু আধান। অতএব বিন্দু আধান বলতে কোনো জ্যামিতিক বিন্দুবৎ (যার কেবল অস্তিত্ব বর্তমান) কোনো বস্তু নয়। এটা অবশ্যই সীমিত আকারের হতে পারে যদি অন্য আহিত বস্তুটি যথেষ্ট দূরে থাকে। এখন জানতে হবে, কুলম্-এর সূত্রের গাণিতিক রূপটি কেমন হবে।

ধরা যাক বিন্দু-আধান দুটি হল q_1 এবং q_2 এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব হল r। ধরা যাক q_2 আধানের উপর q_1 আধানের প্রযুক্ত বল $\vec{F}_{12}$. অতএব, q_1-এর উপর q_2-এর প্রযুক্ত বল $\vec{F}_{21}$. কুলম্-এর বিবৃতি অনুসারে $\left|\vec{F}_{12}\right| = \dfrac{q_1 q_2}{kr^2} = \left|\vec{F}_{21}\right|$ ....(4.1)

যেখানে k সমানুপাতের ধ্রুবক এবং k-এর মান দুই আধানের মধ্যবর্তী মাধ্যম-নির্ভর।



চিত্র-4.1

চিত্র-4.1 ঃ কুলম্-এর সূত্র ঃ সমধর্মী আধান পরস্পরকে বিকর্ষণ করে, বিপরীত ধর্মী আধান পরস্পরকে আকর্ষণ করে।

চিত্র-4.1 থেকে সমীকরণ (4.1) মিলিয়ে লেখা যায় $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. অতএব, যদি q_1 থেকে q_2 -এর দিকে একক ভেক্টর হয় $\hat{r}$ তবে

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{kr^2}\hat{r} = -\vec{F}_{21}$$

যখন q_1 ও q_2 সমধর্মী। কিন্তু যদি q_1 এবং q_2 হয় বিপরীত ধর্মী, তবে

$$\vec{F}_{12} = -\frac{q_1 q_2}{kr^2}\hat{r} = -\vec{F}_{21}$$

এবার ধরা যাক মূলবিন্দু 0 সাপেক্ষে q_1 ও q_2 -এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{r_1}$ এবং $\vec{r_2}$ অতএব

$r\hat{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \vec{r}$ (ধরা যাক্) ;

বা $\hat{r} = \dfrac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{r} = \dfrac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{\left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|}$

অতএব সম আধানের ক্ষেত্রে

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{kr^2} \cdot \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{\left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|} = \frac{q_1 q_2}{k}\left(\frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{\left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|^3}\right) \qquad \text{......(4.2)}$$

এবং বিপরীত আধানের ক্ষেত্রে

$$\vec{F}_{12} = -\frac{q_1 q_2}{kr^2}\left(\frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{\left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|^3}\right) \qquad \text{.............(4.3)}$$

সমানুপাতের ধ্রুবক k, পূর্বেই জেনেছেন, মাধ্যমের উপর নির্ভর করে। একে বলে মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক (dielectric constant)। k-এর মান নির্ভর করে নির্বাচিত এককের উপর। যদি সিজিএস একক গৃহীত হয় তবে, আপনারা জানেন, বলের একক হবে ডাইন, দূরত্বের একক হবে সেন্টিমিটার। অতএব বায়ু বা শূন্য মাধ্যমের জন্য $k = 1$ ধরে সমীকরণ (4.1) থেকে তড়িৎ আধানের স্থির-তড়িৎ একক নির্ণয় করা যায়। [সিজিএস-এর এই পদ্ধতি নিউটন-এর দ্বিতীয় গতিসূত্রে প্রয়োগ করে আপনারা বলের এককের সংজ্ঞা জেনেছেন।]

অর্থাৎ, দুটি সমমানের বিন্দু-আধান পরস্পর থেকে এক সেন্টিমিটার দূরত্বে থেকে যদি পরস্পরের উপর এক ডাইন বল প্রয়োগ করে তবে প্রতিটি আধানকে বলে একক আধান। এই এককের নাম স্ট্যাটি কুলম্ বা স্ট্যাটি কুল (statcoul) ইংরেজিতে লেখা যায় $q = 1\text{CGS}_q$

আন্তর্জাতিক এককে (S.I units) আধানের একক অবশ্য স্থির তড়িতের এই কুলম্-এর সূত্র থেকে নির্ধারণ করা হয় না, নির্ধারণ করা চল তড়িতের তড়িৎ-বিশ্লেষণের সূত্র থেকে এবং প্রবাহমাত্রার একক অ্যাম্পিয়ার থেকে। এই অ্যাম্পিয়ারের প্রাথমিক সংজ্ঞাটি এরূপ ঃ

সিলভার নাইট্রেট দ্রবণের মধ্য দিয়ে যে স্থির মানের প্রবাহ মাত্রা প্রেরণ করলে প্রতি সেকেণ্ডে 0.001118 গ্রাম রৌপ্য ক্যাথোডে সঞ্চিত হয় তাকে বলে এক অ্যাম্পিয়ার।

কিন্তু এই সংজ্ঞাটি আন্তর্জাতিক এককে নতুন করে দেওয়া হয় এভাবে ঃ

অসীম দৈর্ঘ্যের ও নগণ্য বৃত্তাকার প্রস্থচ্ছেদের দুটি সমান্তরাল তারের ব্যবধান যদি একমিটার হয় তবে যে স্থির মানের প্রবাহমাত্রার জন্য তারদ্বয়ের প্রতিমিটার দৈর্ঘ্যে 2×10^{-7} নিউটন বল ক্রিয়া করে তাকে বলে এক অ্যাম্পিয়ার। এর প্রতীক-চিহ্ন A.

একক কুলম্ - প্রতিসেকেণ্ডে এক অ্যাম্পিয়ার তড়িৎ প্রবাহমাত্রা যতটা আধান বহন করে তাকে বলে এক কুলম্। কুলম্-এর প্রতীক-চিহ্ন C.

কিন্তু আন্তর্জাতিক এককে $k\neq1$ কারণ দুটি এক কুলম্ পরিমাণ আধান 1 মিটার দূরে থেকে পরস্পরের উপর এক নিউটন বল প্রয়োগ করে না। যদি $q_1=1\mathrm{C}=3\times10^9\,\mathrm{CGS}_q=q_2$ সমীকরণ (4.1) বসানো হয় এবং $r=1$ মি $=100$ সেমি হয় তবে

$\left|\vec{F}_{12}\right|=9\times10^{14}\,dyne=9\times10^7\,\mathrm{N}$ হবে। অতএব, যদি কুলম্ সূত্রে আধান কুলম্-এ, দূরত্ব মিটারে এবং বল নিউটনে প্রকাশ করা হয় তবে k-এর মান 1 ধরা চলে না। কিন্তু যদি $q_1=q_2=1\mathrm{C}$ এবং $r=1m$ হয়, তবে $\left|\vec{F}\right|$ কে 1N করতে হলে

k হবে $9\times10^9\left[\left|\vec{F}\right|=\dfrac{q_1q_2}{kr^2}=\dfrac{1\times1c^2}{9\times10^9\times(100)^2}=\dfrac{\left(3\times10^9\right)^2}{9\times10^{13}}=10^5\,dyne=1\mathrm{N}\right]$। এই গুণক '$k$' -কে লেখা হয় .

$$\mathrm{k}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\quad\text{............(4.4)}$$

[ε- এপসিলন, ε_0 এপসিলন নট] অতএব সমীকরণ (4.1) হবে

$$\left|\vec{F}_{12}\right|=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(\mathrm{SI})\qquad\text{............(4.5)}$$

মাত্রা-সমীকরণ (dimensional equation) থেকে লেখা যায়

$$[\mathrm{N}]=\frac{[\mathrm{C}][\mathrm{C}]}{[\varepsilon_0]\left[m^2\right]}$$ [r-এর একক metre ≡ m]

$$\therefore [\varepsilon_0] = \frac{C^2}{m^2N} = \frac{C^2}{mJ}$$

কার্য $= J = N \cdot m = C \times volt$

$$\therefore [\varepsilon_0] = \frac{C / volt}{m}$$

কিন্তু ধারকত্ব $= \frac{q}{volt} = C / volt = F(farad)$

$$\therefore [\varepsilon_0] = \frac{F}{m}$$

$$\therefore \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{m}{F} \qquad \text{............(4.6)}$$

বা $\varepsilon_0 = 8.86 \times 10^{-12} F / m$ ....(4.7)

ε_0-কে বলে শূন্য বা বায়ু মাধ্যমের বিদ্যুৎশীলতা বা পারমিটিভিটি (permittivity). কোনো মাধ্যমের বিদ্যুৎশীলতা ε হলে লেখা হয়

$$\varepsilon = k\varepsilon_0$$

বা $k = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ ....(4.8)

k-কে [k কাপ্পা] বলে মাধ্যমের আপেক্ষিক বিদ্যুৎশীলতা (relative permittivity). যদি আধানদ্বয় q_1 এবং q_2 এমন মাধ্যমে থাকে যার বিদ্যুৎশীলতা ε, তবে তাদের মধ্যে কুলম্-বল (coulomb force) হবে

$$\left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1q_2}{r^2} \qquad \text{............(4.9)}$$

অথবা $\left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k} \frac{q_1q_2}{r^2}$ ....(4.10)

বা $\vec{F}_{12} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 k} \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3} = -\vec{F}_{21}$ ....(4.11)

অতঃপর শূন্য মাধ্যমে

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3} \qquad \text{............(4.12)}$$

4.2.1 তড়িৎ-ক্ষেত্র $\vec{E}$: ক্ষেত্র প্রাবল্য

আপনারা জেনেছেন, ক্ষেত্র (field) কাকে বলে। দুটি বস্তুর মধ্যে যে মিথস্ক্রিয়া (interaction) ঘটে তা সম্ভব হয় এই ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে। যে ক্ষেত্রের মাধ্যমে তড়িৎ-আধান পরস্পরের উপর ক্রিয়া করে তাকে বলে তড়িৎ ক্ষেত্র। বস্তুত প্রতিটি আধানকে ঘিরে থাকে তার নিজস্ব তড়িৎ-ক্ষেত্র এবং দুটি বা তার অধিক সংখ্যক আধানের মধ্যে যে পারস্পরিক ক্রিয়া তা ঐ আধান গুলির ক্ষেত্র সমূহের পারস্পারিক ক্রিয়া। এই ক্রিয়া বলতে বুঝতে হবে বল (force of interaction)। এখন একই পরীক্ষাধীন আধান কে বিভিন্ন আধানের তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থাপন করলে সেটি যে বল অনুভব করে তা ভিন্ন হয়। আবার একই আধানের তড়িৎ ক্ষেত্রে বিভিন্ন বিন্দুতে এই বলও বিভিন্ন। যে রাশির উপর এই বল নির্ভর করে তাকে বলে তড়িৎ ক্ষেত্রের ওই বিন্দুর প্রাবল্য। একে $\vec{E}$ দ্বারা সূচিত করা হয় এবং সাধারণ ভাবে $\vec{E}$ বলতে তড়িৎ ক্ষেত্র বোঝায়।

পরীক্ষা করে দেখা গেছে কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একটি পরীক্ষাধীন আধান (test charge) যে-বল $\vec{F}$ অনুভব করে তা ঐ আধানের সমানুপাতী।

$$\therefore \left|\vec{F}\right| \propto q$$

বা $$\vec{F} = q\vec{E} \qquad ....(4.13)$$

এখানে $\vec{E}$ হল ওই বিন্দুতে সমানুপাতের ধ্রুবক এবং যাকে অবশ্যই ভেক্টর হতে হবে, কারণ, আধান q একটি স্কেলার। $\vec{E}$ সংশ্লিষ্ট বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য সূচক এবং বিন্দু থেকে বিন্দুতে তার দিক্ বা মান বা উভয়েরই পরিবর্তন ঘটে। অতএব $\vec{E}$ তড়িৎ ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য প্রকাশক একটি রাশি বিশেষ। একে বলে তড়িৎ ক্ষেত্র ভেক্টর বা তড়িৎ ক্ষেত্র প্রাবল্য বা কেবলমাত্র তড়িৎ ক্ষেত্র ঃ

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad ....(4.14)$$

কিন্তু আপনারা জেনেছেন যে কোনো আধানকে ঘিরে থাকে তার একটা নিজস্ব তড়িৎ ক্ষেত্র। অতএব $\vec{E}$ ক্ষেত্রে স্থাপিত q-এর তড়িৎ ক্ষেত্র দ্বারা $\vec{E}$ প্রভাবিত হবে। সেইজন্য q এর মান এমন হবে যেন তার নিজস্ব ক্ষেত্রের কোনো প্রভাব $\vec{E}$ ক্ষেত্রের উপর না পড়ে। অতএব $\vec{E}$ এর গাণিতিক সংজ্ঞা লেখা যায়

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q} \qquad ....(4.15)$$

কোনো আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র

ধরা যাক, $q(q \to 0)$ আধানকে Q-আধানের তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থাপন করলে তার উপর $\vec{F}$ বল প্রযুক্ত হয়। অতএব কুলম্-এর সূত্রানুসারে

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\frac{Qq}{r^3}\vec{r}$$

যেখানে $\vec{r}$ হল Q সাপেক্ষে q-এর অবস্থান ভেক্টর।

$$\therefore \vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$

বা $$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\frac{Q}{r^2}\hat{r} \qquad ....(4.16)$$

যেখানে $\hat{r}=$ Q সাপেক্ষে ব্যাসার্ধ বহির্মুখী একক ভেক্টর।

অর্থাৎ কোনো আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$ ঐ আধানের সমানুপাতী, আধান থেকে ক্ষেত্রের বিবেচ্য বিন্দুর দূরত্বের বর্গের ব্যাস্তানুপাতী এবং অভিমুখ হবে $+Q$ সাপেক্ষে বিবেচ্য বিন্দুর অবস্থান ভেক্টরের অভিমুখ এবং $-Q$ সাপেক্ষে বিবেচ্য বিন্দু থেকে $-Q$-এর দিকে।

বহুসংখ্যক বিযুক্ত আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র (Electric field due to a discrete charge distribution)

ধরা যাক, একটা অঞ্চল জুড়ে কিছু সংখ্যক পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন আধান q_1, q_2, q_3.......... এমন ভাবে বণ্টিত যে তারা নিজ নিজ অবস্থানে স্থিতিশীল (চিত্র-4.2)। এবং এই বণ্টিত আধানগুলির নিকট একটি পরীক্ষাধীন আধান Q-কে স্থাপন করা হল। স্পষ্ঠতই Q-এর উপর বণ্টিত আধানগুলির প্রতিটি একটি করে বল প্রয়োগ করবে। যদি এই কুলম্ বলগুলি হয় $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$............ইত্যাদি তবে Q-এর উপর লব্ধি বল হবে

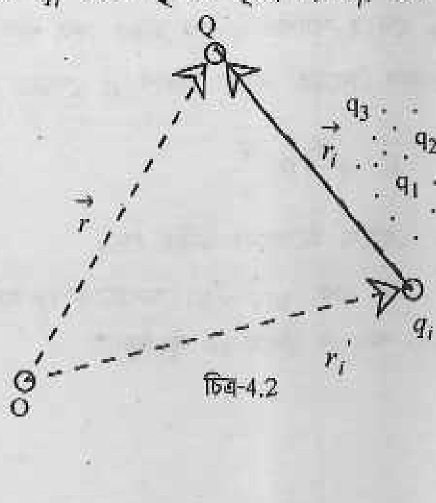
$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+............=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$$

যেখানে মোট আধান সংখ্যা n. এখন যদি i তম আধান q_i থেকে Q-এর দূরত্ব হয় r_i, তবে

$$\left|\vec{F}_i\right|=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\frac{Qq_i}{r_i^2}$$

বা $$\vec{F}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\frac{Qq_i}{r_i^3}\vec{r}_i$$

অতএব, $$\vec{F}=\sum_{i=1}^{n} F_L=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 k}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i\vec{r}_i}{r_i^3}$$



চিত্র-4.2

যদি বণ্টিত আধান সমূহের তড়িৎ ক্ষেত্র Q বিন্দুতে হয় $\vec{E}$, তবে $\vec{F} = Q\vec{E}$. অতএব,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i \vec{r_i}}{r_i^3} \qquad ....(4.17)$$

Q বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস হল বণ্টিত আধান সমূহ। সেই জন্য এই আধান গুলিকে বলে উৎস-আধান এবং $\vec{E}$ হল উৎস-আধান সমূহের তড়িৎ ক্ষেত্র।

যদি মূলবিন্দু সাপেক্ষে Q এবং q_i এর অবস্থান ভেক্টর হয় যথাক্রমে $\vec{r}$ এবং r'_i, তবে $\vec{r_i} = \vec{r} - \vec{r_i}'$

অতএব,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i\left(\vec{r} - \vec{r'_i}\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r'_i}\right|^3} \qquad ....(4.18)$$

অবিচ্ছিন্ন বণ্টিত আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র

যদি আধানের বণ্টন একটা সীমিত অঞ্চলে অবিচ্ছিন্ন ভাবে থাকে তবে তার জন্য Q এর অবস্থানে তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$ পরিমাপ করার জন্য ঐ বণ্টিত আধানের কোনো বিন্দু $\vec{r}'$ -এ একটি অনুপ্রতিম আয়তনের আধান বিবেচনা করতে হবে। ধরা যাক, অনুপ্রতিম আয়তনে আধান dq অতএব

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\frac{dq\left(\vec{r} - \vec{r}'\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3}$$

যেখানে $\vec{r}$ হল Q-এর অবস্থান ভেক্টর। কিন্তু $dq = \rho dV$ যেখানে ρ হল বণ্টিত আধানের আয়তন ঘনত্ব এবং dV হল অনুপ্রতিম আয়তন।

$$\therefore \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\int_v \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{\left|\vec{r} - \vec{r}'\right|^3}\rho(r)dV \qquad ....(4.19)$$

যখন সমাকল নিষ্পন্ন করতে হবে সমগ্র বণ্টিত আধান অঞ্চলের আয়তন V-এর উপর।

যদি অবিচ্ছিন্ন বণ্টিত আধান কোনো তলের উপর অবস্থান করে তবে $dq = \sigma ds$, যেখানে ds হল তলের উপর কোনো বিন্দুতে অনুপ্রমাণ ক্ষেত্র এবং σ হলো আধানের তলমাত্রিক ঘণত্ব। অতএব,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\int_S \frac{\vec{r}-\vec{r'}}{\left|\vec{r}-\vec{r'}\right|^3}\sigma(r)ds \qquad \text{............(4.20)}$$

যেখানে সম্পূর্ণ তল S-এর উপর সমাকল করতে হবে। যদি আধানের অবিচ্ছিন্ন বণ্টন হয় কোনো রেখা বরাবর তবে $dq = \lambda dl$ যেখানে dl হল ঐ রেখার কোনো বিন্দুতে অনুপ্রমাণ দৈর্ঘ্য এবং λ হল আধানের রৈখিক ঘনত্ব বা একক দৈর্ঘ্যে আধানের পরিমাণ। অতএব

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\int_{l=a}^{l=b} \frac{\vec{r}-\vec{r'}}{\left|\vec{r}-\vec{r'}\right|^3}\lambda dl \qquad \text{............(4.21)}$$

সমীকরণ 4.19 – 4.21, কেবল বণ্টিত আধানের বিভিন্ন ক্ষেত্রে তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয়ের নীতি প্রদর্শন করায়। বাস্তব সমস্যার সমাধানে এই নীতি পদ্ধতি থেকে সহজতর সমাধান যোগ্য সমীকরণ পাওয়া যায়।

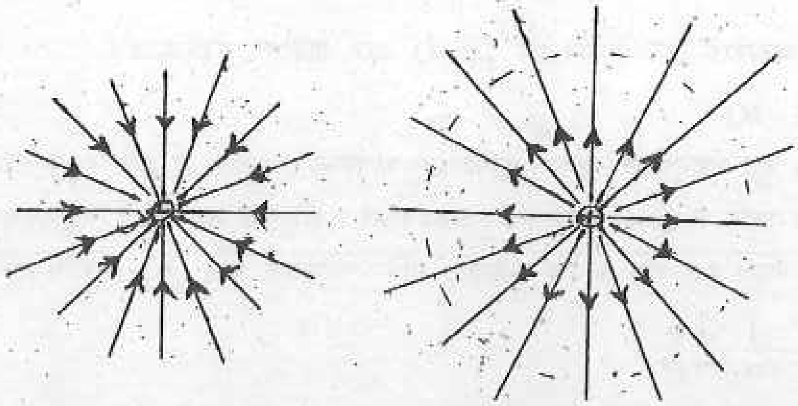
অনুশীলনী-1 একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সরলরৈখিক তারে প্রতি একক দৈর্ঘ্যে আধান λ. ঐ তারের কোনো এক প্রান্তগামী লম্বের উপর কোনো বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী-2 a ব্যাসার্ধের একটি ধাতব চাকতিকে আহিত করা হল। যদি প্রতি একক ক্ষেত্রে আধানের মান সমান হয় তবে চাকতির কেন্দ্র থেকে অক্ষবরাবর z দূরত্বে তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় করুন।

4.3 গাউসের সূত্র (Gauss' Law)

কুলম্-এর সূত্র থেকে বিন্দু আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র কীরূপ হবে তা আপনারা জেনেছেন। দেখা যাচ্ছে যে এই তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$ আধান থেকে দূরে যেতে থাকলে হ্রাস পায় এবং তার অভিমুখ কেন্দ্রাতিগ অর্থাৎ $+q$ কেন্দ্র থেকে বহির্মুখী। অতএব আমরা $+q$ -এর $\vec{E}$ ক্ষেত্রকে কেন্দ্রাতিগ রেখা দ্বারা দৃশ্যমান করতে পারি (চিত্র 4.3)। এরূপ রেখাকে বলে ক্ষেত্র রেখা। যেহেতু ধনাত্মক q আধানের জন্য $\vec{E}$ এর অভিমুখ বহির্মুখী,

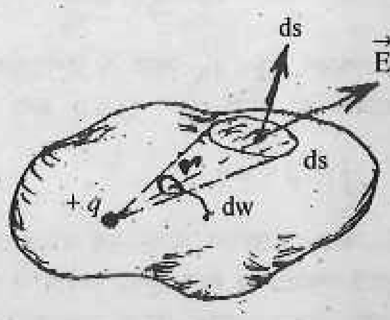
তাই চিত্রে তীরচিহ্ন বহির্মুখী দেখানো হয়েছে। কিন্তু ঋণাত্মক আধান হলে $\vec{E}$-এর অভিমুখ অভিকেন্দ্রিক। তাই তার চিহ্ন আধান অভিমুখী। যদি q আধান থেকে N -সংখ্যক ক্ষেত্র রেখা নির্গত হয় তবে q কে কেন্দ্র



চিত্র 4.3 : q যখন ঋণাত্মক ও ধনাত্মক

করে যে-কোনো গোলক তল অতিক্রম করবে এই N ক্ষেত্র রেখা। অতএব q থেকে r দূরত্বে এরূপ গোলক তলের একক ক্ষেত্র অতিক্রমকারী ক্ষেত্ররেখার সংখ্যা হবে $n=\dfrac{N}{4\pi r^2}$ এবং আমরা জানি $\left|\vec{E}\right|=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (শূন্য বা বায়ু মাধ্যমে $k=1$)। তুলনা করলে দেখা যায় $\left|\vec{E}\right|\propto\dfrac{1}{r^2}$ এবং $n\propto\dfrac{1}{r^2}$ অর্থাৎ তড়িৎ ক্ষেত্রের সঙ্গে ক্ষেত্র রেখার একটা সম্পর্ক পাওয়া যায়। এই সম্পর্কটিকে সূত্রাকারে বিবৃত করেন জার্মান গণিতজ্ঞ ও জ্যোতির্বিজ্ঞানী কার্ল্ ফ্রিড্রিখ্ গাউস (Karl Friedrich Gauss, 1777-1855)। সূত্রটি নিম্নরূপ :

কোনো বদ্ধতল অতিক্রমকারী তড়িৎ ক্ষেত্র-ভেক্টরের প্রবাহ বা ফ্লাক্স্ ঐ বদ্ধতলের দ্বারা আবদ্ধ আধান বা আধান সমষ্টির সমানুপাতী।



চিত্র 4.4 : S বাহ্যতলের অভ্যন্তরে আধান q

এই সূত্রটির ব্যাখ্যা এরূপ : ফ্লাকস্ বা তড়িৎ ক্ষেত্র প্রবাহ বলতে বুঝায় কোনো তল অতিক্রমকারী মোট ক্ষেত্র রেখার সংখ্যা। আবার কোনো তলের একক ক্ষেত্রের মধ্য দিয়ে যতগুলি ক্ষেত্ররেখা লম্বভাবে অতিক্রম করে তাকে বলে ঐ তলের উপর তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$ অতএব যদি $d\vec{S}$ ক্ষেত্রের উপর তড়িৎ ক্ষেত্র হয় $\vec{E}$, তবে $\vec{E}\cdot d\vec{S}$ হবে $d\vec{S}$ অতিক্রমকারী মোট ক্ষেত্র প্রবাহ বা ফ্লাকস (চিত্র-4.4)। ধরা যাক, S বদ্ধতলের অভ্যন্তরে একটি আধান $+q$ বর্তমান। S তলের উপর $+q$ থেকে r দূরে একটি অনুপ্রতিম ক্ষেত্র dS বিবেচনা করা যাক। dS ক্ষেত্রটি $+q$-এর অবস্থানে $d\omega$ ঘনকোণ ধারণ করে। যদি dS-এর উপর কোনো বিন্দুতে $+q$ এর তড়িত ক্ষেত্র হয় $\vec{E}$ তবে dS-কে লম্বভাবে

অতিক্রমকারী ফ্লাকস বা প্রবাহ হল $\vec{E}\cdot d\vec{S}$. অতএব, S অতিক্রমকারী প্রবাহ হল,

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

যদি S এর অভ্যন্তরে মোট আধান হয় $\Sigma q = Q$ তবে গাউসের সূত্রানুসারে

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = kQ$$

যেখানে k হল সমানুপাতের ধ্রুবক। ভূমিকাংশে আপনারা দেখেছেন যে প্রতি একক ক্ষেত্র অতিক্রমকারী প্রবাহ, $\vec{E}$-এর সমান যা Q-এর সমানুপাতী। অতএব এই সূত্রটি খুবই সহজগ্রাহ্য। কিন্তু সোজাসুজি এই সূত্রটি প্রমাণও করা যায়। ধরা যাক S এর অভ্যন্তরে বণ্টিত আধানের জন্য $d\vec{S}$-এ লব্ধি ক্ষেত্র $\vec{E}$. অতএব,

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$\therefore \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \oint_s \frac{\hat{r}_i\cdot d\vec{S}}{r_i^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \oint_\Omega d\omega_i$$

যেখানে $d\omega_i = \frac{\hat{r}_i\cdot d\vec{S}}{r_i^2} = q_i$ আধানের অবস্থানে $d\vec{S}$ কর্তৃক ধৃত ঘনকোণ।

$$\therefore \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i\Omega$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \text{...........(4.22)}$$

কারণ, $\Omega = 4\pi$ সমগ্র S তলকর্তৃক ধৃত ঘনকোণ। এটাই গাউসের সূত্র। যদি S এর অভ্যন্তরে কোনো আধান না থাকে তবে, $Q = 0$ এবং

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$$

অতএব কোনো আধান-মুক্ত তড়িৎ ক্ষেত্রে যদি একটি বদ্ধতল স্থাপন করা যায় তবে ঐ তল অতিক্রমকারী মোট ক্ষেত্রপ্রবাহ হবে শূন্য। অর্থাৎ ঐ বদ্ধতলে যত ক্ষেত্রপ্রবাহ প্রবেশ করবে ততটা ক্ষেত্রপ্রবাহ ঐ বদ্ধতল ত্যাগ করবে। এরূপ ক্ষেত্রে বলা হয় যে বদ্ধতলের অভ্যন্তরে কোনো উৎস (source) বা আশ্রয় (sink) নেই। যে-আধান থেকে ক্ষেত্র রেখা নির্গত হয় তাদের বলে উৎস এবং যে-আধানে ক্ষেত্র রেখা সমাপ্ত হয় (terminates) তাকে বলে আশ্রয় (অভিগম)।

এমন হতে পারে যে S-এর অভ্যন্তরে যে আধান বর্তমান তা বিচ্ছিন্ন বিন্দু-আধানের কোনো বণ্টন নয়, সে আধান অবিচ্ছিন্ন ভাবে একটা অঞ্চল দখল করে আছে। এরূপ ক্ষেত্রে ঐ অবিচ্ছিন্ন আধান অঞ্চলে একটি

অনুপ্রতিম আয়তনের আধানকে বিবেচনা করতে হবে। ধরা যাক $d\vec{S}$ থেকে r দূরত্বে dV অনু আয়তনে আধান dq অতএব $d\vec{S}$-এ, dq এর তড়িৎ ক্ষেত্র হবে

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\hat{r}}{r^2} = \frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\therefore \vec{E} = \int_v \frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\therefore \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S \left(\int_v \frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2} \right) \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_V \left(\frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0} \oint_S \frac{\hat{r} \cdot d\vec{S}}{r^2} \right) dV$$

$$= \int_V \frac{\rho dV}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \text{.........(4.23)}$$

যেখানে $\oint_S \frac{\hat{r} \cdot d\vec{S}}{r^2} = \int d\Omega = 4\pi$

সমীকরণ (4.2.2) এবং (4.23) হল গাউসের সূত্রের প্রমাণ এবং এই সমীকরণদ্বয় হল গাউসের সূত্রের সমাকল রূপ (Integral form)। গাউসের সূত্রের একটি অবকল রূপও আছে।

গাউস সূত্রের অবকল গঠন (Differential form)

আপনারা ভেক্টর কলন বিদ্যায় গাউসের ডাইভার্জেন্স উপপাদ্য (divergence theorem) থেকে জানেন যে

$$\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{A}\, dV$$

শর্ত হল এই যে $\vec{A}$ ভেক্টর অপেক্ষক S দ্বারা সীমাবধ্ব অঞ্চলের মধ্যে হবে সন্তত এবং অবকলন যোগ্য। তাই, যদি ধরা হয় $\vec{E}$ সন্তত ও অবকলন যোগ্য তবে

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E}\, dV$$

অতএব সমীকরণ (4.23) থেকে লেখা যায়

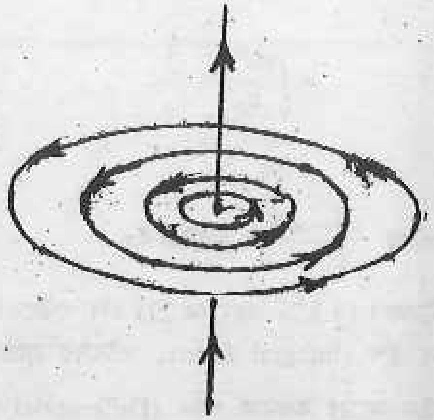
$$\int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{E}\,dV = \int_v \frac{\rho dV}{\epsilon_0}$$

বা $\displaystyle\int_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{E} - \frac{\rho}{\epsilon_0}\right) dV = 0$

যেহেতু $dV \neq 0$, তাই

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \text{...........(4.24)}$$

সমীকরণ (4.24) হল গাউসের উপপাদ্য বা সূত্রের অবকল গঠন। এখন ভেক্টর ক্ষেত্র হয় দুই প্রকারের — উৎসজাত ক্ষেত্র (source field) এবং কার্ল ক্ষেত্র (curl field)। একটি আধানকে ঘিরে যে তড়িৎ ক্ষেত্র সেই তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস হল ঐ আধান। অতএব আধানের তড়িৎক্ষেত্র হল উৎসজাত বা উৎস ক্ষেত্র। কিন্তু একটা তারের মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ চললে তাকে কেন্দ্র করে যে চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন হয়, সেটা হ'ল কার্ল ক্ষেত্র (চিত্র 4.3 এবং 4.5)। উৎস ক্ষেত্রের ক্ষেত্র-রেখা গুলি উৎস হতে অপসারী বা অভিসারী হয়। অর্থাৎ ক্ষেত্র-রেখার শুরু ও শেষ আছে উৎস ক্ষেত্রে। কিন্তু কার্ল ক্ষেত্রে ক্ষেত্র-রেখার কোনো শুরু বা শেষ নেই। উৎস ক্ষেত্রকে বিভব ক্ষেত্রও বলে, কারণ, এই ক্ষেত্রকে একটি বিভব অপেক্ষক থেকে পাওয়া যায়। যে-অপেক্ষক কেবল কোনো বিশেষ অবস্থানের উপর নির্ভর করে তাকে বলে বিভব অপেক্ষক বা বিন্দু অপেক্ষক (point function)।



চিত্র 4.5 কার্ল ক্ষেত্র

যদি ক্ষেত্রটি হয় উৎস ক্ষেত্র তবে সমীকরণ (4.24) এর সাহায্যে $\vec{E}$ -কে সুনির্দিষ্ট ভাবে পাওয়া যায়। অবশ্য এক্ষেত্রে দেখাতে হবে যে $\vec{E}$ কার্ল ক্ষেত্র নয়। এখন, বিশুদ্ধ উৎস ক্ষেত্র একই সঙ্গে বিভব ক্ষেত্র। তাই, যদি ϕ বিভব অপেক্ষক থেকে $\vec{E}$ পাওয়া যায়, তবে

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \qquad \text{...........(4.25)}$$

$$\therefore\ \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi = 0 \qquad \text{...........(4.26)}$$

আবার $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -\nabla^2\phi$

অতএব (4.24) থেকে $\nabla^2\phi = -\dfrac{\rho}{\epsilon_o}$ ....(4.27)

সমীকরণ (4.27) -কে বলে পোয়াসোঁর সমীকরণ (Poisson's equation)। অতএব স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রের ডাইভার্জেন্স $\vec{\nabla}.\vec{E}$ থাকলেও তার কার্ল $\vec{\nabla}\times\vec{E}$ শূন্য। এইজন্য $\vec{E}$ কে অনাবর্তীয় ক্ষেত্র (irrotational field) বলে। curl বলতে rotation বোঝায়। $\vec{\nabla}\times\vec{E}$ কে $rot\vec{E}$ বা $curl\vec{E}$ বলে। যদি বিভব ক্ষেত্রে কোনো আধান না থাকে তবে $\rho = 0$ এবং

$$\nabla^2\phi = 0 \qquad ....(4.28)$$

একে বলে লাপলাস-এর সমীকরণ (Laplace's equation)। এই সমীকরণের সাহায্যে আধান-মুক্ত অঞ্চলে (chargefree space) তড়িৎ ক্ষেত্র নিরূপণ করা যায়।

আবার স্টোক্স্-এর উপপাদ্য থেকে লেখা যায় $\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla}\times\vec{E}\cdot d\vec{s}$

যেখানে C বক্রদ্বারা S তলের সীমারেখা ধৃত।

$$\therefore \oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 \qquad ....(4.29)$$

অর্থাৎ উৎস বা বিভব ক্ষেত্রে উহার আবর্তন সমাকল (circulation) শূন্য। সমীকরণ (4.28)-এর সমাধান নানা পথতিতে করা যায়। বিশেষ বিশেষ সমস্যার সমাধানের জন্য বিশেষ বিশেষ স্থানাংক বিবেচনা করলে সমীকরণ $\nabla^2\phi = 0$ এর সহজ সমাধানযোগ্য রূপ পাওয়া যায়।

4.3.1 গাউসের সূত্রের প্রয়োগ

গাউসের সূত্রের প্রয়োগ কেবলমাত্র তেমন সব সমস্যার ক্ষেত্রে সহায়ক যেসব সমস্যায় কোনো না কোনো ধরনের প্রতিসাম্য (symmetry) বর্তমান। কেবল তাই নয়, এসব ক্ষেত্রে গাউস সূত্র খুব সংক্ষিপ্ত ভাবে সমাধান পেতে সাহায্য করে। অতএব কোনো স্থির তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ধারণের ক্ষেত্রে কোনোরূপ প্রতিসাম্য থাকলে উচিত হবে তৎক্ষণাৎ গাউস সূত্রের প্রয়োগ করা। এই প্রতিসাম্য গুলিকে তিন প্রকারে সনাক্ত করা যায় ঃ

1. গোলীয় প্রতিসাম্য।
2. বেলনীয় প্রতিসাম্য।
3. সমতলীয় প্রতিসাম্য।

সাধারণ ভাবে গোলীয় আধান বণ্টনের ক্ষেত্রে গোলীয় প্রতিসাম্য, রৈখিক আধান বণ্টনে বেলনীয় প্রতিসাম্য এবং সমতলীয় আধান বণ্টনে সমতলীয় প্রতিসাম্য বর্তমান। বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে শর্ত সাপেক্ষে এরূপ প্রতিসাম্য পাওয়া যেতে পারে।

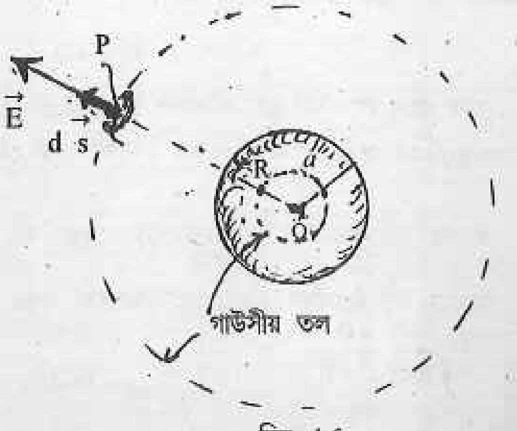
গাউসের সূত্র প্রয়োগে একটি বদ্ধতল প্রয়োজন, যে তলটি বিবেচ্য বিন্দুগামী। একে বলে গাউসীয় তল (gaussion surface)। এই গাউসীয় তলকে আধান বণ্টনের বৈচিত্র্যানুসারে বিবেচনা করা হয়। যেমন, যদি আধান-বণ্টন হয় গোলীয়, গাউসীয় তল হবে গোলীয়।

এই বিবেচনার ভিত্তিতে এবার কয়েকটি আধান বণ্টনের ক্ষেত্রে আমরা তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় করব।

(1) সুষমভাবে আহিত গোলকের তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয়

ঘটনা-I. যখন বিবেচ্য বিন্দু গোলকের বাইরে ঃ

ধরা যাক a ব্যাসার্ধের গোলকটি ফাঁপা এবং তাকে সুষমভাবে তড়িৎ-আহিত করা হয়েছে। [যদি গোলকটি পরিবাহী হয় তবে তা সর্বদাই সুষম ভাবে আহিত হবে যদি না অন্য কোনো পরিবাহী নিকটে থাকে।] গোলকটির কেন্দ্র 0 থেকে (চিত্র-4.6) r দূরত্বে P বিন্দুর অবস্থানে এই আহিত গোলকের তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$ নির্ণয় করতে হবে।



চিত্র 4.6

যেমন পূর্বে আলোচিত হয়েছে, এখানে P বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি গাউসীয় তল কল্পনা করতে হবে। আধান বণ্টনে গোলীয় প্রতিসাম্য হেতু এই গাউসীয় তল হবে প্রদত্ত গোলকের সমকেন্দ্রিক গোলীয় তল।

এ অবস্থায় সমস্ত আহিত আধান গাউসীয় তলের অভ্যন্তরে থাকবে। অতএব যদি P বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র হয় $\vec{E}$ এবং ঐ বিন্দুতে গাউসীয় তলের উপর অনুপ্রতিম তলক্ষেত্র হয় $d\vec{S}$ তবে গাউসের সূত্র থেকে পাওয়া যায়

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

যেখানে Q = আহিত গোলকের মোট আধান। যেহেতু আধান বণ্টন গোলীয় তাই গাউস তলের সব বিন্দুতে $\vec{E}$ হবে ঐ তলের উপর লম্ব এবং কেন্দ্রাতিগ্। অতএব $\vec{E} \,||\, d\vec{S}$ এবং $\vec{E}\cdot d\vec{S} = EdS$

অধিকন্তু গোলীয় প্রতিসাম্য থেকে বলা যায় গাউসতলের প্রতিটি বিন্দুতে $|\vec{E}| = E$ হবে ধ্রুবক।

$$\therefore \oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\oint dS = 4\pi r^2 E$$

$$\therefore 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

বা $\therefore E = \dfrac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$

[আমরা জানি $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$, তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভব, অনুচ্ছেদ 4.4 দ্রষ্টব্য। ϕ যদি কোনো তল হয় তবে $\vec{\nabla}\phi$ ঐ তলের উপর লম্ব। যেহেতু গাউস-তলে সব বিন্দুতে ϕ ধ্রুবক, তাই ϕ হবে একটি গোলীয় তল,

-সম বিভব তল। এর অর্থ $\vec{E}$ হবে ঐ তলের উপর লম্ব বা কেন্দ্রাতিগ।] গোলীয় প্রতিসাম্য থেকে বলা যায় $\vec{E}$-এর অভিমুখ কেন্দ্রাতিগ।

$$\therefore\ \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\vec{r}}{r^3} \qquad \text{................(4.30)}$$

সমীকরণ (4.30) থেকে দেখা যায় একটি Q পরিমাণ বিন্দু আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র এবং গোলকের কেন্দ্র থেকে সম দূরত্বে ঐ আহিত গোলকের তড়িৎক্ষেত্র হুবহু এক। এ থেকে সিধান্ত করা যায় যে, কোনো সুষমভাবে আহিত গোলকের আধানকে তার কেন্দ্রে সংহত ভাবা যায়।

ঘটনা II ঃ বিবেচ্য P বিন্দু গোলকের অভ্যন্তরে ঃ

যেহেতু P বিন্দুগামী কল্পিত গোলীয় গাউসীয় তলের অভ্যন্তরে কোনো আধান থাকবে না (চিত্র-4.6) সমস্ত Q আধান থাকবে গাউসীয় তলের বাইরে, তাই গাউসীয় সূত্রটি হবে

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0 \text{ বা } \left|\vec{E}\right|\oint_S dS = 0 \text{ বা } 4\pi r^2 E = 0 \quad \therefore E = 0$$

অর্থাৎ আহিত গোলকের অভ্যন্তরে কোনো তড়িৎ ক্ষেত্র নেই। অতএব যদি $r > a$ হয় তবে আহিত গোলকের ব্যাসার্ধ যাই হোক তার দ্বারা বহিস্থ বা অভ্যন্তরস্থ বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র প্রভাবিত হয় না।

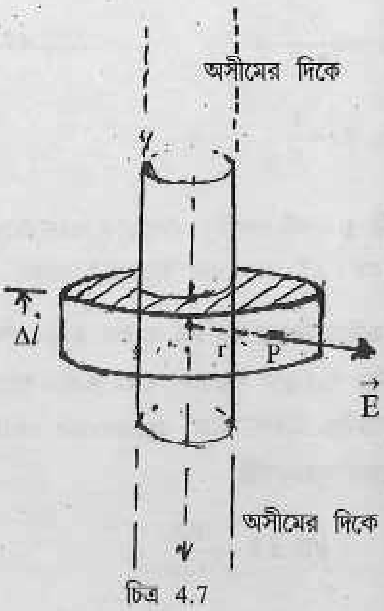
(2) বেলনাকার বণ্টিত আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় ঃ

ধরাযাক, বেলনকার একটি অসীম দৈর্ঘ্যের পরিবাহীকে এমনভাবে আধান দ্বারা আহিত ~~করা হল~~ যে প্রতি একক দৈর্ঘ্যে আধান ঘনত্ব λ-এই বেলনাকার বণ্টিত আধানের অক্ষ থেকে $r > a$ দূরত্বে P বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$ নির্ণয় করতে হবে। P বিন্দুর মধ্য দিয়ে $\Delta\ell$ দৈর্ঘ্যের একটি সমাক্ষীয় বেলনাকার তল বিবেচনা করা হল যার প্রান্ত তলদ্বয় অক্ষের অভিলম্বে। বেলনীয় প্রতিসাম্য হেতু এই গাউস তলের উপর যে কোনো বিন্দু P বিন্দুর সমতুল্য। যেহেতু পরিবাহীটি অসীম দৈর্ঘ্যের তাই P বিন্দুকে ভাবা যেতে পারে পরিবাহী তলের অতি সন্নিকটে। এরূপ ক্ষেত্রে ক্ষেত্র-রেখা গুলি গাউসীয় তলের বেলনাংশের অভিলম্ব হবে। আবার এই রেখাগুলি গাউসীয় প্রান্ত তলাংশের সমান্তরাল হবে। ধরা যাক গাউসীয় তলের বেলনাংশের ক্ষেত্রফল

$$\Delta S_c = 2\pi r\Delta\ell$$

গাউসের সূত্র থেকে

$$\oint_{\Delta S}\vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\Delta Q}{\epsilon_0}$$



চিত্র 4.7

যেখানে $\Delta S = \Delta S_c + \Delta S_e =$ গাউস তলের ক্ষেত্রফল এবং $\Delta S_e =$ গাউস তলের প্রান্ত অংশের ক্ষেত্রফল। $\Delta Q = \Delta \ell$ দৈর্ঘ্যের আধান $= \lambda \Delta \ell$ যা গাউসীয় তল ΔS এর অভ্যন্তরে আছে। এখন

$$\oint_{\Delta S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\Delta S_c} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\Delta S_e} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

যেহেতু $\Delta \vec{S}_e \perp \vec{E}$ তাই $\vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ হবে ΔS_e তলের উপর।

$$\therefore \int_{\Delta S_C} \vec{E} . d\vec{s} = \frac{\Delta Q}{\epsilon_o}$$

ΔS_c-এর উপর $|\vec{E}|$ ধ্রুবক এবং $\vec{E} \| d\vec{S}$ অতএব

$$\int_{\Delta s_c} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \Delta S_c = 2\pi r E \Delta \ell$$

$$\therefore 2\pi r E \Delta \ell = \frac{\Delta Q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda \Delta \ell}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

যেহেতু $\vec{E}$ হবে $\Delta \vec{S}_c$-এর উপর লম্ব, তাই $\vec{E}$ এর আভিমুখ অক্ষ থেকে বহির্মুখী।

$$\therefore \vec{E} = \frac{\lambda \hat{r}}{2\pi \epsilon_0 r} \qquad ....(4.31)$$

অর্থাৎ $|\vec{E}| \propto \frac{1}{r}$

অনুশীলনী-3 একটি গোলীয় মাধ্যমকে এমনভাবে আধান দ্বারা আহিত করা হলো যে আধান ঘনত্ব $P = kr$, k একটি ধ্রুবক। এই গোলকের অভ্যন্তরে তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় করুন।

(3) অসীম বিস্তৃত আহিত তলের তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় ঃ

গাউসীয় তল হবে বদ্ধতল। যখন তলীয় প্রতিসাম্য দরকার তখন যে গাউসীয় তল অংকন করতে হবে তাকে বলে "গাউসীয় বটিকা বাক্স" (gaussion pillbox) (চিত্র-4.8)।

গাউসের সূত্রানুযায়ী

$$\oint_{\Delta S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\Delta Q}{\epsilon_0}$$

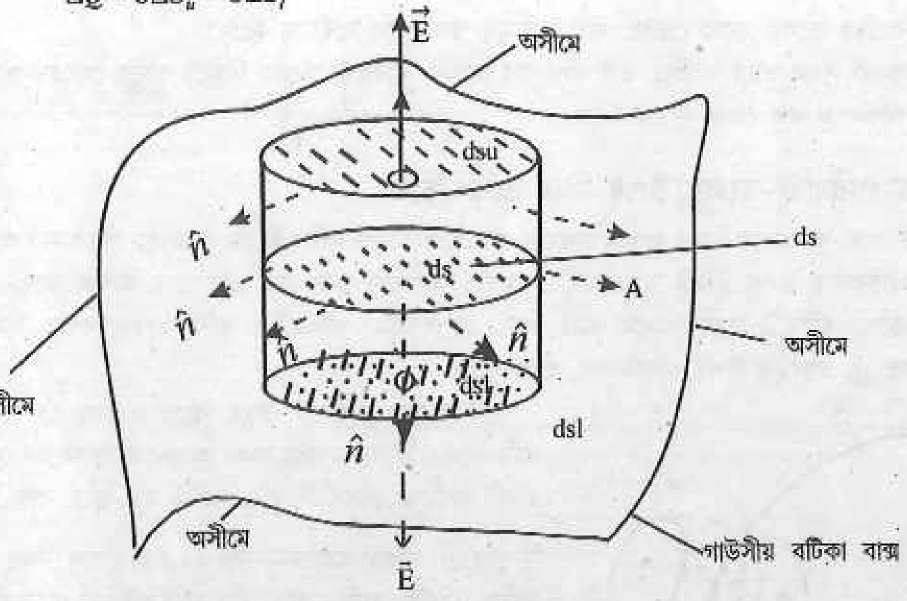
এখানে $\Delta S = \Delta S_c + \Delta S_u + \Delta S_l$

$\Delta S_c =$ বেলনীয় তল

$\Delta S_u =$ উপর দিকের প্রান্ততল

$\Delta S_l =$ নীচের দিকের প্রান্ততল

$\Delta Q = \sigma\Delta S_u = \sigma\Delta S_l$



চিত্র 4.8 অসীম বিস্তৃত আহিত তল

$\vec{E} || \Delta\vec{s_u}$ উপরের প্রান্তে এবং $\vec{E} || \Delta\vec{s_l}$ নীচের প্রান্তে আবার $|\vec{E}|$ উভয় প্রান্তে সমান, কারণ উভয় প্রান্তীয় তল আহিত তলের অতি সন্নিকটে।

$$\therefore \oint_{\Delta S} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{\Delta S_c} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{\Delta S_u} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{\Delta S_l} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

কিন্তু $\int_{\Delta S_c} \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$, কারণ $\vec{E} \perp d\vec{S}_c$.

$$\therefore \oint_{\Delta S} \vec{E}\cdot d\vec{S} = |\vec{E}| \int_{\Delta S_u} dS + |\vec{E}| \int_{\Delta S_l} dS$$

$$= 2|\vec{E}|\Delta S_u \quad \therefore \Delta S_u = \Delta S_l$$

$$\therefore 2|\vec{E}|\Delta S_u = \frac{\sigma\Delta S_u}{\epsilon_0}$$

বা $\left|\vec{E}\right| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

এখন $\vec{E}$ যেহেতু আহিত তলের অভিলম্বে তাই

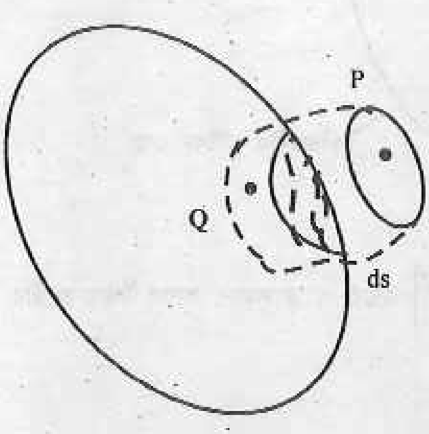
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n} \qquad ....(4.32)$$

যেখানে $\hat{n}$ আহিত তলের একক ভেক্টর, যার অভিমুখ তল থেকে বাইরের দিকে।

যেহেতু তলটি সুষম ভাবে আহিত, তাই বলা যায় আহিত পরিবাহী তলের নিকটে তড়িৎ ক্ষেত্রের অভিমুখ হবে তলের অভিলম্বে তল থেকে দূরের দিকে।

(4) আহিত পরিবাহী তলের উপর স্থির তড়িৎ চাপ

পরিবাহীর মধ্যে বা তলের উপর আধান চলাচল করতে পারলেও পরিবাহী ত্যাগ করতে পারে না। অতএব যদি কোনো পরিবাহীর উপর একটি অনুপ্রামাণ ক্ষেত্র dS বিবেচনা করা যায় তবে তার আধান হবে σdS, যেখানে σ হলো পরিবাহী তলে আধান ঘনত্ব এবং এই আধান, পরিবাহীর বাকি আধান কর্তৃক বিকর্ষিত হবে যার ফলে ds ক্ষেত্রের উপর একটি বল প্রযুক্ত হবে।



চিত্র 4.9

dS ক্ষেত্রের সন্নিকটে উভয় পার্শ্বে P এবং Q বিন্দুদ্বয়ে তড়িৎ ক্ষেত্র বিবেচনা করা যাক। আপনারা জেনেছেন যে যদি একটি আহিত তলের বিস্তৃতি অসীম হয় তবে তার নিকট বিন্দুতে $\vec{E}$ পাওয়া যায় সমীকরণ (4.32) থেকে। কিন্তু যখন সীমিত বিস্তৃতির আহিত পরিবাহীর অতি সন্নিকটে থাকে বিন্দুটি, তখন ঐ বিন্দুতেও $\vec{E}(P) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n}$ বা $= \frac{\sigma}{\epsilon_0 k}\hat{n}$ (যখন পরিবাহীর এক দিকে থাকে ক্ষেত্র $\vec{E}$,)। স্পষ্টতই এই ক্ষেত্রটি σdS এবং বাকি আধানের জন্য সৃষ্টি হয়েছে। তাই লেখা যায়

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

যেখানে $\vec{E}_1$ হল σdS আধানের জন্য তড়িৎ ক্ষেত্র এবং $\vec{E}_2$ হল বাকি আধানের জন্য তড়িৎ ক্ষেত্র। এখন P এবং Q খুবই কাছে বলে Q বিন্দুতেও বাকি আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র হবে $\vec{E}_2$। কিন্তু Q বিন্দুটি σdS এর যে দিকে P বিন্দু তার বিপরীত দিকে অবস্থিত হলে Q বিন্দুতে σdS এর তড়িৎ ক্ষেত্র হবে $-\vec{E}_1$ অতএব Q বিন্দুতে লব্ধি তড়িৎ ক্ষেত্র

$$\vec{E}(Q) = \vec{E}_2 - \vec{E}_1$$

কিন্তু Q পরিবাহীর অভ্যন্তরে বলে $\vec{E}(Q) = 0$ অতএব $\vec{E}_2 = \vec{E}_1$ এবং $\vec{E}(P) = 2\vec{E}_1 = 2\vec{E}_2$

বা $\vec{E}_1 = \frac{1}{2}\vec{E}(P) = \vec{E}_2$

এখন বাকি আধানের ক্ষেত্র $\vec{E}_2$-এ σds অবস্থিত বলে σds এর উপর প্রযুক্ত বল হবে

$$d\vec{F} = \sigma ds \vec{E}_2 = \frac{1}{2}(\sigma ds)\vec{E}(P)$$

$$\therefore \left|d\vec{F}\right| = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2 dS}{\epsilon_0 k}$$

অতএব আহিত তলের উপর চাপ

$$P = \frac{\left|d\vec{F}\right|}{ds} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0 k}$$

কিন্তু $\sigma = \epsilon_0 k\left|\vec{E}\right| = \left|\vec{D}\right|$ (সমীকরণ (4.52) এবং (4.53) দেখুন।)।

$$\therefore P = \frac{k\epsilon_0 \left|\vec{E}\right|\left|\vec{D}\right|}{2\epsilon_0 k} = \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{k}\right)$$

শূন্যমাধ্যমে $P = \frac{1}{2}\left(\vec{E}\cdot\vec{D}\right)$

অনুশীলনী-4 প্রমাণ করুন, আহিত পরিবাহীর অতি সন্নিকটে তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n}$ বা $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 k}\hat{n}$ যেখানে $\hat{n}$ হলো নিকটতম তলের একক ভেক্টর এবং σ হলো আধানের তলমাত্রিক ঘনত্ব।

4.4 তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভব

আহিত বস্তুর তড়িৎ বিভব সম্পর্কে আপনারা জেনেছেন যে তড়িৎ বিভব হল আহিত বস্তুর তড়িৎ-অবস্থা যা নির্ধারণ করে বস্তুটি পরিবাহী দ্বারা সংযুক্ত অন্য একটা বস্তুকে আধান দেবে, না তার থেকে আধান নেবে। এটা আহিত বস্তুর বিভব সম্পর্কে একটি গুণগত সংজ্ঞা। যেমন উষ্ণতা বা তাপমাত্রা সম্পর্কে অনুরূপ একটা সংজ্ঞা

আপনারা জানেন। উষ্ণতা হল কোনো বস্তুর তাপীয় অবস্থা যা নির্ধারণ করে বস্তুটি অন্য সংস্পর্শিত বস্তুকে তাপ দেবে, না নেবে। এই সংজ্ঞায় বিভব বা উষ্ণতাকে পরিমাপ করার কোনো দিশা নেই। অথচ বিভব ও উষ্ণতা উভয়েই ভৌত রাশি যা কিনা পরিমাপযোগ্য। এরূপ রাশিকে সোজাসুজি পরিমাপ করা যায় না। কিন্তু এদের পরিবর্তনকে পরিমাপ করা যায়। তখন যার সঙ্গে তুলনা করে এই পরিবর্তনকে পরিমাপ করা হয় তার উষ্ণতা বা বিভবকে শূন্য ধরলেই কেবল বস্তুর উষ্ণতা বা বিভব কত বলা যেতে পারে। এজন্যই পৃথিবীর বিভবকে শূন্য ধরে অন্য বস্তুর বিভব পরিমাপ করা হয়।

কিন্তু তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভব বলতে কী বুঝতে হবে? তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো একটি বিন্দু থেকে একটি আধানকে অন্য বিন্দুতে নিয়ে গেলে তার সঞ্চিত শক্তির পরিবর্তন ঘটে। আবার যদি তাকে প্রথম অবস্থানে ফিরিয়ে আনা হয় তবে বস্তুটির শক্তিও প্রথম অবস্থার শক্তিতে প্রত্যাবর্তন করে। এ থেকে বুঝা যায় যে কোনো আধানকে তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থানান্তর করতে তার উপর কার্য করতে হয়। কিন্তু এই কার্য ঐ আধানে সঞ্চিত থাকে। আধানকে পূর্বাবস্থানে ফিরিয়ে আনলে আধান তার অতিরিক্ত অর্জিত শক্তি ফিরিয়ে দেয়। কে গ্রহণ করে এই শক্তি? আধানই বা কার থেকে শক্তি গ্রহণ করে? এখানে কেবল এই বলা যায়, এই শক্তি কখনও আধানে, আবার কখনও তড়িৎ ক্ষেত্রে অবস্থান করে। কিন্তু ঘটনা এই যে এখানে শক্তির সংরক্ষণ ঘটে। যে-ক্ষেত্রে শক্তির সংরক্ষণ বর্তমান তাকে বলে বিভবক্ষেত্র (potential field)। অর্থাৎ সংরক্ষী ক্ষেত্র (conservative field) হল বিভব ক্ষেত্র। অতএব ভেক্টর তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$-এর সঙ্গে স্কেলার বিভবক্ষেত্রের একটা সম্পর্ক বর্তমান। এই বিভব ক্ষেত্র হল তড়িৎ-বিভব ক্ষেত্র। কিন্তু এই সম্পর্ক সর্ব প্রকার সংরক্ষণ ক্ষেত্রের বেলায় প্রযোজ্য। মহাকর্ষ ক্ষেত্র যেমন আছে তেমনি আছে তার মহাকর্ষ বিভব ক্ষেত্র। সাধারণ ভাবে বিভবের সংজ্ঞা হল এরূপ ঃ

কোনো ক্ষেত্রের প্রভাব বহির্ভূত স্থান (পদার্থ বিজ্ঞানের ভাষায় অসীমে) থেকে ঐ ক্ষেত্রের দ্বারা প্রভাবিত হয় এমন কোনো একক মানের সত্তাকে ঐ ক্ষেত্রের প্রদত্ত বিন্দুতে আনতে যে কার্য নিষ্পন্ন করার দরকার হয় তাকে বলে ঐ বিন্দুতে ক্ষেত্রটির বিভব। বিপরীতক্রমে, ঐ সত্তাকে ক্ষেত্র কর্তৃক অসীমে নিয়ে যেতে যে-কার্য করার দরকার হয় তাকে বলে ঐ বিন্দুতে ক্ষেত্রটির বিভব।

অতএব তড়িৎ বিভব হল তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে অসীম থেকে আনা একটি একক ধনাত্মক আধানের উপর কৃতকার্য। অথবা, একই কথা, তড়িৎ ক্ষেত্র কোনো বিন্দু থেকে একক ধনাত্মক আধানকে অসীমে নিয়ে যেতে যে কার্য করে তাকে ঐ বিন্দুতে ক্ষেত্রটির তড়িৎ বিভব বলে।

বিন্দু আধানের তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভব

বিন্দু আধান q থেকে r দূরত্বে কোনো বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi \in_0 k} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

এই বিন্দুতে একটি পরীক্ষাধীন একক আধান $Q(=1)$ স্থাপন করলে তার উপর প্রযুক্ত বল হবে

$$\vec{F} = \vec{E}Q = \vec{E} \quad (\because Q = 1)$$

$$\therefore \vec{F} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 k} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

এবার যদি Q আধানকে $-\vec{F}$ এর সমান বল প্রয়োগ করে $d\vec{r}$ সরণ ঘটান হয় তবে কৃত কার্য হবে

$$dW = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

অতএব এই সরণের ফলে Q যে পরিমাণ শক্তি অর্জন করবে তা হল dW। ধরা যাক, এর ফলে বিভব পার্থক্য হবে dV। তএব $dW = QdV = dV$

$$\therefore dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

কিন্তু $dV = \vec{\nabla} V \cdot d\vec{r}$

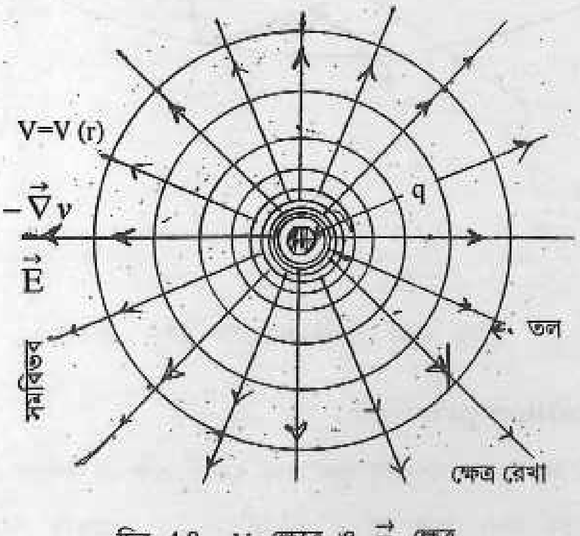
$$\therefore \left(\vec{\nabla} V + \vec{E}\right) \cdot d\vec{r} = 0$$

এখানে $d\vec{r} \neq 0$ আবার $d\vec{r}$ এর অভিমুখ অনিশ্চিত বলে উপরের সমীকরণ সম্ভব যদি হয়

$$\vec{\nabla} V + \vec{E} = 0$$

$$\therefore \vec{E} = -\vec{\nabla} V \qquad \text{..........(4.32)}$$

সমীকরণ (4.32) হল তড়িৎ ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{E}$ এবং তড়িৎ বিভব ক্ষেত্র V-এর সম্পর্ক। স্পষ্টতই বলা যায় যে যদি কোনো ভেক্টর ক্ষেত্র সংরক্ষী হয় তবে তা কোনো স্কেলার অপেক্ষক থেকে পাওয়া যায়। এই অপেক্ষকই হল ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রের স্কেলার বিভব (scalar potential)। এই বিভব অপেক্ষক V হল স্থানাংকের অপেক্ষক, অর্থাৎ $V = V(r) = V(x, y, z)$ ইত্যাদি। যদি এমন হয় $V(r)$ = ধ্রুবক। তবে বলা হয়, যে-তলের উপর V ধ্রুবক তাকে বলে সমবিভব তল (equipotential surface)। এই তলের উপর $\vec{\nabla} V$-এর দিক তলের লম্বাভিমুখে। অতএব $\vec{E}$ হল $V = V(r)$ তলের অভিলম্বে। অতএব বিভব ক্ষেত্রকে পরপর সজ্জিত তলদ্বারা চিত্রায়িত করা যায় এবং $\vec{E}$ কে ঐ সব তলের অভিলম্ব রেখা দ্বারা চিত্রায়িত করা যায়। তলগুলিকে বলে সমবিভব তল (equipotential surfaces) এবং রেখাগুলিকে বলে বলরেখা বা ক্ষেত্ররেখা (lines of force or field lines) (চিত্র-4.9)। লক্ষ করুন, আধানের নিকটে তলগুলির ঘনত্ব বেশি



চিত্র 4.9 V ক্ষেত্রে ও $\vec{E}$ ক্ষেত্র

যেমন ক্ষেত্র রেখার ঘনত্বও বেশি। এটা দিয়ে বুঝাতে হবে যে q -এর নিকটে তার বিভব ও তড়িৎ ক্ষেত্রের বেশি, দূরে কম। কোনো বিশেষ সমবিভব তলের ক্ষেত্রে $V(r)=a$, a -একটি ধ্রুবক যার মান q এর থেকে দূরত্ব বৃদ্ধির সঙ্গে হ্রাস পায়।

যদি $V = V(x,y,z)$ হয় তবে

$$\vec{\nabla} V = \hat{i}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}$$

কিন্তু যদি $V = V(r,\theta,\phi)$ হয় তবে

$$\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\hat{\phi}$$

যেখানে $\hat{r}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$ হল $r-$, $\theta-$ ও $\phi-$ বক্রের স্পর্শক বরাবর একক ভেক্টর (চিত্র-4.10)। যদি বিন্দু আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র ধরা হয়, তবে $V = V(r)$

$$\therefore\ \vec{\nabla} V = \hat{r}\frac{dV}{dr} = -\vec{E}$$

আবার $\vec{E} = E\hat{r}$

$$\therefore\ \frac{dV}{dr} = -E = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 k}\frac{1}{r^2}$$

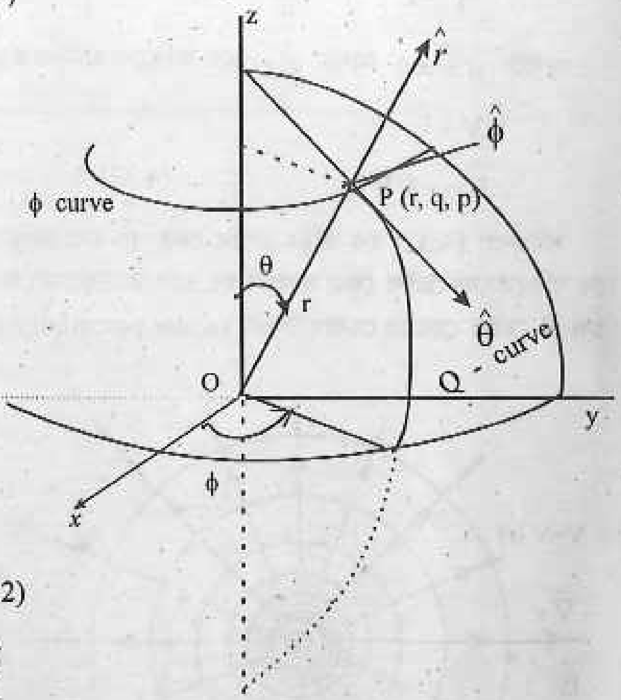
$$\therefore\ V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k}\frac{1}{r} + C$$

অসীম দূরত্বে সীমিত আধান q-এর ক্ষেত্র ও বিভব শূন্য, অর্থাৎ যখন $r=\infty$, $V=0$

$$\therefore\ C = 0$$

$$\therefore\ v = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k}\cdot\frac{1}{r} \qquad \text{..........(4.32)}$$

অতএব কোনো বিন্দু আধানের জন্য কোনো বিন্দুর বিভব ঐ আধান এবং আধান থেকে বিবেচ্য বিন্দুর দূরত্বের উপর নির্ভর করে।



চিত্র 4.10 গোলীয় স্থানাংকে একক ভেকটর

বিভবের উপরিপাতের নীতি (superposition principle)

আপনারা জানেন কোনো বিন্দুতে যদি একটি বিবিক্ত আধান বন্টনের জন্য ক্ষেত্র হয় $\vec{E}$ এবং ঐ বিন্দুতে ঐ বণ্টিত আধানসমূহ q_1, q_2, q_3............ প্রভৃতির জন্য ক্ষেত্র হয় $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$............ প্রভৃতি তবে

ভেক্টর যোগের নিয়মানুসারে

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i}$$

কিন্তু $\vec{E_i} = \frac{1}{4\pi \in_0 k} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r_i} = -\vec{\nabla} V_i$

যেখানে $\hat{r_i} = q_i$ থেকে বিবেচিত বিন্দুর অবস্থান ভেক্টরের একক ভেক্টর।

$$\therefore -\vec{\nabla} V = -\sum_i \vec{\nabla} V_i = -\left(\vec{\nabla} V_1 + \vec{\nabla} V_2 + \ldots\ldots\ldots\right) = -\nabla(V_1 + V_2 + V_3 + \ldots\ldots\ldots)$$

$$\therefore V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots\ldots\ldots \sum_{i=1}^{n} V_i \qquad \ldots\ldots\ldots(4.33)$$

বা $$V = \frac{1}{4\pi \in_0 k} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i} \qquad \ldots\ldots\ldots(4.34)$$

সমীকরণ (4.33) হল বিভবের উপরিপাতের নীতি, অর্থাৎ কোনো বিন্দুতে মোট বিভব, ঐ বিন্দুতে বিভিন্ন আধান ক্ষেত্রের বিভবের বীজগাণিতিক সমষ্টি।

অবিচ্ছিন্ন বণ্টিত আধানের জন্য তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভব ঃ

বণ্টিত আধানের dv অঞ্চলে মোট আধান ρdv-এর জন্য r দূরত্বে বিভব (ϕ) হবে

$$d\phi = \frac{1}{4\pi \in_0 k} \frac{p dV}{r}$$

$$\therefore \phi = \frac{1}{4\pi \in_0 k} \int_v \frac{p(r) dV}{r} \qquad \ldots\ldots\ldots(4.35)$$

যেখানে V = আধান বণ্টনের অঞ্চলের আয়তন। যদি আধান বণ্টিত হয় একটি তলের উপর, তবে

$$\phi = \frac{1}{4\pi \in_0 k} \int_s \frac{\sigma ds}{r} \qquad \ldots\ldots\ldots(4.36)$$

যেখানে $\sigma =$ আধানের তলমাত্রিক ঘনত্ব এবং dS ঐ তলের উপর বিবেচিত অনুপ্রতিম ক্ষেত্র। রৈখিক আধান বণ্টনের বিভব

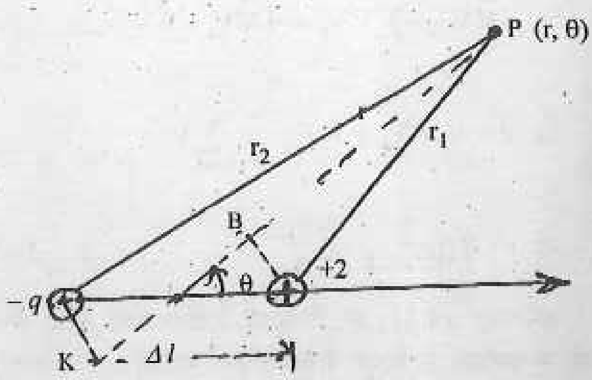
$$\phi = \frac{1}{4\pi \in_0 k} \int_s \frac{\lambda dl}{r} \qquad \ldots\ldots\ldots(4.37)$$

$\lambda =$ প্রতি একক দৈর্ঘ্যে বণ্টিত আধান।

অনুশীলনী-5 একটি ফাঁপা গোলককে সুষম ভাবে আহিত করা আছে। তার অভ্যন্তরে ও বাইরে কোনো বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভব নির্ণয় করুন।

4.4.1 তড়িৎ দ্বিমেরু (Electric Dipole)

তড়িৎ দ্বিমেরু কার্যত দুটি সমান ও বিপরীত আধানের বণ্টন। তাদের মধ্যেকার দূরত্ব যদি তাদের উৎপন্ন তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর দুরত্বের তুলনায় নগণ্য হয় তবে বলা হয় যে আধান দ্বয় একটি তড়িৎ-দ্বিমেরু (চিত্র-4.11)। $-q$ এবং $+q$ আধান দ্বয়কে নির্দেশ অক্ষ OX-এর উপর $\left(-\frac{\Delta\ell}{2},0\right)$ এবং $\left(+\frac{\Delta\ell}{2},0\right)$ বিন্দুতে স্থাপন করা হল। যদি $P(r,\theta)$ বিন্দুর দূরত্ব এমন হয় যে $\Delta\ell$ উপেক্ষণীয়, তবে বলা যাবে যে $(+q,-q)$ একটি তড়িৎ-দ্বিমেরু।



চিত্র 4.11 তড়িৎ-দ্বিমেরু

তড়িৎ-দ্বিমেরুর তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভব

আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন যে তড়িৎ বিভব উপরিপাতের নীতি মেনে চলে। অতএব

$$V_p = V_p(+q) + V_p(-q)$$

$$= \frac{1}{4\pi \in_0 k}\,\frac{q}{r_1} + \frac{1}{4\pi \in_0 k}\,\frac{(-q)}{r_2}$$

$$= \frac{q}{4\pi \in_0 k}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

বায়ুতে $k=1$ এবং এখানে $r_1 = r - \frac{\Delta\ell}{2}\cos\theta, r_2 = r + \frac{\Delta\ell}{2}\cos\theta$

$$\left[r_1 = PB = r - OB = r - \frac{\nabla\ell}{2}\cos\theta, r_2 \approx PA = r + OA = r + \frac{\nabla\ell}{2}\cos\theta\right]$$

$$\therefore\ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{1}{r - \frac{\Delta\ell}{2}\cos\theta} - \frac{1}{r + \frac{\Delta\ell}{2}\cos\theta}$$

$$= \frac{\Delta\ell\cos\theta}{r^2 - \left(\frac{\Delta\ell}{2}\cos\theta\right)^2} \approx \frac{\Delta\ell\cos\theta}{r^2}$$

$$\therefore V(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\Delta\ell\cos\theta}{r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \qquad \text{..........(4.38)}$$

যেখানে $p = q\Delta\ell$, যাকে বলে দ্বিমেরু ভ্রামক (dipole moment)। সমীকরণ (4.38) কে ভেক্টর বীজগণিতের পদ্ধতিতে প্রকাশ করা যায় ঃ

$$V(r,\theta) = \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \qquad \text{..........(4.39)}$$

যেখানে $\vec{p}$ এর অভিমুখ $-q$ থেকে $+q$ এর দিকে।

দ্বিমেরুর তড়িৎ ক্ষেত্র

আপনারা জানেন বা ইতিমধ্যে জেনেছেন যে তড়িৎ ক্ষেত্র ও তড়িৎ ক্ষেত্রের বিভবের মধ্যে সাধারণ সম্পর্কটি হল $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

এক্ষেত্রে সমতলীয় মেরুমুখী স্থানাংক (plane polar coordinates) ব্যবহারই সুবিধা জনক হবে।

অতএব $\vec{E} = -\left[\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)\hat{r} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta}\right)\hat{\theta}\right]$

এবং সমীকরণ (4.38) থেকে $\frac{\partial V}{\partial r}$ ও $\frac{\partial V}{\partial\theta}$ ব্যবহার করে পাওয়া যায়

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\left(\frac{-2p\cos\theta}{r^3}\right)\hat{r} + \left(\frac{-p\sin\theta}{r^3}\right)\hat{\theta}\right]$$

এখন যেহেতু $\vec{E} = E_r\hat{r} + E_\theta\hat{\theta}$ যেখানে E_r হলো $\vec{E}$-এর কেন্দ্রাতিগ (radial) উপাংশ এবং E_θ হলো $\vec{E}$-এর অনুপ্রস্থ (transverse) উপাংশ। অতএব

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2p\cos\theta}{r^3} \text{ এবং } E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\sin\theta}{r^3}$$

এখন $\left|\vec{E}\right| = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \left(\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}\right)\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$

বিকল্প পদ্ধতি

সমীকরণ (4.39) থেকে

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} v = -\frac{1}{4\pi \in_0}\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\right)$$

$$= -\frac{1}{4\pi \in_0}\left[\frac{1}{r^3}\vec{\nabla}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right) - \frac{3}{r^4}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\hat{r}\right] = -\frac{1}{4\pi \in_0}\left[\frac{\vec{p}}{r^3} - \frac{3\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\vec{r}}{r^5}\right]$$

$$\therefore\ \vec{E} = \frac{1}{4\pi \in_0}\left[\frac{3\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}\right] \qquad \text{..................(4.40)}$$

$$\left[\vec{\nabla}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right) = \vec{\nabla}(p_1 x + p_2 y + p_3 z) = p_1\hat{i} + p_2\hat{j} + p_3\hat{k} = \vec{p}\right]$$

সমীকরণ (4.40) সরলীকরণ করা যায়

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \in_0 r^3}\left[3\left(\vec{p}\cdot\hat{r}\right)\hat{r} - \vec{p}\right] \qquad \text{..................(4.41)}$$

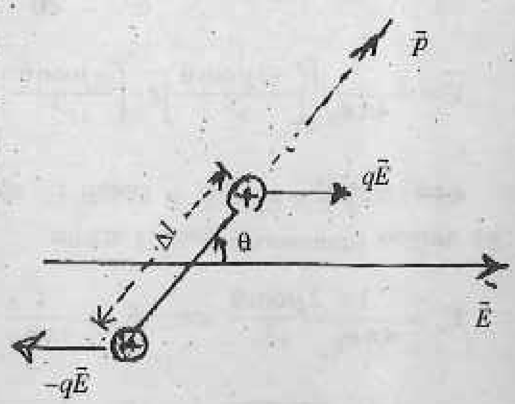
অতএব, এক্ষেত্রে $\vec{E}$-এর যে দুটি উপাংশ পাওয়া যায় তার একটি $\vec{p}$ অভিমুখে এবং অন্যটি $\vec{r}$ অভিমুখে।

4.4.2 সুষম তড়িৎ ক্ষেত্র কর্তৃক দ্বিমেরুর উপর কৃতকার্য

ধরা যাক, একটি দ্বিমেরুকে একটি সুষম তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$-এর মধ্যে এমনভাবে স্থাপন করা হলো যেন $\vec{E}$-এর ধনাত্মক দিকের সঙ্গে দ্বিমেরুর অক্ষ θ কোণ উৎপন্ন করে (চিত্র-4.12)। দ্বিমেরুটির উপর তড়িৎ ক্ষেত্র একটা টর্ক বা ভ্রামক (Z) প্রয়োগ করবে এবং দ্বিমেরু অক্ষকে $\vec{E}$-এর অভিমুখে আবর্তিত করবে। অতএব θ থেকে $\theta - d\theta$ কোণে আবর্তিত করতে কৃতকার্য

$$dW = -\left|\vec{\tau}\right| d\theta$$

বা $$\left|\vec{\tau}\right| = -\frac{dW}{d\theta}$$



চিত্র 4.12 কার্ল ক্ষেত্র

চিত্র থেকে $\left|\vec{\tau}\right| = q\left|\vec{E}\right|\left|\Delta\vec{\ell}\right|\sin\theta$

$$= \left|\vec{p}\right|\left|\vec{E}\right|\sin\theta$$

$$\therefore\ \vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} \qquad \text{..........(4.42)}$$

$$\therefore\ W = -\int_{0}\left|\vec{p}\times\vec{E}\right|d\theta \qquad \text{..........(4.43)}$$

এখানে এই কৃতকার্য কেবলমাত্র আবর্তনের জন্য এবং তাই $W = W(\theta)$।

4.4.3 তড়িৎ ক্ষেত্রে দ্বিমেরুর শক্তি

চিত্র 4.12 -এ প্রদর্শিতভাবে স্থাপিত দ্বিমেরুর $-q$ অবস্থানে বিভব ধরা যাক V এবং $+q$ অবস্থানে বিভব $V+\Delta V$ অতএব $-q$ ও $+q$ আধানদ্বয়কে তাদের বর্তমান অবস্থানে জড়ো করতে কৃতকার্য

$$W = -qV + q(V+\Delta V)$$

$$= q\Delta V$$

$$= q\vec{\nabla}V\cdot\Delta\vec{r}$$

কিন্তু $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

$$\therefore\ V = -q\Delta\vec{r}\cdot\vec{E}$$

কিন্তু $q\Delta\vec{r} = q\Delta\vec{l} = \vec{p}$

$$\therefore\ W = -\vec{p}\cdot\vec{E} \qquad \text{..........(4.44)}$$

এটাই হলো $\vec{E}$ ক্ষেত্রে $\vec{p}$ ভ্রামকের দ্বিমেরুকে স্থাপন করতে কৃতকার্য যা দ্বিমেরুতে সঞ্চিত শক্তি রূপে বর্তমান থাকে।

4.4.4 দুটি দ্বিমেরুর মধ্যে মিথস্ক্রিয়া (interaction)

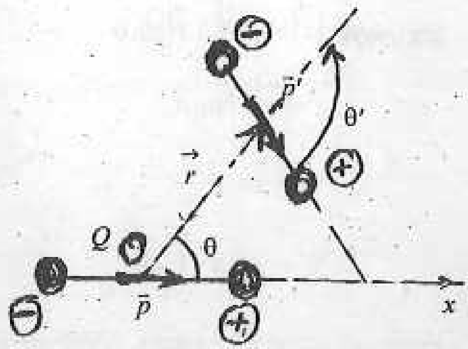
দ্বিমেরু ভ্রামক $\vec{p}$ বিশিষ্ট তড়িৎ দ্বিমেরুকে নির্দেশ অক্ষের মূল বিন্দুতে OX অক্ষ বরাবর স্থাপন করা হল। $\vec{r}$ অবস্থান-ভেক্টর $\vec{p'}$ ভ্রামকের দ্বিমেরুর অবস্থানকে নির্দেশ করে। $\vec{p}$ ও $\vec{p'}$ ভ্রামক দ্বয় $\vec{r}$ এর সঙ্গে θ ও θ' কোণ উৎপন্ন করে। $\vec{p'}$ অবস্থানে $\vec{p}$-এর তড়িৎ ক্ষেত্র

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}\left[\frac{3\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}\right]$$

অতএব $\vec{E}$ ক্ষেত্রে $\vec{p}'$ এর স্থিতিশক্তি

$$W' = -\vec{p}'\cdot\vec{E}$$

$$= \frac{1}{4\pi \epsilon_0}\left[\frac{\vec{p}\cdot\vec{p}'}{r^3} - \frac{3\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\left(\vec{p}'\cdot\vec{r}\right)}{r^5}\right] \qquad ....(4.45)$$



চিত্র 4.13

সমীকরণ (4.45) -এর প্রতিসাম্য থেকে একথা সহজে বলা চলে যে $\vec{p}$-এর স্থিতি শক্তি $W = W'$ হবে। যদি $\vec{r}, \vec{p}$ এবং $\vec{p}'$ একই তলে অবস্থান করে তবে

$$\vec{p}\cdot\vec{r} = pr\cos\theta\ ,\ \vec{p}'\cdot\vec{r} = p'r\cos\theta'$$

এবং $\vec{p}\cdot\vec{p}' = pp'\cos(\theta'-\theta)$

$$\therefore W = W' = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}\left[\frac{pp'\cos(\theta'-\theta)}{r^3} - \frac{3pp'\cos\theta\cos\theta'}{r^3}\right]$$

$$= \frac{pp'}{4\pi \epsilon_0 r^3}[\sin\theta\sin\theta' - 2\cos\theta\cos\theta'] \qquad ....(4.4.6)$$

4.4.5 বিষম ক্ষেত্রে দ্বিমেরু

ধরা যাক, $(-q, +q)$ দ্বিমেরুর দৈর্ঘ্য dl এবং উহার কেন্দ্রে তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$ যা সুষম নয়। ধরা যাক, $-q$ -এর অবস্থান $\left(x - \frac{dx}{2}, y - \frac{dy}{2}, z - \frac{dz}{2}\right)$

এবং $+q$ -এর অবস্থান $\left(x + \frac{dx}{2}, y + \frac{dy}{2}, z + \frac{dz}{2}\right)$

অতএব $-q$ এর অবস্থানে তড়িৎ ক্ষেত্র হবে

$$\vec{E_{(-)}} = \vec{E} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x}\left(-\frac{dx}{2}\right) + \frac{\partial \vec{E}}{\partial y}\left(-\frac{dy}{2}\right) + \frac{\partial \vec{E}}{\partial z}\left(-\frac{dz}{2}\right)$$

এবং $+q$ বিন্দুর অবস্থানে তড়িৎ ক্ষেত্র হবে

$$\vec{E_{(+)}} = \vec{E} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x}\left(\frac{dx}{2}\right) + \frac{\partial \vec{E}}{\partial y}\left(\frac{dy}{2}\right) + \frac{\partial \vec{E}}{\partial z}\left(\frac{dz}{2}\right)$$

অতএব $-q$ ও $+q$ এর উপর বল $\vec{F_{(-)}}$ এবং $\vec{F_{(+)}}$ হবে

$$\vec{F_{(-)}} = -q\vec{E} + q\left(\frac{dx}{2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \frac{dy}{2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + \frac{dz}{2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial z}\right)$$

এবং $$\vec{F_{(+)}} = q\vec{E} + q\left(\frac{dx}{2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \frac{dy}{2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + \frac{dz}{2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial z}\right)$$

অতএব দ্বিমেরুটির উপর লব্ধি বল

$$\vec{F} = \vec{F_{(-)}} + \vec{F_{(+)}} = q\left(dx\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + dy\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + dz\frac{\partial \vec{E}}{\partial z}\right)$$

$$= q\left(dx\frac{\partial}{\partial x} + dy\frac{\partial}{\partial y} + dz\frac{\partial}{\partial z}\right)\vec{E}$$

$$= q\left(d\vec{r}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{E}$$

$$\therefore\ \vec{F} = \left(\vec{p}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{E} \qquad \text{..........(4.4.7)}$$

কারণ যদি $\vec{r}$ হয় $\vec{p}$-এর কেন্দ্রস্থলের অবস্থান ভেক্টর তবে $-q$ এর অবস্থান ভেক্টর হবে $\vec{r} - \frac{d\vec{r}}{2}$ এবং $+q$ -এর অবস্থান ভেক্টর হবে $\vec{r} + \frac{d\vec{r}}{2}$ অতএব

$$d\vec{l} = \left(\vec{r} + \frac{d\vec{r}}{2}\right) - \left(\vec{r} - \frac{d\vec{r}}{2}\right) = d\vec{r}$$

এবং $q\,d\vec{l} = \vec{p} = q\,d\vec{r}$

4.5 পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম (Dielectrics)

বৈদ্যুতিক বৈশিষ্ট্যের ধর্মগুলি সাপেক্ষে পদার্থকে দুইভাগে ভাগ করা হয় ঃ ধাতব পদার্থ বা পরিবাহী এবং পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ (dielectrics) বা কুপরিবাহী।

(1) পরিবাহীর পারমাণবিক এবং আণুবিক বৈশিষ্ট্য হল এই যে এই ধরনের পদার্থের পরমাণু গুলির বাইরের ইলেকট্রনগুলি পরমাণুর সঙ্গে দুর্বলভাবে যুক্ত থাকে (weakly bonded)। ধাতব বাষ্প ঠাণ্ডা করলে তা যখন তরলে বা কঠিনে পরিণত হয় তখন এই ইলেকট্রনগুলি মূল পারমাণুর সঙ্গে আর যুক্ত থাকে না, তারা অবাধে তরলের বা কঠিন বস্তুর অভ্যন্তরে ঘোরা-ফেরা করে। তারা বৈদ্যুতিক প্রবাহ বহন করে এবং এদের বলে পরিবহন ইলেক্ট্রন (conduction electron)।

(2) কঠিন অবস্থায় পদার্থে যেসব পরমাণু পরিবহন ইলেকট্রন ছেড়ে দেয় তারা হয় ধনাত্মক আয়ন (positive ions)। এইসব আয়ন কেলাস ছক (crystal lattice) গঠন করে। আয়নগুলি তাদের সাম্যাবস্থানকে কেন্দ্র করে আন্দোলিত হয় বিশৃঙ্খলভাবে। উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে আন্দোলনের বৃদ্ধি ঘটে। তথাকথিত তাপীয়গতি (thermal motion) বলতে এই সব আয়নের আন্দোলনকে বোঝায়।

(3) যখন কোনো বহিস্থ তড়িৎ ক্ষেত্র বর্তমান থাকে না তখন এই পরিবহন ইলেকট্রন আলোর গতির তুল্যবেগে গমন করে। কিন্তু যখন তড়িৎ ক্ষেত্র প্রযুক্ত হয় তখন ইলেকট্রনগুলি তাদের নিজেদের স্বাভাবিক বিশৃঙ্খল গতি বজায় রেখে তড়িৎ ক্ষেত্রের বিপরীত দিকে সরে যেতে থাকে (drift)। এই যে তড়িৎ ক্ষেত্র বিপরীত দিকে পরিবহন ইলেক্ট্রনগুলির সরে যাওয়া একে বলে তড়িৎ প্রবাহ যার বেগ প্রতি সেকেণ্ডে কয়েক মিলিমিটার মাত্র।

(4) কিন্তু পরাবৈদ্যুতিক পদার্থে কেলাসছকের মধ্যে অনুগুলি তাদের সাম্যাবস্থানকে কেন্দ্র করে আন্দোলিত হয় এবং তাদের সবগুলো ইলেক্ট্রনকে নিজেদের সঙ্গে ধরে রাখে। অর্থাৎ পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে কোনো পরিবহন ইলেকট্রন থাকে না। পরাবৈদ্যুতিক পরমাণুর বহিস্থ ইলেকট্রন বা যোজ্যতা ইলেকট্রন (valence electron) তাদের মূল পরমাণুর (parent atoms) সঙ্গে দৃঢ় ভাবে আবধ্য থাকে। উচ্চ উষ্ণতায় বা তীব্র বিকিরণের দ্বারা এইসব ইলেট্রনকে মূল পরমাণু থেকে বিচ্ছিন্ন করা যায়।

(5) অধিকাংশ পরাবৈদ্যুতিক পদার্থের মূল কণা পরমাণু নয়, অণু। অর্থাৎ যদি কঠিন পদার্থ হয় তবে এইরূপ পরাবৈদ্যুতিক কেলাসের ছকে থাকে অণু।

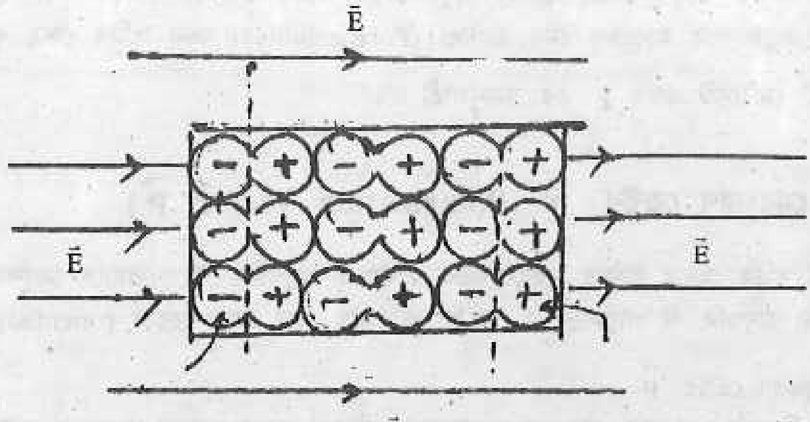
(6) পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ দুই শ্রেণির ঃ মেরুবিশিষ্ট (polar) এবং অমেরুবিশিষ্ট (nonpolar)। এমন পরাবৈদ্যুতিক বস্তু আছে যাদের অণুতে দুই ধরনের পরমাণু থাকে - এক ধরনের পরমাণু বৈদ্যুতিক ভাবে ধনাত্মক অন্যরা ঋণাত্মক। এরা আণবিক দ্বিমেরুর (molecular dipole) দুই মেরু গঠন করে। এই জন্য এই পরাবৈদ্যুতিক বস্তুকে বলে মেরু-বিশিষ্ট পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ। যাদের মধ্যে আণবিক দ্বিমেরু নেই তারা অমেরুবিশিষ্ট পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম।

(7) যেহেতু পরিবহন ইলেক্ট্রন নিম্ন বিভব থেকে উচ্চ বিভবে গমন করে এবং এর ফলে বিভব প্রভেদ হ্রাস পেয়ে শূন্য হয় তাই পরিবাহীর মধ্যে তড়িৎ ক্ষেত্র থাকতে পারে না ($\vec{E} = -\vec{\nabla} V = 0$ কারণ $V = 0$)।

কিন্তু পারবৈদ্যুতিক মাধ্যমে কোনো পরিবহন ইলেক্ট্রন না থাকায় ইলেক্ট্রন নিম্ন বিভব থেকে উচ্চবিভবে গমন করে না এবং তাই $dV \neq 0$ এবং এই জন্য পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে তড়িৎ ক্ষেত্র বজায় থাকে।

4.5.1 পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের মেরুকরণ

যদি এক খণ্ড পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ একটি তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থাপন করা হয় তা হলে তার অণুগুলির অবস্থানের পরিবর্তন ঘটে দুই ভাবে। যদি গৃহীত পরাবৈদ্যুতিক খণ্ডটি মেরু বিশিষ্ট হয় তবে প্রতিটি অনুর দুই বিপরীত আধানের উপর সমান ও বিপরীত মুখী বল প্রযুক্ত হয়। অর্থাৎ প্রতিটি অনুর উপর একটি টর্ক প্রযুক্ত হয়। এই টর্কের প্রভাবে অণুগুলি ক্ষেত্রের অভিমুখের দিকে অংশত বা সম্পূর্ণ আবর্তিত হয়। অবশ্য কোনো বিশেষ মুহূর্তে এমনকি কিছু সংখ্যক অনু প্রযুক্ত তড়িৎ ক্ষেত্রের বিপরীত দিকেও অবস্থান নিতে পারে। কিন্তু যদি পরাবৈদ্যুতিক টুকরোটি অমেরু বিশিষ্ট হয় তা হলে প্রতিটি অণুতে উপস্থিত বিপরীত আধান দুটি সমান ও বিপরীত বলের প্রভাবে বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর স্থানচ্যুত হবে। এর ফলে টুকরোটি এবং তার অণুগুলি প্রলম্বিত (strained) হবে (চিত্র 4.14)।



চিত্র 4.14 মেরুকরণ

আরো লক্ষ করুন যে, বলের প্রভাবে অণুগুলির প্রতিটি পরমাণু দ্বিমেরুতে পরিণত হয়েছে। তবে মাধ্যমের অভ্যন্তরে বিপরীত আধানগুলি পরস্পরকে প্রশমিত করায় অভ্যন্তরস্থ দ্বিমেরুগুলি বিনষ্ট হবে। কিন্তু খণ্ডটির দুই চরম প্রান্তে দুটি বিপরীত আধানের স্তর গঠিত হবে। এদের বলে তলীয় আধান (surface charges)। এধরনের তলীয় আধান, দুটি পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের বিভেদতলে, অথচ মাধ্যমের অভ্যন্তরেও সৃষ্টি হতে পারে। আবার অসমসত্ত্ব পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের অভ্যন্তরেও এরূপ আধান দেখা দিতে পারে।

আরো লক্ষ করার যে খণ্ডটি সামগ্রিক ভাবে কোনো আধানে আহিত হয়নি। অর্থাৎ কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রে পরাবৈদ্যুতিক বস্তুর খণ্ড আহিত হয় না। যদি অবশ্য কোনো প্রকারে (যেমন ঘর্ষন দ্বারা) কিছু ইলেক্ট্রনকে নিয়ে নেওয়া যায় তবে অবশ্য খণ্ডটি ধনাত্মক আধানে আহিত হবে। মেরুকরণের জন্য পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম তলে যে বিপরীত আধানের উপস্থিতি ঘটে তাদের বলে বদ্ধ আধান (bound charges)।

কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রে পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের এক খণ্ড বস্তুকে স্থাপন করে তার দুই বিপরীত তলে বিপরীত আধান উৎপাদনের প্রক্রিয়াকে বলে পরাবৈদ্যুতিকের মেরুকরণ (Polarization of Dielectric)।

পরিবাহীতে ভ্রমণরত আধান অথবা বাইরে থেকে সঞ্চারিত আধানকে বলে মুক্ত আধান (free charges)। মেরু বিশিষ্ট পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের প্রতিটি অণুর দ্বিমেরু ভ্রামক (dipole moment) যদি $\vec{p}$ হয় এবং যদি প্রযুক্ত তড়িৎ ক্ষেত্র হয় $\vec{E}$ তবে

$$\vec{p} = \alpha\vec{E}$$

যেখানে α হল একটি ধ্রুবক।

$$\therefore \alpha = \frac{|\vec{p}|}{|\vec{E}|}$$

অর্থাৎ একক তড়িৎ ক্ষেত্রে প্রতিটি অণু-দ্বিমেরুর ভ্রামক হল α। অতএব α মেরুকরণের একটা পরিমাপ। একে বলে মাধ্যমের মেরু প্রবণতা (Polarizability)। যখন তড়িৎ ক্ষেত্র খুবই দুর্বল কেবল তখনই $\vec{p}$ মোটামুটি ভাবে $\vec{E}$ এর সমানুপাতী হয়।

4.5.2 মেরুকরণ ভেক্টর $\vec{P}$ (Polarization Vector $\vec{P}$)

একটি তড়িৎ ক্ষেত্রে রক্ষিত পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের অণুগুলির কী পরিমাণে মেরুকরণ ঘটেছে অথবা মেরু-বিশিষ্ট অণুগুলি কী পরিমাণে ঐ ক্ষেত্রের অভিমুখে স্থান গ্রহণ করেছে (oriented) তার পরিমাপকে বলে মেরুকরণ ভেক্টর $\vec{P}$

সংজ্ঞা হিসেবে বলা যায়, প্রতি একক আয়তনের দ্বিমেরু ভ্রামককে বলে মেরুকরণ ভেক্টর। অতএব তড়িৎ ক্ষেত্রে রক্ষিত কোনো পরাবৈদ্যুতিক পদার্থের প্রতি একক আয়তনে যদি অণুর সংখ্যা হয় n তা হলে

$$\vec{P} = n\vec{p}$$

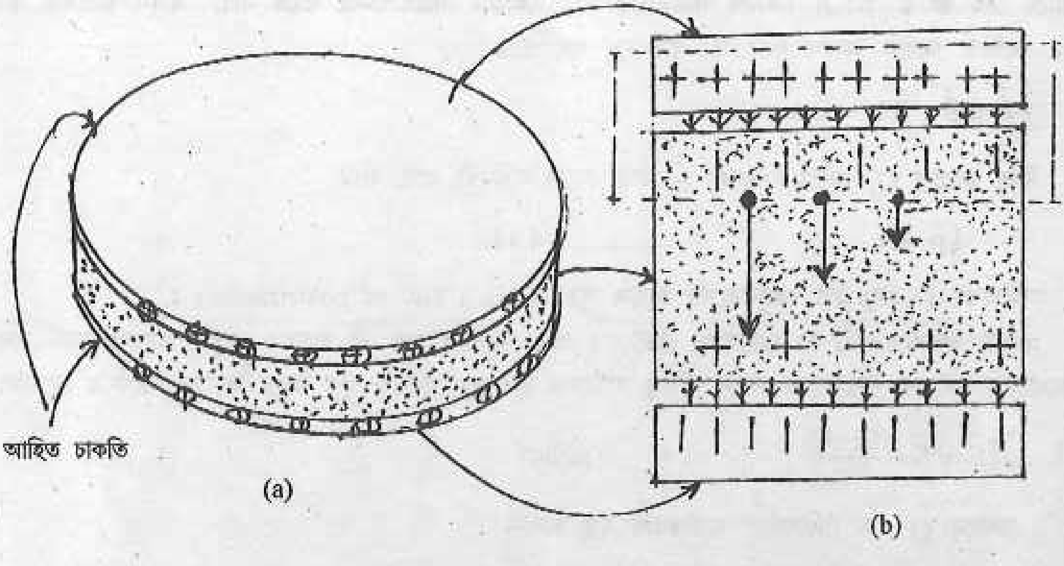
যেখানে $\vec{p}$ প্রতিটি অনুর দ্বিমেরু ভ্রামক।

একটি পরাবৈদ্যুতিক বস্তু খণ্ড বিবেচনা করা যাক যার আকৃতি আয়তকার ফলক। এই ফলকের দৈর্ঘ্য ধরা যাক L এবং প্রস্থচ্ছেদ A যদি মেরুকরণের জন্য এই আয়তকার ফলকের বিপরীত প্রান্তের বধ আধানের ঘনত্ব হয় $\pm\sigma$ তবে মেরুকৃত ফলকের মোট দ্বিমেরু ভ্রামক $= \sigma AL = \sigma V$, যেখানে ফলকের আয়তন $= V$ অতএব,

$$|\vec{P}| = \frac{\sigma V}{V} = \sigma$$

অতএব মেরুকরণ ভেক্টরের মান বধ আধান-ঘনত্বের সমান। অতএব $\vec{P}$-এর একক Cm^{-2}, কুলম্ব/বর্গমিটার। $\vec{P}$-এর অভিমুখ এবং $\vec{p}$-এর অভিমুখ অভিন্ন, অর্থাৎ $-\sigma$ থেকে $+\sigma$, ঋণাত্মক বধ আধান থেকে ধণাত্মক বধ আধান অভিমুখে।

4.5.3 তড়িতাবেশ ভেক্টর (Electric Displacement) $\vec{D}$



চিত্র 4.15 সমান পরিমাণে বিপরীত আধানে আহিত চাকতির মধ্যে পরাবৈদ্যুতিক স্তর

ধরা যাক, দুটি বৃত্তাকার পাত পরিবাহীকে সমানভাবে বিপরীত আধানে আহিত করে তাদের মধ্যে একটি পাতলা পরাবৈদ্যুতিক পাত রাখা হলো [চিত্র 4.15, (*a*) এবং (*b*)]। আহিত পাতদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল। পরাবৈদ্যুতিক পাত খুব পাতলা হবে যাতে দুই আহিত পাতের মধ্যবর্তী বৈদ্যুতিক ক্ষেত্র সুষম হয়। চিত্র 4.15 (*b*) -এ বিচ্ছিন্ন রেখা দ্বারা একটি ফাঁপা বেলনাকার গাউসীয় তল দেখানো হয়েছে। এই বেলনতলের প্রান্তদ্বয় পরাবৈদ্যুতিক স্তরের সমান্তরাল। যে প্রান্ত পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে আছে তার উপর তিনটি ভেক্টর আছেঃ *i*) দুই আহিত পাত যে-তড়িৎ ক্ষেত্র উৎপাদন করে, $\vec{E}$ হলো পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের মধ্যে সেই তড়িৎ ক্ষেত্র। *ii*) এই তড়িৎ ক্ষেত্রের দ্বারা পরাবৈদ্যুতিক পাতের মেরুকরণ ঘটে এবং তার দুই বিপরীত পার্শ্বে ঋণাত্মক ও ধনাত্মক বধ আধান উৎপন্ন হয়। এই বধ আধান পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে মেরুকরণ ভেক্টর $\vec{P}$-এর উদ্ভব ঘটায় যার অভিমুখ ঋণাত্মক বধ আধান থেকে ধনাত্মক বধ

আধানের দিকে। [সংজ্ঞানুসারে এরূপ দিক নির্ধারণ।] *iii)* এতদ্ব্যতীত আরো একটি ভেক্টর $\vec{D}$ বর্তমান যে সম্পর্কে শীঘ্রই জানা যাবে।

গাউসীয় প্রান্ত তলের ক্ষেত্রফল A হলে $\vec{P}$-এর মোট ফ্ল্যাক্স্ বা প্রবাহ হবে

$$\oint \vec{P}\cdot d\vec{S} = PA$$

কারণ, বেলনাকার তল এবং $\vec{P}$ পরস্পর লম্ব এবং গাউসীয় তলের যে প্রান্ত পরিবাহী পাতের মধ্যে আছে সেই প্রান্তে $\vec{P}=0$ (কারণ পরিবাহীর মধ্যে কোনো তড়িৎ ক্ষেত্র থাকে না।)। এখন গাউসীয় তল যে, আহিত আধান আবধ্ব করে তা যদি Q_i হয় তবে

$$\oint \vec{P}\cdot d\vec{S} = PA = -\sigma A = Q_i$$

কিন্তু যেহেতু Q_i ঋণাত্মক বলে $\vec{P}$ তল থেকে বহির্মুখী হবে, তাই

$$\oint \vec{P}\cdot d\vec{S} = -Q_i \qquad \text{..............(4.48)}$$

সমীকরণ (4.48) হল মেরুকরণের গাউস সূত্র (Gaus's law of polarization) ঃ

একটি বধ্বতলের উপর মেরুকরণ ভেক্টরের তল সমাকল হল ঐ বধ্বতল কর্তৃক আবধ্ব মোট বধ্ব-আধানের ঋণাত্মক পরিমাণের সমান। কিন্তু গাউসের মূল সূত্র বধ্ব ও মুক্ত উভয় আধানের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

$$\therefore \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q+Q_i}{\epsilon_0} \qquad \text{.......(4.49)}$$

যেখানে Q হল পরিবাহীর অভ্যন্তরস্থ মুক্ত আধান।

$$\therefore \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0}\oint \vec{p}\cdot d\vec{S}$$

বা $$\therefore \oint \left(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right)\cdot d\vec{S} = Q$$

বা $$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q \qquad \text{.......(4.50)}$$

যেখানে

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad \text{.......(4.51)}$$

$\vec{D}$-কে বলে তড়িৎ-আবেশ ভেক্টর (electric displacement vector) বা তড়িৎ-ফ্লাকস ঘণত্ব (electric flux density)। সমীকরণ (4.50) থেকে বলা যায় যে $\vec{D}$ হলো মুক্ত আধান Q এর তড়িৎ ক্ষেত্র। সমীকরণ (4.50) হল তড়িৎ আবেশ ভেক্টরের গাউস সূত্র ঃ

একটি বধ্বতলের উপর তড়িৎ আবেশ ভেক্টরের তল সমাকল ঐ তল কর্তৃক আবধ্ব মোট মুক্ত আধানের সমান।

এখন, যদি $\vec{E}$ খুব তীব্র না হয় তবে

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

যেখানে χ_e হলো অনুপাতের ধ্রুবক। একে বলে পরাবৈদ্যুতিক মাধমের বৈদ্যুতিক প্রবণতা (electic susceptibility)। χ_e কে ϵ_0 দ্বারা গুণ করে χ_e কে মাত্রাহীন (dimensionless) করা হয়েছে।

$$\therefore\ \vec{D} = \epsilon_0 (1 + x_e)\vec{E} = \epsilon\vec{E} \qquad \text{.............(4.52)}$$

যেখানে $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$

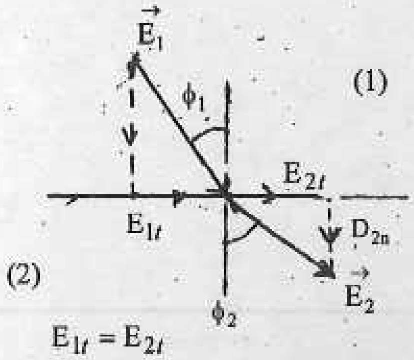
ϵ কে বলে পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের বিদ্যুৎশীলতা। জড় মাধ্যম শূন্য অঞ্চলে $\epsilon_0 = 0$ কারণ, মেরু করণের জন্য কোনো মাধ্যম নেই। এইজন্য ϵ_0 কে বলে শূন্যমাধ্যমের বিদ্যুৎশীলতা (permittivity of free space)। এবং $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \chi_e = k$ ....(4.53)

k কে বলে মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক (dielectric constant) বা অপেক্ষিক বিদ্যুৎশীলতা (relative permittvity)।

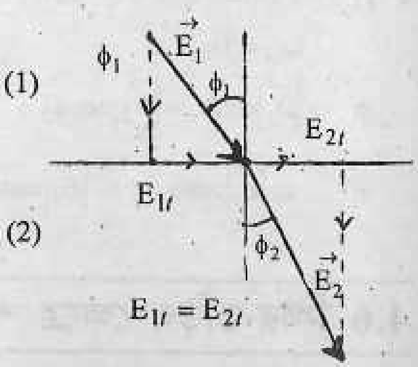
4.5.4 সীমাস্থ শর্তাবলি (Boundary Conditions)

তড়িৎ ক্ষেত্র যখন একটি মাধ্যম থেকে অন্য মাধ্যমে প্রবেশ করে তখন দুই মাধ্যমের বিভেদ তলে ক্ষেত্রের দিক ও মানের পরিবর্তন ঘটে। এই পরিবর্তন দুটি শর্ত মেনে চলে ঃ

1. দুটি মাধ্যমের বিভেদতল অতিক্রম কালে তড়িৎ ক্ষেত্রের স্পর্শকী উপাংশ (tangential component) সন্তত থাকে।



চিত্র-4·16 A



চিত্র-4·16 B

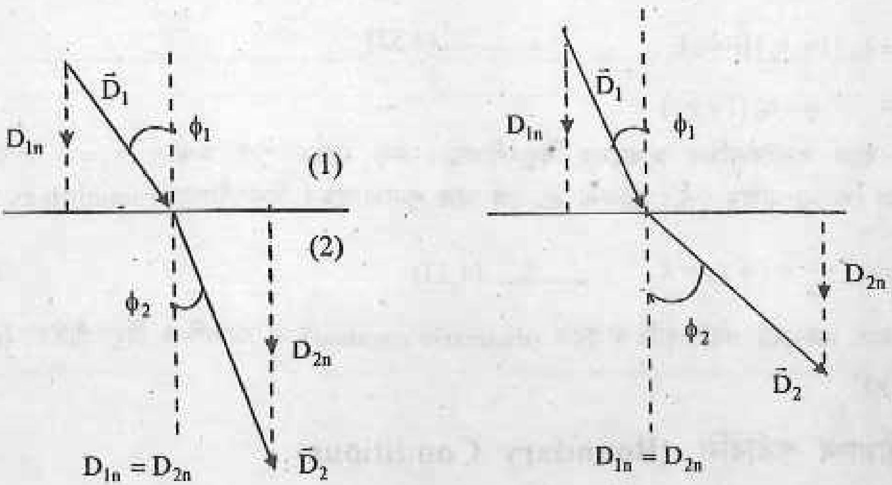
বিভেদ তল বরাবর মাধ্যম (1) -এ তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}_1$ এর স্পর্শকী উপাংশ $E_{1t} = |\vec{E}_1| \sin\phi_1$ এবং মাধ্যম

(2)-এ তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E_2}$ এর স্পর্শকী উপাংশ $E_{2t} = \left|\vec{E_2}\right| \sin\phi_2$ অতএব শর্ত-1 অনুসারে

$$E_{1t} = E_{2t}$$

বা $$\left|\vec{E_1}\right| \sin\phi_1 = \left|\vec{E_2}\right| \sin\phi_2$$

2. দুটি মাধ্যমের বিভেদ তলে দুই মাধ্যমের তড়িৎ আবেশ ভেক্টরের অভিলম্ব উপাংশ পরস্পর সমান।



চিত্র 4.17 সেবুকরণ

যদি $\vec{D_1}$ ও $\vec{D_2}$ হয় মাধ্যম (1) ও মাধ্যম (2)-এ তড়িৎ আবেশ ভেক্টর এবং D_{1n} ও D_{2n} হয় $\vec{D_1}$ ও $\vec{D_2}$ এর অভিলম্ব উপাংশ তবে

$$D_{1n} = D_{2n}$$

বা $$\left|\vec{D_1}\right| \cos\phi_1 = \left|\vec{D_2}\right| \cos\phi_2$$

বা $$\epsilon_1 \left|\vec{E_1}\right| \cos\phi_1 = \epsilon_2 \left|\vec{E_2}\right| \cos\phi_2$$

4.6 স্থির-তড়িৎ ক্ষেত্রে শক্তি

(1) আধানের স্থির তড়িৎ শক্তি :

যে-কোনো বণ্টিত আধানের একটি ব্যবস্থা বিবেচনা করা যাক। এই ব্যবস্থায় আধান জড়ো করতে কার্য করা দরকার। এই কার্য স্থিতি শক্তি রূপে বণ্টিত আধান ব্যবস্থায় থেকে যায়। এই স্থিতি শক্তি

ই হলো আধানের স্থির-তড়িৎ শক্তি। প্রশ্ন হল একটি আধান বণ্টন গঠন করতে কার্য করার দরকার হয় কেন?

প্রথমে যে আধানটিকে সম্ভাব্য বণ্টন ব্যবস্থায় সন্নিবেশিত করা হয় তার জন্য কোনো কার্য করার দরকার হয় না। কারণ, এই আধানের উপর কোনো বলের বিরুদ্ধে তার সরণ ঘটে না। কিন্তু একটি আধান স্থাপিত হওয়ার পর অন্যান্য আধানকে তাদের বর্তমান অবস্থানে আনতে পূর্ববর্তী আধান বা আধান সমূহের বলের বিরুদ্ধে কার্য করতে হয়। ধরা যাক, প্রথমে q_i আধানটিকে তার বর্তমান অবস্থান $\vec{r_i}$ -এ স্থাপন করা হল। q_j এর অবস্থানে q_i-এর ক্ষেত্রের বিভব হবে

$$\phi_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i}{r_{ij}}$$

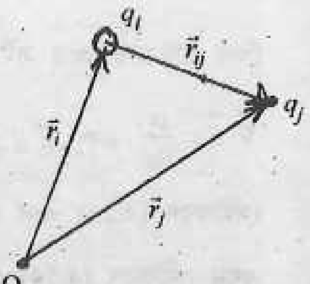
যেখানে $\vec{r_{ij}} = \vec{r_j} - \vec{r_i} = q_i$ সাপেক্ষে q_j-এর অবস্থান ভেক্টর (চিত্র 4.18)। অতএব q_j কে $\vec{r_j}$ অবস্থানে আনতে কৃত কার্য $W_j = \phi_{ij}\, q_j$

কিন্তু যদি q_j পূর্বেই তার বর্তমান অবস্থানে আনা হয় তবে কোনো কার্য করতে হয় না। তখন q_i কে তার বর্তমান অবস্থানে আনতে কৃতকার্য হবে

$$W_i = \phi_{ji}\, q_i$$

যেখানে ϕ_{ji} হল q_i এর অবস্থানে q_j-র ক্ষেত্রের বিভব

$$\phi_{ji} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_j}{r_{ji}}$$



চিত্র 4.18

কিন্তু $W_j = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_j q_i}{r_{ji}} = W_i$

অতএব q_i ও q_j দ্বারা গঠিত ব্যবস্থার শক্তি হবে

$$U_{ij} = \frac{1}{2}W_i = \frac{1}{2}W_j = \frac{1}{2}\times\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

অতএব সমগ্র ব্যবস্থার শক্তি

$$U = \sum_{ij} U_{ij} = \frac{1}{2}\sum_i\sum_j \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}$$

অতএব যদি q_i এর অবস্থানে মোট বিভব হয় ϕ_i তবে

$$\phi_i = \sum_j \phi_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_j \frac{q_j}{r_{ij}}$$

$$\therefore\ U = \frac{1}{2}\sum_i \phi_i q_i \qquad \text{..........(4.53)}$$

অতএব যদি আধান ব্যবস্থা অবিচ্ছিন্ন ভাবে বণ্টিত হয় তবে তার শক্তি হবে

$$U = \frac{1}{2}\int_{\text{সর্বাঞ্চল}} \phi\, dq = \frac{1}{2}\int_{\text{সর্বাঞ্চল}} \rho\phi\, dV \qquad \text{..........(4.54)}$$

যেখানে $$\phi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}\int_{\text{বণ্টনাঞ্চল}} \frac{dq}{r} = \frac{1}{2}\int_{\text{বণ্টনাঞ্চল}} \frac{\rho dV}{r}$$

সমীকরণ (4.54) কে লেখা যায়

$$U = \int\left(\frac{1}{2}\rho\phi\right)dV = \int u\, dV$$

যেখানে $u = \frac{1}{2}\rho\phi$ ....(4.55)

u কে বলে বণ্টিত আধানের শক্তি ঘনত্ব (energy density) অর্থাৎ প্রতি একক আয়তনে শক্তি।

(2) শূন্যাঞ্চলে তড়িৎ ক্ষেত্রের শক্তি (Field Energy in Free Space)

স্থির তড়িতের ক্ষেত্র সমীকরণ হল

$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ এবং $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$

(সমীকরণ (4.24) এবং (4.25) দ্রষ্টব্য।)

এখন সমীকরণ (4.54) কে ক্ষেত্র রাশি $\vec{E}$ ও ϕ দ্বারা প্রকাশ করা যায় ঃ

$$U = \frac{\epsilon_0}{2}\int\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{E}\right)\phi\, dV$$

$$= -\frac{\epsilon_0}{2}\int \phi\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\phi\right)dV$$

কিন্তু $\vec{\nabla}\cdot\left(\phi\vec{\nabla}\phi\right) = \phi\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla}\phi\cdot\vec{\nabla}\phi$

$$\therefore\ U = \frac{\epsilon_0}{2}\int_v \vec{\nabla}\phi\cdot\vec{\nabla}\phi\, dV - \frac{\epsilon_0}{2}\int_v \vec{\nabla}\cdot\left(\phi\vec{\nabla}\phi\right)dV$$

$$=\frac{\epsilon_0}{2}\int_v \vec{E}\cdot\vec{E}\,dV-\frac{\epsilon_0}{2}\oint_s \phi\vec{\nabla}\phi\cdot d\vec{S}$$

যদি S কে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত ধরা হয় তাহলে অসীমে ϕ এবং $\vec{\nabla}\phi=-\vec{E}$ উভয়েই শূন্য। অতএব উপরের সমীকরণের দ্বিতীয় পদ হবে শূন্য।

$$\therefore\ U=\int\left(\frac{\epsilon_0\,\vec{E}\cdot\vec{E}}{2}\right)dV=\int\frac{1}{2}\epsilon_0\,E^2dV \qquad ....(4.56)$$

অতএব শক্তি ঘনত্ব $u=\frac{1}{2}\epsilon_0\,E^2$ ....(4.57)

সমীকরণ (4.56) ও (4.57) থেকে দেখা যাচ্ছে যে আধানের শক্তি ও শক্তি ঘনত্ব কার্যত তড়িৎ ক্ষেত্রের শক্তি ও শক্তি ঘনত্ব। এর থেকে বলা যায় স্থির তড়িৎ শক্তি আধানে যেমন থাকে, তেমনি থাকে তড়িৎ ক্ষেত্রে।

(3) পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে শক্তি ঘণত্ব

পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে স্থির তড়িৎ সমীকরণ হল

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\rho \quad \text{এবং} \quad \vec{E}=-\vec{\nabla}\phi$$

$$\therefore\ u=\frac{1}{2}\int\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{D}\right)\phi dV$$

কিন্তু $\vec{\nabla}\cdot\left(\phi\vec{D}\right)=\phi\vec{\nabla}\cdot\vec{D}+\vec{\nabla}\phi\cdot\vec{D}=\phi\vec{\nabla}\cdot\vec{D}-\vec{E}\cdot\vec{D}$

$$\therefore\ U=\frac{1}{2}\int_v \vec{\nabla}\cdot\phi\vec{D}\,dV+\frac{1}{2}\int_v \vec{E}\cdot\vec{D}\,dV$$

$$=\frac{1}{2}\oint_S \phi\vec{D}\cdot d\vec{s}+\int_V\left(\frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2}\right)dV$$

পূর্বের মতই, প্রথম পদ শূন্য। অতএব

$$U=\int_V\frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2}dV \qquad ....(4.58)$$

$$\because\ u=\frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2} \qquad ....(4.59)$$

অনুশীলনী-6 a এবং b আভ্যন্তরীণ ও বহির্ব্যাসার্ধের একটি খোলক χ_e তড়িৎ প্রবণতার পরাবৈদ্যুতি পদার্থ দ্বারা গঠিত। যদি খোলকের মোট আধান হয় Q, তবে এই আধান বন্টনের মোট শক্তি নির্ণয় করুন।

4.7 ধারক ও ধারকত্ব (Capacitors and capacitances)

কোনো পরিবাহীকে বিচ্ছিন্ন পরিবাহী বলা হয় তখনই যখন তার কাছাকাছি অন্য কোনো পরিবাহী থাকে না। অতএব একটি পরিবাহী যখন ভূমির কাছাকাছি থাকে তখনও তাকে বিচ্ছিন্ন পরিবাহী বলা যায় না।

এরূপ একটি বিচ্ছিন্ন পরিবাহী তার পরিপার্শ্বস্থ অঞ্চলে যে বিভব উৎপন্ন করে এবং তার নিজের যে বিভব তা নির্ভর করে ঐ পরিবাহীর আধানের উপর। বিভব V, আধান Q এর সমানুপাতী হয়।

$$\therefore\ Q = CV$$

বিভবের সহগ C কে বলে পরিবাহীর ধারকত্ব (capacitance)। আপনারা জানেন কোনো R ব্যাসার্ধের গোলকের আধান Q হলে তার বিভব V = Q/R (সি.জি. এস-এ); বা $Q = RV$ তুলনা করলে $C = R$ অতএব ধারকত্বের মাত্রা দৈর্ঘ্য। এবং অতএব তার একক হবে দৈর্ঘ্যের একক। কিন্তু SI এককে $V = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ এবং $Q = (4\pi\epsilon_0 R)V$. অতএব $C = 4\pi\epsilon_0 R$ ইতিমধ্যে আপনারা জানেন ϵ_0 এর একক Fm^{-1} (ফ্যারাড/মিটার)। R এর একক মিটার। অতএব C এর একক ফ্যারাড। কাকে বলে এক ফ্যারাড?

$$C = \frac{Q}{V}$$

যখন $Q = 1$ কুলম্ হলে $V = 1$ ভোল্ট তখন $C = \dfrac{1 coul}{1 volt} = 1F$. অর্থাৎ যে বিচ্ছিন্ন পরিবাহীকে এক কুলম্ আধান দিলে তার বিভব হয় এক ভোল্ট সেই পরিবাহীর ধারকত্ব হল এক ফ্যারাড।

ধারক কাকে বলে? যে ব্যবস্থার দ্বারা কোনো পরিবাহীর ধারকত্ব বৃধি করা যায় তাকে বলে ধারক। একটি পরিবাহীর ধারকত্ব অন্য পরিবাহীর উপস্থিতিতে বৃধি পায়। সাধারণ ভাবে ধারক তৈরির নীতিটি হল এমন যে দুটি বা তার অধিক পরিবাহীর আকৃতি ও সংস্থাপনা এমন হবে যেন তাদের উৎপন্ন তড়িৎ ক্ষেত্রটি প্রধানত তাদের মধ্যবর্তী অঞ্চলে সীমাবধ থাকে।

ধারকের ক্ষেত্রে আধান দুই পরিবাহীর বিভব পার্থক্যের সমানুপাতী। অর্থাৎ $Q = C(V_1 - V_2)$

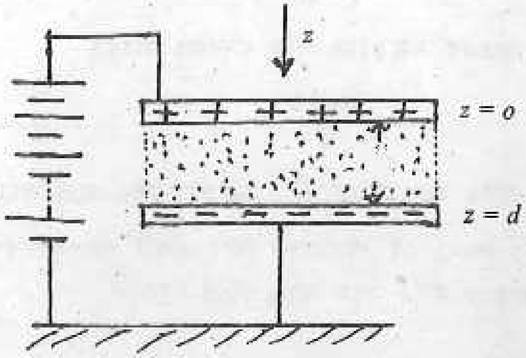
$$\therefore\ C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

অতএব, $V_1 - V_2 = 1$ হলে $C = Q$. অর্থাৎ ধারকের দুই পরিবাহীর বিভব প্রভেদ একক পরিমাণ করতে উহার যে কোনো একটি পরিবাহীতে যতটা আধান দেওয়ার প্রয়োজন হয় তাকে বলে ধারকের ধারকত্ব।

4.7.1 কয়েকটি ধারকের ধারকত্ব নির্ণয়

I. সমান্তরাল পাত ধারক

দুটি সমান্তরাল ধাতব চাকতি যখন পরস্পরের খুব নিকটে থাকে এবং তারা পরস্পর থেকে একটা পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের স্তর দ্বারা পৃথককৃত থাকে তখন ব্যবস্থাটিকে বলে সমান্তরাল পাত ধারক। একটি পাতকে আধান দেওয়া হয় এবং অন্যপাতটি থাকে ভূসংলগ্ন (চিত্র-4.19)। দুইপাতের মধ্যবর্তী অঞ্চলে কোনো আধান থাকে না, অতএব লাপলাসের সমীকরণ প্রযোজ্য ঃ



চিত্র 4.19 সামান্তরাল পাত ধারক

$$\nabla^2 V = 0$$

যেখানে V হল দুইপাতের মধ্যবর্তী কোনো বিন্দুতে বিভব। পাতদ্বয় খুবই কাছাকাছি, তাই অভ্যন্তরস্থ ক্ষেত্র হবে সুষম এবং অভিমুখ হবে দুই পাতের অভিলম্বে। অতএব লাপলাসের সমীকরণকে লেখা যায়

$$\frac{d^2V}{dz^2} = 0$$

$$\therefore V = c_1 z + c_2$$

c_1, c_2 ধ্রুবক। ধরা যাক দুইপাতের দূরত্ব $= d$ এবং আহিত পাতের বিভব V_0. অতএব,

যখন $z = 0,\ V = V_0$ এবং $z = d,\ V = 0$

$$\therefore c_2 = V_0 \text{ এবং } 0 = c_1 d + V_0 \text{ বা } c_1 = -\frac{V_0}{d}$$

$$\therefore V = V_0 - \frac{V_0}{d} z$$

z বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র $\left|\vec{E}\right| = -\frac{dV}{dz} = \frac{V_0}{d}$, একটি ধ্রুবক।

$\vec{E}$-এর অভিমুখ z বরাবর এবং ধ্রুবক। অতএব আহিত পাতে $\left|\vec{E}\right| = \frac{\sigma}{\epsilon_0 k} = \frac{V_0}{d}$, $\sigma =$ পাতের আধান ঘনত্ব।

$$\text{বা } \sigma = \frac{\epsilon_0 k V_0}{d}$$

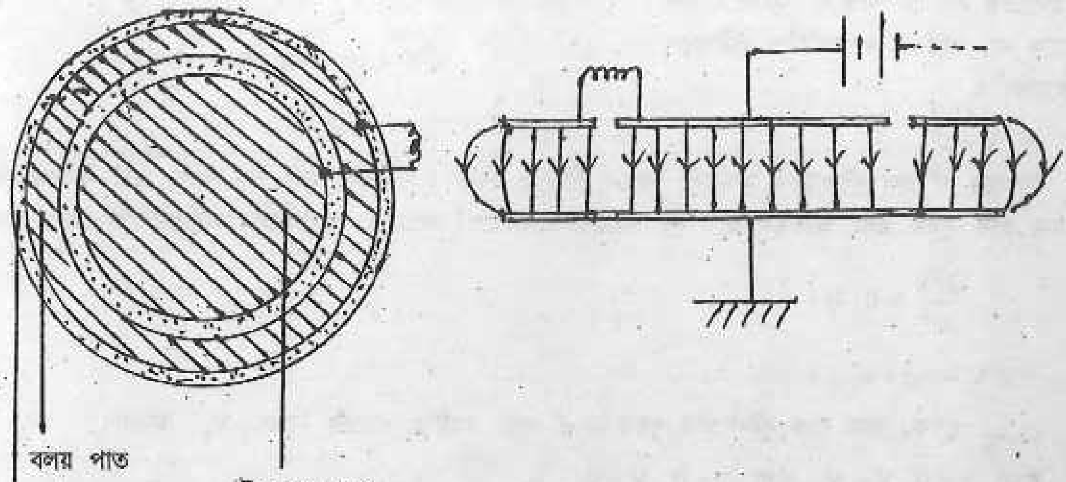
অতএব, যদি পাতের ক্ষেত্রফল A হয় তবে মোট আধান

$$Q = \left(\frac{\epsilon_0 kA}{d}\right)V_0 = CV_0$$

অতএব সমান্তরাল পাত ধারকের ধারকত্ব

$$C = \frac{\epsilon_0 kA}{d} \qquad \text{..............(4.60)}$$

যদিও ধরা হয়েছে $\vec{E}$ ক্ষেত্র পাতদ্বয়ের মধ্যে সুষম, তথাপি এই সিদ্ধান্ত পাতের বহিঃসীমানায় সঠিক নয়। এজন্য এই পাতদ্বয়কে ঘিরে একটি বলয়াকৃতির পাত ব্যবহার করা হয় যাতে $\vec{E}$ ক্ষেত্র পাতদ্বয়ের অভ্যন্তরে সর্বত্র সুষম থাকে (চিত্র-4.20)।



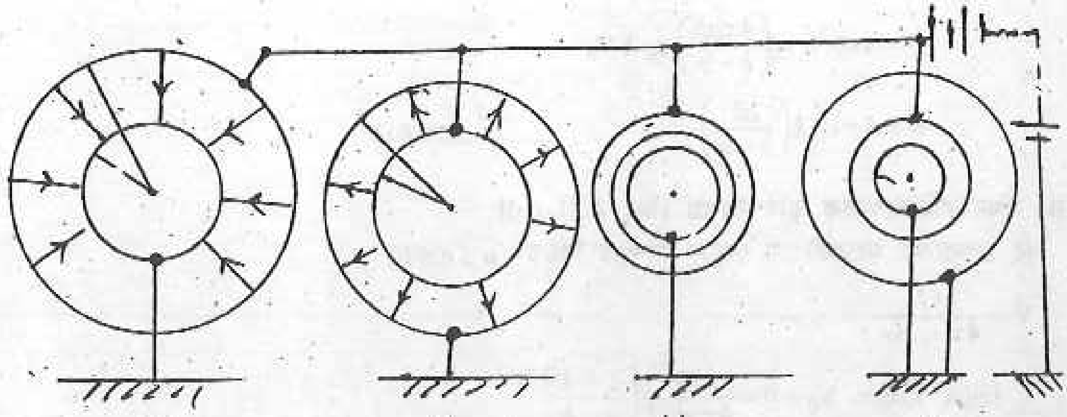
চিত্র 4.20 রক্ষী-বলয় ধারক (Guarding Capacitor)

II. গোলীয় ধারক (Spherical Capacitors)

দুই বা ততোধিক সমকেন্দ্রিক কিন্তু ভিন্ন ব্যাসের ধাতব গোলক তলগুলি কোনো পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম দ্বারা বিচ্ছিন্ন থাকলে ব্যবস্থাটিকে বলা হয় গোলীয় ধারক। কোনো একটি গোলককে আধান দেওয়া হয় এবং যেটি একেবারে বহিরে বা অভ্যন্তরে অথবা উভয়কে ভূসংলগ্ন করা হয় (চিত্র-4.21)।

(A) যখন অভ্যন্তরস্থ গোলক ভূমি-সংলগ্ন [চিত্র 4.21(a)]

দুই গোলীয় তলের মধ্যবর্তী পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের কোনো বিন্দুতে বিভব V হলে, $\nabla^2 V = 0$ এখানে গোলীয় প্রতিসাম্য হেতু লেখা যায়



(a) (b) (c) (d)

চিত্র 4.21 গোলীয় ধারকের সংযোগ

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dV}{dr}\right)=0$$

কারণ $V=V(r)$

$$\therefore \frac{dV}{dr}=\frac{A}{r^2}, \quad A= \text{ ধ্রুবক}$$

$$\text{বা} \int_0^{V_0} dv=\int_a^b \frac{A dr}{r^2}$$

কারণ যখন $r=a, V=0, r=b, V=V_0$

$$\therefore [V]_0^{V_0}=\left[-\frac{A}{r}\right]_a^b$$

$$V_0=\frac{A}{a}-\frac{A}{b}=A\left(\frac{b-a}{ab}\right)$$

$$\therefore A=\left(\frac{ab}{b-a}\right)V_0$$

$$\therefore \left|\vec{E}\right|=-\frac{dV}{dr}=\left(\frac{ab}{b-a}\right)\frac{V_0}{r^2}$$

ঋণাত্মক চিহ্ন বাতিল করা হল, কারণ $\vec{E}$ কেন্দ্রাভিমুখে। যখন

$$r=b, \left|\vec{E}\right|=\frac{\sigma}{\epsilon_0 k}=\left(\frac{ab}{b-a}\right)\frac{V_0}{b^2}$$

$$\therefore \sigma=\left(\frac{ab}{b-a}\right)\frac{\epsilon_0 k V_0}{b^2}$$

অতএব b-গোলকের উপর মোট আধান

$$Q = 4\pi b^2 \sigma = \left(\frac{4\pi ab}{b-a}\right) \epsilon_0 \, k \, V_0$$

$$\therefore \; C = 4\pi \, \epsilon_0 \, k \left(\frac{ab}{b-a}\right) \qquad \text{................}(4.61)$$

(B) **যখন বহিস্থগোলক ভূমি সংলগ্ন** [চিত্র 4.21 (b)]

দুই গোলকের মধ্যবর্তী যে কোনো বিন্দুতে বিভব ($a \le r \le b$)

$$V = \frac{Q}{4\pi \, \epsilon_0 \, kr}$$

$\therefore$ বিভব পার্থক্য $V_0 - 0 = \dfrac{Q}{4\pi \, \epsilon_0 \, k}\left[\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right]$

$$\therefore \; C = 4\pi \, \epsilon_0 \, k \left(\frac{ab}{b-a}\right)$$

III. বেলনাকার ধারক (Cylindrical Capacitors)

বেলনাকার ধারকে থাকে দুটি সমাক্ষীয় চোঙাকৃতির পরিবাহী যাদের অন্তবর্তী অঞ্চল কোনো পরাবৈদ্যুতিক পদার্থ দ্বারা পূর্ণ করা হয়। দুই চোঙের কোনো একটিকে আধান দেওয়া হয় অন্যটিকে ভূমিসংলগ্ন করা হয়। দুই প্রান্ত ব্যতীত সর্বত্র পরিবাহী দ্বয়ের অভ্যন্তরস্থ তড়িৎ ক্ষেত্র হবে ব্যাসার্ধ বরাবর এবং তাই $V(\rho, d, z) = V(\rho)$ এবং লাপলাস সমীকরণ হবে

$$\frac{d}{dp}\left(\rho \frac{dV}{d\rho}\right) = 0$$

$$\therefore \; \frac{dV}{d\rho} = \frac{A}{\rho}$$

এবং $\rho = A \log\rho + B$

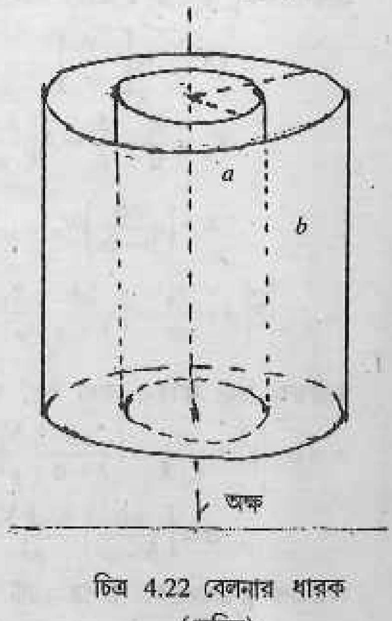
ধরা যাক a এবং b হলো অভ্যন্তরস্থ ও বহিস্থ বেলনের ব্যাসার্ধ। যখন কোনোটিকেই ভূমি সংলগ্ন করা হয়নি তখন ওদের বিভব যথাক্রমে V_a এবং V_b

$$\therefore \; V_a = A \log a + B$$

$$V_b = A \log b + B$$

$$\therefore \; A(\log b - \log a) = V_b - V_a$$

বা $\quad A = \dfrac{V_b - V_a}{\log \dfrac{b}{a}}$



চিত্র 4.22 বেলনার ধারক (ছেদিত)

$$\therefore \left|\vec{E}\right| = -\frac{dV}{dr} = \left(\frac{V_b - V_a}{\log\frac{b}{a}}\right)\frac{1}{\rho}$$

কিন্তু $\left|\vec{E}\right|_{\rho=a} = \dfrac{\sigma}{\epsilon_0 k} = \left(\dfrac{V_a - V_b}{\log\frac{b}{a}}\right)\dfrac{1}{a}$ [অভ্যন্তর বেলন আহিত]

$$\therefore \sigma = \frac{\epsilon_0 k(V_a - V_b)}{a\log\frac{b}{a}}$$

অতএব প্রতি একক দৈর্ঘ্যে আধান

$$Q = 2\pi a\sigma = \frac{2\pi \epsilon_0 k(V_a - V_b)}{\log\frac{b}{a}}$$

অতএব বেলনীয় ধারকের একক দৈর্ঘ্যের ধারকত্ব হবে

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 k}{\log\frac{b}{a}} \qquad \text{.............(4.62)}$$

অনুশীলনী-7 একটি বায়ু পূর্ণ সমান্তরাল পাত ধারকের দুই পাতের ব্যবধান d এবং যে-কোনো একটি পাতের ক্ষেত্রফল A. যদি k পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক বিশিষ্ট t বেধের একটি মাধ্যম পাতদ্বয়ের মধ্যে প্রবেশ করানো হয় তবে উহার ধারকত্বের কী পরিবর্তন হবে?

4.8 অপরিবর্তী প্রবাহমাত্রা (steady current)

অপরিবর্তী প্রবাহমাত্রাকে একমুখী বা সমমুখী প্রবাহ মাত্রাও বলা হয়। যে-একমুখী তড়িৎ প্রবাহ সময় সাপেক্ষে অপরিবর্তিত থাকে সেই হলো অপরিবর্তী প্রবাহমাত্রা। একমুখী হওয়া সত্ত্বেও কিছু প্রবাহ মাত্রা বর্তমান যা সময় সাপেক্ষে একটা সর্বোচ্চ মান থেকে হ্রাস পেয়ে শূন্য হয় অথবা শূন্য থেকে বৃদ্ধি পেয়ে একটা সর্বোচ্চ মান অর্জন করে। এই প্রবাহমাত্রাকে বলে ক্ষণস্থায়ী প্রবাহমাত্রা (transient currents or, varying currents)।

যদি কোনো পরিবাহী তারের কোন প্রস্থচ্ছেদের মধ্য দিয়ে dt সময়ে dq আধান গমন করে তবে $\frac{dq}{dt}$ কে বলে ওই প্রস্থচ্ছেদ অতিক্রমকারী প্রবাহমাত্রা I, অর্থাৎ

$$I = \frac{dq}{dt}$$

স্পষ্টতই I হলো একটি স্কেলার রাশি। অপরিবর্তী প্রবাহমাত্রার ক্ষেত্রে

$$I = \frac{q}{t}$$

যেখানে t সময়ে অতিক্রমী আধান q. যখন $t=1$ একক তখন $I = q$, অর্থাৎ একক সময়ে কোনো প্রস্থচ্ছেদ অতিক্রমকারী আধানের পরিমাণকে বলে প্রবাহমাত্রা।

প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব (current density) বলে একটি ভেক্টর রাশি আছে যাকে $\vec{j}$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

যদি $d\vec{S}$ ক্ষেত্রের মধ্য দিয়ে dI প্রবাহমাত্রা গমন করে তবে

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

বা $$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{j}$-এর অভিমুখ হলো $d\vec{S}$-এর অবস্থানে ধনাত্মক আধানের গতির অভিমুখ।

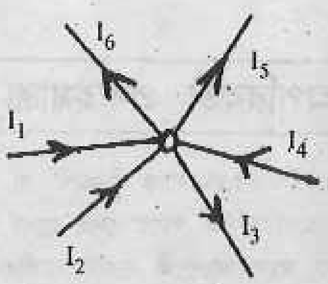
আধানের সঞ্চরণ সাপেক্ষে প্রবাহমাত্রা হয় দুই ধরনের ঃ পরিবহণ প্রবাহমাত্রা (conduction current) এবং পরিচলন প্রবাহমাত্রা (convection current)।

পরিবহণ প্রবাহমাত্রা—কোনো তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রভাবে কোনো পরিবাহীর মধ্য দিয়ে মুক্ত আধানের নির্দিষ্ট দিকে গমন করাকে বলে পরিবহণ প্রবাহমাত্রা।

পরিচলন প্রবাহমাত্রা—যখন কোনো আহিত বস্তুকণা নির্দিষ্ট দিকে আধান বহন করে তাকে বলে পরিচলন প্রবাহ।

4.8.1 অপরিবর্তী প্রবাহের নিয়ম ঃ কির্কফের সূত্রাবলি

একটি অপরিবর্তী প্রবাহ-বর্তনীতে যে-সব উপাদান থাকে, অর্থাৎ, রোধ, আবেশ গুণাংক, তড়িচ্চালক বল প্রভৃতি, সেসব নির্ণয় করার জন্য প্রয়োজন কিছু সূত্রের। সহজতম বর্তনীতে ওহমের সূত্র প্রয়োগ করে এই উপাদান নির্ধারণ করা যায়। কিন্তু যদি কোনো তড়িৎ-বর্তনীতে সংযোগস্থল (junction) বা বদ্ধাংশ বর্তনী (mesh or loop) থাকে তখন ওহমের সূত্র কাজে লাগে না। তখন দরকার হয় কির্কফের সূত্র (Kirchhoff's laws)।



চিত্র 4.23

কির্কফের প্রথম সূত্র—কোনো বর্তনীর কোনো সংযোগস্থলে আগত প্রবাহমাত্রা সমূহের সমষ্টি ঐ সংযোগস্থল থেকে নির্গত প্রবাহমাত্রা সমূহের সমষ্টির সমান। অথবা কোনো বর্তনীর কোনো সংযোগস্থলে মিলিত প্রবাহমাত্রা সমূহের বীজগাণিতিক সমষ্টি শূন্য।

ব্যাখা—কোনো বর্তনীর সংযোগস্থল বলতে বোঝায় ওই বর্তনীর যে বিন্দুতে প্রবাহমাত্রার সম্ভাব্য গমনাগমন পথের সংখ্যা দুইয়ের অধিক (চিত্র 4.23)।

কোনো সংযোগস্থলে আগত প্রবাহমাত্রাকে ধনাত্মক এবং ঐ সংযোগস্থল থেকে নির্গত প্রবাহ মাত্রাকে ঋণাত্মক বিবেচনা করা হয়।

অতএব চিত্র 4.23 -এর সংযোগস্থলের বিবেচনায় কির্কফ সূত্রানুযায়ী

$$I_1+I_2-I_3+I_4-I_5-I_6=0$$

বা $$\sum_{k=1}^{6} I_k=0$$

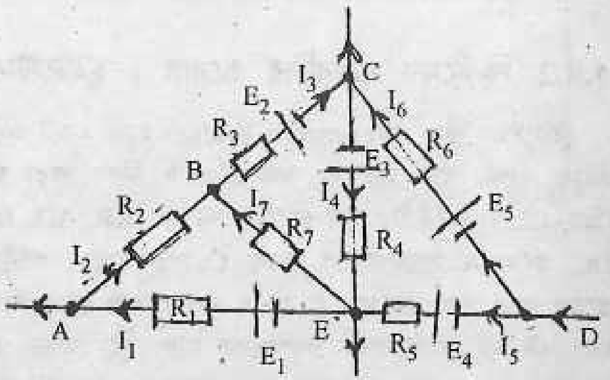
যদি সংযোগস্থলে আগম-নির্গম প্রবাহমাত্রার সংখ্যা হয় n, তবে

$$\sum_{k=1}^{n} I_k=0$$

একে বলে কির্কফের প্রবাহমাত্রার সূত্র (current law)।

কির্কফের দ্বিতীয় সূত্র—কোনো জটিল বর্তনীর যে-কোনো বদ্ধাংশের বিভিন্ন শাখার প্রবাহমাত্রা ও রোধের গুণফলের বীজগাণিতিক সমষ্টি শাখা সমূহে বর্তমান তড়িচ্চালক বলসমূহের বীজগাণিতিক সমষ্টির সমান।

ব্যাখ্যা—সাধারণ নিয়ম হল এই যে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত গামী প্রবাহমাত্রা হল ধনাত্মক এবং বিপরীত ক্রমে ঋণাত্মক। অপরদিকে ধনাত্মক প্রবাহমাত্রা যদি ধনাত্মক দ্বার থেকে নির্গত হয় তবে তড়িচ্চালক বল ধরা হয় ধনাত্মক, অন্যথায় ঋণাত্মক। চিত্র-4.24 -এ একটি জটিল বর্তনীর কয়েকটি বদ্ধাংশ বর্তনী দেখানো হয়েছে। ABCDEA, ABEA, ABCEA, BCEB, BCDEB, CDEC প্রভৃতি বদ্ধাংশ বর্তনী। সাধারণ ভাবে কির্কফের দ্বিতীয় সূত্রে বলা হয়েছে যে I_1, I_2, I_3........ প্রভৃতি প্রবাহমাত্রা যথাক্রমে R_1, R_2, R_3........ প্রভৃতি রোধের মধ্য দিয়ে গমন করে এবং যদি ঐ সব রোধ বিশিষ্ট শাখায় তড়িচ্চালক বল হয় E_1, E_2, E_3........... প্রভৃতি তবে



চিত্র 4.24 জটিল বর্তনীর বদ্ধাংশ

$$I_1R_1+I_2R_2+.........=E_1+E_2+.........$$

বা $$\sum_{k=1}^{n} I_kR_k=\sum_{k=1}^{n} E_k$$

$\sum I_kR_k$ হল I_1R_1, I_2R_2........ প্রভৃতির বীজগাণিতিক সমষ্টি এবং $\sum E_k$ হল E_1, E_2, E_3....... প্রভৃতির বীজগাণিতিক সমষ্টি। লক্ষ করা যেতে পারে যে I_1R_1, I_2R_2....... প্রভৃতি পদ হল প্রতিটি শাখায় বিভব পতন। তাই কির্কফের দ্বিতীয় সূত্রের বিকল্প বিবৃতি এরূপ হতে পারে ঃ

একটি বদ্ধবর্তনীর প্রতিটি শাখায় বিভব পতনের বীজগাণিতিক সমষ্টি ঐ বদ্ধবর্তনীতে উপস্থিত তড়িচ্চালক বল সমূহের বীজগাণিতিক সমষ্টির সমান।

এজন্য কির্কফের দ্বিতীয় সূত্রকে বলে বিভবের সূত্র (voltage law)।

উদাহরণ স্বরূপ চিত্র-4.24 -এর ABCDEA বদ্ধাংশ বর্তনীটিকে বিবেচনা করা যাক। এই বর্তনীর

AB শাখায় বিভব পতন $-I_2R_2$

BC ,, ,, ,, $-I_3R_3$ (R_3 হল E_2এর রোধ)

CD ,, ,, ,, $+I_6R_6$

DE ,, ,, ,, $-I_5R_5$

EA ,, ,, ,, $-I_1R_1$

অতএব এই বদ্ধাংশ বর্তনীতে বিভিন্ন শাখায় বিভব পতনের বীজগাণিতিক সমষ্টি হল

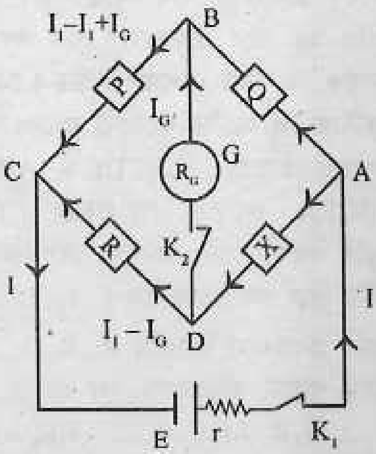
$$\sum_{k=1}^{5} I_k R_k = -I_1R_1 - I_2R_2 - I_3R_3 + I_6R_6 - I_5R_5$$

অপর দিকে তড়িচ্চালক বল সমূহের বীজগণিতিক সমষ্টি

$$\sum_{k=1}^{5} E_k = E_1 - E_2 + E_5 + E_4 \quad [\text{চিত্র } E_3 \to -E_2, E_4 \to E_3, E_5 \to E_4]$$

4.8.2 কির্কফের সূত্রাবলির প্রয়োগ ঃ হুইটস্টোন ব্রিজ (বর্তনী)

হুইটস্টোন ব্রিজ (Wheatstone Bridge) হলো একটি জটিল তড়িৎ বর্তনী যার সাহায্যে অজ্ঞাত রোধ নির্ণয় করা যায় (চিত্র-4.25)। বর্তনীটির মুল চারটি শাখা হল AB, AD, BC, DC প্রবাহ A সংযোগস্থলে অথবা C সংযোগস্থলে বর্তনীতে প্রবেশ করে এবং যথাক্রমে C বা A সংযোগস্থল থেকে নির্গত হয়। এই দুই সংযোগস্থল পরস্পরের সঙ্গে দুই জোড়া রোধ (P,Q) এবং (R,X) দ্বারা যুক্ত হয়। রোধ P এবং Q একটা নির্দিষ্ট অনুপাতে থাকে এবং X রোধটি অজ্ঞাত, যার মান নির্ণয় করতে হবে। A এবং C সংযোগস্থলে তড়িচ্চালক বল E প্রয়োগ করা হয়। E -এর কোষের আভ্যন্তরীণ রোধ r. P-এর এবং Q -কে বলে অনুপাত শাখা (Ratio arms), R-কে বলে তৃতীয় শাখা (3rd arm) এবং X হলো চতুর্থ শাখা, P প্রথম এবং Q দ্বিতীয় শাখা।



চিত্র 4.25 হুইটস্টোন ব্রিজ (বর্তনী)

কির্কফের প্রথম সুত্রের প্রয়োগ ঃ

K_1 চাবি চালু করলে A প্রবাহ মাত্রা I সংযোগস্থলে এসে দুই ভাগে বিভক্ত হবে। ধরা যাক X বা AD শাখায় I, এবং AB বা Q শাখায় বাকি $I-I_1$ প্রবাহমাত্রা গমন করবে। এই দুই প্রবাহমাত্রা C-বিন্দুতে এসে পুনঃরায় মিলিত হবে। P ও Q রোধদ্বয়কে একটা নির্দিষ্ট অনুপাতে রেখে R-এর রোধ এমন ভাবে

নিয়ন্ত্রণ করতে হবে যেন B এবং D বিন্দু সমবিভবে থাকে। D এবং B বিন্দুদ্বয় সমবিভবে আছে কিনা তা পরীক্ষা করতে এই দুই বিন্দুকে একটি গ্যালভ্যানোমিটারের মধ্য দিয়ে যুক্ত করতে হবে। K_2 চালু করলে যদি গ্যালভ্যানোমিটার বিক্ষেপ দেখায় তবে B এবং D বিন্দুতে বিভব পার্থক্য থাকবে। R এর মান পরিবর্তন করে এই বিক্ষেপকে নিম্নতম করা যায়। যখন গ্যালভানোমিটার G -এ প্রবাহ গমন করবে তখন ধরা যাক D বিন্দুতে এসে I_1 থেকে I_G প্রবাহমাত্রা BD শাখায় গমন করবে। অতএব R বা DC শাখায় গমন করবে $I_1 - I_G$. অপর দিকে B বিন্দুতে I_G এবং $I - I_1$ মিলিত হয়ে, অর্থাৎ $I - I_1 + I_G$ P বা BC শাখায় গমন করবে। R এবং P শাখার প্রবাহমাত্রাদ্বয় C বিন্দুতে মিলিত হলে প্রবাহমাত্রা হবে $(I - I_G) + (I - I_1 + I_G) = I$ যা তড়িৎকোষে ফিরে আসবে। দুটি বিষয় জানতে হবে ঃ এক, গ্যালভানোমিটারের মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহমাত্রা I_G এবং দুই, কোন্ শর্তে $I_G = 0$ অর্থাৎ গ্যালভানোমিটার সাম্যাবস্থায় থাকবে, কোনো বিক্ষেপ প্রদর্শন করবে না।

জটিল বর্তনী থেকে তিনটি বধ্যাংশ বর্তনী বিবেচনা করা যায় ঃ ABDA, BCDB এবং ADCEA কির্কফের সূত্র প্রয়োগ করে এই তিন বর্তনী থেকে তিনটি সমীকরণ পাওয়া যাবে। সেই তিন সমীকরণ থেকে তিনটি অজ্ঞাত রাশি I, I_1 এবং I_G পাওয়া যাবে।

বধ্যবর্তনী ABDA থেকে কির্কফ-এর দ্বিতীয় সূত্রের সাহায্যে লেখা যায়

$$(I - I_1)Q - I_G R_G - I_1 X = 0$$

অনুরূপে BCDB এবং ADCEA থেকে পাওয়া যায়

$$(I - I_1 + I_G)P + I_G R_G - (I_1 - I_G)R = 0$$

এবং $Ir + I_1 X + (I_1 - I_G)R = E$

সমীকরণ তিনটিকে I_G, I_1 এবং I এর সহগ দ্বারা প্রকাশ করলে হবে

$$-R_G I_G - (X + Q)I_1 + QI = 0$$

$$(R_G + P + R)I_G - (P + R)I_1 + PI = 0$$

$$-RI_G + (R + X)I_1 + rI - E = 0$$

সহসমীকরণ (simultaneous equations) সমাধান করার পদ্ধতি প্রয়োগ করে এই সমীকরণ-ত্রয়ের সমাধান করা যায়। অভীষ্ট ডিটারমিন্যান্ট (determinant) বা ছক-সংখ্যাটি হল

$$\Delta = \left| \begin{array}{c|c|c|c} I_G & I_1 & I & 1 \\ -R_G & -(X+Q) & Q & 0 \\ (R_G + P + R) & -(P+R) & P & 0 \\ -R & R + X & r & -E \end{array} \right|$$

অতএব $\dfrac{I_G}{I_G \text{লঘু } \Delta} = \dfrac{-I_1}{I_1 \text{লঘু } \Delta} = \dfrac{I}{I \text{ লঘু } \Delta} = \dfrac{-1}{1 \text{লঘু } \Delta}$

[লঘু $\Delta \rightarrow$ minor or cofactor of Δ]

$$\therefore\ I_G = \frac{-I_G\text{লঘু}\ \Delta}{I\text{লঘু}\ \Delta}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} -(X+Q) & Q & 0 \\ -(P+R) & P & 0 \\ R+X & r & -E \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -R_G & -(X+G) & Q \\ R_G+P+R & -(P+R) & P \\ -R & R+X & r \end{vmatrix}}$$

এই হল গ্যালভানোমিটার প্রবাহমাত্রা যা সহজেই ডিটারমিন্যান্ট দুটি নির্ণয় করে জানা যায়। যখন $I_G = 0$ হবে, তখন I_Gলঘু $\Delta = 0$, অর্থাৎ

$$-E[-P(X+Q)+Q(P+R)] = 0$$

বা $QR - PX = 0$

বা $\dfrac{X}{R} = \dfrac{Q}{P}$ ....(4.63)

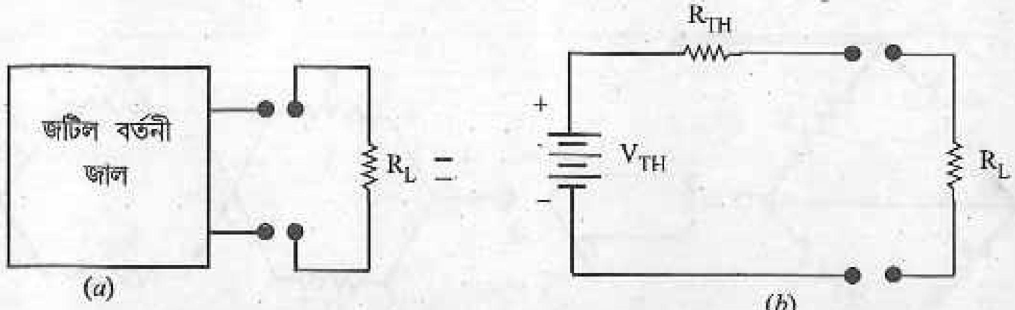
সমীকরণ (4.63) হল সেই শর্ত যা পূর্ণ হলে $I_G = 0$ হবে। যেহেতু P, Q এবং R জ্ঞাতরাশি, অতএব অজ্ঞাত রোধ X নির্ণেয়।

অনুশীলনী-8 একটি হুইট্স্টোন বর্তনীতে যুক্ত ব্যাটারির তড়িচ্চালক বল 2.0 ভোল্ট এবং আভ্যন্তরীণ রোধ 0.1Ω. যে গ্যালভ্যানোমিটারটি ব্যবহৃত হল তার রোধ 20Ω. যদি প্রথম থেকে চতুর্থ শাখা পর্যন্ত পরপর যুক্ত রোধ হয় 30, 20, 60 এবং 120Ω, তবে গ্যালভানোমিটার প্রবাহ নির্ণয় করুন।

4.9 থিভেনান্ এবং নর্টন-এর উপপাদ্য

দুই প্রান্ত বিশিষ্ট (Two terminals) জটিল বর্তনী জালে (network) কোনো লোড যুক্ত করলে কত প্রবাহমাত্রা পাওয়া যাবে তারই সহজ সমাধান করা যায় থিভেনান্ ও নর্টনের উপপাদ্য দ্বারা। জটিল বর্তনী জাল আসলে দুই বা ততোধিক বদ্ধাংশ বর্তনীর সমবায় বর্তনী। থিভেনান্ দেখান যে এই ধরনের বর্তনীকে একটি একক বদ্ধাংশ বর্তনীতে পরিণত করা যায়।

চিত্র 4.26 (a) -তে একটি দুই প্রান্ত বিশিষ্ট বর্তনী জালকে ব্লক বা বাক্সের মধ্যে রেখে তার দুই প্রান্তকে ভার রোধ (load resistance) R_L এর সঙ্গে যুক্ত করা হয়েছে। চিত্র-4.26 (b) হল এই বর্তনীর বিকল্প বর্তনী যেখানে জটিল বর্তনীকে একটি উৎস ভোল্টেজ V_{Th} এর সঙ্গে শ্রেণি সমবায়ে একটি রোধ R_T যুক্ত করে দুটি প্রান্ত বের করা হয়েছে। এই দুই প্রান্তের সঙ্গে একই ভার রোধ R_L যুক্ত করলে R_L-এ যে-প্রবাহ মাত্রা পাওয়া যাবে ঐ জটিল বর্তনী থেকেও R_L সেই প্রবাহমাত্রা পায়। এই V_{Th} এবং R_{Th} কী হবে সে সম্পর্কেই সিদ্ধান্ত পাওয়া যায় থিভেনান্-এর উপপাদ্য থেকে। এজন্য এই ভোল্টেজকে বলে থিভেনান্ ভোল্টেজ V_{Th} এবং রোধকে বলে থিভেনান্ রোধ R_{Th}.

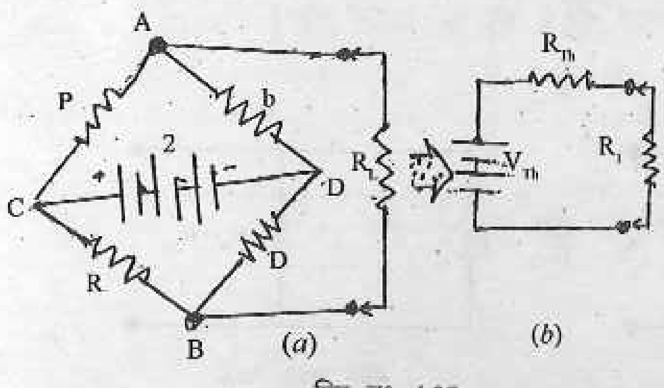


চিত্র-4.26 জটিল বর্তনী জাল থেকে থিভেনান্ বর্তনী

থিভেনান্ উপপাদ্য (Thevenin's Theorem) : যে-কোনো দুই প্রান্ত বিশিষ্ট জটিল বর্তনীকে একটি একক বদ্ধাংশ বর্তনী (single loop circuit) দ্বারা প্রতিস্থাপন করা যায় যার মধ্যে একটি রোধের সঙ্গে শ্রেণি সমবায়ে থাকবে একটি উৎস ভোল্টেজ (source voltage) এবং এই উৎস ভোল্টেজ হবে জটিল বর্তনী জালের মুক্ত প্রান্তদ্বয়ের বিভব পার্থক্যের সমান ও রোধটি হবে ঐ দুই প্রান্তের মধ্যে জটিল বর্তনীর রোধ যখন ঐ জটিল বর্তনীতে বর্তমান সব তড়িৎ উৎসকে তাদের আভ্যন্তরীণ রোধ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয়।

অর্থাৎ জটিল বর্তনী জাল থেকে লোড R_L কে বিচ্ছিন্ন করে প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে যে বিভব পার্থক্য পাওয়া যায় সেটা হলো V_{Th}.

জটিল বর্তনীর অভ্যন্তরে যত তড়িৎ উৎস আছে তাদের সরিয়ে দিয়ে সেখানে এই উৎসের আভ্যন্তরীণ রোধ-যুক্ত পরিবাহী যোগ করতে হবে এবং অতঃপর জটিল বর্তনী থেকে R_L কে সরিয়ে নিলে ঐ দুই প্রান্তের মধ্যে কত যে-রোধ পাওয়া যাবে সেটা হলো R_{Th}. একটি উদাহরণ বিবেচনা করা যাক।

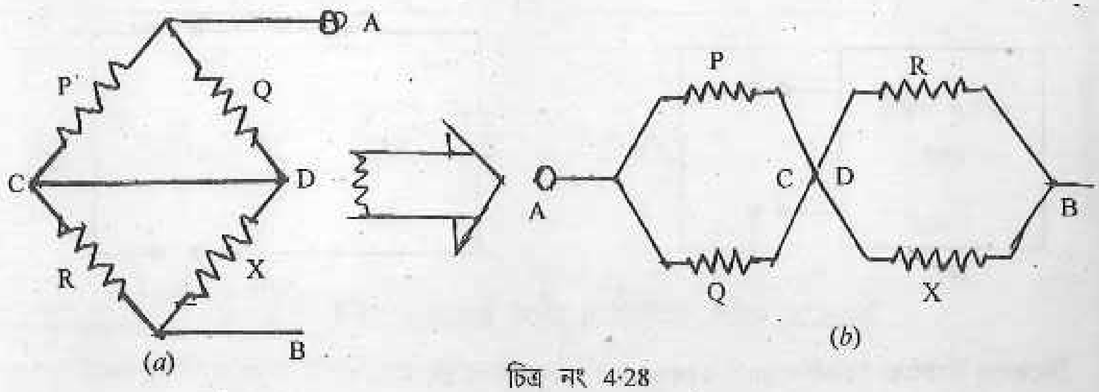


চিত্র নং 4·27

চিত্র 4.27-এ একটি হুইট স্টোন ব্রিজ নামক জটিল বর্তনীতে একটি উৎস হল V ভোল্টের এবং এর দুই প্রান্ত হল A এবং B-এই A ও B প্রান্তে লোড R_L যুক্ত করতে হবে। এবার V উৎসকে সরিয়ে C এবং D বিন্দুকে একটি পরিবাহী তার দিয়ে যুক্ত করতে হবে। যদি V উৎস আদর্শ ভোল্টেজ উৎস হয় তবে তার আভ্যন্তরীণ রোধ হবে শূন্য।

সেক্ষেত্রে C এবং D কে একটি উপেক্ষনীয় রোধের তার দিয়ে যুক্ত করতে হবে (চিত্র 4.28) এবং R_L-কে সরিয়ে দিতে হবে।

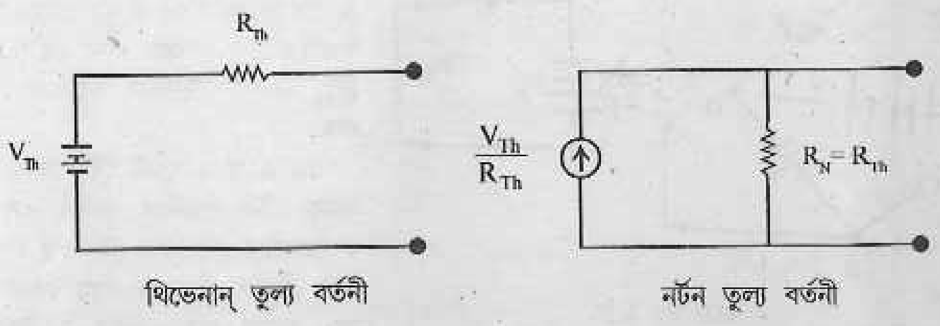
অতঃপর চিত্র 4.28(a)-কে সামান্য পরিবর্তন করে চিত্র -4.28(b) পাওয়া যেতে পারে। কারণ C এবং D হল সাধারণ সংযোগস্থল। অত এব $R_{Th} = \frac{P\theta}{P+\theta} + \frac{RX}{R+X}$ চিত্র 2.27(b) এর R_{Th} এর স্থলে $\frac{Q\theta}{P+Q} + \frac{RX}{R+X}$ বসিয়ে থিভেনান্-এর একক বধাংশ বর্তনী পাওয়া যায়।



চিত্র নং 4·28

নর্টন উপপাদ্য (NORTON'S Theorem) যে-কোনো দুইপ্রান্ত বিশিষ্ট জটিল তড়িৎ বর্তনীকে একটি আদর্শ প্রবাহ-উৎস ও তার সামান্তরাল একটি রোধ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা যায় যেখানে রোধটি হবে জটিল বর্তনীর উৎসসমূহের স্থানে তাদের আভ্যন্তরীণ রোধের সমান পরিবাহী যোগ করে দুই প্রান্তে যে রোধ পাওয়া যাবে তার সমান।

স্পষ্টতই নর্টন তুল্য বর্তনীর রোধ $R_N = R_{Th}$। অতএব আর্দশ প্রবাহ উৎস হবে $\frac{V_{Th}}{R_{Th}}$. চিত্র 4.29-এ থিভেনান্ বর্তনী থেকে নর্টন বর্তনী কী ভাবে পাওয়া যায় তা দেখানো হলো।

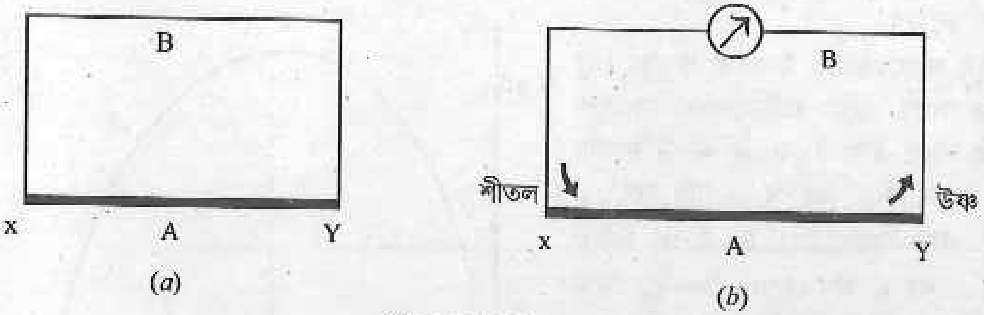


চিত্র নং 4·29

অনুশীলনী-9 চিত্র 4.29 এ $V_{Th} = 10V$ এবং $R_{Th} = 2k\Omega$. নর্টন তুল্যবর্তনী গঠন করুন।

4.10 তাপবিদ্যুৎ (Thermoelectricity)

দুটি ভিন্নধাতুর পরিবাহী তারকে পরস্পরের দুই প্রান্তের সঙ্গে যদি ঝালাই করে জোড়া লাগানো হয় তবে এই দুটি পরিবাহী তারকে বলে তাপযুগ্ম (Thermocouple) ।



চিত্র নং 4·30

A এবং B দুটি ভিন্ন ধাতুর তার X এবং Y বিন্দুতে তাদের ঝালাই করে জোড়া লাগানো হয়েছে। X এবং Y বিন্দুতে দুই তারের মধ্যে একটা বিভব প্রভেদ সৃষ্টি হয়। একে বলে স্পর্শ-বিভব পার্থক্য (Contact potential difference)। দুই পরিবাহীতে মুক্ত ইলেকট্রন ঘনত্ব এবং অত:পর বৈদ্যুতিন চাপ (electronic pressure) বিভিন্ন। তাই সংযোগস্থলে এক পরিবাহী থেকে অন্য পরিবাহীতে ইলেকট্রনের ব্যাপন (diffusion) ঘটে। এর ফলে যে পরিবাহীতে ইলেকট্রন হ্রাস পায় সেটি ধনাত্মক, অপরটি ঋণাত্মক আধানে আহিত হয় এবং স্পর্শ স্থলে বিভব প্রভেদের সৃষ্টি হয়। এই বিভব প্রভেদের মান উষ্ণতার উপর নির্ভর করে। যদি উভয় প্রান্তে উষ্ণতা একই হয় তবে উভয় প্রান্তে বিভব পার্থক্যও সমান হয় এবং পরস্পর বিপরীত বলে বর্তনীতে কোনো তড়িৎ প্রবাহ হয় না (চিত্র-4·30 (*a*))। কিন্তু যদি X ও Y প্রান্তে উষ্ণতার পার্থক্য ঘটান যায় তবে দেখা যাবে B পরিবাহীতে যুক্ত গ্যালভানোমিটার বিক্ষেপ প্রদর্শন করে। যে তড়িৎচ্চালক বলের প্রভাবে এই তড়িৎপ্রবাহ ঘটে তাকে বলে তাপীয় তড়িচ্চালক বল (Thermo emf)। কিন্তু তড়িচ্চালক বলের আরো একটি উৎস বর্তমান। যদি কোনো পরিবাহী বরাবর উষ্ণতার নতি (temperature gradient) অর্থাৎ উষ্ণতার অসাম্য থাকে তা হলেও পরিবাহিতে এরূপ তড়িৎ পরিবহণ ঘটে।

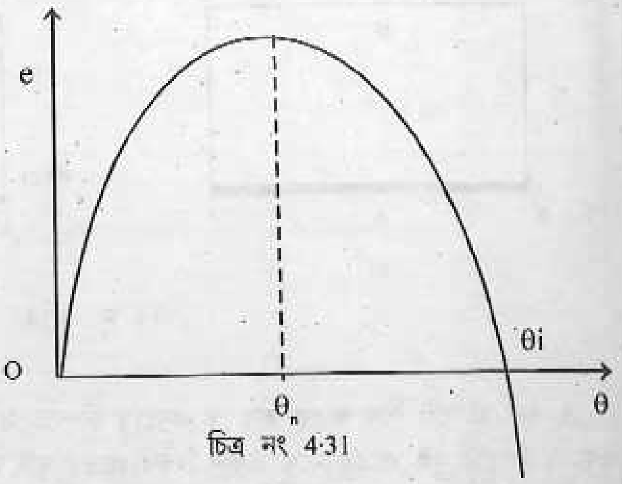
এ বিষয়ে বিজ্ঞানী সিবেক (Seebeck), পেলতিয়ে (Peltier) এবং টমসন (Thomson) বিশেষ পর্যবেক্ষণ করেন যা পরবর্তী অনুচ্ছেদের কয়েকটিতে আলোচনা করা হলো।

4.10.1 সিবেক ক্রিয়া (Seebeck Effect)

তাপযুগ্মের দুই সংযোগস্থলে উষ্ণতার পার্থক্য ঘটালে তাপযুগ্মে তড়িৎ প্রবাহ ঘটে। এই ঘটনাকে বলে সিবেক ক্রিয়া।

সিবেক তাপযুগ্মের একটি সংযোগস্থল (ধরা যাক X) গলন্ত বরফে (অর্থাৎ 0^oC-এ) ডুবিয়ে এবং অন্য সংযোগস্থলে (Y) জলে ডুবিয়ে ধীরে ধীরে তার উষ্ণতা বৃদ্ধি করতে থাকলেন। ফলে পরিবাহীতে প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধি পেতে থাকল। একটি পোটেনশিওমিটারের (Potentiometer) সাহায্যে এই তাপীয় প্রবাহমাত্রা (Thermoelectric current) উৎপাদনকারী তাপীয় তড়িচ্চালক বল নির্ণয় করা হল। দুই সংযোগ স্থলের উষ্ণতার পার্থক্য (θ) এবং তাপীয় তড়িচ্চালক বলের (e) লেখ চিত্রটি হল চিত্র 4.31 -এ প্রদর্শিত লেখ -এর অনুরূপ।

দুই সংযোগস্থলের উষ্ণতার পার্থক্য (θ) বৃদ্ধির সঙ্গে তাপীয় তড়িৎচালক বল বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং $\theta = \theta_n$-এ একটি সর্বোচ্চ মান অর্জন করে। এরপর θ বৃদ্ধি পেলে e হ্রাস পেতে থাকে এবং $\theta = \theta_2$-এ $e = 0$ হয়। এরপর θ বৃদ্ধি পেলে e বিপরীত দিকে অর্থাৎ ঋণাত্মক দিকে বৃদ্ধি পেতে থাকে। যে উষ্ণতায় তাপীয় তড়িৎচালক বল সর্বোচ্চ হয় তাকে বলে উদাসীন উষ্ণতা বা উদাসীন বিন্দু (neutral temperature বা neutral point)। অর্থাৎ θ_n হল **উদাসীন উষ্ণতা**।



চিত্র নং 4·31

যে উষ্ণতায় তাপীয় তড়িৎচালক বল শূন্য হয় তাকে বলে উৎক্রমণ উষ্ণতা (temperature of inversion)।

তাপযুগ্মের উপাদানের উপর উদাসীন উষ্ণতা ও উৎক্রমণ উষ্ণতার মান নির্ভর করে।

উষ্ণ সংযোগ স্থল অতিক্রম করে কোন্ ধাতুর পরিবাহী থেকে অন্য পরিবাহীতে প্রবাহমাত্রা গমন করবে তাও নির্ভর করে তাপযুগ্মের পরিবাহীর ধাতুর উপর। সিবেক তাপীয় প্রবাহমাত্রার অভিমুখ সম্পর্কে একটা তালিকা তৈরি করেন যাকে বলে সিবেক শ্রেণি (Seebeck's Series) । এই তালিকা থেকে গঠিত তাপযুগ্মের উষ্ণ সংযোগস্থল অতিক্রমকারী প্রবাহ তালিকার প্রথম দিকের ধাতুর পরিবাহী থেকে পরের দিকের ধাতুর পরিবাহীতে গমন করবে। তালিকাটি এরূপ:

Bi, Ni, Co, Pd, Pt, U, Cu, Mn, Ti, Hg, Pb, Sn,

Cr, Mo, Rh, Ir, An, Ag, Zn, W, Cd, Fe, As, Sb, Te.

অতএব যদি Bi ও অন্য যে-কোনো তালিকাভুক্ত ধাতু নিয়ে তাপযুগ্ম গঠন করা যায় তবে উষ্ণপ্রান্ত দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ Bi থেকে অন্য ধাতুতে গমন করবে।

একটি বিশেষ তাপযুগ্মের ক্ষেত্রে উদাসীন উষ্ণতা ধ্রুবক, কিন্তু উৎক্রমণ উষ্ণতা নির্ভর করে শীতল

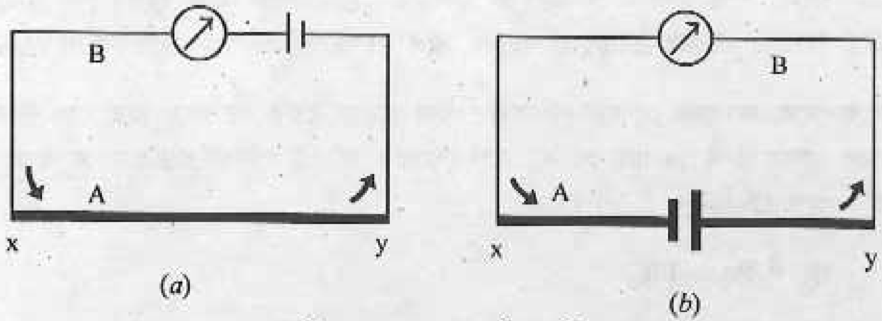
প্রান্তের উষ্ণতার উপর। যদি শীতল প্রান্তের উষ্ণতা θ_c হয় তবে $\theta_n - \theta_c = \theta_i - \theta_n$

$\therefore \theta_i = 2\theta_n - \theta_c$

চিত্র 4.31 থেকে তাপীয় তড়িৎচালক বল ও উষ্ণপ্রান্তের উষ্ণতার লেখচিত্রকে একটি উল্টানো অধিবৃত্ত (inverted parabola) বলে ভাবা যেতে পারে। কিন্তু বাস্তবে এই লেখ মোটামুটিভাবে অধিবৃত্ত। অনেক তাপযুগ্মের ক্ষেত্রে এই লেখ যথেষ্ট ভিন্ন ভিন্ন হয়।

4.10.2 পেলতিয়ে ক্রিয়া (Peltier Effect)

তাপযুগ্মের যে-কোনো একটি পরিবাহীর মধ্যে একটি তড়িৎ কোষ অর্ন্তভূক্ত করা হলো এমনভাবে যে সিবেক ক্রিয়ায় উষ্ণপ্রান্ত যেদিকে তড়িৎ প্রবাহ চলে এই তড়িৎ কোষেও সেদিকেই তড়িৎ প্রবাহ প্রেরণ করে (চিত্র 4.32)। দেখা যায় যে সিবেক ক্রিয়ায় যে প্রান্তকে (Y) উষ্ণতর করতে হয়েছে সেই প্রান্ত (Y) শীতল হচ্ছে এবং সিবেক ক্রিয়ায় যে প্রান্তকে (X) শীতল রাখা হয়েছিল সেই প্রান্ত (X) উষ্ণতর হচ্ছে। এই ঘটনাকে বলে পেলতিয়ে ক্রিয়া।



চিত্র নং 4·32 পেলতিয়ে ক্রিয়া

কিন্তু যদি তাপযুগ্মে প্রবাহমাত্রার অভিমুখ পরিবর্তন করা হয় তা হলে পূর্ব ক্ষেত্রে যে প্রান্ত উষ্ণ হচ্ছিল এক্ষেত্রে সে প্রান্ত শীতল হয় এবং যে প্রান্ত পূর্বে শীতল হচ্ছিল সে প্রান্ত উষ্ণ হয়। অর্থাৎ পেলতিয়ে ক্রিয়া হলো উৎক্রমণীয় বা অপনেয় ক্রিয়া (Reversible Effect)।

ব্যাখ্যা : ইতিপুর্বে আপনারা জেনেছেন যে যখন দুটি ভিন্ন ধাতুর পদার্থ পরস্পরের সংস্পর্শে আসে তখন একটি ধাতু থেকে অন্য ধাতুতে মুক্ত ইলেকট্রনের ব্যাপন ঘটে। এই ব্যাপন (diffusion) সম্ভব হয় দুই ধাতুতে মুক্ত ইলেকট্রনের চাপের বিভিন্নতা হেতু। কিন্তু এই ব্যাপন অব্যাহত থাকে না। ইলেকট্রনের ব্যাপন হেতু একটি বিভব পার্থক্য সৃষ্টি হয় (একটি ধাতু ইলেকট্রন হারিয়ে ধনাত্মক হয়, অন্য ধাতু অতিরিক্ত ইলেকট্রন গ্রহণ করে ঋনাত্মক হয়, ফলে বিভব পার্থক্য ঘটে।) এই বিভব পার্থক্য ব্যাপনের বিরুধে একটি বিভব প্রাচীর (Potential barrier) গড়ে তোলে।

সিবেক ক্রিয়ার ক্ষেত্রে উষ্ণতার পার্থক্য হেতু ইলেকট্রনিক চাপের পার্থক্য ঘটে। ফলে ব্যাপনের পরিমাণগত পার্থক্য থাকে দুই প্রান্তে। অত:পর দুইপ্রান্তে যে বিভব পার্থক্য সৃষ্টি হয় তা পরস্পর থেকে ভিন্ন হয়। ফলে

উষ্ণ সংযোগস্থল ও শীতল সংযোগস্থলের মধ্যে বিভব পার্থক্য তৈরি হয় যা জন্ম দেয় তাপীয় তড়িৎ প্রবাহমাত্রার।

পেলতিয়ে ক্রিয়ার ক্ষেত্রে যখন কোনো কোষ থেকে প্রবাহমাত্রা তাপযুগ্মের মধ্য দিয়ে গমন করে তখন তা এক প্রান্তে বিভব নতির বিরুদ্ধে (up the potential gradient) এবং অপর প্রান্তে বিভব নতির দিকে (down the potential gradient) গমন করে। এখন প্রবাহ মাত্রার অভিমুখ হল ধনাত্মক আধানের গতির দিক। যদিও প্রবাহমাত্রা পাওয়া যায় ইলেকট্রনের গতির জন্য, তাই সমপরিমাণ ধনাত্মক আধানের বিপরীত গতিকেও প্রবাহমাত্রা ধরা চলে। এখন ধনাত্মক আধান যখন নিম্ন বিভব থেকে উচ্চ বিভবে গমন করে (অর্থাৎ বিভব নতির বিরুদ্ধে গমন করে) তখন ঐ আধানকে শক্তি অর্জন করতে হয়। এই শক্তি তাপশক্তি রূপে সংযোগ স্থল থেকে শোষিত হয়। ফলে ঐ সংযোগস্থল শীতলতর হয়। ঠিক বিপরীত ক্রিয়া ঘটে যখন প্রবাহ (এক্ষেত্রে ধনাত্মক আধান) উচ্চতর বিভব থেকে নিম্নতর বিভবে গমন করে (নতির দিকে গমন) তখন ঐ প্রান্তে শক্তি বর্জন করে, ফলে ঐ প্রান্ত শক্তি অর্জন করে এবং উষ্ণতর হয়।

আপনারা জানেন, পরিবাহীর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা গমন করলে তাতে তাপ উৎপন্ন হয়। বিজ্ঞানী জুল(Joule) উৎপন্ন তাপ সম্পর্কে যে সূত্রগুলি আবিষ্কার করেন তাদের বলে জুলের সূত্র (Joule's laws), যা আপনারা জানেন। এইজন্য প্রবাহমাত্রা গমনের ফলে উৎপন্ন তাপকে বলে জুলের তাপ (Joule's heat)।

এখন আপনারা জানলেন যে যদি পরিবাহী বিভিন্ন ধাতুতে তৈরি হয় তবে তার মধ্যে দিয়ে প্রবাহমাত্রা গমন করলে কেবল তাপ উৎপন্নই হয় না, তাপ শোষণও ঘটে ঐ পরিবাহীদ্বয়ের সংযোগস্থলে। একে বলে পেলতিয়ে'র তাপ (Peltier's heat) Q_p.

$$Q_p = Pq = PIt$$

যেখানে, $q = I\ t$ হলো t সময়ে I প্রবাহমাত্রা গমনের জন্য আধানের পরিমান, P কে বলে **পেলতিয়ে গুণাংক** (Peltier Coefficient)।

$$\therefore P = \frac{Q_p}{q} (= P) \qquad ....(4.64)$$

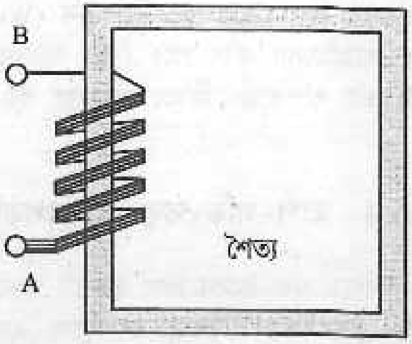
যার একক, অতএব Joule/coul.$\equiv$ J $coul^{-1}$ volt. অতএব P কে বলা যায় **পেলতিয়ে তড়িৎচালক বল।**

লক্ষ করুন জুল-তাপ I^2-এর সমানুপাতী, কিন্তু পেলতিয়ে-তাপ I-এর সমানুপাতী। কিন্তু যেহেতু পেলতিয়ে তাপ কেবল উৎপন্ন হয় না, শোষিতও হয় তাই পেলতিয়ে ক্রিয়াকে শীতলীকরণের কাজেও লাগানো যায়।

তাপযুগ্ম-স্তূপ (Thermopile)

বহুসংখ্যক তাপযুগ্মকে শ্রেণি সমবায়ে যুক্তকরে তাপযুগ্ম-স্তূপ গঠন করা হয়, যেখানে শৈত্য উৎপাদন প্রান্ত গুলিকে একদিকে এবং তাপ উৎপাদন প্রান্তগুলিকে অপরদিকে রাখা হয় (চিত্র 4.33)।

উপযুক্ত দিকে বিদ্যুৎ সংযোগ দিলে অভীষ্ট দিকে শৈত্য এবং অপর দিকে তাপ উৎপন্ন হয়। থার্মোপাইল বা তাপযুগ্ম-স্তুপ আবার দূরবর্তী নক্ষত্র ইত্যাদির উষ্ণতা পরিমাপ করার জন্যও ব্যবহৃত হয়। বহু দূর থেকে আগত তরঙ্গকে তাপযুগ্ম-স্তুপের একটি সংযোগ স্থলের উপর আপতিত করলে শ্রেণিতে যুক্ত গ্যালভানোমিটারে বিক্ষেপ পাওয়া যায়। একটি সুবেদী গ্যালভানোমিটার এক কিলোমিটার দূরে থাকা বাতির আলোর তীব্রতা মাপতে পারে।



চিত্র নং 4·33

4.10.3 টমসন ক্রিয়া (Thomson Effect)

আপনারা জানেন যে বৈদ্যুতিন চাপের মান উষ্ণতা নির্ভর অর্থাৎ উচ্চতর উষ্ণতায় এই চাপ অধিক হয়। এরূপ ক্ষেত্রে যদি একটি পরিবাহী বরাবর উষ্ণতার পরিবর্তন ঘটে তবে ঐ পরিবাহী বরাবর বৈদ্যুতিন চাপেরও পরিবর্তন ঘটবে। এর ফলে উচ্চচাপের অঞ্চল থেকে ইলেকট্রন নিম্নচাপের অঞ্চলে গমন করবে। অতএব পরিবাহী বরাবর বিভবেরও পরিবর্তন ঘটবে। এরই ফলে তৃতীয় তাপ-তড়িৎ ক্রিয়ার উদ্ভব হয় যাকে বলে টমসন ক্রিয়া।

যদি কোনো পরিবাহী বরাবর উষ্ণতার নতি (temperature gradient) বজায় থাকে তবে পরিবাহীর বিভিন্ন বিন্দুতে বিভবের তারতম্য ঘটে। একে বলে **টমসন ক্রিয়া** (Thomson Effect)।

টমসন গুণাংক (Thomson Coefficient) ঃ

দেখা যায় যে পরিবাহীর দুই বিন্দুর বিভব প্রভেদ ঐ দুই বিন্দুর উষ্ণতার পার্থক্যের সমানুপাতী। অর্থাৎ

$dV = \sigma\, d\, T$, σ সমানুপাতের ধ্রুবক।

অতএব q পরিমান আধান এই বিভব প্রভেদ অতিক্রম করলে কৃতকার্য হবে

$$dW = qdV = \sigma q dT$$

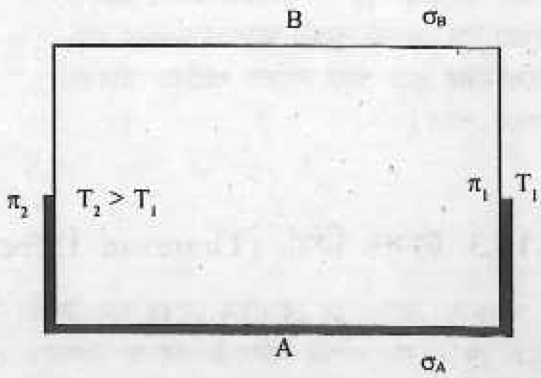
বা $\sigma = \frac{1}{q}\frac{dW}{dT}$

অতএব যখন $q = 1$ এবং $dT = 1$, তখন $\sigma = dW$ অর্থাৎ σ হল একক উষ্ণতার পার্থক্যে একক আধান গমনে কৃতকার্য। একে বলে টমসন গুণাংক। দেখা যাচ্ছে σ-এর একক হবে J $(\text{coul})^{-1}/^{0}\text{C}$. σ-র মান ধাতু ভেদে ভিন্ন। σ ঋণাত্মক ও ধনাত্মক হতে পারে। কারণ আধান উচ্চতর বিভব থেকে নিম্নতর বিভব বা নিম্নতর বিভব থেকে উচ্চতর বিভবে গমন করতে পারে। ফলে dW ঋণাত্মক ও ধনাত্মক হতে পারে।

তত্ত্বগত দিক থেকে লর্ড কেলভিন (William Thomson - লর্ড কেলভিন) টমসন গুণাংক সম্পর্কে ধারণা করেছিলেন এবং পরে তিনি পরীক্ষাদ্বারা টমসন গুণাংকের অস্তিত্ব প্রদর্শন করেন। এইজন্য তাঁর নামেই এই তাপতড়িৎ ক্রিয়ার নামকরণ হয়।

4.10.4 তাপ গতি তত্ত্ব ও তাপতড়িৎ ক্রিয়া

পেলতিয়ে এবং টমসন ক্রিয়া উভয়েই অপনেয় পদ্ধতি মেনে চলে। কিন্তু তাপযুগ্মে একটি অনপনেয় ক্রিয়া হল জুলের ক্রিয়া। তাই তাপতড়িৎ ক্রিয়ায় তাপগতি তত্ত্বের প্রয়োগে সমস্যা আছে। কেননা অনপনেয় ক্রিয়ায় (irreversible processes) এই তত্ত্ব প্রয়োগ করা যায় না। তবে জুল তাপ যখন প্রবাহমাত্রার বর্গের সমানুপাতী তখন পেলতিয়ে তাপ প্রবাহ মাত্রার সমানুপাতী এবং টমসন গুণাংক প্রবাহমাত্রা নির্ভর নয়। অতএব প্রবাহমাত্রাকে খুব কমিয়ে দিলে জুল ক্রিয়া গুরুত্বহীন হয়ে যায়। এই অবস্থায় তাপগতি বিদ্যার প্রয়োগ তাপতড়িৎ বর্তনীতে সম্ভব।



চিত্র নং 4·34

ধরা যাক σ_A এবং σ_B হলো Aও B ধাতুর তাপযুগ্মে টমসন গুণাংক যা উষ্ণতার গতির বিরুদ্ধে ধনাত্মক। অতএব বর্তনীতে (চিত্র 4.34) টমসনের তড়িৎচালক বলগুলি হল

$$\int_{T_1}^{T_2} \sigma_A d\,T \quad \text{এবং} \quad \int_{T_1}^{T_2} \sigma_B d\,T$$

এখন ধরা যাক π_1এবং π_2 হলো পেলতিয়ের তড়িৎচালক বল যখন সংযোগস্থলের উষ্ণতা T_1 এবং T_2. ধরা হল যে যখন উষ্ণ সংযোগস্থলে (T_2) প্রবাহমাত্রা A থেকে B ধাতুর পরিবাহীতে গমন করে তখন আধান শক্তি অর্জন করে। এখন বর্তনীতে একটি একক ধনাত্মক আধান একবার আবর্তন করতে তড়িৎচালক বলগুলির বিরুদ্ধে মোট যে শক্তি (E) অর্জন করে তা হল

$$E = \pi_2 - \pi_1 + \int_{T_1}^{T_2} \sigma_A \, d\,T - \int_{T_1}^{T_2} \sigma_B \, d\,T$$

বা $$E = \pi_2 - \pi_1 + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_A - \sigma_B)\, d\,T \qquad \text{.............(4.65)}$$

একক আধান কর্তৃক অর্জিত এই শক্তি E হল সিবেক ক্রিয়ার উৎস এবং এজন্য E -কে বলা যায় সিবেক

তড়িৎচালক বল। স্পষ্টতই আধানের যে শক্তির পরিবর্তন ঘটেছে তা হল:

দুই সংযোগস্থলে π_2 এবং $-\pi_1$

দুই পরিবাহীতে $\int_{T_1}^{T_2}\sigma_A\, dT$ এবং $-\int_{T_1}^{T_2}\sigma_B\, dT$

অতএব সংশ্লিষ্ট এনট্রপির (entropy) পরিবর্তন হল

$$\frac{\pi_2}{T_2},\ \frac{-\pi_1}{T_1},\ \int_{T_1}^{T_2}\frac{\sigma_A}{T}\,dT \qquad \text{এবং}\ -\int_{T_1}^{T_2}\frac{\sigma_B}{T}\,dT$$

কিন্তু তাপগতি বিদ্যা থেকে জানা যায় যে কোনো তাপগতি ব্যবস্থা অপনেয় হলে তার এনট্রপির মোট পরিবর্তন হবে শূন্য।

$$\therefore \frac{\pi_2}{T_2}-\frac{\pi_1}{T_1}+\int_{T_1}^{T_2}\frac{\sigma_A dT}{T}-\int_{T_1}^{T_2}\frac{\sigma_B dT}{T}=0 \qquad \text{.............(4.66)}$$

এখন যদি শীতলতর প্রান্তের উষ্ণতা T_1 স্থির রাখা হয় তবে π_1-ও স্থির হবে। অতএব সমীকরণ (4.65) থেকে

$$\frac{dE}{dT_2}=\frac{d\pi_2}{dT_2}+(\sigma_A-\sigma_B) \qquad \text{.............(4.67)}$$

আবার সমীকরণ (4.66) কে উষ্ণ সংযোগের উষ্ণতা সাপেক্ষে অবকল করে পাওয়া যায়

$$-\frac{\pi_2}{T_2^2}+\frac{1}{T_2}\frac{d\pi_2}{dT_2}+\frac{\sigma_A-\sigma_B}{T_2}=0$$

অথবা, $-\dfrac{\pi_2}{T_2}+\dfrac{d\pi_2}{dT_2}+\sigma_A-\sigma_B=0$

অতএব (4.67) প্রয়োগ করে $\dfrac{dE}{dT_2}-\dfrac{\pi_2}{T_2}=0$

$$\text{বা}\ \ \pi_2=T_2\frac{dE}{dT_2} \qquad \text{.............(4.68)}$$

$\dfrac{dE}{dT_2}$ – কে বলে তাপ তড়িৎ ক্ষমতা (Thermoelectric power) এবং বলা যায় তাপযুগ্মের উষ্ণ প্রান্তে ঐ প্রান্তের উষ্ণতা সাপেক্ষে তাপীয় তড়িচ্চালক বলের পরিবর্তনের হারকে বলে তাপতড়িৎ ক্ষমতা। সমীকরণ (4.68) হল তাপযুগ্মের উষ্ণ প্রান্তে পেলতিয়ে তড়িৎচালক বল।

এবার সমীকরণ (4.68) কে T_2 সাপেক্ষে অবকল করে পাই

$$\frac{d\pi_2}{dT_2}=T_2\frac{d^2E}{dT_2^2}+\frac{dE}{dT_2}$$

$$= T_2 \frac{d^2 E}{d T_2^2} + \frac{d \pi_2}{d T_2} + \sigma_A - \sigma_B \quad \text{(সমীকরণ 4.67 থেকে)}$$

$$\therefore \sigma_A - \sigma_B = -T_2 \left(\frac{d^2 E}{d T_2^2} \right) \qquad \text{............(4.69)}$$

অতএব তাপযুগ্মের দুই পরিবাহীতে প্রতি এক ডিগ্রি উষ্ণতার পরিবর্তনে টমসনের তড়িৎচালক বলের পার্থক্য পাওয়া গেল। সিসার টমসন গুণাংক প্রায় শূন্য। অতএব সিসাকে (lead) কোনো তাপযুগ্মের একটি পরিবাহীরূপে ব্যবহার করে যে কোনো ধাতুর টমসন গুণাংক সমীকরণ (4.69) থেকে নির্ণয় করা যায়।

আপনারা জেনেছেন, কীভাবে জুল ক্রিয়াকে বর্জন করা হয়েছে। তাই বলা যায় প্রাপ্ত সিবেক তড়িৎচালক বল, পেলতিয়ে তড়িৎচালক বল এবং টমসন গুণাংকের এই রাশিমাল সমূহ কেবলমাত্র আসন্নগতভাবে (approximatetly ঠিক।

4.10.5 তাপতড়িৎ বর্তনীর সূত্রাবলি

তাপ বিদ্যুৎ বর্তনী সম্পর্কিত দুটি সূত্র আছে। (1) মধ্যবর্তী উষ্ণতার সূত্র এবং (2) মধ্যবর্তী ধাতুর সূত্র মধ্যবর্তী উষ্ণতা বলতে বুঝাচ্ছে কোনো তাপযুগ্মের দুই সংযোগস্থলের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন উষ্ণতার মধ্যবর্তী কোনো এক বা একাধিক উষ্ণতা এবং মধ্যবর্তী ধাতু বলতে বোঝায় কোনো তাপযুগ্ম যে দুটি ধাতুর পরিবাহী দিয়ে গঠিত সেখানে ঐ তাপযুগ্মের কোনো সংযোগ স্থলকে বিচ্ছিন্ন করে একটি তৃতীয় ধাতুর পরিবাহী যোগ করা। নিয়ম দুটির বিবৃতি ও ব্যাখ্যা আলোচনা করা যাক।

(1) মধ্যবর্তী উষ্ণতার সূত্র ঃ

একটি প্রদত্ত উষ্ণতার পাল্লাকে যদি ক্ষুদ্রতর বহুসংখ্যক পাল্লার সমষ্টি হিসেবে বিবেচনা করা হয় তবে কোনো তাপযুগ্মে এইসব ক্ষুদ্রতর উষ্ণতার পাল্লায় যতগুলি তাপীয় তড়িৎচালক বলের উদ্ভব হবে তাদের সমষ্টি ঐ প্রদত্ত উষ্ণতার পাল্লায় তাপযুগ্মের তড়িৎচালক বলের সমান।

প্রমাণ। ধরাযাক প্রদত্ত উষ্ণতার পাল্লা হল T_1 থেকে T_2 যেখানে $T_2 > T_1$। এরূপ ক্ষেত্রে A ও B ধাতুর তাপযুগ্মে তাপীয় তড়িৎচালক বল (বা সিবেক তড়িৎচালক বল) হল

$$E = \pi_2 - \pi_1 + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_A - \sigma_B) dT$$

যেখানে π_2 এবং π_1 হল এই তাপযুগ্মে T_2 ও T_1 উষ্ণতায় পেলতিয়ে তড়িৎচালক বল এবং σ_A ও σ_B হল পরিবাহী A ও B-এর টমসন গুণাংক।

এখন একটি উষ্ণতা T বিবেচনা করা হল যেন $T_1 < T < T_2$। ধরা যাক T_1 থেকে T এই উষ্ণতার

পাল্লায় সিবেক তড়িৎচালক বল E_1 এবং এবং T থেকে T_2 এই উষ্ণতার পাল্লায় সিবেক তড়িৎচালক বল E_2। প্রমাণ করতে হবে $E_1+E_2 = E$।

পূর্ববর্তী সমীকরণ অনুসারে,

$E_1 = \pi - \pi_1 + \int_{T_1}^{T}(\sigma_A - \sigma_B)\, dT$, উষ্ণতা T -এ পেলতিয়ে গুর্নাংক π

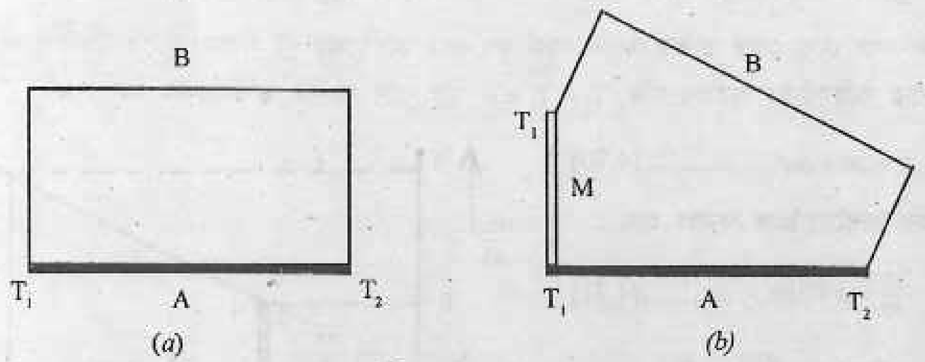
এবং $E_2 = \pi_2 - \pi + \int_{T}^{T_2}(\sigma_A - \sigma_B)\, dT$

যোগ করে পাওয়া যায় $E_1 + E_2 = \pi_2 - \pi_1 + \int_{T_1}^{T_2}(\sigma_A - \sigma_B)\, dT = E$

(2) মধ্যবর্তী ধাতুর সূত্র ঃ

যদি কোনো তাপবিদ্যুৎ বর্তনীর কোনো বিন্দুতে এক বা একাধিক ধাতুর পরিবাহী বর্তনীতে এমনভাবে শ্রেণিতে যুক্ত করা হয় যেন প্রতিটি সংযোগস্থলের উষ্ণতা ঐ বিন্দুর উষ্ণতার সমান হয়, তবে প্রদত্ত উষ্ণতা পাল্লায় বর্তনীতে উদ্ভুত সিবেক তড়িৎচালক বলের কোনো পরিবর্তন হবে না।

প্রমাণ। একটি তাপবিদ্যুৎ বর্তনী বিবেচনা করা যাক যার তাপযুগ্মের ধাতুদ্বয় হল A এবং B, এবং তাদের শীতল সংযোগ স্থলের উষ্ণতা T_1এবং উষ্ণ সংযোগস্থলের উষ্ণতা T_2 (চিত্র 4.35(a))।



চিত্র নং 4·35

এখন শীতল সংযোগ খুলে সেখানে M ধাতুর একটি পরিবাহী যুক্ত করা হলো। M পরিবাহীর উভয় সংযোগ স্থলের উষ্ণতা T_1। অতএব M এর দৈর্ঘ্য বরাবর কোনো উষ্ণতার নতি নেই, এবং তার টমসন গুণাংক σ_M.

এখন তাপবিদ্যুৎ বর্তনীতে তিনটি পেলতিয়ে তড়িৎচালক বল বর্তমান ঃ T_2-এ π_2, T_1-এ A এবং M ধাতুর সংযোগস্থলে π_{1AM} এবং M ও B ধাতুর সংযোগস্থলে π_{1MB}. এতদ্ব্যতীত আছে তিনটি ধাতুতে

টমসনের তড়িৎচালক বল: $\int_{T_1}^{T_2}\sigma_A\,dT$, $\int_{T_1}^{T_2}\sigma_B\,dT$

এবং $\int_{T_1}^{T_1}\sigma_M\,dT$

যদি ধরা হয় যে উষ্ণ প্রান্ত T_2-এ প্রবাহ A থেকে B ধাতুতে গমন করে তবে মোট তড়িৎচালক বল

$$E_T = \pi_2 - \pi_{1AM} - \pi_{1BM} + \int_{T_1}^{T_2}\sigma_A dT - \int_{T_1}^{T_2}\sigma_B dT + \int_{T_1}^{T_1}\sigma_M dT$$

$$= \pi_2 - \pi_1 + \int_{T_1}^{T_2}(\sigma_A - \sigma_B)\,dT = E$$

যেখানে $\int_{T_1}^{T_1}\sigma_M\,dT = 0$ এবং $\pi_1 = \pi_{1A} + \pi_{1B}$ অতএব সূত্রটি প্রমাণিত হলো।

4.10.6 তাপবিদ্যুৎ চিত্র (Thermoeletric diagram)

তাপতড়িৎ ক্ষমতা $\left(\frac{dE}{d\theta}\right)$ এবং উষ্ণতা θ এর লেখকে বলে তাপতড়িৎ চিত্র। এই চিত্র থেকে বিভিন্ন তাপ বৈদ্যুতিক রাশি পাওয়া যায়। একে টেইট চিত্রও (Tait diagrams) বলে।

পরীক্ষা করে দেখা গেছে তাপীয় তড়িৎচালক বল এবং তাপযুগ্মের দুই সংযোগস্থলের উষ্ণতার পার্থক্যের সর্ম্পক প্রায় অধিবৃত্তীয়। অতএব যদি $T_2 - T_1 = \theta$ হয় তবে তাপীয় তড়িৎচালক বল হবে

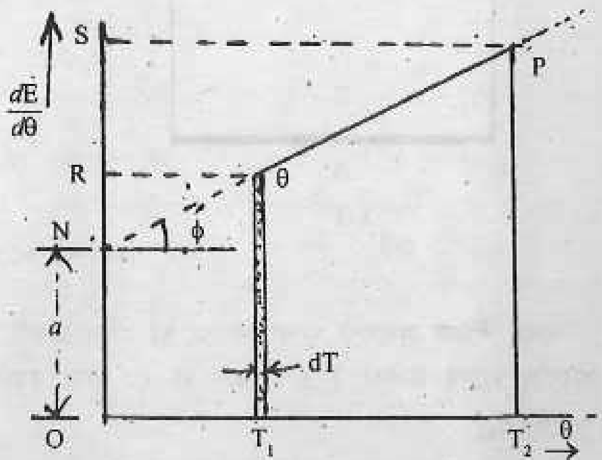
$$E = a\theta + b\theta^2 \quad ....(4.70)$$

অতএব তাপবৈদ্যুতিক ক্ষমতা হবে

$$\frac{dE}{d\theta} = a + 2b\theta \quad ....(4.71)$$

কারণ $\frac{dE}{d\theta} = \frac{dE}{dT_2}\frac{dT_2}{d\theta} = \frac{dE}{dT_2}$

[$\theta = T_2 - T_1, T_1$ স্থির ধরে $1 = \frac{dT_2}{d\theta}$]



চিত্র 4·36 তাপ বৈদ্যুতিক চিত্র

অতএব $\frac{dE}{dT_2}$ ও θ $(= T_2 - T_1)$এর লেখ হবে সরল রৈখিক। অতএব 2b পাওয়া যাবে সরল রেখার

নতি থেকে এবং 'a' পাওয়া যাবে সরল রেখার সঙ্গে $\frac{dE}{d\theta}$ অক্ষের ছেদিতাংশ থেকে। চিত্র 4.36-এ QP হল সরলরেখা (4.71) । যখন $\theta = 0, \frac{dE}{d\theta} = a = \mathrm{ON}$ এবং $\tan\phi = 2b =$ সরলরেখা QP এর নতি।

$\left(\frac{dE}{d\theta}\right)_{T_1} dT = T_1Q$ অনুক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

কিন্তু $\left(\frac{dE}{d\theta}\right)_{T_1} dT = dE$

$\therefore$ T_1Q অনুক্ষেত্র $= dE$

$\therefore$ T_1QPT_2 ক্ষেত্র $= E =$ সিবেক তড়িৎচালক বল।

আবার $T_1\left(\frac{dE}{d\theta}\right)_{T_1} = \pi_1 =$ আয়তক্ষেত্র OT_1QR

$T_2\left(\frac{dE}{d\theta}\right)_{T_2} = \pi_2 =$ আয়তক্ষেত্র OT_2PS

$\therefore$ $\pi_2 - \pi_1 =$ আয়তক্ষেত্র OT_2PS – আয়তক্ষেত্র OT_1QR

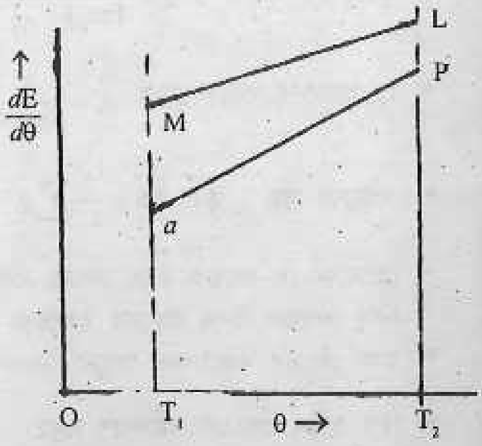
এখন $E = \pi_2 - \pi_1 + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_A - \sigma_B)\, dT$

$$\therefore \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_A - \sigma_B)\, dT = E - (\pi_2 - \pi_1) = E - \pi_2 + \pi_1$$

= ট্রাপিজিয়াম T_1QPT_2– আয়তক্ষেত্রের OT_2PS + আয়তক্ষেত্রে OT_1QR

= – ট্রাপিজিয়াম RQPS

বা $\int_{T_1}^{T_2} (\sigma_B - \sigma_A)\, dT =$ ট্রাপিজিয়াম RQPS



চিত্র নং 4·37 তাপবিদ্যুতিক চিত্র

লক্ষ করুন, চিত্র 4.36-এর QP লেখটি যে তাপযুগ্মের তার একটি ধাতু A এবং অপর ধাতুটি B. যদি B-এর বদলে অন্য একটি ধাতু C নেওয়া হয় তবে যে লেখটি পাওয়া যাবে সেটা হল ML (চিত্র 4.37) । এখন A-B তাপযুগ্মের সিবেক তড়িৎচালক বল ধরা যাক E_{AB} এবং A-C তাপযুগ্মের E হল E_{AC}

$\therefore$ E_{AB} = ক্ষেত্রফল T_1QPT_2

E_{AC} = ক্ষেত্রফল T_1MLT_2

$\therefore$ $E_{AC} - E_{AB}$ = ট্রাপিজিয়াম T_1MLT_2 – ট্রাপিজিয়াম T_1QPT_2

$\therefore\ E_{AC} - E_{AB}$ = ট্রাপিজিয়াম QMLP

কিন্তু মধ্যবর্তী ধাতুর সূত্রানুসারে

$E_{AB} = E_{AC} + E_{CB}$

অতএব $-E_{CB} = E_{AC} - E_{AB}$

বা E_{BC}= ট্রাপিজিয়াম QMLP

আবার B–C তাপযুগ্মের

$$\pi_2 = T_2 \times \overline{LP}$$

$$\pi_1 = T_1 \times \overline{QM}$$

এখানে B ধাতু সাপেক্ষে দুটি তাপযুগ্ম গঠন করা হয়েছে। B কে বলে নির্দেশক ধাতু। সাধারণত সিসাকে (lead) নির্দেশক ধাতু হিসেবে বিবেচনা করা হয়। কারণ $\sigma_{Pb} = 0$. এরূপ ক্ষেত্রে

ট্রাপিজিয়াম $RQPS = \left|\int_{T_1}^{T_2} \sigma_A \, dT\right|$

অনুশীলনী-10 তাপীয় তাড়িৎচালক বল এবং তাপযুগ্মের শীতল এবং উষ্ণ সংযোগস্থলের উষ্ণতার পার্থক্য অধিবৃত্তীয় সম্পর্কে সম্পর্কিত ধরে উৎক্রমণ উষ্ণতার দ্বারা উদাসীন উষ্ণতার মান নির্ণয় করুন।

4.11 সার-সংক্ষেপ

এই এককে আপনারা জেনেছেন :

* কুলম্-এর সূত্র : $\vec{F}_{12} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\dfrac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12} = -\vec{F}_{21}$

* Q আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 k}\dfrac{Q}{r^3}\vec{r}$

* গাউসের সূত্র : $\oint_s \vec{E}.d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$

* জেনেছেন যে ধনাত্মক উৎস ক্ষেত্রের বলরেখা উৎসে উৎপন্ন হয় এবং অসীমে বা ভূমিতে নিবিষ্ট হয়। কিন্তু ঋণাত্মক উৎস ক্ষেত্রের বলরেখা উৎসে নিবিষ্ট হয়।
* কার্ল ক্ষেত্রের বলরেখার কোনো উৎপত্তি ও সমাপ্তি নেই:

* স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রের সমীকরণ সমূহ : $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi;\ \vec{\nabla}\times\vec{E} = 0,\ \nabla^2\phi = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

  এবং লাপলাস সমীকরণ $\nabla^2\phi = 0$

* সুষম আহিত গোলকের তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3}$

* অসীম দৈর্ঘ্যের বেলনাকার আহিত পরিবাহীর নিকট বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\hat{r}$

* অসীম বিস্তৃত আহিত তলের তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$

* আহিত পরিবাহী তলের উপর স্থির তড়িৎ চাপ $P = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0 k} = \frac{1}{2}\frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{k}$

* তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে বিভব $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 k} \cdot \frac{1}{r}$ যখন q আধানের তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস।

* তড়িৎ দ্বিমেরুর বিভব $V(r,\theta) = \frac{\vec{p}.\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ এবং দ্বিমেরুর তড়িৎ ক্ষেত্র

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[3\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)\hat{r} - \vec{p}\right]$$

* পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে তড়িৎ আবেশ ক্ষেত্র $\vec{D} = \varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}$

* তড়িৎ ক্ষেত্রের সীমাস্থ শর্ত (i) $\left|\vec{E}_1\right|\sin\phi_1 = \left|\vec{E}_2\right|\sin\phi_2$ (ii) $\left|\vec{D}_1\right|\cos\phi_1 = \left|\vec{D}_2\right|\cos\phi_2$

* বন্টিত আধানের স্থির তড়িৎ শক্তি : $U = \frac{1}{2}\sum_i \phi_i q_i = \frac{1}{2}\int \phi\, dq = \frac{1}{2}\int \rho\phi dv$

  শক্তি ঘনত্ব $= \frac{1}{2}\rho\phi$

* শূন্যমাধ্যমে তড়িৎ ক্ষেত্রের শক্তি : $U = \frac{1}{2}\int \varepsilon_0 E^2 dV$ শক্তিঘনত্ব $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

* পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে শক্তি ঘনত্ব $u = \frac{\vec{E}.\vec{D}}{2}$

* সমান্তরাল পাত ধারকের ধারকত্ব $C = \frac{\varepsilon_0\, k\, A}{d}$

* গোলীয় ধারকের ধারকত্ব $C = 4\pi\varepsilon_0 k\left(\frac{ab}{b-a}\right)$

* বেলনাকার ধারকের ধারকত্ব $C = \frac{2\pi\,\varepsilon_0\, k}{\log\frac{b}{a}}$

* কির্কফের প্রবাহমাত্রার সূত্র : $\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$

* কির্কফের ভোল্টেজ সূত্র : $\sum_{k=1}^{n} I_k R_k = \sum_{k=1}^{n} E_k$

* আপনারা জেনেছেন থিভেনান্ ও নর্টন উপপাদ্য

* জেনেছেন সিবেক ক্রিয়া, পেলতিয়ে ক্রিয়া এবং টমসন ক্রিয়া

* সিবেক তড়িৎচালক বল $E = \pi_2 - \pi_1 + \int_{T_1}^{T_2} (a_A - a_B) dT$

* পেলতিয়ে তড়িৎচালক বল $\pi_2 = T_2 \left(\frac{dE}{dT_2} \right)$

* টমসন গুণাংকদ্বয়ের ব্যবধান : $\sigma_A - \sigma_B = -T_2 \left(\frac{d^2E}{dT_L^2} \right)$

4.12 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. একটি নিরেট গোলককে আধান দ্বারা সুষমভাবে আহিত করা হল। গোলাকর শক্তি নির্ণয় করুন।

2. ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। $-q$, $+q$ এবং $-q$ আধান যথাক্রমে A, B এবং C বিন্দুতে স্থাপিত আছে। একটি $+q$ আধান বহুদূর থেকে এনে D বিন্দুতে স্থাপন করা হলো। কৃতকার্য নির্ণয় করুন।

3. একটি সুষমভাবে আহিত বৃত্তাকার রৈখিক আধান বন্টনের জন্য বৃত্তের কেন্দ্রগামী অক্ষের উপর যে-কোনো বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র নির্ণয় করুন।

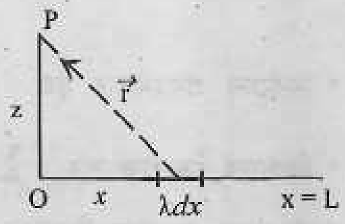
4. একটি সুষমভাবে আহিত নিরেট গোলকের বাইরে ও অভ্যন্তরে বিভব নির্ণয় করুন। নির্ণীত বিভবের নতি নির্ণয় করুন এবং অন্যকোনো উপায়ে প্রাপ্ত ফলের সঠিকতা পরীক্ষা করুন।

5. একটি দ্বিমেরুর ভ্রামক মূলবিন্দুতে z -অক্ষের অভিমুখে অবস্থিত। (0,0,a) । (a, 0, 0) বিন্দুতে স্থাপিত q আধানের উপর বল নির্ণয় করুন।

6. একটি সমান্তরাল পাত ধারকের দুই পাশের মধ্যে বায়ু মাধ্যম বর্তমান। আবদ্ধ মাধ্যমের অর্ধেকটা এমন পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমদ্বারা পূর্ণ করা হল যে যার পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক k. ধারকের ধারকত্বের পরিবর্তনের হার নির্ণয় করুন।

4.13 অনুশীলনীর সমাধান ও উত্তর

1. ধরা যাক প্রান্ত বিন্দু 0 হলে মূল বিন্দু। অতএব 0 থেকে x দূরে $\lambda dx = dq$ আধানের জন্য P(0,z) বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র $d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} = \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0} \frac{-x\hat{i} + 3\hat{k}}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$



বা $d\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\left(\frac{xdx}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \hat{i} + \left(\frac{zdx}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \hat{k} \right]$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left[-(dI_1)\hat{i}+(dI_2)\hat{k}\right];\lambda=\frac{q}{L}$$

যেখানে $dI_1=\frac{xdx}{\left(x^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ & $dI_2=\frac{zdx}{\left(x^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

$$\therefore \vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left[-I_1\hat{i}+I_2\hat{k}\right]$$

$$I_1=\int_0^L\frac{xdx}{\left(x^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{z-\sqrt{z^2+L^2}}{z\sqrt{z^2+L^2}}$$ [সমাকলটি নিজেরা করুন।]

$$I_2=\int_0^L\frac{zdx}{\left(x^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{L}{z\sqrt{z^2+L^2}}$$

$$\therefore \vec{E}=\frac{q\left[\left(z-\sqrt{L^2+z^2}\right)\hat{i}+L\hat{k}\right]}{4\pi\varepsilon_0\, LZ\sqrt{L^2+z^2}}$$

[এই ফলটি সঠিক কিনা কীভাবে পরীক্ষা করবেন? দুভাবে পরীক্ষা করা যায় : (i) রৈখিক আধানকে 0 বিন্দুতে একটি ক্ষুদ্র ব্যাসার্ধের গোলক আধান ধরে এবং (ii) $Z \gg L$ ধরে।

(i) ধরা যাক $L\rightarrow r \gg Z$

$$\therefore \vec{E}=\frac{q\left[0\hat{i}+r\hat{k}\right]}{4\pi\varepsilon_0 rz^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{k}}{z^2}$$

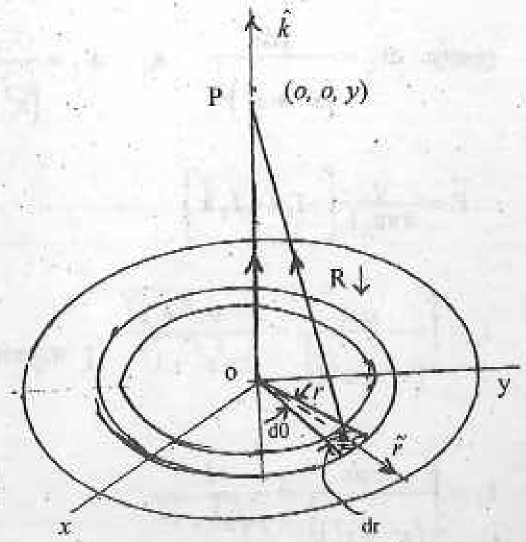
যা একটি বিন্দু আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র।

(ii) $Z \gg L$ হলে

$$\vec{E}=\frac{q\left[0i+L\hat{k}\right]}{4\pi\,\varepsilon_0 Lz.z}=\frac{q\hat{k}}{4\pi\varepsilon_0 z^2}.$$

2. চাকতির কেন্দ্র O. এই কেন্দ্র সাপেক্ষে r এবং $r+dr$ ব্যাসার্ধের একটি বলয় বিবেচনা করা যাক। এই বলয়ের $dS = rd\theta dr$ অমুক্ষেত্রের জন্য $p(0,0,z)$ বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র হবে

$$d\vec{E} = \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{d}}{d^3}$$



চিত্র নং 4-30

এখন $\vec{d} = -r\hat{r} + z\hat{k},\ d^2 = r^2 + z^2$

$$\therefore\ d\vec{E} = \frac{\sigma r dr d\theta}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{-r\hat{r}+z\hat{k}}{\left(r^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\therefore\ \vec{E} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r=0}^{a}\left\{\int_{\theta=0}^{2\pi} d\theta\right\}\frac{-r\hat{r}+z\hat{k}}{\left(r^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}} r dr$$

$$= \frac{\sigma}{2\,\epsilon_o}\left[\int_0^a \frac{-r^2 dr}{\left(r^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{r} + \int_0^a \frac{zrdr}{\left(r^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k}\right]$$

প্রথম পদটি হবে শূন্য কারণ $\hat{r}$-এর যে-কোনো অভিমুখের বিপরীত অভিমুখও বর্তমান। অতএব

$$\vec{E} = \frac{\sigma z}{2\,\epsilon_o}\int_0^a \frac{rdr}{\left(r^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k}$$

$$= \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}\left[\frac{\sqrt{z^2+a^2}-z}{\sqrt{Z^2+a^2}}\right]\hat{k} = \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+a^2}}\right]\hat{k}$$

লক্ষ্য করুন যখন $a \to \infty,\ \vec{E} = \frac{z}{2\,\epsilon_0}\hat{k}$, যা অসীম বিস্তৃত আহিত তলের নিকটস্থ বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র।

3. গোলকের ব্যাসার্ধ ধরা যাক a. গোলকের অভ্যন্তরে কেন্দ্র থেকে $r < a$ দূরে একটি বিন্দু বিবেচনা করা যাক। এই বিন্দু দিয়ে সমকেন্দ্রিক একটি গাউসীয় গোলীয় তল কল্পনা করা যাক। যদি তলের উপর অভীষ্ট বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র প্রাবল্য হয় $\vec{E}$ তবে গাউসের উপপাদ্য মতে

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_o}$$

যেখানে Q হল গাউস-তলের দ্বারা আবদ্ধ আধান।

$$\therefore\ Q=\frac{4\pi}{3}r^3\rho=\frac{4\pi k}{3}r^4\quad(\because \rho=kr)$$

যেহেতু আধান ঘনত্ব $\rho=kr$, তাই বলা যায় আধান বণ্টনে গোলীয় প্রতিসাম্য আছে। অতএব $\vec{E}$ হবে অপকেন্দ্রিক।

$$\therefore\ \oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=ES=4\pi r^2E$$

$$\therefore\ 4\pi r^2E=\frac{4\pi k}{3}r^4$$

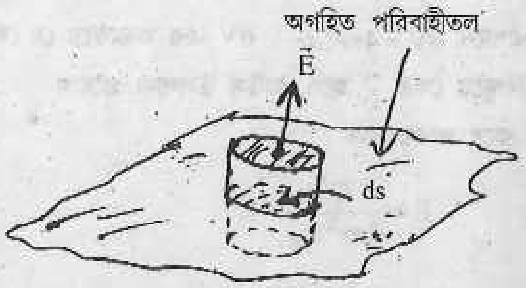
$$\text{বা}\ E=\frac{1}{3}kr^2=\frac{1}{3}\rho r$$

$$\therefore\ \vec{E}=\frac{1}{3}\rho\vec{r}$$

4. আহিত পরিবাহী তলের সন্নিকটস্থ বিন্দুতে একটি গাউসীয় তল কল্পনা করুন যা একটি বটিকা বাক্স (pill box)। এই বাক্সের বৃত্তীয় তল দ্বয়ের একটি অভীষ্ট বিন্দুগামী। বেলনাকার তল পরিবাহী থেকে dS ক্ষেত্র আবদ্ধ করবে যার আধান σdS, $\sigma=$আধানের তলমাত্রিক ঘনত্ব। যেহেতু পরিবাহীর তল থেকে ক্ষেত্র বলরেখা লম্ব ভাবে নির্গত হয়, তাই $\vec{E}$ হবে গাউসের প্রান্ত তলের উপর লম্ব এবং বেলন-তলের সমান্তরাল।

$$\therefore\ \oint_{ds}\vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$

$$\text{বা}\quad EdS_{/\,\text{বাইরে}}+EdS_{/\,\text{অভ্যন্তরে}}=\frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$



কিন্তু অভ্যন্তরে $E=0$,

$$\therefore\ E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\text{বা}\ \vec{E}=\frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n}$$

যদি পরিবাহীর বাইরে k ধ্রুবকের পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম থাকে তবে E হ্রাস পাবে k হারে ।

$$\therefore\ \vec{E}=\frac{\sigma}{\epsilon_0 k}\hat{n}$$

5. যদি কোনো বিন্দুতে তড়িৎক্ষেত্রের বিভব হয় ϕ এবং ক্ষেত্র হয় $\vec{E}$ তবে

$$\vec{E}=-\vec{\nabla}\phi$$

যেহেতু আধান বণ্টন গোলীয় তাই $\vec{E}=\vec{E}(r)$ এবং $\phi=\phi(r)$ $\therefore\ \vec{\nabla}\phi=\hat{r}\frac{d\phi}{dr}$

আবার $\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{\hat{r}}{r^2}$

$$\therefore \frac{d\phi}{dr} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

বা $d\phi = -\dfrac{q}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{dr}{r^2}$

$$\therefore \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} + c$$

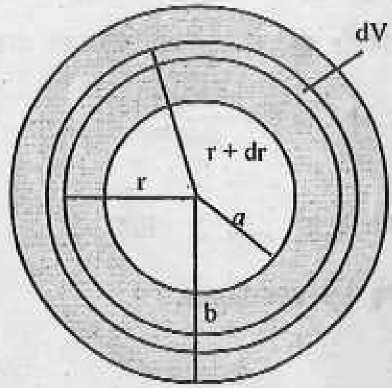
$r = \infty$ হলে $\phi = 0$ অতএব $c = 0$

$$\therefore \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

6. কোনো পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে শক্তি ঘনত্ব $U = \dfrac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2} = \dfrac{1}{2}\epsilon E^2, \vec{D} = \epsilon\vec{E}$

এবং $\epsilon = \epsilon_0 k = \epsilon_0(1 + x_e)$

$$\therefore U = \frac{1}{2}\epsilon_0(1 + x_e)E^2$$



অতএব মোট শক্তি

$$U = \int u dV$$

এখানে $dV = 4\pi r^2 dr$, dV-এর অভ্যন্তরে যে কোনো বিন্দুতে ক্ষেত্র $\vec{E}$ হলে, গাউস উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাওয়া যায়

$$E = \frac{Q^1}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

যেখানে $Q^1 = r$ ব্যাসার্ধের গাউসতলের অভ্যন্তরস্থ আধান। অতএব $Q^1 = \dfrac{4\pi}{3}\left(r^3 - a^3\right)\rho$

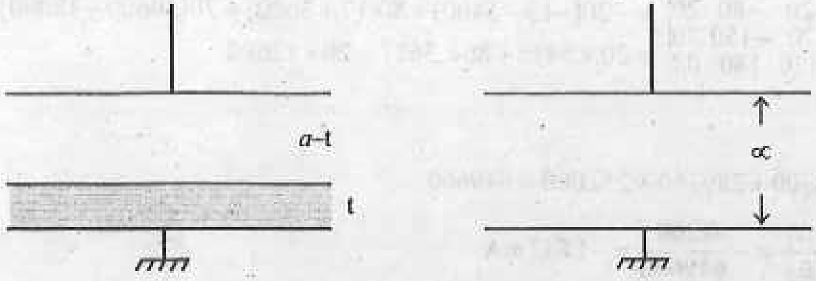
কিন্তু $P = \dfrac{Q}{\frac{4\pi}{3}\left(b^3 - a^3\right)}$ $\therefore Q' = \left(\dfrac{r^3 - a^3}{b^3 - a^3}\right)Q$

$$\therefore U = \int_{r=a}^{b}\frac{1}{2}\epsilon_0(1 + x_e)\frac{\theta'^2}{16\pi^2 r^4 \epsilon_0^2}4\pi r^2 dr$$

$$= \frac{(1+x_e)}{8\pi \in_0} \int_{r=a}^{b} \frac{\left(r^3-a^3\right)^2 a^2}{r^2\left(b^3-a^3\right)^2} dr$$

$$= \frac{(1+x_e)Q^2}{8\pi \in_0 \left(b^3-a^3\right)^2} \int_{r=a}^{b} \left(\frac{r^3-a^3}{r}\right)^2 dr \quad \text{ইত্যাদি।}$$

7. বায়ুপূর্ণ ধারকের ধারকত্ব $C = \frac{\in_0 A}{d}$. t বেধের পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমসহ ধারককে দুটি শ্রেনি সমবায়ে যুক্ত ধারক ভাবা যেতে পারে। একটা বায়ুপূর্ণ $d-t$ বেধের ধারক, অন্যটা k পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবকের মাধ্যমের t বেধের ধারক। ধরা যাক এদের ধারকত্ব C_1 এবং C_2.



$\therefore C_1 = \frac{\in_0 A}{d-t}$ এবং $C_2 = \frac{\in_0 kA}{t}$

অতএব c_1 ও c_2-এর তুল্যধারকত্ব C' হলে

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d-t}{\in_0 A} + \frac{t}{\in_0 kA} = \frac{k(d-t)+t}{\in_0 kA}$$

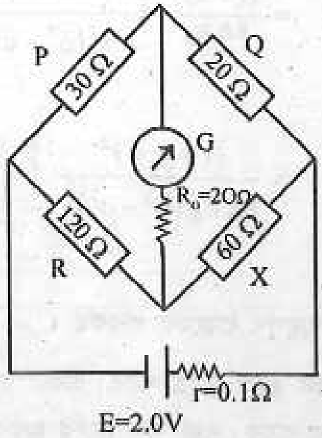
বা $C' = \frac{\in_0 kA}{kd-(k-1)t}$

$$\therefore \frac{C'}{C} = \frac{kd}{kd-(k-1)t} > 1$$

$$\therefore C' > C$$

অর্থাৎ নতুন ব্যবস্থায় ধারকত্ব বৃদ্ধি পাবে

8.



$$I_G = \frac{\begin{vmatrix} -(X+Q) & Q & 0 \\ -(R+P) & P & 0 \\ X+R & r & -\in \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -R_G & -(X+Q) & Q \\ R_G+P+R & -(R+P) & P \\ -R & X+R & r \end{vmatrix}} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$$

$$\therefore\ \Delta_1 = \begin{vmatrix} -80 & 20 & 0 \\ -150 & 30 & 0 \\ 180 & 0.1 & -2 \end{vmatrix} = -2[-2400+3000] = -1200$$

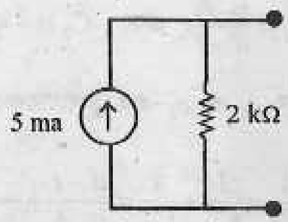
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -20 & -80 & 20 \\ 170 & -150 & 30 \\ -120 & 180 & 0.1 \end{vmatrix} \begin{aligned} &= -20(-15-5400)+80(17+3600)+20(30600-18000) \\ &= 20\times 5415 + 80\times 3617 + 20\times 12600 \end{aligned}$$

$$= 108300 + 289360 + 252000 = 649660$$

$$\therefore\ I_G = \frac{\Delta_1}{\Delta_2} = -\frac{1200}{649660} = -1.847\,mA$$

ঋণাত্মক চিহ্ন গ্যালভানোমিটারে প্রবাহমাত্রার দিক নির্দেশ।

9. নর্টন তুল্যবর্তনী হল



10. ধরা যাক, উষ্ণ ও শীতল সংযোগস্থলের উষ্ণতার পার্থক্যর t.
অতএব তাপীয় তড়িচ্চালক বল হবে

$$e = at + \frac{1}{2}bt^2$$

যেখানে $t = T_2 - T_1$; t হল ${}^0C$ এবং T_1, T_2 হল ${}^0K$-এ।

উদাসীন উষ্ণতায়, $\frac{de}{dt} = 0$ এবং উৎক্রমণ উষ্ণতায় $e = 0$

$$\therefore \left.\frac{de}{dt}\right|_{t_n} = a + bt_n = 0 \text{ বা } t_n = -\frac{a}{b}$$

এবং $at_i = \frac{1}{2}bt_i^2 = 0$

$$\therefore t_i = 0 \text{ বা } t_i = -\frac{2a}{b} = 2t_n$$

এখন $t_n = T_n - T_1$ এবং $t_i = T_i - T_1$, T_i উৎক্রমণ উষ্ণতা

$$\therefore T_n = T_1 - \frac{a}{b}$$

$$T_i = T_1 - \frac{2a}{b}$$

$$\therefore 2T_n = 2T_1 - \frac{2a}{b}$$

$$\therefore 2T_n - T_i = T_1$$

$$T_n = \frac{T_i + T_1}{2}$$

4.14 সর্বশেষ প্রশ্নাবলির উত্তর ও সমাধান

1. কোনো আহিত বস্তুতে সঞ্চিত শক্তি

$$U = \frac{\epsilon_0}{2}\int_V E^2 dV$$

গাউস উপপাদ্য থেকে $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$

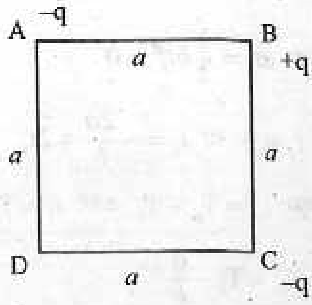
$$\text{বা } E = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 a^2}$$

$$\therefore U = \frac{\epsilon_0}{2}\int_v \frac{Q^2\, dV}{16\pi^2 \epsilon_0^2 a^4}$$

$$= \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 a^4}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{a} r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi\, dr$$

$$= \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 a^4} \times \frac{4\pi}{3}a^3 = \frac{Q^2}{24\pi \epsilon_0 a}$$

2. যদি D বিন্দুতে বিভব হয় ϕ তবে $+q$ আধানকে D বিন্দুতে বহুদুর থেকে এনে স্থাপন করতে কৃতকার্য



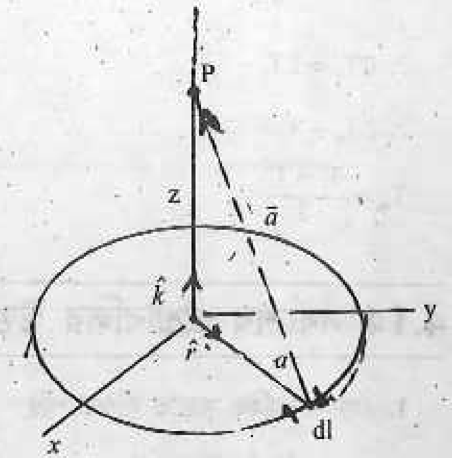
$$W = \phi q$$

এখন $\phi = -\dfrac{q}{4\pi \in_0 a} + \dfrac{q}{4\pi \in_0 \left(\sqrt{2}a\right)} - \dfrac{q}{4\pi \in_0 a}$

$$= \frac{q}{4\pi \in_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\right) = -\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \times \frac{q}{4\pi \in_0 a}$$

$$\therefore\ W = -\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \times \frac{q^2}{4\pi \in_0 a}$$

3. ধরা যাক রৈখিক আধান ঘনত্ব λ. অতএব dl এর আধান $dq = \lambda dl$. অতএব dq এর জন্য P বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র হবে



$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi \in_0} \cdot \frac{\vec{d}}{d^3} = \frac{\lambda dl}{4\pi \in_0} \cdot \frac{-a\hat{r} + z\hat{k}}{\left(a^2 + z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\therefore\ \vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi \in_0}\left[-\int_0^{2\pi a} \frac{a\,dl}{\left(a^2 + z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{r} + \int_0^{2\pi a} \frac{z\,dl}{\left(a^2 + z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k}\right]$$

প্রথম পদটি শূন্য হবে, কারণ কেন্দ্রাতিগ একক ভেক্টরের $\left(\hat{r}\right)$ যে-কোনো অভিমুখে $-\hat{r}$ বর্তমান থাকে।

$$\therefore\ \vec{E} = \frac{\lambda z}{4\pi \in_0} \times \frac{2\pi a}{\left(a^2 + z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k} = \frac{q}{4\pi \in_0} \cdot \frac{z\hat{k}}{\left(a^2 + z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

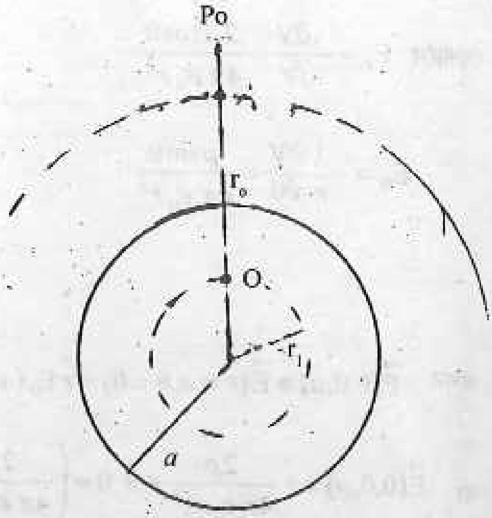
যেখানে $q = 2\pi a\lambda$, মোট আধান।

4. O কেন্দ্রিক নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ a এবং মোট আধান Q। গোলেকের বাইরে $z = r_0$ দূরত্বে P_0 বিন্দুতে এবং অভ্যন্তরে $z = r_i$ দূরত্বে P_i বিন্দুতে বিভব V_0 এবং V_i নির্ণয় করতে হবে।

নানা পদ্ধতির মধ্যে গাউসীয় পদ্ধতি গ্রহণ করা যায়। যদি P_0 বিন্দুতে তড়িৎ ক্ষেত্র হয় $\vec{E}$ তবে

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$, S = গাউসীয় তলের ক্ষেত্রফল

Q = গোলকের মোট আধান।



$$\therefore\ ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

বা $E = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, r = গাউসতলের ব্যাসার্ধ

$$= -\frac{dV}{dr}$$

$$\therefore\ dV = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dr}{r^2}$$

বা $\displaystyle\int_0^{v_0} dV = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_\infty^r \frac{dr}{r^2}$

যেহেতু যখন $r = \infty,\ V_0 = 0$ $\qquad \therefore\ V_0 = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

যদি বিন্দুটি P_i হয় তবে, $E = \dfrac{Q'}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ যেখানে Q' হল P_i বিন্দুগামী গাউসীয় তলের অভ্যন্তরস্থ আধান।

$$\therefore\ V_i = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 r}$$

এখন আধান ঘনত্ব $\rho = \dfrac{Q'}{\frac{4\pi}{3}r^3} = \dfrac{Q}{\frac{4\pi}{3}a^3}$

$$\therefore\ Q^1 = \frac{r^3}{a^3}Q$$

$$\therefore\ V_i = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{r^2}{a^3} \quad (r \le a)$$

লক্ষ করুন গোলক তলে $r = a_0$ এবং $V_i = V_0$

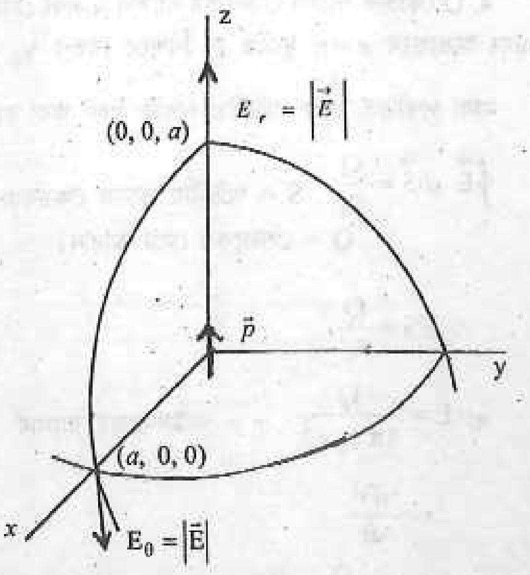
5. দ্বিমেরু বিভব

$$v(r,\theta)=\frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}(r,\theta)=\hat{r}E_r+\hat{\theta}E_\theta$

যেখানে $E_r=-\frac{\partial V}{\partial r}=\frac{2p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

$$E_\theta=-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta}=\frac{p\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



এখন $\vec{E}(0,0,a)\equiv\vec{E}(r=a,\theta=0)=\hat{r}E_r(a,o)+\hat{\theta}E_\theta(a,o)$

বা $\vec{E}(0,0,a)=\hat{r}\frac{2p}{4\pi\epsilon_0 a^3}+\hat{\theta}\cdot 0=\left(\frac{2p}{4\pi\epsilon_0 a^3}\right)\hat{k}$

কারণ, এখানে $\vec{r}=z\hat{k}=a\hat{k}=a\hat{r},\ \hat{r}=\hat{k}$

আবার $\vec{E}(a,0,0)\equiv\vec{E}\left(r=a,\theta=90^0\right)=\hat{\theta}\frac{p}{4\pi\epsilon_0 a^3}=-\frac{p\hat{k}}{4\pi\epsilon_0 a^3}$

কারণ $(a,0,0)$ অবস্থানে $\hat{\theta}=-\hat{k}$ (চিত্র দেখুন)।

অতএব $(0,0,a)$ বিন্দুতে রক্ষিত q আধানের উপর বল

$$\vec{F}(0,0,a)=\left(\frac{2pq}{4\pi\epsilon_0 a^3}\right)\hat{k}$$

এবং $(a,0,0)$ বিন্দুতে রক্ষিত q আধানের উপর বল

$$\vec{F}(a,0,0)=-\left(\frac{p}{4\pi\epsilon_0 a^3}\right)\hat{k}$$

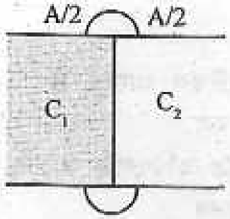
6. দুটি ক্ষেত্র বর্তমান। **i)** পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম k দ্বারা উভয় পাতের অর্ধাংশ পূর্ণ করা (চিত্র-1) এবং (ii) k পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যম দিয়ে অর্ধেক বেধ পর্যন্ত পূর্ণ করা (চিত্র-2)।

ধরা যাক বায়ুপুর্ণ ধারকের ধারকত্ব $c = \dfrac{\epsilon_0 A}{d}$

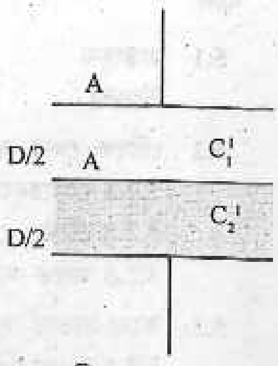
চিত্র-1-এর ক্ষেত্রে দুটি ধারক C_1 ও C_2 সমান্তরাল সমবায়ে আছে।

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 k \dfrac{A}{2}}{d} = \frac{\epsilon_0 kA}{2d}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \dfrac{A}{2}}{d} = \frac{\epsilon_0 A}{2d}$$



চিত্র নং 1



চিত্র নং 2

অতএব উহাদের তুল্য ধারকত্ব

$$\therefore C_k = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{2d}(1+k) = \left(\frac{1+k}{2}\right)C$$

$$\therefore \frac{C_k}{C} = \frac{1+k}{2} \qquad C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \text{ বায়ুপূর্ণ সমান্তরাল পাত ধারকের ধারকত্ব।}$$

দ্বিতীয় চিত্রে ধারকদ্বয় শ্রেণিসমবায়ে আছে এবং তাদের ধারকত্ব

$$C_1' = \frac{\epsilon_0 A}{\dfrac{d}{2}} = \frac{2\epsilon_0 A}{d}$$

$$C_2' = \frac{\epsilon_0 kA}{\dfrac{d}{2}} = \frac{2\epsilon_0 kA}{d}$$

তুল্য ধারকত্ব

$$\frac{1}{C_k'} = \frac{1}{C_1'} + \frac{1}{C_2'} = \frac{d}{2\epsilon_0 A} + \frac{d}{2\epsilon_0 kA} = \frac{d}{2\epsilon_0 A}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

বা, $$C_k' = \frac{2\epsilon_0 Ak}{d(1+k)} = \left(\frac{2k}{1+k}\right)C$$

$$\therefore \frac{C_k'}{C} = \frac{2k}{1+k}$$

যদি $k = 1$ হয় তবে $C_k = C = C_k'$

অতিরিক্ত পাঠ ঃ

1. David J Griffiths : Introduction ot Electrodynamies

2. Fewkes and Yarwood : Electricity and Magnetison vol-I

একক 05 ☐ অপরিবর্তী তড়িৎ প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র

গঠন

5.1 প্রস্তাবনা ঃ

তড়িচ্চুম্বকীয় ক্ষেত্রের নানা রূপের একটি হল চৌম্বক ক্ষেত্র। এর বৈশিষ্ট্য হল এই যে এই ক্ষেত্র গতিশীল আধান কণিকা বা আধান দ্বারা আহিত গতিশীল বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে এবং বল প্রয়োগ করে চৌম্বক পদার্থের উপর যা স্থিতিশীল বা গতিশীল যে অবস্থাতেই থাকুক। একক 01-এ এ বিষয়ে কিছু ধারণার সঙ্গে আপনাদের পরিচয় ঘটেছে। সেখানে আপনারা জেনেছেন যে এই চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় পরিবহণ প্রবাহ (Conduction currents) দ্বারা, গতিশীল আধান কণিকা দ্বারা, চৌম্বক পদার্থের দ্বারা অথবা পরিবর্তনশীল তড়িৎ ক্ষেত্র দ্বারা।

এই এককে পরিবাহীতে পরিবহণ প্রবাহ যে চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপাদন করে তার কিছু সূত্রাদি ও প্রয়োগ সম্পর্কে আলোচনা করা হবে এবং এই প্রসঙ্গে চৌম্বক পদার্থের ধর্ম সম্পর্কেও আলোচনা করা হবে। আলোচনা হবে দুটি ভেক্টর $\vec{B}$ এবং $\vec{H}$ সম্পর্কে যারা রাশি হিসেবে চৌম্বক ক্ষেত্রকে উপস্থাপিত করে।

উদ্দেশ্য ঃ

এই এককের উদ্দেশ্য হলো, নিম্নবিবৃত বিষয় সম্পর্কে আপনাদের সমর্থ করে তোলা ঃ

- পরিবাহীতে তড়িৎ প্রবাহের ফলে উৎপন্ন চৌম্বক ক্ষেত্র নিরূপণ করতে পারা,
- গ্যালভানোমিটারের কার্যরীতি বুঝতে পারা,
- বিভিন্ন পদার্থের চৌম্বক বৈশিষ্ট্য জানা।

5.2 চৌম্বক ক্ষেত্র বা চৌম্বক আবেশ B ঃ

স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রের আলোচনায় আপনারা তিন প্রকার তড়িৎ ক্ষেত্র সম্পর্কে জেনেছেন ঃ (i) তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$, (ii) তড়িৎ আবেশ ক্ষেত্র $\vec{D}$ এবং (iii) মেরুকরণ ভেক্টর $\vec{P}$। চৌম্বক ক্ষেত্র সম্পর্কেও বলা যায় তিন প্রকার চৌম্বক ক্ষেত্র বর্তমান ঃ (i) চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ (চৌম্বক আবেশ ক্ষেত্রও বটে);

(ii) চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য ভেক্টর $\vec{H}$, এবং (iii) চুম্বকন প্রাবল্য ভেক্টর $\vec{M}$.

$\vec{E}$ সম্পর্কে জানেন যে, $\vec{E}$ হল বদ্ধ ও মুক্ত উভয় আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র এবং $\vec{D}$ হল কেবলমাত্র মুক্ত আধানের তড়িৎ ক্ষেত্র। তড়িৎ ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তড়িৎ আধান (স্থির বা গতিশীল) দ্বারা এবং পরিবর্তনশীল চৌম্বক ক্ষেত্র দ্বারা। অনুরূপভাবে চৌম্বক ক্ষেত্রও উৎপন্ন হয় গতিশীল আধান দ্বারা, স্থিতিশীল চুম্বকদ্বারা এবং পরিবর্তনশীল তড়িৎ ক্ষেত্র দ্বারা। স্থিতিশীল চুম্বক এবং স্থিতিশীল আধান একটা আপাত মিল প্রদর্শন করে। এই মিলের বিষয়টি আরো জোর পায় 'চৌম্বক মেরু' নামক এক ভ্রান্ত ধারণা দ্বারা। বাস্তবে চৌম্বক মেরু বলে কিছু নেই। আসলে চৌম্বক ক্ষেত্রের একমাত্র উৎস গতিশীল আধান এবং গতিশীল (পরিবর্তন শীল) তড়িৎ ক্ষেত্র।

উচ্চমাধ্যমিক পর্যায়ে আপনারা জেনেছেন যে একটা তড়িৎ প্রবাহকে কেন্দ্র করে একটি চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়। এই প্রবাহকে বলে স্থূল প্রবাহ বা গ্রাহ্য প্রবাহ (Macro-current) এবং উৎপন্ন চৌম্বক ক্ষেত্র সম্পর্কে বলা যায় চৌম্বক ক্ষেত্রটি উৎপন্ন হয় গ্রাহ্য প্রবাহের জন্য (Magnetic field due to macro-current)।

$\vec{H}$ হল গ্রাহ্য প্রবাহের চৌম্বকক্ষেত্র এবং একে $\vec{B}$ থেকে পৃথকভাবে চিহ্নিত করার জন্য বলা হয় চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য। কিন্তু এই গ্রাহ্য প্রবাহ (যা পাওয়া যায় পরিবাহীর দুই প্রান্তে বিভব পার্থক্য সৃষ্টি করে) ব্যতীত আরো এক ধরনের প্রবাহ আছে যা সাধারণভাবে দুর্নিরীক্ষ্য। এই প্রবাহ হল প্রতিটি পরমাণুর ইলেকট্রনের আবর্তন। আপনারা জানেন ইলেট্রনের গতির বিপরীত দিকে হল তড়িৎ প্রবাহের অভিমুখ, যেদিকে ধনাত্মক আধানকে গতিশীল ধরা হয়। তাই পদার্থের পরমাণুর ইলেকট্রনের গতি যে তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি করে তাকে আমরা বলতে পারি সূক্ষ্ম প্রবাহ বা পারমাণবিক প্রবাহ (ইংরেজিতে micro currents)। এই সূক্ষ্ম প্রবাহও স্থূল বা গ্রাহ্য প্রবাহের মতই সংশ্লিষ্ট চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন করে যাকে বলে সূক্ষ্ম প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র (field due to micro current)।

স্থূল ও সূক্ষ্ম প্রবাহ মিলিত ভাবে যে চৌম্বক ক্ষেত্রের সৃষ্টি করে তাকে বলে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ বা চৌম্বক আবেশ (Magnetic Induction) $\vec{B}$. এই সূক্ষ্ম প্রবাহের জন্য প্রতিটি পরমাণু এক একটি পারমাণবিক চৌম্বক দ্বিমেরু (magnetic dipole) গঠন করে। [উচ্চমাধ্যমিকে বৃত্তীয় প্রবাহের একদিকে উত্তর মেরু এবং অপর দিকে দক্ষিণ মেরু সম্পর্কে একটা ধারণার কথা স্মরণ করুন। এই বৃত্তীয় প্রবাহ অতএব একটি দ্বিমেরু গঠন করে। অনুরূপে নিউক্লিয়াসকে ঘিরে ইলেকট্রনের আবর্তন পারমাণবিক চৌম্বক দ্বিমেরু গঠন করে।] চুম্বকন প্রাবল্য $\vec{M}$ হলো প্রতি একক আয়তনে চৌম্বক দ্বিমেরু-ভ্রামক (magnetic dipole moment) যার অভিমুখ S থেকে N. যখন এরূপ মাধ্যম কোনো চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপিত থাকে না তখন তার পারমাণবিক দ্বিমেরু গুলি বিশৃঙ্খল ভাবে সংস্থাপিত (oriented) থাকে। ফলে চৌম্বক দ্বিমেরু-ভ্রামক ভেক্টর পরস্পরকে বাতিল করে। কিন্তু কোনো মাধ্যমকে $\vec{H}$ ক্ষেত্রে স্থাপন করলে চৌম্বক দ্বিমেরু গুলি $\vec{H}$ অভিমুখে সংস্থাপিত বা সজ্জিত হয়। ফলে $\vec{H}$ এবং নতুন করে সজ্জিত পারমাণবিক সূক্ষ্ম প্রবাহমাত্রার চৌম্বক ক্ষেত্র মিলিত ভাবে

নতুন একটি চৌম্বক ক্ষেত্রের জন্ম দেয়। যেহেতু $\vec{H}$ হল স্থূল প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র, তাই এই নতুন চৌম্বক ক্ষেত্র হল স্থূল প্রবাহ ও সূক্ষ্ম প্রবাহের মিলিত চৌম্বক ক্ষেত্র। একেই বলে চৌম্বক আবেশ $\vec{B}$. যদি $\vec{M}$ হয় মাধ্যমের চুম্বকন প্রাবল্য তবে

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right)$$

এখন অয়স্‌চৌম্বক (ferromagnetic) পদার্থ ব্যতীত অন্য সব মাধ্যমের ক্ষেত্রে $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ যেখানে $\chi_m =$ মাধ্যমের চৌম্বক প্রবণতা (Magnetic susceptibility)।

$$B = \mu_0(1+\chi_m)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}, \quad \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\frac{H}{m}.$$

$$\mu_r = 1+\chi_m$$

μ_r কে বলে মাধ্যমের আপেক্ষিক চৌম্বকশীলতা (Relative Magnetic Permeability)। C.G.S.-এ

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} = \vec{H}(1\times4\pi\chi_m) = \mu\vec{H}$$

এ বিষয়ে পরে বিস্তারিত আলোচনা করা হবে।

5.2.1 লোরেন্‌ৎস্‌ বল ঃ (Lorentz force)

আপনারা জানেন যে একটি পরিবাহীর মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহ চললে তাকে ঘিরে একটি চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়। কিন্তু একটি আধান গ্রস্থ বস্তুও যদি গতিশীল হয় তবে সেক্ষেত্রেও একটি চৌম্বক ক্ষেত্রের সৃষ্টি হয়। এবং আপনারা এও জানেন দুটি চৌম্বক ক্ষেত্রে পরস্পরের উপর ক্রিয়া করে। অতএব বলা যায় যে একটি চৌম্বক ক্ষেত্রে কোনো আধান গতিশীল হলে তার উৎপাদিত চৌম্বক ক্ষেত্রের সঙ্গে পূর্বোল্লেখিত চৌম্বক ক্ষেত্রের মিথস্ক্রিয়া (interaction) ঘটবে। অর্থাৎ চৌম্বক ক্ষেত্র আধানের উপর বল প্রয়োগ করবে। এই বলকে বলে লোরেন্‌ৎস্‌ বল $\vec{F_L}$.

পরীক্ষা করে দেখা গেছে $\vec{F_L}$-এর অভিমুখ চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$-এর এবং আধান q-এর বেগ $\vec{v}$-এর অভিলম্বে (চিত্র 5·1)। অধিকন্তু $\vec{F_L}$-এর মান $\vec{B}$, $\vec{v}$ এবং q এর মানের উপর নির্ভর করে সমানুপাতিক হারে।

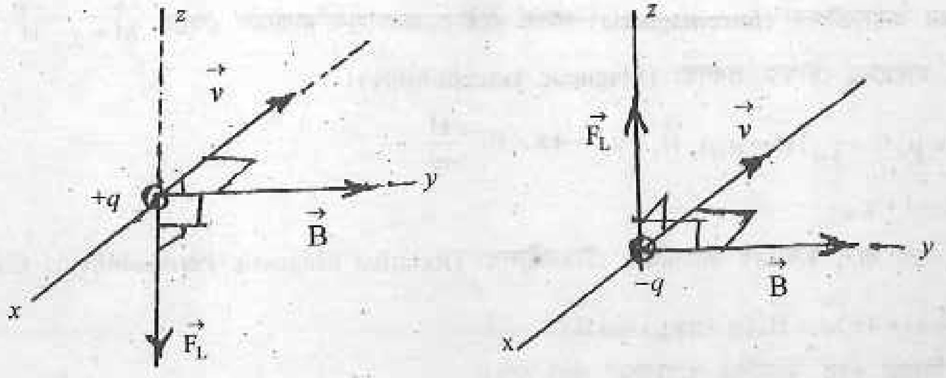
যদি $\vec{B} = B\hat{j}$, $\vec{v} = v\left(-\hat{i}\right)$ হয়

তবে ধনাত্মক আধান q-এর জন্য $\vec{F_L} = -\hat{k}F_L$

এবং ঋণাত্মক আধানের জন্য $\vec{F}_L = F_L \hat{k}$

স্পষ্টতই $\vec{F}_L$, $\vec{B}$ ও $\vec{v}$-এর মধ্যে সম্পর্কটা ভেক্টর বজ্রগুণনের অনুরূপ। আবার $\left|\vec{F}_L\right| \propto q$.

অতএব দেখা যায় $\vec{F}_L = kq\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$



চিত্র নং 5·1

যেখানে k হল সমানুপাতের ধ্রুবক। S.I এককে $k = 1$ এবং C.G.S. এ $k = \frac{1}{c}$, c = আলোর বেগ।

$$\therefore \quad \vec{F}_L = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \qquad ....(5\cdot1)$$

যখন আধান q-এর বেগ $\vec{B}$-এর সঙ্গে সমকোণে থাকবে না তখনও এই সম্পর্কটি সত্য। $\vec{v}$ যদি xy তলে থাকে কিন্তু x অক্ষ বরাবর না থাকে তবে $\vec{F}_L$ এর মান হ্রাস পাবে, কিন্তু $\vec{F}_L$ এর দিক অপরিবর্তিত থাকবে।

আধানের উপর তড়িৎ ক্ষেত্রের বল $\vec{F}_e = q\vec{E}$

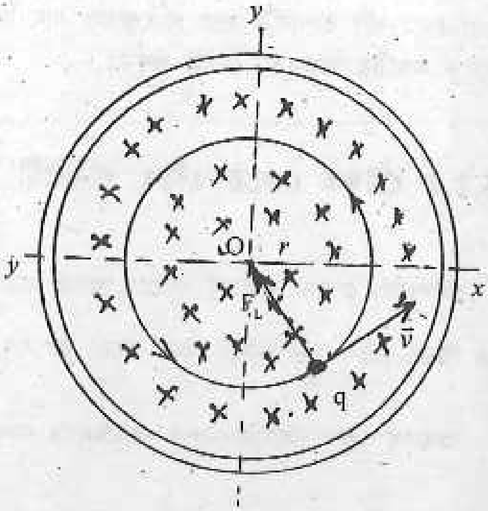
অতএব তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্রের যৌথ উপস্থিতিতে গতিশীল আধানের উপর মোট বল

$$\vec{F} = \vec{F}_L + \vec{F}_e \quad \text{বা} \quad \vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \qquad ....(5\cdot2)$$

সমীকরণ (5·2)-কে বলে লোরেন্‌ৎস্ বল সূত্র (Lorentz force law)। বৈদ্যুতিক বল আধানের বেগের উপর নির্ভর করে না, তার অভিমুখ তড়িৎ ক্ষেত্রের অভিমুখে। কিন্তু $\vec{F}_L$ যদি সর্বদা $\vec{v}$-এর অভিলম্বে থাকে

তবে $\vec{F}_L$ একটি অভিকেন্দ্র বল হিসেবে ক্রিয়া করবে। যেহেতু $\vec{F}_L \perp \vec{v}$, অতএব $\vec{F}_L$ এর কোনো উপাংশ নেই $\vec{v}$ এর সমান্তরালে। তাই $|\vec{v}|$ অপরিবর্তিত থাকবে। অতএব যদি $\vec{B}$ হয় সুষম তবে

$$\left|\vec{F}_L\right| = q\left|\vec{v} \times \vec{B}\right| = qvB = \text{ ধ্রুবক।}$$



চিত্র নং 5·2

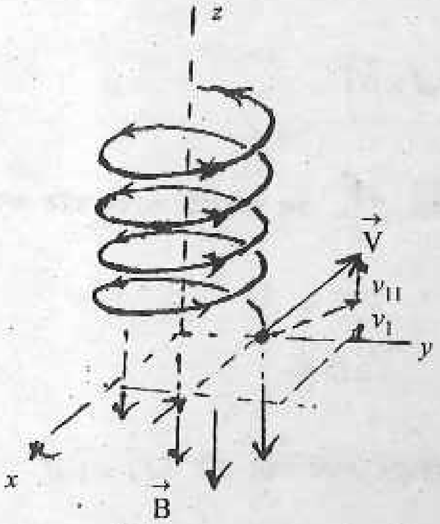
অর্থাৎ অভিকেন্দ্র বল ধ্রুবক হওয়ায় আধান q একটি বৃত্ত পথে আবর্তন করবে (চিত্র 5·2)। চিত্র 5·2-এ $\vec{B}$ পৃষ্ঠার অভ্যন্তরমুখী (বজ্র চিহ্ন দ্বারা সূচিত)। q ধনাত্মক আধানকে xy-তলে $\vec{v}$ বেগে নিক্ষেপ করা হলো। $\vec{v} \times \vec{B}$ এর অভিমুখ হবে r বরাবর O অভিমুখে।

অতএব $\vec{F}_L \perp \vec{v}$ হবে এবং q আধানকে r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে আবর্তন করাবে। যদি কৌণিক বেগ হয় w, তবে

$$qvB = mw^2r = \frac{mv^2}{r}.$$

যেখানে m হলো q আধান কণার ভর। $\therefore mv = q\mathrm{B}r$ ....(5·3)

অতএব q,B,r পরিমাপ করে আহিত কণার ভরবেগ নির্ণয় করা যায়।



চিত্র নং 5·3

যদি $\vec{v}$ এর অভিমুখ xy তলের সঙ্গে তির্যকভাবে থাকে তবে $\vec{v}$ এর দুটি উপাংশের একটি $\vec{B}$ এর সমান্তরাল এবং অন্যটা $\vec{B}$ এর অভিলম্ব হবে। অতএব অভিকেন্দ্র বল হবে $qv_1\mathrm{B} < qv\mathrm{B}$. এই অভিকেন্দ্র বলের প্রভাবে q আধান একইভাবে বৃত্তপথে আবর্তন করবে। কিন্তু $\vec{v}$ এর যে উপাংশ $\vec{B}$ এর সমান্তরাল সেই অংশের প্রভাবে আধান ক্রমাগত আবর্তন তলের পরিবর্তন ঘটাবে। যদি v_{11} হয় $\vec{B}$-এর বিপরীতে তবে এই তল পরিবর্তন ঘটবে z-অক্ষের ধনাত্মক দিকে। এবং q এর গতিপথ হবে স্ক্রুর প্যাচের মত (helical) (চিত্র 5·3)।

সমীকরণ (5·3) হলো সাইক্লোট্রন রাশিমালা।

অনুশীলনী- 1ঃ একটি সুষম $\vec{B}$ ক্ষেত্র পৃষ্ঠার অভিলম্বে নীচের দিকে বর্তমান। যে অঞ্চল জুড়ে $\vec{B}$ বর্তমান তার বেধ হল d. একটি আধানকে বামদিক থেকে অনুভূমিক ভাবে ব্যাস বরাবর চৌম্বক ক্ষেত্রের মধ্যে নিক্ষেপ করা হল। যদি আধানটি তার গতিপথের বাম দিকে বিক্ষিপ্ত হয় তবে আধানটি ধনাত্মক হবে না ঋণাত্মক হবে? কণাটির ভর-বেগ নির্ণয় করুন।

5.2.2 চৌম্বক ক্ষেত্রে তড়িৎ পরিবাহী তারের উপর বল ঃ

আপনারা জানেন পরিবাহী তারের প্রবাহ মাত্রা I হলে $I = \frac{dq}{dt}$. অর্থাৎ তারের কোনো একটি বিন্দু দিয়ে dt সময়ে $Idt = dq$ আধান গমন করে। অতএব তারের যে দৈর্ঘ্যে dq আধান থাকবে তা হল $\vec{\vartheta}dt = d\vec{l}$.

অতএব $d\vec{l}$. দৈর্ঘ্যের উপর লোরেন্ৎস বল $d\vec{F}_L = dq\left(\vec{\vartheta} \times \vec{B}\right)$

$$= Idt\left(\vec{\vartheta} \times \vec{B}\right)$$

$$= I\left(\vec{\vartheta}dt \times \vec{B}\right)$$

$$= I\left(d\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

যদি $Id\vec{l} = \vec{I}\,dl$ লেখা হয় তবে $\frac{d\vec{F}_L}{dl} = \vec{I} \times \vec{B}$. যেখানে $\frac{d\vec{F}_L}{dl}$ হল পরিবাহী তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যে চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রযুক্ত বল।

এবং মোট বল $\vec{F}_L = \int\left(\vec{I} \times \vec{B}\right)dl$ ......(5·4)

অথবা যেহেতু যে-কোনো বিন্দুতে প্রবাহ মাত্রা $d\vec{l}$ অভিমুখে গমন করে তাই $Id\vec{l} = \vec{I}\,dl$.

$$\therefore \quad \vec{F}_L = \int\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) dl. \qquad \text{..........(5·5)}$$

সাধারণ ভাবে কোনো পরিবাহীর একটি পরিমাপযোগ্য প্রস্থচ্ছেদ থাকে। তেমন ক্ষেত্রে বলা চলে না যে dq আধান dt সময়ে কোনো বিন্দুর মধ্য দিয়ে গমন করে। এরূপ ক্ষেত্রে কোন প্রস্থচ্ছেদের বিবেচনা করা হয় এবং প্রবাহমাত্রার পরিবর্তে প্রবাহ ঘণত্বের (current density) বিবেচনা করা হয়। প্রবাহ ঘণত্ব $\vec{J}$ হল একটি ভেক্টর রাশি। যদি আধানের আয়তন ঘনত্ব হয় ρ এবং তার বেগ হয় $\vec{\vartheta}$, তবে $\vec{J} = \rho\vec{\vartheta} = en\vec{\vartheta}$

যেখানে $\rho = en$,

e = কণিকার আধান, n = একক আয়তনে আধান সংখ্যা। অতএব প্রবাহমাত্রা $I = \frac{dq}{dt}$ হল স্কেলার কিন্তু প্রবাহ ঘণত্ব $\vec{J}$ হল একটি ভেক্টর, এবং $I = \vec{A} \cdot \vec{J}$, যেখানে $\vec{A}$ হলো প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, অতএব (5·5) সমীকরণকে লেখা যায় $\vec{F}_L = \int I\left(d\vec{l} \times \vec{B}\right) = \int \vec{A} \cdot \vec{J}\left(d\vec{l} \times \vec{B}\right)$

$$= \int \vec{A} \cdot d\vec{l}\left(\vec{J} \times \vec{B}\right) = \int\left(\vec{J} \times \vec{B}\right) dV \qquad \text{........(5·6)}$$

5.2.3. সন্তত সমীকরণ (equation of continuity) ঃ

আবার, $I = \vec{J} \cdot \vec{A} = \vec{J} \cdot \int d\vec{A} = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$

কিন্তু গাউসের ডাইভার্জেন্স উপপাদ্যনুসারে $\int_S \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int_V \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{J}\right) dV$ ....(A)

এখন $I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\int \rho dV$. কিন্তু $\int \vec{J} \cdot d\vec{A}$ হল প্রবাহ ঘনত্বের ফ্লাক্স যা বেরিয়ে আসার ফলে আয়তনের অভ্যন্তরে আধান হ্রাস পায়। অতএব $\int \vec{J} \cdot d\vec{A} = -\frac{d}{dt}\int \rho dV = -\int \frac{\delta p}{\delta t} dV$ ....(B)

(A) এবং (B) রাশিমালাদ্বয়ের তুলনা করে লেখা যায় $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\delta p}{\delta t}$ ....(5·7)

সমীকরণ (5·7) হল আধান প্রবাহের সন্তত সমীকরণ (equation of continuity).

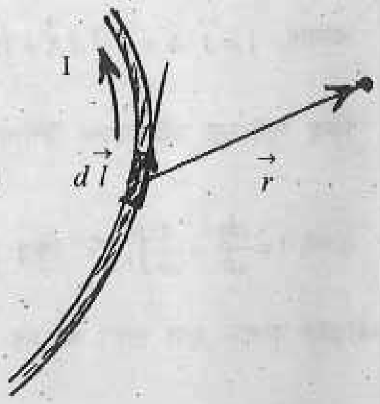
5.3 বায়ো-সাভার্ত্ সূত্র (Bio-savart Law) ঃ

আমাদের এই এককটির শিরোনাম হল অপরিবর্তী প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র (Magnetic field of steady or direct currents)। অপরিবর্তী প্রবাহ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয় না, অর্থাৎ সময় পরিবর্তিত হলেও যে প্রবাহের মান ও অভিমুখ অপরিবর্তিত বা স্থির থাকে তাকে বলা হচ্ছে অপরিবর্তী প্রবাহ। এই প্রবাহ যে চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করে তার নানা ধর্ম সম্পর্কে আলোচনা করাই এই এককের লক্ষ্য। এদিক দিয়ে দেখতে গেলে অপরিবর্তী প্রবাহ নয়, বিষয় হচ্ছে স্থির চৌম্বক ক্ষেত্র। স্থির তড়িৎ আধান যেমন স্থির তড়িৎ ক্ষেত্র উৎপন্ন করে এবং আলোচ্য বিদ্যাকে বলে স্থির তড়িৎ ক্ষেত্র বিদ্যা (electrostatics) তেমনি অপরিবর্তী প্রবাহ উৎপন্ন করে স্থির চৌম্বক ক্ষেত্র এবং তাই সে সম্পর্কিত আলোচ্য বিদ্যাকে বলা চলে স্থির চৌম্বক ক্ষেত্র বিদ্যা (Magnetostatics)। এই স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রের বেলায় পরিবাহীতে আধান ঘনত্ব ρ সময় সাপেক্ষে স্থির। অতএব $\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=O$ ......(5·8)

এটা হলো স্থির চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপাদনে সন্তত সমীকরণ। সমীকরণটি গুরুত্বপূর্ণ।

স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রের চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য $\vec{H}$ এর সঙ্গে এই ক্ষেত্র উৎপাদনকারী অপরিবর্তী প্রবাহ মাত্রার সম্পর্ক কী হবে তা নির্ধারণ করে বায়ো-সাভার্ত্ সূত্র। সাধারণভাবে চৌম্বক আবেশ $\vec{B}$ এক্ষেত্রে নির্ণয় করার কথা। কিন্তু যেহেতু কেবলমাত্র স্থূল প্রবাহের বিবেচনা করা হয়েছে বায়ো-সাভার্ত্ সূত্রে তাই $\vec{B}$ এর পরিবর্তে $\vec{H}$ লেখা যেতে পারে। কিন্তু শূন্য মাধ্যমে $\vec{B}$ এবং $\vec{H}$ অভেদ হলেও বায়ু মাধ্যমে $\vec{H}$ এর পরিবর্তে $\vec{B}$ গ্রহণ করা হল। সূত্রটি এরূপ ঃ

যদি কোনো পরিবাহীর একটি অণুপ্রতিম অংশ $d\vec{l}$ বিবেচনা করা যায় তবে ঐ পরিবাহীতে I প্রবাহ মাত্রা গমন করলে নিকটস্থ কোনো বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র হবে $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left(d\vec{l}\times\vec{r}\right)}{r^3}$ ....(5·9)



চিত্র নং 5·4

যেখানে $d\vec{l}$ সাপেক্ষে বিবেচিত বিন্দুটির অবস্থান ভেক্টর হল $\vec{r}$ (চিত্র-5·4)। μ_0 হল শূন্যাঞ্চলে (free space) চৌম্বকশীলতা (permeability)।

$$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\frac{N}{(amp)^2}$$

$= 4\pi \times 10^{-7} \dfrac{\text{henry}}{\text{metre}}$

$= 4\pi \times 10^{-7}\,\text{H}m^{-1}.$

$d\vec{B}$ এর অভিমুখ এমন হবে যেন $d\vec{l}$, $\vec{r}$ এবং $d\vec{B}$ একটি দক্ষিণাবর্ত ব্যবস্থা গঠন করে—অর্থাৎ কোনো দক্ষিণাবর্তী স্ক্রুকে $d\vec{l}$ থেকে আবর্তন করে $\vec{r}$ -এর দিকে নিতে থাকলে স্ক্রুর সরণ ঘটবে $d\vec{B}$-এর দিকে। সমীকরণ (5·9) হল বায়ো-সাভার্ত্ সূত্রের অবকল রূপ। কিন্তু প্রবাহ গমন করে পরিমাপযোগ্য দৈর্ঘ্যের পরিবাহীতে। তাই বায়োসাভার্ত্ সূত্রটি লিখতে হবে এভাবে : $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\displaystyle\int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$ ....(5·10)

$\vec{B}$-এর S.I একক হলো তেসলা (Tesla) = Wb/m^2 = Vsm^{-2}

5.3.1 সরলরৈখিক অসীম দৈর্ঘ্যের প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র ঃ

ধরা যাক, পরিবাহীটি z-অক্ষের সমান্তরালে অবস্থিত, এবং পরিবাহীতে $\hat{k}$ অভিমুখে I প্রবাহমাত্রা গমন করছে।

আমরা বেলনীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা গ্রহণ করতে পারি যেন বিবেচ্য P বিন্দুটি z = 0 তলে অবস্থিত। এখন অণুপ্রতিম প্রবাহাংশ বা প্রবাহমাত্রাংশ (current element)

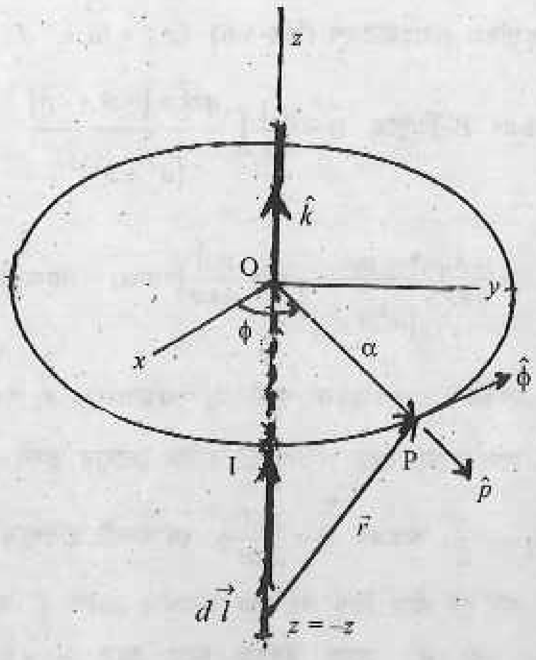
$I d\vec{l} = I dz\hat{k}$, এবং $d\vec{l}$ এর অবস্থান হল $z = -z$. অতএব $\vec{r} = -z\hat{k} + a\hat{\rho}$ (চিত্র 5·5)।

যেখানে a হলো মূল বিন্দু থেকে P-এর দূরত্ব।

$$\therefore \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz\hat{k} \times \left(-z\hat{k} + a\hat{\rho}\right)}{\left(z^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a\,dz}{\left(a^2 + z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k} \times \hat{\rho} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\hat{\phi}$$

[ধরুন $z = a\tan\theta$, $z \to -\infty, \theta \to -\dfrac{\pi}{2}$,



চিত্র নং 5·5

$z \to +\infty,\ \theta \to +\frac{\pi}{2}$].

এখানে $\hat{k} \times \hat{\rho} = \hat{\phi}$.

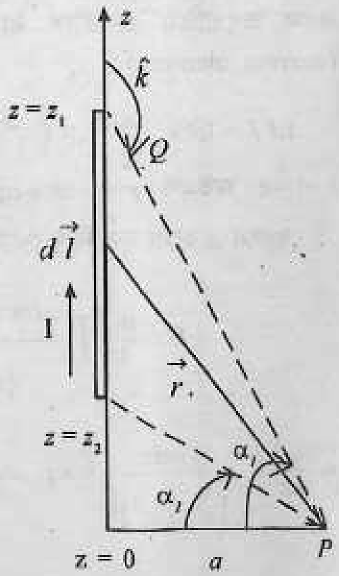
লক্ষ করুন $\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ একটি ধ্রুবক যতক্ষণ a ধ্রুবক। a হল অক্ষ থেকে বিবেচ্য বিন্দু P-এর দূরত্ব। অতএব z অক্ষ অর্থাৎ পরিবাহীকে কেন্দ্র করে a দূরত্বের যে কোনো বিন্দুতে $\vec{B}$-এর মান অভিন্ন। কিন্তু দিক ϕ-এর মান অনুসারে বিভিন্ন। অতএব বলা যায় চৌম্বক ক্ষেত্র বলরেখা হবে পরিবাহী কেন্দ্রিক বৃত্তরেখা। $\left|\vec{B}\right| \propto \frac{1}{a}$. অতএব পরিবাহী থেকে P বিন্দুর অবস্থান বৃদ্ধি পেতে থাকলে $\left|\vec{B}\right|$-এর মান বিপরীত অণুপাতে হ্রাস পাবে।

5.3.2 সীমিত দৈর্ঘ্য সরলরৈখিক প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র ঃ

ধরা যাক, পরিবাহীটি z-অক্ষ বরাবর স্থাপিত এবং তার প্রান্ত দ্বয়ের অবস্থান $z = z_1$ এবং $z = z_2$. অণুপ্রতিম প্রবাহমাত্রাংশ (চিত্র-5·6) $I d\vec{l} = I dz\hat{k}$. $d\vec{l}$ সাপেক্ষে বিবেচ্য বিন্দু P-এর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$.

অতএব P বিন্দুতে $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{z_2}^{z_1} \frac{dz\hat{k} \times \left(-z\hat{k} + a\hat{\rho}\right)}{\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{z_2}^{z_1} \frac{a dz}{\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{\phi} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2\right)\hat{\phi} \quad .....(5\cdot11)$$



চিত্র নং 5·6

যেখানে $z = a\tan\alpha$ এবং $z_1 = a\tan\alpha_1$, $z_2 = a\tan\alpha_2$.

লক্ষ করুন, যখন পরিবাহীটি অসীম দৈর্ঘ্যের তখন $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ এবং $\alpha_2 = -\frac{\pi}{2}$. অতএব $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\hat{\phi}$, যে ফলটি ইতিপূর্বে পাওয়া গেছে।

যদি দুই প্রান্ত বিন্দু সাপেক্ষে অবস্থান ভেক্টর $\hat{k}$ অভিমুখের সঙ্গে θ_1 এবং θ_2 কোণ উৎপন্ন করে তবে $\alpha_1 = \theta_1 - 90^{\circ}$ এবং $\alpha_2 = \theta_2 - 90^{\circ}$

$$\therefore \quad \sin\alpha_1 = \sin\left(\theta_1 - 90^\circ\right) = -\cos\theta_1$$

$$\sin\alpha_2 = \sin\left(\theta_2 - 90^\circ\right) = -\cos\theta_2$$

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_2 - \cos\theta_1\right)\hat{\phi} \qquad \text{......(5·12)}$$

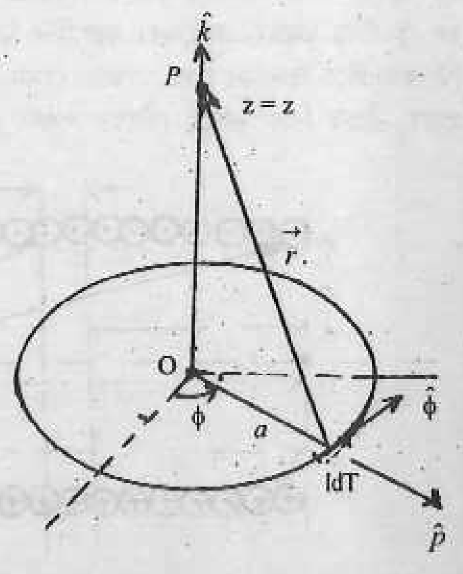
5.3.3 বৃত্তাকার প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র ঃ

একটি পরিবাহী তারকে a ব্যাসার্ধের বৃত্তের আকার দিয়ে তার মধ্যে I প্রবাহমাত্রা বহাল রাখা হলো। বৃত্তের কেন্দ্র থেকে z দুরে অক্ষের উপর একটি বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ নির্ণয় করতে হবে। ধরা যাক প্রবাহের অক্ষটি হল z-অক্ষ। $I d\vec{l}$ অণুপ্রতিম প্রবাহ মাত্রাংশের জন্য $P(z=z)$ বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl\hat{\phi}\times\left(z\hat{k} - a\hat{\rho}\right)}{\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi}\frac{\left(z\hat{\rho} + a\hat{k}\right)}{\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{azd\phi}{\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{\rho} + \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{a^2 d\phi}{\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k}$$



চিত্র নং 5·7

যেখানে $dl = ad\phi$. প্রথম পদে $\hat{\rho}$ অপকেন্দ্রিক একক ভেক্টর বলে পরস্পর বিপরীত অবদান গুলি (diametrically opposite contributions) পরস্পরকে বাতিল করবে এবং এই পদটি হবে শূন্য।

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{a^2 d\phi}{\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k} = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k}$$

অর্থাৎ অক্ষের উপর কোনো বিন্দুতে $\vec{B}$ ক্ষেত্র অক্ষ বরাবর। প্রবাহের দিক পরিবর্তিত হলে $\vec{B}$ অক্ষ বরাবর কেন্দ্রাভিমুখী হবে।

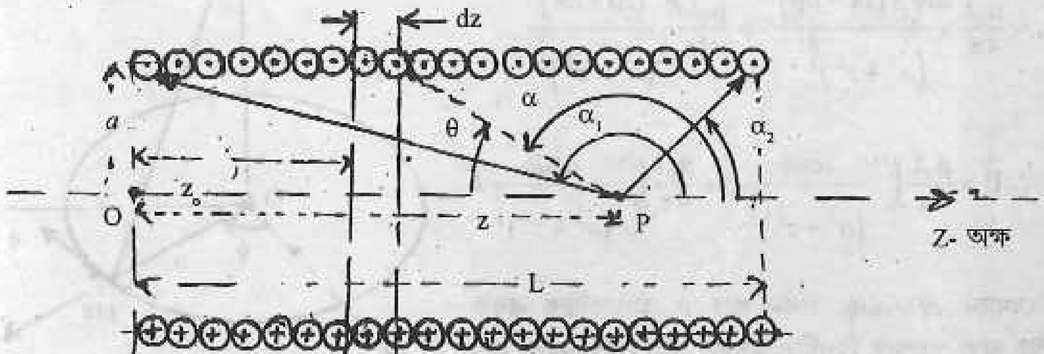
যদি P বিন্দুটি বৃত্তীয় প্রবাহের কেন্দ্রে অবস্থিত হয়, তাহলে $z=0$, এবং $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2a}\hat{k}$

যদি n সংখ্যক পাতের বৃত্তীয় পরিবাহী হয় তবে $\vec{B}_{z=z}=\frac{\mu_0 n I a^2}{2\left(a^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k}$

এবং $\underbrace{\vec{B}_{z=0}}=\frac{\mu_0 n I}{2a}\hat{k}$ ....(5·13)

5.3.4 বেলনীয় কুণ্ডলিতে প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র ঃ

একটি বেলনাকার বস্তুকে বহুসংখ্যক বার তার পেঁচিয়ে একটি বেলনীয় কুণ্ডলী (cylindrical coil or solinoid) গঠন করা হয়। স্ক্রুতে যেভাবে প্যাচ কাটা থাকে তারটিকে ঠিক সেভাবে বেলনের উপর প্যাঁচানো হয়। এরূপ একটি সলিনয়ড্-এর ব্যাস বরাবর ছেদিতাংশ চিত্র-5·8-এ দেখানো হয়েছে। দুই দিকে বৃত্তের শ্রেণি হল কুণ্ডলির তারের প্রস্থচ্ছেদ। বৃত্তগুলির মধ্যে বিন্দু দ্বারা বুঝানো হচ্ছে প্রবাহমাত্রা উপরের দিকে উঠছে [তীরের দিকে তাকালে তার প্রান্তকে যেমন দেখায়) এবং বজ্র চিহ্ন (cross sign) দ্বারা বুঝানো হয়েছে প্রবাহ নীচের দিকে নামছে [তীরের পশ্চাৎ থেকে দেখলে যেমন দেখায়]।



চিত্র নং 5·8

ধরা যাক, সলিনয়ডের অক্ষ এবং z-অক্ষ সমপতিত, এবং সলিনয়ডের বাম প্রান্তে অক্ষের উপর O বিন্দুটি মুলবিন্দু। মুলবিন্দু থেকে z_0 দূরে সলিনয়ডের একটা dz বেধের অংশ বিবেচনা করা যাক। এই dz বেধের কুণ্ডলি কার্যত একটি ndz পাক সংখ্যার (প্রতি একক দৈর্ঘ্যে পাক সংখ্যা n) বৃত্তীয় কুণ্ডলি। অতএব এই কুণ্ডলি থেকে $z-z_0$ দূরে অক্ষের উপর P বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র হবে [সমীকরণ (5·13) অনুসারে]

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I n a^2 dz}{2\left[a^2 + (z - z_0)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\hat{k}$$

এখন বিবেচ্য কুণ্ডলীর ব্যাসার্ধ P বিন্দুতে অক্ষের সঙ্গে θ কোণ উৎপন্ন করে। অতএব

$$z - z_0 = a\cot\theta = a\cot\left(180^\circ - \alpha\right) \quad [dz \text{ নগণ্য}]$$

$$\therefore \; dz = +a\,\text{cosce}^2\alpha d\alpha \quad \text{এবং} \quad a^2 + (z - z_0)^2 = a^2\,\text{cosec}^2\alpha$$

অতএব $\vec{B} = \left(\dfrac{\mu_0 I a^2 n}{2}\displaystyle\int_{\alpha_2}^{\alpha_1}\dfrac{+a\,\text{cosec}^2\alpha d\alpha}{a^3\,\text{cosec}^3\alpha}\right)\hat{k}$

এখানে সমাকল সীমা α_2 ও α_1 যারা হল z-অক্ষের সঙ্গে সলিনয়েডর প্রান্তদ্বয় ও P-এর সংযোগরেখা যে কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I n}{2}\int_{\alpha_2}^{\alpha_1} + \sin\alpha\, d\alpha\hat{k}$$

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I n}{2}\left[\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right]\hat{k} \qquad .....(5\cdot14)$$

কয়েকটি বিশেষ শর্ত বা ক্ষেত্র (cases) বিবেচনা করা যাক্ ঃ

শর্ত-I : সলিনয়ডটি খুবই দীর্ঘ।

এরূপ ক্ষেত্রে $\alpha_2 \approx 0$ এবং $\alpha_1 \approx 180^\circ$ $\therefore \vec{B} = \mu_0 n I\hat{k}$ .....(5·15)

অর্থাৎ অক্ষের উপর যে-কোনো বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র অভিন্ন এবং অক্ষ বরাবর $\hat{k}$ অভিমুখী। $\left|\vec{B}\right| \alpha\, I$, অর্থাৎ I বৃদ্ধি করলে সমহারে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ বৃদ্ধি পাবে।

শর্ত II : সলিনয়ড সীমিত দৈর্ঘ্যের এবং P তার কেন্দ্রে।

যদি $\alpha_2 = \alpha$ হয় তবে $\alpha_1 = 180^\circ - \alpha$ হবে।

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 n I}{2}\left[\cos\alpha - \cos\left(180^\circ - \alpha\right)\right]\hat{k} = \mu_0 n I\cos\alpha\,\hat{k} \qquad .....(5\cdot16)$$

এক্ষেত্রে সলিনয়ড্ খুব দীর্ঘ হলে $\alpha = 0$, এবং $\vec{B} = \mu_0 n I\hat{k}$

শর্ত-III. P বিন্দুর অবস্থান z = L–এ হলে

$\alpha_2 = 90^\circ$ এবং $\alpha_1 = \alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{-a}{L}\right)$.

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 nI}{2}(-\cos\alpha)\hat{k} \qquad .....(5\cdot17)$$

$\tan\alpha = -\frac{a}{L}$, অতএব $\cos\alpha$ ঋণাত্মক। এবং $\vec{B}$ এর অভিমুখ $\hat{k}$-এর দিকে হবে।

শর্ত-IV : P যখন $z=0$ বিন্দুতে, তখন $\alpha_1 = 90^\circ$ এবং $\alpha_2 = \alpha$.

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 nI}{2}\cos\alpha\,\hat{k} \qquad .....(5\cdot18)$$

অনুশীলনী- 2 ঃ একটি বর্গাকার প্রবাহ কুণ্ডলির কেন্দ্রস্থলে চৌম্বক ক্ষেত্র নির্ণয় করুন।

5.4 অ্যাম্পিয়ারের আবর্তনী সূত্র (circuital law) ঃ

স্থূল প্রবাহ বা পরিবহণ তড়িৎ-প্রবাহের ফলে যে চৌম্বক ক্ষেত্রের সৃষ্টি হয় তার সঙ্গে প্রবাহমাত্রার সম্পর্ক কী তা আপনারা বায়ো-সাভার্ত্ সূত্র থেকে জেনেছেন। প্রবাহের নির্দিষ্ট জ্যামিতিক বৈশিষ্ট্য থাকলে এই সূত্রের সাহায্যে স্থূল তড়িৎ প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ বা চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য $\vec{H}$ নির্ণয় করা যায়। কিন্তু বহুসংখ্যক প্রবাহ মাত্রার ক্ষেত্রে অথবা অনির্দিষ্ট জ্যামিতিক বৈশিষ্ট্যের প্রবাহমাত্রার ক্ষেত্রে বায়ো-সাভার্ত্ সূত্র প্রয়োগ করে $\vec{B}$ নির্ণয় বেশ শ্রমসাধ্য। এ ক্ষেত্রে অ্যাম্পিয়ারের আবর্তনী সূত্র (Ampere's circuital law) বা মোট প্রবাহ মাত্রার সূত্র (Total current law) খুবই সহায়ক। এই সূত্রের দুটি রূপ বর্তমান—একটি হলো সমাকল রূপ (integral form) এবং অন্যটি অবকল রূপ (differential form). অ্যাম্পিয়ারের বিবৃতিটিই হল সমাকল রূপ এবং এই বিবৃতিতে সমাকলের বদ্ধ পথের উল্লেখ আছে। যখন কোনো অপেক্ষকের সমাকলন করা হয় একটি বদ্ধ পথ বরাবর তখন তাকে বলে অপেক্ষকের আবর্তন (circulation of the function)। এ থেকেই অ্যাম্পিয়ারের প্রবাহমাত্রার সূত্রকে বলে অ্যাম্পিয়ারের আবর্তনী সূত্র। সূত্রটি এরূপ :

যে সমস্ত প্রবাহমাত্রা দ্বারা কোনো চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি হয় তাদের বীজগাণিতিক সমষ্টি প্রবাহমাত্রা সমূহকে আবদ্ধ করে এরূপ পথ বরাবর ঐ চৌম্বক ক্ষেত্রের আবর্তনের (বা আবর্ত-সমাকলনের) সমানুপাতী।

এই বদ্ধ পথের মধ্যে আবদ্ধ সমস্ত প্রবাহমাত্রার সমষ্টির দ্বারা চৌম্বক ক্ষেত্রটি সৃষ্টি হয় বলে একে সমগ্র প্রবাহমাত্রার সূত্র ও (Total current law) বলে।

একটি আবদ্ধ পথের মধ্য দিয়ে $I_1, I_2, I_3 ...... I_n$ প্রবাহমাত্রা সমূহ যে কোনো দিকে গেলে এবং যে-কোনো সংস্থাপনায় (orientation) থাকলে তাদের বীজগাণিতিক সমষ্টি হল $= \sum_{i=1}^{n} I_i$. উল্লেখিত পথের কোনো বিন্দুতে

এইসব প্রবাহজাত চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ হলে পথ বরাবর তার আবর্তন হল $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l}$

অতএব অ্যাম্পিয়ার সূত্রানুযায়ী S.I এককে $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$ .....(5·19)

$$= \mu_0 I_{en} \qquad .....(5\cdot20)$$

যেখানে I_{en} = মোট আবধ্ব (enclosed) প্রবাহমাত্রা।

যদি $d\vec{A}$ ক্ষেত্রগামী প্রবাহমাত্রা হয় dI, তবে $dI = \vec{J}\cdot d\vec{A}$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n} I_i = I_{en} = \int dI = \int \vec{J}\cdot d\vec{A}$$

$$\therefore \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J}\cdot d\vec{A} \qquad .....(5\cdot21)$$

সমীকরণ (5·21)-ও অ্যাম্পিয়ার সূত্রের অন্য একটি সমাকল রূপ। কিন্তু স্টোক্‌স্-এর উপপাদ্য অনুসারে

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_s \vec{\nabla}\times\vec{B}\cdot d\vec{A}$$

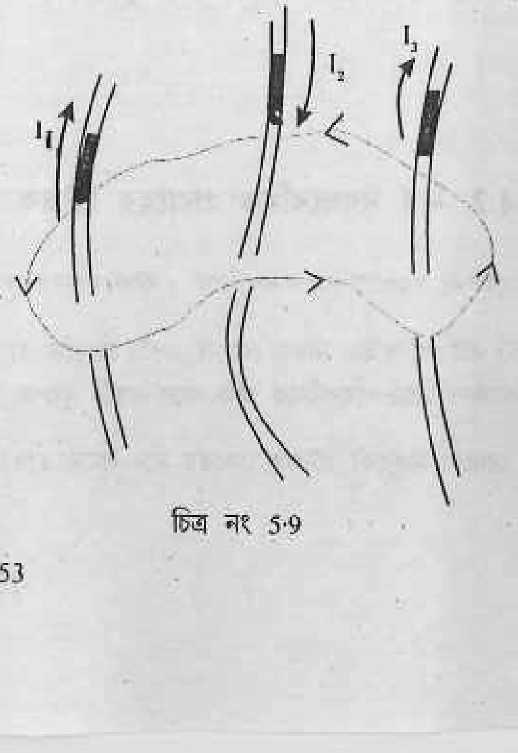
যেখানে S ক্ষেত্রের সীমানা বক্র হল C. অতএব, সমীকরণ (5·21) থেকে

$$\int_s \vec{\nabla}\times\vec{B}\cdot d\vec{A} = \mu_0 \int \vec{J}\cdot d\vec{A}$$

$$\therefore \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 \vec{J} \qquad .....(5\cdot22)$$

এটাই হলো অ্যাম্পিয়ারের সূত্রের অবকল রূপ। এই সমীকরণ থেকে সহজেই বলা যায় অ্যাম্পিয়ার সূত্রের প্রবাহমাত্রার কোনো বিশেষ জ্যামিতিক বৈশিষ্ট্য থাকার দরকার হবে না।

একটি মন্তব্য : স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রে কুলম্ সূত্র যে ভূমিকা পালন করে স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রে সেই ভূমিকা পালন করে বায়ো-সাভার্ত্ সূত্র। আবার স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রে গাউস সূত্রের অনুরূপ ভূমিকা পালন করে অ্যাম্পিয়ারের আবর্তনী সূত্র স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রে।



চিত্র নং 5·9

প্রবাহের ধনাত্মক অভিমুখ : দক্ষিণ হস্ত নিয়ম প্রয়োগ করে প্রবাহমাত্রার সঙ্গে চৌম্বক ক্ষেত্রের দিকের সম্পর্কটি জানা যায়। কোনো সীমারেখা বরাবর যে দিকে সমাকলন করা হয় সেদিকে যদি ডান হাতের অন্যান্য অঙ্গুলি গুলি থাকে তবে বৃদ্ধাঙ্গুলির দিক হলো প্রবাহের ধনাত্মক দিক (চিত্র-5·9)।

চিত্র (5·9)-এ বক্র C বরাবর তীর চিহ্ন যুক্ত দিকে যদি $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l}$ নিষ্পন্ন করা হয় তবে I_1 ও I_3 হবে ধনাত্মক প্রবাহমাত্রা এবং I_2 হবে ঋণাত্মক।

5.4.1 অ্যাম্পিয়ার সূত্রের প্রয়োগ ঃ

অ্যাম্পিয়ারের আবর্তনী সূত্র সাধারণভাবে প্রবাহমাত্রা নির্ণয়ের জন্য ব্যবহার করা হয় না; কিন্তু ব্যবহার করা হয় চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ বা $\vec{H}$ নির্ণয়ের জন্য। এই ব্যবহার তখনই করা হয় যখন

(i) যে পথ ধরে $\vec{B}$ এর উপর সমাকল করা হয় সেই পথের প্রতিটি বিন্দুতে $\vec{B}$ হয় স্পর্শক অথবা অভিলম্ব এবং (ii) যখন $\vec{B}$ পথের স্পর্শক, তখন পথের সব বিন্দুতে $\vec{B}$-এর মান সমান হবে।

অতএব, দেখা যাচ্ছে যে অ্যাম্পিয়ারের সূত্রটি সর্ব ক্ষেত্রে প্রয়োগের অসুবিধা আছে। কিন্তু যেসব ক্ষেত্রে উপরের শর্তদ্বয় গ্রাহ্য হয় সেখানে $\vec{B}$ নির্ণয় করা খুবই সহজ। যখনই সমস্যাটিতে প্রতিসাম্য বর্তমান তখন এই সূত্রটির প্রয়োগ সুবিধাজনক।

এখানে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ এর উপর সূত্রটি বিবৃত করা হয়েছে। যদি $\vec{H}$ এর উপর সূত্রটি বিবৃত হয় তবে

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} I_i$$

5.4.2 দীর্ঘ সরলরৈখিক প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র ঃ

কোনো সরলরৈখিক পরিবাহীকে z অক্ষ বরাবর স্থাপন করে তাতে I প্রবাহমাত্রা প্রেরণ করা হলো (চিত্র-5·5) এই পরিবাহীর নিকট কোনো একটি বিন্দুতে $\vec{B}$ নির্ণয় করতে হবে। ধরা যাক বিন্দুটির দূরত্ব a. এখন a ব্যাসার্ধ নিয়ে পরিবাহীকে অক্ষ করে একটি বৃত্তপথ অংকন করা হল। পরিবাহী সাপেক্ষে এই পথের উপর যে কোনো বিন্দুতেই চৌম্বক ক্ষেত্রের মান সমান হবে। এবং এই অক্ষীয় প্রতিসাম্য থেকে বলা যায় $\vec{B}$ হবে

এই বৃত্তপথের স্পর্শক। অতএব $\vec{B}\cdot d\vec{l} = Bdl$

এবং অ্যাম্পিয়ারের সূত্রানুযায়ী $\oint Bdl = \mu_0 \sum I = \mu_0 I$

বা $B\oint dl = \mu_0 I$ বা $B \times 2\pi a = \mu_0 I$ $\therefore B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$

যেহেতু B হল বৃত্ত পথের স্পর্শক, তাই $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}\hat{\phi}$. .....(5·23)

যা 5·3·1 অণুচ্ছেদে বায়ো-সাভার্ত্ সূত্র প্রয়োগ করে পাওয়া গেছে।

5.4.3 একটি মোটা বেলনাকার পরিবাহীতে প্রবাহের জন্য চৌম্বক ক্ষেত্র :

যেহেতু পরিবাহীর ব্যাসার্ধ্য পরিমাপযোগ্য, তাই পরিবাহীর অভ্যন্তরে ও চৌম্বক ক্ষেত্র থাকবে। অতএব দুটি ক্ষেত্র বা অবস্থা বর্তমান :

(i) পরিবাহীর অভ্যন্তরে $\vec{B}$ এবং (ii) পরিবাহীর বাইরে $\vec{B}$.

ধরা যাক a ব্যাসার্ধের একটি নিরেট বেলনাকার সরল পরিবাহীতে প্রবাহমাত্রা I.

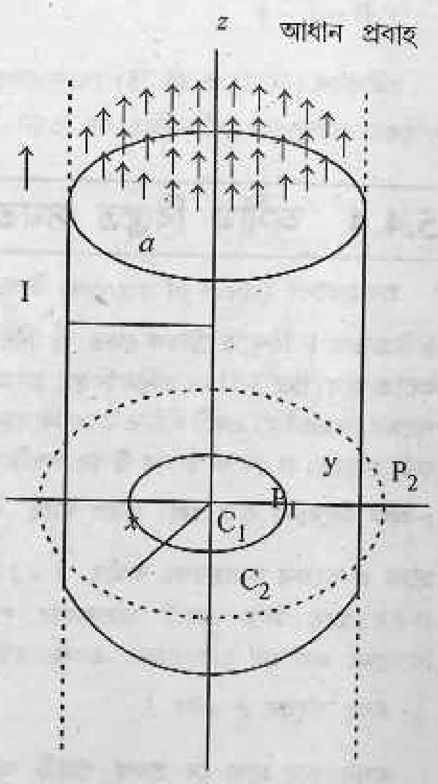
এই পরিবাহীর অভ্যন্তরে অক্ষ থেকে $r < a$ দূরত্বে P_1 বিন্দুতে এবং বাইরে অক্ষ থেকে $r > a$ দূরত্বে P_2 বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র নির্ণয় করতে হবে। এখানে অভ্যন্তরে প্রতিসাম্য পথ হলো C_1 এবং বাইরে প্রতিসাম্য পথ হল C_2.

ধরা যাক, মোট তড়িৎ প্রবাহমাত্রা I পরিবাহীর প্রস্থচ্ছেদ সাপেক্ষে সুষমভাবে বণ্টিত। যদি P_1 বা P_2 বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র হয় $\vec{B}$ তাহলে $\oint_{C_1 \text{or} C_2} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$

যেখানে I হল C_1 বা C_2 কর্তৃক আবধ্ব প্রবাহমাত্রা। যেহেতু প্রবাহমাত্রা সুষম, তাই আধান ঘনত্ব $\left|\vec{J}\right| = \dfrac{I}{\pi a^2}$

$\therefore C_1$ কর্তৃক আবদ্ধ প্রবাহমাত্রা $\left|\vec{J}\right|\pi r^2 = I\dfrac{r^2}{a^2}(r < a)$

এবং C_2 কর্তৃক আবধ্ব প্রবাহমাত্রা = I. $(r > a)$



চিত্র নং 5·10

চিত্র থেকে স্পষ্ট যে C_1 বা C_2 বক্র আসলে ϕ-বক্র (ϕ – curve). প্রতিসাম্য হেতু $|\vec{B}|$ বক্র C_1 বা C_2 এর উপর প্রতিটি বিন্দুতে ধ্রুবক। কিন্তু $|\vec{B}|_{C_1} \neq |\vec{B}|_{C_2}$ এবং $\vec{B}$ হবে ϕ-বক্রের স্পর্শক।

$$\therefore \oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B\oint_{C_1} dl = B2\pi r \quad r < a.$$

$$\therefore 2\pi r B = \mu_0 \frac{r^2}{a^2} I \quad r < a$$

$$\text{বা} \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r$$

$$\text{বা} \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r\hat{\phi} \qquad .....(5\cdot24)$$

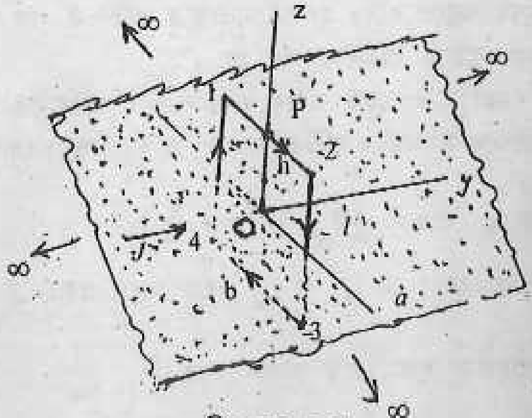
$$\text{কিন্তু} \quad r > a \quad \text{হলে} \quad 2\pi r B = \mu_0 I$$

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi} \qquad .....(5\cdot25)$$

সমীকরণ (5·24) ও (5·25) থেকে দেখা যায় যে বেলনাকার পরিবাহীর অভ্যন্তরে যখন $\vec{B}$ অক্ষ থেকে দূরত্বের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয় তখন বাহিরে বিপরীত অণুপাতে পরিবর্তিত হয়।

5.4.4 অসীম বিস্তৃত সমতল প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র B ঃ

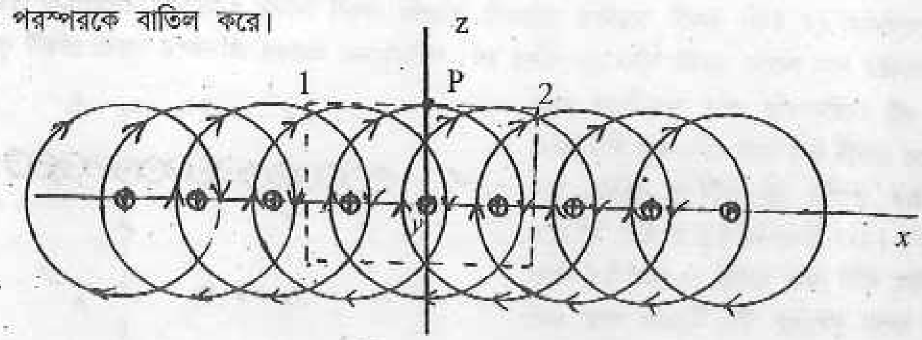
প্রবাহতলের (sheet of current) উপরে h উচ্চতায় P বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ নির্ণয় করতে হবে। চিত্র 5·11-এ অসীম বিস্তৃত প্রবাহ-পাতের (সমতলীয়) একটি সীমিত অংশ বিবেচনা করা হয়েছে। P থেকে তলের উপর লম্বটিকে z-অক্ষ বিবেচনা করা হল। প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{J}$ হলো y-অক্ষের সমান্তরাল, অর্থাৎ $\vec{J} = J\hat{j}$. P-এর মধ্যে দিয়ে একটি আয়তাকার পথ বিবেচনা করা হল যার তলের একক ভেক্টর $\hat{j}$ এবং বাহুদ্বয় b. এবং l.



চিত্র নং 5·11

এখন ধরা হলো যে প্রবন্ধ পাতটি অসংখ্য সরলরৈখিক প্রবাহ দ্বারা গঠিত যারা প্রত্যেকে y অক্ষের সমান্তরাল। অতএব প্রতিটি প্রবাহকে কেন্দ্র করে থাকবে তার চৌম্বক ক্ষেত্রের বৃত্তীয় ক্ষেত্র রেখা। এই ক্ষেত্র-রেখা সমূহের লব্ধি ক্ষেত্র-রেখা হবে x অক্ষের সমান্তরাল (চিত্র 5·12)। চিত্র 5·12-এ x অক্ষের উপর বজ্র

বিন্দুগুলি হলো y-অক্ষের সমান্তরাল প্রবাহ, যা কাগজের অভ্যন্তরে গমন করছে। অতএব P বিন্দুগামী আয়তকার পথের x এর সমান্তরাল অংশের সঙ্গে $\vec{B}$ সমান্তরাল এবং z-এর সমান্তরালে $\vec{B} = 0$, কারণ z বরাবর ক্ষেত্র রেখা পরস্পরকে বাতিল করে।



চিত্র নং 5.12

$$\therefore \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_1^2 B_x dl + \int_2^3 B_z dl + \int_3^4 B_x dy + \int_4^1 B_z dl$$

যেহেতু $\vec{B} \parallel \hat{i}$, অতএব $B_x = \pm B$, এবং $B_z = 0$.

$$\therefore \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = Bb + 0 + (-B)(-b) + 0 = 2Bb$$

যেখানে $b = 1 \rightarrow 2 = 3 \rightarrow 4$

এখন প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{J}$ হবে রৈখিক ঘনত্ব। অতএব b দৈর্ঘ্যের উপর মোট প্রবাহ $I = Jb$

$$\therefore 2Bb = \mu_0 Jb \quad \text{বা} \quad B = \frac{\mu_0 I}{2}$$

ইতিপূর্বেই দেখা গেছে যে তড়িৎ ক্ষেত্র হবে x-অক্ষের সমান্তরাল।

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0}{2} J\hat{i} \quad \text{বা} \quad \therefore \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2}\left(\hat{j}\times\hat{k}\right) = \frac{\mu_0}{2}\left(\vec{J}\times\hat{k}\right)$$

কিন্তু $\hat{k}$ হল পরিবাহী তলের উপর লম্ব। অতএব $\hat{k}$ কে তলের একক ভেক্টর $\hat{n}$ দ্বারা প্রতিস্থাপন করা চলে।

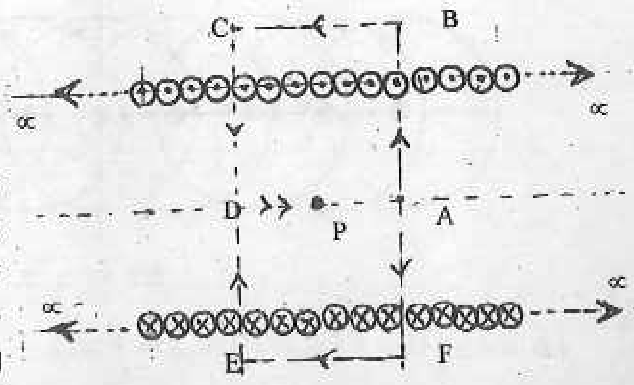
$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0}{2}\left(\vec{J}\times\hat{n}\right) \qquad \text{....(5·26)}$$

অতএব $\vec{J}$ অভিমুখের উপর নির্ভর করবে $\vec{B}$ এর অভিমুখ। সেই জন্য যদি $\vec{J}$ হয় x-এর ধনাত্মক দিকে তবে $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2}\left(J\hat{i}\times\hat{n}\right) = \frac{\mu_0 J}{2}\left(\hat{i}\times\hat{k}\right) = -\frac{\mu_0 J}{2}\hat{j}$

অর্থাৎ $\vec{B}$-এর অভিমুখ হবে $-\hat{j}$ অর্থাৎ ঋণাত্মক y-এর দিকে।

5.4.5 দীর্ঘ সলিনয়ড্-এর অভ্যন্তরে চৌম্বক ক্ষেত্র ঃ

আপনারা যে যখন একটি অন্তরিত পরিবাহী তারকে একটি নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধের বহুসংখ্যক কুণ্ডলি পাকিয়ে বেলনাকার দান করলে একটি সলিনয়ড্ গঠিত হয়। সলিনয়ডের অক্ষের অভিলম্বে থাকে প্রতিটি কুণ্ডলির তল। যদি এই বেলনাকার তার কুণ্ডলিকে অক্ষ বরাবর একটি তল দ্বারা ছেদ করা যায় তবে কুণ্ডলির তারটি দুই সারিতে কর্তিত হবে (চিত্র-5·13)। উপরের কর্তিত তার সারিতে যে বিন্দু গুলি দেখা যাচ্ছে তা যেন উর্ধ দিকে উঠে আসা প্রবাহের তীর চিহ্নের প্রান্ত এবং নীচের কর্তিত তার সারিতে যে বজ্রচিহ্ন (cross) দেখা যাচ্ছে তা যেন প্রবাহের তীর-সূচকের পশ্চাৎ দিক অর্থাৎ প্রবাহ অভ্যন্তরমুখী। এবার সলিনয়ডের অভ্যন্তরে একটি বিন্দু P বিবেচনা করা হলো যেখানে চৌম্বক ক্ষেত্র নির্ণয় করতে হবে। P বিন্দুগামী দুটি আম্পিয়ার সমাকল পথ ধরা যাক ঃ একটি পথ ABCDPA এবং অপর একটি AFEDPA. লক্ষ করুন প্রথম পথটি উপরের প্রবাহ শ্রেণি কে আবদ্ধ করে এবং দ্বিতীয় পথটি নীচের প্রবাহ শ্রেণিকে আবদ্ধ করে। P বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$-এর অভিমুখ হবে D থেকে A অভিমুখে। এর কারণ প্রতিটি প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্রের বৃত্তাকার ক্ষেত্র রেখা $\overrightarrow{DA}$ বরাবর লব্ধি ক্ষেত্র রেখা উৎপন্ন করবে।



চিত্র নং 5·13 দীর্ঘ সলিনয়েড্

$$\vec{B} = \vec{B}_L + \vec{B}_U$$

যেখানে $\vec{B}_L$ = নীচের প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র, এবং $\vec{B}_U$ = উপরের প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র।

$\vec{B}_L$ এবং $\vec{B}_U$ উভয়েই CDE এবং BAF পথাংশের অভিলম্বে। অতএব

$$\int_A^B \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0,\ \int_A^F \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0,\ \int_E^D \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0 \text{ এবং } \int_C^D \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$$

$$\therefore \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_D^A \left(\vec{B}_L + \vec{B}_U\right)\cdot d\vec{l} + \int_B^C \vec{B}_U \cdot d\vec{l} + \int_F^E \vec{B}_L \cdot d\vec{l}$$

এখন $\int_B^C \vec{B}_U \cdot d\vec{l} = +\int_D^A \vec{B}_U \cdot d\vec{l}$ এবং $\int_F^E \vec{B}_L \cdot d\vec{l} = \int_D^A \vec{B}_L \cdot d\vec{l}$

কারণ $\vec{BC} = -\vec{DA}$ এবং $\vec{BC}$ বরাবর $\vec{B_U}$ এবং $\vec{DA}$ বরাবর $-\vec{B_U}$. অনুরূপে $\vec{FE} = -\vec{DA}$ এবং FE বরাবর $\vec{B_L}$ হবে $\vec{DA}$ বরাবর $-\vec{B_L}$.

$$\therefore \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\int_D^A \left(\vec{B_L} + \vec{B_U}\right) \cdot d\vec{l} = 2\int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{l} \;\; \therefore \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\vec{B} \cdot \vec{DA} = 2B(DA)$$

এখন ধরা যাক, প্রতিটি কুণ্ডলিতে প্রবাহমাত্রা I এবং প্রতিমিটারে কুণ্ডলি সংখ্যা n অতএব,

$$\sum I = (nAD)I_L + (nAD)I_U = nAD(I_L + I_U) = 2n(AD)I$$

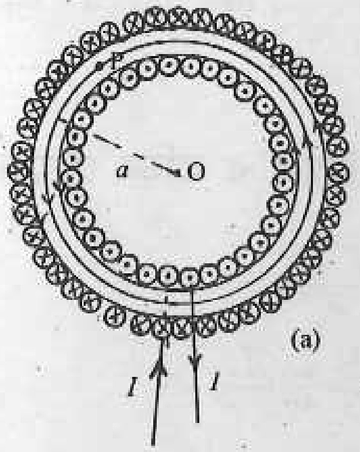
কারণ $I_L = I_U = I$. অতএব অ্যাম্পিয়ার সূত্রানুযায়ী $2B(DA) = \mu_0 2nI(AD) \;\; \therefore B = \mu_0 nI$

যেহেতু $\vec{B}$ হবে $\vec{DA}$ বরাবর, সেই জন্য যদি $\hat{U} = \frac{\vec{DA}}{DA}$, হয়, তবে $\vec{B} = (\mu_0 nI)\hat{U}$ .....(5·27)

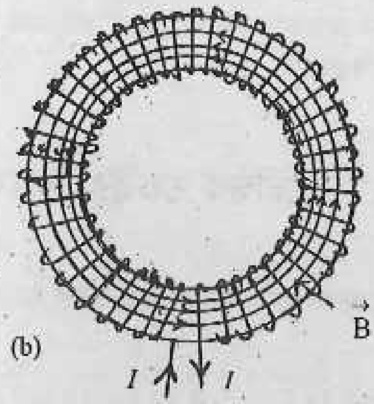
লক্ষ করা যাচ্ছে যে দীর্ঘ সলিনয়ডের ক্ষেত্রে কতগুলি তার কুণ্ডলি পাক আছে তার উপর $|\vec{B}|$ নির্ভর করে না; নির্ভর করে প্রতি একক দৈর্ঘ্যে পাক সংখ্যার উপর। আবার P সলিনয়ডের অভ্যন্তরে যে-কোনো বিন্দু। অতএব, দীর্ঘ সলিনয়ডের অভ্যন্তরে সর্বত্র $\vec{B}$ অভিন্ন অর্থাৎ সুষম।

5.4.6 টোরয়েড আকৃতির পরিবাহী কুণ্ডলির চৌম্বক ক্ষেত্র ঃ

একটি বেলনাকৃতির বস্তুকে চক্রের আকার দিলে তাকে বলে টোরয়েড্ বা টরয়েড (Toroid), বাংলায় বলা যেতে পারে বেলনচক্র। এই রূপ একটি বেলন চক্রকে পেঁচিয়ে তার কুণ্ডলি গঠন করতে হবে। একটি সলিনয়ড্‌কে বেঁকিয়ে যদি চক্রাকার করা হয় তা হলে পরিবাহীর অভীষ্ট টোরয়েড আকৃতি পাওয়া যায়। এ জন্য এই টোরয়েড্ আকৃতির তার কুণ্ডলিকে চক্রাকার সলিনয়ডও বলা যায় (চিত্র 5·14)।



(a)



(b)

চিত্র নং 5·14

টোরয়েড্-এর অভ্যন্তরে চৌম্বক ক্ষেত্র হবে সমকেন্দ্রিক বা সমাক্ষীয় বৃত্তাকার ক্ষেত্ররেখা দ্বারা গঠিত। দক্ষিণ হস্ত নিয়ম প্রয়োগ করে $\vec{B}$ এর দিক নির্ণয় করা যায়। বিন্দু যুক্ত বৃত্ত হলো তারের ছেদ যেখানে প্রবাহ উর্ধমুখী এবং বজ্রযুক্ত বৃত্ত হল তারের ছেদ যেখানে প্রবাহ নিম্নমুখী। a হল চক্রাকার সলিনয়ডের গড় ব্যাসার্ধ।

এখানে অ্যাম্পিয়ারের সমাকল পথ হল টোরয়েড্-এর বৃত্তাকার অক্ষ। অতএব $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 IN$

যেখানে I = পরিবাহীতে প্রবাহমাত্র এবং N = চক্রাকার সলিনয়ড-এর পাক সংখ্যা।

$\therefore \sum I = NI.$

অতএব $2\pi a B = \mu_0 NI$

বা $\vec{B} = \left(\dfrac{\mu_0 IN}{2\pi a}\right)\hat{u}$ .....(5·28)

যেখানে $\hat{u} =$ বৃত্তাকার অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর।

যদি হয় $n = \dfrac{N}{2\pi a} =$ একক দৈর্ঘ্যের পাক সংখ্যা, তবে $\vec{B} = (\mu_0 n I)\hat{u}$ .....(5·29)

দেখা যাচ্ছে অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়ডের অভ্যন্তরে যে চৌম্বক ক্ষেত্র পাওয়া যায় চক্রাকার সলিনয়ডেও সেই চৌম্বক ক্ষেত্র পাওয়া যায়। কিন্তু যদি চক্রের ছেদের ব্যাসার্ধ টোরয়ডের ব্যাসার্ধ 'a'-এর সঙ্গে তুলনীয় হয় তবে $n\left(=\dfrac{N}{2\pi a}\right)$-এর মান কেন্দ্রের দিকে বেশি হবে এবং কেন্দ্র থেকে দূরের দিকে কমে যাবে। অর্থাৎ অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়ডে যখন $\vec{B}$-এর মান অভ্যন্তরের সুষম তখন চক্রাকার সলিনয়ডে $\vec{B}$-এর মান একই ছেদে বিভিন্ন বিন্দুতে বিভিন্ন যদি বিন্দু গুলির দূরত্ব কেন্দ্র থেকে বিভিন্ন হয়।

সমীকরণ (5·29) থেকে বলা যায় চক্রাকার সলিনয়ড্ কার্যত অসীম দৈর্ঘ্যের সরল সলিনয়ড—উভয়ের কোনো শুরু বা শেষ নেই।

অনুশীলনী- **3** ঃ একটি পুরু বেধের পরিবাহী ফলকে প্রবাহিত প্রবাহমাত্রার আয়তন-প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{J} = J\hat{i}$. ফলকের অভ্যন্তরে এবং বাইরে চৌম্বক ক্ষেত্র নির্ণয় করুন। বেধ $z=-a$ থেকে $z=+a$ এবং অন্য মাত্রা অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।

5.4.7 চৌম্বক ভেক্টর বিভব ঃ স্থির চৌম্বক ও তড়িৎ ক্ষেত্রের তুলনা

আপনারা বায়ো-সাভার্ট্ সূত্র থেকে জানেন $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\int \dfrac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$

এখন $I d\vec{l} = \left(\vec{J}\cdot\vec{A}\right)d\vec{l} = \vec{J}\left(\vec{A}\cdot d\vec{l}\right) = \vec{J}\,dV \quad \therefore \vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\int \dfrac{\vec{J}\times\vec{r}}{r^3}dV$

এটাই হলো আয়তন প্রবাহের মত সাধারণ ক্ষেত্রে বায়ো-সাভার্ত্ সূত্র। অতএব,

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{J}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right)dV$$

কিন্তু $\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{J}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=-\vec{J}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\frac{\vec{r}}{r^3}\right)=-\vec{J}\cdot\left[\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right)\times\vec{r}+\frac{1}{r^3}\vec{\nabla}\times\vec{r}\right]$

এখন, $\vec{\nabla}\times\vec{r}=0$ এবং $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right)\times\vec{r}=-\frac{3}{r^4}\vec{\nabla}r\times\vec{r}=-\frac{3}{r^4}\hat{r}\times\vec{r}=0$ $\therefore\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0.$

অতএব স্থির তড়িৎ-ক্ষেত্রের ম্যাক্সওয়েল সমীকরণ হল $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$;

$\vec{\nabla}\times\vec{E}=0$

এবং স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রের ম্যাক্সওয়েল সমীকরণ হল $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$

$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}$

এখন আপনাদের স্মরণ আছে যে $\vec{\nabla}\times\vec{E}=0$ সমীকরণ থেকে পাওয়া গিয়েছিল $\vec{E}$ ক্ষেত্রের স্কেলার বিভব ϕ। সম্পর্কটি ছিল $\vec{E}=-\vec{\nabla}\phi$

ঠিক এই সিদ্ধান্ত থেকে সহজেই মনে হবে $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$ থেকে $\vec{B}$ ক্ষেত্রের জন্য পাওয়া যেতে পারে একটি ভেক্টর বিভব $\vec{A}$ এবং লেখা যায়

$$\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A} \qquad .....(5\cdot30)$$

কারণ $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)=\vec{A}\cdot\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}=0.$

আরো লক্ষ করুন যে ϕ এর সঙ্গে একটি ধ্রুবক যোগ করলে $\vec{E}$ অপরিবর্তিত থাকে কারণ $\vec{E}=-\vec{\nabla}(\phi+C)=-\vec{\nabla}\phi-\vec{\nabla}C=-\vec{\nabla}\phi.$ অনুরূপভাবে ধরা যেতে পারে যে $\vec{A}$-এর সঙ্গে এমন ভেক্টর যোগ করা যেতে পারে যার কার্ল হবে শূন্য (যেমন C এর grad শূন্য) এবং তাতে $\vec{B}$ একই থেকে যায়। যেমন $\vec{B}=\vec{\nabla}\times\left(\vec{A}+\vec{A^1}\right)=\vec{\nabla}\times\vec{A}+\vec{\nabla}\times\vec{A^1}=\vec{\nabla}\times\vec{A}.$ এখানে $\vec{\nabla}\times\vec{A^1}=0$ হবে যদি $\vec{A^1}=\vec{\nabla}\psi$ হয়, কারণ $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}=0.$ এখন $\phi+C$-এর ক্ষেত্রে আমরা খুশিমত $C=0$ ধরেছি। $\vec{A^1}$ কে তাই খুশিমত $-\vec{\nabla}\psi$ ধরা যায়। এখন $\vec{A}$ কে $\vec{A^1}=\vec{\nabla}\psi$ দ্বারা প্রতিস্থাপন করা হলে $\vec{A}=\vec{A^1}+\vec{\nabla}\psi$

বা $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=\vec{\nabla}\cdot\vec{A^1}+\nabla^2\psi$

$\vec{A^1}$ কে খুশিমত $-\vec{\nabla}\psi$ ধরলে $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$ হবে।

তখন $\vec{\nabla}\times\vec{B}=\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\right)-\nabla^2\vec{A}=\mu_0\vec{J}$

$$\therefore \nabla^2\vec{A}=-\mu_0\vec{J} \qquad .....(5\cdot31)$$

স্থির তড়িতের ক্ষেত্রে স্কেলার বিভব ϕ হলে $\nabla^2\phi=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

সমীকরণ (5·31) থেকে পাওয়া যায় $\nabla^2 A_x=-\mu_0 J_x$

$\nabla^2 A_y=-\mu_0 J_y$

$\nabla^2 A_z=-\mu_0 J_z$ .....(5·32)

সমীকরণ (5·31) বা (5·32) সমাধান করতে আমরা লক্ষ করি $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$ (বায়ো-সাভার্ত্ সূত্র)

এবং $\frac{\vec{r}}{r^3}=-\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)$

$$\therefore \vec{B}=+\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\times d\vec{l}$$

কিন্তু $\vec{\nabla}\times\frac{d\vec{l}}{r}=\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\times d\vec{l}+\frac{1}{r}\vec{\nabla}\times d\vec{l}$

$$\therefore \nabla\left(\frac{1}{r}\right)\times d\vec{l}=\vec{\nabla}\times\frac{d\vec{l}}{r}-\frac{1}{r}\vec{\nabla}\times d\vec{l}$$

কিন্তু $\vec{\nabla}\times d\vec{l}=0,$ কারণ $d\vec{l}$ হল পরিবাহীর অংশ কোনো বক্রের অংশ নয় অর্থাৎ $\vec{l}\neq\vec{l}(x,y,z)$

$$\therefore \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\times d\vec{l}=\vec{\nabla}\times\frac{d\vec{l}}{r}.$$

$$\therefore \vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\vec{\nabla}\times\frac{d\vec{l}}{r}=\vec{\nabla}\times\left(\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\vec{l}}{r}\right)$$

সমীকরণ (5·30) এর সঙ্গে তুলনা করে পাই $\vec{A}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\vec{l}}{r}$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Id\vec{l}}{r} \qquad ....(5\cdot33)$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{J}\,dV}{r}$$

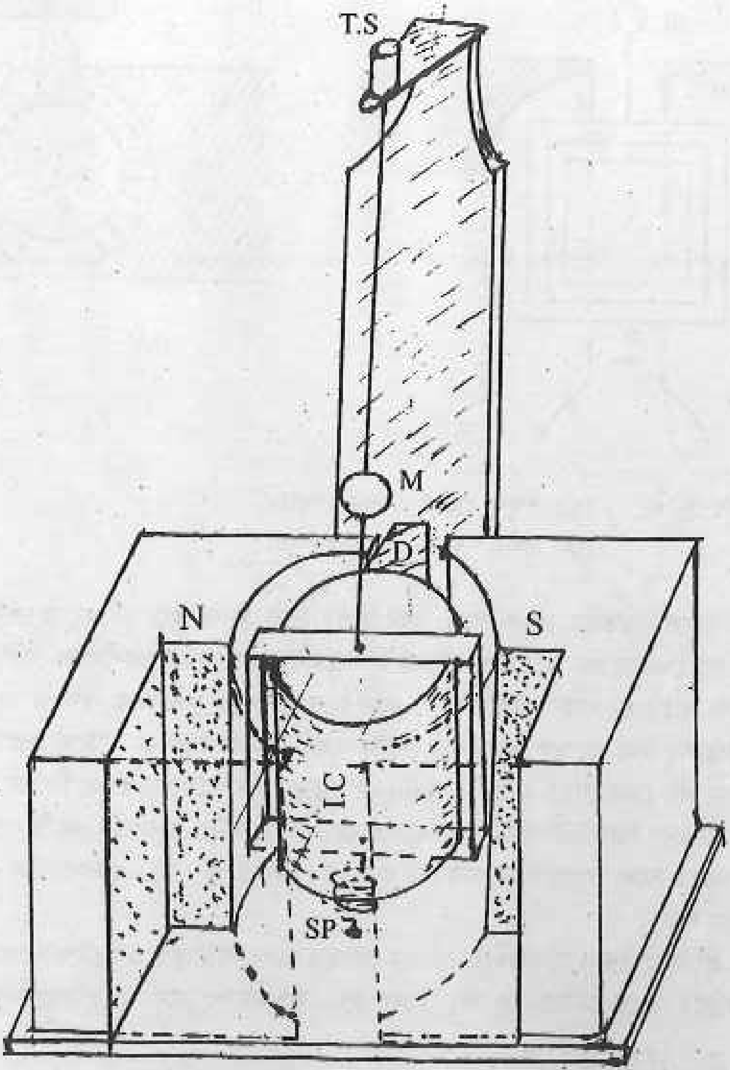
কারণ $Id\vec{l}=\vec{J}\,dV.$ যদি রৈখিক ও ক্ষেত্র প্রবাহ্ হয় তবে $\vec{A}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\vec{l}}{r}$

এবং $\vec{A}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\hat{k}dl$

যেখানে $\vec{k}=$ ক্ষেত্র প্রবাহ্ ঘনত্ব।

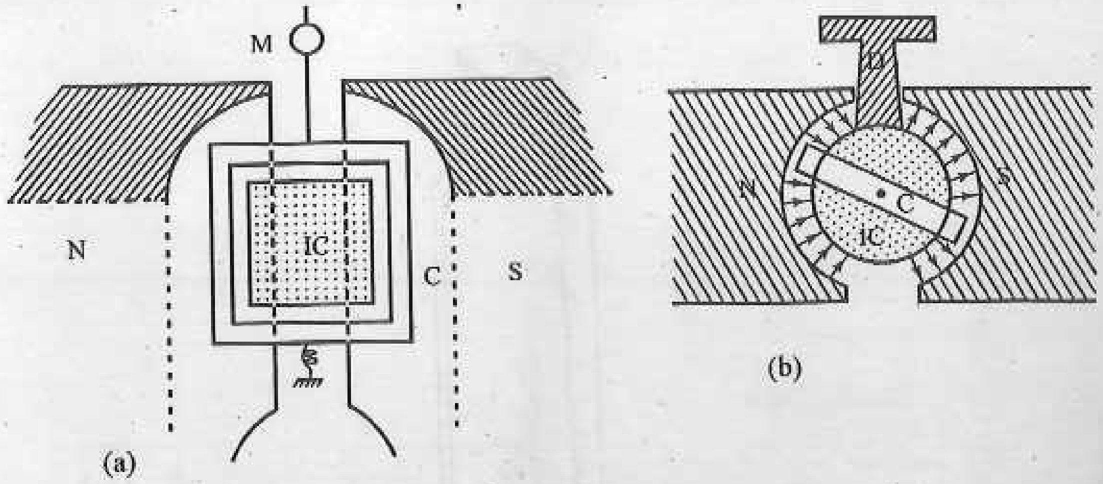
5.5 ঝুলন্ত-কুণ্ডলি গ্যালভানোমিটার ঃ

একটি চৌম্বক ক্ষেত্রের মধ্যে একটি তড়িৎবাহী কুণ্ডলিকে ঝুলিয়ে দেওয়ার ব্যবস্থা এবং চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে পরিবাহী তারের উপর উৎপন্ন টর্কের ক্রিয়ায় কুণ্ডলিটির আবর্তনকে যান্ত্রিক টর্ক (Mechamical torque) প্রয়োগে স্থিতাবস্থায় আনার ব্যবস্থাই হল ঝুলন্ত-কুণ্ডলি গ্যালভানোমিটার তৈরি করার নীতি (principle)। চিত্র 5-15-এ এই গ্যালভানোমিটারের একটি মডেল প্রদর্শন করা হয়েছে। চিত্র 5-16-এ এই মডেলের দুটি দৃষ্টি কোণ ভিত্তিক চিত্র দেখানো হয়েছে।



চিত্র-5·15 ঝুলন্ত কুণ্ডলি গ্যালভানোমিটার

অন্তরিত এবং সুক্ষ্ম তামার তারকে একটি আয়তাকার কাঠের ফ্রেমের উপর পেঁচিয়ে একটি পরিবাহী কুণ্ডলি গঠন করা হয়। C হলো এই পরিবাহী কুণ্ডলি যাকে মোচড় স্ক্রু (Torsion head) TS থেকে একটি অশ্বক্ষুরাকৃতি স্থায়ী চুম্বকের দুই মেরু N এবং S-এর মধ্যবর্তী অঞ্চলে ঝুলিয়ে দেওয়া হয়। ঝুলিয়ে দেওয়ার জন্য ফসফরব্রোঞ্জের সরু ফিতা (strip) ব্যবহার করা হয়। এই ফিতার উপর আটকে দেওয়া হয় একটি দর্পণ M। N এবং S এর মধ্যে যে অঞ্চলে আয়তকার কুণ্ডলি C অবস্থান করে সেখানে চৌম্বক ক্ষেত্রের ফ্লাক্স্ বৃধি করার জন্য এবং চৌম্বক ক্ষেত্র রেখাকে কুণ্ডলির উল্লম্ব বাহুদ্বয়ের অভিলম্ব করার জন্য কুণ্ডলি-ফ্রেমের অভ্যন্তরে একটি নরম লোহার বেলনাকার গর্ভ দণ্ড (core) IC প্রবেশ করানো হয় (চিত্র 5·16(b) দ্রষ্টব্য)। N মেরু থেকে নির্গত ক্ষেত্র



চিত্র-5·16 : (a) সম্মুখ থেকে যেমন দেখায়
(b) উপর থেকে যেমন দেখায়

রেখা গর্ভদণ্ডের বেলনতলে লম্বভাবে প্রবেশ করে, এবং অপর দিকে নির্গত হয়ে S মেরুতে শেষ হয়। এই জন্য তার কুণ্ডলির উল্লম্ব বাহু ক্ষেত্ররেখার অভিলম্বে থাকে। আবার নরম লোহার চৌম্বকশীলতা বেশি বলে গর্ভদণ্ডের অভ্যন্তরে ফ্লাক্স্ বৃধি পায়। D ধাতব দণ্ডের দ্বারা গর্ভদণ্ডকে দৃঢ়ভাবে কুণ্ডলিকে ঝুলিয়ে রাখা দণ্ডের সঙ্গে আটকে রাখা হয়। কুণ্ডলির নিম্ন প্রান্তের অনুভূমিক বাহুকে একটি হালকা স্প্রিং-এ আটকে স্প্রিংটিকে ব্যবস্থাটির পাটাতনে গেঁথে দেওয়া হয় [চিত্র 5·15 এবং 5·16 (a)-তে SP]। কুণ্ডলিকে যে ধাতব ফিতার সাহায্যে ঝুলিয়ে দেওয়া হয় সেই ফিতাটি এবং স্প্রিংটি বৈদ্যুতিক সংযোগের কাজ করে। সমগ্র ব্যবস্থাটি একটি ধাতব পাত্রে আবধ রাখা হয় এবং এই পাত্রের সঙ্গে সম্পূর্ণভাবে অন্তরিত করা হয়। মোচড় স্ক্রু (TS)-এর সাহায্যে কুণ্ডলিটিকে তার অক্ষ সাপেক্ষে ঘুরানো যায়।

কুণ্ডলিতে তড়িৎ প্রবাহ প্রেরণ করলে উৎপন্ন চৌম্বক ক্ষেত্রের সঙ্গে স্থায়ী চুম্বকের চৌম্বক ক্ষেত্রের পারস্পরিক ক্রিয়ায় তড়িৎবাহী তারের উপর লোরেনৎস্ বল উৎপন্ন হয়। আপনাদের মনে আছে লোরেন্ৎস্ বল্

$$\vec{F}_L = \int\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) dl$$

এখানে $\vec{B}$ = স্থায়ী চুম্বকের চৌম্বক ক্ষেত্র। এখন C কুণ্ডলিতে অনুভূমিক ভাবে প্রবাহের যে অংশ গমন করে তার সঙ্গে $\vec{B}$ এর অভিমুখ সমান্তরাল। অর্থাৎ, $\vec{I}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যে কোন 0°. অতএব

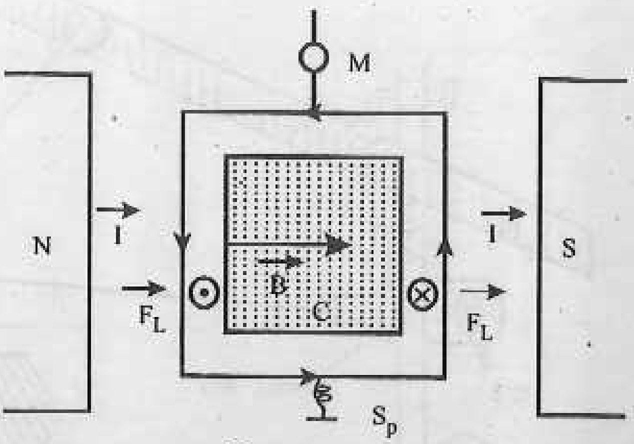
$$\vec{F_L} = \int IB\sin 0^\circ dl = 0$$

কিন্তু কুণ্ডলিতে প্রবাহের উল্লম্ব উপাংশের সঙ্গে $\vec{B}$ এর অভিমুখ 90° কোণ উৎপন্ন করে। অতএব,

$$\vec{F_L} = \int IB\sin 90^\circ dl\,\hat{n} = IBl\hat{u} \qquad \text{..........(5·34A)}$$

যেখানে l হল কুণ্ডলির যে-কোনো একটি বাহুর দৈর্ঘ্য। অপর বাহুতে $\vec{I}$ এর অভিমুখ বিপরীত বলে সেই বাহুতে বল $\vec{F_L} = -IBl\hat{u}$. ....(5·34B)

বজ্রগুণনের নিয়মানুসারে $\vec{I} \times \vec{B}$ তলের অভিলম্বে থাকবে $\hat{u}$। ফ্লেমিং-এর বামহস্ত নিয়ম প্রয়োগ করলে $\vec{I}$ বাহুতে $\vec{F_L}$ উর্ধ্বমুখী (চিত্র-5·17) এবং $-\vec{I}$ বাহুতে $\vec{F_L}$ নিম্নাভিমুখী। অতএব ঝুলন্ত কুণ্ডলির উপর একটি টর্ক ক্রিয়া করবে। এই টর্কের প্রভাবে কুণ্ডলি আবর্তিত হবে এবং তার তলটি $\vec{B}$-এর অভিলম্ব দিকে সরে যাবে। কিন্তু এই আবর্তনের ফলে ফসফরব্রোঞ্জ ফিতেয় মোচড় সৃষ্টি হবে এবং স্প্রিং SP-এর উপরও টর্ক উৎপন্ন হবে। এই মোচড় ও স্প্রিং টর্ক মিলিতিভাবে লোরেন্‌ৎস্‌ বলের ভ্রামকের বিরোধিতা করবে। এই টর্ককে বলে পুনস্থাপক টর্ক (restoring torque)। ফলে কুণ্ডলির আবর্তন বা বিক্ষেপ বাধা প্রাপ্ত হবে এবং এক সময় হয় কুণ্ডলির আবর্তন থেমে যাবে অথবা জাড্যের জন্য আবার বিপরীত গতি অর্জন করবে। একটি বিশেষ মোচড় কোণে (angle of twist) উভয় টর্ক সমান হয়। কিন্তু জাড্যের কারণে মোচড় কোন বেশি হয়ে গেলে পুনস্থাপক টর্ক লোরেন্‌ৎস্‌ টর্ক থেকে বেশি হয়। তার ফলে কুণ্ডলি আবার বিপরীত আবর্তন অর্জন করে।

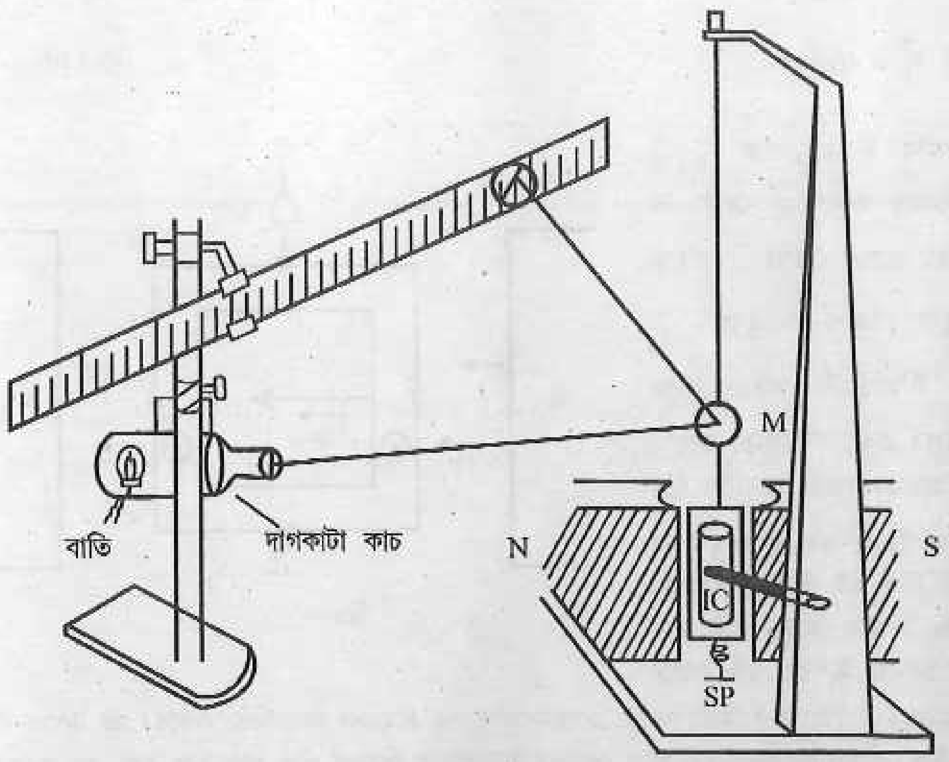


চিত্র-5·17

এই হলো ঝুলন্ত কুণ্ডলির কার্য নীতি। যেহেতু এখানে কুণ্ডলি চলনশীল তাই একে চলকুণ্ডলি গ্যালভানো মিটারও (moving coil galvanometer) বলে।

গ্যালভানোমিটারের শ্রেণিবিভাগ ঃ

ঝুলন্ত বা চল কুণ্ডলি গ্যালভানোমিটারে কুণ্ডলির বিক্ষেপ পরিমাপ করার জন্য যে ব্যবস্থা করা হয় তাকে বলে 'বাতি-ও-স্কেল' ব্যবস্থা (lamp and scale arrangement)। একটি বাতি থেকে গ্যালভানোমিটারের দর্পণের উপর আলো ফেলা হয় (চিত্র-5·18)। দর্পণ কর্তৃক প্রতিফলিত আলোকে একটি স্কেলের (স্বচ্ছ বস্তু দ্বারা তৈরি) উপর ফেলা হয়। বাতিকে একটি নিক্ষেপক ব্যবস্থার উত্তল লেন্সের ফোকাসে স্থাপন করা হয় এবং একটি বৃত্তাকার কাচে ব্যাস বরাবর দাগ কেটে লেন্স কর্তৃক বিক্ষিপ্ত আলোর পথে রাখা হয়। এটাই হল বজ্র তার (cross wire)।



চিত্র-5·18 বাতি-ও-স্কেল ব্যবস্থা

লেন্সকর্তৃক প্রতিসৃত সমান্তরাল আলোর রশ্মিগুচ্ছ কুণ্ডলির ঝুলনফিতায় আটকানো দর্পণের উপর পড়ে প্রতিফলিত হয়। এই প্রতিফলিত রশ্মিগুচ্ছ স্কেলের উপর একটি আলোক প্রতিকৃতি (spot of light) গঠন করে যার মধ্যে হয় ব্যাস বরাবর একটি কালো দাগ অথবা দুটি কালো দাগের বজ্রচিহ্ন বর্তমান থাকে। মোচড় স্ক্রুর

সাহায্যে ঝুলন তারকে (suspension fibre) ঘুরালে দর্পণ ঘুরবে এবং প্রতিকৃতি সরে যেতে থাকবে। এভাবে আলোক প্রতিকৃতিকে স্কেলের শূন্য দাগের উপর আনা হয়। অথবা স্কেলকে সরিয়ে তার শূন্য দাগকে আলোক-প্রকৃতির উপরে আনা হয়। এ অবস্থায় যদি প্রতিকৃতির কালো দাগ স্কেলের দাগের সমান্তরাল না হয় তবে আলোক ব্যবস্থার দাগকাটা কাচটিকে ঘুরিয়ে সমান্তরাল করা হয়।

কুণ্ডলিতে তড়িৎ প্রবাহ দিলে তার কৌণিক বিক্ষেপ ঘটে এবং অতঃপর প্রতিফলিত আলোক রশ্মির দ্বিগুণ কৌণিক সরণ ঘটায় আলোক প্রতিকৃত বেশ লক্ষণীয়ভাবে স্থানান্তরিত হয়। আলোক-প্রতিকৃতির এই যে স্থানান্তরের ঘটনা এটি দুভাবে সংঘটিত হয় ঃ (এক) ধীরে ধীরে আলোক প্রতিকৃতি (বা আলোক চিহ্ন) বিক্ষিপ্ত হয়ে একটি চরম অবস্থানে আসে এবং (দুই) হঠাৎ করে আলোক চিহ্ন বিক্ষিপ্ত হয় এবং সাম্যাবস্থানের উভয় পার্শ্বে আন্দোলিত হয়।

আলোক চিহ্নের এই রূপ গতি নির্ভর করে গ্যালভানোমিটারের গঠন উপাদানের উপর এবং এই ভিত্তিতে গ্যালভানোমিটার দুই শ্রেণি ঃ

(i) বুধ-দোল গ্যালভ্যানোমিটার (Dead beat galvanometer) এবং

(ii) প্রক্ষেপণ গ্যালভ্যানোমিটার (ballistic galvanometer)।

বুধ-দোল গ্যালভানোমিটার ঃ

আপনারা পেন্ডুলাম বা দোলক-পিণ্ডের গতি সম্পর্কে জানেন যে দোলক-পিণ্ড যখন গতিশীল থাকে তখন তা তার সাম্যাবস্থানে সর্বাধিক বেগে গমন করে। যখন কুণ্ডলি সাম্যাবস্থায় থাকে তখন প্রবাহ প্রেরণ করলে তার উপর সর্বাধিক মানের টর্ক প্রযুক্ত হয়। ফলে কুণ্ডলি অকস্মাৎ বিক্ষিপ্ত হয়, অর্থাৎ তার গতিবেগ হয় সর্বাধিক। অর্থাৎ এরূপ ক্ষেত্রে যদি আর প্রবাহ না প্রেরণ করা হয় তবে কুণ্ডলি অবমন্দিত সরল দোলগতিতে দুলতে থাকবে। এবং যদি প্রবাহ অব্যাহত রাখা যায় তবে কুণ্ডলি অতি দ্রুত তার চূড়ান্ত বিক্ষেপ অর্জন করবে, কিন্তু তখনও কুণ্ডলি চূড়ান্ত বিক্ষিপ্ত অবস্থার উভয় পার্শ্বে কিছুক্ষণ আন্দোলিত হবে।

যে গ্যালভানোমিটারে এই উভয় আন্দোলন পরিহার করা যায় সেটাই হল বুধদোল (Dead beat) গ্যালভানোমিটার। কীভাবে উভয় প্রকার দোল বন্ধ করা যাবে? অবমন্দন (damping) সৃষ্টি করে যদি কুণ্ডলির আবর্তন বেগকে ধীরে কমিয়ে আনা যায় তবেই এরূপ দোল বন্ধ হতে পাবে। এ তথ্য আপনারা যান্ত্রিক কম্পন সম্পর্কে আলোচনার সময় জেনেছেন। আপনারা জানেন, যদি কোনো পরিবাহীকে কোনো চৌম্বক ক্ষেত্রে গতিশীল করা হয় তবে তাতে আবিষ্ট তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি হয়। এবং এ-সংক্রান্ত লেন্‌ৎস্‌-এর সূত্র (Lenz's law) থেকে জানেন এই আবিষ্ট প্রবাহ তার উৎপত্তির কারণ যে পরিবাহীর গতি, সেই গতিকে বাধা দেয়। একথা মনে রেখেই বুধ দোল গ্যালভানোমিটারের কুণ্ডলিকে তৈরি করা হয় অ্যালুমিনিয়ামের ফ্রেমের উপর। অতএব বিক্ষিপ্ত কুণ্ডলির এই ফ্রেমে আবিষ্ট তড়িৎ প্রবাহ কুণ্ডলির দোদুল্যমানতাকে (wavering) বন্ধ করে।

তড়িৎ প্রবাহমাত্রা পরিমাপ করার জন্য বুধ দোল গ্যালভানোমিটার ব্যবহার করা হয়।

প্রক্ষেপক গ্যালভানোমিটার :

বুখসোল গ্যালভ্যানোমিটারে প্রবাহ চালু রাখলে তবেই কুণ্ডলি ধীরে ধীরে চূড়ান্ত বিক্ষিপ্ত অবস্থানে আসে। কিন্তু প্রক্ষেপণ গতি (ballistic motion) সৃষ্টি করতে হয় ঘাত (impulse) প্রয়োগে। তড়িৎ প্রবাহমাত্রা যতক্ষণ চালু থাকে ততক্ষণ কুণ্ডলির উপর বল তথা টর্ক অব্যাহত থাকে। কিন্তু বলবিদ্যা থেকে আপনারা জানেন যে ঘাত হয় ক্ষণস্থায়ী বল ও তার প্রয়োগ কালের গুণ ফল। আসলে ঘাত হল ভরবেগের আকস্মিক পরিবর্তন। ভর বেগের পরিবর্তন ঘটাতে প্রয়োগ করতে হয় বল (নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র) এবং আকস্মিক পরিবর্তন ঘটাতে হলে বলের প্রয়োগ কাল হবে নগণ্য। এতটাই নগণ্য যে বস্তু গতি লাভ করতে পারবে না ঐ অবকাশে। অর্থাৎ অতি অল্পসময় ধরে যদি কুণ্ডলিতে তড়িৎ প্রবাহ প্রেরণ করা যায় তবেই এই ঘাত সৃষ্টি হবে। এক্ষেত্রে ঘাত হলো

$$\vec{F}_L(\Delta t) = \int\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) dl\, \Delta t$$

$$= \int I\left(\vec{dl} \times \vec{B}\right) dt = \int \frac{\Delta Q}{\Delta t}\left(\vec{dl} \times \vec{B}\right) \Delta t$$

$$= \int \Delta Q\left(\vec{dl} \times \vec{B}\right) dt \qquad .....(5{\cdot}35)$$

অর্থাৎ ঘাত $\vec{F}_L \Delta t$ উৎপন্ন হচ্ছে কুণ্ডলিতে $\Delta \dot{Q}$ আধান প্রবাহের ফলে। এই ঘাতের প্রভাবে কুণ্ডলির বিক্ষেপ হবে আধান ΔQ-এর সমানুপাতী।

গ্যালভানোমিটার কুণ্ডলিকে এমন জাড্যধারী হতে হবে যে Δt সময়ে তা গতি অর্জন করবে না। এবং অধিকন্তু কুণ্ডলির উপর যেন কোনো বৈদ্যুতিক অবমন্দন সৃষ্টি না হয়। এই জন্য কুণ্ডলিকে যেমন ভারি হতে হবে, তেমনি তাকে কোনো পরিবাহীর ফ্রেমে গঠন করা চলবে না। সাধারণ ভাবে বাঁশের ফ্রেমের উপর এই কুণ্ডলি গঠন করা হয়। এক্ষেত্রে একটি সমস্যা আছে। গ্যালভানোমিটারের বিক্ষেপ চূড়ান্ত হবে যান্ত্রিক টর্কের বাধাদানে। কিন্তু কোনোরূপ অবমন্দন না থাকায় কুণ্ডলি দুলতেই থাকবে। এই অবস্থায় কুণ্ডলির দুই প্রান্তকে যুক্ত করলে কুণ্ডলিতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের প্রভাবে কুণ্ডলির গতি রুখ হবে। কিন্তু সোজাসুজি কুণ্ডলির দুই প্রান্ত যুক্ত করলে সেটা হবে রোধহীন পথ (short circuit)। এতে বিপুল তড়িৎ প্রবাহের ফলে কুণ্ডলি পুড়ে যেতে পারে। তাই এই দুই প্রান্তের মধ্যে একটা রোধ যুক্ত করা হয় যাতে একটা অভীষ্ট অবমন্দন বর্তমান থাকে। এই রোধকে বলে সংকট অবমন্দন রোধ (critical damping resistance)। এই সংকট অবমন্দন রোধ নির্ভর করে গ্যালভানোমিটারের উপর যা প্রস্তুতকারক সরবরাহ করেন।

5.5.1 ঝুলন্তকুণ্ডলি গ্যালভানোমিটারের সাহায্যে প্রবাহমাত্রা নির্ণয় ঃ

সমীকরণ (5·34A) এবং (5·34B) থেকে জেনেছেন যে যখন চলকুণ্ডলি গ্যালভানোমিটারের কুণ্ডলিতে তড়িৎ প্রবাহ I প্রেরণ করা হয় তখন কুণ্ডলির দুই উল্লম্ব বাহুতে প্রযুক্ত বলের মান হয় $\left|\vec{F}_L\right| = l\text{BI}$

যেখানে l = কুণ্ডলির উল্লম্ব বাহুর দৈর্ঘ্য। কিন্তু যদি কুণ্ডলিতে পাক সংখ্যা হয় n, তবে প্রবাহ মাত্রা $\sum \text{I} = n\text{I}$.

অতএব তখন $\left|\vec{F}_L\right| = nl\,\text{BI}$.

ধরা যাক কুণ্ডলির প্রস্থ = b এবং ক্ষেত্রফল = A.

অতএব কুণ্ডলির উপর টর্ক $\tau = \left|\vec{F}_L\right| b = nlb\,\text{BI} = n\text{ABI}$.

এই টর্কের প্রভাবে যখন কুণ্ডলির কৌণিক বিক্ষেপ বৃদ্ধিপাবে তখন ঝুলন তারে মোচড় সৃষ্টি হওয়ায় ঘূর্ণনের বিরুধে একটি পুনস্থাপক টর্কও সৃষ্টি হবে এবং বৃধি পেতে থাকবে। পুনস্থাপক টর্ক τ_r হবে মোচড় কোণ θ-এর সমানুপাতী, অর্থাৎ $\tau_r = \text{C}\theta$

C হল অনুপাতের ধ্রুবক এবং যেহেতু $\theta = 1$ হলে $\tau_r = \text{C}$, তাই বলা যায় C হল প্রতি একক মোচড় কোণের জন্য উৎপন্ন পুনস্থাপক টর্ক।

সাম্য অবস্থায় যখন $\theta = \theta_m$, তখন $\tau_r = \tau$.

বা $n\text{ABI} = \text{C}\theta_m$ বা $\text{I} = \left(\dfrac{\text{C}}{n\text{AB}}\right)\theta_m = \left(\dfrac{\text{C}}{\text{G}}\right)\theta_m$ .....(5·36)

যেখানে G = nAB, G কে বলে গ্যালভানোমিটার ধ্রুবক। সমীকরণ (5·35) থেকে বলা যায় যে প্রবাহ মাত্রা বিক্ষেপ কোণ θ_m-এর সমানুপাতী। C এবং G জানা থাকলে গ্যালভানোমিটারের বিক্ষেপকোণ পরিমাপ করে প্রবাহমাত্রা জানা যায়। স্পষ্টতই এখানে বুধদোল পধতি গ্রহণ করা হয়েছে।

5.5.2 আধান পরিমাপ ঃ প্রক্ষেপক গ্যালভানোমিটারের ব্যবহার

ইতিমধ্যেই আপনারা জেনেছেন গ্যালভানোমিটার দ্বারা আধান পরিমাপ করতে হলে তাকে প্রক্ষেপক গ্যালভানোমিটার রূপে ব্যবহার করতে হবে। সমীকরণ (5·35) থেকে আপনারা জেনেছেন, ΔQ আধান গমন করলে কুণ্ডলির প্রতিটি উল্লম্ব বাহুতে কতটা ঘাত প্রযুক্ত হয়। অতএব উদ্ভূত ঘাতের ভ্রামক হবে

$$\Delta\tau = \left|\vec{F}_L\right|(\Delta t)b = \int_0^l \Delta\text{Q}\left(d\vec{l} \times \vec{\text{B}}\right)b = \Delta\text{Q}b\int_0^l \text{B}dl = \Delta\text{Q}(bl)\text{B} = \text{AB}\Delta\text{Q}$$

যদি কুণ্ডলির পাকসংখ্যা হয় n তবে ঘাতের ভ্রামক $\Delta\tau = n\text{AB}\Delta\text{Q}$

অথবা, $\tau = n\text{ABQ}$.

এখন আপনারা নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন যে τ হলো ভরবেগের ভ্রামক, কারণ $\left|\vec{F}_L\right|\Delta t$ হলো ভরবেগের পরিবর্তন এবং আপনারা এও জানেন যে কৌণিক ভরবেগ হল ভরবেগের ভ্রামক। যদি ঘাত বল প্রযুক্ত হওয়ার সময় কৌণিক বেগ হয় ω_0, তবে $\tau = I_m\omega_0$, যেখানে I_m হলো কুণ্ডলির জাড্য ভ্রামক (moment of inertia)।

$\therefore I_m\omega_0 = nABQ.$

এখন, যখন ঝুলন তারের মোচড় কোণ θ, তখন তার পুনস্থাপক টর্ক $C\theta$. অতএব যদি চূড়ান্ত মোচড়কোণ হয় θ_0 [যা কিনা প্রথম প্রক্ষেপণ কোণ—First ballistic Throw] তবে কুণ্ডলি কর্তৃক ব্যয়িত শক্তি

$$W = \int_0^{\theta_0} C\theta dl = \frac{1}{2}C\theta_0^2$$

কিন্তু যেহেতু কুণ্ডলির প্রাথমিক কৌণিক বেগ ω_0, তাই কুণ্ডলির প্রাথমিক গতিশক্তি

$$E_k = \frac{1}{2}I_m\omega_0^2$$

এই শক্তি ব্যয় করায় ঝুলন তারে W শক্তি সঞ্চিত হয়।

$$\therefore \frac{1}{2}C\theta_0^2 = \frac{1}{2}I_m\omega_0^2$$

$$\therefore \omega_0^2 = \frac{C\theta_0^2}{I_m}$$

$$\text{বা } \left(\frac{n\,ABQ}{I_m}\right)^2 = \frac{C\theta_0^2}{I_m}$$

$$\therefore Q^2 = \frac{CI_m}{(nAB)^2}\theta_0^2$$

$$\text{বা } Q = \left(\frac{\sqrt{CI_m}}{nAB}\right)\theta_0 \quad .....(5\cdot37)$$

অর্থাৎ প্রবাহিত আধান প্রথম প্রক্ষেপণ কোণের সমানুপাতী। যদি কুণ্ডলির প্রান্তদ্বয়কে রোধহীন পথে যুক্ত করা হয় (বলা যায় সংক্ষিপ্ত সংযোগ short circuited) তবে কুণ্ডলি অবাধে কৌণিক সরলদোলগতিতে দুলবে। যদি পর্যায়কাল T হয় তবে $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_m}{C}}$ বা $\sqrt{I_m} = \frac{T\sqrt{C}}{2\pi}$.

$$\therefore Q = \frac{\sqrt{C}}{nAB}\times\frac{T\sqrt{C}}{2\pi}\theta_0 = \left(\frac{CT}{2\pi G}\right)\theta_0.$$

যদি কোন জানা প্রবাহ I প্রেরণ করে θ_m বিক্ষেপ পাওয়া যায় তবে সমীকরণ (5·36) থেকে

$$\frac{C}{G} = \frac{I}{\theta_m}.$$

$$\therefore Q=\left(\frac{IT}{2\pi}\right)\frac{\theta_0}{\theta_m} \quad .....(5\cdot38)$$

অতএব T, θ_m এবং θ_0 পরিমাপ করে প্রবাহিত আধান নির্ণয় করা যায়।

5.5.3 চলকুণ্ডলি গ্যালভানোমিটারের তাত্ত্বিক বিশ্লেষণ :

আপনারা জানেন, বহিস্থ তড়িৎ-কোষ থেকে কোন প্রবাহ প্রেরণ করলে গ্যালভানোমিটারের কুণ্ডলির বিক্ষেপ ঘটে। আপনারা এও জানেন যে এই গতির বিরুদ্ধে কুণ্ডলিতে ও তার ফ্রেমে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হয়। ফলে যখন গ্যালভানোমিটারের θ কোণে বিক্ষেপ ঘটে তখন গ্যালভানোমিটারে তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা অনেক গুলি উপাদানের উপর নির্ভর করে এবং সময় সাপেক্ষে এই উপাদানগুলির ও পরিবর্তন ঘটে বলে গ্যালভানোমিটারের প্রবাহমাত্রা সময় t এর উপর নির্ভর করে। ধরা যেতে পারে কোনো এক t সময়ে প্রবাহমাত্রা i এবং কুণ্ডলির বিক্ষেপ θ. অত:পর কুণ্ডলির গতির সঙ্গে সংশ্লিষ্ট যে-টর্কগুলি পর্যবেক্ষণ করা যায় তা হল এরূপ :

(i) সরলদোলগতির ক্ষেত্রে অবমন্দন বলকে দেখা গেছে বেগের সমানুপাতী। অতএব কৌণিক সরল দোলগতির ক্ষেত্রে অবমন্দন টর্ক হবে কৌণিক বেগের সমানুপাতী।

$\therefore$ অবমন্দন টর্ক $=k\dfrac{d\theta}{dt}$.

(ii) সরল দোলগতির ক্ষেত্রে থাকে জাড্য বল $m\dfrac{d^2x}{dt^2}$.

অতএব কৌণিক দোলগতির ক্ষেত্রে জাড্য টর্ক হবে $=I_m\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$.

(iii) পুনস্থাপক টর্ক হবে $C\theta$

(iv) i প্রবাহের জন্য কৌণিক সরণ ঘটায় যে টর্ক তা হল $nABi=Gi$

স্পষ্টতই সাম্যাবস্থায় (i) + (ii) + (iii) = (iv) হবে।

অর্থাৎ $k\dfrac{d\theta}{dt}+I_m\dfrac{d^2\theta}{dt^2}+C\theta=Gi$

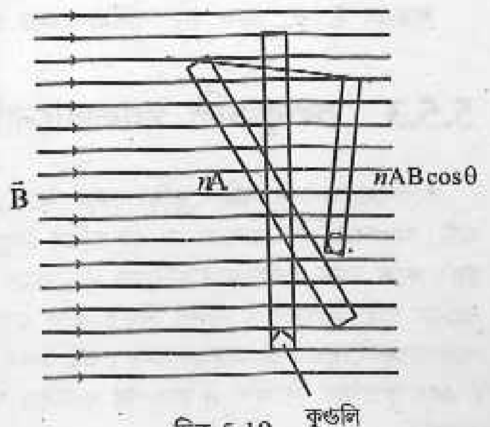
এখন, i নির্ধারনের জন্য মোট তড়িচ্চালক বল ও রোধ জানা দরকার। তড়িৎ কোষের তড়িচ্চালক বলের অতিরিক্ত সময় নির্ভর যে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল তা হল এরূপ :

(A) গ্যালভানোমিটার কুণ্ডলিতে প্রবাহের পরিবর্তন হেতু একটি তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয় যা প্রবাহের পরিবর্তনে বাধার সৃষ্টি করে। এই তড়িচ্চালক বল প্রবাহ মাত্রার পরিবর্তনের হারের সমানুপাতী, অর্থাৎ $e=-L\dfrac{di}{dt}$,

যেখানে L = কুণ্ডলির স্বাবেশাংক। ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বোঝানো হচ্ছে যে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল প্রবাহের পরিবর্তনের বিরোধী।

(B) চৌম্বক ক্ষেত্রে কুণ্ডলির গতির জন্য তাতে তার গতির বিরুদ্ধে একটি তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয়। এটি হল লেন্‌ৎস্‌-এর তড়িচ্চালক বল যা কুণ্ডলি কর্তৃক চৌম্বক বল রেখা অতিক্রম করার হারের সমানুপাতী। ধরা

যাক কুণ্ডলির একটি প্যাচের ক্ষেত্রফল A. অতএব n প্যাচের কুণ্ডলির কার্যকরী ক্ষেত্রফল nA. অতএব কুণ্ডলির অভিলম্বে অতিক্রমকারী ক্ষেত্র রেখার সংখ্যা nAB. t সময়ে কুণ্ডলি θ কোণে ঘুরে গেলে কুণ্ডলির মধ্য দিয়ে গমনকারী ক্ষেত্র রেখা হবে (চিত্র-5·19) $nAB\cos\theta = \phi$ (ফ্লাক্স্)



চিত্র-5·19

অত:পর কুণ্ডলি এই অবস্থান থেকে আরো $d\theta$ কোণে আবর্তিত হলে ϕ এর পরিবর্তন হবে

$$d\phi = nABd(\cos\theta) = -nAB\sin\theta = -nAB\theta.$$

$$\therefore \frac{d\phi}{dt} = -nAB\frac{d\theta}{dt} = -G\frac{d\theta}{dt}.$$

অতএব, ক্ষেত্র রেখা অতিক্রম করার জন্য পরিবাহীতে বিরুদ্ধ তড়িচ্চালক বল হল $= -G\frac{d\theta}{dt}$. একে বলে তড়িচ্চুম্বকীয় অবমন্দন।

যদি বর্তনীতে যুক্ত তড়িৎ কোষের তড়িচ্চালক বলা হয় E তবে t সময়ে কার্যকরী তড়িচ্চালক বল হল

$$E_{eff} = E - L\frac{di}{dt} - G\frac{d\theta}{dt}$$

ধরা যাক বর্তনীর লব্ধি রোধ $R = R_G + R'$, যেখানে R_G = গ্যালভানোমিটারের রোধ এবং R' = বর্তনীর অন্যান্য অংশের রোধ। অতএব t সময়ে প্রবাহমাত্রা $i = \frac{E_{eff}}{R} = \frac{E - L\frac{di}{dt} - G\frac{d\theta}{dt}}{R}$

এই প্রবাহ চললে চৌম্বক ক্ষেত্র কুণ্ডলিতে যে টর্ক প্রয়োগ করবে তার মান হবে

$$nABi = Gi = G\left(\frac{E - L\frac{di}{dt} - G\frac{d\theta}{dt}}{R}\right)$$

এই অবস্থায় চৌম্বক ক্ষেত্রের টর্ক ও অন্যান্য প্রতিরোধী অবমন্দন টর্কের সমষ্টি পরস্পর সমান ও বিপরীত।

অতএব, $I_m\frac{d^2\theta}{dt^2} + k\frac{d\theta}{dt} + C\theta = Gi$

বা $I_m\frac{d^2\theta}{dt^2} + k\frac{d\theta}{dt} + C\theta = G\left[\frac{E - L\frac{di}{dt} - G\frac{d\theta}{dt}}{R}\right]$

L এবং $\frac{di}{dt}$ নগণ্য। অতএব $I_m \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(k + \frac{G^2}{R}\right)\frac{d\theta}{dt} + C\theta = \frac{GE}{R}$

বা $$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2b\frac{d\theta}{dt} + p^2\theta = f \qquad .....(5{\cdot}39)$$

যেখানে $2b = \frac{k + \frac{G^2}{R}}{I_m}$, $p^2 = \frac{C}{I_m}$, $f = \frac{GE}{RI_m}$, এবং এই রাশিগুলি সকলেই ধ্রুবক। সমীকরণ (5·39) হল রৈখিক দ্বিঘাত অবকল সমীকরণ (Linear Second order Differential Equation)। এই সমীকরণ সমাধানের জন্য প্রথমে $f = 0$ ধরে সমাধান করা হয়। অর্জিত সমাধানকে বলে পূরক অপেক্ষক (complementary function)। অত:পর f সহ একটি সমাধান নির্ণয় করা হয়। এই সমাধানকে বলে বিশেষ সমাকল (particular integral)। অত:পর এই দুই সমাধানের সমষ্টি হবে সমীকরণ (5·39) এর সাধারণ সমাধান। অতএব পূরক অপেক্ষকের জন্য $\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2b\frac{d\theta}{dt} + p^2\theta = 0$

এবং এর সমাধান হলো $\theta = Ae^{\left(-b+\sqrt{b^2-p^2}\right)t} + Be^{\left(-b-\sqrt{b^2-p^2}\right)t}$

$$= e^{-bt}\left[Ae^{\left(\sqrt{b^2-p^2}\right)} + Be^{-\left(\sqrt{b^2-p^2}\right)t}\right] \qquad .....(5{\cdot}40)$$

এবং যদি $\theta = \frac{f}{p^2}$ ধরা হয় তবে দেখা যায় তা সমীকরণ (5·39) কে সিদ্ধ করে। অতএব বলা যায় $\theta = \frac{f}{p^2}$ হল সমীকরণ (5·39) এর একটি সমাধান। অতএব সমীকরণ (5·39) এর সাধারণ সমাধান হল

$$\theta = e^{-bt}\left(Ae^{+mt} + Be^{-mt}\right) + \frac{f}{p^2} \qquad .....(5{\cdot}41)$$

যেখানে $m = \sqrt{b^2 - p^2}$. এখানে A এবং B হল অজ্ঞাতরাশি যা প্রাথমিক ও সীমা শর্ত থেকে নির্ণয় করতে হবে। এই শর্ত হল : যখন $t = 0$, তখন $\theta = 0$ এবং $\frac{d\theta}{dt} = 0$.

$$\therefore A + B + \frac{f}{p^2} = 0 \qquad .....(5{\cdot}42)$$

আবার সমীকরণ (5·41) কে অবকলন করে পাওয়া যায়

$$\frac{d\theta}{dt}=\left(mAe^{mt}-mBe^{-mt}\right)e^{-bt}-be^{-bt}\left(Ae^{mt}+Be^{-mt}\right)$$

$\therefore$ শর্ত $t=0$ হলে $\frac{d\theta}{dt}=0$ থেকে পাওয়া যায় $mA-mB-b(A+B)=0$

বা $(m-b)A-(m+b)B=0$

সমীকরণ (5·42) থেকে $A=-\left(B+\frac{f}{p^2}\right)$ বসিয়ে পাওয়া যায়

$$B=-\left(\frac{m-b}{m+b}\right)\left(B+\frac{f}{p^2}\right)$$

বা $B=-\frac{(m-b)f}{2mp^2}$

এবং $A=-\frac{(m+b)f}{2mp^2}$.

$$\therefore \theta=e^{-bt}\left[-\frac{(m+b)f}{2mp^2}e^{mt}-\frac{(m-b)f}{2mp^2}e^{-mt}\right]+\frac{f}{p^2}.$$

$$=e^{-bt}\left[(m+b)e^{mt}+(m-b)e^{-mt}\right]\left(-\frac{f}{2mp^2}\right)+\frac{f}{p^2}.$$

যখন t খুব বৃহৎ, তখন $e^{-bt}\sim 0$. কিন্তু t বৃহৎ হলে গ্যালভানোমিটার বিক্ষেপ হবে θ_m (যা প্রবাহমাত্রা পরিমাপ করার সময় পাওয়া যায়)।

$$\therefore \theta_m=\frac{f}{p^2}$$

$$\therefore \theta=e^{-bt}\left[(m+b)e^{mt}+(m-b)e^{-mt}\right]\frac{\theta_m}{2m}+\theta_m \qquad .....(5·43)$$

এই সমীকরণে, আপনারা জানেন, $m=\sqrt{b^2-p^2}$. অতএব $b^2>p^2$ হলে m বাস্তব। অতএব $t=0$ অবস্থায় $\theta=0$ এবং t বৃদ্ধির সঙ্গে θ ধীরে ধীরে বৃদ্ধি পেয়ে হবে θ_m.

কিন্তু যদি $p^2>b^2$ হয় তবে m কাল্পনিক হবে অর্থাৎ ধরা যাক $m=j\omega$

$$\therefore \theta=e^{-bt}\left[Ae^{j\omega t}+Be^{-j\omega t}\right]+\frac{f}{p^2}$$

কিন্তু $e^{\pm j\omega t}=\cos\omega t\pm j\sin\omega t$

$$\therefore \theta = e^{-bt}\left[(A+B)\cos\omega t + j(A-B)\sin\omega t\right] + \frac{f}{p^2} \quad = e^{-bt}\left[C\cos\omega t + D\sin\omega t\right] + \frac{f}{p^2}$$

যেখানে $C = A + B,\ D = j(A - B)$

এখন ধরা যাক $C = a\sin\varepsilon,\ D = a\cos\varepsilon$

$$\therefore \theta = ae^{-bt}\sin(\omega t + \varepsilon) + \frac{f}{p^2} \qquad .....(5{\cdot}44)$$

যখন $a = \sqrt{C^2 + D^2},\ \varepsilon = \tan^{-1}\frac{C}{D}$

সমীকরণ (5·44) হল অবমন্দিত সরল দোল গতির সমীকরণ, যার কম্পাংক $n = \frac{\omega}{2\pi}$. কিন্তু

$$-\omega^2 = m^2 = b^2 - p^2 \quad \therefore \omega = \pm\sqrt{p^2 - b^2} \quad \therefore n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{p^2 - b^2}$$

এবং পর্যায়কাল $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{n} = \frac{2\pi}{\sqrt{p^2 - b^2}}$

এখন $b^2 = \left(\frac{k + \frac{G^2}{R}}{2I_m}\right)^2$ এবং $p^2 = \frac{C}{I_m}$

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{I_m} - \frac{\left(k + \frac{G^2}{R}\right)^2}{4I_m^2}}} \qquad ......(5{\cdot}45)$$

লক্ষ করুন মুক্ত দোলের ক্ষেত্রে $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_m}{C}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{I_m}}}$.

কিন্তু অবমন্দিত দোলের ক্ষেত্রে অবমন্দন গুণাংক $b = \frac{k + \frac{G^2}{R}}{2I_m}$ থাকায় পর্যায় কাল বৃদ্ধি পেয়েছে।

দোলনের বিস্তার $\theta_0 = ae^{-bt}$

অর্থাৎ সময়ের সঙ্গে বিস্তার e^{-bt} হারে হ্রাস পায়।

সমীকরণ (5·45) হল সাধারণ ভাবে কোনো গ্যালভানোমিটার কুণ্ডলির পর্যায়কাল। যদি প্রবাহ পরিমাপ করার জন্য গ্যালভানোমিটার ব্যবহার করার দরকার হয় তবে T হবে অসীম। এর অর্থ

$$\frac{c}{I_m} = \frac{\left(k + \frac{G^2}{R}\right)^2}{4I_m^2}$$

বা $C=\dfrac{\left(k+\dfrac{G^2}{R}\right)^2}{4I_m}$

বায়ু, ঘর্ষণ বা পারিপার্শ্বিক ধাতুর উপস্থিতির জন্য অবমন্দন গুণক k যদি নগণ্য হয় তবে

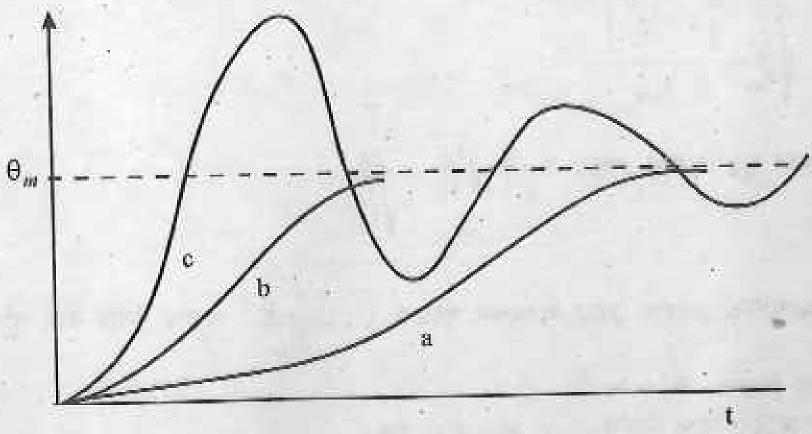
$$C=\frac{G^4}{4I_m R^2} \qquad .....(5\cdot46)$$

কিন্তু $R = R_G + R'$

অতএব অবমন্দিত দোলন পেতে হলে বহিস্থ রোধ R' এর পরিবর্তন দ্বারা সমীকরণ (5·46) অর্জন করা যায়। এই শর্তটি হল সংকট অবমন্দনের শর্ত।

যদি $\dfrac{C}{I_m}<\dfrac{\left(k+\dfrac{G^2}{R}\right)^2}{4I_m^2}$ হয় তবে T হবে কাল্পনিক এবং যদি $C>\dfrac{\left(k+\dfrac{G^2}{R}\right)^2}{4I_m}$

বা $C>\dfrac{G^4}{4I_m R^2}$ হয় তবে T এর একটি পরিমিত মান থাকবে। অর্থাৎ গ্যালভানোমিটার সরলদোলগতি নিষ্পন্ন করবে এবং তার বিস্তার ক্রমাগত হ্রাস পাবে। (চিত্র 5·20)।



চিত্র-5·20 : (a) অতি অবমন্দিত (b) সংকট অবমন্দিত (c) কম অবমন্দিত

চিত্র 5·20 (c)-এ অবমন্দিত সরলদোল গতির লেখচিত্র দেখা যাচ্ছে। এরই সঙ্গে সংকট অবমন্দনের লেখ চিত্র ও অতি অবমন্দনের লেখ আছে। এই উভয় ক্ষেত্রে কৌণিক বিক্ষেপ সর্বোচ্চ θ_m, কিন্তু সরলদোলগতির অবমন্দনে বিস্তার হ্রাস ঘটছে θ_m-এর উভয় পার্শ্বে।

5.5.4 আধান পরিমাপ ঃ প্রক্ষেপক গ্যালভানোমিটারে অবমন্দন

আধান পরিমাপের জন্য সাধারণভাবে দীর্ঘ পর্যায়কালের গ্যালভানোমিটার ব্যবহার করা হয়। প্রক্ষেপক গ্যালভানোমিটার হিসেবে ব্যবহার করতে হলে প্রবাহ প্রেরণের সঙ্গে সঙ্গে বর্তনীর প্রবাহ সংযোগ বিচ্ছিন্ন করতে হবে (breaking circuit or open circuit)।

এ অবস্থায় $R=\infty$ হয়। অতএব পর্যায় কাল $T=\dfrac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{C}{I_m}-\dfrac{k^2}{4I_m^2}}}$

এরই সঙ্গে যদি অবমন্দন গুণক k নগণ্য হয় তবে $T=2\pi\sqrt{\dfrac{I_m}{C}}$. এ অবস্থায় বিস্তার অপরিবর্তিত থাকে,

কারণ $ae^{-bt}=ae^{-\left(\frac{k+\frac{G^2}{R}}{2I_m}\right)t}$

$$=a\ [R=\infty,\ k \text{ নগণ্য}]$$

কিন্তু কার্যত $k\neq 0$ এবং নগন্য নয়। তাই $ae^{-bt}=ae^{-\left(\frac{k}{2I_m}\right)t}$

আবার প্রক্ষেপক হিসেবে ব্যবহৃত হলে $\theta_m=0$. অতএব, গ্যালভানোমিটারের বিক্ষেপ হবে

$$\theta=ae^{-bt}\sin(\omega t+\varepsilon)=ae^{-bt}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\varepsilon\right) \qquad .....(5{\cdot}47)$$

যদি অবমন্দন না থাকে তবে $e^{-bt}=1$, তখন কোনো এক দিকে প্রথম যে বিক্ষেপ হবে, ধরাযাক সেটা হল θ_0. এই বিক্ষেপ হতে সময় লাগবে $t=\dfrac{T}{4}$. কারণ, ধরাযাক স্থিরাবস্থা থেকে প্রথমে বাম দিকে, সেখান থেকে স্থিরাবস্থানে, এর পর ডান দিকে এবং সেখান থেকে স্থিরাবস্থানে আসতে মোট যে সময় সেটাই হল পর্যায়কাল T. অতএব যে-কোনো একটি দোলনাংশের জন্য সময় $\dfrac{T}{4}$. $\therefore\ \theta_0=a\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\varepsilon\right)$

এবং অবমন্দন থাকলে $t=\dfrac{T}{4}$ সময়ে বিক্ষেপ হবে

$$\theta_1=ae^{-b\frac{T}{4}}\sin\left(\frac{\pi}{2}+\varepsilon\right)=\theta_0 e^{-\frac{bT}{4}}$$

$$\therefore \frac{\theta_0}{\theta_1} = e^{\frac{bT}{4}} = e^{\frac{\lambda}{2}} \text{ (ধরাযাক) } \therefore \theta_0 = \theta_1\left(1+\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda^2}{4\cdot 2\cdot 1}+\frac{\lambda^3}{8\cdot 3\cdot 1}+\ldots\ldots\right)$$

এবং λ ক্ষুদ্র হলে

$$\theta_0 = \theta_1\left(1+\frac{\lambda}{2}\right)$$

এখন সমীকরণ (5·38)-এ θ_0-এর মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$$Q = \left(\frac{IT}{2\pi}\right)\frac{\theta_1}{\theta_m}\left(1+\frac{\lambda}{2}\right) \qquad .....(5\cdot48)$$

λ-কে বলে লগারিদ্‌ম হ্রাসাংক (logarithmic decrement)। কারণ $\frac{\lambda}{2} = \log\frac{\theta_0}{\theta_1}$ বা $\lambda = 2\log\frac{\theta_0}{\theta_1}$.

কিন্তু একে সুক্ষ্মভাবে নির্ণয় করার জন্য স্থিরাবস্থার উভয় দিকে পর পর n সংখ্যক বিক্ষেপ পরিমাপ করতে হয়। যেহেতু এই বিক্ষেপগুলি পাওয়া যায় $t = \frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4}, \frac{7T}{4}$.......ইত্যাদি সময়ে তাই সংশ্লিষ্ট বিক্ষেপ যদি হয় $\theta_1, \theta_2, \theta_3$.......ইত্যাদি তবে

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\theta_2}{\theta_3} = \frac{\theta_3}{\theta_4}\ldots\ldots = \frac{\theta_n - 1}{\theta_n} = e^{\frac{bT}{4}} = e^{\frac{\lambda}{2}} \text{ হবে।}$$

$$\therefore \frac{\theta_1}{\theta_n} = \frac{\theta_1}{\theta_2}\cdot\frac{\theta_2}{\theta_3}\cdot\frac{\theta_3}{\theta_4}\ldots\ldots\frac{\theta_{n-1}}{\theta_n} = \left(e^{\frac{\lambda}{2}}\right)^{n-1} = e^{(n-1)\frac{\lambda}{2}}.$$

$$\therefore (n-1)\frac{\lambda}{2} = \log_e\frac{\theta_1}{\theta_n}.$$

$$\text{বা } \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{n-1}\log_e\frac{\theta_1}{\theta_n}. \qquad .....(5\cdot49)$$

অত:পর সমীকরণ (5·48) ও (5·49) ব্যবহার করে আধান Q পরিমাপ করা যায়।

অনুশীলনী-4 ঃ একটি বাতি-ও-স্কেল ব্যবস্থা সম্বলিত একটি চলকুণ্ডলি গ্যালভানোমিটারে কুণ্ডলির প্যাঁচসংখ্যা 50 এবং প্রতি প্যাঁচের ক্ষেত্রফল 1·5 সেমি^{2}। কুণ্ডলিটি 200 ওরস্টেড চৌম্বক ক্ষেত্রে ঝুলন্ত আছে। যদি কুণ্ডলিতে 10^{-9} অ্যাম্পিয়ার তড়িৎ প্রবাহমাত্রা প্রেরণ করা যায় তবে 1 মিটার দূরে রক্ষিত স্কেলের উপর আলোকবিম্বের 1 সেমি সরণ ঘটে। ঝুলন তারে 1 রেডিয়ান মোচড় দিতে কত টর্ক প্রয়োজন হবে?

5.6 চৌম্বক পদার্থ ঃ

সেই সমস্ত পদার্থ বা মাধ্যমকে চৌম্বক পদার্থ বলে যাদের চৌম্বক ক্ষেত্রে স্থাপন করলে চুম্বকত্ব অর্জন করে

অর্থাৎ যারা নিজেদের চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করে। কিন্তু সব চৌম্বক পদার্থের চৌম্বক ধর্ম একই প্রকার নয়। চৌম্বক ধর্মের বিশিষ্টতার ভিত্তিতে চৌম্বক পদার্থকে তিন শ্রেণিতে ভাগ করা হয়—

1. তিরশ্চৌম্বক পদার্থ (diamagnetic substances)
2. পরাচৌম্বক পদার্থ (paramagnetic substances)
3. অয়স্ চৌম্বক পদার্থ (ferromagnetic substances)।

চৌম্বক পদার্থের অণু বা পরমাণুর মধ্যে চৌম্বক ধর্ম বর্তমান থাকে। সাধারণ ভাবে অণু বা পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকের অভিমুখিতা বিশৃঙ্খল ভাবে থাকে বলে এই সব পদার্থ চৌম্বক ধর্ম প্রকাশ করে না। চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টির কারণ বা কার্ল (curl) হল তড়িৎ প্রবাহমাত্রা। তড়িৎ প্রবাহ হল আধানবাহী কণার সুশৃঙ্খল গতি (ordered motion)। যখন পরিবাহীর মধ্য দিয়ে ইলেকট্রনের গতিকে বহিস্থ তড়িৎ বিভব প্রয়োগকরে শৃঙ্খলাবদ্ধ করা হয় তখন তাকে বলে স্থূল প্রবাহ বা স্থূল প্রবাহমাত্রা (macro-currents)। আবার প্রতিটি পরমাণুতেও ইলেকট্রন গতিশীল। এই গতির তড়িৎ প্রবাহকে বলে সুক্ষ্ম প্রবাহ বা সুক্ষ্ম প্রবাহমাত্রা (microcurrents)। এই উভয় প্রবাহের জন্য চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়। কোনো পরিবাহীকে ঘিরে যদি থাকে শূন্যাঞ্চল (vacuum) তা হলে ঐ পরিবাহীতে তড়িৎ প্রবাহ পাঠালে ঐ শূন্যাঞ্চলে যে চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি হয় তাকে বলে $\vec{H}$ ক্ষেত্র। ঐতিহাসিক কারণে একে বলে চৌম্বক প্রাবল্য ক্ষেত্র (field of Magnetic intensity), বা কেবলমাত্র চৌম্বক প্রাবল্য।

এই $\vec{H}$ ক্ষেত্রের মধ্যে যদি কোনো চৌম্বক পদার্থ রাখা যায় তাহলে $\vec{H}$ ঐ পদার্থের মধ্যে বর্তমান সমস্ত সুক্ষ প্রবাহের উপর টর্ক প্রয়োগ করে (টর্ক, কারণ বৃত্তীয় গতির প্রবাহ ব্যাসের বিপরীত প্রান্তে বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে এবং উদ্ভূত বল দ্বন্দ্ব সৃষ্টি করে।] এবং তাদের আবর্তনতলকে ঘুরিয়ে $\vec{H}$ এর অভিলম্বে নিয়ে আসে। এর ফলে সুক্ষ্ম প্রবাহ গুলি শৃঙ্খলাবদ্ধ হয় ও নিজেদের লব্ধি চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করতে সক্ষম হয়। একে বলে সুক্ষ্ম প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র। $\vec{B}$ ক্ষেত্র হলো স্থূল ও সুক্ষ্ম প্রবাহের মিলিত চৌম্বক ক্ষেত্র। এ থেকে বুঝতে পারা যায় $\vec{B} \propto \vec{H}$ + অন্য একটি রাশি।

এই অন্য রাশিটির অনুসন্ধান করা যায়।

5.6.1 চুম্বকণ তীব্রতা $\vec{M}$ ঃ

চৌম্বক ক্ষেত্রে চৌম্বক পদার্থ রাখলে তাতে চৌম্বক ধর্মের প্রকাশ ঘটে। একে বলে পদার্থের চুম্বকন। এই চুম্বকনের বৈশিষ্ট্য প্রকাশক রাশিকে বলে চুম্বকণ তীব্রতা বা কেবল মাত্র চুম্বকন $\vec{M}$.

প্রতিটি পরমাণুর সুক্ষ্ম প্রবাহের চৌম্বকত্বকে প্রকাশ করে তার চৌম্বক ভ্রামক (molecular or atomic magnetic moments)। চৌম্বক ক্ষেত্রে এই চৌম্বক ভ্রামক গুলি প্রভাবিত হয় ও নিজেদেরকে বহিস্থ ক্ষেত্রের অনুকূলে সংস্থাপিত করে। এই অবস্থা হল পদার্থের চুম্বকিত (magnitised) অবস্থা। অত:পর চুম্বকন তীব্রতার সংজ্ঞা হল এরূপ :

কোনো চুম্বকিত মাধ্যমের একক আয়তনের অণু বা পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকের লব্ধিকে বলে চুম্বকন তীব্রতা।

অতএব যদি ΔV আয়তনে পারমাণবিক বা আণবিক চৌম্বক ভ্রামকের সংখ্যা হয় n এবং i তম অণু বা পরমাণুর চৌম্বক ভ্রামক হয় $\vec{m}_i$, তবে চুম্বকর্ন তীব্রতা $\vec{M} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\vec{m}_i$

এখন $\vec{m}_i$ -এর অনুকূল সংস্থাপনার পরিমাণ (কতটা $\vec{m}_i$ ঘুরে আসে $\vec{H}$ এর দিকে) এবং $\vec{m}_i$ এর সংখ্যা বহিস্থ চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য $\vec{H}$ এর উপর যেমন নির্ভর করে, তেমনি নির্ভর করে চৌম্বক পদার্থটির উপরও।

যদি $\vec{H}$ খুব তীব্র (strong) না হয় তবে দেখা যায় $\vec{M} \infty \vec{H}$ বা $\vec{M} = X_m \vec{H}$ .....(5·50)

যেখানে X_m হল পদার্থের চৌম্বক প্রবণতা (magnetic susceptibiltiy). X_m হল চৌম্বক পদার্থের উপর $\vec{M}$ এর নির্ভরতার রাশি।

তিরশ্চৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে $X_m < 0$ পরাচৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে $X_m > 0$

এবং যখন $X_m >> 0$, তখন পরাচৌম্বক পদার্থকে বলে অয়স্চৌম্বক পদার্থ। অতএব বলা যায় অয়স্চৌম্বক পদার্থ পরা চৌম্বক পদার্থেরই শ্রেণিভুক্ত।

5.6.2 চৌম্বক পদার্থের অভ্যন্তরে চৌম্বক ক্ষেত্র B :

চৌম্বক পদার্থের অণু বা পরমাণু (তার সূক্ষ্ম প্রবাহের জন্য) যে চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন করে তাকে বলে আভ্যন্তরীণ চৌম্বক ক্ষেত্র (internal or intrinsic magnetic field)। আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন যে চৌম্বক পদার্থের আণবিক বা পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামক বর্তমান। এই চৌম্বক ভ্রামকের জন্যই আভ্যন্তরীণ চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়। এই ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য সূচক রাশিকে বলে চৌম্বক আবেশ ভেক্টর $\vec{B}$.

আবার চৌম্বক পদার্থের মধ্যে বহিস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য সূচক রাশি হল চৌম্বক আবেশ ভেক্টর $\vec{B}_0$. অতএব চৌম্বক পদার্থের মধ্যে লব্ধি চৌম্বক ক্ষেত্রের আবেশ ভেক্টর $\vec{B}$ হবে এই দুই আবেশ ভেক্টর $\vec{B}_0$ এবং $\vec{B}_i$ এর লব্ধি।

$$\therefore \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_i$$

কিন্তু শূন্য মাধ্যমে $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$, যেখানে $\vec{H}$ হল স্থূল প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য। এবং যেসব মাধ্যম অয়স্ চৌম্বক পদার্থ নয় তেমন মাধ্যমে $\vec{B}_i$ হল ঐ পদার্থের চুম্বকর্ন তীব্রতা $\vec{M}$ এর সমানুপাতী। অর্থাৎ

$\vec{B}_i = \mu_0 \vec{M}$

$$\therefore \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right) \qquad .....(5{\cdot}51)$$

সমীকরণ (5·50) প্রয়োগ করে লেখা যায় $\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + X_m \vec{H}\right)$

বা $\vec{B} = \mu_0(1 + X_m)\vec{H}$ .....(5·52)

বা $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ .....(5·53)

যেখানে $\mu_r = 1 + X_m$ .....(5·54)

μ_r-কে বলে আপেক্ষিক চৌম্বক শীলতা (relative permeability), অর্থাৎ $\mu_r = \dfrac{\mu}{\mu_0}$

যেখানে μ হল মাধ্যমের চৌম্বক শীলতা এবং μ_0 হল শূন্য মাধ্যমের চৌম্বক শীলতা। অতএব,

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \qquad .....(5{\cdot}55)$$

এই হল চৌম্বক পদার্থের অভ্যন্তরে চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য বা স্থূল প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্রের সঙ্গে চৌম্বক আবেশের সম্পর্ক।

অতএব, যদি চৌম্বক পদার্থের অভ্যন্তরে অ্যাম্পিয়ারের আবর্ত সূত্র প্রয়োগ করা হয় তবে লিখতে হবে [দেখুন সমীকরণ (5·19)] ঃ

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I + \mu_0 \sum I_i \qquad .....(5{\cdot}56)$$

যেখানে $\sum I =$ স্থূল প্রবাহমাত্রা সমূহের বীজগাণিতিক সমষ্টি যারা সমাকলন বক্র C দ্বারা আবদ্ধ,

এবং $\sum I_i =$ সূক্ষ্ম প্রবাহের বীজগাণিতিক সমষ্টি যারা একই সমাকলন বক্র C দ্বারা আবদ্ধ।

কিন্তু $\sum I_i$ হল চুম্বকন তীব্রতার আবর্ত সমাকল (circulation of $\vec{M}$). অতএব,

$$\sum I_i = \oint_C \vec{M} \cdot d\vec{l} \qquad .....(5{\cdot}57)$$

কিন্তু সমীকরণ (5·51) থেকে

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \oint_C \vec{H} \cdot \vec{dl} + \mu_0 \oint \vec{M} \cdot \vec{dl}$$

অতএব (5·56) এর সঙ্গে তুলনা করে পাওয়া যায়

$$\sum I = \oint \vec{H} \cdot \vec{dl} \qquad .....(5{\cdot}58)$$

5.6.3 পরাচৌম্বকত্ব (paramagnetism) ঃ

পরাচৌম্বক পদার্থের চৌম্বকশীলতা μ-এর মান 1 থেকে সামান্য বেশি এবং μ_r এর মানও তাই খুবই ক্ষুদ্র। এই জন্য $X_m = \mu_r - 1 > 0$, অর্থাৎ ধনাত্মক এবং ক্ষুদ্র। [C.G.S-এ $\mu = \mu_r$, কারণ, $\mu_0 = 1$] কয়েকটি পরাচৌম্বক পদার্থ হলো Na, K, Rb, Cs, Mg, Al, Mn,

এবং প্রায় সর্ব প্রকারের কাচ, গ্যাসীয় ও তরল অক্সিজেন

লৌহ ঘটিত লবণের দ্রবণ ইত্যাদি।

কয়েকটি পরাচৌম্বক পদার্থের চৌম্বকশীলতা এরূপ :

পদার্থ	X_m
Mn	8×10^{-5}
তরল O_2	$2{\cdot}8\times10^{-4}$
Al	$1{\cdot}9\times10^{-6}$

দেখা যাচ্ছে পরাচৌম্বক পদার্থের চৌম্বকশীলতা খুব কম। এর অর্থ, পরাচৌম্বক পদার্থ খুবই দুর্বল চৌম্বক ধর্মী। এদের চৌম্বকত্ব চিহ্নিত করতে হলে যন্ত্রের সাহায্য দরকার। চুম্বকিত পরা চৌম্বক পদার্থের মেরুগুলি পরস্পরের উপর ক্রিয়া করে বটে তবে তা হাতে ধরে বোঝা যায় না।

পরা চৌম্বক পদার্থের চুম্বকন তীব্রতা $\vec{M}$ কোনো বহিস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে শূন্য। এবং পরা চৌম্বক পদার্থের কোনো অবশিষ্ট চৌম্বকত্ব (residual magnetism) থাকে না। অর্থাৎ চুম্বকন ক্ষেত্র সরিয়ে নিলে পরা চৌম্বকের চৌম্বকত্ব সঙ্গে সঙ্গে লুপ্ত হয়।

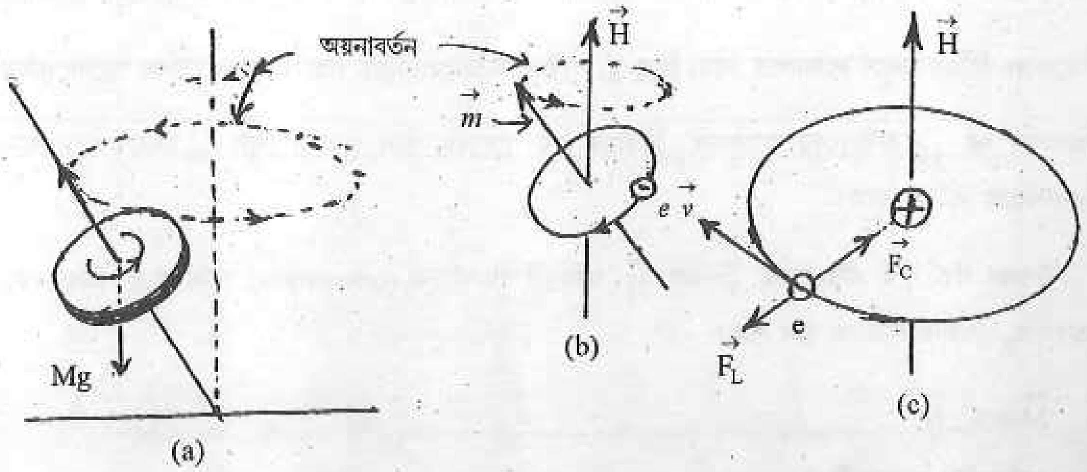
পরাচৌম্বকত্বের তত্ত্ব ঃ

চুম্বকন ক্ষেত্র $\vec{H}$-এর প্রভাবে পরাচৌম্বক পদার্থের অণুপ্রতিম চৌম্বক ভ্রামক সমূহের বিশেষ সংস্থাপনা (orientation) গ্রহণের ফলে পরাচৌম্বক ধর্মের সৃষ্টি হয়।

অণুপ্রতিম চৌম্বক ভ্রামক হল ইলেকট্রনের কক্ষীয় গতির (orbital motion) ফল। এই গতির জন্য প্রযুক্ত বহিস্থ চৌম্বক ক্ষেত্র কক্ষের সংস্থাপনার (orientation) পরিবর্তন ঘটায়। এই জন্য অণুপ্রতিম চৌম্বক ভ্রামক, [যার অবস্থান এবং কক্ষের অক্ষের অবস্থান একই (চিত্র 5·21)] $\vec{H}$-কে কেন্দ্র করে আবর্তিত হয়। ঘটনাটা উল্লম্ব অক্ষকে কেন্দ্র করে লাট্টুর অক্ষের আবর্তনের মত। লাট্টুর এই গতিকে বলে অয়নাবর্তন গতি (precessional motion)।

অভিকর্ষ-বলের প্রভাবে লাট্টুর কৌণিক ভ্রামক $\vec{L}$ উল্লম্ব অক্ষকে ঘিরে আবর্তন করে যাকে বলে লাট্টুর অয়ন আবর্তন, যা পূর্বেই বলা হয়েছে। এই প্রভাবকে বলে জাইরস্কোপী ক্রিয়া (gyroscopic effect)। ঠিক একইভাবে

চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{H}$ আণবিক চৌম্বক ভ্রামকের উপর একটি আবর্ত ভ্রামক (rotational moment) সৃষ্টি করে। এই আবর্ত ভ্রামক $\vec{N}$-কে প্রকাশ করা হয় এভাবে : $\vec{N} = \vec{m} \times \vec{H}$



চিত্র-5·21 : (a) লাট্টুর অক্ষের অয়নাবর্তন (b) চৌম্বক ভ্রামক m-এর অয়নাবর্তন

(c) ইলেকট্রনের উপর লোরেন্‌ৎস্ বল $\vec{F}_L$ এবং অভিকেন্দ্র বল $\vec{F}_C$.

$\vec{m}$ নির্ভর করে ইলেকট্রনের আধানের উপর। তাই $\vec{m}$ ঋণাত্মক এবং $\vec{m}$-এর অয়ণ আবর্তন ঘটবে চিত্র-5·21 (*b*)-এ যেরূপ দেখানো হয়েছে। যদি ইলেকট্রন ঘড়ি কাটার বিপরীত দিকে আবর্তন করে তবে $\vec{m}$ এর অভিমুখ বিপরীত হবে [$\vec{m} = \frac{e}{2}\left(\vec{r} \times \vec{V}\right)$, যেখানে r কক্ষের ব্যাসার্ধ।]। $\vec{m}$ এবং $\vec{H}$-এর মধ্যবর্তী কোণ অপরিবর্তিত থাকে।

লক্ষ করুন অয়ন গতির দিক এবং ইলেকট্রনের গতির দিক পরস্পর বিপরীত [চিত্র 5·21 (b)]। ফলে ইলেকট্রনের গতি এবং অত:পর অণু প্রবাহমাত্রা কিছুটা হ্রাস পায়। এর অর্থ $e\vec{V} = \vec{I}$ হ্রাস পাওয়ায় $\vec{m}$-ও হ্রাস পায়। অপর দিকে যদি ইলেকট্রন বিপরীত দিকে আবর্তন করত তবে $\vec{m}$ এর দিক বিপরীত হতো এবং মানও কিছুটা বৃদ্ধি পেতো। প্রমাণ করা যায় যে অয়নাবর্তের কম্পাংক হবে $\omega_L = \frac{eH}{2m_e}$

যেখানে m_e হলে ইলেকট্রনের ভর। ω_L কে বলে লারমর্ কম্পাংক (Larmor frequency)।

একটা প্রশ্নের উত্তর এখনও জানা যায়নি। $\vec{m}$ কীভাবে তার সংস্থাপনা (orientation) অর্জন করে যখন $\vec{H}$ প্রযুক্ত হয়? ইলেকট্রনগুলির মধ্যে সংঘর্ষ বা পারস্পরিক ক্রিয়া সংঘটিত হয় যাতে বিভিন্ন পরমাণুর $\vec{m}$ গুলি নিজেদের বিভিন্ন কোণে সংস্থাপিত করে। কিন্তু $\vec{m}$ গুলির অভিমুখ ছড়িয়ে পড়লে তাদের বেশির ভাগের চূড়ান্ত অবস্থান হয় $\vec{H}$ অভিমুখের কাছাকাছি। দ্বিতীয়ত এই সংঘর্ষের ফলে অন্যান্য দিকে $\vec{m}$ সমূহের অবস্থান পরস্পরকে বাতিল করে।

উষ্ণতা যত বৃদ্ধি পায় ততই $\vec{m}$-এর $\vec{H}$ অভিমুখী সংস্থাপনা (orientation) দুর্বল হতে থাকে এবং, অত:পর, চুম্বকন তীব্রতাও হ্রাস পায়।

$$\vec{M} = X_m \vec{H}$$

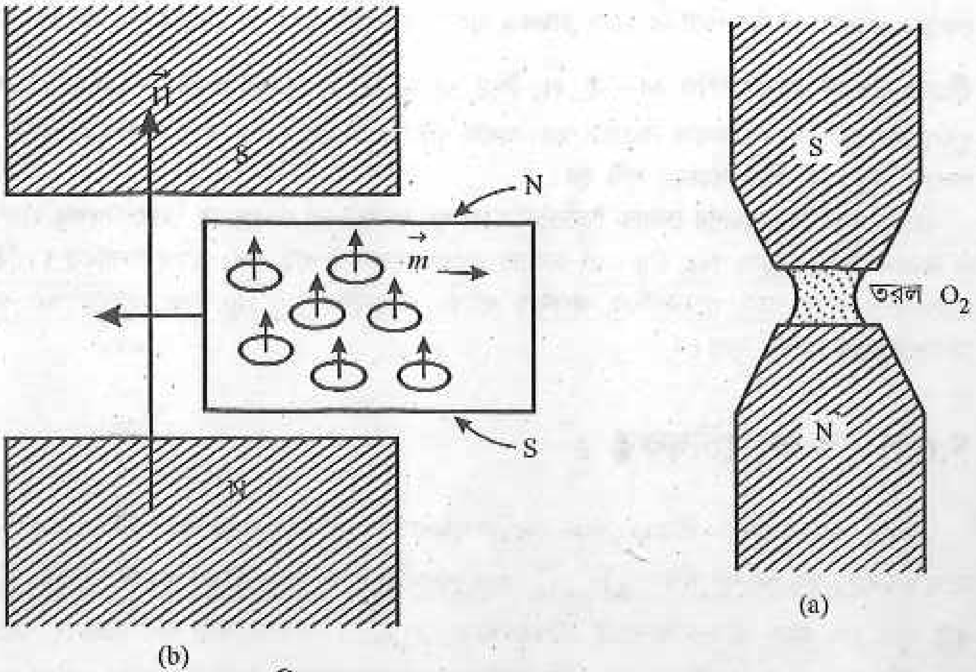
এবং কুরির সূত্রানুযায়ী (Curie law)

$$X_m = \frac{\text{ধ্রুবক}}{T}$$

যেখানে T হলো উষ্ণতা, এই জন্য উষ্ণতা বৃদ্ধিতে $\vec{M}$ হ্রাস পায়।

পরাচুম্বকের মেরু ঃ

শক্তিশালী চুম্বকের দুই মেরুর মধ্যে যদি তরল অক্সিজেন স্থাপন করা যায় দেখা যায় মেরুদ্বয় ঐ তরল অক্সিজেনের দ্বারা যুক্ত হয়েছে। এটা হতে পারে যদি চুম্বকের N মেরুর নিকট প্রান্তে তরল অক্সিজেনের S মেরু উৎপন্ন হয় এবং চুম্বকের S মেরুর নিকট অক্সিজেনের N মেরু উৎপন্ন হয় (চিত্র-5·22 (a))। দেখা যায়, যে-দুটি মেরুদ্বারা $\vec{H}$ ক্ষেত্র উৎপাদিত হচ্ছে [মনে রাখা দরকার, অসমসত্ত্ব চৌম্বক মাধ্যমের সীমানা তলে $\vec{H}$ এর উৎস থাকে, $\vec{H}$ কেবলমাত্র স্থূল প্রবাহের জন্য উৎপাদিত হয় না ঃ স্থূল প্রবাহ $\vec{H}$ এর কার্ল, অসমসত্ত্ব চৌম্বক মাধ্যমের সীমানা তল হল $\vec{H}$ এর উৎস।] তাদের মধ্যবর্তী অঞ্চলে পরাচৌম্বক পদার্থ আকর্ষিত হয়। এটা হতে পারে যদি নিকটতম প্রান্তে বিপরীত মেরু সৃষ্টি হয় [চিত্র-5·22(b)]।



চিত্র-5·22 পরা চুম্বকের মেরু

মন্তব্য ঃ পরাচৌম্বকশীলতা

আপনারা জেনেছেন পরাচৌম্বকশীলতা $X_m > 0$. এই চৌম্বক শীলতা সৃষ্টি হয় তিনটি কারণে :

(1) পরিবহণ ইলেকট্রনের গতির জন্য

(2) পারমাণবিক খোলকের (atomic shell) ইলেকট্রনের গতির জন্য

(3) উভয় প্রকার ইলেকট্রনের অয়নাবর্তনের (spin) জন্য।

অধিকন্তু, পরমাণুর নিউক্লিয়াসের অয়নাবর্তনের জন্যও কিছুটা চৌম্বকশীলতা সৃষ্টি হয়, কিন্তু এর চৌম্বক ভ্রামক ইলেকট্রনের চৌম্বক ভ্রামকের তুলনায় সহস্রাংশেরও কম।

কোনো কোনো ক্ষেত্রে দেখা যায় কক্ষীয় ইলেকট্রনের মোট চৌম্বক ভ্রামক শূন্য। যেসব পারমাণবিক খোলক ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ তাদের ক্ষেত্রে এটা দেখা যায়। এদের পরা চৌম্বক ধর্ম থাকে না, থাকে তিরশ্চৌম্বক ধর্ম।

5.6.4 তিরশ্চৌম্বকত্ব ঃ

সকল বস্তুরই তিরশ্চৌম্বকত্ব আছে। কিন্তু পরাচৌম্বকত্বের অধিকতর প্রভাবে থাকা বস্তুতে তিরশ্চৌম্বকত্ব লক্ষিত হয় না। যাদের চৌম্বক শীলতা $X_m < 0$ তাদের বলা হয় তিরশ্চৌম্বক পদার্থ। এর অর্থ, যে-চুম্বকন

ক্ষেত্রের প্রভাবে এই সব পদার্থের মধ্যে চৌম্বকত্ব প্রকাশ পায় সেই ক্ষেত্র $\vec{H}$ এর বিরুধে এই সব পদার্থে চুম্বকন তীব্রতা সৃষ্টি হয়। অর্থাৎ যদিও $\vec{M} = X_m \vec{H}$, কিন্তু $\vec{M}$ হল $\vec{H}$ এর বিপরীতমুখী। এই জন্য তিরশ্চৌম্বক পদার্থ দুর্বলভাবে চৌম্বক ক্ষেত্র কর্তৃক বিকর্ষিত হয়। অর্থাৎ দুটি চৌম্বকমেরু কর্তৃক স্থাপিত চৌম্বক ক্ষেত্রে তিরশ্চৌম্বক পদার্থে নিকটতম প্রান্তে সমমেরু সৃষ্টি হয়।

যেসব পদার্থের পরমাণুর খোলক ইলেকট্রন দ্বারা পূর্ণ থাকে তারা কেবলমাত্র তিরশ্চৌম্বকত্ব ধারণ করে। He ও অন্যান্য নিষ্ক্রিয় গ্যাস, Na, Cn এবং অন্যান্য একক যোজ্যতার ধাতু এবং একক আয়নিত Li তিরশ্চৌম্বকত্ব ধারণ করে যখন তারা পারমাণবিক অবস্থায় থাকে। এতদ্ব্যতীত Bi, Hg, জল, হাইড্রোজেন অণু প্রভৃতিও তিরশ্চৌম্বকত্ব প্রদর্শন করে।

5.6.5 অয়স্ চৌম্বকত্ব ঃ

যে সব পদার্থের চুম্বকন তীব্রতা চুম্বকন ক্ষেত্রের তুলনায় বহুগুণ বেশি (হতে পারে হাজার হাজার গুণ) তাদের বলে অয়স্‌শ্চৌম্বক পদার্থ। অর্থাৎ $\vec{M} >> \vec{H}$, হলে পদার্থকে বলে অয়স্ চৌম্বক পদার্থ। যেহেতু $\vec{M} = X_m \vec{H}$, তাই বলা যায় অয়স্ চৌম্বক পদার্থের চৌম্বকশীলতা $X_m >> 1$. এখানে তাই বলা চলে যে পরাচৌম্বকত্ব ও তিরশ্চৌম্বকত্ব হল দুর্বল চৌম্বক ধর্ম। এই জন্য সাধারণভাবে আমরা দৈনন্দিন জীবনে কেবল অয়স্ চৌম্বক পদার্থকেই চৌম্বক পদার্থ বলে জানি। যেমন লোহা ও ইস্পাত।

পরাচৌম্বক পদার্থকে অত্যন্ত শক্তিশালী চৌম্বক ক্ষেত্রে রেখে খুবই জোরাল ভাবে চুম্বকিত করা যায়। কিন্তু এই সব পদার্থের ক্ষেত্রে তাপীয় গতি জাত শক্তি (বলা যায় তাপীয় শক্তি) চুম্বকিত করার শক্তির তুলনায় অনেক বেশি বলে নিয়ত পরমাণবিক চৌম্বক ভ্রামকের অভিমুখ বিক্ষিপ্ত হয়। উদাহরণ স্বরূপ, 10^4 Oe তড়িৎ ক্ষেত্রে প্রতিটি পরমাণুর চৌম্বক ভ্রামক 10^{-16} erg শক্তি মাত্র অর্জন করে। কিন্তু যদি উষ্ণতা হয় মাত্র $10^0 k$, তাহলে তাপীয় শক্তি kT হয় ঐ শক্তির 15 গুণেরও বেশি। তাই তাপীয় গতি চৌম্বক ভ্রামকের সংস্থাপনা (orientation) সহজে ভেঙে দেয়।

কোনো ভাবে যদি তাপীয় শক্তি কর্তৃক চৌম্বক ভ্রামকের সংস্থাপনা ভাঙ্গার কাজ আটকানো যায় তবে কোনো পরাচৌম্বক পদার্থের চুম্বকন তীব্রতা অয়স্‌চৌম্বক পদার্থের চুম্বকন তীব্রতার মতই শক্তিশালী করা যায়।

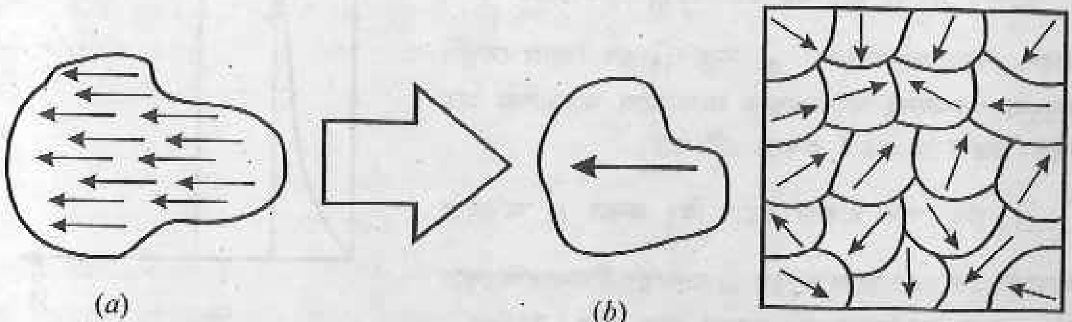
দেখা যায় বাইরের প্রযুক্ত চুম্বকন ক্ষেত্র $\vec{H}$-কে প্রত্যাহার করলে অয়স্ চৌম্বক পদার্থের চৌম্বকত্ব সম্পূর্ণ বিলুপ্ত হয় না। বরং তা একটি স্থায়ী চুম্বকে পরিণত হয়। এ থেকে বলা যায় যে তাপীয় শক্তির দ্বারা অণুর বা পরমাণুর চৌম্বক ভ্রামকদের বিক্ষিপ্ত করার বিরুধে একটি ব্যবস্থা রয়েছে অয়স্ চৌম্বক পদার্থের মধ্যে।

যেসব মাধ্যমের অণু বা পরমাণুর চৌম্বক ভ্রামককে বিশেষ দিকে শ্রেণিবধ করতে (alignment) এবং শ্রেণি বধ অবস্থায় ধরে রাখতে বাইরে থেকে চৌম্বক ক্ষেত্র আরোপ করতে হয় তাদের বলে সরল বা রৈখিক মাধ্যম (linear media)। অণুপ্রতিম চৌম্বক ভ্রামককে শ্রেণিবধ করাই হল চুম্বকন করণ (magnetization)। দেখা যাচ্ছে যে অয়স্ চৌম্বক পদার্থের চুম্বকন ধরে রাখতে বহিস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রয়োজন নেই। তাই একে বলে জটিল বা অরৈখিক মাধ্যম (nonlinear media)।

আপনারা জানেন যে পারমাণবিক খোলকে (shell) যে ইলেকট্রনগুলি থাকে তাদের দুটি অবস্থা আছে ঃ অয়নাবর্তের দুটি বিপরীত অভিমুখ (two opposite directions of spins)। জোড়ায় জোড়ায় ইলেকট্রন থাকে খোলকে যাদের অয়নাবর্ত বিপরীত। এদের বলে যুগ্ম ইলেকট্রন। যদি এরূপ জোড়ার অতিরিক্ত কোনো ইলেকট্রন থাকে তাকে বলে অযুগ্ম (unpaired) ইলেকট্রন।

পরাচৌম্বকত্বের অন্তরালে যেমন আছে এমনি সব অযুগ্ম ইলেকট্রনের অয়নাবর্ত জাত চৌম্বক ভ্রামক তেমনি আছে অয়স্ চৌকত্বের ক্ষেত্রেও। কিন্তু অয়স্ চৌম্বকত্বের ক্ষেত্রে যে বৈশিষ্ট্যটি বর্তমান তা হলো পরস্পরের উপর পারিপার্শ্বিক চৌম্বক ভ্রামকের প্রভাব। অয়স্ চুম্বকে পারিপার্শ্বিক চৌম্বক ভ্রামক গুলির একই অভিমুখে থাকার প্রবণতা বর্তমান। এর কারণ ব্যাখ্যা করতে কোয়ান্টাম বলবিদ্যার প্রয়োজন। কিন্তু সেই ব্যাখ্যা থেকে আমরা কেবল প্রতিপাদ্যকেই গ্রহণ করব। দেখা যায় অতিক্ষুদ্র একটুকরো লোহায় প্রায় সমস্ত অযুগ্ম পারমাণবিক চৌম্বক ভ্রামক পরস্পর সমান্তরালে অবস্থান করে (চিত্র-5·23 (a))। এরূপ ঘটে কেলাস-স্থিত প্রতিবেশি পরমাণুর সঙ্গে পারস্পরিক ক্রিয়ায়। কোয়ান্টাম তত্ত্বানুসারে সমান্তরাল অবস্থানে থাকলে চৌম্বক ভ্রামকের শক্তি হবে নিম্নতম যা স্থিতিশীলতার শর্ত। কিন্তু সমান্তরাল চৌম্বক ভ্রামকের সংখ্যা বৃদ্ধি আবার শক্তি বৃদ্ধি ঘটায়, ফলে স্থিতিশীলতা নষ্ট হয়। অতএব স্থিতিশীলতার জন্য চৌম্বক ভ্রামকের সমান্তরাল হওয়ার এক একটি সীমিত অঞ্চল কেবল সম্ভব। এইরূপ সীমিত অঞ্চলকে বলে চৌম্বক অণু-অঞ্চল, বা ডোমেন (magnetic domains) (চিত্র 5·23 (b))। এক একটি অণু-অঞ্চল বা ডোমেনে চৌম্বক ভ্রামক সমূহ পরস্পর সমান্তরাল, কিন্তু বিভিন্ন ডোমেনের চৌম্বক ভ্রামকের অভিমুখ বিভিন্ন (চিত্র 5·23 (c))

কোনো অয়স্ চৌম্বক পদার্থ খণ্ডে থাকে বহুসংখ্যক অণু-অঞ্চল যারা বিশৃঙ্খলভাবে সংস্থাপিত। আর এজন্যই চুম্বকন তীব্রতা প্রশমিত হওয়ায় অয়স চৌম্বক পদার্থ খণ্ড চৌম্বক ধর্ম প্রদর্শন করে না। তা হলে অয়স চৌম্বক কীভাবে স্থায়ী চৌম্বক ধর্ম অর্জন করে?



চিত্র-5·23 চৌম্বক অণু-অঞ্চল (domains)

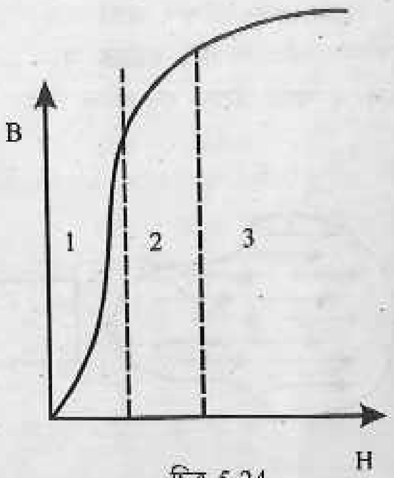
যখন একটি অয়সশ্চৌম্বক পদার্থ খণ্ডকে কোনো বহিস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রে $\left(\vec{H}\right)$ স্থাপন করা হবে তখন প্রতিটি অণু-প্রতিম চৌম্বক ভ্রামকের $\left(\vec{m}\right)$ উপর একটি টর্ক $\vec{N} = \vec{m} \times \vec{H}$ প্রযুক্ত হবে। এই টর্ক $\vec{m}$-কে $\vec{H}$-এর দিকে

ঘুরিয়ে আনতে চেষ্টা করে। কিন্তু যেহেতু $\vec{m}$ সমূহ তাদের নিজেদের অভিমুখে থাকতে চায় (সেটাই তাদের স্থিতিশীলতার শর্ত) তাই তারা টর্ক $\vec{N}$ এর প্রচেষ্টাকে রুখে করে। তবে কোনো ডোমেনের পরিসীমাতে অণু ভ্রামকের অভিমুখিতা এক না থাকায় তাদের বাধা দানের সক্ষমতা হ্রাস পায়। এই অবস্থায় যে সব $\vec{m}$-এর অভিমুখ $\vec{H}$ অভিমুখের প্রায় সমান্তরাল সেগুলি $\vec{H}$ অভিমুখে ঘুরে যায় এবং ঐ অণু-অঞ্চলটির চুম্বকনে সংপৃক্তি ঘটে (magnetized to saturation)। প্রতিবেশি অণু-অঞ্চলের উপর এর প্রভাব পড়ে। এই ভাবে প্রতিবেশি ডোমেন গুলি ও $\vec{H}$ অভিমুখে ঘুরে যেতে থাকে। কার্যত অণু-অঞ্চলের সীমানারও পুনর্বিন্যাস ও বিস্তৃতি ঘটে এই চুম্বকন প্রক্রিয়ায়।

এই অবস্থায় বহিস্থ ক্ষেত্র প্রত্যাহৃত হলে কী হতে পারে? অণুঅঞ্চলের সীমানা পরিবর্তনের ঘটনাটি পুরোপুরি উৎক্রমণীয় (reversible) নয়। $\vec{H}$ প্রত্যাহৃত হলে কিছু সংখ্যক অণু অঞ্চল তাদের পুরানো বিশৃঙ্খল সংস্থাপনায় (random orientation) ফিরে আসবে। কিন্তু অধিকাংশ ডোমেন পুনর্বিন্যস্থ সীমানায় আটকে থাকবে। এরই ফলে সৃষ্টি হবে স্থায়ী চুম্বক।

$\vec{H}$ এর পরিবর্তনের সঙ্গে চুম্বকনের পরিবর্তনটি কীভাবে ঘটে সেটা লক্ষ করা যেতে পারে। আপনারা জানেন $\vec{B} = \vec{H} + \vec{M}$.

যতক্ষণ $\vec{H}$ খুব তীব্র নয় ততক্ষণ $\vec{M}$ বৃদ্ধি পেতে থাকে। কারণ, যেসব অণু-অঞ্চলের $\vec{m}$ সমূহ $\vec{H}$-এর বিরুদ্ধে সেগুলি অনুকুল অবস্থানের অণু-অঞ্চলের সংখ্যাধিক্যে অপ্রাসঙ্গিক হয়ে পড়ে। চিত্র 5·24 এর 1 অঞ্চলে এটি ঘটে।



চিত্র-5·24

$\vec{H}$ বৃদ্ধি পেতে থাকলে আরো কিছু অঞ্চল $\vec{H}$ অভিমুখে আবর্তিত হবে। এর সঙ্গে অনুকুল $\vec{m}$ অঞ্চলের সীমানা বৃদ্ধি পেতে থাকে অন্যান্য অঞ্চলের অধি গ্রহণের ফলে। চিত্র-5·24 এর 2 অঞ্চল হল এটি।

$\vec{H}$ আরো বৃদ্ধি পেলে তাপীয় গতির ফলে বিরূপ $\vec{m}$ অঞ্চলের অয়নাবর্ত চৌম্বক ভ্রামক তাদের সংস্থাপনার অভিমুখ $\vec{H}$ ক্ষেত্রের অনুকুলে নিয়ে আসে। এটি চিত্রে 3 অঞ্চলে ঘটে।

ডোমেন সীমানার স্থানান্তর ও ঘূর্ণনের ফলে কেলাসের ছকের (crystal lattice) বিকৃতি (strained) ঘটে

এবং উষ্ণতার বৃদ্ধি ঘটে। উষ্ণতা বৃদ্ধিতে অয়স্ চৌম্বকের মেরুর উৎক্রমণ ঘটাতে পারে। এ ছাড়াও চুম্বকন ও হ্রাস পায় উষ্ণতা বৃদ্ধিতে [তাপীয় গতিতে বিশৃঙ্খলা বৃদ্ধি পাওয়ায়]। ফলে অনেক অয়স্ চৌম্বক পদার্থ উচ্চতর উষ্ণতায় পরাচৌম্বক পদার্থে পরিণত হয়। যদিও Fe, Co, Ni প্রভৃতির মত অধিকাংশ অয়স্ চৌম্বক পদার্থ তাপ প্রতিরোধী।

ক্যুরি বিন্দু (The Currie Point) :

একটি বিশেষ উষ্ণতায় অয়স্ চৌম্বকত্বের জন্য অণু চৌম্বক ভ্রামকের শৃঙ্খলা নষ্ট হয়ে যায় এবং পরাচৌম্বকত্ব সৃষ্টি হয়। এই উষ্ণতাকে বলে ক্যুরি বিন্দু বা ক্যুরি উষ্ণতা। এমন কি কোনো বিশেষ অণু-অঞ্চলের চৌম্বক ভ্রামক গুলি ও বিশৃঙ্খল হয়ে পড়ে। ক্যুরি বিন্দুর সঙ্গে স্ফুটনাংক বা গলনাংকের একটা মিল দেখতে পাওয়া যায়। কোনো পদার্থ কঠিন থেকে তরলে বা তরল থেকে বাষ্পীয় অবস্থায় পরিণত হয় কেবল বিশেষ উষ্ণতায়, এমন নয় যে উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে গলনের হার বা বাষ্পীভবনের হার বৃদ্ধি পায়। ঠিক তেমনিই, একটি বিশেষ উষ্ণতাতেই অয়স্ চৌম্বক পদার্থ পরা চৌম্বক-ধর্ম অর্জন করে।

কোনো নির্দিষ্ট উষ্ণতায় পদার্থের ধর্মের আকস্মিক পরিবর্তনকে পরিসংখ্যান বলবিদ্যায় বলা হয় দশান্তর (phase transitions)। তাই ক্যুরি বিন্দুতে অয়স্চৌম্বক পদার্থের দশান্তর ঘটে।

লোহার ক্যুরিবিন্দু $\alpha = 1043^{\circ}K$ এবং Ni এর $\alpha = 631^{\circ}K$. লোহার উষ্ণতা $1043^{\circ}K$ বা, একই কথা, $770^{\circ}C$ হলে লোহা হয় পরাচৌম্বক ধর্মী। যেসব পদার্থ উষ্ণতা অধিক হওয়ার জন্য অয়স্ চৌম্বক থেকে পরাচৌম্বকের ধর্ম গ্রহণ করে তাদের চৌম্বকশীলতার নিয়মটি হল এরূপ

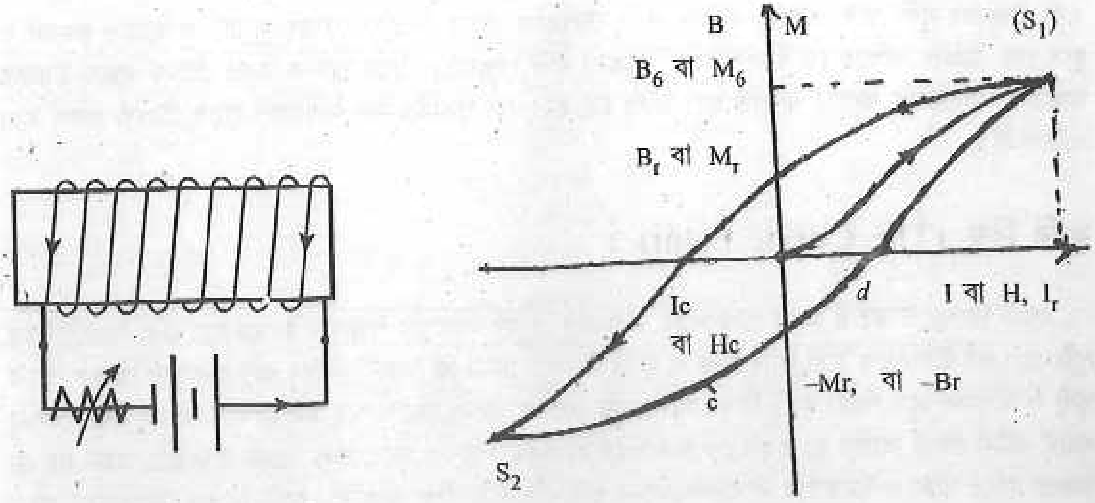
$$X_m = \frac{\text{ধ্রুবক}}{T-\alpha}$$

যেখানে পদার্থের উষ্ণতা T ক্যুরি বিন্দু α-এর খুব কাছাকাছি নয়।

ক্যুরি বিন্দুর নীচে উষ্ণতা এলে পুনরায় অয়স্ চৌম্বক পদার্থ তার অয়স্ চৌম্বক-ধর্ম ফিরে পায়, ফিরে আসে অণু-অঞ্চল যার চৌম্বক ভ্রামকের শৃঙ্খলা সংপৃক্ত অবস্থায় থাকে। যদি উষ্ণতা থাকে ঘরের উষ্ণতায় তবে দীর্ঘদিন একটি অয়স্ চুম্বক তার চৌম্বকত্ব ধরে রাখতে পারে। চৌম্বকত্বের কারণটি হলো অণু-অঞ্চলের সীমানার প্রসার। এই প্রসারতা বাধা প্রাপ্ত হয় অয়স্চৌম্বকের কেলাসের নানাবিধ বিঘ্ন ঘটায়। এই জন্য কালক্রমে একটি অয়স্ চুম্বক তার চৌম্বকত্ব হারাতে থাকে। তাপ সঞ্চার ও আঘাত জনিত কম্পনে এই প্রক্রিয়া ত্বরান্বিত হয়।

5.6.6 অয়স্ চুম্বকে B এবং H বিলম্বন চক্র (hysteresis loop) :

ইতিপূর্বে আপনারা জেনেছেন যে চুম্বকন ক্ষেত্র $\vec{H}$ এর পরিবর্তনে $\vec{M}$ এর পরিবর্তন ঘটলেও এই পরিবর্তন উৎক্রমণীয় নয়। অর্থাৎ $\vec{H}$ এর বৃদ্ধির ফলে $\vec{M}$ এর বৃদ্ধি যে বক্র (অথবা পথ) ধরে অগ্রসর হয়, $\vec{H}$ এর হ্রাসের ফলে $\vec{M}$ এর হ্রাস সেই একই পথ ধরে ঘটে না। কার্যক্ষেত্রে $\vec{B}$ বা $\vec{M}$ এর সঙ্গে $\vec{H}$ এর সম্পর্কটা নির্ণয় করার জন্য একটি পরীক্ষা নিষ্পন্ন করা যেতে পারে।



(a) (b)

চিত্র-5·25 বিলম্বন

একটি বেলনাকার লোহার দণ্ডকে অন্তরিত তার দিয়ে পেঁচিয়ে একটি সলিনয়ড্ তৈরি করে তাতে তড়িৎ প্রবাহ প্রেরণ করলে দণ্ডটি ক্ষণস্থায়ী চুম্বকে পরিণত হবে। প্রবাহের অভিমুখ পরিবর্তন করলে ক্ষণস্থায়ী দণ্ড চুম্বকের মেরুরও পরিবর্তন ঘটবে (চিত্র-5·25 (a))।

প্রবাহমাত্রা I বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে অণু-অঞ্চল সীমানা বৃদ্ধি পেতে থাকে, বৃদ্ধি পেতে থাকে চুম্বকন তীব্রতা $\vec{M}$ এবং একসময় $\vec{M}$ সর্বোচ্চ মান অর্জন করে। তখন I আরো বৃদ্ধি করলেও $\vec{M}$-এর মান অপরিবর্তিত থাকে। একে বলে চুম্বকন সংপৃক্তি (magnetising saturation)। এই অবস্থায় সমস্ত অণু চৌম্বক ভ্রামক শ্রেণি বদ্ধ হয় (aligned)। লেখ চিত্রে $\left|\vec{I}\right|$ ও $\left|\vec{M}\right|$ এর পরিবর্তনের সম্পর্কটিও বক্র দ্বারা প্রদর্শিত হলো [চিত্র 5·25 (b)]।

S_1 হলো এই সংপৃক্তি বিন্দু যার $\left|\vec{M}\right| = M_s$ এবং সংশ্লিষ্ট $I \geq I_s$.

আপনারা জানেন $\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right)$. $\vec{B}$ ক্ষেত্রের যে-কোনো বিন্দুতে $\vec{B}, \vec{H}$ এবং $\vec{M}$ সমমুখী। অতএব B = H+M. এবং $M = XH$. অতএব $B = \mu H$, $\mu = (1 + X)\mu_0$. আবার সমীকরণ (5·57) এবং (5·58) থেকে জানা যায় $M \infty \sum I$, এবং $H \infty \sum I$ অতএব $B \infty \sum I$.

অতএব I Vs M-এর লেখ থেকে যথোপযুক্ত গুণক দ্বারা গুণ করে B ও H পাওয়া যায়।

এবার যদি $I = I_s$ থেকে I হ্রাস করা হতে থাকে তবে M এর মান এমন হবে না যাতে a বক্র পথে M ক্রমাগত হ্রাস পেয়ে এক সময় M=0 হবে। দেখা যাবে I বনাম M এর লেখ b বক্র অণুসরণ করছে। এবং যখন I=0 তখন $M \neq 0$, বরং $M=M_r$ পাওয়া যায়। M_r হলো অবশিষ্ট চুম্বকন (residual magnetization)। এ থেকে স্পষ্টতই সিধান্ত নেওয়া যায় যে অয়স্ চৌম্বক পদার্থের উপর থেকে চৌম্বক ক্ষেত্র (I যে-চৌম্বক ক্ষেত্র H উৎপন্ন করে) প্রত্যাহার করলে (I = 0) সমস্ত অণু অঞ্চল আবার বিশৃঙ্খলায় ফিরে যায় না (অন্তত সাময়িক ভাবে হলেও)। এই অবস্থায় লৌহ দণ্ডটি একটি স্থায়ী চুম্বকে পরিণত হল।

এবার যদি প্রবাহের অভিমুখ বিপরীত করা হয় (লেখের ক্ষেত্রে ঋণাত্মক করা হয়) তবে M আবার হ্রাস পাবে এবং $I = I_c$-তে M = 0 হবে। বলা যেতে পারে I_c প্রবাহ প্রেরণ করে যে সংশ্লিষ্ট চৌম্বক প্রাবল্য H_c উৎপন্ন করা হয়েছে তার সাহায্যে জবরদস্তি চুম্বকন তীব্রতা M কে নিঃশেষ করা হয়েছে। তাই I বা H অক্ষের উপর অবস্থিত $I=I_c$ বা $H=H_c$ বিন্দুটিকে বলে নিগ্রহ বল (coersive force)। এই অবস্থায় অয়স চৌম্বক পদার্থের মধ্যে $B = \mu H_c$

$|I| > |I_c|$ করতে থাকলে আবার $\vec{M}$ পাওয়া যাবে, কিন্তু এবার $\vec{M}$ হবে বিপরীত মুখী (পরীক্ষাকালীন গ্যালভানোমিটারে বিপরীত দিকে বিক্ষেপ ঘটবে)। I আরো ঋণাত্মক করলে একসময় $|\vec{M}|$ হবে বিপরীত দিকে সর্বোচ্চ। অর্থাৎ লেখ চিত্রে দ্বিতীয় সংপৃক্তি বিন্দু S_2 পাওয়া যাবে। এর অর্থ, অয়স চৌম্বক পদার্থের মধ্যে সমস্ত অণু-চৌম্বক ভ্রামক বিপরীত দিকে ঘুরে গেছে। এই অবস্থায় I=0 হলে $M = -M_r$ হবে। $-I_s$ থেকে I=0 পর্যন্ত যে লেখ পাওয়া যাবে সেটা c বক্র অণুসরণ করবে।

আবার I কে ঋনাত্মক দিকে বৃধি করতে থাকলে M বৃধি পেয়ে M=0 হবে *d* বিন্দুতে এবং অত:পর আবার $I=I_s$ হলে M সংপৃক্তি মান M_s অর্জন করবে।

চুম্বকন প্রবাহ I এবং চুম্বকন তীব্রতা M এর লেখচিত্রের এই আবর্তন লেখটিকে বলে বিলম্বন চক্র (hysteretis loop)। কিন্তু এই লেখ বাস্তবে অংকন করা হয় B ও H-এর সংশ্লিষ্ট মানের উপস্থাপন (pointing) দ্বারা। তাই বলা যায় B–H লেখ চক্রকে বলে বিলম্বন চক্র।

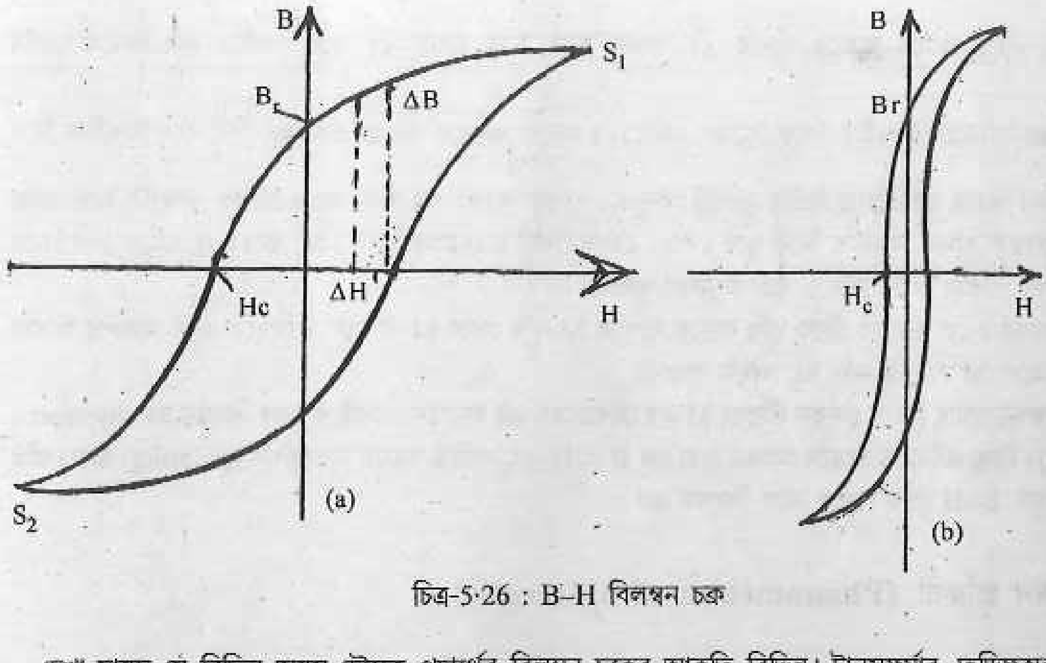
বিলম্বন প্রক্রিয়া (Phenemenon of hysteresis) ঃ

কোনো বস্তুর উপর পুন:পুন বিকৃতি সাধক বল (deforming force) প্রয়োগ করা হলে বা আবর্তক পধতিতে (cyclic process) বল প্রয়োগ করা হলে তার অভ্যন্তরে একটি আভ্যন্তরীণ ঘর্ষণ বলের উদ্ভব হয় যাকে বলে বিলম্বন (hysteresis)

চৌম্বক বিলম্বন (অয়স চৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে) বলতে বুঝায় চুম্বকন ক্ষেত্র প্রাবল্য $\vec{H}$ এর পরিবর্তনের সঙ্গে চৌম্বক আবেশ $\vec{B}$ এর পরিবর্তনের পিছিয়ে পড়ার (lagging behind) ঘটনা। অর্থাৎ $\vec{B}$ এর পরিবর্তন $\vec{H}$ এর

পরিবর্তনের সঙ্গে পাল্লা দিতে পিছিয়ে পড়ে। অর্থাৎ $\vec{B}$ এর পরিবর্তন বিলম্বিত হয় বলে একে বলে বিলম্বন-হিস্টারিসাস (hysteresis) (গ্রীক শব্দ, অর্থ-বিলম্ব হওয়া, পিছিয়ে পড়া, ঘাটতি হওয়া ইত্যাদি) বা ঘাটতিও বলা যায়।

চুম্বকিত করণ ও চৌম্বক উৎক্রমণের (reversal) ফল হল বিলম্বন। বহিস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রভাবে চৌম্বক অণু অঞ্চলের সীমানার যে পরিবর্তন ঘটে সেটা ঘটে $\vec{H}$ কর্তৃক বিকৃতি সাধক বল প্রয়োগ করে। এর ফলে চৌম্বক পদার্থের মধ্যে একটি ঘর্ষণ বলের উদ্ভব হয় যার ফলে $\vec{H}$ প্রত্যাহারে অণু-অঞ্চলের সীমানা সার্বিক ভাবে পুনরুদ্ধার হয় না। ঐ ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে বিপরীত দিকে $\vec{H}$ প্রয়োগ করে তবেই চৌম্বক পদার্থের অণু অঞ্চলের সীমানাকে পুনস্থাপিত করা যায়। যে বল প্রয়োগ করে চুম্বকিত অয়স্ চৌম্বক পদার্থের $\vec{B}$-কে শূন্য করা হয় তাকে বলে নিগ্রহ বল। চিত্র 5·26-এ H–B বিলম্বন চক্র দেখানো হল।



চিত্র-5·26 : B–H বিলম্বন চক্র

দেখা যাচ্ছে যে বিভিন্ন অয়স চৌম্বক পদার্থের বিলম্বন চক্রের আকৃতি বিভিন্ন। ট্রান্সফর্মার, তড়িচ্চুম্বক বা অন্যান্য যন্ত্রপাতিতে তথাকথিত নরম-চৌম্বক (soft-magnetic) পদার্থ ব্যবহার করা হয়। এইসব পদার্থের বিলম্বন চক্র হয় খুবই সরু (narrow) [চিত্র-5·2 6–(b)]। এরূপ ক্ষেত্রে নিগ্রহ বল খুবই কম। ফলে পুনর্চুম্বকনে কম শক্তি ক্ষয় হয় এবং অতঃপর কম তাপ উৎপন্ন হবে এবং গর্ভদণ্ড (core) হিসেবে ব্যবহৃত নরম চৌম্বক পদার্থ গলে যায় না। বিপরীতক্রমে স্থায়ী চুম্বক তৈরি করা হয় কঠিন চৌম্বক (hard-magnetic) পদার্থ দ্বারা। এই সব পদার্থের বিলম্বন চক্র চওড়া [চিত্র 5·26 (a)]। অর্থাৎ নিগ্রহ বল H_c অনেকটা বেশি। ফলে সহজে স্থায়ীচুম্বক তার চুম্বকত্ব হারায় না।

অবকলন চৌম্বক শীলতা (Differential magnetic permeability) ঃ

অবকলন চৌম্বক শীলতার গাণিতিক সংজ্ঞা এরূপ $\mu_{d} = \dfrac{\Delta B}{\Delta H}$

যা কিনা B–H লেখের কোনো বিন্দুতে নতি [চিত্র 5·26 (a)]। এই নতি পুনঃচুম্বকন প্রক্রিয়ায় এবং বিলম্বন লেখ বরাবর পরিবর্তিত হয়। কিন্তু $\mu = \dfrac{B}{H}$ এর পরিবর্তনের তুলনায় এই পরিবর্তন নগণ্য।

অনুশীলনী-5 ঃ a ব্যাসার্ধের একটি দীর্ঘ সরল পরিবাহী দণ্ডের বাইরের তল দিয়ে সুষমভাবে বণ্টিত প্রবাহমাত্রা গমন করছে, এই দণ্ডের অভ্যন্তরে ও বাইরে $\vec{B}$ ক্ষেত্র নির্ণয় করুন।

5.7 সারসংক্ষেপ ঃ

এই এককে যা আপনারা জেনেছেন তার নির্দেশক বিষয়গুলি এরূপ ঃ

- চৌম্বক আবেশ ক্ষেত্র $\vec{B}$ হল স্থূল ও সুক্ষ্ম তড়িৎ প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র।
- চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য $\vec{H}$ হল স্থূল প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্র।
- লোরেন্‌ৎস্ বল $\vec{F}_L = q\left(\vec{V}\times\vec{B}\right)$.
- তড়িৎ ক্ষেত্রে প্রবাহমাত্রার উপর বল $\vec{F}_L = \int\left(\vec{I}\times\vec{B}\right)dl$ বা $\vec{F}_L = \int\left(\vec{J}\times\vec{B}\right)$.
- বায়ো-সাভার্ৎ সূত্র ঃ $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\int\dfrac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$.
- অ্যাম্পিয়ারের আবর্তনী সূত্র ঃ $\oint\vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\sum_{i=1}^{n} I_i$.
- চৌম্বক ভেক্টর বিভব $\vec{A} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\int\dfrac{d\vec{l}}{r} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\int\dfrac{\vec{J}\,dV}{r}$
- চলকুণ্ডলী গ্যালভানোমিটারের গঠন ও কার্যনীতি
- চৌম্বক পদার্থ তিন প্রকার—পরাচৌম্বক, তির চৌম্বক ও অয়স্ চৌম্বক পদার্থ।

- চৌম্বক পদার্থে $\vec{B}$ ও $\vec{H}$ এর সম্পর্ক লেখ।
- বিলম্বন চক্র।

5.8 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি ঃ

1. একটি চৌম্বক ক্ষেত্র হল $\vec{B}=A_z\hat{k}$, যেখানে A একটি ধ্রুবক। একটি বর্গাকার কুণ্ডলির কেন্দ্রকে মূল বিন্দুতে রেখে yz-তলে স্থাপন করা হল। যদি কুণ্ডলিতে I প্রবাহ প্রেরণ করা হয় তবে কুণ্ডলির উপর মোট বল নির্ণয় করুন।

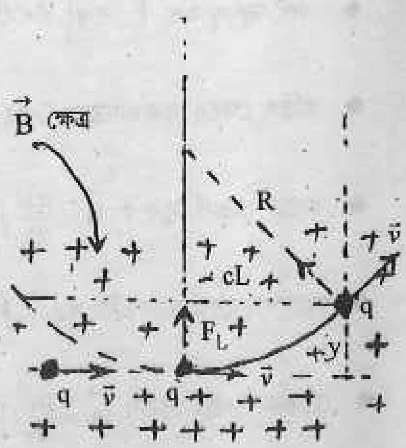
2. a ব্যাসার্ধের একটি দীর্ঘ বেলনাকৃতি পরিবাহীতে প্রবাহমাত্রা I. পরিবাহীর অভ্যন্তরে ও বাইরে চৌম্বক ক্ষেত্র নির্ণয় করুন যখন প্রবাহ ঘনত্ব অক্ষ থেকে দূরত্বের সমানুপাতী।

3. একটি বৃহৎ সমান্তরাল-পাত ধারকের দুই পাতে সুষম আধান ঘনত্ব $+\sigma$ ও $-\sigma$. যদি উভয় পাত $\vec{V}$ বেগে তাদের নিজ নিজ তলে গমন করে তবে দুই তলের অভ্যন্তরে ও বাইরে চৌম্বক ক্ষেত্র নির্ণয় করুন।

4. একটি অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়ড্-এর ব্যাসার্ধ a এবং প্রবাহমাত্রা I হলে তার অভ্যন্তরে ভেক্টর বিভব নির্ণয় করুন।

5.9 অনুশীলনীর সমাধান ও উত্তর ঃ

1. আধান q এর উপর লোরেন্‌ৎস্ বল $\vec{F}_L=q\left(\vec{V}\times\vec{B}\right)$



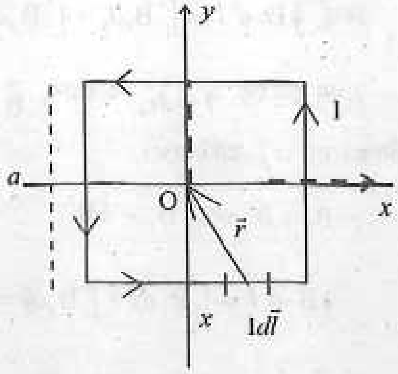
এখানে $\vec{V}\times\vec{B}$ এর অভিমুখ হবে উপরের দিকে যদি q হয় ধনাত্মক। যেহেতু আধানের সরণ y উপরের দিকে তাই q ধনাত্মক। যদি আধানের ভর হয় m, তবে ভরবেগ $\vec{p}=m\vec{v}$ $\vec{F}_L$ বল m এর উপর অভিকেন্দ্র বল রূপে সক্রিয়।

অতএব $m\dfrac{V^2}{R}=\left|\vec{F}_L\right|=qVB\ \therefore\left|m\vec{v}\right|=qBR=\left|\vec{p}\right|$

কিন্তু $(2R-y)y=d^2$, বা $R=\dfrac{d^2+y^2}{2y}$

$$\therefore\left|\vec{p}\right|=\left(\frac{d^2+y^2}{2y}\right)qB.$$

2. ধরা যাক বর্গাকারে কুণ্ডলির কেন্দ্র হল মূলবিন্দু 0. এখানে অণুপ্রতিম প্রবাহ উপাদান $Id\vec{l} = Idx\hat{i}$. যদি $Id\vec{l}$ এর সাপেক্ষে কেন্দ্রের অবস্থান ভেক্টর হয় $\vec{r}$, তবে বায়ো-সাভার্ত্ সূত্রানুযায়ী 0 বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র হবে



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idx\hat{i} \times \vec{r}}{r^3},$$

কিন্তু $\vec{r} = -x\hat{i} + \frac{a}{2}\hat{j}$, যেখানে a = বর্গের একটি বাহু

$$\therefore d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\hat{i} \times \left(-x\hat{i} + \frac{a}{2}\hat{j}\right)dx}{\left(x^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 aI}{8\pi}\frac{\hat{k}dx}{\left(x^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

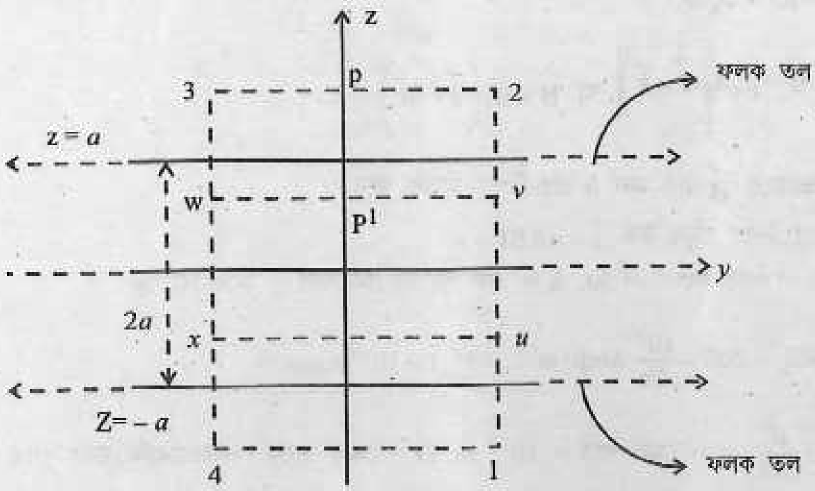
বর্গাকার বাহুর আটটি অংশের মোট অবদান $\vec{B} = 8 \times \frac{\mu_0 aI}{8\pi}\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{dx}{\left(x^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k} = \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi a}\right)I\hat{k}$

[ধরুন $x = \frac{a}{2}\tan\theta$ এবং সমাকলনটি নিষ্পন্ন করুন।]

3. ধরা যাক ফলক তলের বাইরে P বিন্দুতে $\vec{B}$ নির্ণয় করতে হবে। P বিন্দু দিয়ে একটি আয়তকার পথ বিবেচনা করি যার P গামী বাহু তলের সমান্তরাল ও z অক্ষের অভিলম্ব। অন্য বাহুটি তলের উপর লম্ব।

এখন $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$

যদি 2 থেকে 3 বিন্দুর দূরত্ব = b হয় তবে



$\sum I = J \times$ ক্ষেত্রফল 1 2 3 4 = 2 abJ. $\therefore \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\mu_0 abJ$.

কিন্তু $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_1^2 B_z d_z + \int_2^3 B_y d_y + \int_3^4 B_y dz + \int_4^1 B_y dy$

এখন যেহেতু $\vec{J} = J\hat{i}$, অতএব, $\vec{B}$ কেবল yz-তলে থাকবে এবং তার অভিমুখ হবে $+y$ থেকে $-y$-এর দিকে। বা $-\hat{j}$ অভিমুখে।

$\therefore B_3 = 0$ এবং $B_y = \pm B$.

$\therefore \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_2^3 B_y dy + \int_4^1 B_y dy = 2Bb \quad \therefore 2Bb = 2\mu_0 abJ \quad \therefore B = \mu_0 aJ$

$$\therefore \vec{B} = -\mu_0 aJ\hat{j} = \mu_0 aJ(\hat{i}\times\hat{k}) = \mu_0 a\left(\vec{J}\times\hat{k}\right)$$

যেহেতু $\hat{k}$ হল ফলক তলের উপর লম্ব, অতএব $\hat{k} = \hat{n}$

$$\therefore \vec{B} = \mu_0 a\left(\vec{J}\times\hat{n}\right)$$

অভ্যন্তরের বিন্দুটি যদি P' হয় এবং মূল বিন্দু থেকে তার দূরত্ব হয় $z = h$. তবে

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_u^v B_z d_z + \int_v^w B_z d_z + \int_w^u B_z d_z + \int_x^u B_y d_y = 2Bb$, কারণ, $vw = b$, $xu = b$

কিন্তু $\sum I = J \times b \times 2h$, as $uv = 2h$

$\therefore 2Bb = \mu_0 \times 2bhJ$

$$\left|\vec{B}\right| = \mu_0 hJ = \mu_0 h\left|\left(\vec{J}\times\hat{k}\right)\right| \text{ বা } \vec{B} = \mu_0\left(\vec{J}\times h\hat{k}\right)$$

অর্থাৎ অভ্যন্তরে $\vec{B}$-এর মান h এর উপর নির্ভর করে।

4. কুণ্ডলির উপর প্রযুক্ত টর্ক $\tau = nABI = c\theta$

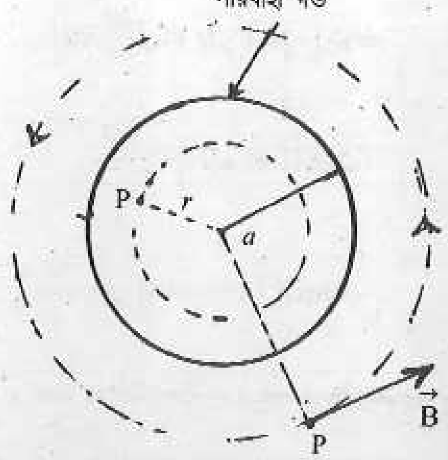
যেখানে n = পাক সংখ্যা = 50, A = এক পাকের ক্ষেত্রফল = $1{\cdot}5\times10^{-4} m^2$

$$B = 200 O_e = 200\times\frac{10^3}{4\pi} Amp\cdot m^{-1} \text{ এবং } I = 10^{-9} Amp.$$

এখন $\theta = \frac{d}{2D}$, d = স্কেল পাঠ = 10^{-2} m, D = স্কেল থেকে গ্যালভানোমিটারের দূরত্ব = 1 মি.

$$\therefore c=\frac{\tau}{\theta}=\frac{2n\text{ABID}}{d}=\frac{2\times 50\times 1\cdot 5\times 10^{-4}\times 200\times 10^{3}\times 10^{-9}\times 1}{4\pi\times 10^{-2}}\text{N}m=2\cdot 38\times 10^{-5}\text{Nm}$$

5. ধরা যাক পরিবাহী দণ্ডটি z-অক্ষের সমাক্ষীয় এবং প্রবাহ ঘণত্ব $\vec{J}=J\hat{k}$ প্রতি একক দৈর্ঘ্যে। অতএব মোট প্রবাহ $\sum I=2\pi aJ$. এখন অক্ষীয় প্রতি সাম্য হেতু $\vec{B}$ হবে যে কোনো বিন্দুগামী সমাক্ষীয় বৃত্তের স্পর্শক অ্যাম্পীয়র সূত্রানুযায়ী



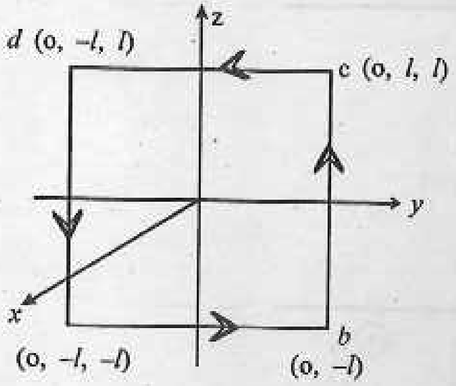
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I$$

$$\therefore 2\pi r B=\mu_0\times 2\pi a J$$

বা $B=\frac{\mu_0 aJ}{r}$ বা $\vec{B}=\frac{\mu_0 aJ\hat{\phi}}{r}=\frac{\mu_0 aJ}{r}\left(\hat{k}\times\hat{r}\right)=\frac{\mu_0 a}{r^2}\left(\vec{J}\times\vec{r}\right)$

বাইরে $\vec{B}=0$ কারণ $\sum I=I_e=0.$

5.10 সর্বশেষ প্রশ্নাবলির উত্তর ও সমাধান ঃ



1. ধরা যাক $abcd$ বর্গাকার পরিবাহীর প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $2l$. অতএব a,b,c,d এর স্থানাঙ্ক চিত্রের অনুরূপ হবে। এখন চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রযুক্ত বল হবে

$$\vec{F}=\int I\left(d\vec{l}\times\vec{B}\right)=I\int d\vec{l}\times(Az)\hat{i}=IA\int d\vec{l}\times z\hat{i}$$

$$=IA\left[\int_a^b \hat{j}dy\times z\hat{i}+\int_b^c \hat{k}dz\times z\hat{i}+\int_c^d -\hat{j}dy\times z\hat{i}+\int_{cl}^a -\hat{k}dz\times z\hat{i}\right]$$

$$=IA\left[-\hat{k}\int_a^b zdz+\hat{j}\int_b^c zdy+\hat{k}\int_c^d zdy-\hat{j}\int_d^a zdz\right]$$

$$= \mathrm{IA}\left[-\hat{k}\int_{-l}^{+l} dy + \hat{j}\int_{-l}^{+l} z dz + l\hat{k}\int_{l}^{-l} dy - \hat{j}\int_{l}^{-l} z dz\right]$$

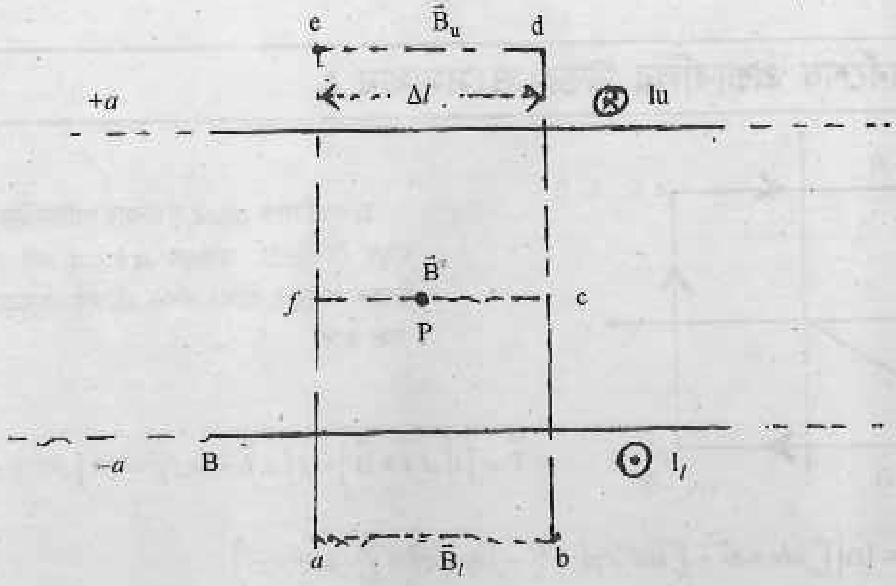
$$= \mathrm{IA}\left[-2l\hat{k}\int_{-l}^{l} dy + 2\hat{j}\int_{-l}^{+l} z dz\right]$$

$$= 2\mathrm{IA}\left\{\left[-l\hat{k} \times 2l\right] + \hat{j}\left[\frac{z^2}{2}\right]_{-l}^{+l}\right\} = -4\mathrm{A}l^2\mathrm{I}\hat{k}$$

$$= 4\mathrm{A}\alpha\mathrm{I}(\hat{j} \times \hat{i}) = 4\mathrm{AI}\left(\hat{\mathrm{j}} \times \vec{\alpha}\right), \vec{\alpha} = l^2\hat{i}$$ বর্গের ক্ষেত্রফল।

2. অনুশীলনী-5 দেখুন। P বিন্দু বহিস্থ বলে $\vec{\mathrm{B}}$ ক্ষেত্র হবে অনুশীলনী-5-এর অনুরূপ। কিন্তু P বিন্দু অভ্যন্তরে হলে $d\mathrm{I} = 2\pi r dr \mathrm{J}$, যেখানে $\vec{\mathrm{J}} = \mathrm{J}\hat{k} = \alpha r\hat{k}$ এবং $\oint \vec{\mathrm{B}} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum \mathrm{I} = \mu_0 \int d\mathrm{I}$

উত্তর : $\vec{\mathrm{B}} = \frac{1}{3}\mu_0\left(\vec{\mathrm{J}} \times \vec{r}\right)$



3. A ও B ধারকের দুই সমান্তরাল পাত। উভয় পাত $\vec{v}$ বেগে পৃষ্ঠার অভ্যন্তর অভিমুখে গতিশীল। অতএব

$+\sigma$ নিম্নাভিমুখী এবং তার প্রবাহমাত্রা I_u নিম্নাভিমুখী। আবার $-\sigma$ নিম্নাভিমুখী অতএব, তার প্রবাহমাত্রা I_l উর্ধাভিমুখী। $\vec{B}_u$ এবং $\vec{B}$ ঘড়িকাঁটার অভিমুখী, $\vec{B}_l$ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত অভিমুখী।

অতএব,

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

সূত্রটি প্রয়োগ করে পাওয়া যায়

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_{abcdea} \vec{B} d\vec{l} = I_l - I_u$$

এখন $|I_l| = |I_u| = \Delta l v\sigma \quad \therefore \oint_{abdea} \vec{B}\cdot d\vec{l} = B_l \Delta l - B_u \Delta l = 0 \quad \therefore B_l = B_u$ ......(A)

আবার $\oint_{fcdef} \vec{B}\cdot d\vec{l} = -B\Delta l - B_u \Delta l = -\mu_0 \Delta l u\sigma$ বা $B + B_u = \mu_0 v\sigma$ ......(B)

এবং $\oint_{abcfa} \vec{B}\cdot d\vec{l} = B_l \Delta_l + B\Delta l = \mu_0 v\sigma \Delta l.$ বা $B_l + B = \mu_0 v\sigma$ ......(C)

(B) + (C) থেকে $2B + B_l + B_u = 2\mu_0 v\sigma$

কিন্তু $B_l + B_u = B. \therefore B = \frac{2}{3}\mu_0 v\sigma$ বা $\vec{B} = -\frac{2}{3}\mu_0 v\sigma \hat{i} = -\frac{2}{3}\mu_0 \sigma v(\hat{v} \times \hat{n}) = \frac{2}{3}\mu_0 \sigma\left(\hat{n} \times \vec{v}\right)$

$\hat{n}$ হল উপরের পাতের একক ভেক্টর। অতএব, $B_l = B_u = \frac{1}{2}B = \frac{1}{3}\mu_0 v\sigma$

$$\therefore \vec{B}_L = \vec{B}_u = \frac{1}{3}\mu_0 v\sigma \hat{i} = \frac{1}{3}\mu_0 v\sigma\left(\vec{V} \times \hat{n}\right) = \frac{1}{3}\mu_0 \sigma\left(\vec{v} \times \hat{n}\right)$$

4. ধরা যাক সলিনয়ড্‌টির একক দৈর্ঘ্যে পাক সংখ্যা n.

ভেক্টর বিভব $\vec{A}$ হলে $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l} = \int \vec{\nabla} \times \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int \vec{B}\cdot d\vec{S}$

[$\vec{B}\cdot d\vec{S} = d\Phi = dS$ গামী ফ্লাকস্ $\therefore \int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \Phi$]

এখন $\vec{B} = (\mu_0 n I)\hat{n}$ [সমীকরণ (5·27)].

যদি সলিনয়ড্-এর অভ্যন্তরে একটি বৃত্তাকার অ্যাম্পিয়ার-পথ বিবেচনা করা যায় তবে $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = A 2\pi r$

এবং $\int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 n I \int dS = \mu_0 n I \pi r^2$

যেখানে r = অ্যাম্পিয়ার পথের ব্যাসার্ধ।

$\therefore 2\pi r\, A = \mu_0 n I \pi r^2$

বা $A = \frac{1}{2}\mu_0 n I r \quad r < a$

বা $\vec{A} = \frac{1}{2}\mu_0 n I r \hat{\phi}$

যেখানে $\hat{\phi}$ = গৃহীত বৃত্তপথের স্পর্শক বরাবর একক ভেক্টর।

অতিরিক্ত পাঠ ঃ

1. Introduction to Electrodynamics by D.J. Griltilhs
2. Electricity and Magnectism by J.H. Fewkes & J. Yarwood
3. Electricity and Magnetism by J. Jackson

মানুষের জ্ঞান ও ভাবকে বইয়ের মধ্যে সঞ্চিত করিবার যে একটা প্রচুর সুবিধা আছে, সে কথা কেহই অস্বীকার করিতে পারে না। কিন্তু সেই সুবিধার দ্বারা মনের স্বাভাবিক শক্তিকে একেবারে আচ্ছন্ন করিয়া ফেলিলে বুদ্ধিকে বাবু করিয়া তোলা হয়।

—রবীন্দ্রনাথ ঠাকুর

ভারতের একটা mission আছে, একটা গৌরবময় ভবিষ্যৎ আছে, সেই ভবিষ্যৎ ভারতের উত্তরাধিকারী আমরাই। নূতন ভারতের মুক্তির ইতিহাস আমরাই রচনা করছি এবং করব। এই বিশ্বাস আছে বলেই আমরা সব দুঃখ কষ্ট সহ্য করতে পারি, অন্ধকারময় বর্তমানকে অগ্রাহ্য করতে পারি, বাস্তবের নিষ্ঠুর সত্যগুলি আদর্শের কঠিন আঘাতে ধূলিসাৎ করতে পারি।

—সুভাষচন্দ্র বসু

Any system of education which ignores Indian conditions, requirements, history and sociology is too unscientific to commend itself to any rational support.

—*Subhas Chandra Bose*

Price : Rs. 225.00

(NSOU-র ছাত্রছাত্রীদের কাছে বিক্রয়ের জন্য নয়)

Published by : Netaji Subhas Open University, DD-26, Sector-1, Salt Lake, Kolkata-700 064 and Printed at : Royal Halftone Co., 4, Sarkar Bye Lane, Kolkata - 700 007