স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৫ ও জুন, ২০১৬

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective)

নবম পত্র (9th Paper : **Kinematics**)

সময় ঃ দুই ঘণ্টা | **পূর্ণমান ঃ ৫০**

Time : 2 Hours | Full Marks : 50

(মানের গুরুত্ব ঃ ৭০%)

(Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

১। সরল সমঞ্জস দোলন গতির সংজ্ঞা লিখুন। ঐরূপ গতির দোলনের জন্য অবকল সমীকরণটি লিখুন। একটি কণার কোনো সরলরেখায় যদি দুটি সরল সমঞ্জস দোলন থাকে তবে তাদের লব্ধি নির্ণয় করুন, যখন (i) দুটি দোলনের দোলনকাল সমান। (ii) দুটি দোলনের দোলনকালের পার্থক্য খুবই সামান্য। ১০

অথবা

m ভর বিশিষ্ট চলমান একটি কণা বলকেন্দ্র থেকে r দূরত্বে থাকলে ঐ কণাটির উপর ক্রিয়াশীল বল $\frac{m\mu}{r^3}$ যদি বিকর্ষক হয় এবং যদি আদি দশায় কণাটিকে বলকেন্দ্র থেকে a দূরত্বে তার গতিপথের অপদূরক বিন্দু থেকে V বেগে ছোঁড়া হয় তাহলে কণাটির গতিপথ (orbit) নির্ণয় করুন। ১০

২। সম জাড্য ভ্রামক বিশিষ্ট বস্তু সমূহের সংজ্ঞা দিন। দেখান যে একটি ত্রিভুজের ভর M হলে ত্রিভুজটি তার বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলিতে অবস্থিত $\frac{M}{3}$ ভরের তিনটি কণার দ্বারা গঠিত তন্ত্রের সঙ্গে একই জাড্য ভ্রামক বিশিষ্ট হবে। ১০

অথবা

W ভারবিশিষ্ট একটি মসৃণ বৃত্তাকার ক্ষেত্র একটি অনুভূমিক অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরতে পারে। অক্ষটি বৃত্তের তলের উপর লম্ব এবং তার পরিসীমার ওপর একটি বিন্দু O দিয়ে গেছে। O বিন্দুগামী ব্যাসটি যখন O-এর উপরে উল্লম্বভাবে খাড়া এই অবস্থায় ঘূর্ণন শুরু হয়। দেখান যে ঐ ব্যাসটি যখন θ কোণে ঘুরছে, O বিন্দুতে ব্যাস বরাবর ও ব্যাসের লম্ব বরাবর প্রতিক্রিয়া বলগুলি হল যথাক্রমে $\frac{W}{3}(7\cos\theta - 4)$ এবং $\frac{W}{3}\sin\theta$. ১০

৩। কোনো সমতলে চলমান একটি কণার অরীয় ত্বরণ F এবং অনুপ্রস্থ ত্বরণ T হলে কণাটির গতিপথের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৬

অথবা

স্থিরাবস্থায় থাকা M ভরবিশিষ্ট একটি গোলকের সঙ্গে m ভরবিশিষ্ট একটি মসৃণ গোলকের গতির দিশা এবং ঐ দুটি গোলকের কেন্দ্র বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার অন্তর্ভুক্ত $45°$ কোণ হয়েছে। স্থাপিতাঙ্ক $\frac{1}{2}$ হলে, দেখান যে, সংঘর্ষের পরে m গোলকটির দিশা $\tan^{-1}\left[\frac{3M}{4m+M}\right]$ কোণে ঘুরবে। ৬

৪। সূক্ষ্ম তারের দ্বারা a ব্যাসার্ধের একটি গোলককে একটি স্থির বিন্দু থেকে ঝোলানো হয়। গোলকের কেন্দ্র ও স্থির বিন্দুর দূরত্ব l । দেখান যে, কোনো ক্ষুদ্র দোলনের পর্যায়কাল হল

$$2\pi\sqrt{\left(\frac{5l^2+2a}{5lg}\right)\left[1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right]},$$

যেখানে α হল দোলনের বিস্তার। ৬

অথবা

একটি দৃঢ় বস্তুর দ্বি-মাত্রিক গতির গতিসমীকরণসমূহ নির্ণয় করুন যেখানে প্রযুক্ত বল সসীম (finite). ৬

৫। একটি সুষম, অমসৃণ দণ্ডকে (যার দৈর্ঘ্য $2a$) একটি অমসৃণ টেবিলের ওপর, টেবিলের একটি ধারের সঙ্গে লম্বভাবে রাখা হল এমনভাবে যে, দণ্ডের ভারকেন্দ্র ঐ টেবিলের ধার থেকে b দূরত্ব সামনে থাকে। দেখান যে θ কোণ ঘুরবার পরে দণ্ডটি পিছলাতে শুরু করবে, যেখানে $\tan\theta = \frac{\mu a^2}{a^2+9b^2}$, μ হল দণ্ড ও টেবিলের মধ্যের ঘর্ষণাঙ্ক। ৬

অথবা

উল্লম্ব সমতলে একটি মসৃণ অধিবৃত্তাকার টিউব রয়েছে এবং ঐ অধিবৃত্তটির শীর্ষবিন্দুটি টিউবের সর্বনিম্নে রয়েছে। m ভরবিশিষ্ট একটি কণা শীর্ষবিন্দু থেকে h উচ্চতায় স্থিরাবস্থায় টিউবের ভিতর গড়িয়ে দেওয়া হয়। অধিবৃত্তটির নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য $4a$ এবং কোনো বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ ρ হলে, দেখান যে, ঐ বিন্দুতে কণাটির উপর অধিবৃত্তটির প্রতিক্রিয়ার পরিমাণ $\frac{2mg(h+a)}{\rho}$ হবে। ৬

৬। যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ২ = ৬

(ক) গ্রহসমূহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রগুলি লিখুন।

(খ) OX এবং OY অক্ষের দিকে কোনো কণার বেগ যথাক্রমে $u + \omega y$ এবং $u' + \omega' x$ হলে, দেখান যে, কণাটির গতিপথ একটি কণিক হবে যখন u, u', ω, ω' ধ্রুবক।

(গ) M ভর বিশিষ্ট একটি রকেট থেকে প্রতি একক সময় সাপেক্ষে eM ভরযুক্ত জ্বালানী V আপেক্ষিক বেগে নিম্নাভিমুখে নির্গত হচ্ছে। যদি রকেটটির খোলস ইত্যাদির মোট ভর M' হয়, তাহলে দেখান যে $eV > g$ না হলে রকেটটি বিস্ফোরণের সঙ্গে সঙ্গে উল্লম্ব ঊর্ধ্ব দিশায় উঠতে পারবে না।

(ঘ) মেরু স্থানাঙ্কে কেন্দ্রীয় বলাধীন কণিকার গতিপথের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন।

৭। যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ২ = ৬

(ক) একটি উপবৃত্তাকার চাকতির ভর M, পরাক্ষ ও উপাক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $2a$ ও $2b$ হলে উপাক্ষের (minor axis) সাপেক্ষে সেটির জাড্য ভ্রামক নির্ণয় করুন।

(খ) দেখান যে, একটি যৌগিক দোলকের লম্বন কেন্দ্র ও দোলন কেন্দ্র পরস্পর বিনিময়যোগ্য।

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

(গ) কোন স্থির অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান একটি দৃঢ় বস্তুর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করুন।

(ঘ) m ভর ও $2a$ দৈর্ঘ্যের একটি সমসত্ত্ব অমসৃণ তক্তা, অনুভূমিক মেঝের ওপর স্থির অবস্থায় আছে এবং M ভরের একজন লোক তক্তার একপ্রান্ত থেকে আর এক প্রান্তে যায়। এই সময় তক্তাটি কতটা দূরত্ব সরে তা নির্ণয় করুন।

(English Version)

1. Define Simple Harmonic motion. Write down the differential equation for Simple Harmonic motion. Discuss the composition (resultant) of two Simple Harmonic motions along the same straight line, when (i) they have the same time period, (ii) their time periods differ by a very small quantity. 10

OR

A particle of mass m is acted on by a repulsive force $\frac{m\mu}{r^3}$ from the centre of force when at a distance r from it. Initially the particle is thrown from an apse at a distance a from the centre of force with a velocity V. Find the orbit of the particle. 10

2. Define equimomental bodies. Show that a triangular lamia of mass M is equimomental with three particles each of mass $\frac{M}{3}$, placed at the middle points of the sides of the triangle. 10

OR

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

A circular area of weight W can turn freely about a horizontal axis which passes through a point O of its circumference and is perpendicular to its plane. If motion commences when the diameter through O is vertically above O, show that when the diameter has turned through an angle θ, the components of the reaction at O along the diameter and perpendicular to the diameter are $\frac{W}{3}(7\cos\theta - 4)$ and $\frac{W}{3}\sin\theta$ respectively. 10

3. If a particle moving in a plane has a radial acceleration F and a cross radial acceleration T, then find the differential equation of the path of the particle. 6

OR

A smooth sphere of mass m impinges on another of mass M at rest, the direction of motion making an angle 45° with the line of centres at the moment of impact. If the coefficient of restitution be $\frac{1}{2}$, then show that the direction of motion of sphere m is turned through an angle $\tan^{-1}\left[\frac{3M}{4m+M}\right]$. 6

4. A sphere of radius a, is suspended by a fine wire from a fixed point at a distance l from the centre. Show that the time of a small oscillation is given by $2\pi\sqrt{\left(\frac{5l^2+2a}{5lg}\right)\left[1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right]}$ where α represents the amplitude of oscillation. 6

OR

Deduce the equations of motion of a rigid body moving in two dimensions when the acting forces are finite. 6

5. A rough uniform rod, of length $2a$, is placed on a rough table at right angles to its edge. If its centre of gravity be initially at a distance b beyond the edge, then show that the rod will begin to slide when it has turned through an angle θ where $\tan\theta = \frac{\mu a^2}{a^2+9b^2}$, where μ is the coefficient of friction between the rod and the table. 6

OR

A particle of mass m slides on a smooth parabolic tube held in a vertical plane with axis vertical and vertex downwards starting from rest at a height h above the vertex. If the latus rectum of the parabola be $4a$ and ρ be the radius of curvature at a point then show that the reaction at that point is $\frac{2mg(h+a)}{\rho}$. 6

6. Answer any *two* questions : 3 × 2 = 6

a) Write down the Kepler's laws of planetary motion.

b) The velocities of a particle parallel to the axes of x and y are $u+\omega y$ and $u'+\omega' x$ respectively. If u, u', ω, ω' be constants, then show that the path of the particle is a conic.

c) If a rocket, originally of mass M throws off every unit of time a mass eM with relative velocity V, and if M' be the mass of the case of rocket etc., then show that it cannot rise at once after explosion unless $eV > g$.

d) A particle describes a plane curve under central force. Find the differential equation of its path in polar coordinates.

7. Answer any *two* questions : 3 × 2 = 6

a) Find the moment of inertia of an elliptic disc of mass M having major and minor axes of lengths $2a$ and $2b$ about minor axis.

b) Show that for a compound pendulum the centre of oscillation and centre of suspension are interchangeable.

c) Determine the angular momentum of a rigid body revolving about a fixed axis.

d) A rough uniform board of mass m and length $2a$ rests on a smooth horizontal plane and a man of mass M walks on it from one end to the other. Find the distance through which the board moves in this time.

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য