



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), প্রথম পত্র (1st Paper),

Differential Calculus and its Geometric Application : EMT-1

পূর্ণমান : ৫০

QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET

মানের গুরুত্ব : ৩০%

(Full Marks : 50)

(Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting.
The figures in the margin indicate full marks.**

Name (in Block Letter) :

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : Code :

To be filled by the Candidate	Serial No. of question answered																	TOTAL
For Evaluator's only	Marks awarded																	

Q.P. Code : **20UA117EMT1**

B.Sc.-AU-16125

Signature of Evaluator with Date



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

STUDENT'S COPY

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), প্রথম পত্র (1st Paper),

Differential Calculus and its Geometric Application : EMT-1

Name (in Block Letter) :

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : Code :

Q.P. Code : **20UA117EMT1**

B.Sc.-AU-16125

Received Answer Booklet
Signature with seal by the Study-Centre

**জরুরী নির্দেশ / Important Instruction**

আগামী শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষায় (T.E. Exam.) নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা (QPAB) প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যস্ত করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

New system i.e. Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.

**Detail schedule for submission of assignment for the
BDP Term End Examination December-2019 & June-2020**

1. Date of Publication : 14/02/2020
2. Last date of Submission of answer script by the student to the study centre : 07/03/2020
3. Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre : 08/04/2020
4. Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days. : 18/04/2020
5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before : 20/04/2020

এখানে কিছু লিখবেন না

Do Not Write Anything Here

বিভাগ — ক
Group – A

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

10 × 2 = 20

Answer any two questions :

1. a) $f(x) = \frac{1}{2 + \cos 4x}$ অপেক্ষকটির প্রসার (Range) নির্ণয় করুন। 3
Find the range of the function $f(x) = \frac{1}{2 + \cos 4x}$.
- b) লেখচিত্র অঙ্কন করুন : $f(x) = |x| + |x - 1|$. 3
Draw the graph of $f(x) = |x| + |x - 1|$.
- c) যদি $f(x) = 3x$, যখন $-3 < x \leq 0$
 $= -3x$, যখন $0 < x \leq 6$, হয়
তবে দেখান যে $x = 0$ বিন্দুতে অপেক্ষকটি সন্তত কিন্তু $x = 0$ বিন্দুতে এটি অন্তরকলনযোগ্য নয়। 2 + 2
For the function
 $f(x) = 3x$ for $-3 < x \leq 0$
 $= -3x$ for $0 < x \leq 6$,
show that it is continuous at $x = 0$ but not differentiable at $x = 0$.
2. a) $f(x) = \tan x$ এবং n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। Leibnitz-এর উপপাদ্যের সাহায্যে প্রমাণ করুন যে,
 $f^n(0) - {}^n C_2 f^{n-2}(0) + {}^n C_4 f^{n-4}(0) - \dots = \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right)$. 5
 $f(x) = \tan x$ and n is a positive integer. Prove by Leibnitz's theorem,
 $f^n(0) - {}^n C_2 f^{n-2}(0) + {}^n C_4 f^{n-4}(0) - \dots = \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right)$.
- b) $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$, $x > 0$ অপেক্ষকটি ব্যবহার করে e^π ও π^e -এর মধ্যে কোন্টি বৃহত্তর নির্ণয় করুন। 5
Using the function $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$, $x > 0$, determine the greater of the two numbers e^π and π^e .
3. a) কসি (Cauchy)-র মধ্যমান উপপাদ্যটি বিবৃত করুন। $f(x) = x(x-1)(x-2)$ এবং $a = 0, b = \frac{1}{2}$ হলে
মধ্যমান উপপাদ্য $f(b) - f(a) = (b-a)f'(\xi)$, $a < \xi < b$ প্রয়োগ করা সম্ভব কিনা আলোচনা করুন।
সম্ভব হলে ξ -এর মান নির্ণয় করুন। 2 + 3
State Cauchy's Mean Value Theorem. Discuss the applicability of M.V.Th.
 $f(b) - f(a) = (b-a)f'(\xi)$, $a < \xi < b$ for $f(x) = x(x-1)(x-2)$, $a = 0, b = \frac{1}{2}$
and find ξ , if the theorem be applicable.
- b) মান নির্ণয় করুন : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$. 5
Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$.



4. a) যদি $V = 2 \cos^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ হয় তবে প্রমাণ করুন : $x \frac{\partial V}{\partial x} + y \frac{\partial V}{\partial y} + \cot \frac{V}{2} = 0$. 5

If $V = 2 \cos^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$, show that $x \frac{\partial V}{\partial x} + y \frac{\partial V}{\partial y} + \cot \frac{V}{2} = 0$.

b) $u = f(x, y)$ এবং $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ হলে প্রমাণ করুন :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2. \quad 5$$

If $u = f(x, y)$ and $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, prove that

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2.$$

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA117EMT1

5 / 20

B.Sc.-AU-16125



QP Code : 20UA117EMT1

6 / 20

B.Sc.-AU-16125



QP Code : 20UA117EMT1

7 / 20

B.Sc.-AU-16125

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA117EMT1

8 / 20

B.Sc.-AU-16125



QP Code : 20UA117EMT1

9 / 20

B.Sc.-AU-16125



বিভাগ — খ
Group – B

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

6 × 3 = 18

Answer any three questions :

5. $p = x \cos \alpha + y \sin \alpha$ সরলরেখাটি $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{n}{n-1}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 1$ বক্ররেখাটিকে স্পর্শ করলে প্রমাণ করুন যে,
 $p^n = (a \cos \alpha)^n + (b \sin \alpha)^n$. 6

If the line $p = x \cos \alpha + y \sin \alpha$ touches the curve $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{n}{n-1}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 1$, then prove that
 $p^n = (a \cos \alpha)^n + (b \sin \alpha)^n$.

6. প্রমাণ করুন যে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তটির একটি নাভির সাপেক্ষে পেডাল সমীকরণ (pedal equation)
 $\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1$. 6

Show that the pedal equation of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, with respect to a focus is

$$\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1.$$

7. প্রমাণ করুন যে $ax^3 + by^3 = 1$ এবং $a'x^3 + b'y^3 = 1$ বক্ররেখাদ্বয় পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করবে যদি
 $aa'(b-b')^{4/3} + bb'(a-a')^{4/3} = 0$ হয়। 6
Prove that the curves $ax^3 + by^3 = 1$ and $a'x^3 + b'y^3 = 1$ will cut orthogonally if
 $aa'(b-b')^{4/3} + bb'(a-a')^{4/3} = 0$.

8. যদি $f(x, y) = xy \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$, যখন $x \neq 0$ বা $y \neq 0$
 $= 0$, যখন $x = 0, y = 0$ হয়

তবে প্রমাণ করুন যে $(0, 0)$ বিন্দুতে $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$. 6

If $f(x, y) = xy \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$, when $x \neq 0$ or $y \neq 0$

$$= 0, \quad \text{when } x = 0, y = 0,$$

show that at $(0, 0)$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

9. $2x(y-5)^2 = 3(y-2)(x-1)^2$ বক্ররেখাটির অসীম পথগুলির সমীকরণ নির্ণয় করুন। 6
Find the asymptotes of $2x(y-5)^2 = 3(y-2)(x-1)^2$.



10. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ সরলরেখাগুলির পরিস্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করুন যেখানে $a^2 + b^2 = c^2$, c একটি ধ্রুবক।

6

Find the envelope of the straight lines $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ where $a^2 + b^2 = c^2$, c is a constant.

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA117EMT1

12 / 20

B.Sc.-AU-16125



QP Code : 20UA117EMT1

13 / 20

B.Sc.-AU-16125

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA117EMT1

14 / 20

B.Sc.-AU-16125

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**



QP Code : 20UA117EMT1

15 / 20

B.Sc.-AU-16125

বিভাগ — গ
Group – C

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

3 × 4 = 12

Answer any four questions :

11. a ও b -এর মান নির্ণয় করুন যার জন্য $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1+a \cos x) - b \sin x}{x^3} = 1$ হয়। 3

Find a and b so that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1+a \cos x) - b \sin x}{x^3} = 1$.

12. $y - x = x^2 + 2xy + y^2$ বক্ররেখাটির মূলবিন্দু $(0, 0)$ -তে বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন। 3

Find the radius of curvature at the origin, $(0, 0)$, of the curve $y - x = x^2 + 2xy + y^2$.

13. $9x^2 + 25y^2 = 225$ উপবৃত্তটির উপর কোন্ বিন্দুটি $(4, 0)$ বিন্দুটির নিকটতম, তা নির্ণয় করুন। 3

Find the coordinates of the point on the ellipse $9x^2 + 25y^2 = 225$, which is nearest to the point $(4, 0)$.

14. প্রমাণ করুন যে $y = (x - a)e^{x-a}$ বক্ররেখার একটি ইনফ্লেকশন বিন্দু $(a - 2, -2e^{-2})$ । 3

Prove that $(a - 2, -2e^{-2})$ is a point of inflexion of the curve $y = (x - a)e^{x-a}$.

15. প্রমাণ করুন যে x -এর সকল ধনাত্মক মানের জন্য $\log(5 + x) > \frac{x}{5 + x}$ । 3

Prove that $\log(5 + x) > \frac{x}{5 + x}$, for all $x > 0$.

16. $y = x + \frac{4}{x}$ বক্ররেখাটির $(2, 4)$ বিন্দুতে বক্রতাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করুন। 3

Find the equation of the circle of curvature of the curve $y = x + \frac{4}{x}$ at the point $(2, 4)$.

17. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ হলে $2xy$ -এর চরম মান নির্ণয় করুন। 3

If $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$, find the maximum value of $2xy$.

18. $by^2 = (x + a)^3$ বক্ররেখার যে কোনো বিন্দুতে প্রমাণ করুন যে,
(উপস্পর্শকের দৈর্ঘ্য)² \propto (উপ-অভিলম্বের দৈর্ঘ্য) 3

Show that for the curve $by^2 = (x + a)^3$, the square of the subtangent varies as the subnormal.



QP Code : 20UA117EMT1

17 / 20

B.Sc.-AU-16125

প্রথম উত্তর / **First Answer :**



QP Code : 20UA117EMT1

18 / 20

B.Sc.-AU-16125

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA117EMT1

19 / 20

B.Sc.-AU-16125

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**



QP Code : 20UA117EMT1

20 / 20

B.Sc.-AU-16125

চতুর্থ উত্তর / **Fourth Answer :**
