# SAN ITELIAN OF THE PROPERTY OF

# **Question Bank For BDP Course**

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

অক্ক ( Mathematics )

অন্টম পত্র ( 8th Paper )

Mathematical Analysis - II: EMT-08

## Question 1

Consider two partitions P and Q of the closed interval [0,1] as follows:-

$$P: \left\{0, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1\right\},\$$

$$Q: \left\{0, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\}$$

Then find the correct option. নীচে [0,1]বদ্ধ অন্তরালে দুটি বিভাজন P এবং Q দেওয়া হলো -

$$P: \left\{0, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1\right\},$$

$$Q: \left\{0, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\}$$
তা হলে কোনটি ঠিক ?

#### Question 2

If  $f(x) = x^2 \quad \forall \, x \in [a,b]$  and if  $P:\{a,a+h,\ a+2h,...,a+nh=b\}$  be a partition of [a,b] then the supremum and infimum of f(x) in the r-th subinterval are respectively as যদি  $f(x) = x^2 \quad \forall \, x \in [a,b]$  হয় এবং  $P:\{a,a+h,\ a+2h,...,a+nh=b\}$ , [a,b] অন্তরের একটি বিভাজন হয় তাহলে f(x) এর r তম উপান্তরে লঘিষ্ঠ উধ্বসীমা ও গরিষ্ঠ নিম্নসীমা যথাক্রমে

## Question 3

If  $f:[0,1] \to R$  defined as  $f(x) = x \quad \forall \ x \in [0,1] \cap Q$  = 0 elsewhere Then choose the correct option.  $f:[0,1] \to R$  নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞায়িত  $f(x) = x \quad \forall \ x \in [0,1] \cap Q$  = 0 অন্যথায় তাহলে নীচের বিবৃতিগুলির মধ্যে কোনটি সঠিক ?

If 
$$f(x)$$
 is defined in  $[0,1]$  as 
$$f(x) = (-1)^{r-1} \ , \ \frac{1}{r+1} < x \le \frac{1}{r} \ , \ r = 1,2,3 \dots \dots = 0 \ , \ x = 0$$
 Then  $f(x)$  is integrable in  $[0,1]$  since 
$$[0,1]$$
 অন্তরে  $f(x)$  এর সংজ্ঞা হল 
$$f(x) = (-1)^{r-1} \ , \ \frac{1}{r+1} < x \le \frac{1}{r} \ , \ r = 1,2,3 \dots \dots = 0 \ , \ x = 0$$
 ভাহলে  $f(x)$  ,  $[0,1]$  অন্তরে সমাকলন(যাগ্য হবে কারণ -

# Question 5

Let f(x) be defined on the interval [0,1] as follows:- f(x)=1 when x is rational =-1 when x is irrational Here in [0,1] তি,1] অন্তরে f(x) অপেক্ষকটি নিম্নোক্ত ভাবে সংজ্ঞায়িত : f(x)=1যথন xমূলদ =-1 যথন x অমূলদ ভাহলে[0,1] অন্তরে

#### Question 6

The improper integral  $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$  is অব্যথার্থ সমাকলন  $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$  টি হল

## Question 7

If 
$$I_n=\int_0^\pi \frac{sinn\theta d\theta}{sin\theta}$$
 then যদি $I_n=\int_0^\pi \frac{sinn\theta d\theta}{sin\theta}$ হয়, তাহলে

# Question 8

The improper integral  $\int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1}\ dx \quad \text{is}$  convergent if  $\int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1}\ dx \quad \text{এই অযথার্থ}$  সমাকলনটি অভিসারী হবে, যদি

# Question 9

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$$
 is 
$$\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$$
একটি

# Question 10

The value of  $\int_0^\infty e^{-x} x^{-\frac{1}{2}} dx$  is

$$\int_0^\infty e^{-x} x^{-\frac{1}{2}} dx$$
এর মান হল

## Question 11

The series is  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i(i+1)}$   $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i(i+1)}$  এই শ্ৰেণীটি

# Question 12

The series  $\sum_{k=0}^{\infty}(1-x)x^k$ , for  $0 \le x \le 1$  is  $\sum_{k=0}^{\infty}(1-x)x^k$  শ্রেণীটি[0,1]অন্তরালে

# Question 13

The radius of convergence of the series  $\frac{1}{3} - x + \frac{x^2}{3^2} - x^3 + \frac{x^4}{3^4} - x^5 + \frac{x^6}{3^6} - \cdots$  is  $\frac{1}{3} - x + \frac{x^2}{3^2} - x^3 + \frac{x^4}{3^4} - x^5 + \frac{x^6}{3^6} - \cdots$  এই শ্রেণীটির অভিসরণ ব্যাসার্ধ হল

## Question 14

The Fourier constants  $a_k$  and  $b_k$  for the function f(x)=x  $(-\pi \le x \le \pi)$  are respectively f(x)=x  $(-\pi \le x \le \pi)$ এই অপেক্ষকের ফুরিয়ার ধ্রুবক  $a_k$ এবং  $b_k$ এর মান যথাক্রমে হল

## Question 15

The integral  $\int_0^\pi \frac{dx}{1-cosx}$   $\int_0^\pi \frac{dx}{1-cosx}$  এই সমাকলনটি

# Question 16

Consider the partition P of the closed interval [0,1] as follows:- $P:\left\{0,\frac{1}{8},\frac{1}{4},\frac{7}{8},1\right\} \text{ then what is the norm of the partion P?}$ 

```
নীচে [0,1] বদ্ধ অন্তরালে একটি বিভাজন P দেওয়া হলো : - P:\left\{0,\frac{1}{8},\frac{1}{4},\frac{7}{8},1\right\} ,তাহলে P এর নর্ম কত হবে?
```

#### Question 17

```
Let the function f:[a,b] \to R be defined as follows:- f(x) = 0 when x is rational = 1 when x is irrational. Then what is the value of upper sum S_p for a partition P on [a,b]? f:[a,b] \to R নিম্নোক্তভাবে সংজ্ঞাভ f(x) = 0 যথন x মূলদ = 1 যথন x অমূলদ ভাহলে [a,b] এর কোনও বিভাজন P এর ক্ষেত্রে উম্বর্সমষ্টি S_p এর মান কত হবে?
```

#### Question 18

```
Let the function f:[a,b] \to R be defined as f(x)=k \ \forall \ x \in [a,b] where k is a real no. Then what are the values of \int_a^b f(x) dx and \int_a^{\overline{b}} f(x) dx? ধরা যাক f:[a,b] \to R অপেক্ষকটি এমল যাতে f(x)=k \ \forall \ x \in [a,b] যেখালে k একটি বাস্তব সংখ্যা। ভাহলে \int_a^b f(x) dx এবং \int_a^{\overline{b}} f(x) dx এবং
```

# Question 19

Let 
$$f:[0,\ \pi] o R$$
 be difined as  $f(x)=x^{\frac{2}{2}}\sin\frac{\pi}{x}$  when  $0< x\leq \pi=0$  when  $x=0$  Determine whether  $f(x)$  and  $f'(x)$  are bounded in  $[0,\pi]$ . ধরি  $f:[0,\ \pi] o R$  এমল একটি অপেক্ষক যাতে 
$$f(x)=x^{\frac{2}{2}}\sin\frac{\pi}{x}$$
 যথল  $0< x\leq \pi=0$  যথল  $x=0$  ভাহলে  $f(x)$  এবং  $f'(x),[0,\pi]$  অন্তরে সীমাবদ্ধ কিলা বিচার কর।

## Question 20

```
If f[0,2] \to R is integrable on [0,2] and is such that it is continuous at x=1 and f(1)=2 and f(x)\geq 0 \ \forall \ x\in [0,2] then what will be the value of \int_a^b f(x)dx?
```

যদি  $f[0,2] \to R$  একটি [0,2] অন্তরে সমাকলযোগ্য অপেক্ষক হয় এবং f(x), x=1 বিন্দুতে সন্ততঃ এবং f(1)=2 হয়, আবার  $f(x)\geq 0 \ \forall \ x\in [0,2]$  হয় তাহলে  $\int_a^b f(x)dx$  এর মান কি হবে?

## Question 21

If  $a < \int_0^4 \sqrt{9 + x^2} dx < b$  then what are the values of a and b ?

যদি  $a < \int_0^4 \sqrt{9 + x^2} \, dx < b$  হয় তাহলে a এবং b এর মান কত ?

#### Question 22

If f(x)=x when  $0\leq x<2$   $=x^2 \text{ when } 2\leq x\leq 3$ Then evaluate  $\int_0^3 f(x)dx$  if f(x) is integrable on [0,3].

যদি f(x)=x যথন  $0\leq x<2$   $=x^2$  যথন  $2\leq x\leq 3$ 

হয় তাহলে  $\int_0^3 f(x) dx$  এর মান নির্ণয় কর অবশ্য যদি f(x), [0,3] অন্তরে সমাকলনযোগ্য হয়।

#### Question 23

Change the order of integration of  $\int_{x=0}^1 dx \, \int_{y=x}^{2x} (x^2+y^2) dy$  .

 $\int_{x=0}^{1} dx \, \int_{y=x}^{2x} (x^2 + y^2) dy$  সমাকলনটি পরিবর্তিত ক্রম অনুসারে কি হবে ?

## Question 24

What is the value of the improper

integral 
$$\int_{-\sqrt{3}}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$
 ?

 $\int_{-\sqrt{3}}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$  অযথার্থ সমাকলনটির মান কত ?

## Question 25

Assuming  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin x) \, dx = -\frac{\pi}{2} \log_e 2$ , what is the value of  $\int_0^{\pi} \log_e (1+\cos\theta) d\theta$ ?

 $\int_0^{\pi} \log(\sin x) \, dx = -\frac{\pi}{2} \log_e 2$  ধরে নিলে  $\int_0^{\pi} \log_e (1+\cos\theta) d\theta$  এই সমাকলনটির মান কত হবে?

## Question 26

Given that the improper integral  $\int_{1}^{\infty} \frac{dx}{x^{2a}}$  is convergent. Then what is the range of a?

প্রদত্ত আছে  $\int_{1}^{\infty} \frac{dx}{x^{2a}}$  অযথার্থ সমাকলনটি অভিসারী। তাহলে a এর মানের সীমা কত ?

## Question 27

The improper integral  $\int_0^\pi f(x)dx$  where  $f(x)=\frac{1}{1-\cos x}$  is not convergent, can be proved by  $\mu$  test, since  $\lim_{x\to 0+} x^\mu f(x)=2$ . What is the value of  $\mu$ ?

 $\int_0^\pi f(x) dx$  যেখালে  $f(x) = \frac{1}{1-\cos x}$  এই অযথার্থ সমাকলটিকে  $\mu$  - পরীক্ষার সাহায্যে অভিসারী ন্য প্রমাণ করা যায় কারণ  $\lim_{x\to 0+} x^\mu f(x) = 2 \cdot \mu$ -এর মান কত?

# Question 28

What is the value of  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 \theta \cos^4 \theta \ d\theta$ ?

 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 \theta \cos^4 \theta \ d\theta$  এর মাল কড?

## Question 29

What is the sum of the convergent series  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n(n+1)}$  ?

 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n(n+1)}$  এই অভিসারী শ্রেণীটির যোগফল কড ?

# Question 30

What will be the value of Fourier constant  $b_k\ (k\in N)$  for the function

$$f(x) = -1 - \pi \le x \le 0$$
  
= 1 0 < x \le \pi ?

$$f(x)=-1$$
  $-\pi \le x \le 0$   $=1$   $0 \le x \le \pi$  এই অপেক্ষকের ক্ষেত্রে ফুরিয়ার প্রবক  $b_k$   $(k \in N)$  এর মান কত হবে ?