স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৫ ও জুন, ২০১৬

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective)

দ্বিতীয় পত্র (2nd Paper : **Integral Calculus and Differential Equations**)

সময় ঃ দুই ঘণ্টা | **পূর্ণমান ঃ ৫০**

Time : 2 Hours | Full Marks : 50

(মানের গুরুত্ব ঃ ৭০%)

(Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

বিভাগ — ক

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১০ × ২ = ২০

১। (ক) নির্দিষ্ট সমাকলের সংজ্ঞার সাহায্যে মান নির্ণয় করুন :

$$\int_0^1 x^3 \mathrm{d}x \,.$$ ৪

(খ) নির্দিষ্ট সমাকলের মৌলিক উপপাদ্যটি বিবৃত করুন। ২

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

(গ) নির্দিষ্ট সমাকলের সাহায্যে মান নির্ণয় করুন :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{3}{n}\left[1+\sqrt{\frac{n}{n+3}}+\sqrt{\frac{n}{n+6}}+\ldots+\sqrt{\frac{n}{4n-3}}\right]$$

৪

২। (ক) মান নির্ণয় করুন : (i) $\int e^x \frac{1+x+x^3}{(1+x^2)^{3/2}}\mathrm{d}x$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\mathrm{d}x}{5+4\cos x}$ ৩ + ৪

(খ) অভিসারিত্ব পরীক্ষা / বিচার করুন : $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}\,(1-x)}$. ৩

৩। (ক) 'বিটা' অপেক্ষকের সংজ্ঞা দিন ও সেটির অভিসারিত্ব বিচার করুন। ২ + ৪

(খ) সমাধান করুন :

$$(x^3D^3+2x^2D^2+2)y = 10\left(x+\frac{1}{x}\right),\ \left(D=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right).$$

৪

৪। (ক) দেখান যে, $x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y=\frac{2t}{1+t^2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত এই বক্ররেখাটির সম্পূর্ণ পরিসীমা হল 2π। ৫

(খ) $(D+1)y = x^2\cos x$ অবকল সমীকরণটির বিশেষ সমাকল নির্ণয় করুন। ৫

বিভাগ — খ

যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৬ × ৩ = ১৮

৫। যদি $I_n = \int x^n \sqrt{a-x}\,dx$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $(2n+3)I_n = 2an\, I_{n-1} - 2x^n(a-x)^{3/2}$ এবং এখান থেকে $\int_0^a x^3\sqrt{ax-x^2}\,dx$ -এর মান নির্ণয় করুন। ৪ + ২

৬। $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ -এই এ্যাসটেরয়েডের (asteroid) পরিসীমা নির্ণয় করুন।

৭। মান নির্ণয় করুন : $\int_C (x^2+y^2)dy$.

C : পরাবৃত্ত $y^2 = 4ax$ -এর $(0,0)$ ও $(a,2a)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী চাপ (arc)।

৮। মান নির্ণয় করুন: $\iint_R xy(x^2+y^2)dxdy$; $R:(0,a;0,b)$.

৯। সাধারণ সমাধান ও বিশিষ্ট সমাধান নির্ণয় করুন :

$y = px - p\cos^{-1}p + \sqrt{1-p^2}$; $p = \frac{dy}{dx}$. ২ + ৪

১০। সমাধান করুন : $x\frac{d^2y}{dx^2} + (x-1)\frac{dy}{dx} - y = x^2$.

বিভাগ — গ

যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ৪ = ১২

১১। সমাধান করুন : $(y^2+2x^2y)dx + (2x^3-xy)dy = 0$.

১২। সমাধান করুন : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x}(\log y) = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$.

১৩। $(D^2-D-2)y = 44 - 76x - 48x^2$ সমীকরণটির বিশেষ সমাধান নির্ণয় করুন।

১৪। মান নির্ণয় করুন :

$\iint_E x^2y^2\,dxdy$; $E: x \geq 0, y \geq 0$; $x^2+y^2 \leq 1$.

১৫। সমাকল করুন : $\int \sin x \sin 2x \sin 3x\,dx$.

১৬। যদি $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n\theta\,d\theta$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $n(I_{n+1} + I_{n-1}) = 1$.

১৭। দেখান যে, $\int_0^\infty e^{-5x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{5}}$.

১৮। $\frac{dx}{dt} = y$; $\frac{dy}{dt} = -x$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নির্ণয় করুন।

(English Version)

Group – A

Answer any *two* questions. 10 × 2 = 20

1. a) Using the definition of definite integral evaluate : $\int_0^1 x^3 \mathrm{d}x$. 4

   b) State fundamental theorem of definite integral. 2

   c) Using definite integral evaluate :

   $$\lim_{n \to \infty} \frac{3}{n}\left[1+\sqrt{\frac{n}{n+3}}+\sqrt{\frac{n}{n+6}}+\ldots+\sqrt{\frac{n}{4n-3}}\right]$$

   4

2. a) Evaluate : (i) $\int e^x \frac{1+x+x^3}{(1+x^2)^{3/2}}\mathrm{d}x$

   (ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\mathrm{d}x}{5+4\cos x}$ 3 + 4

   b) Test the convergence of $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}(1-x)}$. 3

3. a) Define Beta function and test its convergence. 2 + 4

   b) Solve : $(x^3D^3+2x^2D^2+2)y = 10\left(x+\frac{1}{x}\right)$, $\left(D=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)$. 4

4. a) Show that the length of the perimeter of the curve defined by $x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y=\frac{2t}{1+t^2}$ is 2π . 5

   b) Find the particular integral of differential equation $(D+1)y = x^2\cos x$. 5

Group – B

Answer any *three* questions. 6 × 3 = 18

5. If $I_n = \int x^n\sqrt{a-x}\,\mathrm{d}x$, then prove that $(2n+3)I_n = 2an\ I_{n-1} - 2x^n(a-x)^{3/2}$ and hence find the value of $\int_0^a x^3\sqrt{ax-x^2}\,\mathrm{d}x$. 4 + 2

6. Find the length of the perimeter of the asteroid $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$.

7. Evaluate $\int_C (x^2+y^2)\mathrm{d}y$.

   C : arc of the parabola $y^2=4ax$ between the points $(0,0)$ and $(a,2a)$.

8. Evaluate : $\iint_R xy(x^2+y^2)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$; $R:(0,a;0,b)$.

9. Find the general solution and singular solution of $y = px - p\cos^{-1}p + \sqrt{1-p^2}$; $p=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$. 2 + 4

10. Solve : $x\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+(x-1)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-y=x^2$.

EMT-II (UT-218/16) 4

Group – C

Answer any *four* questions. $3 \times 4 = 12$

11. Solve : $(y^2 + 2x^2y)\mathrm{d}x + (2x^3 - xy)\mathrm{d}y = 0$.

12. Solve : $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + \frac{y}{x}(\log y) = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$.

13. Find the particular integral of
$(D^2 - D - 2)y = 44 - 76x - 48x^2$.

14. Evaluate : $\iint_E x^2y^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$; $E : x \geq 0, y \geq 0$;
$x^2 + y^2 \leq 1$.

15. Evaluate : $\int \sin x \sin 2x \sin 3x\,\mathrm{d}x$.

16. If $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n \theta\,\mathrm{d}\theta$, then prove that
$n(I_{n+1} + I_{n-1}) = 1$.

17. Show that $\int_0^{\infty} e^{-5x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{5}}$.

18. Solve the differential equations :
$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = y$; $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -x$.

B.Sc.-7103-B