স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৫ ও জুন, ২০১৬

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective)

চতুর্দশ পত্র (14th Paper : **Linear Programming and Game Theory**)

সময় ঃ দুই ঘণ্টা | **পূর্ণমান ঃ ৫০**

Time : 2 Hours | Full Marks : 50

(মানের গুরুত্ব ঃ ৭০%)

(Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

বিভাগ — ক

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১০ × ২ = ২০

১। (ক) একটি কারখানায় তিন ধরনের জিনিস A, B ও C উৎপন্ন হয়। ঐ উৎপন্ন দ্রব্যগুলির প্রতি এককে লাভ যথাক্রমে 3 টাকা, 2 টাকা ও 4 টাকা। কারখানায় দুটি মেশিন আছে এবং প্রতি ধরনের জিনিসের জন্য এক

একক উৎপাদনে যথাক্রমে মেশিনে যত মিনিট কাজ হয় তা নিম্নরূপ :

		উৎপন্ন দ্রব্য		
		A	B	C
মেশিন	X	4	3	5
	Y	2	2	4

কারখানায় সর্বোচ্চ 150 টি A, 200 টি B ও 50 টি C উৎপন্ন করা যায়। X মেশিন ও Y মেশিন যথাক্রমে ব্যবহার করা যায় সর্বোচ্চ 2000 মিনিট ও 2500 মিনিট। কিভাবে উৎপাদন করলে লাভ সর্বোচ্চ হয় — এই সমস্যাটি রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যা হিসেবে লিখুন। ৫

(খ) লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটিকে (যদি সমাধানযোগ্য হয়) সমাধান করুন : ৫

চরম $Z = x_1 + x_2$

শর্ত সাপেক্ষে, $x_1 - x_2 \leq 0$

$3x_1 - x_2 \geq -3$

$x_1, x_2 \geq 0$

২। (ক) প্রমাণ করুন যে E^n দেশে সীমিত সংখ্যক বিন্দুর উত্তল সমবায়ের সেট একটি উত্তল সেট। ৪

(খ) সিম্প্লেক্স কলনবিধি অনুসরণ করে সমাধান করুন : ৬

চরম $Z = 5x_1 + 3x_2$

শর্ত সাপেক্ষে, $x_1 + x_2 \le 2$

$5x_1 + 2x_2 \le 10$

$3x_1 + 8x_2 \le 12$

$x_1,\ x_2 \ge 0$

৩। (ক) নিম্নলিখিত রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যার দ্বৈত সমস্যাটি নির্ণয় করুন : ৬

অবম $Z = x_1 + x_2 + x_3$

শর্ত সাপেক্ষে, $x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$

$x_1 - 2x_2 \le 3$

$2x_2 - x_3 \ge 4$

$x_1, x_2 \ge 0,\ x_3$ চিহ্নে অবাধ।

(খ) দেখান যে $x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 2,\ x_4 = -1,$ $x_5 = 3$ নীচের সমীকরণতন্ত্রের একটি মৌল সমাধান : ৪

$2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 14$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5$

$x_1 - 2x_3 - 2x_5 = -10$

৪। (ক) দেখান যে নীচের সমস্যাটির কোনো কার্যকর সমাধান নেই : ৫

অবম $Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$

শর্ত সাপেক্ষে, $-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$

(খ) প্রমাণ করুন যে কোনো মুখ্য রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যার দ্বৈত সমস্যার দ্বৈত সমস্যা হবে মুখ্য সমস্যা। ৫

বিভাগ — খ

যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৬ × ৩ = ১৮

৫। নীচের অসমতাপূর্ণ পরিবহন সমস্যাটি সমাধান করুন :

	D_1	D_2	D_3	a_i
O_1	4	3	2	10
O_2	1	5	0	13
O_3	3	8	6	12
b_j	8	5	7	

৬। নিম্ন আরোপ সমস্যাটি সমাধান করুন :

	1	2	3	4	5
A	8	4	2	6	1
B	0	9	5	5	4
C	3	8	9	2	6
D	4	3	1	0	3
E	9	5	8	9	5

৭। নীচের ভ্রাম্যমান বিক্রেতা সমস্যাটি সমাধান করুন :

	1	2	3	4	5	6
1	—	5	13	6	4	8
2	6	—	11	5	4	3
3	8	7	—	6	3	11
4	5	4	11	—	5	8
5	5	2	7	8	—	4
6	6	3	13	5	4	—

৮। যদি কোন ক্রীড়ার মূল্য সূচক ম্যাট্রিক্সটি একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স হয় তাহলে প্রমাণ করুন যে ক্রীড়ার মান শূন্য হবে।

৯। নীচের ক্রীড়া সমস্যাটিকে রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যায় রূপান্তর করে সমাধান করুন :

	B_1	B_2	B_3
A_1	2	–2	3
A_2	–3	5	–1

১০। দেখান যে n সংখ্যক গন্তব্যস্থল এবং m উৎপাদন স্থল বিশিষ্ট একটি সমতাপূর্ণ পরিবহন সমস্যার সর্বাধিক মৌল চল হবে $m+n-1$.

বিভাগ — গ

যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ৪ = ১২

১১। E^3 দেশের একটি ভিত্তি নির্ণয় করুন যার মধ্যে (1, 2, 2) এবং (2, 0, 1) অন্তর্ভুক্ত।

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

১২। দেখান যে E^3 দেশে $S=\{(x_1,x_2,x_3):2x_1-x_2+x_3\le 5\}$ সেটটি একটি উত্তল সেট।

১৩। E^2 দেশে $S=\{(x_1,x_2):x_1^2+x_2^2\le 1, x_1\ge 0, x_2\ge 0\}$ সেটটির প্রান্তিক বিন্দুগুলি (যদি কোন প্রান্তিক বিন্দু থাকে) নির্ণয় করুন।

১৪। E^4 দেশে $4x_1+6x_2+2x_3+x_4=20$ এই পরাসমতল সাপেক্ষে (1, 1, 1, 1) বিন্দুটির অবস্থান নির্ণয় করুন।

১৫। দুই ব্যক্তির শূন্য যোগফল বিশিষ্ট ক্রীড়া সমস্যা সংক্রান্ত মৌল উপপাদ্যটি বিবৃত করুন।

১৬। আরোপ সমস্যাকে যথার্থ L.P.P. বলা যায় কি ? উত্তরের সমর্থনে যুক্তি দিন।

১৭। নীচের পরিবহন সমস্যাটিকে রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যা হিসেবে লিখুন :

	D_1	D_2	a_i
O_1	4	2	10
O_2	1	3	12
b_j	8	14	

১৮। $W=\{(x,y,z):yz=0\}$ সেটটি E^3-এর উপদেশ কিনা পরীক্ষা করুন।

(English Version)

Group – A

Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$

1. a) Three types of products *A, B, C* are produced in a firm. The profits per unit of *A, B, C* are respectively Rs. 3, Rs. 2 and Rs. 4. The firm has two machines and the required processing time in minutes for each machine on each unit of product is given below :

		Products		
		A	*B*	*C*
Machines	*X*	4	3	5
	Y	2	2	4

The firm manufactures at most 150 *A*'s, 200 *B*'s and 50 *C*'s. Machines *X* and *Y* can be used at most 2000 minutes and 2500 minutes respectively. Set up an L.P.P. to maximize the profit. 5

b) Solve (if possible) graphically the following L.P.P. : 5

Maximize $Z = x_1 + x_2$

subject to $x_1 - x_2 \le 0$

$3x_1 - x_2 \ge -3$

$x_1, x_2 \ge 0$

2. a) Prove that the set of all convex combinations of a finite number of points in E^n space is a convex set. 4

b) Solve the following L.P.P. by simplex algorithm : 6

Maximize $Z = 5x_1 + 3x_2$

subject to $x_1 + x_2 \le 2$

$5x_1 + 2x_2 \le 10$

$3x_1 + 8x_2 \le 12$

$x_1, x_2 \ge 0$

3. a) Find the dual of the following L.P.P. : 6

Minimize $Z = x_1 + x_2 + x_3$

subject to $x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$

$x_1 - 2x_2 \le 3$

$2x_2 - x_3 \ge 4$

$x_1, x_2 \ge 0$, x_3 is unrestricted in sign.

b) Show that $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$, $x_4 = -1$, $x_5 = 3$ is a basic solution of the following system of equations : 4

$2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 14$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5$

$x_1 - 2x_3 - 2x_5 = -10$

4. a) Show that the following L.P.P. has no feasible solution : 5

Minimize $Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$

subject to $-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$

b) Prove that the dual of the dual of an L.P.P. is the primal. 5

Group – B

Answer any *three* questions. 6 × 3 = 18

5. Solve the following unbalanced transportation problem :

	D_1	D_2	D_3	a_i
O_1	4	3	2	10
O_2	1	5	0	13
O_3	3	8	6	12
b_j	8	5	7	

6. Solve the following assignment problem :

	1	2	3	4	5
A	8	4	2	6	1
B	0	9	5	5	4
C	3	8	9	2	6
D	4	3	1	0	3
E	9	5	8	9	5

7. Solve the following travelling salesman problem :

	1	2	3	4	5	6
1	—	5	13	6	4	8
2	6	—	11	5	4	3
3	8	7	—	6	3	11
4	5	4	11	—	5	8
5	5	2	7	8	—	4
6	6	3	13	5	4	—

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

8. If the pay-off matrix of a game be skew-symmetric matrix then show that the value of the game will be zero.

9. Solve the following game problem by transforming it to L.P.P. :

	B_1	B_2	B_3
A_1	2	–2	3
A_2	–3	5	–1

10. Show that the number of basic variables in a balanced transportation problem with n destinations and m origins is at most $m + n - 1$.

Group – C

Answer any *four* questions. 3 × 4 = 12

11. Find a basis of the space E^3 containing (1, 2, 2) and (2, 0, 1).

12. Show that $S = \{(x_1, x_2, x_3) : 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 5\}$ is a convex set in the space E^3.

13. Find the extreme points (if any) of the set $S = \{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$ in E^2.

14. Determine the position of the point (1, 1, 1, 1) relative to the hyperplane

$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 20$ in E^4.

15. State the fundamental theorem on two person zero sum game.

16. Is assignment problem strictly an L.P.P. ? Give reasons for your answer.

17. Express the following transportation problem as an L.P.P. :

	D_1	D_2	a_i
O_1	4	2	10
O_2	1	3	12
b_j	8	14	

18. Examine whether the set $W = \{(x, y, z) : yz = 0\}$ is a subspace of the space E^3.

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য