



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

সহায়ক পাঠক্রম (Subsidiary Course)

গণিত (Mathematics), দ্বিতীয় পত্র (2nd Paper), Mathematics-II : SMT-II

পূর্ণমান : ১০০

QUESTION PAPER CUM ANSWER BOOKLET

মানের গুরুত্ব : ৩০%

(Full Marks : 100)

(Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting.

The figures in the margin indicate full marks.

Name (in Block Letter) :

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : Code :

To be filled by the Candidate	Serial No. of question answered																			TOTAL	
For Evaluator's only	Marks awarded																				

Q.P. Code : **20UA133SMT(II)**

B.Sc.-AU-16141

Signature of Evaluator with Date



NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

অনুশীলন পত্র (Assignment), ডিসেম্বর, ২০১৯ ও জুন, ২০২০ (December-2019 & June-2020)

সহায়ক পাঠক্রম (Subsidiary Course)

গণিত (Mathematics), দ্বিতীয় পত্র (2nd Paper), Mathematics-II : SMT-II

STUDENT'S COPY

Name (in Block Letter) :

Enrolment No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Study Centre Name : Code :

Q.P. Code : **20UA133SMT(II)**

B.Sc.-AU-16141

Received Answer Booklet

Signature with seal by the Study-Centre

**জরুরী নির্দেশ / Important Instruction**

আগামী শিক্ষাবর্ষান্ত পরীক্ষায় (T.E. Exam.) নতুন ব্যবস্থা অর্থাৎ প্রশ্নসহ উত্তর পুস্তিকা (QPAB) প্রবর্তন করা হবে। এই নতুন ব্যবস্থার সাথে পরীক্ষার্থীদের অভ্যস্ত করার জন্য বর্তমান অনুশীলন পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নির্দেশ অনুযায়ী নির্দিষ্ট স্থানেই উত্তর দিতে হবে।

New system i.e. Question Paper Cum Answer Booklet (QPAB) will be introduced in the coming Term End Examination. To get the candidates acquainted with the new system, now assignment answer is to be given in the specific space according to the instructions.

**Detail schedule for submission of assignment for the
BDP Term End Examination December-2019 & June-2020**

1. Date of Publication : 14/02/2020
2. Last date of Submission of answer script by the student to the study centre : 07/03/2020
3. Last date of Submission of marks by the examiner to the study centre : 08/04/2020
4. Date of evaluated answer scripts distribution by the study centre to the students (Students are advised to check their assignment marks on the evaluated answer scripts and marks lists in the study centre notice board. If there is any mismatch / any other problems of marks obtained and marks in the list, the students should report to their study centre Co-ordinator on spot for correction. The study centre is advised to send the corrected marks, if any, to the COE office within five days. No change / correction of assignment marks will be accepted after the said five days. : 18/04/2020
5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before : 20/04/2020

এখানে কিছু লিখবেন না

Do Not Write Anything Here



বিভাগ - ক
Group - A

(মান : 40)
(Marks : 40)

1. (a) অথবা (b) প্রশ্নের উত্তর দিন : 20 × 1 = 20

Answer either (a) or (b) :

a) i) দেখান যে $\left\{\frac{n-1}{n+1}\right\}_n$ অনুক্রমটি অভিসারী। 5

Prove that the sequence $\left\{\frac{n-1}{n+1}\right\}_n$ is convergent.

ii) $y = \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^m$ হলে $\left(\frac{d^n y}{dx^n}\right)_{x=0}$ -এর মান নির্ণয় করুন। 5

Find $\left(\frac{d^n y}{dx^n}\right)_{x=0}$ if $y = \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^m$.

iii) Lagrange-এর মধ্যমমান উপপাদ্য ব্যবহার করে দেখান যে $10 \cdot 20 < \sqrt{105} < 10 \cdot 25$. 5

Using Lagrange's mean value theorem show that $10 \cdot 20 < \sqrt{105} < 10 \cdot 25$.

iv) কশির রুট পরীক্ষা দ্বারা দেখান যে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n^{n+1} \cdot 2^n}$ একটি অভিসারী শ্রেণী। 5

Applying Cauchy's root test show that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n^{n+1} \cdot 2^n}$ is a convergent series.

b) i) Rolle-এর উপপাদ্য বিবৃত করুন এবং এর জ্যামিতিক তাৎপর্য ব্যাখ্যা করুন। 2 + 3

State Rolle's theorem and explain its geometrical significance.

ii) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

হলে দেখান যে $f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$. 5

Show that $f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$

if $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$



iii) প্রমাণ করুন যে $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log_e x} \right) = \frac{1}{2}$. 5

Prove that $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log_e x} \right) = \frac{1}{2}$.

iv) $k (\neq 0)$ -এর মান নির্ণয় করুন যাতে $xy^2 = (x + y^2)$ বক্ররেখা এবং $x = k$ সরলরেখা পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। 5

Find the value of $k (\neq 0)$ so that the curve $xy^2 = (x + y^2)$ intersects the line $x = k$ orthogonally.

উত্তর / Answer :



QP Code : 20UA133SMT(II)

5 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

6 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

7 / 36

B.Sc.-AU-16141



2. (a) অথবা (b) প্রশ্নের উত্তর দিন :

20 × 1 = 20

Answer either (a) or (b) :

a) i) যদি n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যেখানে $n \geq 3$ হয় এবং $I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx$ হয় তাহলে প্রমাণ করুন

যে $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ হবে। এর থেকে $\int_0^{\pi/2} \sin^8 x \, dx$ -এর মান নির্ণয় করুন। 3 + 2

If n is a positive integer ≥ 3 and $I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx$ then prove that

$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$. Hence find the value of $\int_0^{\pi/2} \sin^8 x \, dx$.

ii) মান নির্ণয় করুন : $\int \frac{(1+x^2)dx}{(1-x^2)\sqrt{1-3x^2+x^4}}$. 5

Evaluate $\int \frac{(1+x^2)dx}{(1-x^2)\sqrt{1-3x^2+x^4}}$.

iii) $y = x(x-1)(x-2)$ বক্ররেখা এবং x অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। 5

Find the area enclosed by the curve $y = x(x-1)(x-2)$ and x -axis.

iv) $t = \sin^2 x$ প্রতিস্থাপনের সাহায্যে প্রমাণ করুন

$$\int_0^{\pi/2} \sin^p x \cos^q x \, dx = \frac{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q+1}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{p+q+2}{2}\right)}, \quad (p, q > -1)$$

5

Using the substitution $t = \sin^2 x$, prove that

$$\int_0^{\pi/2} \sin^p x \cos^q x \, dx = \frac{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{q+1}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{p+q+2}{2}\right)}$$

where $p, q > -1$

b) i) $xy = 1, y = 0, y = x, x = 2$ এই রেখাগুলি দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলটি R হলে

$\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$ -এর মান নির্ণয় করুন।

5

If R is the region bounded by the curve $xy = 1, y = 0, y = x, x = 2$ then find

the value of $\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$.



- ii) $y^2 = x$ এবং $y = x^2$ এই বক্ররেখা দুটি দ্বারা সীমাবদ্ধ অংশকে x -অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তিত করলে যে ঘনবস্তু পাওয়া যায় তার ঘনফল নির্ণয় করুন। 5

If the area enclosed by the curves $y^2 = x$ and $y = x^2$ is revolved about x -axis then find the value of solid formed.

- iii) মান নির্ণয় করুন : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n} \right]$ 5

Find the following limit : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n} \right]$

- iv) μ -পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করুন যে $0 < n < 1$ হলে $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{x^n} dx$ অযথার্থ সমাকলটি

অভিসারী হবে। 5

If $0 < n < 1$ then applying μ -test prove that the improper integral

$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{x^n} dx$ is convergent.

উত্তর / Answer :



QP Code : 20UA133SMT(II)

10 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

11 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

12 / 36

B.Sc.-AU-16141



বিভাগ - খ

Group - B

(মান : 36)

(Marks : 36)

3. (a) অথবা (b) প্রশ্নের উত্তর দিন :

12 × 1 = 12

Answer either (a) or (b) :

a) i) $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তের নাভিগামী একটি জ্যা-এর প্রান্তবিন্দুদ্বয়ে বক্রতাব্যাসার্ধ ρ_1 ও ρ_2 হলে দেখান যে $\rho_1^{-\frac{2}{3}} + \rho_2^{-\frac{2}{3}} = (2a)^{-\frac{2}{3}}$.

6

If ρ_1 and ρ_2 be the radii of curvature at the ends of a focal chord of the parabola $y^2 = 4ax$, then show that $\rho_1^{-\frac{2}{3}} + \rho_2^{-\frac{2}{3}} = (2a)^{-\frac{2}{3}}$.

ii) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ এই সরলরেখা পরিবারের পরিস্পর্শক নির্ণয় করুন যেখানে a ও b এমন দুটি প্রচল যাতে $a^2 + b^2 = 1$.

6

Find the envelope of the family of straight lines $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ where the parameter a and b are connected by the relation $a^2 + b^2 = 1$.

b) i) n ধনাত্মক যুগ্ম পূর্ণসংখ্যা হলে $\frac{d^n}{dx^n} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} \right)$ -এর মান $x = 0$ বিন্দুতে নির্ণয় করুন।

6

If n is an even positive integer find $\frac{d^n}{dx^n} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} \right)$ at $x = 0$.

ii) এই অপেক্ষকের চরম কিম্বা অবম মান নেই — এই বক্তব্যটি সঠিক কিনা যাচাই করুন।

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 14x + 9 .$$

6

Justify whether the following statement is true :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 14x + 9 \text{ has}$$

neither maximum nor minimum'.

উত্তর / Answer :



QP Code : 20UA133SMT(II)

14 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

15 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

16 / 36

B.Sc.-AU-16141





4. (a) অথবা (b) প্রশ্নের উত্তর দিন :

12 × 1 = 12

Answer either (a) or (b) :

a) i) সমাধান করুন : $\frac{d^2y}{dx^2} - y = x^2 \cos x$. 6

Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} - y = x^2 \cos x$.

ii) আংশিক সমাকলনের সূত্র প্রয়োগ করে দেখান যে

$$\int (\sin^{-1} x)^2 dx = x(\sin^{-1} x)^2 + 2\sqrt{1-x^2} \sin^{-1} x - 2x + c$$

যেখানে c একটি সমাকলন ধ্রুবক।

6

Apply integration by parts formula to prove the following :

$$\int (\sin^{-1} x)^2 dx = x(\sin^{-1} x)^2 + 2\sqrt{1-x^2} \sin^{-1} x - 2x + c$$

where c is an integration constant.

b) i) $y = ax^2$ অধিবৃত্ত পরিবারের লম্ব প্রক্ষেপ পথ নির্ণয় করুন যেখানে a একটি প্রচল। 6

Find the orthogonal trajectories of the family of parabolas $y = ax^2$, a being parameter.

ii) প্রচলভেদ পদ্ধতি অনুসরণ করে $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x^{\frac{3}{2}}e^x$

অবকল সমীকরণটিকে সমাধান করুন।

6

Solve by the method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x^{\frac{3}{2}}e^x$$

উত্তর / Answer :



QP Code : 20UA133SMT(II)

18 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

19 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

20 / 36

B.Sc.-AU-16141



5. (a) অথবা (b) প্রশ্নের উত্তর দিন : 12 × 1 = 12

Answer either (a) or (b) :

a) i) দেখান যে $\sqrt{6} - \sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। 6

Prove that $\sqrt{6} - \sqrt{5}$ is an irrational number.

ii) প্রমাণ করুন যে বাস্তব সংখ্যার ক্রমবর্ধমান অনুক্রম যদি উর্ধ্বসীমাবদ্ধ হয় তবে অনুক্রমটি অভিসারী হবে এবং সীমাটি এটির লঘিষ্ঠ উর্ধ্বসীমা হবে।

6

Prove that a monotonic increasing sequence of real numbers bounded above is convergent and this sequence converges to its supremum.

b) i) $I_{m,n} = \int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x dx$ হয় তাহলে $I_{m,n}$ এবং $I_{m-2,n}$ এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করুন। প্রদত্ত আছে m, n উভয়েই 1 অপেক্ষা বৃহত্তর পূর্ণসংখ্যা। 6

If $I_{m,n} = \int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x dx$

(m, n being integer and greater than 1) then find a relation connecting $I_{m,n}$ and $I_{m-2,n}$.

ii) দেখান যে $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \frac{2t}{1+t^2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত বক্ররেখাটির সম্পূর্ণ পরিসীমা হল 2π . 6

Prove that the perimeter of the curve $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \frac{2t}{1+t^2}$ is 2π .

উত্তর / Answer :



QP Code : 20UA133SMT(II)

22 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

23 / 36

B.Sc.-AU-16141



QP Code : 20UA133SMT(II)

24 / 36

B.Sc.-AU-16141



বিভাগ - গ

Group - C

(মান : 24)

(Marks : 24)

6. যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন :
Answer any four questions :

3 × 4 = 12

i) $x^x = y^y$ হলে $\frac{dy}{dx}$ -এর মান নির্ণয় করুন।

Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^x = y^y$.

ii) $f(x) = 1 + x$, যখন $x < 0$

$= \cos x$, যখন $x \geq 0$

হলে দেখান যে $f'(0)$ -এর অস্তিত্ব নেই।

If $f(x) = 1 + x$, when $x < 0$

$= \cos x$ when $x \geq 0$

then show that $f'(0)$ does not exist.

iii) দেখান যে $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x} = 2$.

Show that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x} = 2$.

- iv) টেলরের মধ্যমমান সংক্রান্ত উপপাদ্যটি বিবৃত করুন।

State Taylor's mean value theorem.

- v) x এবং y এমনভাবে নির্ণয় করুন যাতে $x + y = 18$ এবং x^2y^3 -এর মান সর্বোচ্চ হয়।

Find x and y so that $x + y = 18$ and x^2y^3 is maximum.

vi) প্রমাণ করুন যে $z = e^y f\left(\frac{x^2}{ye^{2y^2}}\right)$, $(x^2 - y^2)\frac{\partial z}{\partial x} + xy\frac{\partial z}{\partial y} = xyz$ সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে।

Prove that $z = e^y f\left(\frac{x^2}{ye^{2y^2}}\right)$ satisfies the equation $(x^2 - y^2)\frac{\partial z}{\partial x} + xy\frac{\partial z}{\partial y} = xyz$.

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA133SMT(II)

26 / 36

B.Sc.-AU-16141





QP Code : 20UA133SMT(II) 27 / 36

B.Sc.-AU-16141

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA133SMT(II) 28 / 36

B.Sc.-AU-16141

তৃতীয় উত্তর / **Third Answer :**



QP Code : 20UA133SMT(II) 29 / 36

B.Sc.-AU-16141

চতুর্থ উত্তর / **Fourth Answer :**



7. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

3 × 2 = 6

Answer any two questions :

i) দেখান যে $\int_0^{\infty} e^{-y} dy$ অসংখ্য সমাকলটি অভিসারী যার মান 1.

Prove that the improper integral $\int_0^{\infty} e^{-y} dy$ is convergent and its value is 1.

ii) দেখান যে $x = t^2$, $y = t - \frac{t^3}{3}$ বক্ররেখাটির লুপের পরিসীমা $4\sqrt{3}$ একক।

Show that the perimeter of the loop of the curve $x = t^2$, $y = t - \frac{t^3}{3}$ is $4\sqrt{3}$ units.

iii) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) এই উপবৃত্তকে $x = 3a$ সরলরেখার চারিদিকে আবর্তনের ফলে উৎপন্ন

ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় করুন।

Find the volume of the solid formed by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)

about the line $x = 3a$.

iv) সমাকল করুন : $\int \frac{x^2 dx}{(x+1)^2(x+2)}$.

Evaluate the integral : $\int \frac{x^2 dx}{(x+1)^2(x+2)}$.

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA133SMT(II)

31 / 36

B.Sc.-AU-16141





QP Code : 20UA133SMT(II) 32 / 36

B.Sc.-AU-16141

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



8. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

3 × 2 = 6

Answer any two questions :

i) $xf(x) = f'(x)$ এবং $f(0) = 1$ হলে দেখান যে $f(x) = e^{x^2/2}$.

If $xf(x) = f'(x)$ and $f(0) = 1$, then prove that $f(x) = e^{x^2/2}$.

ii) $p = \log_e(px - y) \left(p \equiv \frac{dy}{dx} \right)$

অবকল সমীকরণটিকে Clairaut-এর সমীকরণ আকারে প্রকাশ করুন। এর থেকে সাধারণ সমাধান ও বিশিষ্ট সমাধান বের করুন।

1 + 1 + 1

Express the differential equation $p = \log_e(px - y) \left(p \equiv \frac{dy}{dx} \right)$ into Clairaut's form.

Hence find its general solution and singular solution.

iii) সমাধান করুন : $\frac{d^2y}{dx^2} = \cos 5x$.

Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} = \cos 5x$.

iv) প্রমাণ করুন যে $y = mx$ সরলরেখা পরিবার, $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের পরিবারকে সর্বদাই সমকোণে ছেদ করে। প্রদত্ত আছে m, a প্রচল।

Prove that every member of the family of straight lines $y = mx$ (m being a parameter) cuts every member of the family of circles $x^2 + y^2 = a^2$ (a being a parameter) at right angle.

প্রথম উত্তর / First Answer :



QP Code : 20UA133SMT(II)

34 / 36

B.Sc.-AU-16141





QP Code : 20UA133SMT(II)

35 / 36

B.Sc.-AU-16141

দ্বিতীয় উত্তর / **Second Answer :**



QP Code : 20UA133SMT(II)

36 / 36

B.Sc.-AU-16141