স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষা (Term End Examination) :

ডিসেম্বর, ২০১৫ ও জুন, ২০১৬

গণিত (Mathematics)

সহায়ক পাঠক্রম (Subsidiary-3)

তৃতীয় পত্র (S-3, SMT-III : **Mathematics-III**)

সময় ঃ তিন ঘণ্টা **পূর্ণমান ঃ ১০০**

Time : 3 Hours Full Marks : 100

(মানের গুরুত্ব ঃ ৭০%)

(Weightage of Marks : 70%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

বিভাগ – ক

(পূর্ণমান : ২০)

যে-কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ২০ × ১ = ২০

১। (ক) $y = 4x^6 - 5x$ -এর আপেক্ষিক ভ্রান্তি নির্ণয় করুন যখন x = 1-এর জন্য x-এর পরম ভ্রান্তি $\Delta x = 0 \cdot 04$. ৫

(খ) নিউটনের অগ্র আন্তঃপাঠন সূত্রটি বিবৃত করুন। ৫

(গ) দশটি সমান উপঅন্তরাল নিয়ে ট্রাপিজয়ডাল সূত্র প্রয়োগ করে $\int_0^1 (4x - 3x^2)\mathrm{d}x$ নির্দিষ্ট সমাকলনের মান নির্ণয় করুন। ৫

(ঘ) সমদ্বিখণ্ডক পদ্ধতি ব্যবহার করে $x^3 - 4x - 9 = 0$ সমীকরণের চার দশমিক স্থান পর্যন্ত শুদ্ধ ধনাত্মক বীজ নির্ণয় করুন। ৫

২। (ক) আটটি সমান উপঅন্তরাল নিয়ে সিম্পসনের $\frac{1}{3}$ সূত্রের সাহায্যে $\int_{1.2}^{1.6} \left(x + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$ -এর মান নির্ণয় করুন। ৫

(খ) প্রমাণ করুন যে $\Delta - \nabla = \Delta.\nabla$. ৫

(গ) লাগরাঞ্জের আন্তঃপাঠন সূত্র ব্যবহার করে নিম্নের টেবিল থেকে $f(x)$-এর মান নির্ণয় করুন, যখন x = 48·5 :

x	40·0	40·5	45·5	50·5
$f(x)$	1175	1285	1880	2380

৫

(ঘ) প্রদত্ত সারণী ব্যবহার করে নিউটনের অগ্র আন্তঃপাঠন সূত্রের সাহায্যে $f(1 \cdot 2)$ -এর মান নির্ণয় করুন : ৫

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	5	31	121	341	781

বিভাগ – খ

(পূর্ণমান : ৩০)

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১৫ × ২ = ৩০

৩। (ক) একটি বস্তুকণা মূলবিন্দু অভিমুখী কেন্দ্রীয় বলাধীনে $r = a\tan\theta$ পথ পরিক্রমা করে। বলটির সূত্র ও গতিবেগ r-এর আকারে প্রকাশ করুন। ৭

(খ) দেখান যে কোন বক্ররেখার উপর সুষম বেগে চলমান একটি কণার ত্বরণ $p\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2$ হবে। ৮

৪। (ক) M ভরবিশিষ্ট একটি বন্দুক থেকে m ভর বিশিষ্ট একটি গুলি বিক্ষিপ্ত হওয়ায় E পরিমাণ গতীয় শক্তি উৎপন্ন হয়। প্রমাণ করুন যে গুলিটি যেদিকে বিক্ষিপ্ত হবে বন্দুকটি তার বিপরীত দিকে $\sqrt{\frac{2ME}{M(m+M)}}$ বেগে চালিত হবে। ৮

(খ) যদি $\vec{A} = \vec{R}\cos pt + \vec{B}\sin pt$ ($\vec{R}, \vec{A}, \vec{B}$ ভেক্টরত্রয়, p একটি স্কেলার, $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মান ধ্রুবক ধরা হয়েছে) তাহলে দেখান যে $\frac{\mathrm{d}^2\vec{R}}{\mathrm{d}t^2} + p^2\vec{R} = 0$. ৭

৫। (ক) যদি ভেক্টর $\vec{A} = \hat{i}a_1 + \hat{j}a_2$ এবং ভেক্টর $\vec{B} = \hat{i}b_1 + \hat{j}b_2$, $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, *OX, OY, OZ* অভিমুখে একক ভেক্টরত্রয় সাধারণত ধরা হয়ে থাকে তাহলে $\vec{A}.\vec{B}$ এবং $\vec{A}\times\vec{B}$ -এর মান নির্ণয় করুন। মনে রাখতে হবে যে $\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{i} = 0$ এবং $\hat{i}^2 = 1$, $\hat{j}^2 = 1$ আবার $\hat{i}\times\hat{j} = -\hat{j}\times\hat{i} = \hat{k}$, $\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = 0$. ৭

(খ) যদি কোন গ্রহ সূর্য থেকে যখন সবচেয়ে দূরে থাকে তখন তার রৈখিক গতিবেগ V_1 হয় এবং ওই গ্রহটি যখন সূর্য থেকে নিকটতম দূরত্বে থাকে তখন তার রৈখিক গতিবেগ V_2 হয় তাহলে প্রমাণ করুন যে $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1-e}{1+e}$ হবে। ৮

৬। (ক) স্পর্শক দিশায় নির্দেশতন্ত্রে কোন কণার বেগ নির্ণয় করুন। ৭

(খ) সরল সমঞ্জস গতিতে চলমান একটি কণার গতিবেগ কোনো এক সময় V হলে এবং ঐ সমঞ্জস গতির বিস্তার a এবং পর্যায়কাল T ধরলে দেখান যে $\int_0^T V^2\mathrm{d}t = \frac{2\pi^2a^2}{T}$. ৮

বিভাগ – গ (পূর্ণমান : ৫০)

যে-কোনো **পাঁচটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১০ × ৫ = ৫০

৭। সিমপ্লেক্স পদ্ধতি অবলম্বন করে নীচের রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যাটি সমাধান করুন :

চরম $Z = 3x_1 + x_2 + 3x_3$

শর্ত সাপেক্ষে, $2x_1 + x_2 + x_3 \le 2$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 5$

$2x_1 + 2x_2 + x_3 \le 6$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$

৮। দ্বিপর্যায় পদ্ধতিতে নিম্নোক্ত রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যাটি সমাধান করুন :

অবম $Z = x_1 + x_2$

শর্ত সাপেক্ষে, $2x_1 + x_2 \ge 4$

$x_1 + 7x_2 \ge 7$

৯। নিম্নোক্ত আরোপ সমস্যাটির সমাধান করুন :

12	24	15
23	18	24
30	14	28

১০। নিম্নলিখিত ভ্রাম্যমান সেলস্‌ম্যান সমস্যাটির সমাধান করুন :

	A	B	C	D
A	∞	4	7	3
B	4	∞	6	3
C	7	6	∞	7
D	3	3	7	∞

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

১১। ভিত্তির সংজ্ঞা লিখুন। দেখান যে, (3, 0, 2), (7, 0, 9) এবং (10, 1, 11) এই ভেক্টরত্রয় E_3 দেশে ভিত্তি গঠন করে।

১২। ভোগেলের আসন্ন মান পদ্ধতি অবলম্বন করে অবম সমাধান নির্ণয় করুন :

0	2	1	5
2	1	5	10
2	4	3	5
5	5	10	

১৩। লেখচিত্রের সাহায্যে নীচের রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যার সমাধান আছে কিনা তা নির্ণয় করুন :

চরম $Z = 6x_1 + 3x_2$

শর্ত সাপেক্ষে, $4x_1 + 2x_2 \le 8$

$x_1 \ge 0$

$x_2 \ge 7$, $x_1, x_2 \ge 0$.

১৪। প্রাধান্য তত্ত্বের সাহায্যে নিচের ক্রীড়ার সমাধান করুন :

$$A \begin{matrix} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} \begin{matrix} B \\ B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4 \end{matrix} \begin{pmatrix} -5 & 3 & 1 & 15 \\ 5 & 5 & 4 & 6 \\ -4 & -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

(English Version)

Group – A

(Full Marks : 20)

Answer any *one* question. 20 × 1 = 20

1. a) Find the relative error of $y = 4x^6 - 5x$, when for x = 1 the absolute error of x is given by $\Delta x = 0 \cdot 04$. 5

   b) Derive Newton's forward interpolation formula. 5

   c) Evaluate $\int_0^1 (4x - 3x^2)dx$ by trapezoidal rule taking ten intervals. 5

   d) Using Bisection method to find the positive root of $x^3 - 4x - 9 = 0$ correct up to 4 decimal places. 5

2. a) Calculate $\int_{1.2}^{1.6} \left(x + \frac{1}{x}\right)dx$ by Simpson's $\frac{1}{3}$ rule taking eight equal subintervals. 5

   b) Prove that $\Delta - \nabla = \Delta.\nabla$. 5

   c) Using Lagrangian interpolation formula, find the value of $f(48 \cdot 5)$ from the table given by

x	40·0	40·5	45·5	50·5
$f(x)$	1175	1285	1880	2380

5

   d) Find $f(1 \cdot 2)$ from the following table by Newton's forward interpolation formula.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	5	31	121	341	781

5

Group – B

(Full Marks : 30)

Answer any *two* questions. 15 × 2 = 30

3. a) A particle travels a distance $r = a\tan\theta$ under central force towards its centre (origin). Find the law of force and its velocity in respect to *r*. 7

   b) Show that in a curve acceleration of a particle will be $p\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2$ under uniform velocity. 8

4. a) A gun of mass *M* fires a shell of mass *m* which generates kinetic energy of strength *E*. Show that the velocity of the gun is $\sqrt{\frac{2ME}{M(m+M)}}$ opposite to direction of shell's deflection. 8

   b) If $\vec{A} = \vec{R}\cos pt + \vec{B}\sin pt$ ($\vec{R}, \vec{A}, \vec{B}$ are vectors, p is a scalar, $\vec{A}, \vec{B}$ are constants), then show that $\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} + p^2\vec{R} = 0$. 7

5. a) If $\vec{A} = \hat{i}\,a_1 + \hat{j}\,a_2$ and $\vec{B} = \hat{i}\,b_1 + \hat{j}\,b_2$ are two vectors where $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ are known as the unit vectors in the direction of *OX, OY, OZ*, then find the value of $\vec{A}.\vec{B}$ and $\vec{A} \times \vec{B}$. Remember that $\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{i} = 0$ and $\hat{i}^2 = 1$, $\hat{j}^2 = 1$ also $\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$, $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = 0$. 7

b) If a planet is such that when its distance from sun is maximum its linear velocity is V_1 and when its distance from sun is minimum its linear velocity is V_2, then prove that $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1-e}{1+e}$. 8

6. a) In a system find the velocity of a particle under tangential direction. 7

b) If the velocity of a particle moving in simple harmonic motion is V and range of the motion is a and periodic time is T then show that $\int_0^T V^2 \mathrm{d}t = \frac{2\pi^2 a^2}{T}$. 8

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

Group – C

(Full Marks : 50)

Answer any *five* questions. 10 × 5 = 50

7. Solve the following L.P.P. by Simplex method :

Maximize $Z = 3x_1 + x_2 + 3x_3$

subject to $2x_1 + x_2 + x_3 \le 2$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 5$

$2x_1 + 2x_2 + x_3 \le 6$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$

8. Use two-phase method to solve the following L.P.P. :

Minimize $Z = x_1 + x_2$

subject to $2x_1 + x_2 \ge 4$

$x_1 + 7x_2 \ge 7$

9. Solve the following assignment problem :

12	24	15
23	18	24
30	14	28

10. Solve the following Travelling Salesman problem :

	A	*B*	*C*	*D*
A	∞	4	7	3
B	4	∞	6	3
C	7	6	∞	7
D	3	3	7	∞

11. Define basis. Show that (3, 0, 2), (7, 0, 9) and (10, 1, 11) form a basis for E_3.

12. Solve the following transportation problem using VAM for minimisation :

0	2	1	5
2	1	5	10
2	4	3	5
5	5	10	

13. Check whether the following linear programming problem has any solution by applying graphical method :

Maximize $Z = 6x_1 + 3x_2$

subject to $4x_1 + 2x_2 \leq 8$

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 7$, $x_1, x_2 \geq 0$.

14. Using the rule of dominance solve the following game theory :

$$A \quad \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -5 & 3 & 1 & 15 \\ 5 & 5 & 4 & 6 \\ -4 & -2 & 0 & -5 \end{pmatrix} \end{array} \quad B$$

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

B.Sc.-7501-B