



# NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম ( BDP )

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), পঞ্চম পত্র (5th Paper), Linear Algebra & Transformation : EMT-5

পূর্ণমান : ৫০

**QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET**

মানের গুরুত্ব : ৩০%

(Full Marks : 50)

(Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting.  
The figures in the margin indicate full marks.**

Name (in Block Letter) : .....

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : ..... Code : .....

To be filled by the Candidate	Serial No. of question answered																			TOTAL
For Evaluator's only	Marks awarded																			

Q.P. Code : **20UA121EMT5**

**B.Sc.-AU-16129**

Signature of Evaluator with Date

..... ✂ .....



# NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম ( BDP )

**STUDENT'S COPY**

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), পঞ্চম পত্র (5th Paper), Linear Algebra & Transformation : EMT-5

Name (in Block Letter) : .....

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : ..... Code : .....

Q.P. Code : **20UA121EMT5**

**B.Sc.-AU-16129**

Received Answer Booklet  
Signature with seal by the Study-Centre

**জরুরী নির্দেশ / Important Instruction**

আগামী শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষায় (T.E. Exam.) নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা (QPAB) প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যস্ত করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

**New system i.e. Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.**

**Detail schedule for submission of assignment for the  
BDP Term End Examination December-2019 & June-2020**

1. Date of Publication : 14/02/2020
2. Last date of Submission of answer script by the student to the study centre : 07/03/2020
3. Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre : 08/04/2020
4. Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days. : 18/04/2020
5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before : 20/04/2020

---

এখানে কিছু লিখবেন না

**Do Not Write Anything Here**

---



বিভাগ — ক

Group – A

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

10 × 2 = 20

Answer any two questions :

1. a) তৃতীয় ক্রমের একটি অশূন্য বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের উদাহরণ দিন। এই ম্যাট্রিক্সটির নির্ণায়কের মান কত ? যদি  $A$  একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স এবং  $B$  একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স হয়, দেখান যে  $AB + BA$  একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স।

1 + 1 + 2

Give example of a non-null skew-symmetric matrix of third order. What is the value of the determinant of this matrix ? If  $A$  is a symmetric matrix and  $B$  is a skew-symmetric matrix of same order, then show that  $AB + BA$  is a skew-symmetric matrix.

- b) যদি  $A$  এবং  $B$  দুটি এমন ম্যাট্রিক্স যে  $AB = A$  এবং  $BA = B$  হয়, তবে দেখান যে  $A^T = (A^T)^2$ .

2

If  $A$  and  $B$  are two matrices such that  $AB = A$  and  $BA = B$ , then show that  $A^T = (A^T)^2$ .

- c) দেখান যে  $A$  ম্যাট্রিক্সটি একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স, যেখানে  $A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ .

$A$ -এর বিপরীত ম্যাট্রিক্সটি লিখুন।  $A$ -এর র্যাঙ্ক কত ?

2 + 1 + 1

Show that the matrix  $A$  is an orthogonal matrix, where  $A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ .

Write down the inverse of  $A$ . What is the rank of  $A$  ?

2. a) কোনো ভেক্টর দেশের একটি উপদেশের সংজ্ঞা দিন। যদি  $F$  ক্ষেত্রের উপর  $V$  একটি ভেক্টর দেশ হয়, প্রমাণ করুন যে  $V$ -এর দুটি উপদেশের ছেদ (intersection)  $V$ -এর একটি উপদেশ হবে। একটি উদাহরণ দিয়ে দেখান যে, কোনো ভেক্টর দেশের দুটি উপদেশের সংযোগ (union) একটি উপদেশ নাও হতে পারে।

1 + 2 + 2

Define a subspace of a vector space. If  $V$  is a vector space over a field  $F$ , prove that the intersection of any two subspaces of  $V$  is a subspace of  $V$ . Give an example to show that the union of two subspaces of a vector space may not be a subspace.

- b)  $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 10 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটিকে সারি-সমতুল্য ইশিলন আকৃতিতে পরিণত করুন। তারপর ম্যাট্রিক্সটির

স্বভাবী-আকৃতি বের করুন। তা থেকে ম্যাট্রিক্সটির র্যাঙ্ক নির্ণয় করুন।

2 + 2 + 1

Reduce the matrix  $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 10 \end{bmatrix}$  to row-equivalent echelon form. Then find the

normal form of the matrix. Hence determine the rank of the matrix.



3. a) প্রমাণ করুন যে,  $F$  ক্ষেত্রের উপর কোনো সসীম মাত্রায়ুক্ত ভেক্টর দেশ  $V$ -এর একটি রৈখিকভাবে স্বাধীন ভেক্টরের সেট  $V$ -এর একটি ভিত্তি হবে অথবা তাকে সম্প্রসারিত করে  $V$ -এর একটি ভিত্তি গঠন করা যাবে। 5
- Prove that a linearly independent set of vectors in a finite dimensional vector space  $V$  over a field  $F$  is either a basis or can be extended to a basis of  $V$ .
- b)  $4x + 8y - 6z + 7w = 0$ ,  $2x + 8y - 10z + 12w = 0$ ,  $x - 10y + 9z - 8w = 0$   
রৈখিক সমীকরণতন্ত্রটির গ্রহণযোগ্য (non-trivial) সমাধানসমূহ নির্ণয় করুন। 5
- Find the non-trivial solutions of the system of linear equations  
 $4x + 8y - 6z + 7w = 0$ ,  $2x + 8y - 10z + 12w = 0$ ,  $x - 10y + 9z - 8w = 0$ .
4. a) একটি অন্তর গুণফল দেশের সংজ্ঞা দিন। যদি  $W$  একটি অন্তর গুণফল দেশ হয়, প্রমাণ করুন যে  
 $\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2(\|u\|^2 + \|v\|^2) \quad \forall u, v \in W$ . 2 + 3
- Define an inner product space. If  $W$  is an inner product space, then prove that  
 $\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2(\|u\|^2 + \|v\|^2) \quad \forall u, v \in W$ .
- b) একটি ম্যাট্রিক্সের আইগেন মান এবং আইগেন ভেক্টরের সংজ্ঞা দিন।  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটির আইগেন মানগুলি ও অনুযঙ্গী আইগেন ভেক্টরগুলি নির্ণয় করুন। 2 + 3
- Define eigen value and eigen vector of a matrix. Find the eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ .

---

প্রথম উত্তর / First Answer :



**QP Code : 20UA121EMT5**

5 / 20

**B.Sc.-AU-16129**



**QP Code : 20UA121EMT5**

6 / 20

**B.Sc.-AU-16129**

---



QP Code : 20UA121EMT5

7 / 20

**B.Sc.-AU-16129**

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



**QP Code : 20UA121EMT5**

8 / 20

**B.Sc.-AU-16129**





**QP Code : 20UA121EMT5**

9 / 20

**B.Sc.-AU-16129**

---

বিভাগ — খ  
Group – B

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

6 × 3 = 18

Answer any three questions :

5. প্রাথমিক সারি অপারেশনের মাধ্যমে  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় করুন। 6
- Find the inverse of the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  by elementary row operations.
6.  $A$  এবং  $B$  একই ক্ষেত্রের উপর দুটি এমন ম্যাট্রিক্স যাতে  $AB$  সংজ্ঞাত হয়। প্রমাণ করুন যে,  $\text{rank } AB \leq \min \{ \text{rank } A, \text{rank } B \}$ . 6
- Let  $A$  and  $B$  be two matrices over the same field such that  $AB$  is defined. Prove that  $\text{rank } AB \leq \min \{ \text{rank } A, \text{rank } B \}$ .
7. লম্ব ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে  $2x^2 - 4xy + 5y^2 = 6$  সমীকরণটিকে স্বভাবী আকারে পরিণত করুন এবং কনিকটির প্রকৃতি নির্ণয় করুন। 6
- Using orthogonal matrix, reduce the equation  $2x^2 - 4xy + 5y^2 = 6$  to canonical form and determine the nature of the conic.
8. ধরা যাক, একটি ক্ষেত্র  $F$ -এর উপর  $V$  এবং  $U$  দুটি ভেক্টর দেশ, যেখানে  $V$  সসীম মাত্রাবিশিষ্ট। যদি  $T: V \rightarrow U$  একটি রৈখিক ম্যাপিং হয়, প্রমাণ করুন যে,  $V$ -এর মাত্রা = সার  $T$ -এর মাত্রা + প্রতিবিশ্ব  $T$ -এর মাত্রা। 6
- Let  $V$  and  $U$  be two vector spaces over a field  $F$ , where  $V$  is finite dimensional. If  $T: V \rightarrow U$  is a linear mapping, prove that  $\text{dimension of } V = \text{dimension of kernel } T + \text{dimension of image } T$ .
9. কোনো অন্তর গুণফল দেশে একটি একক লম্ব সেটের সংজ্ঞা দিন। গ্রাম-স্মিডট পদ্ধতি অবলম্বন করে  $\{(1,-1,1), (2,0,1), (0,1,1)\}$  সেটটি থেকে  $\mathbb{R}^3$ -এর একটি একক লম্ব ভিত্তি গঠন করুন। 1 + 5
- Define an unit orthonormal set of vectors in an inner product space. Apply Gram-Schmidt process to obtain an orthonormal basis of  $\mathbb{R}^3$  from the set  $\{(1,-1,1), (2,0,1), (0,1,1)\}$ .
10. কেইলে-হ্যামিলটন উপপাদ্যটি বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন। 1 + 5
- State and prove Cayley-Hamilton theorem.

প্রথম উত্তর / First Answer :



**QP Code : 20UA121EMT5**

11 / 20

**B.Sc.-AU-16129**



QP Code : 20UA121EMT5

12 / 20

**B.Sc.-AU-16129**

---

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



**QP Code : 20UA121EMT5**

13 / 20

**B.Sc.-AU-16129**



QP Code : 20UA121EMT5

14 / 20

**B.Sc.-AU-16129**

---

ତୃତୀୟ ଉତ୍ତର / **Third Answer :**



**QP Code : 20UA121EMT5**

15 / 20

**B.Sc.-AU-16129**





বিভাগ — গ  
Group – C

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

3 × 4 = 12

Answer any four questions :

11. ত্র্যমারের নিয়মের সাহায্যে সমাধান করুন :  $x + y + z = 3$ ,  $x + 2y + 3z = 4$ ,  $x + 4y + 9z = 6$ . 3  
Solve by Cramer's rule :  $x + y + z = 3$ ,  $x + 2y + 3z = 4$ ,  $x + 4y + 9z = 6$ .

12. যদি  $a, b, c, d$  অশূন্য বাস্তব সংখ্যা হয়, প্রমাণ করুন যে 
$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 + bcd \\ 1 & b & b^2 & b^3 + cda \\ 1 & c & c^2 & c^3 + dab \\ 1 & d & d^2 & d^3 + abc \end{vmatrix} = 0.$$
 3

If  $a, b, c, d$  are non-zero real numbers, prove that 
$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 + bcd \\ 1 & b & b^2 & b^3 + cda \\ 1 & c & c^2 & c^3 + dab \\ 1 & d & d^2 & d^3 + abc \end{vmatrix} = 0.$$

13. প্রমাণ করুন যে, একটি ভেক্টর দেশে কোনো রৈখিকভাবে স্বাধীন ভেক্টরের সেটের একটি অশূন্য উপসেট রৈখিকভাবে স্বাধীন। 3

Prove that a non-empty subset of a linearly independent set of vectors in a vector space is linearly independent.

14. তৃতীয় ক্রমের  $E_{23}$ ,  $E_2(3)$ ,  $E_{13}(3)$  প্রাথমিক ম্যাট্রিক্সগুলি লিখুন এবং দেখান যে

$$[E_{23}]^{-1}[E_2(3)]^{-1}[E_{13}(3)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}. \quad 1 + 2$$

Write down the elementary matrices  $E_{23}$ ,  $E_2(3)$ ,  $E_{13}(3)$  of third order and show that

$$[E_{23}]^{-1}[E_2(3)]^{-1}[E_{13}(3)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}.$$

15.  $\mathbb{R}^3$ -এর এমন একটি ভিত্তি নির্ণয় করুন, যেখানে  $(1,2,0)$  এবং  $(1,3,1)$  ভেক্টর দুটি থাকবে। 3

Find a basis of  $\mathbb{R}^3$  which contains the vectors  $(1,2,0)$  and  $(1,3,1)$ .

16.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটির স্তম্ভ-দেশটি লিখুন। এই স্তম্ভ-দেশের একটি ভিত্তি নির্ণয় করুন। 1 + 2

Write down the column space of the matrix  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ . Find a basis for this column space.

17. ধরা যাক,  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  রৈখিক ম্যাপিংটি  $T(x, y, z) = (2y + z, x - 4y, 3x)$  রূপে সংজ্ঞায়িত।

$\{(1,1,1), (1,0,1), (0,1,1)\}$  ভিত্তির জন্য  $T$ -এর ম্যাট্রিক্স প্রকাশ নির্ণয় করুন। 3

Let the linear mapping  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  be defined by  $T(x, y, z) = (2y + z, x - 4y, 3x)$ . Find the matrix representation of  $T$  for the basis  $\{(1,1,1), (1,0,1), (0,1,1)\}$ .





18. একটি ম্যাট্রিক্সকে কখন ঋণাত্মক অর্ধ-নির্দিষ্ট আকারের বলা হয় ? দেখান যে,  $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সটি

ঋণাত্মক অর্ধ-নির্দিষ্ট আকারের।

1 + 2

When is a matrix said to be negative semi-definite ? Show that the matrix  $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  is negative semi-definite.

---

প্রথম উত্তর / **First Answer :**

---



QP Code : 20UA121EMT5

18 / 20

**B.Sc.-AU-16129**

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**

---



QP Code : 20UA121EMT5

19 / 20

**B.Sc.-AU-16129**

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**

---



QP Code : 20UA121EMT5

20 / 20

**B.Sc.-AU-16129**

চতুর্থ উত্তর / **Fourth Answer :**

---