



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), সপ্তম পত্র (7th Paper), Mathematical Analysis-I : EMT-7

পূর্ণমান : ৫০

QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET

মানের গুরুত্ব : ৩০%

(Full Marks : 50)

(Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting.
The figures in the margin indicate full marks.**

Name (in Block Letter) :

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : Code :

To be filled by the Candidate	Serial No. of question answered																		TOTAL
For Evaluator's only	Marks awarded																		

Q.P. Code : **20UA123EMT7**

B.Sc.-AU-16131

Signature of Evaluator with Date



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

STUDENT'S COPY

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), সপ্তম পত্র (7th Paper), Mathematical Analysis-I : EMT-7

Name (in Block Letter) :

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : Code :

Q.P. Code : **20UA123EMT7**

B.Sc.-AU-16131

Received Answer Booklet
Signature with seal by the Study-Centre

**জরুরী নির্দেশ / Important Instruction**

আগামী শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষায় (T.E. Exam.) নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা (QPAB) প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যস্ত করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

New system i.e. Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.

**Detail schedule for submission of assignment for the
BDP Term End Examination December-2019 & June-2020**

1. Date of Publication : 14/02/2020
2. Last date of Submission of answer script by the student to the study centre : 07/03/2020
3. Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre : 08/04/2020
4. Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days. : 18/04/2020
5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before : 20/04/2020

এখানে কিছু লিখবেন না

Do Not Write Anything Here



বিভাগ — ক

Group – A

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

10 × 2 = 20

Answer any two questions :

1. a) যদি $x, y \in \mathbb{R}$ এবং $x < y$ হয় ও ধরি $x < r < y$, যেখানে r একটি মূলদ রাশি তাহলে \mathbb{R} -এর L.U.B. স্বতঃসিদ্ধ প্রয়োগ করে দেখান যে $x < \alpha < y$, যেখানে α একটি অমূলদ রাশি। 3
Let $x, y \in \mathbb{R}$ and $x < y$. Assume that there exists rational r such that $x < r < y$. Using L.U.B. axiom of \mathbb{R} , show that there exists an irrational number $\alpha, x < \alpha < y$.

- b) দেখান যে অনুক্রম $\{\sin n\}_n$ অভিসারী নয়। 3
Show that the sequence $\{\sin n\}_n$ is not convergent.

- c) দুটি অনুক্রম $\{x_n\}_n$ এবং $\{y_n\}_n$ পরস্পরের সঙ্গে নিম্নলিখিতভাবে সম্পর্কযুক্ত :

$$x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}, \quad \frac{2}{y_{n+1}} = \frac{1}{x_n} + \frac{1}{y_n}, \quad x_1 > 0, y_1 > 0.$$

দেখান যে দুটি অনুক্রমেরই সীমা একই। 4

The sequences $\{x_n\}_n$ and $\{y_n\}_n$ are interrelated as follows :

$$x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}, \quad \frac{2}{y_{n+1}} = \frac{1}{x_n} + \frac{1}{y_n}, \quad x_1 > 0, y_1 > 0.$$

Show that both the sequences converge to same limit.

2. a) যদি $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ একটি একান্বয়ী অনুক্রম হয় তবে দেখান যে $f \in BV([a, b])$. 3
Let $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ be monotone function, show that $f \in BV([a, b])$.

- b) যদি $f: S \rightarrow \mathbb{R}$, $S \subset \mathbb{R}$ এবং p একটি S -এর গুচ্ছ-বিন্দু হয় এবং $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = l (\in \mathbb{R})$ হলে

দেখান যে

(i) p মুক্ত সামীপ্যে (deleted neighbourhood of p) f একটি বদ্ধ অপেক্ষক(ii) যদি $l, k (\in \mathbb{R})$ অপেক্ষা বড় হয় তাহলে p -এর একটি মুক্ত সামীপ্যের জন্য $f(x) > k$ হবে।

3 + 4

Let $f: S \rightarrow \mathbb{R}$, $S \subset \mathbb{R}$ and p be an accumulation point of S . Let $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = l (\in \mathbb{R})$.Show that (i) f is bounded in same deleted neighbourhood of p , (ii) if l be greater than some $k (\in \mathbb{R})$, then there exists a deleted neighbourhood of p in which $f(x) > k$.

3. a) মান নির্ণয় করুন : $\lim_{x \rightarrow 0} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\sin kx}{k(k+1)}$. 3

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\sin kx}{k(k+1)}$.



b) একটি অনুক্রম $\{x_n\}_n$ নিম্নলিখিতভাবে \mathbb{R} -এ সংজ্ঞাত :

$$x_2 \leq x_4 \leq x_6 \leq \dots \leq x_5 \leq x_3 \leq x_1$$

এবং $\{y_n\}_n$ সংজ্ঞাত, $y_n = x_{2n-1} - x_{2n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$. দেওয়া আছে $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$, দেখান যে $\{x_n\}_n$ অভিসারী।

3

The sequence $\{x_n\}_n$ in \mathbb{R} is defined as follows :

$$x_2 \leq x_4 \leq x_6 \leq \dots \leq x_5 \leq x_3 \leq x_1$$

and $\{y_n\}_n$ is defined by $y_n = x_{2n-1} - x_{2n}$ for all $n \in \mathbb{N}$. Given that $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$, show that $\{x_n\}_n$ is convergent.

c) $\{x_n\}_n$ এবং $\{y_n\}_n$, \mathbb{R} -এর দুটি বদ্ধ অনুক্রম হলে দেখান যে,

$$(i) \limsup (x_n + y_n) \leq \limsup x_n + \limsup y_n$$

$$(ii) \liminf (x_n + y_n) \geq \liminf x_n + \liminf y_n.$$

2 + 2

If $\{x_n\}_n$ and $\{y_n\}_n$ are two bounded sequences in \mathbb{R} , show that

$$(i) \limsup (x_n + y_n) \leq \limsup x_n + \limsup y_n$$

$$(ii) \liminf (x_n + y_n) \geq \liminf x_n + \liminf y_n.$$

4. a) $\sin x^2$ কি একটি \mathbb{R} -এর সুসম সন্তত অপেক্ষক ? যুক্তি দিন।

3

Is $\sin x^2$ uniformly continuous on \mathbb{R} ? Justify your answer.

b) দেখান যে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p + n^q x^2}$, $p > 1$, $q \geq 0$, $2p > q + 1$ শ্রেণীটি $[a, b] (\subset \mathbb{R})$ অন্তরালে সুসম অভিসারী।

3

Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p + n^q x^2}$, $p > 1$, $q \geq 0$, $2p > q + 1$ is uniformly convergent in $[a, b] (\subset \mathbb{R})$.

c) $(0, \infty)$ অন্তরালে $\sum \frac{1}{(n+x)^3}$ শ্রেণীটি পদ বিন্যাস অনুযায়ী সমাকলনযোগ্য। বিবৃতিটি সংশোধন

করুন বা যুক্তি দিন।

4

Correct or justify : the series $\sum \frac{1}{(n+x)^3}$ can be integrated term-by-term from 0 to ∞ .



QP Code : 20UA123EMT7

5 / 20

B.Sc.-AU-16131

প্রথম উত্তর / **First Answer :**



QP Code : 20UA123EMT7

6 / 20

B.Sc.-AU-16131



QP Code : 20UA123EMT7

7 / 20

B.Sc.-AU-16131



QP Code : 20UA123EMT7

8 / 20

B.Sc.-AU-16131

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA123EMT7

9 / 20

B.Sc.-AU-16131



QP Code : 20UA123EMT7

10 / 20

B.Sc.-AU-16131



বিভাগ — খ

Group – B

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

6 × 3 = 18

Answer any three questions :

5. যদি $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $a < c < b$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন : $V_a^b(f) = V_a^c(f) + V_c^b(f)$. 6

Let $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ and $a < c < b$, with usual notations, show that $V_a^b(f) = V_a^c(f) + V_c^b(f)$.

6. $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$ সম্পর্কটি থেকে নিম্নোক্ত ক্রমটির সমষ্টি নির্ণয় করুন :

$$1 - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3n-2} + \dots \quad 6$$

Proceeding from the relationship $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$, find the sum of the series

$$1 - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3n-2} + \dots$$

7. দেখান যে $ax^2 + 2hxy + by^2$ এবং $Ax^2 + 2Hxy + By^2$ দুটি অপেক্ষক নির্ভরশীল নয় যতক্ষণ না $\frac{a}{A} = \frac{h}{H} = \frac{b}{B}$ হয়। 6

Show that $ax^2 + 2hxy + by^2$ and $Ax^2 + 2Hxy + By^2$ are independent unless $\frac{a}{A} = \frac{h}{H} = \frac{b}{B}$.

8. a) প্রমাণ করুন যে \mathbb{R} -এর কোনো মুক্ত উপসেটের সংকলনের সংযোগ মুক্ত। 3

Prove that the union of an arbitrary collection of open subsets of \mathbb{R} , is open.

b) পরীক্ষা করে বলুন যে সেট $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 10x + 3 > 0\}$ টি মুক্ত কিনা। 3

Examine whether the set $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 10x + 3 > 0\}$ is open or not.

9. a) প্রমাণ করুন যে দুটি ভিন্ন ঘাত শ্রেণীর একটিই সমষ্টি অপেক্ষক একই অন্তরালে কখনোই থাকা সম্ভব নয়। 3

Prove that there cannot be two different power series having the same sum function in the same interval.

b) $(-2, 2)$ অন্তরালে $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} x^n$ একটি সন্তত অপেক্ষক f দেবে। এই বিবৃতিটি প্রমাণ করুন বা খণ্ডন

করুন। 3

Prove or disprove : $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} x^n$ represents a continuous function f on open interval

$(-2, 2)$.



10. যদি $f(x, y) = \begin{cases} x^2 y^2 \log(x^2 + y^2), & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ হয়, তাহলে দেখান যে $(0, 0)$ বিন্দুতে f

অন্তরকলনযোগ্য।

6

Let $f(x, y) = \begin{cases} x^2 y^2 \log(x^2 + y^2), & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$, Show that f is differentiable at $(0, 0)$.

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA123EMT7

13 / 20

B.Sc.-AU-16131

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA123EMT7

14 / 20

B.Sc.-AU-16131

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**



QP Code : 20UA123EMT7

15 / 20

B.Sc.-AU-16131



বিভাগ — গ

Group – C

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

3 × 4 = 12

Answer any four questions :

11. নির্দেশিত বিন্দুর সন্নিহিত অপ্রত্যক্ষ (implicit) অপেক্ষকের অস্তিত্ব ও অনন্যতা পরীক্ষা করুন :

$$y^2 - 2xy + 5x^2 - 16 = 0, (1, 1 - 2\sqrt{3}).$$

Examine for the existence and uniqueness of the implicit function near the point indicated :

$$y^2 - 2xy + 5x^2 - 16 = 0, (1, 1 - 2\sqrt{3}).$$

12. মনে করুন $f: S \rightarrow \mathbb{R}$ যেখানে S, \mathbb{R}^2 -এর মুক্ত উপসেট। যদি $(a, b) \in S$ হয় এবং (i) f_x -এর (a, b) -তে অস্তিত্ব থাকে, (ii) f_y যদি (a, b) -এর সামীপ্যে বদ্ধ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে $f, (a, b)$ -তে সন্তত।

Let $f: S \rightarrow \mathbb{R}$ & S be open subset of \mathbb{R}^2 . Let $(a, b) \in S$ and (i) $f_x(a, b)$ exists, (ii) f_y is bounded in neighbourhood of (a, b) . Prove that f is continuous at (a, b) .

13. দেওয়া আছে $H(x, y)$, n ক্রমের সমঘাতী বহুপদ রাশি, যার প্রথম ঘাতের আংশিক অন্তরকলজ বিদ্যমান

$$\text{এবং } u(x, y) = (x^2 + y^2)^{-n/2} \text{। দেখান যে, } \frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0.$$

Let $H(x, y)$ be homogeneous function of degree n , having continuous first order partial derivatives and $u(x, y) = (x^2 + y^2)^{-n/2}$. Show that $\frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0$.

14. প্রমাণ করুন \mathbb{R} -এর প্রত্যেকটি নিবিড় (compact) সেট বদ্ধ। এর বিপরীত বিবৃতিটি কি সত্যি ? যুক্তি দিয়ে বোঝান।

2 + 1

Prove that every compact set in \mathbb{R} is bounded. Is the converse true ? Justify your answer.

15. $\sum_n \frac{nx}{e^{nx}}$ শ্রেণীটির অভিসারিত্বের অঞ্চল নির্ণয় করুন।

Determine the domain of convergence of the series $\sum_n \frac{nx}{e^{nx}}$.

16. প্রমাণ করুন যে একটি সসীম সেট ও একটি গণনাযোগ্য সেট-এর সংযোজন গণনাযোগ্য।

Prove that the union of a finite set and an enumerable set is enumerable.



17. যদি $S = (0,1)$ হয়, দেখান যে $\bigcup_{p=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p}, 1\right)$, S -এর একটি মুক্ত আবরণ (open covering) কিন্তু এর কোনো

sub-collection S -এর আবরণ হবে না।

Let $S = (0,1)$. Show that though the collection $\bigcup_{p=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p}, 1\right)$ is an open covering of S but no

sub-collection of it can cover S .

18. যদি $S(\subset \mathbb{R})$ একটি অশূন্য, বদ্ধ, রুদ্ধ সেট হয় প্রমাণ করুন $\sup S$ এবং $\inf S$ সবসময় S -এর মধ্যে অবস্থান করবে।

Let $S(\subset \mathbb{R})$ be a non-empty, closed, bounded set. Prove that $\sup S$ and $\inf S$ are always contained in S .

প্রথম উত্তর / **First Answer :**



QP Code : 20UA123EMT7

18 / 20

B.Sc.-AU-16131

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA123EMT7

19 / 20

B.Sc.-AU-16131

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**



QP Code : 20UA123EMT7

20 / 20

B.Sc.-AU-16131

চতুর্থ উত্তর / **Fourth Answer :**
