



# NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম ( BDP )

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), চতুর্থ পত্র (4th Paper), Vector Algebra & Vector Calculus : EMT-4

পূর্ণমান : ৫০

**QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET**

মানের গুরুত্ব : ৩০%

(Full Marks : 50)

(Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অসুন্দর বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting.  
The figures in the margin indicate full marks.**

Name (in Block Letter) : .....

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : ..... Code : .....

To be filled by the Candidate	Serial No. of question answered																			TOTAL
For Evaluator's only	Marks awarded																			

Q.P. Code : **20UA120EMT4**

**B.Sc.-AU-16128**

Signature of Evaluator with Date

..... ✂ .....



# NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম ( BDP )

**STUDENT'S COPY**

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), চতুর্থ পত্র (4th Paper), Vector Algebra & Vector Calculus : EMT-4

Name (in Block Letter) : .....

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : ..... Code : .....

Q.P. Code : **20UA120EMT4**

**B.Sc.-AU-16128**

Received Answer Booklet  
Signature with seal by the Study-Centre

**জরুরী নির্দেশ / Important Instruction**

আগামী শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষায় (T.E. Exam.) নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা (QPAB) প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যস্ত করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

**New system i.e. Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.**

**Detail schedule for submission of assignment for the  
BDP Term End Examination December-2019 & June-2020**

1. Date of Publication : 14/02/2020
2. Last date of Submission of answer script by the student to the study centre : 07/03/2020
3. Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre : 08/04/2020
4. Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days. : 18/04/2020
5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before : 20/04/2020

---

এখানে কিছু লিখবেন না

**Do Not Write Anything Here**

---



বিভাগ — ক  
Group – A

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

10 × 2 = 20

Answer any two questions :

1. a) ভেক্টর পদ্ধতির সাহায্যে প্রমাণ করুন যে, কোনো ত্রিভুজের কোণগুলির সমদ্বিখণ্ডকত্রয় সমবিন্দু। 5  
Prove by vector method that the bisectors of the angles of a triangle meet at a point.

- b) ভেক্টর পদ্ধতির সাহায্যে প্রমাণ করুন যে, একটি চতুস্তলকের চারটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(x_1, y_1, z_1)$ ,

$$(x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3) \text{ ও } (x_4, y_4, z_4) \text{ হলে, চতুস্তলকটির আয়তন হবে } \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}.$$

5

Show by vector method that the volume of a tetrahedron, whose four vertices are

$$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3), (x_4, y_4, z_4), \text{ is } \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. a) মূলবিন্দু থেকে  $\vec{a} \times (\vec{r} - \vec{b}) = \vec{0}$  সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের সমীকরণ নির্ণয় করুন। 5

Find the equation of perpendicular from the origin on the line  $\vec{a} \times (\vec{r} - \vec{b}) = \vec{0}$ .

- b) C হল একটি বৃত্ত যার সমীকরণ  $x^2 + y^2 = 4, z = 0$  এবং মনে করুন

$$\vec{b} = (x^2 + y^2)\hat{i} + (x^2 + z^2)\hat{j} + y\hat{k}. \text{ C-এর চতুর্দিকে ধনাত্মক দিকে মান নির্ণয় করুন : } \oint_C \vec{b} \cdot d\vec{r}. \quad 5$$

Let C be the circle with equations  $x^2 + y^2 = 4, z = 0$  and let

$$\vec{b} = (x^2 + y^2)\hat{i} + (x^2 + z^2)\hat{j} + y\hat{k}. \text{ Evaluate } \oint_C \vec{b} \cdot d\vec{r} \text{ around C in the positive direction.}$$

3. a) m ভরের একটি কণার উপর  $\vec{F} = 16\vec{p}\sin 2t + \vec{q}e^{-t}$  বল ক্রিয়াশীল, যেখানে  $\vec{p}$  ও  $\vec{q}$  হল ধ্রুবক ভেক্টর ও t হল সময়। কণাটির বেগ  $\vec{v}$  ও অবস্থান ভেক্টর  $\vec{r}$ -এর মান সময় t দ্বারা প্রকাশ করুন।

প্রদত্ত :  $\vec{v} = \vec{0}$  এবং  $\vec{r} = \vec{0}$  যখন  $t = 0$ .

5

A particle of mass m is acted upon by a force  $\vec{F}$  given by the relation

$$\vec{F} = 16\vec{p}\sin 2t + \vec{q}e^{-t}, \text{ where } \vec{p} \text{ and } \vec{q} \text{ are constant vectors and } t \text{ is the time.}$$

Find the velocity  $\vec{v}$  and the position vector  $\vec{r}$  of the particle in terms of t, given that

$\vec{v} = \vec{0}$  and  $\vec{r} = \vec{0}$  when  $t = 0$ .

- b) প্রমাণ করুন যে,  $\vec{\nabla} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \operatorname{div} \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{\nabla}) \vec{b} + (\vec{b} \cdot \vec{\nabla}) \vec{a} - \vec{b} \operatorname{div} \vec{a}.$  5

Prove that  $\vec{\nabla} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \operatorname{div} \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{\nabla}) \vec{b} + (\vec{b} \cdot \vec{\nabla}) \vec{a} - \vec{b} \operatorname{div} \vec{a}.$



4. a)  $S$  ক্ষেত্র দ্বারা সীমাবদ্ধ  $V$  অঞ্চলের উপর  $\vec{b}$  ভেক্টরের প্রথম অবকলজ সম্মত হলে, প্রমাণ করুন যে

$$\int_S \vec{n} \cdot (\nabla \times \vec{b}) ds = 0. \quad 5$$

If  $\vec{b}$  has a continuous first derivative in a closed region  $V$  bounded by a surface  $S$ , prove that  $\int_S \vec{n} \cdot (\nabla \times \vec{b}) ds = 0$ .

- b) যদি  $\vec{b} = (x^2 - y)\hat{i} + (2x^2 + 3y)\hat{j} - 3xz\hat{k}$ , তাহলে  $S$ -এর উপর  $\vec{b}$ -এর তল সমাকলন নির্ণয় করুন, যেখানে  $S$  হল একটি গোলক যার কেন্দ্র  $(1, 0, 2)$  এবং যা  $(3, -2, 1)$  বিন্দুগামী। 5

If  $\vec{b} = (x^2 - y)\hat{i} + (2x^2 + 3y)\hat{j} - 3xz\hat{k}$ , evaluate surface integral of  $\vec{b}$  over the surface of a sphere  $S$  with centre at  $(1, 0, 2)$  and passing through the point  $(3, -2, 1)$ .

---

প্রথম উত্তর / First Answer :



**QP Code : 20UA120EMT4**

5 / 20

**B.Sc.-AU-16128**



**QP Code : 20UA120EMT4**

6 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

---



QP Code : 20UA120EMT4

7 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



**QP Code : 20UA120EMT4**

8 / 20

**B.Sc.-AU-16128**





QP Code : 20UA120EMT4

9 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

---



বিভাগ – খ  
Group – B

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

6 × 3 = 18

Answer any three questions :

5. ভেক্টর পদ্ধতির সাহায্যে প্রমাণ করুন যে, কোনো সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি সমান এবং কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। 6

Prove by vector method that the opposite sides of a parallelogram are equal and the diagonals bisect one another.

6. যদি  $\vec{b} = yz\hat{i} + zx\hat{j} + xy\hat{k}$ , দেখান যে  $\vec{b}$  হল সলিনয়ডাল (solenoidal) এবং  $\vec{b}$ -এর ভেক্টর পোটেনশিয়াল (vector potential) নির্ণয় করুন। 6

If  $\vec{b} = yz\hat{i} + zx\hat{j} + xy\hat{k}$ , show that  $\vec{b}$  is solenoidal and find its vector potential.

7. প্রমাণ করুন যে,

$$(i) \quad \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{r} = -(\vec{a} \cdot \vec{r})/r^2$$

$$(ii) \quad \vec{b} \cdot \vec{\nabla} (\vec{a} \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{r}) = (3\vec{a} \cdot \vec{r})(\vec{b} \cdot \vec{r})/r^5 - (\vec{a} \cdot \vec{b})/r^3,$$

যেখানে  $\vec{a}$  এবং  $\vec{b}$  হল ধ্রুবক ভেক্টর।

2 + 4

Show that

$$(i) \quad \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{r} = -(\vec{a} \cdot \vec{r})/r^2$$

$$(ii) \quad \vec{b} \cdot \vec{\nabla} (\vec{a} \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{r}) = (3\vec{a} \cdot \vec{r})(\vec{b} \cdot \vec{r})/r^5 - (\vec{a} \cdot \vec{b})/r^3,$$

where  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are constant vectors.

8. যদি ভেক্টর  $\vec{a}$ ,  $u$  scalar চলার অপেক্ষক হয়, তবে দেখান যে

$$\frac{d}{du} \left[ \vec{a} \cdot \left( \frac{d\vec{a}}{du} \times \frac{d^2\vec{a}}{du^2} \right) \right] = \left( \vec{a} \times \frac{d\vec{a}}{du} \right) \cdot \frac{d^3\vec{a}}{du^3}. \quad 6$$

If  $\vec{a}$  is a function of a scalar variable  $u$ , show that

$$\frac{d}{du} \left[ \vec{a} \cdot \left( \frac{d\vec{a}}{du} \times \frac{d^2\vec{a}}{du^2} \right) \right] = \left( \vec{a} \times \frac{d\vec{a}}{du} \right) \cdot \frac{d^3\vec{a}}{du^3}.$$

9. প্রমাণ করুন যে,  $[\vec{A} \times \vec{P} \quad \vec{B} \times \vec{Q} \quad \vec{C} \times \vec{R}] + [\vec{A} \times \vec{Q} \quad \vec{B} \times \vec{R} \quad \vec{C} \times \vec{P}] + [\vec{A} \times \vec{R} \quad \vec{B} \times \vec{P} \quad \vec{C} \times \vec{Q}] = 0$ . 6

Prove that  $[\vec{A} \times \vec{P} \quad \vec{B} \times \vec{Q} \quad \vec{C} \times \vec{R}] + [\vec{A} \times \vec{Q} \quad \vec{B} \times \vec{R} \quad \vec{C} \times \vec{P}] + [\vec{A} \times \vec{R} \quad \vec{B} \times \vec{P} \quad \vec{C} \times \vec{Q}] = 0$ .



10. স্টোকসের উপপাদ্যের সাহায্যে মান নির্ণয় করুন :  $\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{f}) \cdot \hat{n} ds,$

যেখানে  $\vec{f} = (x^2 - y)\hat{i} + (y^2 - z)\hat{j} + (z^2 - x)\hat{k}$  এবং  $S$  হল  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  গোলকের  $xy$  তলের উপরের অংশ।

6

Using Stokes' theorem, evaluate  $\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{f}) \cdot \hat{n} ds$  where

$\vec{f} = (x^2 - y)\hat{i} + (y^2 - z)\hat{j} + (z^2 - x)\hat{k}$  and  $S$  is the surface of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  above  $xy$  plane.

---

প্রথম উত্তর / First Answer :



**QP Code : 20UA120EMT4**

12 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

---



QP Code : 20UA120EMT4

13 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA120EMT4

14 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

---

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**



**QP Code : 20UA120EMT4**

15 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

---



বিভাগ — গ

Group – C

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

3 × 4 = 12

Answer any four questions :

11. একটি বিন্দুর উপর ত্রিযাশীল দুটি ভেক্টরের যোগফল ও অন্তরফল দুটি পরস্পর লম্ব হলে, প্রমাণ করুন যে ভেক্টর দুটির মান সমান। 3

If the sum and difference of two vectors acting at a given point are at a right angle, then prove that the two vectors have equal magnitude.

12. যদি  $f(x, y, z) = x \sin(\pi y) + z \tan(\pi y)$ , তবে  $A(1, 0, -2)$  বিন্দুতে  $\vec{AB}$  ভেক্টরের দিকে  $f$ -এর দিশা অবকলজ নির্ণয় করুন, যেখানে  $B(3, -3, 4)$ . 3

If  $f(x, y, z) = x \sin(\pi y) + z \tan(\pi y)$ , find the directional derivative of  $f$  at the point  $A(1, 0, -2)$  in the direction of  $\vec{AB}$  where  $B(3, -3, 4)$ .

13. যদি  $\vec{b}$  ও  $\vec{c}$  ইরোটেশনাল (irrotational) ভেক্টর ক্ষেত্র হয়, তবে প্রমাণ করুন যে  $\vec{b} \times \vec{c}$  হল solenoidal. 3

If  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  are irrotational vector fields, then prove that  $\vec{b} \times \vec{c}$  is solenoidal.

14. যে অঞ্চলটিতে (region)  $\frac{x \hat{i} + y \hat{j}}{x^2 + y^2}$  ভেক্টর ক্ষেত্রটি solenoidal তা নির্ণয় করুন। 3

Find the region where the vector field  $\frac{x \hat{i} + y \hat{j}}{x^2 + y^2}$  is solenoidal.

15. প্রমাণ করুন যে  $(\vec{a} \cdot \nabla) \vec{a} = \frac{1}{2} \nabla |\vec{a}|^2 - \vec{a} \times (\nabla \times \vec{a})$ . 3

Prove that  $(\vec{a} \cdot \nabla) \vec{a} = \frac{1}{2} \nabla |\vec{a}|^2 - \vec{a} \times (\nabla \times \vec{a})$ .

16. গ্রীণের উপপাদ্যের সাহায্যে মান নির্ণয় করুন :

$$\int_C (x - y^2) dx + (y + \sin x) dy,$$

যেখানে  $C$  হল  $(0, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ,  $(0, 1)$  শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র। 3

Evaluate by Green's theorem :

$$\int_C (x - y^2) dx + (y + \sin x) dy,$$

where  $C$  is the rectangle with vertices  $(0, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ,  $(0, 1)$ .





17. ( 1, 1, 1 ) বিন্দুতে  $\text{grad } f$ -এর মান নির্ণয় করুন, যেখানে  $f(x, y, z) = x^2y + y^2z + z^2x$  এবং সেখান থেকে  $\hat{i} + \hat{j}$  ভেক্টরের দিকে  $f$ -এর দিশা অবকলজ নির্ণয় করুন। 3  
Find  $\text{grad } f$  at ( 1, 1, 1 ) where  $f(x, y, z) = x^2y + y^2z + z^2x$ . Hence find the directional derivative along the vector  $\hat{i} + \hat{j}$ .
18. যদি  $\vec{r} = a(3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ , যেখানে  $a$  হল ধ্রুবক এবং  $a \neq 0$ ,  $\vec{t}$ ,  $\vec{b}$  এবং  $\vec{n}$ -এর মান নির্ণয় করুন। 3  
If  $\vec{r} = a(3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$  where  $a \neq 0$  is a constant, find  $\vec{t}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{n}$ .

---

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA120EMT4

18 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**

---



QP Code : 20UA120EMT4

19 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**

---



QP Code : 20UA120EMT4

20 / 20

**B.Sc.-AU-16128**

চতুর্থ উত্তর / **Fourth Answer :**

---