



# NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম ( BDP )

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)  
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), পঞ্চদশ পত্র (15th Paper),

**Complex Analysis and Laplace Transform : EMT-15**

পূর্ণমান : ৫০

**QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET**

মানের গুরুত্ব : ৩০%

(Full Marks : 50)

(Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting.  
The figures in the margin indicate full marks.**

Name (in Block Letter) : .....

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : ..... Code : .....

To be filled by the Candidate	Serial No. of question answered																			<b>TOTAL</b>
For Evaluator's only	Marks awarded																			

Q.P. Code : **20UA131EMT15**

**B.Sc.-AU-16139**

Signature of Evaluator with Date



# NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম ( BDP )

**STUDENT'S COPY**

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)  
ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics), পঞ্চদশ পত্র (15th Paper),

**Complex Analysis and Laplace Transform : EMT-15**

Name (in Block Letter) : .....

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : ..... Code : .....

Q.P. Code : **20UA131EMT15**

**B.Sc.-AU-16139**

Received Answer Booklet  
Signature with seal by the Study-Centre

**জরুরী নির্দেশ / Important Instruction**

আগামী শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষায় (T.E. Exam.) নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা (QPAB) প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যস্ত করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

**New system i.e. Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.**

**Detail schedule for submission of assignment for the  
BDP Term End Examination December-2019 & June-2020**

1. Date of Publication : 14/02/2020
2. Last date of Submission of answer script by the student to the study centre : 07/03/2020
3. Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre : 08/04/2020
4. Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days. : 18/04/2020
5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before : 20/04/2020

---

এখানে কিছু লিখবেন না

**Do Not Write Anything Here**

---

বিভাগ — ক  
Group – A

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

10 × 2 = 20

Answer any two questions :

1. a) তিনটি জটিল সংখ্যা
- $z_1, z_2, z_3$
- নিম্নরূপে সম্পর্কিত :

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 - z_2z_3 - z_3z_1 - z_1z_2 = 0.$$

দেখান যে  $|z_2 - z_3| = |z_3 - z_1| = |z_1 - z_2|$ .If  $z_1, z_2$  and  $z_3$  are three complex numbers satisfying

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 - z_2z_3 - z_3z_1 - z_1z_2 = 0, \text{ then show that}$$

$$|z_2 - z_3| = |z_3 - z_1| = |z_1 - z_2|.$$

- b) ল্যাপ্লাস রূপান্তর প্রক্রিয়ার সাহায্যে সমাধান করুন :

$$y''(t) - y'(t) - 2y(t) = 20 \sin 2t$$

প্রদত্ত আছে  $y(0) = -1$  এবং  $y'(0) = 2$ .

5 + 5

Solve the following Laplace transformation :

$$y''(t) - y'(t) - 2y(t) = 20 \sin 2t$$

given that  $y(0) = -1$  and  $y'(0) = 2$ .

2. a)
- $n$
- একটি পূর্ণসংখ্যা হলে, দেখান যে

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4}.$$

If  $n$  is an integer, prove that  $(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4}$ .

- b) মান নির্ণয় করুন :
- $L^{-1} \left\{ \frac{s-1}{(s+3)(s+1)^2} \right\}$
- .

5 + 5

$$\text{Evaluate } L^{-1} \left\{ \frac{s-1}{(s+3)(s+1)^2} \right\}.$$

3. a) যদি
- $u-v = (x-y)(x^2 + 4xy + y^2)$
- এবং
- $f(z) = u+iv$
- ,
- $z = x+iy$
- এর একটি বিশ্লেষণযোগ্য

অপেক্ষক হয়, তবে  $f(z)$ -এর মান  $z$ -এর আকারে প্রকাশ করুন।If  $u-v = (x-y)(x^2 + 4xy + y^2)$  and  $f(z) = u+iv$  is an analytic function of  $z = x+iy$ , find  $f(z)$  in terms of  $z$ .



b)  $L\{F(t)\}$  নির্ণয় করুন যখন

$$F(t) = \begin{cases} t, 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ t-1, \frac{1}{2} < t \leq 1. \\ 0, t \geq 1 \end{cases}$$

5 + 5

Find  $L\{F(t)\}$ , where

$$F(t) = \begin{cases} t, 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ t-1, \frac{1}{2} < t \leq 1. \\ 0, t \geq 1 \end{cases}$$

4. a) দেখান যে  $u = 2x(1-y)$  একটি হরাত্মক অপেক্ষক। এটির অনুবন্ধী হরাত্মক অপেক্ষক এবং সংশ্লিষ্ট বিশ্লেষণযোগ্য অপেক্ষকটি  $z$ -এর আকারে লিখুন।

Prove that the function  $u = 2x(1-y)$  is harmonic. Find its harmonic conjugate and the corresponding analytic function.

b) একটি দ্বিরৈখিক রূপান্তর  $w = f(z)$  নির্ণয় করুন যেটি  $z$  তলের  $\infty, i, -1$  বিন্দুগুলিকে যথাক্রমে  $w$ -তলের  $1, i, -i$  বিন্দুগুলিতে রূপান্তরিত করে। অতঃপর  $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$  ডিস্ক-এর রূপান্তর নির্ণয় করুন।

5 + 5

Find the bilinear transformation  $w = f(z)$  which transforms the points  $z = \infty, i, -1$  into the points  $w = 1, i, -i$  respectively. Hence find the image of the unit disc  $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$  under  $f(z)$ .

---

প্রথম উত্তর / First Answer :



**QP Code : 20UA131EMT15**

5 / 20

**B.Sc.-AU-16139**



**QP Code : 20UA131EMT15**

6 / 20

**B.Sc.-AU-16139**



QP Code : 20UA131EMT15

7 / 20

**B.Sc.-AU-16139**

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



**QP Code : 20UA131EMT15**

8 / 20

**B.Sc.-AU-16139**





**QP Code : 20UA131EMT15**

9 / 20

**B.Sc.-AU-16139**





বিভাগ — খ

Group – B

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

6 × 3 = 18

Answer any three questions :

5. যদি  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  হয়, তবে দেখান যে,  $\tan^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$ -এর মুখ্যমান হল  $\frac{\pi}{4} + \frac{i}{2} \log \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right)$ .

If  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ , then show that the principal value of  $\tan^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$  is

$$\frac{\pi}{4} + \frac{i}{2} \log \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right).$$

6. ধরুন  $f(z) = \sqrt{|xy|}$ . দেখান  $z = 0$  যে বিন্দুতে কোশী-রীমান সমীকরণ  $f(z)$  দ্বারা সিদ্ধ হলেও  $f'(0)$ -এর অস্তিত্ব নেই।

Let  $f(z) = \sqrt{|xy|}$ . Show that  $f'(0)$  does not exist but the Cauchy-Riemann equations are satisfied at the origin.

7. একটি দ্বি-রৈখিক রূপান্তর  $w = f(z)$ -এর দুইটি পৃথক অবিচল বিন্দু  $p$  এবং  $q$  থাকলে দেখান যে রূপান্তরটিকে

$$\frac{w-p}{w-q} = k \left( \frac{z-p}{z-q} \right)$$

আকারে লেখা যায়, যেখানে  $k$  একটি ধ্রুবক।  $p = q$ -এর ক্ষেত্রে রূপান্তরটি নির্ণয় করুন।

Given that a bilinear transformation  $w = f(z)$  has two distinct fixed points  $p$  and  $q$ . Show that the transformation is of the form

$$\frac{w-p}{w-q} = k \left( \frac{z-p}{z-q} \right)$$

where  $k$  is a constant. Deduce the form of the transformation when  $p = q$ .

8. মান নির্ণয় করুন :  $L^{-1} \left\{ \frac{1+2s}{(s+2)^2(s-1)^2} \right\}$ .

$$\text{Find } L^{-1} \left\{ \frac{1+2s}{(s+2)^2(s-1)^2} \right\}.$$

9. ল্যাপ্লাস রূপান্তরের সাহায্যে নিম্নলিখিত initial value problem টি সমাধান করুন :

$$y''(t) + 6y'(t) + 5y(t) = e^t,$$

$$y(0) = 0 \text{ এবং } y'(0) = 1.$$

Solve the following initial value problem by Laplace transformation :

$$y''(t) + 6y'(t) + 5y(t) = e^t, \quad y(0) = 0$$

and  $y'(0) = 1$ .



10.  $L\{f(t)\} = \bar{f}(s)$  হলে দেখান যে

$$L\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} \bar{f}(s), n = 1, 2, \dots$$

If  $L\{f(t)\} = \bar{f}(s)$ , then show that  $L\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} \bar{f}(s), n = 1, 2, \dots$

---

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA131EMT15

12 / 20

**B.Sc.-AU-16139**

---

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



**QP Code : 20UA131EMT15**

13 / 20

**B.Sc.-AU-16139**



QP Code : 20UA131EMT15

14 / 20

**B.Sc.-AU-16139**

---

ତୃତୀୟ ଉତ୍ତର / **Third Answer :**



**QP Code : 20UA131EMT15**

15 / 20

**B.Sc.-AU-16139**



বিভাগ – গ  
Group – C

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

3 × 4 = 12

Answer any four questions :

11. ধরুন  $f(z) = \frac{z}{|z|}$ ,  $z \neq 0$ . দেখান যে  $\lim_{z \rightarrow 0} f(z)$ -এর অস্তিত্ব নেই।If  $f(z) = \frac{z}{|z|}$ ,  $z \neq 0$  then show that  $\lim_{z \rightarrow 0} f(z)$  does not exist.

12. ল্যাপ্লাস রূপান্তরের প্রাথমিক চলন ধর্ম এবং স্কেল পরিবর্তনের ধর্মটি বিবৃত করুন।

State First shifting property and change of scale property of a Laplace transformation.

13. সমাধান করুন :  $e^{2z+1} = i$ .Solve  $e^{2z+1} = i$ .14. প্রমাণ করুন যে  $f(z) = |z|^4$  অপেক্ষকটি  $z = 0$  বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্য কিন্তু বিশ্লেষণযোগ্য নয়।Prove that  $f(z) = |z|^4$  is differentiable but not analytic at  $z = 0$ .15.  $i^i$ -এর সাধারণ মানগুলি নির্ণয় করুন।Find the general values of  $i^i$ .16.  $f(t) = e^{-4t} \sin 2t \cos t$  অপেক্ষকটির ল্যাপ্লাস রূপান্তর নির্ণয় করুন।Find Laplace transformation of the function  $f(t) = e^{-4t} \sin 2t \cos t$ .17.  $L \left\{ \int_0^{\infty} t e^{-2t} \sin t dt \right\}$  -এর মান নির্ণয় করুন।Find the value of  $L \left\{ \int_0^{\infty} t e^{-2t} \sin t dt \right\}$ .18.  $L^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2(s^2+1)} \right\}$  বের করুন।Find  $L^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2(s^2+1)} \right\}$ .





QP Code : 20UA131EMT15

17 / 20

**B.Sc.-AU-16139**

প্রথম উত্তর / **First Answer :**

---



QP Code : 20UA131EMT15

18 / 20

**B.Sc.-AU-16139**

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**

---



QP Code : 20UA131EMT15

19 / 20

**B.Sc.-AU-16139**

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**

---



QP Code : 20UA131EMT15

20 / 20

**B.Sc.-AU-16139**

ଚତୁର୍ଥ ଉତ୍ତର / **Fourth Answer :**

---